UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO

DEBORAH MONTE MEDEIROS

A REFLEXÃO COMO FUNDAMENTO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR: UM OLHAR SOBRE FUNÇÃO LINEAR

FORTALEZA – CEARÁ
2018

DEBORAH MONTE MEDEIROS

A REFLEXÃO COMO FUNDAMENTO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR: UM OLHAR SOBRE FUNÇÃO LINEAR

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Educação. Área de Concentração: Formação de Professores.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Marcília Chagas Barreto

FORTALEZA - CEARÁ
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Universidade Estadual do Ceará

Sistema de Bibliotecas

Medeiros, Deborah Monte .
A reflexão como fundamento para a formação do professor: um olhar sobre função linear [recurso eletrônico] / Deborah Monte Medeiros. - 2018 .
1 CD-ROM: il.; 4 ¾ pol.

CD-ROM contendo o arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico com 130 folhas, acondicionado em caixa de DVD Slim (19 x 14 cm x 7 mm).

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação, Mestrado Acadêmico em Educação, Fortaleza, 2018 .
Área de concentração: Formação de Professores.
Orientação: Prof.ª Dra. Marcília Chagas Barreto.

1. Educação Matemática. 2. Teoria dos Campos Conceituais. 3. Formação de Professores. 4. Reflexividade. 5. Práticas Docentes. I. Título.

DEBORAH MONTE MEDEIROS

A REFLEXÃO COMO FUNDAMENTO PARA A FORMAÇÃO DO PROFESSOR: UM OLHAR SOBRE FUNÇÃO LINEAR

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Educação. Área de Concentração Formação de Professores.

Aprovada em: 30 de agosto de 2018.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Marcília Chagas Barreto (Orientadora)
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Prof. Dr. Antônio Luiz de Oliveira Barreto
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Profa. Dra. Juscileide Braga de Castro
Universidade Federal do Ceará – UFC

A todos os professores e professoras, no intuito de que este trabalho possa contribuir e incentivar novas ideias para a prática pedagógica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus que sempre iluminou o meu caminho.

À minha família, aos meus pais-avós, Olga e Miguel que me concederam a oportunidade de estudar e sempre me ensinaram a valorizar o conhecimento, como algo que quanto mais compartilhamos, mais nos apropriamos dele. Aos meus pais, Cleide e João Batista pela minha existência.

Ao meu padrinho, Davi que tanto me apoiou desde a minha primeira apresentação de trabalho em congresso. Aos meus irmãos, Lygia e Thiago que foram meus primeiros alunos. Ao meu filho David cujo sorriso e olhar me renovam as forças e a esperança todos os dias. A Rayane, que tanto me apoiou nos melhores e nos piores momentos durante o mestrado.

Aos meus professores, desde a época da escola e graduação que tanto me inspiraram no meu amor pela educação. Em especial aos professores e amigos: Valdemir Linard, Soraya Lavor, Fabiana Ferreira, Eduardo Cavalcanti, Francisco Pimentel , Kiara Lima Costa e Juscileide de Braga Castro.

Ao apoio dos meus amigos, dos quais considero desnecessário citar os nomes, que torceram por mim e acompanharam todos os sacrifícios feitos durante a minha caminhada, desde antes do processo seletivo do mestrado e que continuaram ao meu lado até a conclusão deste trabalho.

À professora Marcília Chagas Barreto, por seus ensinamentos e confiança. Obrigada por cada um dos encontros que tornaram possível a conclusão desta dissertação. Agradeço também a todos os professores que me acompanharam durante o mestrado, em especial à Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, pelos aprendizados no estágio obrigatório, ao Prof. Dr. Antônio Luiz de Oliveira Barreto e a Profa. Dra. Juscileide de Braga Castro, responsáveis pelas correções e contribuições no intuito de melhorar este trabalho.

À escola em que realizei a pesquisa que foi extremamente receptiva. Ao apoio incondicional do professor, que possibilitou o acontecimento desta pesquisa. À turma do 1° ano F, na qual acompanhei as aulas retratadas nesta pesquisa. A Caroline Cabral, Dona Carmem e ao Seu Ricardo, por permitirem que as sessões reflexivas acontecessem em sua casa, por todo acolhimento, carinho e paciência.

Ao Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de Aprendizagem (PROATIVA), que me fez participar do Projeto OBEDUC, que tanto me ensinou sobre as estruturas multiplicativas que foram imprescindíveis para a realização desta dissertação. Agradeço aos integrantes de todos os núcleos: de Recife, de Ilhéus e, principalmente, do Ceará.

Aos colegas do grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) pela valiosa experiência e aprendizado, em reuniões e encontros de orientandos. Em especial, aos amigos Danilo e Wellingda pela amizade, companheirismo e o carinho de sempre.

A Jonelma Marinho e Rosângela Evangelista, secretárias do PPGE/UECE, por todas as informações e auxílios.

Aos colegas do curso de Mestrado da Turma 2016, pelas vivências, aprendizagens, alegrias e companheirismo.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

‘’A questão sobre escrever é que não sei se vou acabar me curando ou me destruindo.’’

(Rupi Kaur)

RESUMO

A Educação Matemática se preocupa com aspectos do ensino e da aprendizagem da Matemática, assim este trabalho teve como objetivo analisar a reflexão como fundamento da formação do professor para o ensino de função linear. As reflexões tomaram por base as contribuições da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) para o ensino de função linear. O lócus e o sujeito pesquisado, respectivamente, uma Escola Estadual de Ensino Médio de Fortaleza e um professor de Matemática do 1° ano. Para a coleta de dados foram utilizados: os planejamentos, instrumento diagnóstico, diário de campo, filmagens, gravações em áudio e sessões reflexivas. As filmagens das aulas, instrumento diagnóstico e o planejamento foram importantes, pois foram o ponto de partida para as reflexões com o professor. As sessões reflexivas foram utilizadas na perspectiva de propiciar espaços formativos para refletir sobre a prática docente do sujeito envolvido. A metodologia utilizada permitiu caracterizar a prática inicial do docente no ensino de Matemática e promover espaços de reflexão com o professor. A realidade de ensino encontrada propunha o uso da proporcionalidade como um conceito indispensável para a compreensão de função. Identificou-se durante a pesquisa, que havia preocupação do sujeito com as representações de uma função linear, com a elaboração de situações e a contextualização das situações. As sessões reflexivas foram baseadas na discussão das aulas e nas leituras propostas sobre a TCC. O professor reconheceu no estudo da TCC semelhanças com sua prática. O Sujeito também conseguiu a partir das sessões reflexivas analisar aspectos da prática voltada para função linear que não havia considerado antes da pesquisa. Ressalte-se que os estudos teóricos partiram das necessidades apresentadas pelo sujeito. Nesse sentido, considera-se importante que a formação do professor do Ensino Médio esteja atrelada aos processos reflexivos.

Palavras-chave: Educação Matemática. Formação de Professores. Teoria dos Campos Conceituais. Reflexividade. Práticas Docentes.

ABSTRACT

Mathematics Education is concerned with aspects of teaching and learning of Mathematics, so this work aimed to analyze reflection as the foundation of teacher training for teaching linear function. The reflections were based on the contributions of the Conceptual Field Theory (CFT) for linear function teaching. The locus and the subject searched, respectively, a State High School in Fortaleza and a 1st-grade Mathematics teacher. For data collection, we used: the planning, diagnostic instrument, field diary, filming, audio recordings and reflexive sessions. The filming of the lessons, the diagnostic tool and the planning were important, since they were the starting point for the reflections with the teacher. The reflective sessions were used in order to provide formative spaces to reflect on the teaching practice of the subject involved. The methodology used allowed to characterize the initial practice of the teacher in the teaching of Mathematics and to promote spaces of reflection with the teacher. The reality of teaching found proposed the use of proportionality as an indispensable concept for the understanding of function. It was identified during the research, that there was concern of the subject with the representations of a linear function, with the elaboration of situations and the contextualization of the situations. Reflective sessions were based on class discussion and proposed readings on CFT. The teacher acknowledged in the CFT study similarities to his practice. The subject also managed from the reflective sessions to analyze aspects of the practice directed to linear function that had not considered before the research. It should be stressed that the theoretical studies started from the needs presented by the subject. In this sense, it is considered important that the formation of the high school teacher is tied to reflective processes.

Keywords: Mathematics Education. Teacher training. Theory of Conceptual Fields. Reflexivity. Teaching Practices

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Envolvida em reflexões acerca dos afazeres docentes, realizei retorno frequente às minhas memórias, enquanto aluna e percebia o quanto, mesmo gostando da disciplina de matemática, não entendia o motivo de estudar tantas regras e propriedades que foram apresentadas para mim em toda a minha vida escolar. Sempre me questionei sobre a melhor maneira de ajudar meus colegas da escola a vencer as suas dificuldades, ao lidar com estas regras e propriedades. Com essas preocupações, decidi cursar Licenciatura em Matemática, na Universidade Federal do Ceará (UFC).

O curso não foi suficiente para que eu encontrasse o que estava buscando. Durante este período da graduação, iniciei como professora em 2010, a fim de encontrar, na prática escolar, uma solução que não estava encontrando na aulas de Cálculo e Didática na Universidade.

A experiência foi difícil, optei pela repetição de práticas de professores que tive na escola, pois eram o meu modelo de ensino de Matemática, ainda que eu não gostasse e tivesse críticas a esse modo de ensinar. Vivenciei 4 anos de experiência como professora do Ensino Médio de 1° a 3° ano. Notei grandes dificuldades dos alunos em relação ao aprendizado da disciplina. Eles apresentavam dúvidas com relação à interpretação de gráficos, operações aritméticas, resolução de equação, entre outras. Tais dúvidas eram consideradas triviais pelos professores.

Em conversas com os colegas de mesma área e diferentes escolas, a justificativa que mais se repetia era a “falta de base”. Essa expressão é utilizada por muitos professores para explicar que o aluno por não possuir os pré-requisitos adequados para estar em sua série, não consegue acompanhar o que deve ser aprendido naquele nível escolar. Eu mesma utilizei essa expressão por diversas vezes, angustiada com as dificuldades que encontrava nos alunos, mas sem vislumbrar saída para tal desafio.

Depois de 2 desses 4 anos lecionando no Ensino Médio, essa justificativa de falta de base não era mais suficiente, me dediquei a estudar mais sobre educação e ensino de Matemática. Nesse momento eu conheci um grupo de pesquisa na UFC o PROATIVA, começando a frequentar suas reuniões. Em 2012, o grupo participou de um projeto intitulado como “Um Estudo Sobre o Domínio das

Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental” no âmbito do programa Observatório da Educação

O projeto envolveu universidades de três estados nordestinos, Bahia, Ceará e Pernambuco, estabelecendo parceria entre a Universidade Estadual de Santa Cruz (Coordenadora), Universidade Federal do Ceará, Universidade Estadual do Ceará e Universidade Federal de Pernambuco. O objetivo do projeto era “investigar e intervir na prática de professores do Ensino Fundamental no que tange às Estruturas Multiplicativas, baseados no modelo de formação “ação-reflexão-planejamento-ação[11]”.

Com esse objetivo, fizeram-se necessários estudos sobre a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), elaborada pelo psicólogo francês Gerard Vergnaud. A ênfase recaiu sobre as Estruturas Multiplicativas, que envolvem diversos conceitos matemáticos, tais como: funções linear e não-linear, espaço vetorial, análise dimensional, fração, razão, proporção, número racional, multiplicação e divisão (VERGNAUD,1988).

A partir do estudo da TCC voltado para as Estruturas Multiplicativas foram elaboradas estratégias para a formação dos professores das escolas selecionadas para a pesquisa, quatro por estado participante. Com os estudos realizados para esse projeto, me percebi mais próxima das respostas que tanto busquei.

Ao estudar Estruturas Multiplicativas, percebi o quanto os problemas que envolvem a operação de multiplicação e divisão diferem dos problemas de adição e subtração. Para Magina, Santos e Merline (2010, 2012), enquanto a adição e a subtração envolvem, fundamentalmente, o esquema parte/todo; o raciocínio multiplicativo implica em relação fixa entre duas quantidades, portanto, toda situação multiplicativa envolve diferentes quantidades e uma relação constante entre estas.

Assim, as situações do campo multiplicativo, envolvem esquemas de pensamento mais complexo. (VERGNAUD, 1983, 1988, 2009). Nesse campo encontra-se também o raciocínio proporcional. Vergnaud (1983) considera que esse raciocínio é a base para o pensamento matemático, portanto as relações proporcionais são imprescindíveis para as reelaborações e evolução da elaboração conceitual, por parte do aprendiz.

[1] Reflexão-Planejamento-Ação-Reflexão (REPARE), elaborado por Magina como estratégia utilizada no processo formativo que ora estamos analisando, o qual teve como objetivo discutir o ensino e a aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo.

Os conceitos relacionados à proporcionalidade são indispensáveis para a Matemática e para o cotidiano. Nas situações do dia a dia, a proporcionalidade está presente em situações como: a quantidade de água e de fruta necessária para fazer um suco; os litros de gasolina consumidos e a quantidade de km rodados; a comparação de preços de produtos relacionada à quantidade adquirida.

As situações citadas como parte integrante do campo conceitual multiplicativo, estão presentes em diversos conteúdos curriculares da Matemática da Educação Básica, estruturados em blocos de conteúdo, classificados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN): Números e Operações, Grandezas e Medidas, Espaço e Forma e Tratamento da Informação (BRASIL, 1997).

Para que os alunos desenvolvam não só os conceitos relacionados à proporcionalidade, mas compreendam suas implicações em diferentes assuntos da Matemática, faz-se necessário que o trabalho do professor em sala de aula contemple diversas situações, com vistas a possibilitar ao aluno o envolvimento com diversas facetas do Campo Multiplicativo.

O PCN considera que a proporcionalidade, está presente na resolução de problemas multiplicativos, tais como: de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Assim, aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade, evidenciando que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real (BRASIL,1997).

A partir dessa interpretação dos fenômenos do mundo real é necessário analisar os problemas de vários pontos de vista e identificar se a situação envolve proporcionalidade ou a não-proporcionalidade(BRASIL,1997).

Tinoco(1996), Schliemann e Carraher (1997) apontam que a aplicação do conceito de proporcionalidade nas escolas se restringe quase que exclusivamente à utilização da regra de três, baseando-se apenas nas propriedades de razões equivalentes, ou seja, dadas duas razões equivalentes $a/b = c/d$, se as igualdades $a/b = c/d$ e $a.d = b.c$ são verdadeiras, portanto, $d = b.\ c/a$.

Assim, as práticas de ensino continuam priorizando regras e procedimentos, em detrimento da proporcionalidade. Para Vergnaud (2009) essa ênfase se dá na tentativa de obter resultados imediatos.

Mesmo dentre aqueles alunos que conseguem aprender a regra de três ou produto cruzado, muitos não conseguem perceber nele as relações de proporcionalidade. Ponte et al (2010) advertem que os alunos precisam compreender as relações multiplicativas que acontecem na proporcionalidade. Portanto, não é relevante apenas encontrar o resultado correto a partir de uma relação que não é compreendida, mas sim compreender os elementos que estão em jogo, para, como consequência, obter-se a resposta correta.

Essa relação necessária entre variáveis distintas, para a elaboração do conceito de proporcionalidade, valorizada por Ponte, se dá de duas maneiras, de acordo com Vergnaud (2009): considerando o operador escalar ou o operador funcional. O operador escalar aquele sem dimensão, e é acionado quando as transformações acontecem entre quantidades de uma mesma variável. Já o operador funcional é definido como funções que expressam a relação entre duas variáveis diferentes (VERGNAUD,2009). Vergnaud representa a relação escalar como uma relação vertical que se utiliza de um operador escalar operando quantidades. A relação entre duas variáveis diferentes é vista como uma relação horizontal que corresponde a um operador funcional, que opera quantidades de natureza diferente (1983, 1988, 2009).

Vergnaud (2009) considera que a relação funcional é de difícil compreensão para as crianças. Ele mostra que a relação expressa pelo operador funcional é o coeficiente angular da função (Vergnaud,1994).

Ao analisar situações de proporção é possível identificar propriedades, como: o isomorfismo da função linear; do coeficiente constante e propriedades das funções bilineares. Assim, a proporcionalidade pode ser utilizada tanto em situações aritméticas, quanto algébricas. No entanto, nesta transição entre a proporcionalidade em situações aritméticas para situações algébricas apresentam-se dificuldades.

Algumas das dificuldades dessa transição da aritmética para álgebra são: o reconhecimento de que as letras representam valores e de que os símbolos matemáticos podem ter significados distintos. Vergnaud (1988) enfatiza que a diferenciação entre incógnita e variável e a manipulação com as letras constituem-se em dificuldades.

Função é um tema importante e abrangente dentro da Matemática como ciência e também como disciplina escolar. Ela estabelece relação com diferentes conceitos matemáticos como as funções trigonométricas, tipos particulares de função como as progressões aritmética e geométrica. Está ligada também à geometria analítica que estuda retas e parábolas, que são as representações gráficas das funções do 1° e 2° grau. A elaboração do conceito de função pode ser vista como ferramenta importante em diferentes áreas do conhecimento, tais como: administração, economia, química, ciências atuariais e física. No caso da física, por exemplo: todo o estudo do movimento é realizado a partir de funções como a função horária do espaço e função horária da velocidade.

Assim, há a necessidade de que o professor tenha domínio tanto conceitual sobre função, como também de suas conexões em relação a outras áreas para que ele esteja apto a auxiliar seus alunos no desenvolvido desse conceito.

Com intuito de compreender os desafios que o professor de Matemática tem que enfrentar, considerando as lacunas conceituais que seus alunos do Ensino Médio apresentam, analisou-se dados das avaliações de larga escala: Sistema de Avaliação da Educação Básica – SAEB – e o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA. O primeiro analisa os níveis de elaboração conceitual dos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, isto é, aqueles que irão ingressar no Ensino Médio; no caso do PISA, as análises são realizadas com alunos de 15 anos, parcela dos quais já pode estar cursando o Ensino Médio.

SAEB e PISA são estruturados em níveis, nos quais são classificadas as competências dos estudantes. Nesta análise, foram ressaltadas as competências que guardam vinculação com a elaboração do conceito de proporcionalidade para evoluir rumo ao conceito de função.

O SAEB avalia estudantes do 5º e 9º anos do Ensino Fundamental, e estudantes do 3º ano do Ensino Médio, classificando-os em 9 níveis. Para este trabalho, interessa-nos discutir apenas os resultados relativos aos alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, uma vez que precisamos analisar as condições de ingresso desses estudantes no Ensino Médio. Os resultados de 2015, apontam que aproximadamente 12,5% dos alunos estão no nível zero, 15% encontram-se no nível 1, 17,5% no nível 2 (BRASIL,2015). Os estudantes que se encontram nesses 3 níveis não demonstraram qualquer domínio sobre relações de proporcionalidade – quer inversa ou direta – base da compreensão do conceito de função como apresentado anteriormente. Desta forma, percebe-se que 45% dos estudantes brasileiros do 9º ano não apresentam fundamento mínimo para o início do trabalho com função no Ensino Médio.

Tais competências são manifestadas embrionariamente a partir do nível 3, onde os estudantes manifestam ser capazes de trabalhar com situações que envolvem grandezas diretamente proporcionais, mas apenas com os números inteiros. Percebe-se que a noção de proporcionalidade, básica para o desenvolvimento do conceito de função começa a ser demonstrado por, aproximadamente, 29% dos estudantes do 9º ano.

No nível 4, estão os estudantes que conseguem determinar o valor numérico de uma expressão algébrica de 1º grau, restrito ao conjunto dos números naturais. Assim, os estudantes desse nível demonstram ser capazes de trabalhar com as letras enquanto incógnita, mas não a percebe ainda na condição de variável, elemento indispensável para a apreensão do conceito de função. Este nível indica o início da transição da aritmética para álgebra, onde se encontram aproximadamente 10% dos estudantes.

No nível 5, encontram-se aproximadamente 8% dos estudantes. Nesse nível, estão os que demonstram competência para expressar situações-problema utilizando a linguagem algébrica através de equações do 1º grau ou sistemas lineares; também resolvem problemas que envolvem grandezas diretamente proporcionais, representadas por números racionais na forma decimal. Os estudantes desse nível demonstram avanço em trabalhar com os símbolos matemáticos assim como com os conjuntos numéricos inteiros e racionais, superando os do nível anterior que trabalhavam exclusivamente nos naturais. O trabalho com as funções requer o domínio dos símbolos e uso dessa variedade de conjuntos numéricos.

No nível 6, estão apenas em torno de 4% dos estudantes. Esses demonstram competência para resolver situação-problema utilizando grandezas diretamente proporcionais com valores que não sejam inteiros. A percepção das relações ainda se mantêm no âmbito daquelas que são diretamente proporcionais, mas já são percebidas expressas em diversos conjuntos numéricos.

No nível 7, há somente 2% dos estudantes, que demonstram competência para resolver equação do 2° grau e fazer associação do gráfico com equações lineares, desde que seus coeficientes sejam naturais ou números inteiros. Essa associação entre diferentes formas de representação - algébrica e gráfica - é fundamental para a compreensão do conceito.

Nos níveis 8 e 9, encontram-se os estudantes que demonstram competência para resolver problemas de grandezas inversamente proporcional e de resolver expressão algébrica com coeficientes racionais. Ocorre que nesses níveis, em conjunto, encontra-se apenas 1% dos estudantes avaliados. Trata-se de avanço importante, uma vez que a proporcionalidade e a função não envolvem exclusivamente relações em sua forma direta. A proporcionalidade inversa também está presente no trabalho com função, como é o caso da relação entre velocidade e tempo.

O PISA avalia o desempenho de alunos de 15 anos, em 6 níveis, idade em que os alunos normalmente se encontram no 1° ano do Ensino Médio. No currículo desse ano escolar está previsto o trabalho com os diferentes tipos de função tais como: linear, afim, quadrática, logarítmica, exponencial e modular.

Na avaliação publicada em 2015, percebe-se que 43,74% dos estudantes pesquisados estavam abaixo do nível 1, isto é, não dominavam as competências mínimas estabelecidas, de forma que o documento não explicita as competências que eles manifestaram. No nível 1, encontravam-se 26,51% dos alunos, os quais manifestaram conseguir responder situações-problema simples, com contexto conhecido e que todas as informações dadas sejam utilizadas para a resolução. Nesses dois níveis iniciais não estão manifestadas quaisquer competências que contemplem diretamente o conceito de função.

No nível 2, estão 17,18% dos estudantes. Eles conseguem utilizar fórmulas e algoritmos para resolver problemas com números inteiros. É importante destacar que a utilização de fórmulas só atende ao desenvolvimento da função a partir da representação algébrica, enfatizando as operações e este não é o único conceito relevante se tratando de função. Embora o conhecimento demonstrado nesse nível - manipulação dos termos algébricos, substituições em fórmulas com diferentes conjuntos numéricos - seja importante para o desenvolvimento da função, mas necessitam de efetiva compreensão, superando ações mecânicas.

No nível 3, estão 8,58% dos estudantes. Apenas neste nível há indicação de que os alunos conseguem resolver situações-problema utilizando proporcionalidade, números decimais e fração. Conforme apresentado, anteriormente, a proporcionalidade é a responsável pela conexão entre a aritmética e a álgebra para a compreensão do conceito de função.

No nível 4, estão 3,09% dos estudantes, os quais demonstram competência para relacionar diferentes representações de diversos conceitos, inclusive o de função, com situações cotidianas. Essa é uma habilidade importante, pois a função pode ser representada de formas diferentes e possui aplicações cotidianas diversas. Quando o aluno tem domínio sobre essas representações, relacionando-as, é um importante indicativo de que ele compreende o conceito de função.

As competências destacadas nos níveis 2, 3 e 4 são competências iniciais para se desenvolver o conceito de função. Isso indica que apenas 28,85% dos alunos brasileiros possuem essas competências básicas.

No nível 5, estão 0,77% dos estudantes os quais são capazes de desenvolver modelos e perceber suas restrições, realizar representações simbólicas e formais, sabendo ainda qual delas está adequada à situação-problema. A partir desses elementos, pode-se inferir que esses estudantes estão aptos a definir o domínio da função e relacionar diferentes representações da função, para além das representações formais - diagrama de flecha, gráfico e algébrica.

No nível 6, estão 0,13% dos alunos, os quais demonstram competências para, ao utilizar as informações das situações-problema, perceber relações entre diferentes informações e representações, conseguindo transitar livremente entre elas. É nesse nível que os alunos conseguem perceber diferentes representações para um mesmo conceito. No caso da função, as representações mais comuns são a representação com tabelas, o diagrama de flechas, o gráfico e o formato algébrico. Mas trata-se de parcela ínfima da população escolar que demonstra tais competências.

Portanto, pode-se concluir que o professor de matemática do Ensino Médio recebe alunos com lacunas: em relação à proporcionalidade, à manipulação algébrica, e também em lidar com diferentes representações de função além de dificuldades em operar com diferentes conjuntos numéricos.

No entanto, assim como a formação dos estudantes possui lacunas, a formação do professor também as possui. Na realidade trata-se de um processo cíclico. Costa (2008) recorda em sua pesquisa que todo professor de matemática viveu, em sua vida escolar, experiências que não o ajudaram na construção do conceito de função, o que o fez acumular lacunas, da mesma forma como demonstraram os estudantes contemplados nos dados do SAEB e PISA.

Costa (2008) complementa ainda que mesmo depois de concluir o Ensino Médio, um estudante, que ingressar na licenciatura em Matemática estudará função novamente, em disciplinas como cálculo e álgebra linear. E conclui que, mesmo com todos esses anos de estudo sobre função, os professores ainda evidenciam lacunas conceituais e didáticas. Diante desse quadro, conforme indicações do autor, os professores reproduzem em suas práticas docentes modelos vivenciados com seus professores da Educação Básica. Entenda-se que não se afirma que haja problema em admirar antigos professores, ou tomá-los como exemplo. A contra indicação é reproduzir os mesmos erros conceituais e metodológicos de materiais didáticos, por não conseguir identificá-los ou superá-los.

Entretanto, a prática mostra que ainda não foram superados os obstáculos para o aprendizado do conceito de função, por parte do professor. Este é o ciclo vicioso que se perpetua não só no ensino de função, mas em outros tópicos da Educação Matemática (COSTA, 2008). Dessa forma, são evidentes as dificuldades de alunos e professores na compreensão de conceitos matemáticos e, especificamente, na compreensão de função.

Nos momentos de definição desta pesquisa, deparávamo-nos com questões tanto de natureza metodológica, quanto de natureza conceitual, acerca de função, tais como: Qual a compreensão de função por parte dos professores de Ensino Médio? Que estratégias são utilizadas por eles no ensino de função? Que conhecimentos sobre a relação proporcionalidade e função esses professores do Ensino Médio possuem? Como eles estruturam e reestruturam seu fazer pedagógico a partir das vivências de sala de aula?

Dessa maneira, para esta pesquisa, buscou-se responder especificamente à seguinte pergunta: quais são as contribuições de processo reflexivo realizado com um professor do Ensino Médio, acerca de função, como estratégia de formação docente e gerador de estratégias para o ensino de função linear com base na Teoria dos Campos Conceituais (TCC)?

Para responder a essa questão estabeleceu-se o objetivo geral desta pesquisa: Analisar a reflexão como fundamento da formação do professor para o ensino de função linear.

A partir do objetivo geral, serão dispostos os objetivos específicos:

- Caracterizar a prática inicial do professor no trabalho com função linear;

- Caracterizar as concepções do professor sobre a TCC
- Analisar as reelaborações conceituais e metodológicas realizadas pelo professor acerca do ensino de função linear.

Esta dissertação se estrutura conforme se passa a expor. No capítulo 1 apresentam-se as contribuições registradas na literatura a respeito de aspectos históricos da formação do professor de Matemática no Brasil, evidenciando a necessidade de formação permanente do professor.

No capítulo 2, está discutida a evolução do conceito de função, o desenvolvimento de suas representações através da história e os diferentes tipos de função.

No capítulo 3, apresenta-se a revisão de literatura, em busca de evidenciar as contribuições de teses, dissertações e artigos que tomaram por referência a Teoria dos Campos Conceituais, no que concerne a estruturas multiplicativas. Buscou-se também analisar o que foi produzido em relação a função e em relação à reflexão como estratégia de formação. O período pesquisado compreendeu os anos de 2012 a 2018, aqueles em que os resumos dos trabalhos começaram a ser exibidos na Plataforma Sucupira, permitindo que os trabalhos fossem selecionados a partir da consulta aos resumos.

