**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ**
**CENTRO DE EDUCAÇÃO**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO**
**MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO**

**ELIZIANE ROCHA CASTRO**

# COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS E DIDÁTICAS DE PROFESSORES DO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS

**FORTALEZA – CEARÁ**
**2016**

ELIZIANE ROCHA CASTRO

# COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS E DIDÁTICAS DE PROFESSORES DO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS

Dissertação apresentado ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre. Área de Concentração: Formação de Professores.

Orientador: Profª. Drª. Marcilia Chagas Barreto

FORTALEZA – CEARÁ

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Universidade Estadual do Ceará

Sistema de Bibliotecas

Castro, Eliziane Rocha.
Competências conceituais e didáticas de professores do 5º ano do ensino fundamental sobre as situações multiplicativas de isomorfismo de medidas [recurso eletrônico] / Eliziane Rocha Castro. - 2016.
1 CD-ROM: il.; 4 ¾ pol.

CD-ROM contendo o arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico com 160 folhas, acondicionado em caixa de DVD Slim (19 x 14 cm x 7 mm).

Dissertação (mestrado acadêmico) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação, Mestrado Acadêmico em Educação, Fortaleza, 2016.
Área de concentração: Formação de Professores.
Orientação: Prof.ª Dra. Marcilia Chagas Barreto.

1. Competências Conceituais e Didáticas. 2. Situações Multiplicativas. 3. Isomorfismo de Medidas. I. Título.

# ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Aos trinta dias do mês de agosto de dois mil e dezesseis, **ELIZIANE ROCHA CASTRO** aluno(a) regularmente matriculado(a) no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE/UECE) Curso de Mestrado Acadêmico (CMAE), na área de concentração em Formação de Professores, defendeu a dissertação intitulada **COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS E DIDÁTICAS DE PROFESSORES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS.** A Banca de Defesa foi composta pelos professores: Dra. Marcília Chagas Barreto (Presidente – PPGE/UECE), Dr. Antônio Luiz de Oliveira Barreto (UECE) e Dr. José Aires de Castro Filho (UFC). A defesa ocorreu das 16h0 às 17:20hs, tendo sido o(a) aluno(a) submetida à arguição, dispondo cada membro da banca de tempo hábil para tal. Em seguida, a banca reuniu-se em separado e concluiu por considerar aprovada o(a) mestrando(a) **Eliziane Rocha Castro**, por sua dissertação e sua defesa pública terem recebido conceito satisfatório.

Comentários da Banca:

A banca considerou o trabalho relevante, com boa visão da elaboração, sugerindo a publicação em forma de artigos.

Eu, Marcília Chagas Barreto, que presidi a Banca de Defesa de Dissertação, assino a presente ata, juntamente com os demais membros, e dou fé.

Profa. Dra. Marcília Chagas Barreto (Presidente – PPGE/UECE)

Prof. Dr. Antônio Luiz de Oliveira Barreto (UECE)

Prof. Dr. José Aires de Castro Filho (UFC)

“Consagre ao Senhor tudo o que você faz e seus planos serão bem-sucedidos” (PROVÉRBIOS, 16:3). Assim fiz e agora dedico este trabalho aos que amo incondicionalmente: Jayron, meu esposo; Lucyllia e Isabelle, minhas filhas e Maria Raimunda, minha mãe.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, que me deu forças e guiou meu passos, dotando-me de capacidade, habilidade, inteligência e perseverança na obtenção deste importante título.

Ao meu esposo Jayron Castro e minhas filhas Lucyllia Castro e Isabelle Castro pelo apoio e compreensão porque não pude estar presente em alguns momentos, para dedicar-me aos estudos. Amo vocês.

À minha mãe Maria Raimunda, minhas irmãs Elizelma Luz e Elizangela Rocha, minha prima Shirley Mendes, meu sogro Manoel Castro e minha sogra Erlinda Castro pelo apoio e estímulos a mim endereçados ao longo de minha vida.

À Drª Thays da Silva Nascimento, que com sua competência, profissionalismo e amizade dedicou-se à manuntenção de meus direitos.

À minhas amigas Monica Rafaela Silva Nascimento, Laurícia Aquino Gonçalves, Geni Pereira Cardoso e o amigo Francisco Alves Lopes pela amizade, ajuda, carinho e apoio moral.

À Luciana Rodrigues, minha querida amiga. Um presente de Deus em minha vida. A pessoa com quem eu estabeleci relações mais profundas no curso de mestrado. Agradeço pelo convívio, pela ajuda mútua, carinho demonstrado e pelas palavras de incentivo que só fizeram crescer o amor fraterno entre nós.

Ao meu amigo Jeovane Nascimento, pela amizade e companheirismo nas publicações.

Ao Prof. Dr. João Luiz Gasparin, a quem eu já admirava intelectualmente antes de conhecê-lo pessoalmente. Obrigada por estar sempre disponível e disposto a me ajudar. Seus ensinamentos foram preciosos durante as fases que levaram à concretização desta dissertação.

À minha orientadora Marcilia Chagas Barreto, um agradecimento carinhoso, pela disponibilidade manifestada, por partilhar seus saberes e pelas valiosas contribuições para a construção desta dissertação.

Aos professores Dr. José Aires de Castro Filho e Dr. Antonio Luiz de Oliveira Barreto, que aceitaram compor minha banca de qualificação e de defesa. Obrigada pelas contribuições e análises significativas às quais busquei atender na versão final da dissertação.

Aos colegas do Grupo de Pesquisa MAES, pelos ensinamentos, prontidão e companheirismo.

À professora Agnesi e ao professor Teon, sujeitos da pesquisa, agradeço a participação para a compreensão do fenômeno estudado e para a produção de conhecimento científico.

Estendo meus agradecimentos aos professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação da UECE, bem como, aos colegas da turma de mestrado 2014 porque ressignificaram minha história imprimindo nela novas relações, conhecimentos e sentimentos

de pertença e conforto. Relações que outrora não foram vivenciadas de igual forma, porque com pessoas diferentes.

Sinto-me muito abençoada e envaidecida pela importantíssima força recebida, sobretudo na superação dos obstáculos que se fizeram presentes na minha vida durante essa trajetória acadêmica e que foram superados com a ajuda de Deus e de vocês.

A todos, muito obrigada!

As verbalizações dos alunos e dos professores, as formas institucionais e acadêmicas do conhecimento desempenham um papel significativo nos processos de ensino e de aprendizagem, mas a atividade em situação (gestos, atenção seletiva, raciocínio, gestão das incertezas) é a principal mola de desenvolvimento de competências.

(VERGNAUD, [s.d] . Tradução nossa).

## RESUMO

Inserida no campo da Educação Matemática, esta dissertação teve como objetivo central analisar as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas tendo como suporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais. O constructo teórico prevê a estruturação dos conceitos de multiplicação e divisão em um único campo conceitual – o das Estruturas Multiplicativas. Tais operações estão organizadas em duas grandes categorias: o produto de medida e o isomorfismo de medidas. Esta última, foco da pesquisa, contempla como principais classes a multiplicação, a divisão partitiva e a quotitiva. A pesquisa é de natureza qualitativa, ancorada no método do Estudo de Caso do tipo único com enfoque incorporado, porque recaiu sobre os atos de mediação de dois docentes em duas turmas do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública do Município de São Luís/MA. A pesquisa de campo foi realizada de abril a outubro de 2015, período em que a escola campo vivenciou o seu primeiro semestre letivo daquele ano. Os dados empíricos foram coletados por análise documental (plano de unidade didática de cada professor; cadernos dos alunos; atividades avaliativas) observação participante de aulas previamente planejadas pelos docentes observados e sessões reflexivas acerca dessas mesmas aulas. Os achados desta incursão investigativa revelam que os professores proporcionaram aos alunos situações pertencentes às principais classes da categoria de isomorfismo de Medidas com predomínio do tipo multiplicação e carência das situações multiplicativas do tipo divisão quotitiva. As situações-problema foram modeladas por enunciados bem formulados, nos quais apareceram todos os dados necessários para a resolução, com coerência entre dados e contexto utilizado. Não obstante, os valores numéricos são em maioria compostos por um e por dois algarismos, denotando que o trabalho com os valores numéricos mais elevados está sendo adiado. Constatou-se que os alunos de ambos os professores são levados a substituir seus *eskemas* idiossincráticos pelo algoritmo convencional ensinado pelos professores. Durante a realização das sessões reflexivas os professores fizeram ponderações e questionamentos buscando compreender a proposta teórica dos Campos Conceituais de modo que foi possível que ambos os professores fizessem problematizações e reflexões sobre suas práticas à luz da Teoria dos Campos Conceituais, assumindo desta forma, uma postura crítica e reflexiva sobre os seus atos de mediação.



**Palavras-chave:** Competências Conceituais e Didáticas. Situações Multiplicativas. Isomorfismo de Medidas.

## ABSTRACT

Inserted in the field of mathematics education, this work had as main objective to analyze the conceptual and didactic skills of teachers of the 5th year of elementary school on the multiplicative situations Measures Isomorphism having as theoretical support the Theory of Conceptual Fields. The theoretical construct provides the structure of multiplication and division concepts into a single conceptual field - of multiplicative structures. Such operations are organized into two great categories: the measure product and measures of isomorphism. The latter, focus of this research, includes, as a major classes, multiplication, division and partive quotiva. The research is qualitative, grounded in the study of the method of the single type case with incorporated focus, because fell on the acts of mediation of two teachers in two classes of the fifth grade of elementary school in a public school in São Luis / Ma. The field research was carried out from April to October 2015, period when the field school experienced its first semester of that year. Empirical data were collected by documental analysis (teaching unit plan for each teacher, student notebooks, evaluative activities) participant observation of lessons previously planned, by the observed teachers and reflective sessions on these same classes. The findings of this investigative foray reveal that teachers provided students with situations belonging to the main classes of measures isomorphism category with predominance of type multiplication and lack of multiplicative situations of the type division quotiva. The problem situations were modeled by well formulated statements, in which appeared all the data necessary for the resolution, with consistency between data and context used. However, numerical values are mostly composed of one and two digits, indicating that the job with the highest numerical values being postponed. It was found that students of both teachers are driven to replace their idiosyncratic schemes by the conventional algorithm taught by teachers. During the performance of reflective sessions teachers pondered and questioned trying to understand the theoretical proposal of Conceptual Fields so that it was possible that both teachers did problematizations and reflections about their practices in the light of the Theory of Conceptual Fields, assuming this way, a critical and reflective attitude about their acts of mediation.



**Keywords:** Conceptual Skills and Teaching. Multiplicative situations. Isomorphism measures.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES


Figura 1 - Diagrama invariantes operatórios, conhecimento consciente explicitável, explícito e formalizado ..... 28
Figura 2 - Esquema do isomorfismo de medidas ..... 36
Figura 3 - Esquema das relações entre magnitudes no isomorfismo de medidas ..... 37
Figura 4 - Resolução de situação-problema através da utilização do operador escalar ..... 39
Figura 5 - Resolução de problema com a utilização do operador funcional ..... 39
Figura 6 - Resolução de situação-problema do tipo divisão partitiva ..... 40
Figura 7 - Resolução de situação-problema do tipo divisão quotitiva ..... 41
Figura 8 - Representação esquemática do problema do tipo quarta proporcional ..... 41
Figura 9 - Esquema de situação-problema do tipo quarta proporcional ..... 42
Figura 10- Resolução de situação-problema do tipo quarta proporcional ..... 42
Figura 11- Classificação das situações-problema de Isomorfismo de Medidas ..... 43
Figura 12- Atos de mediação docente na perspectiva vergnaudiana ..... 47
Figura 13- Representação esquemática do caminho metodológico ..... 59
Figura 14- Organização das sessões reflexivas ..... 70
Figura 15- Exemplo de Atividades de Algoritmos ..... 86
Figura 16 - Exemplo de Exercícios ..... 87
Figura 17 -Exercício proposto por Teon ..... 89
Figura 18- Noção Reducionista da Multiplicação. ..... 95
Figura 19- Enunciado sem excesso de dados ..... 102
Figura 20- Situação-problema de estrutura mista ..... 104