No capítulo 4, discute-se a Teoria dos Campos Conceituais, na condição da teoria que embasa as análises deste projeto, sua relação com estruturas multiplicativas, assim como sua conexão com o estudo de função linear.

No capítulo 5, apresenta-se a metodologia, evidenciando o percurso da pesquisa, desde a escolha da abordagem qualitativa aos instrumentos de coleta de dados e suas demais etapas.

No capítulo 6, apresenta-se a caracterização da prática inicial do professor antes da formação acontecer, através da análise do planejamento, de quatro aulas iniciais e aplicação do instrumento. Assim, como analisa-se a reflexão realizada pelo professor durante sessões reflexivas a partir de suas reelaborações conceituais e metodológicas e suas concepções sobre a TCC.

No capítulo 7, apresenta-se as considerações finais que contém uma síntese dos resultados encontrados na pesquisa e projetos futuros.

2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Este capítulo trata da trajetória histórica da formação oferecida aos profissionais que se dedicariam ao trabalho com a ciência Matemática no Brasil, no âmbito escolar - o professor de Matemática brasileiro. Enfatizam-se as transformações realizadas desde os primórdios da educação no País, buscando evidenciar os elementos que foram preservados e aqueles que foram superados, de modo a se chegar à formação oferecida na atualidade e na necessidade de um processo contínuo de formação de professores.

2.1 FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

A educação no Brasil iniciou-se com a presença dos jesuítas que concebiam a Matemática como uma ciência estranha, pois relacionava letras e números. Os ensinamentos jesuíticos marginalizaram esse tipo de conhecimento, e enfatizaram os conceitos da humanidade clássica que consistiam em retórica, lógica e gramática (MIORIM, 1995).

A Matemática só passa a ser considerada importante para os jesuítas, a partir do século XVIII. No entanto, ela não permaneceu com esta visibilidade por muito tempo, visto que a ordem religiosa foi expulsa do Brasil em 1759. Com isso, o sistema educacional viveu um processo, primeiramente, de congelamento e depois de queda (MIORIM,1995).

A partir de 1808, período em que a corte portuguesa se transferiu para o Brasil, fez-se necessário o desenvolvimento da Colônia em setores que antes não existiam, dentre eles o militar, para fins de defesa da Colônia e do próprio rei de Portugal que ali passou a habitar. Esse desenvolvimento do setor, fomentou o início da sistematização matemática a partir do treinamento militar como indica Silva (1996).

Para fins de defesa, foi criada em 1810 a Academia Real Militar, onde os alunos recebiam intensa formação matemática. Ponte (2007), indica que em cursos voltados para a Artilharia e Engenharia, com duração de 7 anos, 4 deles estavam voltados para conteúdo específicos da Matemática, enquanto 3 anos se voltavam para os conhecimentos militares.

Dada a escassez de recursos da época, a formação de professores não tinha lugar. Assim, aqueles mais aptos a desempenhar a função docente eram aqueles oriundos da formação concedida aos engenheiros ou militares. Dessa forma, não havia, à época, discussões sobre metodologias ou desenvolvimento de estratégias específicas para o ensino.

Apenas a partir dos anos de 1870 a formação dos professores de Matemática passou a ser desvinculada das Escolas Militares. Esse rompimento decorreu da necessidade do efetivo trabalho dos engenheiros em suas funções, para fazer frente às ações necessárias ao crescimento econômico, naquele período. Assim, não se dispondo de professores, foi criada a Escola Politécnica, através do Decreto Imperial nº 5.600, de 1874, dando origem a novos cursos, entre eles o Curso de Ciências Físicas e Matemáticas, iniciativa voltada para a formação dos professores (BRITO, 2007)

Esse curso tinha duração de três anos e nele os alunos eram submetidos as disciplinas, como: Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo das Variações, Séries e Funções Elípticas (BRITO, 2007). Nota-se que, mesmo com a criação desse curso, as questões voltadas especificamente para o ensino, com tratamento de questões pedagógicas, continuavam não sendo contempladas.

No entanto, no período de mais de 20 anos – 1874 a 1896 – apenas 67 alunos matricularam-se no curso. Dessa maneira, ele foi fechado em 1896, fazendo com que a formação dos professores de Matemática voltasse a acontecer nos cursos de engenharia. Percebe-se que a formação do professor de matemática no Brasil se modifica, mas que nem sempre essas mudanças são benéficas para a formação, estando atreladas ao momento político, social e econômico do país e do mundo e não apenas a necessidades da formação.

Após a 1ª Guerra Mundial, com os avanços da indústria nacional e a ampliação dos centros urbanos no Brasil, foram realizadas reformas no âmbito educacional, em seus diferentes níveis. É nesse âmbito que se estrutura o movimento denominado Escola Nova que, no que diz respeito ao estudo de função, considerou o conceito como aquele capaz de articular a aritmética, a álgebra e geometria, além de colaborar para a compreensão dos estudantes sobre a realidade.

Em 1934 surgiu o primeiro curso exclusivamente destinado à formação em Matemática no Brasil, na Universidade de São Paulo – USP (CURI, 2000). Era a primeira iniciativa voltada para a discussão dessa ciência, pois anteriormente, ela esteve atrelada à engenharia e à física. Com a criação desse curso iniciou-se a distinção para a formação docente em Matemática. Duas categorias de profissionais poderiam ser ali diplomadas: os matemáticos e os professores de Matemática (BRITO, 2007).

Nesse período, a formação de professores de Matemática era baseada no padrão que passou a ser conhecido como “esquema 3+1”, isto é, com três anos de estudo de matemática e um ano de disciplinas pedagógicas, como didática e psicologia do desenvolvimento (D’AMBRÓSIO, 1996).

É importante destacar que, esse curso fazia com que os professores recebessem formação mais específica e que se iniciava proposta de discussão teórica e de metodologias voltadas para a educação. Isso nunca haviam feito parte da formação do professor de matemática até então.

Após a Segunda Guerra Mundial, com o início da Guerra Fria, novas modificações foram colocadas para a educação americana, com reflexos pelo mundo. No que diz respeito à Matemática, as mais expressivas modificações deram origem ao que se denominou Movimento da Matemática Moderna. O sistema educacional brasileiro não ficou alheio a tais modificações (CURI, 2000).

Com origem nos Estados Unidos, no final dos anos 1950, tinha o objetivo de proporcionar formação matemática mais rigorosa. Seus reflexos chegaram ao Brasil em 1960. Buscava-se aproximar o currículo da escola básica com o da Educação Superior (MIORIM, 1995). As mudanças postas para o nível que hoje corresponde ao Ensino Médio também alteraram os currículos da Educação Superior, nos cursos de licenciatura em Matemática (PINTO; SOARES, 2008).

Com a reestruturação do currículo, a álgebra foi priorizada e a geometria foi perdendo espaço, tanto nos livros didáticos quanto nas discussões em sala de aula. Nessa perspectiva, os conteúdos matemáticos estudados na escola se tornaram cada vez mais distantes da realidade dos alunos, o que se tornou um dos aspectos da crítica dirigida ao Movimento da Matemática Moderna (MIORIM, 1995).

É importante destacar que esse distanciamento foi muito prejudicial para o desenvolvimento do conceito de função. É fundamental essa articulação com a realidade, visto que tal conceito se desenvolve a partir do conceito de proporcionalidade que está presente desde os problemas mais elementares do cotidiano. A desarticulação com a geometria também é prejudicial, pois assim os alunos não acessam as diferentes formas de representação de uma função, como a gráfica.

Portanto, esse movimento contribuiu para a desarticulação do conceito de função com a realidade e com a geometria. Os danos foram causados na aprendizagem dos alunos, e se perpetuaram na formação de professores.

Essa desarticulação entre a prática docente e os conteúdos matemáticos, fomentou discussões sobre a formação do professor de matemática que foram iniciadas em 1970 (VICENTINI; LUGLI, 2009) que se estenderam até 1980 com os desdobramentos nas discussões sobre formação de professores de matemática e do desempenho deficiente na própria aprendizagem da disciplina nas escolas, surge na França, o movimento denominado Educação Matemática (VARIZO, 2006), cujo objetivo era estudar os processos de ensino e de aprendizagem relativos à disciplina de Matemática.

No entanto, os cursos de formação inicial do professor de Matemática permaneceram mantendo princípios consolidados em períodos anteriores, tais como: o afastamento das disciplinas de Matemática das disciplinas pedagógicas e a exposição dos conteúdos matemáticos pelo professor como prática de ensino (CURI, 2000).

Diante das dificuldades oriundas do processo de formação inicial do professor, e seus reflexos na aprendizagem dos estudantes, muitos pesquisadores passaram a se voltar para atender aos anseios de construção de processos de formação continuada. Nessa perspectiva, vários modelos de formação têm sido propostos.

Segundo Domite (2006) os modelos de formação continuada são diversos, desde impositivos, como também modelos com o viés de transformação. Mas a maioria desses cursos teve uma proposta elaborada a priori, sem conhecer o grupo de professores, sem conhecer a sua realidade.

Para Nóvoa (1992) quando isso acontece o professor é colocado em um nível abaixo do idealizador do curso de formação, como mero executor de padrão elaborado para uma realidade que, muitas vezes, não corresponde à dele, tornandoo assim refém de que os especialistas resolvam os seus problemas da prática. Assim o autor afirma que não podemos tratar a formação continuada de professores como formação pautada em mero acúmulo de cursos, mas através de uma reflexão crítica sobre a prática, de identidade tanto pessoal, como profissional (NÓVOA, 1992).

Por isso, neste trabalho, o ponto de partida é caracterizar a prática do professor, entender como ele planeja sua aula, como executa, como ele compreende a função linear. A formação proposta não consiste em modelo elaborado por especialista para ser imposto ao professor e avaliar se ele será capaz de executá-lo.

Este trabalho propõe analisar a reflexão como fundamento da formação do professor para o ensino de função linear, considerando sempre a percepção, a realidade e a necessidade do professor, dentro da temática de função linear.

Portanto, o professor será o protagonista do seu processo formativo. Na formação serão realizadas discussões constantes sobre as ações didáticas vivenciadas pelo professor, e suas consequências para a aprendizagem do conceito de função por seus alunos. Assim, na seção a seguir discute-se como vem sendo encarado, na literatura, o professor reflexivo.

2.2 O PROFESSOR REFLEXIVO

John Dewey foi o precursor das discussões acerca do pensamento reflexivo. Para ele, o pensamento reflexivo se estabelece a partir do questionamento, do pensar e repensar a realidade com a qual o sujeito se depara. Dewey defendia a função instrumental que o pensamento reflexivo possui, tendo origem quando o sujeito se depara com uma situação problemática (DEWEY,1959).

Para o autor, a reflexão pode partir de um problema proposto, dos mais variados para que o sujeito tenha um repertório vasto e esteja constantemente sendo levado a pensar, a refletir e a analisar (DEWEY, 1959).

Nessa perspectiva, é importante ressaltar que Dewey trata a reflexão para além do ensino, indicando cinco fases constituintes do pensamento reflexivo: a primeira é a dúvida. Quando se interrompe uma atividade por não saber como continuá-la. A segunda fase é priorizar a análise, se esta for realizada com excelência o problema será resolvido, afinal não é possível responder a uma pergunta quando não se compreendeu o que está sendo questionado. A terceira fase é a criação de hipóteses visando à resolução do problema. A quarta fase se relaciona diretamente com a capacidade de pensar, pois irá relacionar o problema com as hipóteses levantadas e os conhecimentos que já existiam antes do problema. A quinta fase compreende a verificação, a comprovação da hipótese (DEWEY, 1959).

É importante destacar os termos: criação de hipótese; capacidade de pensar; e relacionar; pois nenhuma dessas ações é possível, sem que exista reflexão. Isso diferencia o pensamento reflexivo de Dewey do pensamento mecânico e instrumentalista criticado por ele.

Dewey (1959) defendia ainda que o pensamento reflexivo precisa ser devidamente orientado. Para ele, o pensamento reflexivo não é automático, portanto precisa de direcionamentos. As orientações são imprescindíveis também para que as reflexões não aconteçam por um percurso inadequado.

Como seguidor de Dewey, Schon (2000) defende o uso da prática reflexiva em sala de aula, onde o professor deve provocar o aluno, para que este realize o percurso de sua reflexão de forma adequada. Portanto, o professor não deve, simplesmente apresentar as relações para o aluno. Embora o autor não negue a importância de conduzir essa percepção do aluno, mas é contrário a que o aluno meramente execute o que foi apresentado a ele, pelo docente.

Para Schon (1997), quando nos deparamos com um problema, ao optar por resolvê-lo, estaremos obrigatoriamente refletindo. Essa reflexão pode acontecer de três formas, segundo ele, sobre a ação, na ação e a reflexão sobre a reflexão na ação. A reflexão sobre a ação tem como principal característica a análise de tudo o que aconteceu até o resultado da ação, mas essa análise só acontece depois que o indivíduo agiu. A reflexão na ação mostra que durante a ação o indivíduo reflete enquanto age, ou seja, a reflexão e a ação acontecem concomitantemente. A reflexão sobre a reflexão na ação indica que o sujeito irá refletir a respeito da reflexão durante a ação.

Na perspectiva da formação de professores é possível utilizar as estas formas de reflexão propostas por Schon, pois o professor durante a sua aula pode fazê-lo refletindo imediatamente sobre o que está acontecendo a sua volta, aos questionamentos que são feitos, como também pode depois da sua aula refletir sobre o que aconteceu. Portanto, fazer um tipo de reflexão em um dado momento não inviabiliza que se possa utilizar o outro tipo de reflexão em uma ocasião diferente. Durante as sessões reflexivas foi possível perceber a reflexão na ação e sobre a ação, portanto estas são as formas de reflexão utilizadas na análise de dados.

Assim, esses princípios elaborados por Schon foram utilizados para acompanhar a trajetória de mudanças da formação dos professores, pelo mundo. Trata-se de contribuição, principalmente para o processo de formação continuada, quando o professor já realiza sua prática docente e pode tomá-la como referência para sua auto avaliação, durante toda a carreira profissional. Assim o professor pode evitar tornar-se mero reprodutor do conhecimento produzido pelos outros, passando, ele próprio, a ser produtor de conhecimento, a partir do que pode aprender nos processos de reflexão na ação e reflexão sobre a ação, propostos por Schon.

No próximo capítulo serão discutidos aspectos vinculados ao conceito de função, como: a evolução do conceito, as classificações, suas representações e os obstáculos que se apresentaram para a elaboração desse conceito de Função Linear, que constitui o foco desta pesquisa.

2.3 DESVENDANDO FUNÇÃO

Neste capítulo apresenta-se como surgiram as diferentes representações de função através de recortes históricos e que posteriormente possibilitaram a definição de função, como é atualmente. Serão expostas também as classificações de diferentes funções, com ênfase na Função Linear e os obstáculos na compreensão desse conceito de função.

Função é um conceito que se desenvolve intuitivamente ao longo da história da humanidade. Nas civilizações antigas havia, por exemplo, a necessidade do controle do número de animais. Há registros de que tal controle era realizado associando uma pedra a cada animal do rebanho. Com isso se estabelecia relação de dependência entre o número de pedras e o número de animais componentes do rebanho (SÁ; SOUZA; SILVA, 2003). Esta relação entre pedras e rebanho constitui a correspondência biunívoca, necessária para se estabelecer a relação existente entre os conjuntos de uma função, estabelecendo a relação de dependência entre x e y.

A relação entre as pedras e o rebanho, se torna mais difícil uma vez que sejam necessárias muitas pedras para representá-la. Assim, surge a necessidade de esboçar esta relação através de marcações em ossos e argila

É importante ressaltar que, nessa época, essa representação foi utilizada como forma de gestão das civilizações antigas, na perspectiva de controle de mantimentos a serem divididos relacionados às quantidades de pessoas. Era a forma de controle dos bens e dos gastos realizados, em correspondência. Portanto, essa representação foi uma necessidade da sociedade da época.

O princípio de dependência entre os conjuntos também foi retratado pelos babilônios, quando construíam tabelas em argila, relacionando elemento de uma coluna com elemento de outra coluna. Nessas tabelas era possível se identificarem operações como multiplicação, divisão e exponencial (SÁ; SOUZA; SILVA, 2003). Conforme indica a Figura 1.

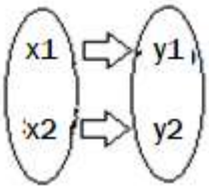
Figura 1- Tábula Babilônica - Plimpton

Fonte:mathcs.clarku.edu/~djoyce/mathhist/plimpnote.html

Percebe-se que cada elemento de uma coluna está associado a outro elemento de outra coluna e que entre essas colunas são realizadas operações. Assim, as tabelas estão entre as representações de relações. Nas tabelas de argila era possível perceber o embrião do que viria a ser a representação de função, conhecida hoje como diagrama de flechas.

O diagrama de flechas explicita que para cada elemento de x há um elemento correspondente em y, possibilitando assim a construção dos pares ordenados, tais como: (x1, y1); (x2, y2). Conforme ilustra a Figura 2.

Figura 2- Diagrama



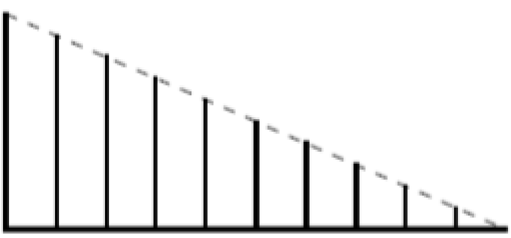
Fonte: Elaborado pela autora

Comparando a figura 1 e a 2 percebe-se que a associação elemento a elemento se mantém, no entanto a figura 1 realiza esta associação através de uma tabela e a figura 2 utiliza uma forma elíptica para associar os elementos dos conjuntos.

Posteriormente, ao diagrama de flechas, na Idade Média, segundo Boyer (1996), os filósofos escolásticos estudavam a variação entre grandezas, como a velocidade. Na velocidade há uma relação de proporcionalidade entre espaço percorrido e tempo.

Posteriormente, Oresme se propôs a traçar uma figura que mostrasse esse comportamento variável. Ele utilizou a latitude e a longitude para mapear a velocidade. Dessa forma, Oresme elabora, então, a representação gráfica da função. Portanto, foi possível representar uma função através de um gráfico (BOYER,1996). Não se trata do gráfico, conforme o conhecemos hoje, mas da representação da variação de grandezas como velocidade, de acordo com a Figura 3.

Figura 3 - Gráfico de Oresme

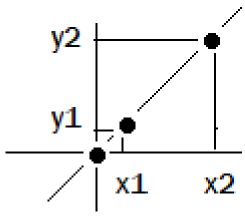


Fonte: THESS,2009 p.35

Nessa época as coordenadas já eram utilizadas, no entanto, a representação de uma quantidade variável era recente. A partir do gráfico de Oresme foi possível determinar o gráfico do movimento acelerado utilizado na física, devido a essa análise da variação da velocidade (BOYER,1996). Também a partir desta contribuição, foi possível chegar a forma atual do gráfico de uma função.

Atualmente o gráfico de uma função esboça a relação de dependência entre x e y, utilizando as coordenadas e permite através de uso a análise do comportamento da função, como ilustra a figura 4

Figura 4 - Gráfico atual



Fonte: elaborado pela autora

Nota-se semelhanças entre os gráficos, tais como a análise do comportamento de uma grandeza, que para Oresme se tratava da velocidade e no modelo atual pode-se tratar velocidade relacionada a outra grandeza como espaço e tempo. É perceptível que o gráfico de Oresme ainda que utilize retas horizontais e verticais ainda é diferente do formato atual do gráfico.

Apenas a partir do século XVI, com as contribuições de François Viète, os avanços relativos ao conceito de função foram ligados a outra representação, a representação algébrica. Viète passou a utilizar as letras, utilizando as vogais para o que fosse variável e as consoantes para valores constantes (EVES, 2004).

A representação algébrica contribuiu sobremaneira para o caráter abstrato do conceito de função. Dessa forma, a função passou a não mais se vincular, estritamente, à solução dos problemas sociais, mas ganhou importância para a própria ciência Matemática. Isso vai ter reflexos nas definições que irão ser elaboradas, a partir do século XVIII, conforme se comentará adiante.

Essas representações eram utilizadas para aplicação na resolução de problemas enfrentados pelas sociedades. Assim o diagrama de flecha foi usado para gestão de recursos nas civilizações antigas; O gráfico ocupou o papel de solucionar problemas relativos ao movimento de um corpo; a representação gráfica atendeu à necessidade de fazer frente à interdependência entre as variáveis.

Mesmo com o uso do conceito de função, em todos esses tipos de atividades, demorou ainda mais de um século para que as primeiras definições do conceito fossem elaboradas. A primeira definição de função registrada na história da Matemática foi de iniciativa de Bernoulli, em 1718. Ele definiu função como: “Uma função de uma quantidade variável composta de alguma maneira desta mesma quantidade e de números ou quantidades constantes” (SIERPINSKA,1992 apud BARRETO, 2009, p 47).

Outra definição de função foi elaborada por Lagrange, em 1806, que a compreendia como:

> Chama-se função de uma ou mais variáveis toda expressão de cálculo que envolve de alguma forma, estas variáveis misturadas ou não com outros valores dados constantes, de modo que as variáveis da função podem receber todos os valores possíveis. Assim como as funções que consideram somente variáveis sem nenhuma ligação com constantes que venham a ser misturadas. (SIERPINSKA,1992, apud BARRETO 2009 p 47)

Outra definição de função foi elaborada por Cauchy, como:“Chamam-se funções de uma ou mais variáveis aos valores que se apresentam no cálculo como resultados das operações feitas sobre uma ou mais constantes ou variáveis”(SIERPINSKA,1992 apud BARRETO 2009 p 47)

Notam-se diferenças entre as definições, nota-se que todas relacionam função com variáveis e constantes. No entanto, percebe-se que em Bernoulli e Lagrange enfatizam a lei de formação da função e a de Cauchy se concentra no valor. No entanto, a função depende tanto de sua lei de formação, quanto dos valores obtidos e da relação domínio e contra-domínio.

Esses elementos passaram a ser contemplados na definição geral de função, a qual foi elaborada em 1837 por Dirichlet, como: “ Se uma variável y está relacionada a uma variável x de modo que , ao se atribuir qualquer valor numérico a x,existe uma regra de acordo com a qual um único valor de y é determinado,então y é dito ser função da variável independente x “ (SIERPINSKA,1992,apud BARRETO 2009 p.47)

É possível perceber pelas definições de função apresentadas, o quanto o conceito foi tratado na perspectiva algébrica. No entanto, essa inclinação não deve significar que as demais representações sejam desprezadas. Ponte, Branco e Matos (2009) indicam o quanto é reducionista considerar a álgebra como um campo que estuda expressões, regras e equações, mesmo considerando que é a visão que prevalece. Dessa mesma forma, não se pode considerar a função exclusivamente em sua representação e relações do campo algébrico. Assim, o formato algébrico de uma função precisa ser relacionado tanto ao diagrama de flechas quanto ao gráfico.

A partir das representações apresentadas: diagrama de flechas, gráfico e formato algébrico é possível esboçar os diferentes tipos de função, tais como: função afim, função linear, função quadrática, função biquadrada etc. Para efeito deste trabalho discutiremos apenas a função afim, de primeiro grau, e seu caso particular: função linear.

A função é formada por dois conjuntos A e B, não vazios, definida em A com imagens e B, se e somente se, para todo x pertencente a A existe um só y pertencente a B tal que (x,y) pertence a função (IEZZI, MURAKAMI,1993).

A função de Reais em Reais recebe o nome de função afim quando x pertence aos Reais e o elemento ax+b pertence aos reais, em que a é diferente de zero e b é diferente de zero (IEZZI, MURAKAMI,1993).

Nota-se que a função afim possui um valor constante a, chamado de coeficiente angular, que multiplica x. Adicionado ao produto ax há uma soma de um valor constante, chamado de coeficiente linear (IEZZI, MURAKAMI,1993).

Para compreender estes coeficientes e as diferentes representações de uma função afim, será utilizado uma situação. Uma empresa de telefonia oferece em um de seus planos uma franquia de 50 minutos por mês e para cada minuto a mais será cobrado R$ 2, cobrando R$ 50 pelo plano. Se o contratante deste plano consumiu 30 minutos extras em um mês quanto ele pagará?

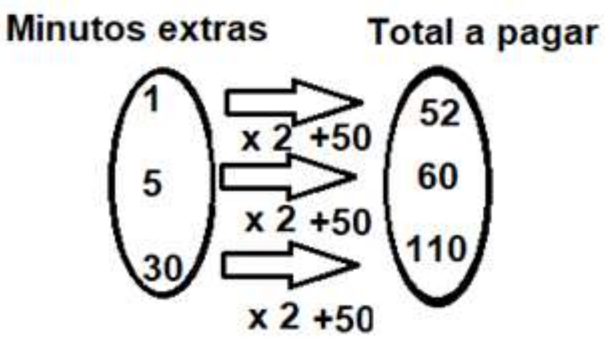
Percebe-se que 50 minutos é um valor fixo, que o contratante tem direito todos os meses independente de consumir minutos extras ou não. Assim, 50 trata-se do coeficiente linear da função, a. Na mesma perspectiva, R$2 é o valor de cada minuto extra, então quanto mais minutos extras mais contratante irá pagar. Então, R$ 2 é o coeficiente angular da função, b, pois este valor 2 sofrerá alteração a partir dos minutos extras consumidos. Portanto, a representação algébrica da função da situação é f(x) = 2x + 50.

Esta função pode ser representada, a partir da relação entre dois conjuntos, que se tratando desta situação os conjuntos são Minutos extras e Total a pagar. É importante ressaltar, que na função afim o f(x) sofrerá alterações quando o x for alterado. Isso demonstra a relação de dependência entre x e f(x). Assim, quando é colocado que foram consumidos 30 minutos extras, este valor se trata do x e ao realizar esta substituição pode-se reescrever a função como sendo f (30) = 2. 30 + 50. Portanto, f(30) = 110 reais, este é o total a pagar da conta.

No entanto, esta não é a única maneira de se obter o valor solicitado pela situação. Conforme foi discutido acima há outras formas de representação de uma função que também permitem encontrar o que se pede.

Uma delas é o diagrama de flechas, na qual será explicitado os elementos dos conjuntos envolvidos na situação, conforme ilustra a Figura 5.

Figura 5 -Diagrama situação de telefonia



Fonte: elaborada pela autora

Com o uso do diagrama se pode observar que as operações presentes na representação algébrica se trata da proporcionalidade entre os conjuntos, a partir da lei de formação 2x+50. Estes podem ser identificados como conjuntos de partida e de chegada. No entanto, há também uma nomenclatura específica, o conjunto de partida é chamado de domínio e o conjunto de chegada é chamado de contra - domínio. Há nomenclatura específica para o conjunto de elementos que estão contra - domínio e estão atrelados aos elementos do domínio, a eles é dado o nome de imagem.

A partir dessas percepções em relação ao domínio, contra - domínio e imagem utilizando o diagrama de flechas é possível classificar a função afim, assim como outras funções baseado nesta ligação entre os conjuntos. Essas formas de classificação são enfatizadas no diagrama de flechas são: sobrejetora, injetora e bijetora.

Para que uma função seja sobrejetora é necessário que cada elemento do domínio esteja atrelado a um elemento do contra-domínio, não podendo haver sobra de elemento e por isso para esta função o contra-domínio será sempre equivalente ao conjunto imagem ou seja $f: A \rightarrow B$, ocorre a $Im(f) = B$. É importante destacar que nesta função dois ou mais elementos do domínio podem ou não estar atrelados ao mesmo elemento do contra-domínio.

Na função seja injetora cada elemento do domínio só pode estar atrelado a um único elemento do contra-domínio. No entanto, nesta função é possível que elementos do contra-domínio não estejam atrelados a elementos do domínio. Por isso, nesse tipo de função o conjunto do contra-domínio pode ser diferente do conjunto imagem ou seja $f: A \rightarrow B$ é injetora quando para quaisquer elementos x1 e x2 de A, $f(x1) = f(x2)$ implica $x1 = x2$. Em outras palavras, quando $x1 \neq x2$, em A, implica $f(x1) \neq f(x2)$.

Para classificar uma função como bijetora é necessário que ela seja sobrejetora e injetora concomitantemente. Para que isso aconteça, cada elemento do domínio deve estar atrelado a um único elemento do contra- domínio e o contra-domínio tem de ser equivalente a imagem ou seja $f: A \rightarrow B$ é bijetora para todo y € B,Э x,x € A| f(x)=y.

Analisando as classificações apresentadas para a situação proposta, sobre o diagrama de flechas identifica-se que o domínio = {1, 5, 30}, o contra-domínio = {52, 60, 110} e a imagem = {52, 60, 110}. Assim, o contra-domínio é equivalente a imagem, pois não há nenhum elemento do contra-domínio que não esteja atrelado a um elemento do domínio.