Quadro 1 - Exemplos de relações de natureza diferente ..... 33
Quadro 2 - Quantidade de estudos encontrados ..... 52
Quadro 3 - Estudos sobre as situações multiplicativas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (2006-2015) ..... 52
Quadro 4 - Pesquisas mapeadas: sujeitos e construtos da TCC ..... 54
Quadro 5 - Agenda semanal da pesquisa ..... 77
Quadro 6 - Discussões teóricas no âmbito das sessões reflexivas ..... 78
Quadro 7 - Roteiro de observações das aulas de Agnesi e Teon ..... 79
Quadro 8 - Roteiro de análise das situações-problema de Isomorfismo de medidas ..... 82
Quadro 9 - Atividades Matemáticas com Estrutura Multiplicativa ..... 85
Quadro 10-Situações de Isomorfismo de Medidas ..... 94

**SUMÁRIO**


**1 INTRODUÇÃO** ..... 13
1.1 DIRECIONAMENTO DA PESQUISA ..... 19
**1.1.1 Problema de Pesquisa** ..... 19
**1.1.2 Questões Decorrentes** ..... 20
**1.1.3 Objetivo Geral** ..... 21
**1.1.4 Objetivos Específicos** ..... 21
1.2 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS ..... 21
**2 A MATEMÁTICA E A PROPOSTA TEÓRICA DOS CAMPOS CONCEITUAIS** ..... 25
2.1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: CONSIDERAÇÕES SOBRE O TRIPÉ DA CONCEITUALIZAÇÃO ..... 26
2.2 O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO ..... 32
2.3 SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS ..... 37
2.4 OS ATOS DE MEDIAÇÃO DOCENTE À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS ..... 44
2.5 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E AS PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS NO ENSINO FUNDAMENTAL .... **50**
**3 CAMINHO METODOLÓGICO DA PESQUISA DE CAMPO** ..... 59
3.1 O PARADIGMA E ABORDAGEM DA PESQUISA ..... 60
3.2 O MÉTODO DA PESQUISA: ESTUDO DE CASO ..... 61
3.3 TÉCNICAS DE COLETAS DE DADOS ..... 64
**3.3.1 Observação Participante** ..... 64
**3.3.2 Análise Documental** ..... 67
**3.3.3 Sessões Reflexivas** ..... 68
3.4 CONTEXTO, SUJEITOS E PROCEDIMENTOS PARA COLETA DE DADOS .. 71
3.5 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS ..... 80
**4 ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS** ..... 83
4.1 AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS PROPOSTAS EM SALA DE AULA ..... 83
**4.1.1 Análise das Atividades Matemáticas Inadequadas à Conceitualização** ..... 86
**4.1.2 As Situações Adequadas à Conceitualização** ..... 92
4.1.2.1 As Situações de Isomorfismo de Medidas: variáveis cognitivas ..... 93
4.1.2.2 As Situações de Isomorfismo de Medidas: variáveis informacionais ..... 101

4.1.2.3 As Situações de Isomorfismo de Medidas: variáveis ergonômicas ..... 104
4.2 ENTRE O ESCRITO E O VIVIDO: OBSERVAÇÕES E REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DAS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS ..... 106
**4.2.1 O Escrito: análise do plano de unidade didática ..... 109**
**4.2.2 O vivido: reflexões e observações das aulas ..... 113**
4.2.2.1 Agnesi: suas aulas e reflexões ..... 115
4.2.2.2 Teon: suas aulas e reflexões ..... 125
**5 CONSIDERAÇÕES FINAIS ..... 137**
**REFERÊNCIAS ..... 146**
**APÊNDICES ..... 157**
APÊNDICE A – TERMO DE ANUÊNCIA ..... 158
APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO .. 159

# 1 INTRODUÇÃO

A presente investigação tem origem no âmbito da linha de pesquisa Formação, Didática e Trabalho Docente especificamente, no núcleo de Ensino e suas Tecnologias do Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará.

Encontra-se alicerçada no aporte teórico produzido no contexto da Educação Matemática enquanto área de investigação em Educação que reúne vários pesquisadores com um denominador comum: contribuir para a melhoria da qualidade tanto do ensino quanto da aprendizagem da disciplina Matemática. Este se coaduna com o interesse pessoal e acadêmico que impulsionou a presente investigação, que possui como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais, teoria que configura como o alicerce das pesquisas ora em andamento no grupo de Pesquisa Matemática e Ensino-MAES[1]**,** vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Ceará - PPGE/UECE, grupo que a investigadora e sua orientadora integram.

A Educação Matemática é uma grande área de pesquisa educacional que tem por finalidade compreender, interpretar e descrever fenômenos inerentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática nas diferentes etapas que compõem a educação institucionalizada e os desafios do processo educativo, seja em âmbito teórico, seja em âmbito prático (PAIS, 2002).

No âmbito da Educação Matemática há diferentes tendências teóricas que são representadas por pesquisadores e estudiosos que partilham de um mesmo referencial teórico e debruçam-se sobre determinados temas educacionais. Dentro da Educação Matemática há a EtnoMatemática, a Modelagem Matemática, a História da Matemática, a Didática da Matemática etc. (PAIS, 2002).

Enquanto tendência teórica, a Didática da Matemática se ocupa da elaboração de conceitos e teorias inerentes à especificidade educacional do saber escolar matemático, mantendo rija ligação com a formação de conceitos, tanto em nível de prática pedagógica quanto em nível de pesquisa acadêmica (PAIS, 2002). A presente investigação está inserida no contexto da tendência teórica da Didática da Matemática e concentra-se no processo didático relacionado à disciplina.

Perante este enquadramento, valoriza-se duplamente a Didática no contexto da

[1] O MAES desenvolve trabalhos acerca da formação de professores, inicial e continuada, para o ensino da Matemática, investigando, paralelamente, a elaboração de conceitos por alunos e professores da Educação Básica. Informação disponível em: https://sites.google.com/site/maesuece/ Acesso em: 16/01/2016.