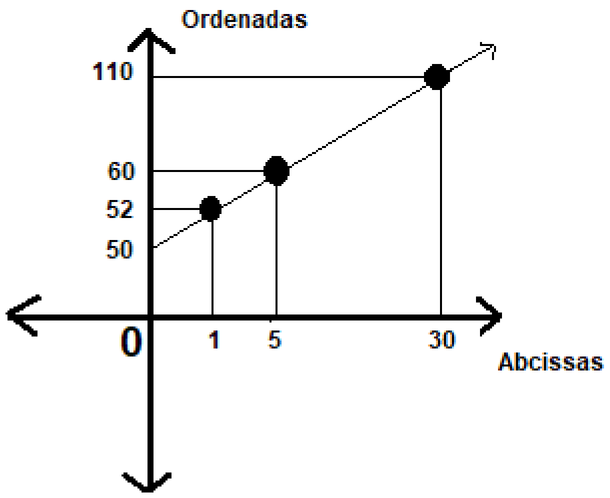
Na situação proposta anteriormente, cada elemento do conjunto dos minutos extras está atrelado a apenas um único elemento do conjunto que representa o total a ser pago, pois não é possível consumir uma mesma quantidade de minutos e pagar dois valores diferentes. Desse modo, percebe-se que a função da situação abordada é bijetora.

O diagrama permite ainda que se identifique os pares ordenados, são eles os elementos de uma conjunto que estão atrelados ao outro, tais como: (1,50); (5,60); (30,110). É importante ressaltar que a ordem dos elementos no par ordenado é definida a partir elemento do domínio, que deve ser escrito primeiro e posteriormente será colocado o elemento do conjunto de chegada.

Nesse aspecto, o diagrama de flechas apresenta uma característica fundamental para outra representação de função, a gráfica. No gráfico, o primeiro elemento do par ordenado representa a coordenada x e o segundo elemento representa a coordenada y. Essas coordenadas são inseridas em dois eixos abcissas e ordenadas. O eixo das abcissas recebe as coordenadas x e o eixo das ordenadas recebe a coordenada y.

Ao inserir as coordenadas e ligar os pares ordenados percebe-se que a união desses pontos forma uma reta. Ela se encontra em todos os gráficos de função do 1° grau, ou seja em todos os gráficos de função afim, conforme ilustra a Figura 6.

Figura 6 - Gráfico situação de telefonia



Fonte: elaborada pela autora

Esta reta é considerada crescente se o coeficiente angular, a, for positivo e decrescente quando este coeficiente é negativo. Essa classificação é importante para a análise do comportamento da função, também nomeado de estudo do sinal da função. Para tal análise é necessário identificar quando, $f(x) = 0$, $f(x) > 0$ e $f(x) < 0$.

Como a função afim, tem o formato de $f(x) = ax + b$, então para que este seja igual a zero deve-se igualar $ax+b$, a zero, $ax+b = 0$. Ao isolarmos o x, obtendo $x = (-b)/a$, está fração indica o valor de x responsável por fazer com que a expressão resulte em zero ou também pode ser chamado de zero da função. Assim, para $f(x) = 0$ tem-se que $x = (-b)/a$. Analogamente, para $f(x) > 0$ tem-se que $x > (-b)/a$ e para $f(x) < 0$ tem-se que $x < (-b)/a$. Se tratando da situação proposta, $f(x) = 0$ quando $x = -50/2 = -25$, $f(x) > 0$ quando $x > -25$ e $f(x) < 0$ quando $f(x) < -25$.

No entanto, em relação ao gráfico deve-se analisar o significado de $f(x) = 0$. Como $f(x)$ é equivalente a y, então $f(x) = 0$ é o mesmo que $y = 0$. No gráfico, quando uma coordenada é zero, o seu ponto é posicionado em cima de um eixo para que esteja ligado ao ponto zero, no centro do plano cartesiano, como mostra a figura 6.

É importante ressaltar que não apenas o $f(x)$ pode ser zero, como também o x pode ser. Para a função afim, $f(x) = ax+b$ quando isto acontece calcula-se o $f(0)$, uma vez que o x será substituído pelo zero. Assim, $f(0) = a.\ 0 + b$ obtém-se que $f(0) = b$. Então, na função afim sempre que $x = 0$, $f(0)$ sempre será b. Isso significa, que para a função afim, x e y não serão zero concomitantemente. Portanto, a reta apresentada no gráfico da função afim não passará no ponto (0,0).

Na situação proposta, pode-se observar $f(0) = b$ para o caso de não ser consumido nenhum minuto extra o contratante irá pagar apenas o valor fixo de seu plano, ou seja o valor de b. Na figura 6, o ponto (0,50) trata desse caso.

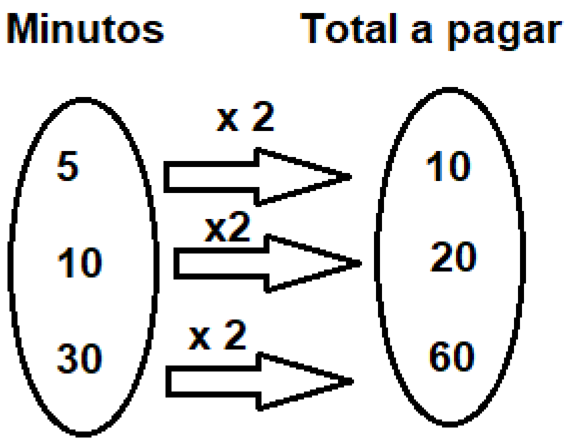
Foi analisado os casos em que $f(x) = 0$, $x = 0$ e $a = 0$. Contudo, resta analisar o caso em que $b = 0$. No entanto, para a situação proposta este caso não é possível, pois b representa o valor fixo a ser pago e na ocasião este não pode ser zero.

Então, se faz necessário alterar o plano proposto na situação para analisar o caso de $b = 0$. Assim, a alteração na situação será de que o contratante pagará apenas pelos minutos que consumir. Para isso, a nova situação é: Uma empresa de telefonia, cobra R$ 2 por minuto de ligação. Se o contratante utilizar 30 minutos quanto ele irá pagar?

Neste caso, tem – se f(x) = ax +b, em que b=0. Então, f(x) = ax. Nota-se que o valor R$2 assim como na situação anterior será multiplicado por x e portanto será o coeficiente angular e assim como na representação algébrica anterior há a mesma relação de proporcionalidade entre x e f(x), desse modo ao alterar o x, o f(x) também sofrerá a alteração proporcional a ele. Assim, a representação algébrica desta função é f(x) = 2x.

No entanto, está não é a única forma de representação desta função. Portanto faz-se necessário analisar as demais representações: diagrama de flechas e gráfico, assim como foi analisado na situação anterior, conforme indica a Figura 7.

Figura 7- Diagrama situação da ligação

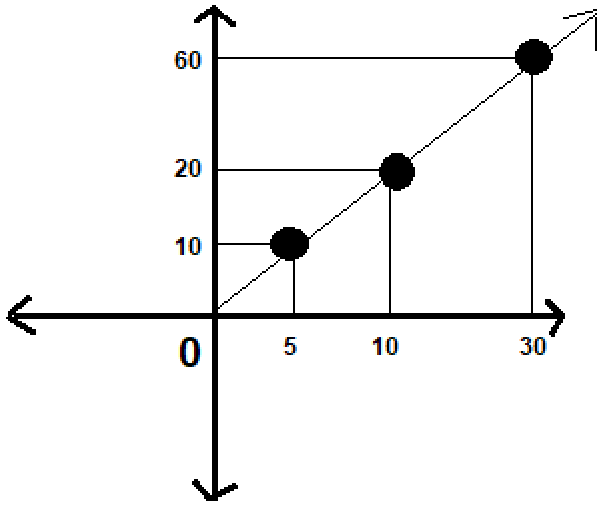


Fonte: elaborada pela autora

É válido destacar que a proporcionalidade entre os conjuntos a partir da lei de formação 2x é conservada, assim como na situação anterior. Percebe-se que cada elemento do domínio possui um único elemento do contra-domínio e que o contra-domínio é igual a imagem, caracterizando assim esta função como bijetora.

Os pares ordenados explícitos no diagrama são: (5,10), (10,20) e (30,60). Estes serão indicados no gráfico desta função, conforme a Figura 8.

Figura 8 - Gráfico da situação da ligação



Fonte: elaborada pela autora

No gráfico, estão explícitos os pares ordenados e a reta característica de um gráfico de função do 1° grau. Em que é possível realizar o estudo do sinal da função, analisando os casos em que $f(x) = 0$, $f(x) > 0$ e $f(x) < 0$.

Nessa perspectiva, como a função é $f(x) = 2x$ para que $f(x) = 0$, basta igualar $2x = 0$. Ao isolar x, obtém-se que $x = 0$. Analogamente, para $f(x) > 0$ o x deve ser maior que zero e para $f(x) < 0$ o x deve ser menor do que zero.

Assim, nota-se que há uma diferença entre o gráfico da figura 6 e o gráfico da figura 8, que é comprovada quando se realiza o estudo do sinal da função. O gráfico da figura 6 não passa pelo ponto (0,0) e o gráfico da figura 8 passa.

Isso acontece, pois na figura 6 se tratava de uma função $f(x) = ax+b$, função afim. No entanto, a função da figura 8 trata-se de um caso particular da função afim em que o $b= 0$. Então a situação atual trata-se de uma função linear, crescente, bijetora, cujo o gráfico sempre passa pelo ponto (0,0).

Este trabalho é voltado para a função linear e por isso foi necessário o resgate desde a função afim, uma vez que a função linear é um caso particular da função afim.

É importante destacar que a função afim envolve o campo multiplicativo e o campo aditivo e a função linear envolve o campo multiplicativo, no contexto do campo aritmético Este campo foi estudado no projeto OBEDUC baseado na Teoria dos Campos Conceituais e assim o foco desta pesquisa é o campo multiplicativo.

No entanto, ao estudar o campo multiplicativo, foi possível perceber diferentes situações a função linear e também com a função bilinear. Porém como o sujeito desta pesquisa solicitou auxílio em relação ao início do ensino de função no 1° ano do Ensino Médio a escolha pela função linear foi a mais adequada, pois por ser um caso particular da afim é a primeira ser estudada no 1° ano. Enquanto a função bilinear ainda que esteja contida no campo multiplicativo não é estudada neste início do trabalho com função. Desse modo, não será detalhada neste trabalho. Faz-se necessário apresentar os desdobramentos dos campos conceituais relacionados a função linear e isto ocorrerá no capítulo seguinte.

3 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Neste capítulo buscou-se evidenciar a relação entre fundamentos da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e os conceitos de proporcionalidade e funções, principalmente a função linear. Os fundamentos da teoria serão tomados em Vergnaud (1983,1988,1990,2009), mas fundamentalmente, serão buscados em trabalhos de pesquisadores brasileiros que têm se dedicado a releituras e ampliações da teoria. Evidenciam-se, também, neste capítulo as contribuições da teoria para o trabalho pedagógico com o conceito de função linear.

Vergnaud (1993, p.1) define a TCC como:

> Uma teoria cognitivista, que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, principalmente aquelas que se referem às ciências e às técnicas. De fato que ela oferece um quadro para aprendizagem, e interesse à didática; mas não é somente uma teoria didática. Sua principal finalidade é de fornecer um quadro que permita compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos entre crianças e adolescentes, entendendo "conhecimentos" tanto como o saber fazer quanto os saberes.

Assim, a TCC discute como se desenvolve a aprendizagem, no que tange a competências complexas nas ciências, como a Matemática. Desse modo a TCC se propõe a analisar o conhecimento do aluno e as rupturas nesse conhecimento. É importante destacar que, mesmo com as contribuições para a compreensão da aprendizagem do aluno, a TCC não é uma teoria didática. Para Vergnaud (1993) mesmo que a TCC apresente contribuições sobre as rupturas conceituais matemáticas dos alunos, ela não é uma teoria matemática.

Para compreender a aprendizagem do aluno, o conhecimento e suas rupturas, a TCC se utiliza dos campos conceituais. Vergnaud (1983 p1) define campo conceitual como:

> Um conjunto de problemas e situações para o tratamento necessário de conceitos, procedimentos e representações de diferentes tipos, mas que tem uma interconexão muito próxima.

Vergnaud, em seus trabalhos, desenvolveu prioritariamente os campos conceituais aditivo e multiplicativo. O campo aditivo é um conjunto de situações que envolvem as estruturas aditivas, operações aritméticas e noções do tipo aditivas, tais como: adição e subtração. O campo aditivo é um conjunto de situações que envolvem as estruturas multiplicativas e noções do tipo multiplicativo tais como multiplicação, divisão, fração e razão (VERGNAUD,1983).

Vergnaud (1983) afirma que há interseções entre os campos conceituais multiplicativo e o aditivo, como, por exemplo, nas resoluções em que é possível realizar somas sucessivas, em substituição à multiplicação. No entanto, o autor também ressalta que há diferenças entre esses campos.

Uma forma de demonstrar essa diferença entre esses campos é variando o conjunto numérico de uma situação. No conjunto numérico dos números naturais as somas e as multiplicações sempre indicam, obrigatoriamente, um aumento, mas se multiplicarmos dois números racionais o resultado encontrado será menor do que os valores iniciais. Portanto, se um indivíduo resolve esse tipo de situação acreditando que o resultado de um produto, sempre será um valor maior do que os números utilizados para realiza-lo, ao se deparar com uma situação cujo conjunto numérico não é o dos naturais, ele não conseguirá responder corretamente.

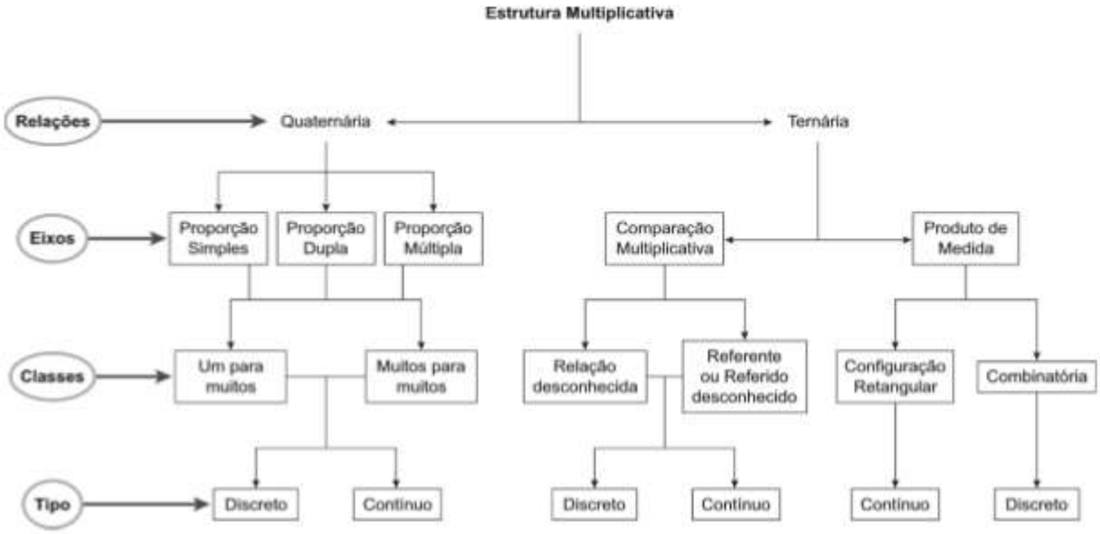
Como é possível perceber, os campos conceituais agregam diversidade de conceitos, os quais só são efetivamente elaborados pelo sujeito consciente nessa articulação. Vergnaud (1990) ressalta ainda que o conceito não pode ser reduzido à sua definição e que ele deve ser entendido como composto pela tríade (VERGNAUD; 1988) composta por: invariantes, representações e situações.

Os invariantes são o conjunto formado por relações, propriedades e objetos que o indivíduo pode reconhecer e utilizar com o intuito de compreender e dominar as situações. As representações são o conjunto de símbolos e signos que pode ser utilizado pelo indivíduo para representar os invariantes, desse modo representando também os procedimentos necessários para lidar eles. As situações são o conjunto responsável por atribuir significado ao conceito (VERGNAUD,1988).

Vergnaud realizou a classificação das situações do campo multiplicativo, considerando seus invariantes, a partir de duas categorias: relações ternárias nas situações de produto de medidas e quaternárias nas situações de isomorfismo de medidas (VERGNAUD,2009).

A partir dessas categorias ternárias e quaternárias, no que diz respeito às situações, pesquisadores brasileiros, seguidores de Vergnaud realizam as principais contribuições. A partir da classificação inicial, proposta por Vergnaud, os pesquisadores Magina, Santos e Merlini (2016) propuseram nova classificação de situações do campo conceitual multiplicativo, considerando relações, eixos, classes e tipo, como mostra a figura 9.

Figura 9 -Classificação de Situações a partir das releituras



Fonte: Magina, Merlini e Santos (2016, p. 69)

De acordo com a figura 9, percebe-se a existência de relações de duas naturezas distintas: as ternárias e as quaternárias. A relação ternária envolve duas quantidades, em busca da terceira. A relação quaternária explicita a relação existente entre três quantidades, em busca da quarta. Essas quantidades são relativas a dois conjuntos distintos, mantendo entre elas vínculo de proporcionalidade. No quadro abaixo, é possível ver exemplos de situações ternárias e quaternárias e observar suas distinções:

Quadro 1 - situações ternárias e quaternárias

Situação - Relação Ternária	Situação – Relação Quaternária
Um muro retangular, possui 3 metros de altura e 5 de comprimento. Sabendo que o muro será pintado, determine a superfície do muro que será pintada. A superfície do retângulo é	Uma hamburgueria lança uma promoção, dois hambúrgueres por R$20. Quanto custa quatro hambúrgueres? Hamburguer Custo x10

equivalente a área do muro. Área = 3. 5 = 15m²	2 ---------------- 20 x10 4 ---------------- x

Fonte: elaborado pela autora

Na situação ternária, percebe-se que estão envolvidas três grandezas: área, altura e comprimento. Nota-se que ao multiplicar altura e comprimento, ambos em metros, obtém-se um resultado em m², assim depois de realizado este produto a grandeza não é a mesma.

Na situação quaternária, estão envolvidas quatro quantidades, duas de hambúrgueres e duas do custo. Percebe-se que a um valor constante relacionando os hambúrgueres com o custo, 10. Este valor é obtido a partir da relação entre 2 hambúrgueres e R$20, ao dividir 20 por 2 obtêm-se 10. Para 4 hambúrgueres o custo irá aumentar proporcionalmente. Assim, 4 também será multiplicado por 10 e obtêm-se que o custo de 4 hambúrgueres é de R$40.

Essa situação dos hambúrgueres é uma função linear. Em que o seu coeficiente angular é o valor 10. Assim, a função desta situação é f(x) = 10x. Por isso, pode-se perceber a que proporcionalidade presente nas relações quaternárias é essencial na elaboração do conceito de função linear.

Dessa forma, as contribuições da TCC para este trabalho foram tomadas apenas naquilo que diz respeito às relações quaternárias, visto que as relações ternárias, não são base para a função linear.

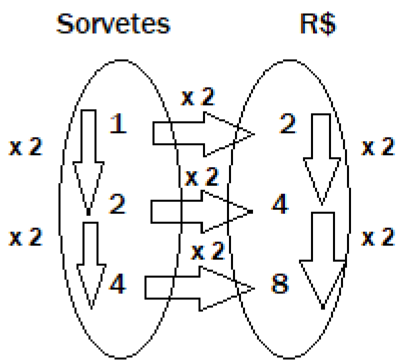
Com relação aos eixos que compõem a relação quaternária, tem-se o eixo de proporção simples; proporção dupla e proporção múltipla. Sendo que a proporção simples relaciona quatro quantidades de naturezas distintas duas a duas, como no exemplo dos hambúrgueres acima representa uma função linear. A proporção dupla relaciona mais de duas quantidades, duas a duas, representando a função bilinear. Na proporção múltipla há uma relação de dependência entre todas as quantidades envolvidas, sendo assim constituída por um conjunto de proporções simples (SANTOS, 2015). No entanto, como o presente trabalho propõe um olhar sobre função linear, então será realizado o detalhamento apenas em relação esta função e consequentemente ao eixo em que ela se encontra: proporção simples.

O eixo proporção simples se divide nas classes: um para muitos e muitos para muitos. Na classe um para muitos, um dos quatro elementos que estão envolvidos na situação corresponde à unidade. Na classe muitos para muitos, tem-se a relação entre quantidades de forma que nenhuma dessas quantidades é um (SANTOS, 2015). Pode-se encontrar como resposta quantidades não condizentes com medida fornecida na situação. Por exemplo, em uma situação que envolva quantidade de carros. Se for encontrado um valor para a quantidade de carros 2,5 há a necessidade de que se compreenda que matematicamente o 2,5 é uma resposta possível, mas não é possível se ter 2,5 carros na realidade, ou seja ou se tem 2 carros ou 3 carros (SANTOS,2015). Santos, mostra que resultados como este do exemplo do carro são mais comuns em situações da classe muitos para muitos.

Santos afirma ser importante distinguir essas classes, principalmente quando se busca avaliar resoluções que os estudantes podem estar realizando, pois a presença da quantidade um pode ser fator facilitador para que se encontre um dos operadores, funcional ou escalar (SANTOS, 2015).O exemplo apresentado na figura 10 ilustra situação do eixo proporção simples

Figura 10 - Diagrama Situação Proporção Simples

Situação Eixo proporção simples e diagrama
Em uma sorveteria 1 sorvete custa R$ 2. Quanto custam 4 sorvetes?



Fonte: Elaborada pela autora

Neste exemplo da situação de proporção simples, é possível perceber que há relação entre os conjuntos sorvete e reais. Esta acontece dentro de cada um dos conjuntos e também entre as quantidades relativas a cada conjunto. Para designar essas diferentes relações, Vergnaud (2009) forjou os termos operador escalar e operador funcional: o operador escalar não possui dimensão, pois vincula quantidades de mesma natureza. É o caso, da seta na vertical no conjunto sorvete, ligando o 1 ao 2, como quantidades de sorvete. O operador funcional relaciona quantidades de natureza diferente. É o caso, da seta na horizontal ligando o conjunto sorvete ao conjunto de R$.

Como foi possível evidenciar, o eixo de proporção simples está atrelado à proporcionalidade entre os conjuntos. Nessa perspectiva, pesquisas como Tinoco (1996), Schliemann e Carraher (1997) demonstraram a relevância do conceito de proporcionalidade. Os autores enfatizam que as práticas escolares que tratam os conceitos apenas a partir do algoritmo da regra de três não contribuem para a compreensão das relações presentes.

É possível verificar os efeitos da regra de três, no sentido de esconder a proporcionalidade entre as quantidades dos diferentes conjuntos, retomando-se mais uma vez o exemplo da sorveteria. O Produto cruzado ou regra de três, seria realizado entre os elementos 4 (sorvetes) e 2 (reais), dividindo-o pelo 1 (sorvete), obtendo-se x = 8 (reais). É importante considerar, que mesmo utilizando-se os elementos pertencentes aos dois conjuntos diferentes, eles não estão vinculados nem pelo operador funcional, nem pelo escalar.

Vergnaud (1988) considera que o algoritmo é uma forma de encontrar a solução, sendo, portanto, algo importante. No entanto, é necessário que se chegue à solução, realizando as relações necessárias para o desenvolvimento e compreensão da relação entre os conjuntos.

Esse desenvolvimento pode se iniciar na infância. Spinillo (1997) defende que, as crianças são capazes de resolver problemas de proporcionalidade de forma intuitiva, desde muito pequenas. A autora considera que o raciocínio proporcional é a capacidade de estabelecer relações de primeira e de segunda ordem. As de primeira ordem se caracterizam por estabelecer relação entre partes, representadas por uma razão e fração quando se estabelece a relação parte-todo. As de segunda ordem realizam uma comparação entre a relação parte-parte e a relação parte-todo.

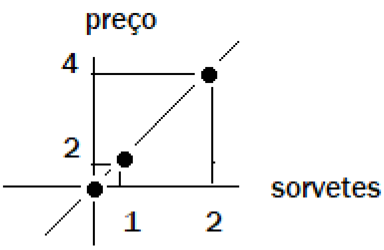
No entanto, pelos dados do SAEB e PISA apresentados anteriormente, sabe-se que o conceito de proporcionalidade entre os conjuntos permanece difícil, mesmo para estudantes do último ano do Ensino Fundamental, aqueles que já se encontram na faixa etária em torno dos quinze anos. Os dados indicaram ainda dificuldades quanto a estabelecer relações entre diferentes representações e para operar com termos algébricos. Esse acúmulo de dificuldades se perpetua até o Ensino Médio e nesta ocasião, os alunos se deparam com função linear.

A função linear é baseada no conceito de proporcionalidade entre conjuntos. Pois, se a quantidade de sorvetes dobra, o mesmo acontece com o valor em reais que será pago pelos sorvetes, se este fosse triplicado o mesmo aconteceria com a quantia em reais a ser paga. Então, para qualquer valor no conjunto dos números naturais que a quantidade de sorvetes for multiplicada o valor a ser pago em reais também será multiplicado. Assim, a divisão entre o valor em reais e a quantidade de sorvetes e se manterá constante e quando isso acontece as grandezas envolvidas são proporcionais, por exemplo : 1 sorvete custa R$2, 2 dividido por 1 resulta em 2, 2 sorvetes são R$ 4 e 4 dividido por 2 resulta também em 2. No entanto, essa constante 2 do exemplo no contexto da função linear trata-se do operador funcional para Vergnaud e na matemática este mesmo 2 é o coeficiente angular são, garantindo a proporcionalidade da função linear.

A correspondência entre operador funcional e coeficiente angular é fundamental para a representação de função. Em seu formato algébrico, para o caso da sorveteria, cujo operador funcional é 2, a função seria $f(x) = 2x$. Dessa forma, conforme a quantidade de sorvetes comprados aumentar, o valor a ser pago aumentará proporcionalmente.

Na figura 11 foram indicadas as ligações entre os conjuntos sorvete e R$, em que é visível que para cada elemento no conjunto sorvete há um elemento no conjunto R$, além do contra-domínio ser equivalente ao conjunto imagem. Com isso, tem-se que esta função é bijetora, conforme definido anteriormente, e que seus pares ordenados são (1,2); (2,4) e (4,8).

Figura 11 - Gráfico da Sorveteria



Fonte: Elaborado pela autora

Esses pontos foram utilizados para a construção do gráfico e a partir desta construção está explicito duas características da função linear: a figura formada pelo gráfico é uma reta e a reta passa pelo ponto (0,0).

A partir do que foi exposto sobre a TCC,é importante destacar que pelo foco ser o ensino de função linear foi explicitado que nas situações que envolvem proporção simples, são as que representam uma função linear. A seguir apresenta-se a revisão de literatura, que trará pesquisas sobre função linear, formação de professores e estruturas multiplicativas.

4 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo apresentam-se pesquisas, que contemplam os temas que se conectam na estruturação desta dissertação: estruturas multiplicativas, formação de professores e função linear. Tendo como base: o banco de teses e dissertações da Capes e do portal de periódicos da Capes, buscou-se localizar trabalhos que, ligados aos referidos temas, trouxessem contribuições para a análise que ora se propõe. O recorte temporal foi delimitado entre 2012 e 2018, pois nesse período a Plataforma Sucupira, onde se albergam esses trabalhos, passou a disponibilizar seus resumos, o que propiciou detectar as obras que pudessem contribuir para as discussões deste trabalho. Os títulos e especificações dos nomes dos autores se encontram nas tabelas presentes nos apêndices E,F e G.

Para a realização das consultas, no banco de teses e dissertações, foram efetivados pareamentos entre as categorias: estruturas multiplicativas, formação de professores e função linear. No par: estruturas multiplicativas e função linear, foram encontrados 67 trabalhos entre teses e dissertações. Destes foram, foram selecionados, a partir da leitura dos resumos, 8 trabalhos que contemplavam a proposta em questão.

Quando colocados na busca outro par de tópicos, função linear e formação de professores foram encontrados 7732 trabalhos. Assim, foi necessário aplicar filtros, selecionando-se em área do conhecimento os tópicos de educação e ensino de ciências e matemática. Este filtro fez a quantidade de trabalhos se reduzir para 2289.

Essa quantidade elevada de trabalhos está relacionada à larga produção de pesquisas em torno da formação de professores, em sua maioria as pesquisas envolviam formações de áreas como pedagogia, biologia e literatura. Aplicou-se o filtro de teses e assim a quantidade de trabalhos reduziu para 595 trabalhos. Destes, apenas um trabalho atendeu à proposta desta pesquisa, pois apenas este utilizava a palavra função no âmbito de função linear.

O último par pesquisado, formação de professores e estruturas multiplicativas apresentou 7705 trabalhos. Ao aplicar os filtros de área do conhecimento em ciências humanas e educação, a quantidade de trabalhos passou a 3702. Por último foi colocado o filtro de área de concentração de formação de professores e assim a quantidade de trabalhos encontrados foi de 192. Apenas dois contemplavam a proposta desta pesquisa.

Para analisar as pesquisas selecionadas, escolheu-se dividi-las em duas categorias: intervenção com alunos e formação de professores. Esta necessidade surgiu devido à seleção de pesquisas que envolviam estruturas multiplicativas e função linear e que não retratavam a formação de professores.

Ainda assim, essas pesquisas podem contribuir com este trabalho por discutirem a mesma teoria com implicações em função linear ou em proporcionalidade, que é um conceito que embasa a função linear, conforme foi apresentado nos capítulos 2 e 3 desta dissertação.

Além do Banco de Teses e Dissertações, foi consultado também o Portal de Periódicos da Capes. Para essa busca foram utilizados os mesmos pares que no banco de teses e dissertações. Nos pares estruturas multiplicativas e formação de professores, função linear e formação de professores foi localizado o mesmo periódico duas vezes, proveniente da tese de Lacerda que está no tópico 4.2 deste capítulo. Quanto ao par estruturas multiplicativas e formação de professores encontraram-se 4 trabalhos, no entanto dois eram o periódico duplicado de Lacerda e os outros dois tratavam da formação com professores dos anos iniciais e por isso foram descartados.

4.1 INTERVENÇÃO COM ALUNOS

O primeiro trabalho aqui analisado (DIAS, 2016) aborda o conceito de proporcionalidade, o qual, conforme já discutido, embasa a função linear. Trata-se, então de conceito fundamental para que os alunos consigam não apenas utilizar as representações, como realizar a análise delas.

Nessa perspectiva, a autora trabalhou, com 32 alunos de 6° ano, a proporcionalidade. Embora proporção seja um conteúdo contemplado apenas a partir do 7° ano, o autor analisou os estudantes, antes que eles fossem expostos às experiências escolares com o conceito. Interessava-lhe utilizar os conhecimentos prévios dos alunos, antes que eles tivessem internalizado a resolução pelo algoritmo da regra de três. Foi utilizado pré e pós-teste, com *feedback* acerca das respostas às situações propostas, possibilitando que o aluno pudesse realizar reelaborações conceituais.

A pesquisadora analisou também a percepção dos estudantes sobre o objeto de aprendizagem (OA) Equilibrando Proporções, como: a relação entre as grandezas nas situações propostas no OA, as dificuldades que foram constatadas na diversificação dos conjuntos numéricos e a funcionalidade das tabelas apresentadas pelo OA.

A pesquisa mostrou que os alunos possuem conhecimentos sobre proporcionalidade, mesmo sem terem vivenciado atividades pedagógicas para tal fim. Na pesquisa utilizou-se desses conhecimentos para abordar as relações entre as grandezas envolvidas nas situações do OA e sem a utilização do algoritmo, priorizando a compreensão das etapas da resolução e não a verificação da resposta correta.

Assim, essa pesquisa evidencia que os alunos possuem conhecimentos prévios, mesmo quando trabalham com tema ainda não estudado de forma direta, na escola. Mostra ainda que para resolver situações de proporcionalidade é necessária a compreensão e não meramente a reprodução do algoritmo que leve à resposta correta.

Castro (2016), realizou estudos, também com alunos de 6º ano, fundamentada nas contribuições de múltiplas representações, com subsídios das tecnologias digitais. Os alunos trabalharam com situações quaternárias de proporção simples, dupla e múltipla, conceitos contemplados na Teoria dos Campos Conceituais.

O contato com múltiplas representações e com diversas situações durante a intervenção, propiciou a modificação de estratégias dos estudantes, que se tornaram mais elaboradas, mesmo se tratando de situações conhecidas. Assim, essa pesquisa revela a necessidade de utilização de diversas representações e diversas situações que surgiram dentro do contexto dos estudantes, visando ao desenvolvimento conceitual por parte dos alunos.

O estudo de Leite (2016) abordou alunos dos 7°, 8° e 9° ano do Ensino Fundamental. Buscou descrever e classificar as resoluções e estratégias desenvolvidas por eles, ao resolverem atividades computacional e não-computacional, as quais envolviam situações-problema de proporção dupla e proporção múltipla em relações diretamente proporcionais.

Eles realizaram duas atividades em momentos distintos: (a) atividade computacional, realizada coletivamente e envolvia resolução de quatro situações-problema alternadas entre proporção dupla e proporção múltipla; (b) atividade não computacional, realizada individualmente, na qual os participantes apresentavam estimativas para resolver duas situações-problema (uma de proporção dupla e uma proporção múltipla). Os resultados encontrados foram analisados quanto ao número de acertos e as estratégias elaboradas para realização das duas atividades.

O desempenho na atividade computacional revelou médias altas para todos os anos e não foi encontrada diferença significativa nas médias entre os anos investigados. No entanto, o desempenho da atividade não computacional apresentou médias mais baixas. Ao fazer a comparação detectou-se que a proporção múltipla foi a que os alunos tiveram maiores dificuldades.

Os dados apontados por Leite (2016) apontaram utilização do operador escalar nas situações de proporção dupla; já nas situações de proporção múltipla, identificou-se elevado índice de estratégia mista, que se refere ao uso dos operadores escalar e funcional entre as grandezas.

Essas pesquisas mostram que, quando os estudantes entram em contato com diversificadas representações e situações é possível elevar o seu nível de elaboração conceitual. Os estudos demonstram ainda que o desempenho não é diferente, entre os anos escolares. Assim, pode-se inferir que os baixos desempenhos demonstrados através dos dados do PISA e do SAEB, anteriormente apresentados, podem decorrer de práticas de ensino mecânicas.

Este tópico da revisão de literatura foi elaborado como subsídio para a caracterização do domínio conceitual, por parte do alunado com o qual o professor do Ensino Médio trabalhará, no sentido de construir com eles o conceito de função. Na próxima seção serão discutidas pesquisas acerca da prática de professores.

4.2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Como já foi discutido anteriormente, a formação de professores de Matemática no Brasil esteve historicamente atrelada a áreas como: a formação militar e as engenharias. É muito recente a criação da área denominada Educação Matemática, a qual se volta para discussões acerca da formação de profissionais que considerem os próprios conceitos matemáticos, agregados às metodologias a eles adequadas, além do aluno como sujeito de sua aprendizagem.

Mesmo diante dessa corrente, com nova percepção acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática, os cursos de formação de professores permanecem trabalhando com essa ciência, segundo um desenvolvimento lógico e dedutivo, partindo de noções e teoremas conhecidos e definindo novas noções e provando novos teoremas. Essa forma de apresentar a Matemática, no período da formação, traz consequências para a maneira como os professores organizam e ensinam a disciplina na sua prática docente, acreditando ser necessário partir da definição de conceitos, demonstração de teoremas e exercícios, com organização lógica dos resultados.

A pesquisa de Ferreira (2014) foi realizada com a observação de dois professores de escolas públicas, em suas salas de aula. O objetivo era identificar elementos do saber específico do professor de matemática, que foram utilizados ou que o professor pretendia utilizarem sala de aula.

A pesquisa identificou tensões entre os processos de validação aceitos no desenvolvimento formal dedutivo, característico da matemática acadêmica, e aqueles adequados ao desenvolvimento lógico dos conteúdos escolares, considerando o contexto da sala de aula da Educação Básica.

Foi ressaltado ainda o choque entre a concepção do professor sobre os conceitos e a concepção procedimental dos alunos na compreensão dos conceitos relacionados a expressões algébricas. O estudo realizado identifica saberes importantes e fundamentais que compõem o conhecimento matemático específico do professor da Educação Básica e que não são mencionados nas recomendações para a formação de professores de Matemática no Brasil. Tal como analisar a conveniência de fornecer uma definição, escolhendo adiar ou mesmo evitar a sua apresentação e, assim discernir o papel das definições no ensino e aprendizagem.

Portanto, há necessidade de reflexão do professor sobre sua prática, para discernir sobre a realidade heterogênea de sua sala de aula e assim realizar essa escolha sobre o momento adequado de apresentação e não apresentação de determinada definição, operação, procedimento ou estratégia. Ferreira (2014) aponta que não há recomendações para que as formações de professores trabalhem com o professor esse tipo de reflexão.

Souza (2015) pesquisou 59 professores de anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, a quem foi solicitada a elaboração de 8 situações-problema que envolviam multiplicação e divisão. Os resultados mostraram que os problemas elaborados eram majoritariamente do eixo proporção simples, na classe um para muitos, a que sempre envolve a quantidade 1. Dentro das concepções dos professores sobre as estruturas multiplicativas investigadas na pesquisa, registrou-se o quanto as concepções se aproximam, indicando que os professores percebem a relação de filiação entre o campo multiplicativo e aditivo.

A pesquisa de Soares (2016) realizou análise do tratamento dado à proporcionalidade, utilizando os planejamentos de um grupo de professores e os livros didáticos por eles adotados. Revelou-se que a proporcionalidade é tratada, por esse grupo de docentes, sem a realização das conexões necessárias com outros conteúdos, o que pode contribuir para a limitação do entendimento do conceito, por parte dos alunos. Foi revelado, igualmente, o isolamento do conceito de proporcionalidade no âmbito da álgebra, sendo utilizada com mais intensidade no viés aritmético. A autora comenta que a transição da proporcionalidade do campo aritmético para o campo algébrico é pouco explorada tanto nos livros didáticos, onde foram detectadas poucas situações, quanto nos planejamentos dos professores.

Soares (2016) atesta ainda que proporcionalidade só é tratada como função no Ensino Médio, confirmando que a igualdade proporção ainda é o modelo mais utilizado nos materiais curriculares.

A pesquisa de Vasconcelos (2014) também indica a escassez de diversificação de situações para o trato com a proporcionalidade, no Ensino Médio. Foi identificado ainda que os professores não percebem a importância de utilizar simultaneamente mais de uma forma de representação, além da dificuldade que tanto professores, como o material didático adotado apresentam em relação à contextualização de função linear.

Na tese de Carvalho (2017) e no artigo Carvalho, Castro Filho, Maia e Pinheiro (2016) encontra-se analisado processo de formação colaborativa, com 4 alunos da licenciatura interdisciplinar em ciências naturais e matemática. Nesse processo, os autores analisam a reflexão sobre a prática docente, a elaboração de problemas e a utilização de múltiplas representações para o ensino de função.

Na mesma perspectiva Maia (2016), realizou com três professoras de escolas de anos iniciais do Ensino Fundamental uma formação continuada com recursos tecnológicos de uso comum no cotidiano das professoras - *facebook* e *whatsapp*. Essas professoras faziam parte do projeto OBEDUC/E-Mult, onde assumiam a função de coordenadoras da pesquisa, nas escolas a que estavam vinculadas. As professoras elaboravam e aplicavam situações com seus alunos. Fazendo uso das tecnologias compartilhavam suas impressões, dificuldades, realizando assim, reflexão sobre a prática, como estratégia formativa. O autor percebeu que, mesmo já fazendo parte do processo de formação OBEDUC/E-mult, as professoras mantinham carências conceituais e didáticas em relação aos conceitos do campo multiplicativo.

Dessa forma Maia (2016) evidencia a importância e a efetividade do apoio tecnológico para o professor, no processo de formação continuada, como ferramenta para a reflexão coletiva acerca da prática docente, sempre iluminada pelo estudo teórico. Dessa forma, é possível avançar na superação de suas lacunas de formação.

A pesquisa de Oliveira (2014) propôs a análise de sessões reflexivas, como estratégia para que professores que ensinam matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, percebessem efetivamente as suas práticas em sala de aula e as contribuições para a construção conceitual por parte de seus alunos. A pesquisa foi realizada com dois professores e partiu da discussão acerca da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para posteriormente serem realizadas as sessões.

Ambos os professores reconheceram a importância das sessões reflexivas para as práticas em Matemática. A pesquisa indica, ainda, a necessidade de serem criadas e propostas formações que envolvam a reflexividade dos professores acerca do seu próprio fazer, uma vez que processos formativos em larga escala não têm contribuído para a modificação das práticas pedagógicas e para o melhor desempenho dos estudantes.

As pesquisas trazidas neste tópico da revisão de literatura tiveram o intuito de contribuir para a análise de dados, principalmente em relação às reelaborações de professores a partir de reflexão. Esta perspectiva é importante no âmbito deste trabalho, uma vez que se objetivou analisar as contribuições que sessões reflexivas trouxeram para a formação de um professor do Ensino Médio, no trabalho com função linear, norteada pela Teoria dos Campos Conceituais, especificamente as estruturas multiplicativas.

No entanto, é necessário destacar as diferenças deste trabalho em relação as pesquisas apresentadas. Nenhuma das pesquisas apresentadas tiveram como ponto de partida a necessidade do sujeito da maneira que neste trabalho, uma vez que o professor buscou o acompanhamento da pesquisadora e dessa forma foi que se tornou sujeito da pesquisa.

A escolha das leituras sobre a TCC para cada sessão reflexiva foi demarcada a partir das necessidades do sujeito atrelando diretamente a função linear. As situações aplicadas em sala pelo professor foram elaboradas por ele com o auxílio da pesquisadora, nas sessões reflexivas e debatidas nelas. O professor também foi constantemente indagado sobre a discussões e seu objetivo ao solicitar esse auxílio antes de a pesquisa começar.

Desse modo, após destacar as semelhanças e diferenças deste trabalho com as pesquisas apresentadas, no próximo capítulo, encontra-se detalhada a metodologia utilizada nesta pesquisa, as etapas do processo de formação proposto, o sujeito e o lócus em que a pesquisa aconteceu.

5 METODOLOGIA

Neste capítulo são apresentados os pontos teórico-metodológicos que embasaram esta pesquisa. Propõe-se uma abordagem metodológica sensível à ação, de modo que se possa alterar a realidade. Neste caso, propôs-se pesquisa qualitativa do tipo ação-pesquisa, da qual se apresentam os principais fundamentos. Expõem-se também as etapas realizadas para a consecução dos objetivos propostos e os instrumentos utilizados na coleta de dados. Apresentam-se os sujeitos da pesquisa e o local de desenvolvimento dos trabalhos de campo.

5.1 PESQUISA QUALITATIVA

A escolha pela pesquisa qualitativa para a realização desta dissertação foi baseada na percepção trazida por Bogdan e Biklen (1994) de que se trata de tipo de investigação detalhada referente a pessoas, a locais e a conversas. Neste caso, as questões da investigação são elaboradas para compreender a complexidade do evento estudado em contexto natural. Mesmo que na investigação qualitativa seja possível selecionarem-se questões específicas, conforme se captam os dados, a investigação enfatiza prioritariamente a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos próprios sujeitos da investigação.

Para Minayo e Sanches (1993) a abordagem qualitativa realiza aproximação primordial entre sujeito e objeto. Pesquisador e pesquisado se envolvem em empatia com os motivos e intenções referentes ao projeto.

A pesquisa qualitativa é importante para esta dissertação, uma vez que o processo de formação continuada do professor de Matemática, através de reflexões, exige interação constante entre a pesquisadora e o pesquisado. A pesquisadora esteve em busca da compreensão dos fenômenos, levando em consideração a perspectiva do sujeito da pesquisa e o quadro teórico escolhido. Somente a partir disso foi possível realizar a interpretação dos fenômenos ocorridos durante o processo de formação.

5.2 AÇÃO-PESQUISA

A ação-pesquisa é um tipo de investigação intencional e conduzida pelo pesquisador, visando alcançar mudanças favoráveis para quem está envolvido no processo. Os atores deste tipo de pesquisa se debruçam sobre eles mesmos, ou seja, a pesquisa é efetuada pelos atores envolvidos no processo e sobre o processo que estão vivenciando (BARBIER, 2002).

A ação é prioridade nesse tipo de pesquisa, permitindo que as consequências dela forneçam dados ao pesquisador de maneira que se possa esclarecer o objeto delimitado (BARBIER, 2002).

Para Barbier (2002) a ação-pesquisa se divide em três etapas. Na primeira, se realiza o diagnóstico da realidade encontrada; estabelece-se contrato com os sujeitos participantes, de modo que fiquem claros os papéis e a participação de cada um durante o processo de pesquisa; realiza-se o compartilhamento dos objetivos da pesquisa.

No caso desta pesquisa, o primeiro passo dado foi a aproximação do professor, sujeito da pesquisa, com a pesquisadora. Naquela ocasião, o professor revelou inquietações acerca de seu trabalho em sala de aula com os conceitos de proporcionalidade e função. Sabendo que a pesquisadora participava de grupo de pesquisa que discutia questões voltadas a esses conceitos, manifestou desejo de conhecer a Teoria dos Campos Conceituais e suas influências sobre a proporcionalidade. Diagnosticava-se, então, a necessidade da formação manifestada pelo próprio sujeito que viria a participar da pesquisa

Assim, firmou-se o acordo para que a pesquisa fosse realizada a partir de sua prática em uma sala de aula, para o processo formativo acerca da referida teoria, com base em sessões reflexivas. Dessa maneira, ficaram explícitos para o professor os objetivos da pesquisa.

A segunda etapa da ação-pesquisa, proposta por Barbier (2002) consiste no processo contínuo de planejamento e ação, em espiral. Portanto, o pesquisador se encontra em um processo contínuo de planejamento, ação, planejamento. Sempre discutindo com os sujeitos o problema em questão e suas percepções

Para esta pesquisa, iniciou-se a segunda etapa com a caracterização da prática do professor antes de qualquer intervenção por parte da pesquisadora e de qualquer discussão acerca da TCC. A atuação do professor em sala de aula foi a base sobre a qual se realizou o planejamento.

Foram acompanhadas quatro aulas do professor, quando ele iniciou o trabalho com o conceito de função. Foi realizada ainda a análise dos planejamentos elaborados pelo professor para as primeiras duas semanas do trabalho com função (8 aulas), mesmo que esse planejamento excedesse o período de observação. Aplicou-se ainda instrumento avaliativo acerca de sua função linear (apêndice D).

No período de observação, nenhuma interferência foi realizada pela pesquisadora. Comentários ou troca de informações com o professor sobre as observações das aulas, acerca do planejamento, ou das respostas fornecidas pelo professor no instrumento aplicado, só foram iniciados quando iniciado o próprio processo formativo.

A formação continuada ocorreu em 7 sessões reflexivas. Em cada uma delas se analisava a aula anterior. De cada sessão originou-se o planejamento da aula subsequente, levando em conta o que era percebido da prática do professor, em cada momento. Tratou-se de reflexão e planejamento realizados de forma conjunta - pesquisadora e professor. Seguiu-se assim, o que recomenda Loiola (2004), que para as ações educativas, as sessões reflexivas são momentos de interação entre pesquisador e professor, com o intuito de discutir de forma reflexiva a prática docente.

Segundo Magalhães (2007) as sessões podem fazer com que os envolvidos, professor e pesquisador, discutam de tal maneira que possibilite novas compreensões, que podem ressignificar tanto a prática, como também o ensino e a aprendizagem.

A ação do pesquisador nas sessões reflexivas é auxiliar o professor a revelar aspectos de sua prática que lhe façam avançar para a elaboração conceitual de seus alunos. Loiola (2004) adverte para a necessidade de o pesquisador evitar a postura de apontar erros, fazer correções ou forçar o professor a seguir algum padrão imposto por ele. Na mesma perspectiva, Ibiapina (2008) defende que a reflexão não deve ser confundida com apontar de erros.

Magalhães (2007), a partir de Smith, estabelece uma sequência de quatro momentos que orientam a sessão reflexiva: descrição da prática; explicações sobre o sentido da prática; questionamento sobre os significados trazidos; e ressignificação. Esses momentos foram adotados neste trabalho, durante as sessões reflexivas, embora não se possa determinar que eles momentos ocorreram em sequência linearmente cronológica.

No primeiro momento, o professor descreveu os pontos que considerou relevantes na aula que ministrou. A pesquisadora interagiu com o professor nesse momento. O professor realizou o relato a partir da sua memória sobre a aula.

No segundo momento, a pesquisadora, a partir de edição do vídeo da aula, exibiu os pontos considerados relevantes para ela. Discutiram-se as impressões de cada um, assistindo ao vídeo editado da aula anterior, com professor e pesquisador trazendo pontos que consideraram importantes na aula, buscando fazer aflorar o sentido daquilo que foi vivenciado.

No terceiro momento, eram discutidos os elementos da aula, tomando por base os elementos da Teoria dos Campos Conceituais, apoiados em texto de referência, disponibilizado pela pesquisadora com antecedência. Para esta formação, a pesquisadora escolheu o capítulo 3 do livro Formação de Professores e as Estruturas Multiplicativas Reflexões Teóricas e Práticas do Profº. Dr. Aparecido Santos. Esse texto foi escolhido por estar em linguagem acessível para o professor, visto que ele não possuía estudo anterior sobre a TCC. No capítulo escolhido, o livro realiza uma explanação geral sobre a TCC com suas relações, eixos, classes e tipos ou seja essa literatura traz a classificação das releituras sobre a TCC.

No quarto momento, se buscou questionar a articulação entre a teoria e a prática; contribuições da teoria para o fazer docente.

Embora as sessões reflexivas tenham tomado por base essa sequência de momentos, professor e pesquisador são livres para fazer questionamentos. Portanto, a ordem dos momentos sofreu alterações, devido a necessidades específicas apresentadas pelo professor durante as sessões.

A primeira sessão reflexiva aconteceu considerando as quatro aulas iniciais sobre função, já mencionadas anteriormente. A partir de então, ocorreu uma sessão reflexiva após cada aula realizada e antes que a subsequente ocorresse.

Na terceira e última etapa da ação-pesquisa ocorreu a teorização, avaliação e apresentação dos resultados para serem discutidos com os sujeitos. Segundo Barbier (2002) essas etapas não precisam acontecer de forma linear. Assim, uma etapa pode acontecer ao mesmo tempo que outra. Nessa pesquisa, esses resultados, teorização e avaliação foram discutidos nas sessões reflexivas e aconteceram no último momento da sessão.

5.3 LÓCUS E SUJEITO

A pesquisa foi realizada em uma Escola Estadual de Ensino Médio no bairro da Messejana, que atende a cerca de 1300 alunos. Trata-se de escola com estrutura física compatível com o público, dentro dos padrões cearenses, pois conta com biblioteca, laboratório de informática e laboratório de ciências.

A pesquisa foi realizada com um docente do 1° ano do Ensino Médio, o qual já manifestara interesse na temática desta pesquisa, conforme comentado anteriormente neste capítulo. O fato de o professor atuar apenas nesse ano escolar, o tornou compatível com o objetivo desta dissertação acerca de avaliar o trabalho com função. É nesse ano escolar que está previsto o trabalho com todos os tipos de função: função linear, função afim, função quadrática, função modular, exponencial e função logarítmica.

A formação estava prevista para acontecer com dois professores de Matemática do 1° ano do Ensino Médio da escola mencionada, mas devido a questões pessoais, um dos professores não dispôs de tempo para participar da pesquisa. Dessa maneira, a formação ocorreu com apenas um professor.

Trata-se do profissional que, conhecendo dos estudos que estavam sendo realizados pela pesquisadora, procurou-a no sentido de discutir suas inquietações acerca do ensino de função. O professor dividiu com a pesquisadora a sua preocupação, baseada nas suas experiências, em relação à dificuldade que os alunos apresentavam ao estudar função. Ele também admitiu a dificuldade que sentia para explicar esse assunto de forma que os alunos conseguissem elaborar os conceitos.

Uma vez definido o professor sujeito da pesquisa, definiu-se também uma turma, onde se poderia acompanhar a prática do professor e suas possíveis reelaborações, a partir das reflexões realizadas ao longo das sessões. A turma a ser acompanhada foi a do 1° ano F, dada a compatibilidade entre os horários disponíveis tanto para o professor quanto para a pesquisadora. As aulas foram ministradas nas terças e quintas no período da tarde, com uma carga horária de 4horas/aula por semana.

5.4 INSTRUMENTOS DE COLETA

Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados: análise de documento, observação participante; filmagens, diários de campo, gravação em áudio.

A análise de documento**s** foi realizada sobre os planejamentos das aulas do professor para o conteúdo de função linear; sobre o instrumento avaliativo acerca do domínio conceitual por parte do professor.

A observação participante foi realizada em 9 aulas ministradas pelo professor **-** 2 aulas de observação, roteiro de observação no apêndice A, e 7 aulas para sessões reflexivas **-** visando à captação de dados acerca do trabalho realizado em sala com o conteúdo de função, roteiro de observação no apêndice B. Além da observação participante com registro no diário de campo, as aulas foram filmadas com a câmera focada no professor.

Os vídeos focados no professor foram editados e assistidos durante as sessões reflexivas. As discussões ocorridas durante as sessões foram registradas em áudio.

No próximo capítulo apresenta-se a análise dos dados, através dos quais se caracterizou a prática inicial do professor e suas reelaborações a partir do processo de reflexão realizado entre professor e pesquisadora, sempre com base na TCC.

6 A AÇÃO DO PROFESSOR NO TRABALHO COM FUNÇÃO: PRÁTICA, REFLEXÕES E REELABORAÇÕES

Neste capítulo apresenta-se a análise de aspectos da prática do professor e de sua conceituação de função, antes de ser dado início ao processo de formação continuada, a partir das reflexões. Dessa forma, a primeira seção contempla a análise do planejamento realizado pelo professor para as aulas,para as aulas observadas pela pesquisadora. A segunda seção traz considerações acerca das percepções do professor, manifestas no instrumento por ele respondido (apêndice D), formado por situações atinentes ao campo multiplicativo que envolviam função linear; Na terceira seção, analisam-se as quatros aulas ministradas pelo professor, conforme ele vivenciava antes do processo de reflexão proposto nesta dissertação.

6.1 ANÁLISE DOS PLANEJAMENTOS

Na análise do planejamento, percebeu-se que o professor o realiza por tópicos, estruturando-o para o período de duas semanas de aula. Optando por fazê-lo em um bloco de anotações, julgando assim ser o modo mais eficiente, conforme o indicado na imagem.

Figura 12 - Planejamento Inicial do professor

Data	Aulas
22.08	Função => Proporcionalidade e Par ordenado
24.08	Correção e Exercícios
29.08	Gráfico
31.08	Correção e Exercícios

Fonte: Elaborado pelo professor

É necessário, inicialmente destacar que todas as aulas de matemática planejadas pelo professor são aulas duplas, isto é, perfazem 100 minutos de trabalho pedagógico. Essa é uma determinação da coordenação da escola, que atende às disponibilidades do corpo docente.

O planejamento foi realizado pelo professor, ressaltando apenas os conteúdos a serem trabalhados, sempre intercalados com aulas de exercício de fixação e sua respectiva correção. Os exercícios não estão explícitos no planejamento, não sendo possível aquilatar o que o professor pretendia propor para seus alunos, nem a quantidade de tarefas realizadas em cada aula.

Melo (2004) afirma que há professores que executam o planejamento que trazem na memória e utilizam esse artifício para justificar a não tradução dos planos mentais por escrito. A pesquisa de Oliveira (2014) registrou acontecimento semelhante, pois o professor analisado norteava toda a sua prática pela sequência das páginas do livro, consistindo seu planejamento apenas na escolha das páginas. No acompanhamento das aulas, a autora percebeu que o professor não consultava o planejamento durante a aula para verificar o que havia cumprido ou ainda estava por realizar. Talvez pela simplicidade dos elementos presentes no planejamento.

Embora esteja explícito que o professor vai trabalhar com a função, em nenhum momento do planejamento verifica-se qualquer menção ao tipo de função a ser tratada – a função linear, no caso.

Não são explicitadas competências e habilidades a serem desenvolvidas com os alunos, contrariando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que enfatizam a necessidade de focar o ensino e a aprendizagem no desenvolvimento de competências e habilidades do aluno, ao invés de centrá-lo apenas no conteúdo (BRASIL, 2007).

Nota-se que o PCN aponta para a necessidade de reflexão, por parte do professor, sobre a seleção de conteúdo. O conceito é mais amplo do que a sua própria definição incluindo normas de tratamento, valores e procedimentos.