Matemática, estudando-se o processo didático enquanto componente da didática da Matemática (fenômeno do ensinar e aprender) tendo-se como pano de fundo, a conceitualização específica da Didática da Matemática (tendência teórica).

A Didática da Matemática enquanto tendência teórica concentra vários aportes relevantes para compreender as múltiplas conexões entre a teoria e a prática relacionadas à Educação Matemática. As teorias de origem francesa foram as que mais influenciaram o cenário educacional brasileiro.

De acordo com Soares e Carvalho (2011) a Didática da Matemática francesa possui um conjunto de teorias desenvolvidas ao longo do século XX que influenciaram não somente o Brasil, mas também outros países. As principais teorias francesas e seus respectivos teóricos são: Teoria da Transposição Didática de Chevallard; Teoria dos Obstáculos Epistemológicos de Bachellard; Teoria dos Campos Conceituais de Gerárd Vergnaud; Teoria das Situações Didáticas e Teoria do Contrato Didático de Guy Brousseau; Teoria da Engenharia Didática de Artigue e a Teoria da Dialética- Ferramenta-Objeto de Regine Douady (OLIVEIRA, 2013).

Nesse conjunto de teorias elegeu-se a Teoria dos Campos Conceituais de autoria do psicólogo francês Gerard Vergnaud para fundamentar todo o processo investigativo. Trata-se de uma teoria pós-construtivista que dá suporte para analisar tanto o conteúdo das atividades envolvidas na aprendizagem quanto às operações de pensamento imbricadas nessas atividades (VERGNAUD, 1999).

A opção por este referencial teórico deu-se mediante o entendimento de que a Teoria dos Campos Conceituais fornece um quadro conceitual relevante e útil para o trabalho docente porque auxilia os professores no processo de organização das intervenções didáticas, podendo ampliar o arcabouço teórico-metodológico dos professores no que tange ao sentido, significado e representações das operações e com isso desvela a complexidade da ação docente para menear os alunos nas trilhas multifacetadas de um Campo Conceitual.

A referida teoria é proveniente da relação teórica entre a Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e a Educação Matemática e foi construída a partir da convergência e complementaridade das abordagens vygotskiana e piagetiana. De Vygotski, Vergnaud incorporou em sua teoria, conceitos relacionados à interação social, à linguagem e simbolização e à zona de desenvolvimento proximal e do aporte teórico edificado por Piaget o conceito de *eskema* configura-se como um legado, possuindo lugar de grande destaque no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais (MOREIRA, 2002; VERGNAUD, 2003).

Utilizou-se a grafia *eskema* para a tradução do termo francês *schème* pelo qual

Vergnaud se referir à organização invariante da conduta de toda pessoa frente a uma determinada classe de situação.

O termo *schème* difere do termo francês *schèma* que é traduzido para o português pelo termo "esquema" e possui diferentes significados[2]. Alguns pesquisadores como Magina *et al.* (2001) utilizam o termo "esquema" como tradução de *schème,* outros como Carvalho Júnior e Parrat-Dayan (2015) optaram por utilizar o termo original, com o intuito de evitar qualquer tipo de confusão com o significado. Nesta investigação optou-se pela grafia *eskema*[3] com o mesmo desígnio de Carvalho Júnior e Parrat-Dayan (2015) preservando-se a complexidade e operacionalidade que o termo aglutina em si, bem como sua caracterização sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais.

Os *eskemas* comportam os elementos cognitivos que possibilitam que a ação do sujeito seja operatória (VERGNAUD, 1990, 2015). Trata-se de um termo nascido à luz da Psicologia Cognitiva e estruturado a partir de um modelo psicogenético que foi aprofundado por Vergnaud em sua teoria e que possui grande importância quando do trato do jogo didático (CARVALHO JÚNIOR; PARRAT-DAYAN, 2015; VERGNAUD, 2015).

A formação dos *eskemas* ocorre através do contato com uma variedade de situações por meio das quais podem ser descombinados e recombinados a partir dos *eskemas* anteriores. É essa relação que faz com que não seja possível falar sobre o conceito de *eskema*, sem falar sobre o conceito de situação. Há uma relação dialética entre os *eskemas* e as situações de modo que um não existe sem o outro (OTERO, 2014). Na Teoria dos Campos Conceituais, a situação é compreendida como um complexo conjunto de tarefas que moldam o conhecimento na medida em que gradualmente são dominadas (OTERO, 2010).

Em se tratando dos campos conceituais, Magina *et al.* (2001) advertem que o investigador que empreender estudo sobre o desenvolvimento de um campo conceitual, com base nos pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais, deve compreender que um conceito é formado por uma terna de conjuntos (S, I, R) sendo: S um conjunto de situações, I um conjunto de invariantes e R um conjunto de representações simbólicas, que são respectivamente uma variedade de situações de referência, uma diversidade de significados, e uma variedade de significantes (VERGNAUD, 1989).

---

[2] Sinopse, resumo, esboço, plano, programa, meio de obter algo mediante trapaça, figura que representa, não a forma dos objetos, mas as suas relações e funções ( FERREIRA, 2010).

[3] O reconhecimento da grafia e aprofundamento de seu entorno de significação deu-se por meio da interação verbal na Conferência intitulada: A Teoria dos Campos Conceituais e a Pesquisa em Educação Matemática, proferida por Esther Pillar Grossi no I Colóquio Internacional sobre a Teoria dos Campos Conceituais na Universidade Federal de Viçosa/MG, em dezembro de 2015. O termo também foi utilizado pela revista GEEMPA, n° 11 setembro/2015 na qual foi publicada uma entrevista com Gerárd Vergnaud.

Desta forma, um conceito, na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais, não é uma definição categórica, é considerado como uma noção essencial que possibilita a descrição e a utilização de seus aspectos num processo permanente de devir no qual há somente a aproximação de sua objetividade, generalidade e universalidade (PAIS, 2002). É na trama dos conceitos, situações, problemas, relações, conteúdos e operações de pensamento que o aluno aprende e não de forma linear, pois estes, conectados uns aos outros no processo de aquisição, formam os Campos Conceituais que são interdependentes, visto que uns podem ser importantes para compreender outros (SANTANA, 2012).