A determinação dos conceitos a serem trabalhados, bem como as habilidades e competências a serem desenvolvidas, devem ser baseadas na realidade heterogênea da sala de aula de cada professor. Dessa forma, é necessário que, no planejamento, o professor realize a escolha sobre o momento adequado de apresentação de conceitos, definições, operações, procedimentos ou estratégias conforme sugere Ferreira (2014). A autora indica a necessidade de os professores realizarem esse tipo de reflexão na organização de seu trabalho docente. A capacidade de o professor fazer essas necessárias escolhas deve ser desenvolvida em seu processo de formação, pois como a autora reforça, não é uma espécie de conhecimento que se gere espontaneamente.

O planejamento das aulas que foram realizadas no dia 22.08 previa o trabalho com função, proporcionalidade e com os pares ordenados. Devido às carências no detalhamento do planejamento, não foi possível afirmar, no momento desta análise, qual relação o professor objetivava estabelecer entre a proporcionalidade, os pares ordenados e sua importância para o desenvolvimento do conceito de função.

Pode-se supor, com base no fato matemático de que a função relaciona proporcionalmente dois conjuntos diferentes, que o professor objetivou estabelecer a relação entre os pares ordenados constituídos a partir dessa relação proporcional.

No capítulo da TCC, foi explicitada a relação entre a proporcionalidade e o diagrama de flechas, para se evidenciar a origem dos pares ordenados. No entanto, no planejamento do professor, não há detalhamento sobre o uso de representações que explorem os pares ordenados.

O professor não observa em seu planejamento nada que diga respeito a representações e diversidade de situações. Entretanto, a literatura tem ressaltado a necessidade de uso de diferentes situações e de distintas representações para tratar do conceito de proporcionalidade (CASTRO, 2016; DIAS, 2016). Castro ressalta que, com essa diversidade, estudantes foram capazes de utilização de estratégias mais elaboradas, mesmo em situações que já haviam sido resolvidas por eles. Dias (2016) priorizou em sua pesquisa a compreensão das etapas de resolução, com a interpretação da situação dada, o uso dos operadores e não apenas a verificação da resposta correta através das operações de multiplicação e de divisão.

Os resultados das avaliações de larga escala (SAEB e PISA), evidenciaram dificuldades por parte dos estudantes em conceitos que são básicos para a elaboração do conceito de função, tal como o de proporcionalidade. Agregar esse conceito com o de função linear e pares ordenados, em uma só aula de 100 minutos, pode inviabilizar a discussão de cada conceito e a articulação entre eles.

Nas aulas do dia 24 de agosto, estava planejado apenas correção e exercício. Nada se pode afirmar acerca da natureza ou da quantidade de exercícios a serem realizados na aula. Apenas é possível supor, pois não houve discussão sobre o planejamento apresentado, pela colocação dos termos correção e exercícios, nessa ordem, que exercícios recomendados para prática domiciliar seriam corrigidos na sala e podendo-se inferir também que seriam propostos novos itens para a próxima oportunidade.

Beatriz D'Ambrósio (1989) adverte que os professores tendem a acreditar que quanto mais exercícios eles resolvam em sala, mais os alunos irão aprender. No entanto, ela questiona a repetição de estratégias desses exercícios e atesta ainda que essa prática só contribui para que o aluno se comporte cada vez mais de forma passiva e desinteressada nas aulas.

Nessa perspectiva, é necessário estabelecer a diferença entre exercício e problema. Em que exercício é uma prática mecânica, visando verificar a aprendizagem de algum algoritmo matemático. Problema é um desafio, não há nenhum algoritmo que garanta a resolução do problema (DANTE,1988).

Portanto, há circunstâncias em que o professor deve utilizar exercícios e momentos em que a proposição deve ser de problemas. No entanto, é importante que o professor separe previamente os exercícios dos problemas que irá utilizar e tenha ciência de seus objetivos na escolha de cada um deles.

Embora na proposição dessa fase da pesquisa, estivesse previsto o acompanhamento de apenas 4 aulas, o que implicaria na análise do planejamento das mesmas 4 aulas, o professor ofereceu seu planejamento para 8 aulas. Assim decidiu-se fazer a análise de todo o planejamento entregue para a pesquisadora, embora isso implicasse apenas no material exposto na figura acima.

Dessa forma, analisando-se o planejamento das aulas do dia 29 de agosto, o professor planejara o trabalho com gráficos. Embora não estivesse especificado, presume-se que o gráfico que consta no planejamento do professor seja o gráfico da função.

Pode-se perceber que, depois dos exercícios que compuseram a segunda aula, o professor planejou o trabalho com a representação da função – gráfico – sem explicitar como seria realizada a articulação com o trabalho com os pares ordenados trazidos nas aulas anteriores.

Nas aulas do dia 31.08, o professor planejou novamente realizar correções e exercícios. Pode-se perceber que o docente parece seguir padrão de realizar um encontro com apresentação de conceito e o encontro subsequente com a resolução e correção de exercícios.

Dessa forma, o professor deve realizar exercícios que enfoquem na construção dos pares ordenados, para a partir deles construir o gráfico da função com os alunos. No entanto, como ele não realiza esse detalhamento dos exercícios que utilizará não é possível garantir que essa é a sua intenção.

O professor demonstra, nos tópicos de seu planejamento, reconhecer a importância da proporcionalidade para o desenvolvimento do conceito de função, embora não especifique como pretende abordá-la em suas aulas. Nenhum registro foi realizado em relação ao uso do formato algébrico da função.

De forma geral, o planejamento do professor revelou a crença na necessidade de alternância entre aula para conceitos e aula para exercícios. Por outro lado, houve a previsão de trabalho com vários conceitos, em período reduzido. Também não foi explicitada a relação entre os conceitos trabalhados em uma aula e aqueles tratados na aula anterior. O planejamento também não trouxe delimitação de tempo para cada conceito a ser explorado. Nos exercícios não havia previsão de quais seriam aplicados, de modo que nada se pode afirmar acerca de se houve distinção entre exercícios e problemas, proposta por Dante e Lopes.

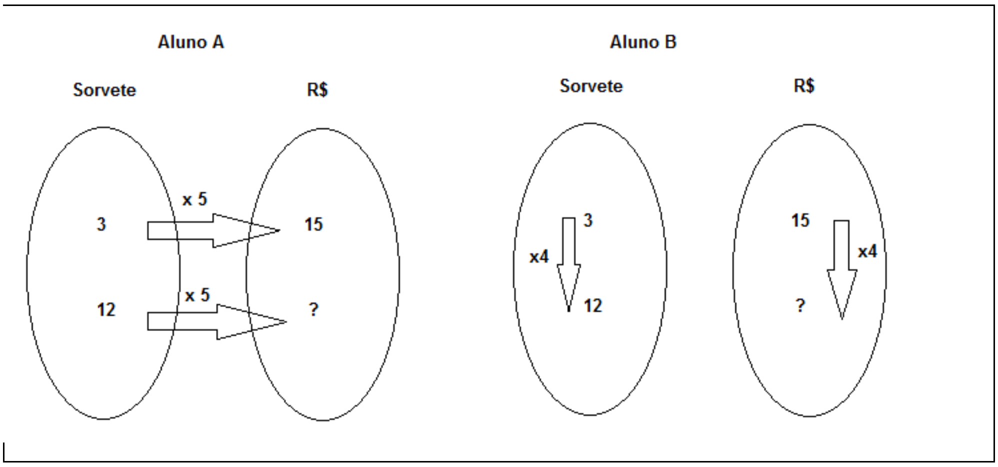
6.2 ANÁLISE DO INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO DO PROFESSOR

Ao colocar para o professor a necessidade de aplicação de um instrumento diagnóstico de elaboração da pesquisadora sobre função, este não se recusou a fazer, mas percebeu-se que esta necessidade o fez revisitar o local de aluno e assim o professor realizou indagações sobre se lhe seria atribuída uma nota. Como este não foi o objetivo do instrumento, optou-se por apresentá-lo de maneira informal, a fim de não gerar desconforto para o professor. Portanto o instrumento foi feito a mão em folha de caderno e destacado deste na presença do professor. Essa mensagem foi compreendida pelo professor que respondeu o instrumento a lápis e por isso visando a qualidade da apresentação neste trabalho e a compreensão das respostas do professor, optou-se por transcrever as perguntas e respostas do instrumento para a melhor compreensão do leitor.

1) Analise as duas estratégias de resolução sobre o problema abaixo. Você considera ser correto resolvê-lo de ambas as formas? Em qual delas é possível

apontar maior contribuição para o desenvolvimento do conceito de função? Por que? Enumere os aspectos. Conforme a figura13.

Figura 13 - Três sorvetes custam R$15. Quanto custam 12 sorvetes?



Fonte: Elaborado pela autora, resposta do professor

Esta situação tinha o objetivo de identificar se o professor percebia que a proporcionalidade é estabelecida tanto para o operador funcional, quanto para o operador escalar. Paralelamente, avaliar se o professor percebia que, para o trabalho com o conceito de função, a resolução com o uso do operador funcional é a que estabelece a relação entre os conjuntos. Trata-se de noção básica na compreensão desse conceito.

A resposta do professor foi: Sim. Aluno A. Pois a resolução amarra o conceito de função e todos os pontos ligados a esse conceito. Além de facilitar para o desenvolvimento de outras funções.

O professor percebe que ambas as resoluções resolvem corretamente a situação proposta. Ele também percebe que há diferença entre as resoluções apresentadas, optando por indicar aquela de uso do operador funcional, como a mais adequada. Naquele momento o professor não evidenciou ter conhecimento dos termos: operador escalar e funcional. A seguir a segunda situação:

Um professor propôs as seguintes questões a sua turma:

- Dado que f(x) = 2x, calcule f(2)
- Calcule o valor de x: 3x –x +45 = 67
- Qual o domínio da função f(x) = 2x para os Naturais

Que conceitos você julga que o professor deseja avaliar com essa proposição?

Esta situação tinha o objetivo de averiguar se o professor percebia a diferença entre o papel desempenhado pelo “x”, quando está em uma equação do primeiro grau, ou faz parte de uma função. Na equação, o x é uma incógnita, pois existe apenas um valor que a satisfaça. Na função o “x” se comporta como variável, pois ele pode assumir valores diferentes.

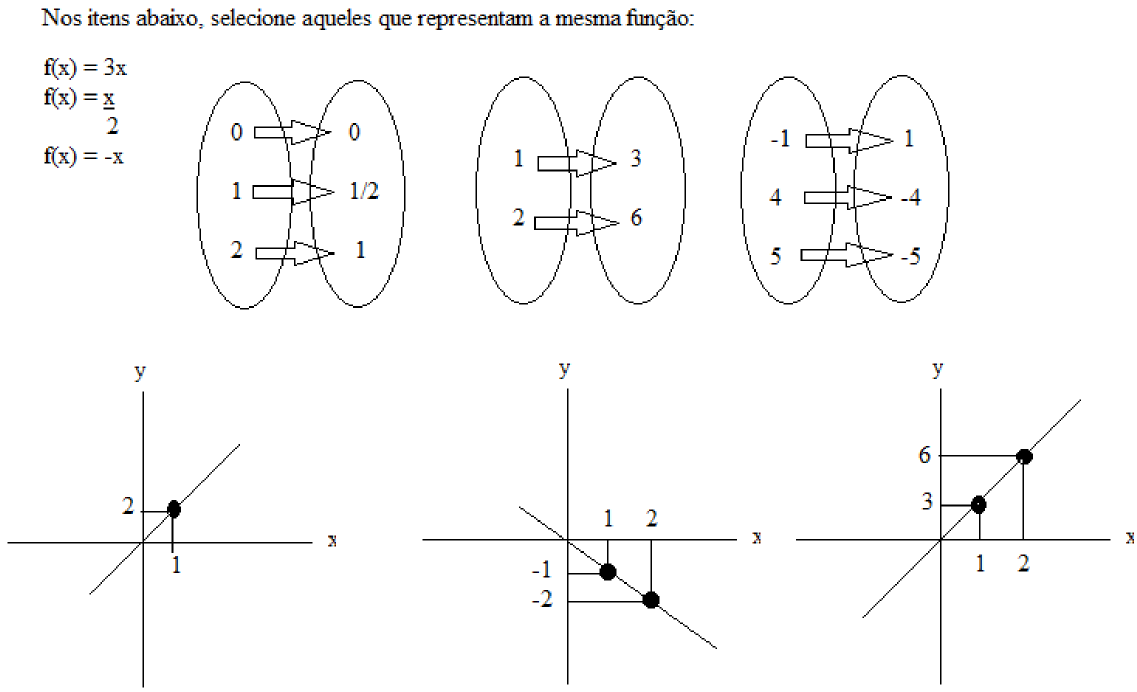
Objetivou-se ainda com essa situação descobrir se o professor percebia a diferença entre calcular o x em uma função e determinar o domínio dela, isto é conhecer o conjunto x. Para determinar o domínio de uma função é necessário descobrir a que conjunto numérico ela está restrita, determinando, portanto, os valores que o x pode assumir; já para calcular o valor de x é necessário apenas a substituição de valores na representação algébrica.

Ainda na questão 2, em resposta à indagação de quais conceitos poderiam estar sendo avaliados com essas proposições, o professor respondeu: em todos os pontos a avaliação é sobre o cálculo.

O professor destaca a importância da competência para a realização dos cálculos em todas as proposições da questão 2. As distinções entre os papéis assumidos pelo x – variável ou incógnita – não foram registrados pelo professor. A generalização presente na determinação do domínio também não foi apontada. Sua resposta demonstra a ênfase dada apenas ao procedimento.

A ênfase dada a procedimentos no trabalho com função foi ressaltada por Costa (2008). Assim, o êxito no procedimento necessário para determinar o valor de f(2), na função f(x) = 2x não garante que esteja clara que para toda alteração de x, o f(x) se alterará na mesma proporção. Assim, a afirmação do professor, que denota o valor primordial dado por ele aos cálculos, pode evidenciar que essa importância também será conferida nas suas práticas docentes, o que dificultaria o desenvolvimento das competências necessárias para que seus alunos viessem a compreender proporcionalidade e função, ainda que eles fossem conduzidos à resposta correta. A seguir a situação 3 indicada na figura 15.

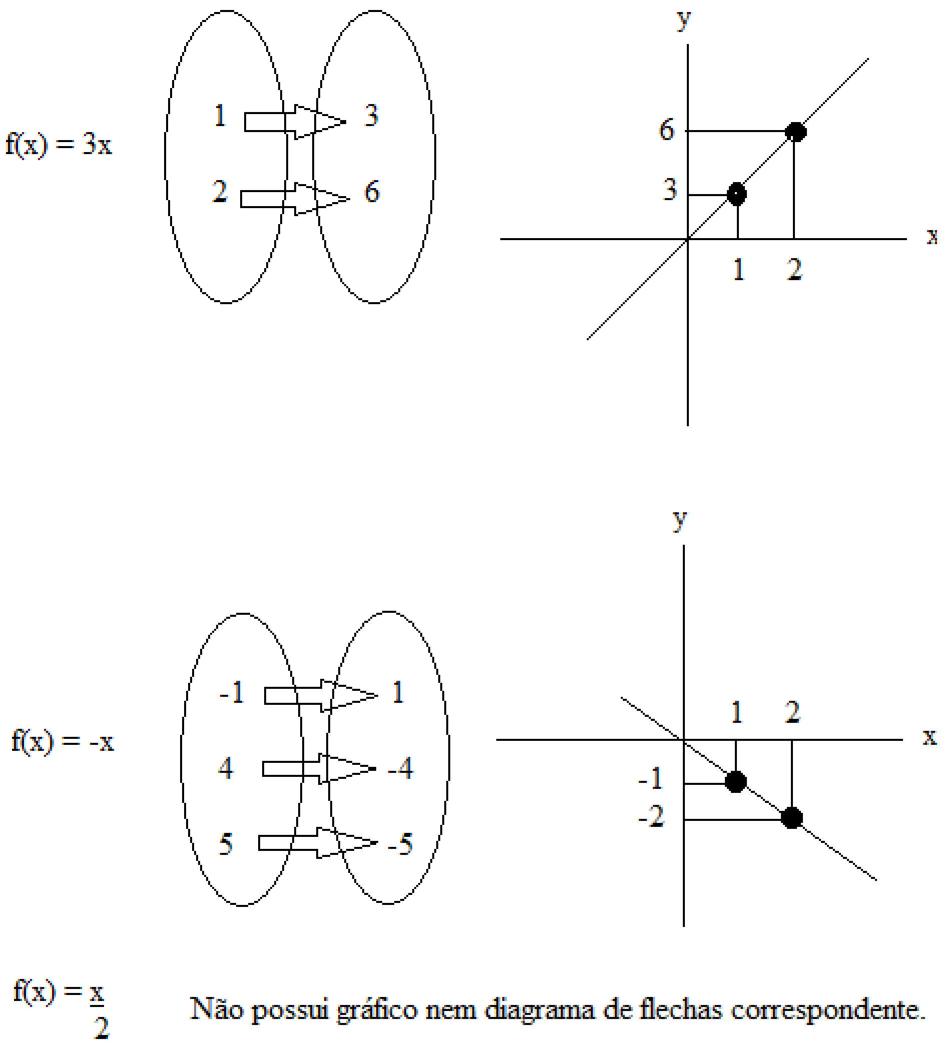
Figura 14 - Situação 3 do instrumento e resolução do professor



Fonte: Elaborado pela autora

O objetivo desta situação era compreender se o professor consegue utilizar as diferentes representações de uma função, tais como: o formato algébrico, gráfico e o diagrama de flechas. A resposta do professor na figura 16.

Figura 15 – resposta do professor da situação 3



Fonte: Elaborado pela autora

Conforme indica a imagem o professor identificou quais representações apresentavam a mesma função e qual não se enquadrava. Ele percebeu de forma assertiva a o gráfico da função que não estava sendo representado nem pelo diagrama de flechas, nem pelo formato algébrico. A seguir a situação 4:

Como você pensa em estabelecer, com seus alunos, a relação entre essas diferentes formas de representação de função?

Essa situação faz menção às representações da situação anterior e realiza uma pergunta direta ao professor acerca de sua prática docente durante o trabalho com função. Diante da mudança de foco do domínio conceitual por parte do professor, para passar-se a tratar de sua gestão de sala de aula.

A resposta do professor para essa pergunta foi: Seguindo uma sequência, mostrando primeiro o diagrama de flechas, como consequência o gráfico e por último quase como um extra, a forma algébrica. A última dessa maneira, porque assusta.

Com essa resposta o professor confirma o que foi questionado a partir dos tópicos do seu planejamento, que considera o formato algébrico da função como gerador de pânico entre os estudantes, pretendendo, portanto, abordá-lo em última etapa. O professor não demonstra perceber a diversidade das representações como parte da elaboração do próprio conceito, admitindo a representação algébrica "quase como um extra".

O professor demonstra posição contrária ao que vem sendo demonstrado pela literatura. Costa (2008) assevera que a opção dos professores nos primeiros passos no trabalho com o conceito de função é pelo formato algébrico. O autor afirma ainda que os professores utilizam as demais representações de forma isolada. Nota-se que o professor pesquisado possui concepção divergente.

É importante destacar que o formato algébrico da função garante a generalização do padrão de proporcionalidade percebida em uma determinada situação. Essa generalização é fundamental para a construção de modelos matemáticos e para a compreensão dessa forma de representação. Portanto, nenhuma representação deve ser considerada mais importante que outra. Elas estabelecem conjunto de relações, de modo a contemplar as competências necessárias para a compreensão de função.

A situação 5, presente na figura abaixo, considerou a percepção do professor acerca de proporcionalidade na representação gráfica com o seguinte enunciado: O gráfico abaixo na figura 17, mostrando o IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) foi apresentado na televisão e removido imediatamente por apresentar erro. Que erro o gráfico apresenta? Qual a relevância desse erro para o conteúdo de função linear?

Figura 16 - Situação 5 do instrumento

Fonte: Globonews no dia 10/01/2014

O objetivo desta situação é analisar se o professor compreende que não há proporcionalidade nesse gráfico de colunas. É fundamental que o professor reconheça quando há e não há proporcionalidade em um gráfico. O professor responde: A barra do ano de 2013 está mais elevada que as dos anos 2010 e 2011. A relevância do erro está na montagem.

Em sua resposta, o professor evidencia ter identificado erro apenas na coluna correspondente ao ano de 2013, visto que ela, sendo maior que aquelas correspondentes aos anos de 2010 e 2011, representava percentual menor do que os daqueles anos. A justificativa apresentada, de que o erro estaria na montagem do gráfico não é suficiente para se discutir o erro.

Nenhum comentário foi realizado acerca da coluna que apresentava os dados de 2009 que, embora tendo pequena diferença percentual para o ano de 2012, está representada por uma coluna com um terço do tamanho daquela. Desse modo, nota-se que as barras não foram construídas proporcionalmente, ocasionando que valores próximos estivessem em alturas diferentes. Esse erro acarreta problemas quanto a interpretação do gráfico, portanto é fundamental para que os alunos consigam construir os gráficos corretamente que o professor sinalize que detalhes como a colocação das barras no gráfico pode implicar em uma interpretação diferente. No caso da imagem, a empresa responsável pela divulgação deste gráfico foi acusada de utilizá-lo para manipular a opinião do público.

Portanto, é importante a percepção dos desdobramentos de erros dessa natureza não só no que tange ao conceito de função, como o também na vida em sociedade. A seguir a situação 6, propõe a situação: Em um restaurante há 64 cadeiras, sabendo que em cada uma das mesas desse restaurante há 4 cadeiras. Diga quantas mesas há no restaurante. Em seguida apresenta diferentes resoluções propostas por estudantes fictícios e pede que o professor analise as estratégias de resolução usadas por estudantes destes mesmo problema e explique o que percebe em relação a aprendizagem deles sobre função linear, as resoluções dos estudantes a seguir :

Resolução A : 4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4= 64

Resolução B: 4= 1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1

Resolução C: 64 : 4 = 16

Resolução D: 4x8 =32 4x9=36 4x10=40 4x11=44 4x12=48 4x13=52 4x14 = 56 4x15=60 4x16 =64

Fonte: Elaborado pela autora

Essa situação tinha como objetivo que o professor realizasse a análise das estratégias fictícias de cada resolução, indicando quais as mais adequadas para o conceito de função linear, considerando que esta situação que relaciona o conjunto mesas com o conjunto de cadeiras, caracterizando uma função linear em que f(x)= 4x.

Na resolução A, o aluno apresenta a resposta somando as cadeiras de cada mesa, no entanto ele não indica a quantidade de mesas, todo o seu raciocínio gira em torno das cadeiras. Então, este aluno não realiza de forma adequada a relação entre os conjuntos. Ele se utiliza do operador escalar, ainda na perspectiva do campo aditivo. Para se obter a quantidade de mesas é necessário fazer a contagem das parcelas da adição realizada. No entanto, por ele não conseguir compreender a relação entre conjuntos estabelecida em uma função, ele não indica de forma explicita a quantidade de mesas.

Na resolução B, o aluno consegue demonstrar a relação entre quatro cadeiras e uma mesa. Ele utiliza a proporção simples no formato um para muitos e realiza a soma dessas unidades. Ele consegue relacionar os conjuntos e explicita isso quando iguala 4 a 1. Isso indica que o aluno ainda utiliza o raciocínio aditivo para resolver a situação. Trata-se de estratégia menos elaborada para resolver situações de função que envolvam multiplicação.

Na resolução C, o aluno realiza uma divisão direta. Por tratar-se de uma situação do eixo proporção simples, classe um para muitos, os alunos tendem a não representar o elemento unitário, não reconhecendo a situação como de relação quaternária, conforme foi indicado no quadro teórico. Em relação à função, a não explicitação do elemento unitário encobre a presença da proporcionalidade.

Na resolução D, o aluno demonstra realizar sucessivas multiplicações, a fim de encontrar o número que multiplicado por quatro resultasse em sessenta e quatro. Podendo demonstrar assim que ele não se sente seguro em resolver situações de função linear que envolvam divisão.

Diante da análises dessas diferentes respostas fictícias, o professor se posicionou: Todas as maneiras demonstram as tentativas de relacionar as informações contidas na questão.

O professor demonstra perceber que foram usadas diversas estratégias de resolução e as classifica apenas segundo o critério de terem todas estabelecido relação entre as informações presentes no problema. Ele não analisa as resoluções buscando destacar aspectos em que elas se aproximam e aspectos em que se distanciam. Também não faz menção à relação da situação proposta com o conceito de função.

Portanto, a partir da análise do instrumento é possível perceber que o professor consegue compreender as representações de função como o formato algébrico, gráfico e diagrama de flechas. O professor indica sentir dificuldade em analisar as diversas soluções e perceber quais relações entre função linear o aluno estabelece e quais suas limitações operatórias.

O professor não demonstra qualquer conhecimento teórico para analisar as situações propostas a partir da Teoria dos Campos Conceituais. A partir dos elementos revelados pela análise do planejamento do professor e pelas respostas dadas por ele ao instrumento acerca de função, partiu-se para a análise das observações das aulas ministradas antes do período de intervenção. Essa análise consta da próxima seção

6.3 ANÁLISE DAS AULAS

Conforme já anunciado, para a caracterização da prática do professor, anterior ao período da intervenção, foram observadas 4 aulas referentes aos dias 22.08 e 24.08. Esta análise foi realizada a partir das seguintes categorias: contextualização, situações e avaliação dos estudantes.

6.3.1 Contextualização

No início da pesquisa, durante a primeira observação, o professor justificou a presença da pesquisadora e a filmagem que estava sendo realizada.

Iniciou, então, a aproximação com o trabalho com função, propondo 3 situações de vida cotidiana e relatando como havia sido a sua experiência de aprendizagem desse conceito, no período em que cursara o Ensino Médio. Diante das situações propostas, ele comentou:

> [...] Eu aprendi assim, não que seja certo ou errado, mas nessa parte de função eu simplesmente ficava substituindo valores. Ano passado vivenciei isso com os alunos que estavam fazendo o primeiro ano pela segunda vez, eles acreditavam que função era apenas substituir, fazendo no automático. Assim, como eu fazia quando era aluno[...]. (professor, aula 22.08.17).

O professor fez reflexão sobre ação pretérita, pois com esse comentário avaliou sua experiência no momento em que dava os primeiros passos para o domínio de função. Relembrou que havia valorização dos procedimentos de cálculo, sem que isso o levasse à efetiva compreensão do conceito. Consistia na realização das substituições dos valores de x nas funções, atividade que ele apreciava realizar. O professor sinalizou que o ensino de função com ênfase em cálculos permanece, visto que alunos com os quais ele trabalhou no ano anterior demonstraram a mesma visão.

Buscando aproximar o conceito de função de algo que fizesse parte do cotidiano de seus alunos, o professor realizou associação entre o termo função com o aplicativo *Uber*, esclarecendo para os alunos o que o aplicativo faz.

> No aplicativo Uber, você abre o aplicativo e coloca uma informação, o endereço que você está e o endereço que você quer ir, o aplicativo te dá uma informação, o preço que você vai pagar. Então, isso é uma função

> você coloca uma informação e ele te dá outra informação. Assim como, acontece no vídeo game em que você aperta um botão e o personagem do jogo pula, corre, realiza um golpe. (Fala do professor).

Percebe-se uma tentativa do professor de contextualizar o conteúdo de função com algo que os alunos conhecem, como os aplicativos de celular e jogos de vídeo game, afim de aproximar da realidade dos alunos o assunto de função.Entretanto, essa definição de função que o professor tenta transmitir para os seus alunos, na realidade restringe o conceito de função a substituição de uma informação, no caso do x para encontrar ou informação, no caso o f(x). Nota-se que o professor mesmo tentando se desvencilhar da ênfase da representação algébrica de sua formação como estudante, o mesmo reproduz em seu exemplo esta ênfase.

É possível perceber que o professor não apresentou definição formal de função. No entanto, a pesquisa de Ferreira (2014) indica que o professor deve utilizar seu conhecimento matemático e o seu conhecimento sobre sua turma para apresentar ou omitir uma definição ou escolher o momento mais adequado para apresentá-la.

Retornando aos exercícios propostos no quadro, o professor enfatiza que o mais importante não é o resultado obtido, mas sim o que pode ser retirado de cada um desses exercícios. Nesse aspecto, é possível perceber, novamente, que o professor busca se afastar dos conceitos priorizados em sua vida escolar, em que o resultado era o indicativo da resolução estar correta ou não. Ainda assim, o resultado não deve ser desconsiderado.

Na aula do dia 24.08 ao corrigir as situações da tarefa de casa, o professor sente a necessidade de contextualizar função novamente. Na ocasião, o professor utilizou o contexto da produção de bolos para explicar o conceito de custo, que utilizou nas questões da tarefa de casa. Utilizando a comparação entre o custo de fazer um bolo e o custo de fazer muitos bolos, ele indaga aos alunos sobre em que circunstância há maior custo.

Com esse questionamento é visível o quanto o professor busca que os alunos demonstrem participação em sua aula e que ele implicitamente busca a confirmação da compreensão dos alunos da relação diretamente proporcional entre a quantidade de bolos e o custo de bolos

Ele também utiliza uma situação que envolve gasolina e km, a ser detalhada na categoria de situações, ele discute com os alunos a relação de dependência entre um conjunto e outro, para que os alunos percebam que o carro só pode percorrer os km se ele tiver gasolina, então a gasolina possibilita os km.

Portanto, a gasolina é o conjunto x e os km são o conjunto y. Posteriormente, ele recorda que nos pares ordenados, do plano cartesiano, o x é colocado antes do y e isso acontece devido à relação de dependência entre x e y, em que para cada valor de x haverá valor em y. Embora que essa contextualização tenha sido mais rápida, pois nessa aula do dia 24.08 se tratava de atender alunos que faltaram, esta ocorreu seguindo as mesmas indagações que a anterior.

Assim, é perceptível que o professor realiza tentativas constantes para aproximar os alunos dos conceitos abordados através da contextualização com fatos cotidianos. No entanto, há fragilidades nessa contextualização que podem dificultar a compreensão dos conceitos, tais como: a ausência de uma definição formal de função e o desprezo atribuído ao resultado das situações. Essas fragilidades podem indicar lacunas na formação deste professor.

Faz-se necessário apresentar o que ocorreu além do contemplado na categoria de contextualização. Portanto, serão apresentadas as situações propostas pelo professor.

6.3.2 Situações

O professor inicia a aula do dia 22.08 realizando a chamada e colocando situações no quadro, o que é copiado pela maioria dos alunos. Durante o processo de escrita, o professor realiza algumas pausas. Como ele não utilizou nenhum instrumento de consulta, supõe-se que ele está analisando o que escrever naquele momento. Isso demonstra que as atividades a serem trabalhadas com os alunos podem estar sendo elaboradas na própria sala de aula, sem considerar as dificuldades da turma ou os obstáculos epistemológicos presentes no próprio conceito de função.

Melo (2004) sinaliza que alguns professores fazem o planejamento “de cabeça”, ou seja não realizam registro detalhado deste. Por não realizar este registro, no momento da aula, este professor está fadado a realizar alterações na proposta inicial e por isso realiza estas pausas. O professor escreveu no quadro a palavra função e colocou três situações, que serão analisadas nessa sessão.

Posteriormente, o professor começa a resolver os exercícios. Não foi dado tempo para que os alunos respondessem e não foi cobrado que os alunos resolvessem antes do professor o exercício. Ele realiza a leitura da atividade:

Para fazer 6 bolos são necessários 2 litros de leite. Quantos bolos podem ser feitos com 15 litros de leite?

> Quais são as grandezas nesse problema? [Sem resposta]. As grandezas são aquilo que acompanha o número, como leite e bolo. Quem depende de quem? [Sem resposta]. É o bolo que depende do leite ou o leite que depende do bolo? Nessa relação de dependência o bolo vai depender do leite. (Fala do professor).

O professor enfatiza a relação de dependência que o conjunto leite tem sobre o bolo. Construindo, assim um forma de acompanhar o aumento do uso da quantidade de leite e a quantidade de bolos. Ele anota abaixo do nome leite, valores que correspondem a quantidades de bolos em forma de lista. Percebe-se com isso que o professor busca explicitar os conjuntos referentes a quantidade de leite e a quantidade de bolos, bem como seus elementos.

Em resposta às indagações do professor, um aluno explica que se 6 bolos são feitos com 2 litros de leite, então com 1 litro são feitos 3 bolos. E a partir dessa observação o professor preenche os valores que se relacionam proporcionalmente nos conjuntos bolos e leite, até obter a quantidade de bolos feita com 15 litros de leite.

Um aluno percebe que na relação 1 litro de leite são feitos 3 bolos, é realizada uma multiplicação 1 x 3 = 3. O professor enfatiza essa relação com outros valores como: 2 litros de leite e 6 bolos, 4 litros de leite e 12 bolos e 5 litros de leite e 15 bolos.

A situação proposta pelo professor é quaternária, eixo proporção simples e classe muitos para muitos. Nesse tipo de situação não é concedida a relação com a quantidade um, tratando-se, portanto, de situação muitos para muitos, considerada mais complexa do que aquelas da classe um para muitos (SANTOS, 2015).

É importante ressaltar, que a relação com a quantidade um foi trazida por um aluno e não pelo professor. O professor em sua resolução opta em realizar a proporcionalidade, a partir do que foi fornecido no enunciado, ou seja, na perspectiva da classe muitos para muitos. Assim, o professor não utiliza em sua resolução a relação entre 1 litro de leite e 3 bolos. Portanto, nessa situação os alunos tiveram acesso a duas resoluções diferentes.

A partir de Santos (2015), nota-se que nessa discussão o professor utiliza apenas o operador funcional, uma vez que o operador escalar não evidencia a relação entre conjuntos necessária na função.

O professor enfatiza que essa multiplicação por 3 é constante. Além de definir os litros de leite que listou, como o conjunto leite e as quantidades de bolos, como o conjuntos de bolos. Ele coloca que a relação entre esses conjuntos é a multiplicação constante por 3.

Enfatizar essa relação entre os conjuntos é importante, pois o professor está explicitando o coeficiente angular da função e o operador funcional ainda que não tenha consciência do operador, por não possuir conhecimentos prévios sobre a TCC.

Durante toda a construção da resolução o professor dialogou com os estudantes, instigou-os a conseguirem construir os conjuntos e a relação entre eles. Realizadas essas observações o professor segue para o próximo exercício: Em uma fábrica, 2kg de parafusos são feitos utilizando 10kg de ferro. Quantos kg de parafuso podem ser produzidos com 200kg de ferro?

Novamente, o professor indaga aos alunos qual grandeza é dependente da outra. Ele discute que inicialmente, havia ferro, para depois este ser transformado em parafuso. Portanto, o ponto de partida é a quantidade de ferro e não a de parafuso.

Ele começa a anotar as quantidades de ferro e parafuso, indagando aos alunos sobre como 10kg de ferro foram convertidos em 2kg de parafuso. Rapidamente, um aluno responde que a quantidade de ferro foi dividida por 5, para se obter 2kg de parafuso. O professor começa a supor quantidades de ferro e as lista, de forma crescente, até alcançar 2000kg, da mesma maneira como ele realizou na primeira situação.

No entanto, percebe-se que o professor não justifica para os seus alunos a razão da sua escolha para os números inseridos nessa lista crescente das quantidades, até alcançar a quantidade desconhecida. Na perspectiva de Ferreira (2014), esta pode ser uma escolha do professor. Como não há detalhamento sobre o objetivo dos tópicos do planejamento, então não há como saber se é um escolha do professor se dá para que os alunos acreditem que podem sugerir os valores se tratando do conjunto x ou se o professor optou por não enfatizar a relação de proporcionalidade que há entre as quantidades de mesma natureza.

O professor relembra mais uma vez qual grandeza dependia da outra, nas duas situações, e qual a ligação entre elas. Ele circula as listas das quantidades de cada grandeza em cada um dos problemas e repete que cada um deles é um conjunto, portanto em cada situação há dois conjuntos que se relacionam. Essa ênfase dada pelo professor é importante para indicar a relação de proporcionalidade entre os conjuntos, fundamental para a função linear.

O professor relembra aos alunos o assunto estudado anteriormente, plano cartesiano. Esse resgate é importante, dado que os alunos irão utilizar o plano cartesiano para a construção do gráfico da função linear.

Com isso, o professor destaca a relação de dependência entre x e y, presentes no plano, assim como nas situações propostas por ele na aula do dia 22.08. Nesse momento, o professor explica que quando eles realizaram a atividade do batalha naval[2],realizada antes desta pesquisa acontecer, o que antes se tratava apenas se colocar primeiro o x e depois o y nos pares ordenados, é explicado pela relação de dependência entre x e y. Portanto, o x gera o y e por isso o x é escrito antes do y nos pares ordenados.

O professor utilizou um conceito anterior, plano cartesiano, para neste momento realizar uma ampliação deste conceito, ressaltando que no plano cartesiano há a mesma relação de dependência existente nas situações propostas por ele. Essa capacidade de escolher o momento adequado para colocar para a turma uma nova definição, um novo conceito ou realizar a ampliação dos conhecimentos que os alunos já possuíam é o que Ferreira (2014) retrata em sua pesquisa e que este professor utiliza em suas aulas.

Em virtude das restrições presentes no planejamento apresentado pelo professor, não é possível determinar se esta é a relação que ele pretende construir entre a proporcionalidade e os pares ordenados.

A última situação da aula do dia 22.08, colocava: duas colheres de chocolate em pó são necessárias para produzir 8 *cookies*. Com 3 colheres do

[2] Batalha Naval é um jogo, no qual os jogadores têm de adivinhar em que quadrados estão os navios do oponente. Seu objetivo é derrubar os barcos do oponente adversário, ganha quem derrubar todos os navios adversários primeiro. É possível ser jogado *online*, tabuleiro ou utilizando lápis e papel.

mesmo achocolatado é possível fazer 27 *cookies*. Quantos *cookies* podem ser feitos, utilizando 5 colheres de chocolate?

O professor segue o mesmo procedimento adotado nas situações anteriores, colocando as quantidades das grandezas envolvidas na situação em lista e circulando essa lista indicando o conjunto de cookies e de colheres de chocolate. Os alunos começam a supor valores, que representem a ligação entre os dois conjuntos, mas não conseguem. O professor cede tempo para que os alunos pensem, mas eles não conseguem explicitar o operador funcional requisitado.

A turma reclama, dizendo que a situação é diferente das anteriores. O professor mostra, posteriormente, que nesse caso a operação envolvida não é nem a divisão, nem apenas uma multiplicação, mas a potenciação. O professor explica que, 2^3 é igual a 8, 3^3 é igual a 27 e 5^3 é 125. Os alunos não imaginavam que a potenciação pudesse estar envolvida na relação entre os dois conjuntos. É importante ressaltar que o professor tentou utilizar uma função completamente diferente das trazidas por ele nas situações anteriores. Ele tentou utilizar a função exponencial.

No entanto, é importante destacar que a função exponencial é aquela que possui uma base real a, que associa a cada x real o valor a^x, tal que a é diferente de 1 e maior que 0 (IEZZI, DOLCE; MURAKAMI,1993). Podendo ser representada algebricamente como f(x) = a^x. Assim, é possível constatar que nesta função se x = 0 , f(0) = 1. Portanto esta função, apresenta uma característica em sua definição que a diferencia, claramente da função linear em que para x=0 ,f(x) = 0.

Ainda sobre a função exponencial, na perspectiva da situação proposta pelo professor, como o conjunto x definido por ele é quantidade de colheres de chocolate e o conjunto y a quantidade de *cookies*, observa-se que na situação proposta seria possível sem nenhuma colher de achocolatado produzir um *cookie.* No entanto, na realidade isso não é possível.

Portanto, é possível perceber o quão confusa foi a situação proposta pelo professor e a dificuldade apresentada pelo alunos em compreende-la, não apenas por esta ser uma função mais complexa do que a função linear, mas por ter sido utilizada em uma situação não cabível. Evidenciando uma dicotomia entre o que foi abordado durante toda a aula e a última situação proposta.

Após a resolução, o professor volta a indagar aos alunos sobre a relação de dependência entre x e y em cada uma das situações colocadas e a ligação entre x e y. Após esse momento, o professor indaga aos alunos sobre os pares ordenados a serem retirados, em cada uma das situações.

Os alunos conseguem responder os pares ordenados, olhando para os conjuntos esboçados pelo professor no quadro. No entanto, o professor relembra que na atividade do Batalha Naval, realizada no primeiro semestre do ano, os pares ordenados não formavam um gráfico e os pares ordenados dessas situações formam. Ele indaga os alunos a respeito dos pares ordenados formarem um gráfica nessa situação e não formarem na atividade do Batalha Naval e eles não conseguem responder.

Retomando elementos da atividade, o professor explica que no jogo Batalha Naval os pontos eram escolhidos aleatoriamente, não sendo possível estabelecer nenhum padrão. No caso dessas situações propostas os pares ordenados são originados por uma função. Novamente, é possível perceber a confusão do professor na tentativa de relacionar: a necessidade de determinar os pares ordenados, a utilização dos pares ordenados em um gráfico, os pares ordenados na atividade do batalha naval e o gráfico formado pelo batalha naval.

Pode-se inferir, que a intenção do professor é sinalizar, na realidade, que na atividade do batalha naval é possível esboçar os pares ordenados através de um gráfico, no entanto esse gráfico não se trata de uma função, uma vez que o posicionamento dos barcos é realizado de acordo com a escolha de quem realizar a atividade e não na proporcionalidade entre o elemento x e y dos pares ordenados.

Ao final da aula do dia 22.08 o professor propôs, no quadro, duas situações como tarefa de casa.No entanto esta anotação se baseia, nitidamente, apenas em sua memória uma vez que ele não consultou nenhuma forma de registro.

Na aula do dia 24.08, o professor percebe que os alunos que faltaram na aula anterior compareceram, assim ele sentiu a necessidade de retomar as discussões de função. Na tentativa de realizar uma contextualização com o cotidiano ele repete a atividade que relacionava a gasolina com quilômetros percorridos. Nessa situação ele monta o diagrama de flechas, dizendo que o carro percorre 12 km com 1 litro de gasolina e assim começa a discutir com os alunos qual é o conjunto x e qual é o conjunto y, indagando o porquê.

Os alunos que compareceram à aula anterior auxiliam o professor, afirmando que o conjunto x é responsável por gerar o conjunto y. Assim, a discussão se volta para o fato de que se o carro não tiver gasolina, não percorrerá nenhum km.

O professor faz diversas perguntas aos alunos, afim de preencher o diagrama, sugerindo quantidade de litros de gasolina para que eles indiquem os km percorridos. A turma consegue preencher os casos propostos pelo professor para 2litros, 3litros e 10 litros.

Assim, o docente os questiona sobre a ligação existente entre a gasolina e os km. A resposta obtida é que a ligação envolve a multiplicação constante por 12. O professor complementa indicando que para descobrir os km nesse problema, sempre será necessário realizar o produto por 12. Ele afirma que a essa ligação entre os conjuntos é dado o nome de função.

Ainda que o professor tenha tentado explicar a discussão da aula anterior para os alunos faltosos, é importante destacar que ele poderia ter variado a situação, uma vez que para os alunos que estavam presentes eles foram confrontados com a mesma situação. Além de esta situação ser da classe um para muitos e a situação da aula do dia 22.08 era muitos para muitos, indicando que ele uma situação ainda mais simples para realizar esse resgate de função.

Em seguida o professor corrige a primeira situação da tarefa de casa:

A tabela abaixo indica o custo de produção de peças para informática.

Figura 17 - Tabela da situação aula 22.08

Número de peças	1	2	3	5
Custo	3	5	7	11

Fonte: Elaborado pelo professor

a. Qual é o custo de produção de 10,20 e 50 peças?

b. Com um custo de 25 reais. Quantas peças podem ser produzidas?

. O professor utilizou a tabela, fazendo as mesmas ligações elemento a elemento presentes no diagrama de flechas, ou seja, na tabela ele traçou flechas que saiam do conjunto números de peças e chegavam no conjunto custo, ligando o 1 com o 3, 2 com o 5, 3 com o 7 e o 5 com o 11.Na tentativa de justificar essa ligação, ele diz que os alunos deviam procurar o padrão entre os números que justificasse a relação entre eles

Percebe-se que o professor propôs uma situação diferente da aula do dia 22.08, em que o operador funcional estava claro e que se tratavam prioritariamente de funções atreladas ao campo multiplicativo. No entanto, neste caso da situação com as peças e o custo, se trata de uma função afim, esta relaciona o campo aditivo e o multiplicativo. Desse modo, é mais difícil para os alunos encontrarem o padrão da função.

O professor tenta mostrar estratégias de como os alunos poderiam procurar o padrão na relação entre os dois conjuntos. No entanto esta explicação é bastante confusa.

Ele tenta estabelecer a relação de soma, na tentativa de explicar como 1peça teria custo 3, supondo que poderia se tratar de uma soma 1+2 =3. Mas ao chegar no caso em que o número de peças é 3 o custo é 7, ele indica para os alunos que 3+2 = 5. Portanto, ele conclui que a relação entre os conjuntos não é baseada na soma constante por 2.

Imediatamente, ele propõe para os aluno, que para o número 1 gerar o número 3 foi necessário multiplicar por 2 ao número 1 e somar 1. Assim ele afirmou e mostrou pela tabela que o mesmo acontecia em relação ao 2 e o 5, ao 3 e o 7 e ao 5 e 11. Utilizando disso para encontrar os valores pedidos no item a da situação. Portanto, a função da situação proposta é f(x) = 2x+1.

Ao propor esta situação o professor contradiz novamente o que foi percebido nas pesquisas de Souza (2015) e de Vasconcelos (2014) quanto aos professores não elaborarem situações diferentes. Entretanto, o esforço do professor não parece levar a melhores caminhos para a elaboração conceitual dos seus alunos. A situação apresentada está fora do tema que estava sendo tratado – função linear. Sem nenhuma transição ele passa a tratar de função afim.

A consequência disto foi que os alunos dialogaram entre si, até que indagaram o professor sobre o fato de a situação ser diferente daquelas tratadas na aula anterior. Ele tenta acalmar a turma, lembrando que qualquer tipo de operação poderia aparecer nas funções e seguiu com a correção.

Ao seguir para o item b da situação o professor pontua com os alunos que no item anterior eles tinham x e buscaram y, porém neste item trata-se do questionamento inverso, em que é fornecido o y e solicitado o x. Os alunos, visivelmente, apresentam dificuldade em lidar com a operação inversa para encontrar o resultado. Principalmente, por tratar-se de realizar uma subtração e posteriormente uma divisão. Conforme os dados do SAEB e do PISA, nota-se que os alunos mesmo no Ensino Médio apresentam dificuldades acerca da divisão.

É importante destacar também que na aula do dia 22.08,em nenhuma das situações propostas esse questionamento em relação ao inverso foi realizado. Nessa perspectiva, percebe-se o quanto a construção dos conceitos de função se dá de forma confusa. Pode-se perceber que na tentativa de propor situações em que sejam utilizados esquemas de raciocínio diferentes ou ainda que seja necessário que o estudante reestruture o próprio esquema para resolver a situação, o tem dificuldade professor de escolher o momento adequado para propor atividades que possibilitem ao aluno alterações em seus esquemas. No período de observação, não foi possível perceber o trabalho docente, no sentido de os alunos conseguirem resolver uma situação com o questionamento inverso sobre função. Apresenta-se a segunda situação:

Um cabeleireiro cobra R$12 pelo corte de cabelo para clientes com hora marcada e R$10 para clientes sem hora marcada. Ele atende por dia 6 clientes com hora marcada e um número variável de clientes sem hora marcada.

a. Qual foi a quantia arrecadada num dia em que foram atendidos 16 clientes?

b. Qual foi o número de clientes atendidos em um dia em que foram arrecadados R$212?

Nesta situação percebe-se que o professor tentar utilizar uma função afim. Em que há um valor fixo e um valor variável: 12 e 10 respectivamente. Para resolver o item a da situação, o professor calcula com os alunos quanto foi o ganho do cabelereiro com clientes com hora marcada calculando 12 x 6 = 72 reais. Ele indaga aos alunos acerca da quantidade de clientes que foram atendidos sem hora marcada naquele dia. A turma responde que deve subtrair do total dos clientes atendidos (16) aqueles 6 clientes que foram atendidos com hora marcada, concluindo que foram atendidos 10 clientes sem hora marcada. Portanto, ele ganhou 10 x 10 = 100 reais com esses clientes. Totalizando 172 reais.

Quando vai discutir a solução para o item b, o professor encontra menos resistência dos alunos para a resolução do questionamento inverso, devido a isso ter ocorrido na situação anterior. Mesmo assim, a dificuldade de compreensão deles é nítida. O professor recorre ao valor fixo encontrado no item a e subtrai de 212, obtendo 140. Assim, ele divide 140 pelo valor cobrado aos clientes sem hora marcada, ou seja, 10. Portanto, a quantidade de clientes é 14.

Nota-se que o professor resolveu as situações com participações mínimas dos alunos. Com isso, evidencia-se que o professor utiliza a exposição como prática de ensino, Curi (2000) afirma que isto acontece devido afastamento das disciplinas de matemática das disciplinas pedagógicas na formação do professor.

O professor utiliza os últimos minutos de aula para propor mais uma situação para casa. A situação proposta: Em uma pista circular de testes, um automóvel desloca-se com velocidade constante. Com o auxílio de um cronômetro, marcaram-se diferentes intervalos de tempo e, para cada intervalo, verificou-se a distância percorrida. Os dados obtidos, tempo (minutos) e distância (km) foram registrados pela tabela.

Figura 18- Situação tarefa de casa dia 24.08

Tempo	20 40 80 200
Distância	10 20 40 100

Fonte: Elaborado pelo professor

a. Em quanto tempo o automóvel percorrerá a 330 km?
b. Calcule a distância percorrida durante 36 minutos.

Nesta situação, percebe-se que o professor retoma a função linear, depois de perceber as dificuldades dos alunos quando envolvia a função afim. No item a percebe-se a semelhança com as situações um e dois da aula do dia 22.08, como a classificação muitos para muitos e utilizando a multiplicação por 2 como operador funcional.No item b há um questionamento que necessita do raciocínio inverso, que no caso se trata de uma divisão por 2 abordada na aula do dia 24.08

6.3.3 A relação com os estudantes

Após a resolução da segunda situação no dia 22.08, o professor iniciou um sorteio aleatório em relação aos números da chamada dos alunos, cujo número sorteado corresponde ao aluno que deveria responder a pergunta. No entanto, o número sorteado foi de uma aluna que faltou algumas aulas, então o professor decidiu não realizar a pergunta para ela. Ele realizou novo sorteio e o aluno contemplado mostrou preocupação por não saber responder.

Buscando contribuir para a segurança e para a resposta do aluno, o professor o incentiva e relembra sobre assunto anteriormente discutido – plano cartesiano. Ele indaga ao aluno sobre a ordem de relação entre os conjuntos, se era de x para y ou de y para x. O aluno não recorda da nomenclatura x e y, mas responde que o par é composto pelo valor na reta horizontal e depois pelo valor na reta vertical.

O professor realiza essas perguntas não como forma de punição e se sim de avaliação ainda que se assemelha a uma arguição pelo caráter de realizar perguntas individuais e nominais em sala. No entanto, percebe-se que essas perguntas, são a maneira do professor de tentar conduzir os alunos durante a discussão. Schon (2000) coloca que o professor não deve fazer do aluno um executor, ele deve conduzi-lo durante a reflexão. Portanto, percebe-se que o professor tenta utilizar as perguntas como uma estratégia para a reflexão dos alunos.

Ele demonstra desenvolver com os alunos um discurso interativo em sala de aula, considerando as lacunas conceituais que ele percebe presentes nos alunos. Essa consideração permite que ele realize perguntas que exponham essas incoerências, conflitos e contradições que os alunos possuem.

No entanto, para propor as perguntas de forma adequada, é importante que o professor elabore previamente as perguntas para serem utilizadas durante as aulas, antecipando as possíveis respostas e outras possíveis perguntas, para melhor conduzir o discurso. Devido à estrutura do planejamento desse professor, verifica-se que ele segue o modelo intuitivamente, não seguindo os passos formais de elaboração de perguntas e previsão de novos questionamentos.

No dia 24.08, o professor também se utiliza deste método para a correção da atividade, além de explicar novamente o assunto da aula anterior, pois muitos alunos faltaram no dia 22.08 e compareceram no dia 24.08.

Conforme é perceptível no tópico anterior, no dia 24.08 ele mantém a rotina de realizar questionamentos aos alunos. Durante a situação da gasolina e dos km percorridos o professor permite que os alunos respondam sem escolher ninguém especificamente, ou seja os alunos responderam por vontade própria.

Ao concluir esse momento e antes de iniciar a correção da tarefa de casa o professor indaga os alunos que faltaram se eles conseguiram entender o assunto. Os alunos sinalizam para ele com as mãos indicando a expressão “mais ou menos”, indicando que ainda não estão seguros.

É importante pontuar que a situação da gasolina é classificada como um para muitos, diferente da situação da aula do dia 22.08, que eram situações muitos para muitos. O uso de diferentes situações contribui para a elaboração conceitual dos alunos, embora possa implicar em níveis distintos de dificuldades. O professor as utiliza em aulas diferentes com o mesmo intuito. Portanto, é possível questionar se ele percebe essa diferenciação na dificuldade de cada situação. Para responder a esse questionamento é necessário discutir sobre as aulas com o professor, assim se faz necessária a apresentação dos dados coletados nas sessões reflexivas.

6.4 ANÁLISES DAS REELABORAÇÕES DO PROFESSOR ACERCA DE FUNÇÃO E TCC

Nesta seção apresenta-se a análise do processo contínuo de planejamento e ação, a partir das manifestações de domínio do conceito de função linear, bem como do conhecimento pedagógico que o professor manifestou para o trato com esse conceito. Dessa forma, a cada percepção a partir das reflexões realizadas, planejava-se a ação para o próximo passo na pesquisa, isto é, a realização da aula subsequente e sua observação.

Buscou-se ressaltar as reelaborações realizadas pelo professor acerca de suas concepções sobre a TCC e sobre a sua importância para o trabalho com o conceito de função, conforme foram sendo vivenciadas as sessões reflexivas. Trata-se, portanto, do cumprimento do que é recomendado por Barbier (2002), nas etapas de planejamento e ação, em espiral.

A cada sessão reflexiva realizada, elaborava-se o planejamento da aula subsequente, a partir do que era analisado a respeito da última aula analisada. As seções reflexivas a respeito da prática do professor foram sempre acompanhas por leituras acerca da Teoria dos Campos Conceituais, sempre atrelado ao que o professor estava vivenciando em sala, partindo da necessidade apresentada por ele.

Neste capítulo buscou-se analisar as reflexões realizadas com o professor também a partir das categorias definidas por Schon (1997): a reflexão na ação e a reflexão sobre a ação. No contexto das sessões reflexivas, foi recorrente a presença da categoria reflexão sobre a ação, uma vez que se tratava de refletir sobre o que o professor havia vivenciado com seus alunos, quando do trabalho com função. Foi possível, entretanto, registrar momentos em que o professor vivenciou a reflexão na ação. Isto é, no momento em que ele estava ministrando suas aulas, ele próprio passou a perceber elementos e ações que poderiam ser modificados e melhorados. Esses momentos forram relatados para a pesquisadora, durante as sessões reflexivas.

Tabela 1 - indicativa das sessões reflexivas e aulas acompanhadas :

Aulas acompanhadas	Sessões reflexivas
Observação 22/08 e 24/08	28/08
Aula depois da 1° sessão reflexiva 29/08	31/08
31/08	04/09
05/09	11/09
07/09 Feriado – sem aula 12/09	12/09
14/09	18/09
19/09	20/09
21/09	21/09

Fonte: Elaborado pela autora

Assim, a seguir tem-se a análise das percepções do professor, a partir das sessões reflexivas e das aulas por ele ministradas, dentro das categorias: avaliação positiva, avaliação negativa, contextualização e situações, análise das estratégias dos estudantes.

6.5 ASPECTOS POSITIVOS E NEGATIVOS OBSERVADOS PELO PROFESSOR, DURANTE O PROCESSO DE REFLEXÃO

Essa categoria trata das análises positivas e negativas realizadas pelo professor ao longo das sessões reflexivas. Na primeira sessão, do dia 28.08, o professor realiza uma reflexão sobre a ação, quando coloca que considerou importante dividir algumas de suas experiências de aluno com os seus próprios alunos. Para o professor, afirmar que, em seus estudos, concebia função como apenas a substituição de valores (aula 22.08) e como suas concepções mudaram.

Para demonstrar como percebia que suas concepções sobre função haviam se modificado, o professor também analisou positivamente o seu questionamento (aula 22.08) para os alunos sobre a relação de dependência entre x e y.

> [...] Quem depende de quem? [...]. (professor aula dia 22.08).

O professor enquanto aluno não percebia essa relação de dependência, pois o trabalho realizado resumia-se à execução do procedimento de substituir o x em uma função para encontrar o valor de y. Com isso, o professor pretendeu enfatizar que o estudo de função linear não se restringe a essa substituição de valores. Desse modo fazer com que os alunos utilizem a relação entre x e y é um dos seus objetivos ao ensinar função.