A presente pesquisa está delimitada no Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. O Campo das Estruturas Multiplicativas ou Campo Conceitual Multiplicativo possui várias classes de situações de diferentes níveis de dificuldade, podendo ser resolvidas pela multiplicação, divisão ou combinação delas. Também é composto pelo conjunto dos conceitos e teoremas que possibilitam a análise destas situações. Há duas grandes categorias de relações multiplicativas que são: Há duas grandes categorias de relações multiplicativas que são: Isomorfismo de Medidas, que comporta as situações-problema de relações quaternárias e Produtos de Medidas, na qual estão inseridas as situações-problema de relações ternárias.

O foco da presente investigação são as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas, categoria de relação multiplicativa que envolve as operações de multiplicação e divisão com diferentes graus de complexidade e que consiste numa proporção simples e direta entre duas grandezas.

A maioria das situações-problema multiplicativas pertence à categoria de Isomorfismo de Medidas (VERGNAUD, 2009a). Tais situações-problema envolvem relações em situações cotidianas: mercadorias e custos, duração e distância, pessoas objetos, etc. Assim, configuram-se como situações-problema que possibilitam a utilização de dados reais e promovem a aproximação entre a situação-problema e a realidade dos alunos. Vergnaud (2009a, 2011) reconhece quatro tipos de situações-problema dentro da categoria de Isomorfismo de Medidas: uma subclasse de multiplicação, duas subclasses de divisão e uma quarta subclasse, a mais complexa, chamada por Gitirana *et al.* (2014) de quarta proporcional. O que distingue esta quarta subclasse de problemas das demais é que, ao contrário do que ocorre nas três primeiras, nesta, um dos quatro termos envolvidos não é igual a um.

Tomou-se como princípio norteador da escolha desta categoria de problemas multiplicativos, a premissa de que colocar em discussão os conteúdos teóricos e práticos que são associados ao ensino das situações-problema pertencentes à categoria de Isomorfismo de

Medidas é deveras importante porque desvela um novo olhar para o significado da multiplicação e da divisão, uma vez que exige novas conceitualizações e novas formas de tratamento em sala de aula.

Nesse sentido, considerou-se que um estudo como este, voltado para o tratamento das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas na sala de aula do quinto ano do Ensino Fundamental e que envolve a reflexão sobre os aspectos epistemológicos e didáticos que as revestem e incide, tem sua importância exaltada pela possibilidade de mitigar a superficialidade do conhecimento sobre o desenvolvimento de conceitos matemáticos e contribuir para romper práticas que estão arraigadas no cotidiano escolar, práticas que despedaçam o saber e geram ignorância e cegueira, ainda que produzam algum conhecimento (GASPARIN, 2005). Como bem frisou Vergnaud (2008, p.5) "alguns alunos aprendem, mesmo se mal ensinados. Porém outros, mesmo se bem ensinados, fracassam quando o professor não domina a didática".

Como exemplo de tais práticas, cita-se a supervalorização dos algoritmos convencionais e da memorização das tabuadas no ensino das operações de multiplicação e divisão nas aulas de Matemática, que são conduzidas por um percurso que se inicia pela demonstração dos procedimentos de resolução de cada algoritmo e termina na aplicação de exercícios repetitivos. Nesses moldes, trata-se de uma aula superficial e mecânica cujo efeito nocivo é percebido nos procedimentos de resolução adotado pelos alunos, nos quais se nota o reducionismo da multiplicação tão somente como adição de parcelas iguais e o abandono do raciocínio multiplicativo, o que impede que ocorra uma transformação qualitativa na compreensão das ideias implícitas nas situações multiplicativas.

Compreende-se à luz da Teoria dos Campos Conceituais que a variedade dos problemas pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas possibilita que o professor apresente aos alunos, situações de diferentes graus de complexidade de forma contextualizada. Essa gama considerável de situações propostas em sala de aula possibilita o letramento matemático[4] e viabiliza uma análise minuciosa sobre a estrutura e as operações de pensamento necessárias para a resolução de cada classe de situação, em seus aspectos cognitivos, ergonômicos e informacionais.

De posse desse entendimento, volveu-se o olhar para o contexto do Ensino Fundamental considerando-o como um nível de ensino de enorme transcendência para o desenvolvimento matemático, pois nesse nível de ensino são formados os conceitos básicos e

[4] "Letramento em matemática é a capacidade do indivíduo de formular, aplicar e interpretar a matemática em diferentes contextos" (FUNDAÇÃO SANTILLANA, 2013, p.18).

os *eskemas* sobre os quais, posteriormente, repousará toda a aprendizagem.

Sabendo-se que os *eskemas* são o reservatório de recursos ao qual se recorre intelectualmente para a adaptação[5] é pertinente considerar que as fragilidades na construção e ampliação dos conceitos relacionados ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas no contexto do Ensino Fundamental podem impedir ou dificultar a aprendizagem neste nível e nos níveis de ensino posteriores.

Essa inquietação impeliu a delimitar a presente pesquisa no contexto da sala de aula do quinto Ano do Ensino Fundamental, por ser um período de transição dos Anos Iniciais para os Anos Finais do Ensino Fundamental cujos indicadores de rendimento do ensino público revelam a necessidade de ampliação das competências matemáticas dos alunos e a ressignificação da prática docente.

Ademais, a trajetória profissional desta investigadora possibilitou a percepção de que a sala de aula do quinto ano do Ensino Fundamental é um rico e necessário campo para investigação no âmbito da Educação Matemática devido à existência de uma multiplicidade de fatores que revelam aspectos importantes para refletir e mitigar a carência de conteúdos elementares apresentada pelos alunos. Assim, a sala de aula do quinto Ano do ensino Fundamental é um tempo e local no qual a não apropriação dos conceitos e relações existentes nas estruturas multiplicativas pode comprometer o potencial de aprendizagem e culminar na baixa proficiência dos estudantes na disciplina Matemática.