Para tal o professor utiliza, a relação de proporcionalidade entre os conjuntos x e y. Naquele momento em que se realizou a primeira sessão reflexiva, o professor não conhecia o termo operador funcional, que é utilizado na TCC. Portanto, o professor só percebia que essa relação de proporcionalidade era importante, pois possibilitava encontrar o coeficiente angular da função linear.

Nessa primeira sessão reflexiva do dia 28.08, o professor analisou suas aulas de forma negativa, pois na aula do dia 24.08, o professor havia percebido, durante a aula que os alunos, diante da proposição de tarefas que envolviam diferentes tipos de função, manifestaram dificuldade durante a correção da tarefa de casa. Assim, no processo de reflexão sobre aquele momento, o professor demonstrou para a pesquisadora ter realizado reflexão na ação, pois foi no momento de realização da própria aula que ele percebeu dificuldade dos alunos.

> [...] Eu percebi que eles sentiram dificuldade quando eles argumentaram que eu não tinha falado sobre aquilo e quando percebi nos olhos deles a dificuldade de acompanhar a resolução e não conseguia entender o que estava errado, para mim aquilo havia sido visto na aula anterior [...] (professor na sessão 28.08)

A partir desse registro apresentado pelo professor, foi possível constatar que ele não tinha leituras anteriores sobre a TCC, pois não conseguia perceber as diferenças entre as situações propostas. O professor não conseguia perceber que havia diferença de níveis de dificuldades entre aqueles tipos de função, pois eles pertenciam a campos conceituais distintos. A função linear e a exponencial envolvem apenas questões do campo multiplicativo e algébrico, embora esta envolva potência cujo expoente é x; já a função afim trabalha com aspectos multiplicativos e aditivos.

Assim, foi necessário questioná-lo sobre as situações abordarem funções diferentes e foi possível concluir que o professor acreditava que ao discutir a proporcionalidade entre os conjuntos, isto seria suficiente para que os estudantes percebessem as diferentes características de cada tipo de função com os quais ele trabalhou. O professor demonstrou ter superestimado a importância da proporcionalidade para a elaboração do conceito de função.

O professor explicou ainda que sua percepção acerca da proporcionalidade se deu pela experiência em uma escola, cuja proporcionalidade é abordada desde o sexto ano:

> [...] Aprendi proporcionalidade na Escola A, antes olhava como se fosse regra de três. Quando vi que não era só isso, percebi que tinha proporcionalidade em tudo, inclusive em função[...]

Essa percepção do professor contradiz o que afirma Soares (2016), uma vez que ele afirma que a proporcionalidade é muito utilizada na aritmética e não é tão utilizada na álgebra. O professor, sujeito desta pesquisa, conseguiu ressaltar a presença do conceito, inclusive para o conceito de função.

No entanto, mesmo utilizando a proporcionalidade, a partir do diagrama de flechas o professor ao buscar variar as situações, variou o tipo de função abordado e com essa mudança os alunos apresentaram não conseguiram resolver as tarefas propostas. Para o professor variar a situação era sinônimo de variar o tipo de função. O que a TCC poderia contribuir, no que diz respeito à necessária variação de situações, era a variação entre as classes do eixo de proporção simples – um para muitos e muitos para muitos – além da variação de situações que envolvessem distintas operações – a multiplicação; divisão quotitiva e divisão partitiva.

> [...] Depois de corrigir a tarefa naquele dia, eu escolhi mudar na hora a tarefa de casa que tinha pensado, para algo mais parecido com o que tinha feito antes [...] (professor 28.08)

Nesse momento, o professor faz referência ao dia 24.08, em utilizou as funções afim e linear, gerando dificuldade nos alunos, devido a essas funções abordarem respectivamente, campo multiplicativo e aditivo (função afim) e campo multiplicativo (função linear). É possível perceber que o professor realizou novamente a reflexão na ação, pois diante das dificuldades apresentadas pelos estudantes ele alterou a proposta da tarefa de casa, ele retirou a proposta de trabalho com a função afim e substituiu-a por uma tarefa com função linear.

Dessa forma, foi discutido com o professor a necessidade de estudar os campos conceituais, conforme indicado no tópico anterior.

A partir das dificuldades dos estudantes, percebidas pelo professor quando este variava os tipos de função, possibilitando que os alunos se deparassem com o campo multiplicativo e também com o campo aditivo e multiplicativo concomitantemente. Assim, se fez necessário planejar a aula seguinte, realizando um resgate para as situações trazidas no início da aula do dia 22.08, ou seja que estas situações contemplassem função linear e não outras funções.

O planejamento para a aula do dia 31.08 foi realizado objetivando o resgate de função linear, pois o professor reconheceu que os alunos ainda não estavam preparados para lidar com funções diferentes em uma mesma situação. Além deste resgate, o planejamento previa que se resolvessem uma menor quantidade de situações, para que fosse concedido tempo para os alunos tentarem resolver as situações propostas.

Durante esta sessão o professor colocou o quanto não pretendia definir formalmente função, por receio de não compreensão dos alunos. Nessa perspectiva, pode-se perceber as concepções do professor sobre as dificuldades de seus alunos.

Nessa sessão foi delimitado o que iria ser discutido acerca da TCC na sessão seguinte. Essa delimitação ocorreu a partir das dificuldades apresentadas pelo professor durante as aulas do dia 22 e 24.08 e também admitida por ele durante a sessão em: propor situações diferentes utilizando esquemas que os alunos possuem e o instante adequado de propor situações diferentes utilizando esquemas que os alunos ainda não possuem. Assim, foi combinado que o professor realizaria a leitura de fragmentos do capítulo 3 do livro Formação de professores e as estruturas multiplicativas do Prof. Aparecido Santos. No caso, a delimitação de leitura para a sessão seguinte foi que ele fizesse a leitura das páginas 91 a 99. Pretendia-se com este encaminhamento que o professor compreende-se o que era um campo conceitual e a importância da tríade.

Na aula subsequente, 29.08, foi notório o quanto o resgate das situações de função linear possibilitou o avanço dos alunos acerca do desenvolvimento do conceito de função linear. Como exemplo, tem-se a situação da tarefa de casa, que o professor propôs na aula anterior, figura 26, que retratava um carro com velocidade constante, relacionando tempo e a distância percorrida pelo carro de forma proporcional. O professor continua utilizando a representação do diagrama de flechas para explicitar a proporcionalidade entre os conjuntos.

Depois de corrigida essa situação o professor propõe outra, mas os alunos devem resolvê-la, para tal o professor os coloca em duplas. Os alunos notoriamente não estão acostumados a terem tempo para resolver as situações propostas pelo professor, isso fez com que parte significativa do tempo de aula fosse gasto com a resolução dos alunos e outra parte com um aviso da coordenação em virtude da proximidade com o desfile de 07.09. No entanto, durante a correção os alunos acompanharam de uma forma mais participativa.

Na sessão reflexiva em que esta aula do dia 31.08 foi analisada, em sua reflexão sobre a ação o professor avaliou de forma positiva o retorno para função linear e reconheceu a importância de enfatizar a proporcionalidade entre os conjuntos novamente. Os dados do PISA e SAEB indicam que a compreensão da proporcionalidade entre os conjuntos é uma grande dificuldade dos alunos.

Durante a discussão sobre a TCC, o professor recordou uma estratégia utilizada por ele na aula do dia 24.08, na ocasião antes de corrigir a tarefa de casa que possuía uma situação complexa de função afim, ele utilizou um exemplo de função linear para retomar a discussão sobre proporcionalidade. O professor atrelou esta memória a uma passagem da leitura da TCC, em que a teoria propõe recorrer a uma situação simples, que os alunos possuíam as habilidades necessárias para resolver, quando eles se depararem com um situação mais complexa.

> [...] É como se eu sempre voltasse do começo e fosse tentando criar um vínculo. Começo a aula apresentando algo que parece não ter solução alguma. Depois vou para algo que é mais fácil, que está tudo determinado para só fazer a relação. É importante até para eles ganharem confiança mesmo. É interessante ver que isso está aqui[...]. (professor 04.09)

Quando ele afirmou "é interessante ver que isso está aqui", está fazendo referência a estar no texto estudado na sessão, essa estratégia que para ele não tinha necessariamente um embasamento teórico. O professor utilizava essa estratégia para auxiliar na elaboração do conceito de função pelos alunos.

No entanto, devido ao estudo da TCC, o professor realizou o estudo sobre o campo conceitual, a tríade, o desenvolvimento do conceito em que o indivíduo se depara com situações que tem domínio e aquelas em que não possui domínio. Foi nítido, que o professor se identificou e se reconheceu com a passagem do livro que remete aos casos de esquemas que já estão internalizados pelo sujeito e os que ainda estão em desenvolvimento.

A partir dessa discussão teórica e considerando o desempenho dos alunos na aula do dia 29.08, no momento do planejamento da aula subsequente, 31.08 discutiu-se a utilização da proporcionalidade a partir do diagrama, como a estratégia para que os alunos percebessem o coeficiente angular da função linear. Ainda que o professor tenha optado por não utilizar o termo coeficiente angular, argumentando o intuito de enfatizar o mínimo possível o formato algébrico de uma função.

Devido a essas concepções do professor sobre a representação algébrica, o encaminhamento de leitura para a sessão seguinte foi a passagem do texto em que Santos (2015) realiza a reflexão sobre o viés de três pontos de vista: o didático, o conceitual e o cognitivo.

No texto a reflexão de Santos ser sobre a introdução da multiplicação por meio de adição de parcelas repetidas, indicando que a multiplicação não pode se restringir a soma de parcelas repetidas. Assim, pretendia-se que o professor percebe-se que ele também não poderia restringir função ao diagrama de flechas e ao gráfico.

Nessa sessão não foi possível concluir o planejamento, pois devido a esta sessão ter ocorrido no horário de planejamento do professor na escola, a mesma foi interrompida devido duas vezes devido a um problema em relação a vaga ocupada pelo professor no estacionamento da escola e posteriormente pela coordenação para repasse das datas de envio das avaliações da etapa. Como devido a dificuldades no horário do professor para a realização da sessão esta ocorreu no mesmo dia da aula, então não houve tempo para conclusão da sessão em outro dia ou momento. Assim, o professor teve de elaborar as situações no momento da aula em virtude das interrupções realizadas na sessão.

Assim, na aula do dia 31.08 o professor realizou a correção da atividade de casa. Posteriormente, ele propôs uma situação e concedeu tempo para que os alunos resolvessem:

Para fazer três empadões, o cozinheiro usa 9 ovos. Responda:

a) Quantos ovos o cozinheiro usa para fazer 15 empadões?
b) Quantos ovos o cozinheiro usa para fazer 30 empadões?
c) Qual a relação constante entre a quantidade de ovos e os empadões?
d) Se houvesse x ovos, quantos empadões poderiam ser feitos?

Percebe-se que o professor, propõe que os alunos descubram a quantidade de ovos utilizada, para 15 e 30 empadões. Até o item b esta situação segue o mesmo padrão das abordadas na aula anterior. No entanto, no item c o professor faz uma pergunta que ainda não tinha realizado para os alunos. Indagando-os sobre a relação constante, que devido a ênfase na proporcionalidade dada pelo professor os alunos conseguem identificar rapidamente que se trata do produto constante por três da quantidade de ovos, resultando na quantidade de empadões.

Quando o professor questiona sobre a relação constante, implicitamente ele está pedindo que o aluno explicite o coeficiente angular da função linear. É muito importante que o aluno consiga determinar este coeficiente, pois a percepção dele indica embrionariamente o início da generalização de uma função, que é fundamental para a representação algébrica.

No último item da situação, é possível inferir que o professor tentou conduzir esta generalização do aluno, indicando que a quantidade de ovos poderia ser expressada por uma letra ao invés de um valor. Os alunos apresentaram resistência em relação a utilizar letras no lugar de números, no entanto não tiveram dificuldades para fazê-lo.

Ao corrigir a situação o professor representou a situação através do diagrama de flechas, em que ressaltava a relação dependência entre o conjunto ovos e o conjunto empadão. Ele traçou as flechas, ligando 3 ovos a 9 empadões e colocou no conjunto empadão os valores 15 e 30 trazidos nos itens. Indagou os alunos sobre a relação entre 3 e 9, que os alunos facilmente responderam como sendo o produto por 3, assim os alunos o número multiplicado por 3 que resulta em 15 é 5, então no item a são necessários 5 ovos. No item b, pela mesma perspectiva são necessários 10 ovos.

Para corrigir o item c o professor questiona os alunos sobre a possibilidade da quantidade de ovos ser muito grande, o que deveria ser feito para mesmo assim determinar a quantidade de empadões. Assim, os alunos responderam que bastava sempre multiplicar por 3. A partir disso, o professor coloca que se independentemente da quantidade de ovos, esta deve ser multiplicada por 3, então se ela for x, será explicitada como 3x.Nessa aula o professor não iguala 3x a *f(x),* igualando a y. Nota-se que trata-se da forma embrionária da representação algébrica. Posteriormente a essa situação, o professor propôs situações semelhantes para serem resolvidas em sala e uma para casa.

Na sessão reflexiva seguinte, 04.09, o professor analisou suas situações de forma positiva, uma vez que percebeu que seus alunos estavam conseguindo avançar em relação a representação que o professor mais se esquiva. Nesse aspecto, o professor contradiz a pesquisa de Costa (2008) que destaca o quanto os professores priorizam a representação algébrica em detrimento do diagrama de flechas e do gráfico da função.

Esse receio do professor em abordar a representação algébrica, foi construído a partir de suas experiências com turma anteriores, apresentavam dificuldade quando os números eram substituídos por letras.

Seguindo os encaminhamentos da sessão anterior, o professor apresentou preocupação como o que leu sobre restringir a multiplicação a soma de parcelas repetidas. O professor foi questionado sobre as restrições que percebia em sua prática, na perspectiva do conceito de função linear. Esse questionamento, fez com que o professor utilizasse novamente o argumento de que suas restrições se baseiam em sua experiência nas dificuldades dos alunos e no quanto é difícil definir sozinho as restrições que fará de cada conceito e o limite para realizar tais restrições.

> [...] Sei que estou restringindo, que eles tinham que estudar muito mais coisas, principalmente a parte de álgebra, mas não dá. Se eu for ver, discutir e definir tudo que era pra ser visto eu perderia a turma toda, acabo sem ter saída [...] (professor 04.09)

Nessa reflexão, o professor demonstra ter consciência do quanto a forma como está desenvolvendo o conceito de função é restritiva, mas ele coloca não ter outra alternativa diante da realidade das turmas. Devido a essas dificuldades enfrentadas pelo professor a pesquisa de Ferreira (2014) que enfatiza a necessidade de formação de professores que trabalhem a reflexão.

Contudo, o momento da sessão reflexiva não é para que se aponte erros do professor como afirmam Loiola (2008) e Ibiapina (2004). Assim, os questionamentos levantados sobre a restrição conceitual tinham o intuito descobrir se o professor as fazia conscientemente.

O professor colocou sentir a necessidade de propor mais situações para os alunos ainda enfatizando a representação algébrica, antes de seguir para o um novo conceito. Assim, o planejamento da aula seguinte, 05.09 se restinguiu a elaboração de situações envolvendo a representação algébrica. No entanto, buscando provocar a reelaborações nos esquemas dos alunos, o professor propôs que as situações contemplassem não apenas a construção da representação algébrica, como também a apresentação da representação algébrica para que os alunos pudessem construir o diagrama de flechas.

Nessa perspectiva, o encaminhamento de leitura para a sessão subsequente, 11.09, pois dia 07.09 foi feriado, foi sobre a apresentação do quadro de classificação das situações, visto que o estávamos constantemente elaborando situações para as aulas, então havia a necessidade de analisar essas situações.

Na aula do dia 05.09, o professor propôs as situações planejadas na sessão, sendo uma delas:

Dada a função f(x) = 5x, construa o diagrama de flechas com no mínimo 5 valores em cada conjunto.

Essa situação utiliza o raciocínio inverso, da situação utilizada pelo professor na aula anterior, 31.09. Pois neste caso, o aluno deverá construir os conjuntos e para isso perceberá que só é possível propor valores para um dos conjuntos, no caso x. Depois de proposto o valor para x, este deve ser substituído na função e multiplicado por 5 para obter o valor de f(x) ou y.

É notório que essa percepção não fácil para os estudantes, uma vez que eles necessitam dos conhecimentos prévios de equação, no momento de substituir os valores e conforme indicado nos dados de PISA e SAEB, os alunos possuem dificuldades em equação e na relação entre números e letras. O professor corrige a situação apenas depois de todos os alunos concluírem a atividade e para casa propõe uma situação semelhante.

Devido ao feriado de 07.09, a sessão reflexiva referente a aula do dia 05.09 só ocorreu dia 11.09. Esse espaçamento foi negativo para essa sessão no aspecto teórico, pois o professor apesar de realizar marcações no texto, não recordava dele com tanta clareza. Isso foi sinalizado pelo sujeito, no início da sessão. De modo que na discussão desta sessão foi necessário que a pesquisadora explicasse o quadro de classificação de situações e propusesse para o professor a releitura desse tópico do texto.

No entanto, em relação aos aspectos da aula do dia 05.09 o dano do intervalo entre as sessões foi menor, uma vez a análise positiva do professor se concentrou em como os alunos lidaram com as situações. A análise dele continua registrando o desenvolvimento dos alunos acerca dos conceitos da função linear.

Para o planejamento da aula seguinte o professor nessa sessão reflexiva precisava abordar o diagrama de flechas quando se tratava ou não de uma função, esses conceitos são importantes, para que o professor norteie os alunos, para os casos em que não há proporcionalidade entre os conjuntos, assim como nem todas as situações representam uma função. Ainda sobre a perspectiva da classificação de função em bijetora, sobrejetora e injetora. Na perspectiva do diagrama de flechas esses elementos foram destacados pelo professor.

Nessa perspectiva, o professor colocou nesta sessão que precisava conseguir contextualizar esses conceitos com o cotidiano dos alunos. Conforme ele coloca:

> [...]Quero ter uma ideia, com esse objetivo mas eu ainda não comecei a contextualizar isso, não sei como fazer [...] (professor dia 11/09)

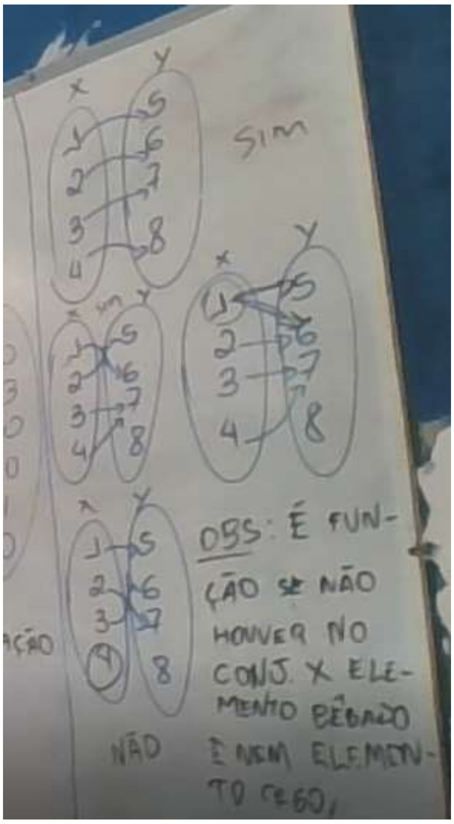
A partir deste registro do professor, foram discutidas algumas possíveis contextualizações, tais como: utilizar pessoas ao invés de números e a não proporcionalidade entre altura e idade. A possibilidade de usar pessoas foi descartada, pois o professor estava em busca de um exemplo numérico para utilizar também a substituição na representação algébrica da função, afim de seguir a cronologia do que estava sendo trabalhado. No caso da não proporcionalidade entre altura e idade, foi abordado, no intuito dos alunos reconhecerem situações em que havia proporcionalidade entre os conjuntos e situações em que não havia proporcionalidade.

No entanto, o professor não conseguiu não estava satisfeito com estas situações, optando assim por realizar a exposição de conteúdos como prática de ensino, conforme indica (CURI,2000).

Embora que a dificuldade encontrada pelo professor nesta elaboração envolvessem as funções sobrejetora e injetora, pois a função linear é uma função bijetora, uma vez que cada elemento do conjunto x só possui um elemento em y e não há sobra de elemento no conjunto y. A pesquisadora optou por deixar que o professor realizasse a aula expositiva, com o intuito que o professor percebesse que não as contextualizações não precisam envolver o cotidiano e sim um contexto. Ainda que este contexto seja o da própria matemática. Considerou-se importante para a formação do professor que ele se lembrasse que nem todos os conceitos matemáticos terão aplicabilidade no cotidiano e ainda assim esses conceitos devem ser estudados.

Desse modo, a aula do dia 12.09 foi a que o professor expôs a análise de quando o diagrama representava ou não uma função e a classificação das funções em injetora, sobrejetora e injetora, conforme indicam a figura 27.

Figura 19 - Classificação de função e não função



Fonte: Elaborado pela autora

Durante a exposição o professor explica a analogia feita por ele no quadro, como cego é o indivíduo que não vê, então o elemento cego é o elemento que não possui imagem. Ele coloca para os alunos que se houver elemento cego no conjunto x,ou seja quando não possuir imagem, é o caso em que não é uma função. Assim como, se houver um elemento bêbado, o indivíduo bêbado possui uma tendência a enxergar objetos e pessoas em maior quantidade do que existe, desse modo o elemento bêbado é aquele no conjunto x, que se caracteriza por possuir duas imagens.

O professor usou ainda diagramas como esses no quadro da figura 27, para explicitar quando se tratava da função injetora, sobrejetora e bijetora. Desenhando um diagrama que representasse cada uma delas. O da injetora indicando que pode haver sobra no conjunto y, mas cada elemento de x só podia possuir um em y. O da sobrejetora indicando que não podia haver sobra de elemento no conjunto y, mas dois elementos diferentes do conjunto x poderiam se ligar a um mesmo elemento em y. A bijetora é aquela que é injetora e sobrejetora, concomitantemente.

Na sessão reflexiva realizada neste mesmo dia 12.09, o professor compartilhou a observação de que o desenvolvimento dos alunos foi melhor do que o esperado. No entanto, ele trouxe a necessidade de propor exercícios na aula subsequente 14.09 para se certificar que os alunos compreenderam.

Nessa sessão, o quadro das situações foi discutido novamente. No entanto, essa discussão tinha o intuito de discutir com o professor a sua percepção para as situações antes de estudar a divisão de eixos proposta por Santos (2015). Nessa discussão, foi priorizada a própria elaboração se situação do professor as dificuldades que ele percebia em si.

A maior dificuldade apontada pelo professor na elaboração de situações foi em realizar a contextualização, assim foi possível questioná-lo da necessidade de contextualizar todos os conceitos matemáticos. Esse momento foi muito importante, pois, com esses questionamentos ele percebeu que estava dificultando a própria elaboração de situação ao buscar sempre uma contextualização cotidiana.

Assim para o estudo teórico na sessão seguinte foi proposto ao professor que este realizasse a leitura referente ao eixo da proporção simples, para que fosse possível analisar as estratégias dos alunos para as situações propostas pelo professor.

No dia 14.09 o professor colocou diferentes diagramas de flechas no quadro para que os alunos classificassem. Tarefa que eles executaram com facilidade.

Assim na sessão do dia 18.09 o professor analisou os aspectos de sua aula de forma positiva, como mostra o fragmento a seguir:

> [...]Eu queria que eles aumentassem a quantidade de questões e percebessem como eles podem usar a função para coisas que eles podem perceber como utilizar de várias maneiras a definição da função e pra mim foi bem satisfatório [...].
> [...]Acho que o marcante da minha aula, foi que eu esperava que eles fossem demorar muito para entender [quando se trata ou de não função]. Quando perguntei se podia sobrar um elemento no y e depois quando perguntei no caso de sobrar elemento no x e que responderam que nesse caso não é nem função. Aquilo me surpreendeu porque eu achava que ia demorar um pouco para eles fazerem essa ligação...foi tão imediata [...] (professor dia 18/09).

O professor tinha uma preocupação de que os alunos não compreendessem os conceitos e assim não conseguissem classificar quando era função ou não e também em relação as funções em injetora, sobrejetora e bijetora. No entanto, o professor se surpreendeu positivamente com o avanço dos alunos.

Na perspectiva da TCC, nessa sessão foi discutido o eixo da proporção simples e sua divisão nas classes um para muitos e muitos para muitos. Nesse aspecto, o professor admitiu que optava, ainda que sem conhecimento sobre a TCC por situações muitos para muitos, pois considerava as situações um para muitos muito simples.

Percebe-se que o professor tenta reduzir as situações um para muitos a um nível de simplicidade por inconscientemente resolver as situações da classe um para muitos como se esta fosse uma relação terciária ao invés de quaternária.

No entanto, esta colocação do professor possibilitou ainda a discussão de que ele estava considerando simples a classe um para muitos, por focar nas operações para resolver a situação. Isso foi perceptível, quando foi realizado o questionamento de se o 1 era dispensável nas demais representações. Quando confrontado, o professor reconheceu que um pode compor um par ordenado, assim como também pode representar um ponto no gráfico. Desse modo, foi possível comprovar para o professor a importância de utilizar ambas as classes.

No planejamento para a aula seguinte, o professor elaborou situações para a prova que parcial aplicada no dia 19.09 devido a discussão teórica desta sessão o professor conseguiu em sua avaliação equilibrar as formas de representações abordadas e as classes muitos para muitos e um para muitos.

Como as aulas desse professor são duplas, 100min, se tratando da turma acompanhada pela pesquisadora. O professor concedeu 50 min de prova para os alunos e para os outros 50 min foi planejado na sessão a construção do gráfico da função. Para isso, no planejamento discutiu-se sobre a utilização tanto do diagrama de flechas, quanto a representação algébrica para a construção do gráfico. Como estudo teórico para o professor ao realizar a correção das provas traria estratégias utilizadas pelos estudantes para serem analisadas na sessão do dia 20.09.

Na aula do dia 21.09 o professor recordou com os alunos as representações utilizadas de diagrama de flechas e formato algébrico e propôs o seguinte:

Dada a função $f(x) = 4x$ construa o seu gráfico com um mínimo de dois pares ordenados.

Nessa situação, o aluno precisa propor dois valores diferentes para x e consequentemente encontrar seus respectivos valores em y. De posse desses valores o aluno precisa reconhecer que eles representam os pares ordenados, para assim traçar os eixos x e y, realizando a marcação dos pares ordenados.

É importante ressaltar que o professor previa que dificuldades dos alunos para construção do gráfico, assim ele antecipou-se e ainda no primeiro semestre letivo do ano em que se realizou a pesquisa, ele propôs o uso do jogo Batalha Naval, com o qual ele trabalhou o plano cartesiano. Ele acreditava que a compreensão do plano e da relação entre os eixos poderia contribuir para o desenvolvimento do conceito de função, especificamente a construção dos gráficos das funções.

Como é possível recordar, na primeira aula discutida na seção planejamento (22.08), o professor propôs o trabalho com pares ordenados, usando o diagrama de flechas. Já consistia em trabalho de preparação para o desenvolvimento do gráfico da função linear, a partir da proporcionalidade entre os pares, utilizada naquela representação. Nesta aula, o professor realizou uma divisão entre 50min para o trabalho gráfico e 50 min para a correção da prova com os alunos.

Neste mesmo dia, ocorreu a última sessão reflexiva da pesquisa e ele estava eufórico, pois os alunos não demonstraram qualquer dificuldade com a construção ou compreensão da representação gráfica da função linear. Sobre o período da aula dedicado a correção da prova, o professor colocou:

> [...]O importante foi a empolgação de muitos alunos tentando corrigir a prova, muitos estavam interessados em saber realmente, entender o que confundiram, erraram. Isso mostra, pelo menos uma empatia com o conteúdo, uma coisa amigável com relação a isso, pra mim foi. Foi uma aula basicamente de correção [...] (professor dia 21/09)

Para ele foi marcante, pois ele discutiu as situações da prova durante a aula e mesmo assim os alunos estavam concentrados e questionando-o sobre suas dificuldades. Anteriormente, para o professor o momento da correção era considerado um instante em que os alunos não se envolviam. Para o professor, essa mudança de postura dos alunos se dá pela compreensão do conceito de função.

Essa reflexão foi importante para o professor, como um autoafirmação positiva de seu próprio trabalho. Dadas as suas experiências anteriores, em que o desempenho dos alunos nos resultados das avaliações estava sempre abaixo do esperado.

Durante as sessões, foi possível, depois do estudo das classificações de situações, que o professor percebesse quando os alunos utilizavam uma estratégia aditiva ao invés de multiplicativa, assim como que ele percebesse diferentes níveis de dificuldade das situações propostas.