Sendo este o cenário revelado pela Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC) também designada PROVA BRASIL, parte integrante do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), torna-se imperativo que sejam empreendidas novas pesquisas e estudos sobre a disciplina Matemática no quinto Ano do Ensino Fundamental a fim de contribuir para a melhor desenvoltura tanto dos alunos quanto dos docentes.

Assim sendo, aponta-se a justificativa desta pesquisa em âmbito social, pelos reclames das avaliações externas que aferem o desempenho dos alunos tendo por foco não a aprendizagem, mas o processo didático efetivado.

> Desta forma, esta investigação vem a compor o quadro de pesquisas e estudos sobre o processo didático da disciplina Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sendo projetada com base nas considerações anteriormente expostas e também pelas inquietações e conhecimentos oriundos da prática profissional ao longo de dezesseis anos de atuação no campo da Educação escolar como formadora de professores,

[5] Sinônimo de inteligência (VERGNAUD, 2015).

supervisora escolar e professora regente da turma do quinto ano do Ensino Fundamental no município de São Luís do Maranhão e municípios adjacentes, fato que se configura como motivo gerador da escolha do contexto da pesquisa e das unidades de análise, quais sejam: duas turmas do quinto ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública do Município de São Luís/MA, município no qual a investigadora reside.

Em razão do acima exposto, o contexto investigado foi eleito considerando-se o acesso aos dados, custo envolvido e tempo de coleta de dados, resultando, com tal eleição, em uma pesquisa de baixo custo e realizada com profundidade a partir do direcionamento a seguir.

## 1.1 DIRECIONAMENTO DA PESQUISA

A realização da presente pesquisa foi balizada pelas experiências obtidas na trajetória profissional que possibilitaram, dentre outras coisas, detectar e lidar com as dificuldades dos alunos e dos professores no ensino de estruturas multiplicativas no quinto ano do Ensino Fundamental e também pelos construtos teóricos da Teoria dos Campos Conceituais: conceito, campo conceitual, situação, *eskema* e seus componentes que possibilitaram a compreensão de que a construção ou reconstrução dos conceitos por parte dos alunos depende fortemente dos atos de mediação do professor. A concatenação entre tais experiências e o referido aporte teórico apresenta como ponto convergente o seguinte problema de pesquisa:

### 1.1.1 Problema de Pesquisa

Quais as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas?

O termo competência, grafado no escopo do problema que rege a presente investigação possui estatuto teórico no aporte vergnaudiano sendo um conceito pragmático compreendido como *eskemas* evocados em situações específicas com certo automatismo e eficiência (OTERO, 2014; VERGNAUD, 2012) ou como define Philippe Perrenoud (2000, p.15) trata-se da "capacidade de mobilizar diversos recursos cognitivos para enfrentar um tipo de situação". Nessa direção, as competências configuram-se como parte importante da

atividade[6] que por sua vez, é composta pela conduta observável e também pelas condutas não observáveis como: o pensamento, o raciocínio, a imaginação, etc.

A busca às respostas de tal problema de pesquisa implica um olhar analítico para a conduta observável de professores do 5° ano do Ensino Fundamental, sobretudo para suas ações de gerenciar a estabilização e desestabilização dos *eskemas* dos alunos, visto que este é o meio didático para a descoberta e compreensão de um conceito (VERGNAUD, 2012).

Desta forma, investigar quais as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas reclama o exame das situações-problema propostas aos estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental em seus aspectos informacionais, cognitivos, ergonômicos.

Tais aspectos impactam sobre os procedimentos mobilizados pelos alunos e nas possíveis dificuldades das situações-problema. Os aspectos informacionais estão relacionados com o vocabulário, apresentação gráfica, número de palavras na situação-problema, sequência das informações e a presença de palavras que sugerem uma operação particular. Os aspectos cognitivos estão relacionados com operação utilizada na resolução, o tipo de situação, as grandezas envolvidas, o valor numérico e a relação entre os números apresentados. Já os aspectos ergonômicos permitem identificar a quantidade de operações envolvidas (BISTOS; MATULIK, 2010).

Além do exame supracitado, requer também a observação e reflexão sobre a forma como o professor conecta sua atividade de classe ao seu planejamento. Portanto, decorrem do questionamento central, questões mais específicas para auxiliar na compreensão do fenômeno em estudo, são elas:

### 1.1.2 Questões Decorrentes

Quais as características das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas propostas no 5° ano do Ensino Fundamental em seus aspectos informacionais, cognitivos, ergonômicos?

Como ocorre o processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental?

Ante esse conjunto de indagações apresentam-se os objetivos desta pesquisa.

---

[6] "uno de los principios fundamentales de la TCC, sostiene que la actividad no es reducible a la conducta, pues el comportamento es tan sólo la parte visible de la actividad" ( OTERO, 2014, p.18)

### 1.1.3 Objetivo Geral

Analisar as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas.

### 1.1.4 Objetivos Específicos

Caracterizar as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas propostas aos estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental em seus aspectos informacionais, cognitivos, ergonômicos.

Descrever o processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental.

Refletir com os professores acerca do processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental.

Para atingir tais desideratos procedeu-se com a devida cautela, evitando-se a emissão de juízos de valor sobre a ação dos sujeitos, que tiverem suas identidades preservadas pelos seguintes pseudônimos: Agnesi e Teon. Destarte, foi dada atenção especial para que não ocorresse algum prejuízo material ou imaterial aos sujeitos, por meio do controle de atitudes que pudessem levar a esse fim e através do esclarecimento e reforço do objetivo do estudo para ambos, investigadora e sujeitos.

Portanto, assumiu-se uma postura de intérprete e não de avaliadora, pois a pretensão foi analisar as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas com responsabilidade, ética e bom senso para com os sujeitos da investigação, com o propósito do estudo e com as particularidades da investigadora e de sua orientadora.

Foi mediante tal direcionamento que se estabeleceu uma agenda de investigação para buscar respostas às indagações aqui propostas, delimitando-se o caminho metodológico a ser trilhado tanto em termos teóricos quanto práticos. Os resultados desse trabalho foram organizados em cinco capítulos cuja descrição é feita a seguir.

## 1.2 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS

No presente capítulo, de caráter introdutório, puseram-se em perspectiva os motivos que referenciaram e justificaram a realização da presente pesquisa, delineando-se

uma discussão sobre o enquadramento da pesquisa e seu direcionamento.

No segundo capítulo cujo título é: A Matemática e a proposta teórica dos Campos Conceituais apresenta-se o referencial teórico que sustenta esta pesquisa sendo este organizado em cinco seções. Na construção destas seções, foram adotados fundamentalmente os escritos de Vergnaud (2015, 2014, 2013, 2012, 2011, 2009a, 2009b, 2007, 2006, 2003, 1999, 1998, 1997, 1996a, 1996b, 1996c, 1994a, 1994b, 1993, 1990,1989, 1986), bem como alguns intérpretes e estudiosos de sua teoria.

Na primeira seção são evidenciados os elementos constitutivos da Teoria dos Campos Conceituais. Em seguida, na segunda seção, esboçam-se considerações importantes sobre o Campo Conceitual Multiplicativo, identificando-o e evidenciando-se algumas noções e definições coexistentes em tal campo, de modo a clarificar as implicações destas no processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas.

Na terceira seção, discorre-se sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas, tipificando-se os problemas pertencentes a esta categoria segundo Vergnaud (2009a). Por oportuno, apresentam-se concomitantemente, exemplos correspondentes a cada classe de situações e os esquemas relacionais que possibilitam distinguir as classes de problemas de Isomorfismo de Medidas.

Em que pese o entendimento de que os conceitos de *eskema* e de Campo Conceitual foram desenvolvidos com ênfase nas competências do aluno e não do professor (VERGNAUD, 1994b) busca-se, na quarta seção, apresentar de que forma tais conceitos são úteis para o professor remodelar seu planejamento e sua atividade de classe com vistas a proporcionar a construção dos conceitos. Desta forma, a exemplo de Vergnaud (1994b, 2007) aborda-se na referida seção, os aspectos inerentes aos atos de mediação docente à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

Ciente de que a eleição das situações de aprendizagem é o primeiro ato de mediação docente, o que inclui a escolha e elaboração de situações-problema a serem trabalhadas em sala de aula, aborda-se na quarta seção, a relevância da estrutura matemática das mesmas considerando-se a influência de tal estrutura sobre a variedade e complexidade das situações-problema escolhidas e /ou elaboradas e ofertadas pelo professor à turma de alunos.

Na abordagem sobre a estrutura matemática das situações-problema, destaca-se o papel das variáveis didáticas no refinamento das mesmas. O termo variável denota tudo o que é susceptível de alterar na situação-problema, já a natureza didática reside no fato de que tais alterações influenciam no desenvolvimento de novos conhecimentos matemáticos. Com

Bistos e Matulik (2010) é possível identificar três tipos de variáveis didáticas, quais sejam: variáveis informacionais, variáveis cognitivas e variáveis ergonômicas, que em síntese referem-se à formulação do enunciado, às operações e valores numéricos envolvidos e a quantidade de operações a efetuar para que a solução da situação-problema seja encontrada.

Ainda nos limites do segundo capítulo, apresenta-se na quinta e última seção, um mapeamento de pesquisas brasileiras na área de Educação em nível de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Educação Matemática e Ensino de Matemática que adotaram a Teoria dos Campos Conceituais como base teórica. Na oportunidade, discorre-se sobre os contributos da Teoria dos Campos Conceituais para as pesquisas mapeadas bem como se situa a presente investigação no debate atual do tema que aqui se propôs a investigar.

O terceiro capítulo versa sobre o caminho metodológico da pesquisa, nele, explicita-se a escolha paradigmática, a abordagem, o método adotado e as técnicas de coleta de dados. Também compõe este capítulo, a descrição do contexto, dos sujeitos e dos procedimentos de coleta de dados atrelados às questões de ordem ética que tangenciaram a relação entre investigadora e sujeitos e os procedimentos para análise dos dados coletados cuja descrição encerra a composição do terceiro capítulo.

O quarto capítulo tem como cerne, a análise e discussões dos resultados. É composto por duas seções. Na primeira seção, fruto da discussão dos dados capturados pela análise documental, são apresentadas as situações multiplicativas propostas pelos sujeitos desta pesquisa, ao longo de seis meses letivos. Por oportuno, apresenta-se a análise das atividades matemáticas inadequadas à conceitualização e posteriormente são apresentadas as análises das situações de Isomorfismo de Medidas com base nas variáveis cognitivas, informacionais e ergonômicas.

Na seção subsequente, a de número dois, evidenciam-se as competências conceituais e didáticas de professores, sujeitos desta pesquisa, a partir da análise do escrito e do vivido por eles no ensino das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas. Nesse caminho, apresenta-se a análise do plano de unidade didática elaborado pelos professores e também os seus atos de mediação. Nessa toada, são trazidas à baila as reflexões dos sujeitos desta pesquisa quando da realização das sessões reflexivas, nas quais as aulas ministradas por eles foram objeto de reflexão.

Em remate, as considerações finais são apresentadas tecendo-se, neste último capítulo, considerações salutares para o progresso da Educação Matemática e para a formação dos professores. Nesse caminho, são tecidas as possíveis contribuições desta pesquisa para o debate, análise e reflexão sobre os atos de mediação docente com vistas à construção dos

conceitos matemáticos nos ambientes escolares.

Também estão incluídos neste trabalho, as referências e os apêndices, componentes que viabilizaram o desenvolvimento desta pesquisa cujo referencial teórico é apresentado a seguir.

# 2 A MATEMÁTICA E A PROPOSTA TEÓRICA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Tradicionalmente, a Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental possui a marca da memorização e da mecanização como componentes característicos do ensino. Todavia, é cediço que o procedimento de ensinar Matemática de forma mecanicista e superficial pode contribuir para que os estudantes não se apropriem adequadamente do conhecimento matemático.