Isso fez com que o professor, durante a correção da prova em sala apresentasse para eles algumas estratégias de divisão, pois, ao analisar as estratégias utilizadas nas situações componentes da prova o professor percebeu que além de os alunos não dominarem o algoritmo da divisão, estes por serem do Ensino Médio tinham receio de utilizar outra estratégia para dividir, como o uso de tracinhos e subtrações sucessivas. Assim o professor durante a correção apresentou estratégias no quadro para que eles não tivessem mais este receio de esboçar a divisão através de outras representações. Mesmo tendo consciência de que estes alunos deveriam utilizar o campo multiplicativo para resolver tais situações, o professor demonstra considerar mais importante que o aluno consiga desenvolver suas estratégias para dominar uma situação, ainda que estas sejam menos elaboradas.

Nessa perspectiva, é possível inferir que o professor reconhece que os estudantes possuem tempos de aprendizagem e lacunas diferentes. Mais do que resolver utilizando uma estratégia multiplicativa ou aditiva o aluno deve ser capaz de desenvolver estratégias corretamente para a resolução de uma situação.

É importante destacar também, que mesmo com a dificuldade acerca da nomenclatura das classificações das situações, o professor, durante esse último encontro de sessão reflexiva, demonstrou entender a essência das classificações utilizando uma nomenclatura alternativa própria para explicar suas percepções, como:

> [...] Quando não tinha o valor do um. Ele foi descobrir o 1 para depois descobrir o que está sendo pedido [...] (professor dia 21/09)

Nessa fala o professor indica que o aluno em situações muitos para muitos, utiliza a estratégia de descobrir a relação com o um, para assim transformar a situação em um para muitos e encontrar o que está sendo solicitado. Portanto, ele percebe que este aluno possui dificuldades se tratando de uma situação de muitos para muitos.

A partir do que foi abordado neste capítulo é possível perceber que o professor realizou tanto reflexão na ação, como sobre a ação. Sendo mais frequente, a reflexão sobre a ação, pois esta é a proposta da sessão reflexiva.

É importante destacar, que as discussões teóricas da TCC partiram das necessidades apresentadas pelo professor, portanto foram realizadas seguindo esta cronologia.

Assim como na pesquisa de Oliveira (2014) o professor foi indagado sobre suas atividades nas aulas, suas concepções e estratégias. No entanto, mesmo com o debate teórico, ao professor teve liberdade durante toda a formação, não houve imposição sobre o que abordar em suas aulas, as situações propostas, cronologia do desenvolvimento dos conceitos de função linear, habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes.

Em consequência disso, as discussões teóricas aconteceram a partir dos momentos em que o professor reconheceu suas práticas nos textos, conforme foi indicado e quando percebeu a importância de realizar algo trazido pelos textos em sala, como por exemplo: a análise das resoluções dos alunos, o reconhecimento do uso dos operadores escalar e funcional por parte dos alunos.

Quanto aos conceitos de campo conceitual e a tríade o professor demonstrou dificuldade por se tratar de uma discussão mais abstrata. No entanto, o professor conseguiu perceber que ao utilizar campos conceituais diferentes em uma mesma situação isso gerava maior dificuldade para os estudantes. Antes das sessões reflexivas o professor não conseguia entender os motivos dessa queda de desempenho dos estudantes.

Devido ao dinamismo de realizar o planejamento para a próxima aula e a discussão teórica na mesma sessão, foram priorizados fragmentos do texto, cuja a discussão o professor poderia aplicar de forma mais imediata no planejamento. Isso possibilitou que, mesmo nos debates mais densos da TCC o professor não tivesse a impressão de que as discussões estavam tendendo para a teoria e não para a prática.

Desse modo, a discussão da TCC sempre foi pautada na prática do professor, por isso a necessidade de analisar cada aula dada na sessão reflexiva.Nessa perspectiva, durante a análise das aulas em nenhum momento foi colocado que algo que o professor fez estava errado ou foi proposto que ele seguisse algum modelo a ser executado em suas aulas, conforme indicam Ibiapina (2008) e Loiola (2004). As discussões partiram de suas percepções e a partir delas, foi realizado estudo da TCC.

Ao final de cada sessão o professor foi questionado sobre a importância de estudar a TCC para o ensino de função linear e em todas elas, desde o início das sessões reflexivas, o professor reconheceu que a literatura utilizada em cada sessão tinha relação direta com a demanda apresentada por ele e assim era fundamental a leitura, discussão e planejamento envolvendo os aprendizados da TCC.

A partir do que foi colocado e pela maneira extremamente eufórica que o professor se encontrava na sessão do dia 21/09, pode-se perceber que o professor se analisa positivamente a partir do desempenho de seus alunos e dentro do que ele desenvolveu ao longo da formação. Ele constatou o que a TCC indicava em sua prática.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para esta pesquisa em que o objetivo é analisar a reflexão como fundamento da formação do professor para o ensino de função linear, possibilitou perceber o desafio de realizar um processo reflexivo.

O desafio se configura pelos obstáculos enfrentados pelo sujeito envolvido na pesquisa até a conclusão da mesma, como pequena disponibilidade de horários do professor dada a sua carga horária em duas escolas. Consequentemente, foi difícil para ele a leitura dos textos devido aos períodos intensos de trabalho e mesmo assim o professor visivelmente leu cada um dos textos para as sessões reflexivas.

É importante ressaltar também a motivação e preocupação acerca do ensino de função linear pelo professor, que com antecedência estava buscando auxílio e isso o tornou sujeito desta pesquisa.

O professor demonstrou desde a entrega do planejamento e realização do instrumento diagnóstico não possuir formação prévia na TCC. Com o acompanhamento das aulas, percebeu-se que a ausência de detalhamento do planejamento, indicava que esta prática era executada como uma listagem dos conceitos a serem abordados na aula, não elencando competências e habilidades a serem desenvolvidas com os estudantes. Durante as sessões reflexivas esse não conhecimento sobre a teoria se confirmou.

No entanto, ao longo do processo estabeleceu-se uma proximidade entre o professor de sua prática relacionada a TCC. Em diversas ocasiões o professor se reconheceu nos textos lidos, em práticas que já eram suas e também percebeu a importância de incorporar novas práticas a sua aula, principalmente quanto a elaboração das situações previamente, a consciência da dificuldade que os alunos podem apresentar quando uma mesma situação abordar campos conceituais diferentes, a relevância da análise das resoluções dos estudantes, no aspecto da função linear qual operador utilizado pelos alunos.

Devido a relação direta com a prática desta formação, houve aprofundamentos teóricos no estudo da TCC, que seria necessário mais tempo de discussão tais como: os campos conceituais, a tríade e análise das situações. Esta análise, por exemplo o professor faz mas dentro de uma nomenclatura própria e não da TCC.

No entanto, percebe-se que mesmo assim as sessões reflexivas possibilitaram mudanças nas aulas do professor, no planejamento dessas, na análise do professor sobre as dificuldades dos alunos.

Percebe-se que mesmo com as lacunas deixadas pela formação, ter pautado a formação na reflexão do professor influenciou diretamente no seu empenho e motivação do professor até o final da pesquisa.

Assim, as discussões presentes nesta pesquisa tomaram por base as reflexões do professor de suas aulas e ao assistir fragmentos de suas aulas durante as sessões reflexivas. A partir dessas discussões iniciais, a cada sessão era delimitado um fragmento do texto sobre a TCC para ser discutido no encontro seguinte. Optou-se por essa divisão do texto como uma medida de antecipação a dificuldade de leitura que ainda assim o professor sentiu.

Através da caracterização da prática do professor, percebeu-se que este, possuía uma experiência profissional em uma escola que utiliza proporcionalidade, como um conceito fundamental para o desenvolvimento de conceitos na matemática e nas demais disciplinas escolares. A partir desta vivência o professor conseguiu incorporar a sua prática esse conceito para o ensino de função linear, embora carregue fragilidades sobre o seu desenvolvimento detectadas na caracterização de sua prática.

Destaca-se que o professor se manteve interessado em discutir sobre sua prática, conforme percebia a evolução de seus alunos, pois o professor recordava constantemente de anos anteriores comparando as dificuldades dos alunos e assim comemorava pelas dificuldades que não se repetiam.

A partir das observações, do professor e a partir das sessões reflexivas, foi possível compreender as concepções que acompanham o professor ao longo de seus percursos formativos, desde a vida escolar às vivências da sala de aula. Destaca-se, a formação matemática precária do professor em teorias da educação matemática e não apenas na TCC. Essa lacuna teórica é carregada por ele, desde a sua formação inicial na Licenciatura em Matemática.

É importante ressaltar que essa experiência promoveu uma aproximação do professor com um aporte teórico relevante ao ensino de Matemática, até então desconhecido, e que possibilitou que ele buscasse relações com sua prática para o ensino de função linear.

Nessa perspectiva, o professor demonstra consciência acerca das lacunas presentes em sua formação, como também que estas contribuem para que se desenvolvam lacunas nos estudantes. Assim, o professor demonstra interesse constante em buscar alternativas para o preenchimento de suas lacunas e nessa busca ele se tornou sujeito desta pesquisa.

Considera-se que os objetivos específicos dessa pesquisa foram atingidos, sendo eles: caracterizar a prática inicial do professor, caracterizar as concepções do professor sobre a TCC e analisar as reelaborações conceituais e metodológicas realizadas pelo professor acerca do ensino de função linear. Estes objetivos contribuíram para se alcançar o objetivo central da pesquisa: Analisar a reflexão como fundamento da formação do professor para o ensino de função linear.

Esse estudo possibilitou uma aproximação com a escola estadual, apontando para a necessidade de desenvolver formações na perspectiva reflexiva. Apesar das dificuldades. É possível entender que as sessões reflexivas podem ser uma estratégia de aproximação entre os conhecimentos desenvolvidos na universidade e aqueles construídos no dia a dia da sala de aula. Assim esta investigação, traz indicações que se faz necessário investir em futuros trabalhos com o intuito de contribuir com a formação do professor de Matemática do Ensino Médio e também para a utilização do tempo de planejamento do professor para a reflexão e reelaboração deste.

REFERÊNCIAS

BARBIER, René. **A Pesquisa-ação.** Brasília: Plano, 2002

BODGAN, Robert C; BIKLEN, SariKnopp. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto, 1994.

BOYER.C.B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F Gomide. 2. ed São Paulo: Edgar Bluncher. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Secretaria de Educação Fundamental.Brasília: MEC/SEF, 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. Secretaria de Educação Fundamental.Brasília: MEC/SEF, 2015.

BRITO, Maria das Dores Costa. **A História da Matemática no Brasil.** 2007. 56f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática)- Universidade Católica de Brasília, Fortaleza, 2007. Disponível em: <http://www.ucb.br/textos/2/750/2SemestreDe2007/>. Acesso em: 10 jan. 2017.

CARVALHO, Rodrigo Lacerda. **Educação Integral no Brasil:** reflexões acerca da formação para o esclarecimento e a autonomia na perspectiva de Adorno. 2017. 182f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017.

CARVALHO R.L, CASTRO FILHO J.A, MAIA D.L, PINHEIRO J.L. **Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores com suporte das tecnologias digitais**. [S.l.:s.n.], 2016.

CASTRO, Juscileide Braga de**. Construção do conceito de covariação por estudantes do ensino fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais**. 2016. 275f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

COSTA, C. B. de J. da.**O conhecimento do professor de matemática sobre o conceito de função**. 2008. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

CURI, Edna. **Formação de professores de Matemática:** Realidade presente e perspectivas futuras. 2000. 244 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – PUC, São Paulo, 2000

D'AMBROSIO. **Educação matemática:** da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

D’AMBROSIO. Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates. SBEM**, Brasilia, Ano 2, n. 2, p. 15-19, 1989.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.** Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 1988.

DEWEY, John. **Democracia e educação:** introdução à filosofia da educação. 3. ed. Tradução de Godofredo Rangel e Anísio Teixeira.São Paulo: Nacional, 1959.

DOMITE,M.C.S.Formação de professores e etnomatemática: compreendendo para pedir mudanças. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006. Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: [s.n.], 2006.

DIAS, Ana Carla Amancio Machado. **Avaliação de um objeto de aprendizagem para a compreensão do conceito de proporcionalidade por estudantes do 6º. ano do ensino fundamental.**' 2016. 109 f. Dissertação (Mestrado Profissional em computação aplicada instituição de ensino) - Universidade Estadual do Ceará, fortaleza, 2016.

EVES, H. **Introdução à história da matemática.** Campinas, SP: UNICAMP, 2004.

FERREIRA, Maria Cristina Costa. **Tese conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica:** a álgebra na escola e na formação do professor. 2014. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação: Conhecimento e Inclusão social) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2014.

IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de Melo. Pesquisa Colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líber Livro Editora, 2008

IEZZI G, MURAKAMI C. **Fundamentos da Matemática Elementar 1:** Conjuntos, funções: exercícios resolvidos, exercícios propostos com respostas, teste de vestibular com resposta. 7. ed. São Paulo : Atual,1939

LEITE, Anna Barbara Barros. **Resolução de Problemas de Proporção dupla e múltipla:** um olhar para as situações que envolvem grandezas diretamente proporcionais 2016 109 f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva Instituição de Ensino) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

LOIOLA, Laura Jeane Soares Lobão. **Contribuições da pesquisa colaborativa e do saber prático contextualizado para uma proposta de formação continuada de professores de Educação Infantil**. Fortaleza, 2004. 327f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2004.

MAGALHÃES, M.C.C. Formação Contínua de Professores: sessão reflexiva como espaço de negociação entre professores e pesquisador externo. In: FIDALGO, S.S. e SHIMOURA A. S. (Orgs.). **Pesquisa Crítica de Colaboração:** Um Percurso na Formação Docente. São Paulo: PUC-SP, 2007.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do Ensino Fundamental?: contribuição para o debate. **Em Teia: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 1, n. 1, p. 1-23, 2010.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. A estrutura multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2012, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: UFC, 2012.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa à luz da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão com foco na aprendizagem. In: CASTRO FILHO, J. A. et al. **Matemática, cultura e tecnologia:** perspectivas internacionais. Curitiba: CRV, 2016. p. 6582.

MAIA, Dennys Leite. **Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais.** 2016. 195f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016

MINAYO M.C.; SANCHES, O. Quantitativo-qualitativo: oposição ou complementaridade? **Caderno de Saúde Pública,** v. 9, n. 3, p. 239-262, 1993.

MIORIM, Maria Ângela. **O ensino de Matemática:** evolução e modernização. 1995, 231 f. Tese (Faculdade de Educação)- Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

NÓVOA, A. Orgs. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote,1992.

OLIVEIRA, Bárbara Pimenta de. **Reflexões à luz da teoria dos registros de representação semiótica acerca das práticas dos professores que ensinam matemática**. Fortaleza: UECE, 2014.

PINTO, Neuza Bertoni; SOARES, Elenir Terezinha Paluch. Práticas da Matemática Moderna no curso de Licenciatura: uma perspectiva histórico-cultural. **Rev. Diálogo Educ.,** Curitiba, v. 8, n. 23, p. 91-104, jan./abr. 2008.

PONTE, J. P. et al. **O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade direta pela exploração de regularidades**. Lisboa: Instituto de Educação, 2010.

PONTE, J. P., BRANCO, N.;MATOS, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: DGIDC, 2009.

PONTES, Maria Gilvanise de O. A formação de professores de Matemática no Brasil. In: ____. **Formação e práticas docentes**. Fortaleza: EdUECE, 2007.

SÁ,P.F; SOUZA,G.S;SILVA,IDB. A construção do conceito de função : Alguns dados históricos. **Traços(UNAMA),** Belém,v. 6, n. 11, p 123-140, 2003.

SANTOS,A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricase práticas. [S.l.]: Appris, 2015.

SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação.** 3. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1997. p. 79-91.

SCHON,Donald. **Educando o profissional reflexivo:** um novo designer para o ensino e aprendizagem.Trad Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SIERPINSKA,A. ON understanding the notion of function. In : DUBINSKY,E;HAREL,G. Ed. **The concepto f function**: aspects of function and pedagogy. Nova York: MAA Notes, 1992. V25.p.195-213.

SILVA, Clóvis Pereira da.Sobre a História da Matemática no Brasil após o período colonial. **Revista da SBHC,** Campinas, SP. n. 16, 1996, pp. 21-40.

SOUZA, Emilia Isabel Rabelo de**. Estruturas multiplicativas:** concepção de professor do ensino fundamental. 2015 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática Instituição de Ensino) - Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática:** uma análise de materiais que expressam fases do currículo da educação básica. 2016. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática Instituição de Ensino) - Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, IJUÍ-RS, 2016

SPINILLO, A. Proporções nas séries iniciais do primeiro grau. In: SCHLIEMANN, A. et al. **Estudos em Psicologia da Educação Matemática**. Recife: UFPE, 1997. p. 40-61.

VASCONCELOS, Maria Betânia Fernandes De.Tese funções lineares no ensino médio: contextualizações e representações. 2014. 189f. Tese (Doutorado em educação) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2014

VARIZO, Zaíra da C. Melo. Os caminhos da Didática e sua relação com a formação de professores de Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora V. (orgs.). **A formação do professor que ensina Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. In: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, NY: Academic Press, 1983. p. 127-174.

VERGNAU D, G. Multiplicative Structures. In: HIEBERT, H.; BEHR, M. **Research Agenda in Mathematics Education:** Number Concepts and Operations in the Middle Grades.Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1988. p. 141-161

VERGNAUD, Gérard.Teoria dos campos conceituais. In: NASSER,L, (Ed). SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA,1,1993 Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: SIEM,1993p.1-26.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar**.** Curitiba: UFPR, 2009.

VICENTINI, Paula Perin; LUGLI, Rosário Genta. **História da profissão docente no Brasil:** representação em disputa. São Paulo: Cortez, 2009.

APÊNDICE

APÊNDICE A - Roteiros

Roteiro de observação das aulas iniciais

Início da Aula______________________________

Título da Aula ______________________________

Há Planejamento? ____________________

Qual o conteúdo planejado? ____________________

O que foi planejado foi executado? ____________________

Em caso negativo detalhar o que não foi executado:

Houve retomada de assunto que havia sido trabalhado anteriormente? Especificar o que em caso positivo.

Como o professor apresentou o conteúdo?

Que recursos o professor utilizou?

Quantas e quais foram as situações propostas?

Como os estudantes participaram da aula?

Como o professor lidou com os erros e acertos dos alunos?

APÊNDICE B - Roteiro de observação aulas professor reflexivo

Início da Aula____

Título da Aula ____

Qual o conteúdo planejado? __________________________

O que foi planejado foi executado? ___________________________

Em caso negativo detalhar o que não foi executado:

____

____

____

____

____

Houve retomada de assunto que havia sido trabalhado anteriormente? Especificar o que em caso positivo.

____

____

______

____

____

______

Como o professor apresentou o conteúdo?

____

____

____

____

____

____

____

______

Que recursos o professor utilizou?

____

____

Quantas e quais foram as situações propostas?

Como os estudantes participaram da aula? Houve mudança de como participavam nas aulas iniciais?

Como o professor lidou com os erros e acertos dos alunos? Houve mudança de como lidava nas aulas iniciais?

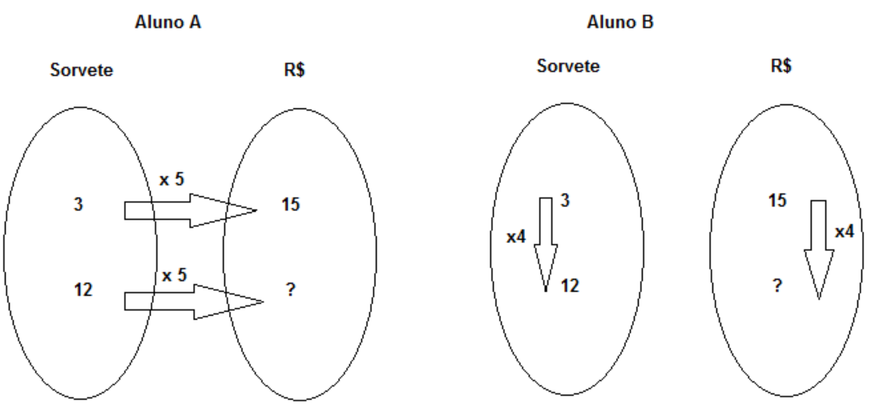
APÊNDICE C - Roteiro para as sessões reflexivas

Professor e pesquisadora assistem a aula em vídeo
Professor comenta sua aula, destaque de momentos importantes para a aprendizagem dos alunos por parte do professor e da pesquisadora.
Discussão: O professor percebe a teoria nas situações propostas?
Discussão para prática: Essa discussão é relevante para a prática do professor? O percebe a importância das classificações de situações? O professor compreende a relevância da diversidade de situações?

APÊNDICE D - Instrumento

1) Analise as duas estratégias de resolução sobre o problema abaixo. Você considera ser correto resolvê-lo de ambas as formas? Em qual delas é possível apontar maior contribuição para o desenvolvimento do conceito de função? Por que? Enumere os aspectos

Três sorvetes custam R$15. Quanto custam 12 sorvetes?



2) Um professor propôs as seguintes questões a sua turma:

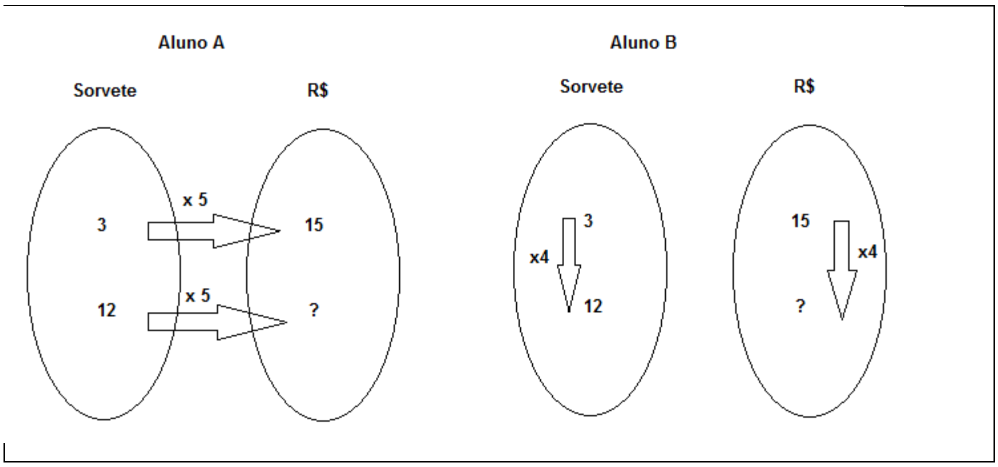
- Dado que f(x) = 2x, calcule f(2)
- Calcule o valor de x: 3x –x +45 = 67
- Qual o domínio da função f(x) = 2x para os Naturais

Que conceitos você julga que o professor deseja avaliar com essa proposição?

3) Nos itens abaixo, selecione aqueles que representam a mesma função

1) Analise as duas estratégias de resolução sobre o problema abaixo. Você considera ser correto resolvê-lo de ambas as formas? Em qual delas é possível apontar maior contribuição para o desenvolvimento do conceito de função? Por que? Enumere os aspectos. Conforme a figura13.

Três sorvetes custam R$15. Quanto custam 12 sorvetes?



2)Um professor propôs as seguintes questões a sua turma:

- Dado que f(x) = 2x, calcule f(2)
- Calcule o valor de x: 3x –x +45 = 67
- Qual o domínio da função f(x) = 2x para os Naturais

Que conceitos você julga que o professor deseja avaliar com essa proposição?

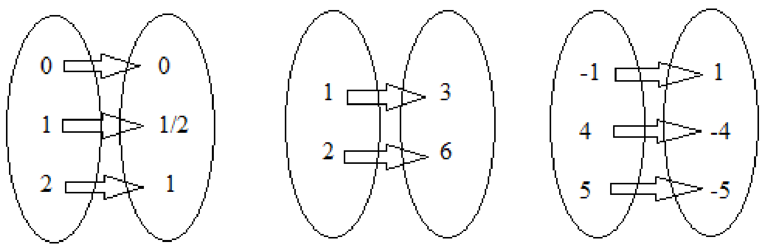
3)

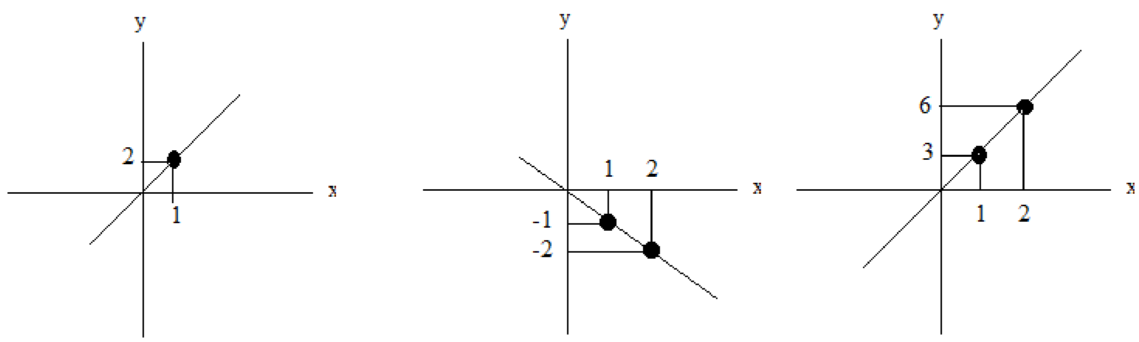
Nos itens abaixo, selecione aqueles que representam a mesma função:

$f(x) = 3x$

$f(x) = \frac{x}{2}$

$f(x) = -x$





4)Como você pensa em estabelecer, com seus alunos, a relação entre essas diferentes formas de representação de função?

5)O gráfico abaixo na figura 17, mostrando o IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) foi apresentado na televisão e removido imediatamente por apresentar erro. Que erro o gráfico apresenta? Qual a relevância desse erro para o conteúdo de função linear?

Fonte: Globonews no dia 10/01/2014

6) Em um restaurante há 64 cadeiras, sabendo que em cada uma das mesas desse restaurante há 4 cadeiras. Diga quantas mesas há no restaurante. A seguir há diferentes resoluções propostas por estudantes fictícios,analise as estratégias de resolução usadas por estudantes destes mesmo problema e explique o que percebe em relação a aprendizagem deles sobre função linear, as resoluções dos estudantes a seguir :

Resolução A : 4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4+4= 64

Resolução B: 4= 1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1 4=1

Resolução C: 64 : 4 = 16

Resolução D: 4x8 =32 4x9=36 4x10=40 4x11=44 4x12=48 4x13=52 4x14 = 56 4x15=60 4x16 =64

4) Como você pensa em estabelecer, com seus alunos, a relação entre essas diferentes formas de representação de função?

5) O gráfico abaixo, mostrando o IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor) foi apresentado na televisão e removido imediatamente por apresentar erro. Que erro o gráfico apresenta? Qual a relevância desse erro para o conteúdo de função linear?

Globonews no dia 10/01/2014

6)

APÊNDICE E - Estruturas multiplicativas e função linear

Tabela 1- Estruturas multiplicativas e função linear

Título	Autor
Construção do conceito de covariação por estudantes do ensino fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais	Juscileide Braga Castro
Resolução de problemas de proporção dupla e múltipla: um olhar para as situações que envolvem grandezas diretamente proporcionais	Anna Bárbara Barros Leite.
Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental	Emília Isabel Rabelo de Souza
Avaliação de um objeto de aprendizagem para a compreensão do conceito de proporcionalidade por estudantes do 6º. Ano do ensino fundamental	Ana Carla Amâncio Machado Dias
Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais	Dennys Leite Maia
Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática: uma análise de materiais que expressam fases do currículo da educação básica	Maria Arlita da Silveira Soares
Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores de matemática com suporte das tecnologias digitais	Rodrigo Lacerda Carvalho
Um estudo das relações entre contextualizações e representações do conceito de função linear	Maria Betânia Fernandes De Vasconcelos

APÊNDICE F - Função linear e formação de professores

Tabela 2- Função linear e formação de professores

Título	**Autor**
Conhecimento matemático específico para o ensino na educação básica: a álgebra na escola e na formação do professor	Maria Cristina Costa Ferreira

APÊNDICE G - Formação de professores e estruturas multiplicativas

Tabela 3- Formação de professores e estruturas multiplicativas

Título	**Autor**
Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores de matemática com suporte das tecnologias digitais	Rodrigo Lacerda Carvalho
Reflexões à luz da teoria dos registros de representação semiótica acerca das práticas dos professores que ensinam matemática	Bárbara Pimenta De Oliveira