Na perspectiva de Vergnaud (2012) alguns alunos são prejudicados pela forma como os professores tratam as questões formais da Matemática, esquecendo-se de demonstrar aos alunos que o conhecimento é funcional. Ocorre que, sem uma visão ampla da aprendizagem Matemática, os professores tendem a ser rigorosos demais no processo de ensino dessa disciplina e isso reflete na concepção de alguns estudantes que passam a considerar a Matemática como uma disciplina de sobrelevado grau de dificuldade. “Isto pode levar a grandes desfasamentos entre estas concepções e os conceitos matemáticos” (VERGNAUD, 1986, p.76).

Opondo-se a tal prática de ensino, Vergnaud (1994b, 1999) destaca que o professor deve intervir como mediador do conhecimento, propondo situações nas quais os alunos tenham oportunidade de desenvolver novas formas de organização de suas atividades, ou seja, que possam desenvolver seus *eskemas* e ampliar o alcance deles. Essa tarefa envolve provocar, desconstruir e reconstruir os *eskemas*, por isso Vergnaud (1999, 2015) destaca que o ato de ensinar é de alguma forma uma provocação e como tal, as explicações não são suficientes para que haja aprendizagem e desenvolvimento das competências, elas complementam a aprendizagem.

As questões que se desprendem dessa acepção aliam-se a outras para compor “um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas” (VERGNAUD, 1996c, p.155). O referido quadro é fornecido pela Teoria dos Campos Conceituais, uma teoria psicológica na qual o processo de conceitualização do real se constitui como elemento essencial da cognição (VERGNAUD, 1990, 1998). Na seção seguinte, discorre-se sobre a referida teoria expondo-se considerações sobre o tripé da conceitualização por ela desvelado.

## 2.1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS: CONSIDERAÇÕES SOBRE O TRIPÉ DA CONCEITUALIZAÇÃO

A Teoria dos Campos Conceituais surgiu no âmbito da tendência teórica denominada Didática da Matemática na década de 80. O psicólogo Gerárd Vergnaud ocupou-se dos processos de conceitualização do real e vem ao longo dos anos, estudando no âmbito da Matemática, a álgebra elementar, a relação número espaço e as estruturas aditivas e multiplicativas. A conceitualização é compreendida como a identificação dos objetos do mundo, suas propriedades, relações e transformações. Esta identificação pode ser tanto direta quando indireta e ainda resultante de construção (VERGNAUD, 2007).

Assim sendo, a teoria psicológica cognitivista de Vergnaud configura-se como uma teoria da conceitualização do real que busca possibilitar a localização e o estudo das filiações e rupturas entre conhecimentos, sob a ótica do seu próprio conteúdo conceitual (VERGNAUD, 1990).

Vergnaud reúne, por meio da Teoria dos Campos Conceituais, elementos que auxiliam na compreensão e reconstrução do conhecimento implícito frente a novas e variadas situações. Ao estabelecer uma relação entre conceitualização e mediação e ao mudar a interação sujeito-objeto, como considerado pela perspectiva piagetiana, para *eskema*-situação, Vergnaud fez emergir inúmeras pesquisas e estudos particularmente úteis para o debate no âmbito da Educação Matemática. Dada a sua valiosa contribuição para a essa área, Otero (2014, p.1, tradução nossa[7].) destaca que "A Didática da Matemática e das Ciências, tanto da França quanto do mundo inteiro, devem muito a Gerárd Vergnaud".

Os pressupostos da mencionada teoria foram formulados com base na complementaridade das perspectivas teóricas de Piaget e Vigotsky. O quadro teórico proporcionado por estes foi fundamental para Vergnaud desenvolver sua própria teoria. Não obstante, Vergnaud amplia a perspectiva piagetiana direcionando sua teoria para o contexto de sala de aula considerando que "precisamos de uma teoria voltada para a intervenção do professor" (VERGNAUD, 2003, p.36). Então Vergnaud volve o olhar para o contexto de sala de aula e imbuindo-se de uma perspectiva desenvolvimentista, apoia-se na noção piagetiana de *eskema*, expondo uma definição analítica dos elementos nele inclusos: as regras de ação e antecipação, os invariantes operatórios e também as inferências (VERGNAUD 1989, 2007).

Um *eskema* pode gerar diferentes sequências de ações, informação e controle,

[7] La Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias, tanto em Francia como em el mundo enterro, deben mucho a Gerárd Vergnaud.

dependendo das características específicas de cada situação particular. Com isso, diz-se que *eskema* é universal, eficiente para toda e qualquer situação. Eles organizam os gestos, as formas de raciocínio, as formas de enunciação oral, as formas de interação social e emocional, enfim, organizam as ações verbais, gestuais e comportamentais de acordo com a situação a ser tratada. É, portanto, uma organização estável da conduta, ou seja, é invariante (VERGNAUD, 1997, 1998). Desta forma, não é a conduta que é invariante, o que é invariante é a organização da conduta. Por isso, Vergnaud (2009b, p.21) define *eskema* como sendo "a organização invariante da atividade para uma classe de situações dadas".

Ao organizar a ação diante de determinada situação, o sujeito vale-se de *eskemas* de ação ou conhecimento-em-ação. É o conhecimento-em-ação que possibilita a adaptação e assim, a capacidade de enfrentar novos problemas, novas situações, novas tarefas, novos desafios. O conhecimento-em-ação é constituído por invariantes operatórios que exercem influência direta sobre a ação do sujeito. (PALMEIRO; MOREIRA, 2008; SANTANA, 2012).

Vergnaud (2006, p.25) salienta que os invariantes operatórios são a "mola mestra do sistema" orbitando em torno dele, fatores psicológicos importantes dos quais se ocupa a psicologia cognitiva. O termo "invariante" remete à ideia de estabilidade relativa a um agrupamento de transformações ou de variações ao passo que o adjetivo "operatório" complementa a ideia de que tal estabilidade é necessária para a ação do sujeito sendo esta, o determinante da presença do invariante.

Existem três tipos lógicos de invariantes operatórios, são eles, os invariantes do tipo função proposicional que são os conceitos-em-ação, os invariantes do tipo proposições que são os teoremas-em-ação e invariantes do tipo argumento (PALMEIRO; MOREIRA, 2008; SANTANA, 2012; VERGNAUD, 1990).

Vergnaud (1990, 1998) destaca que um conceito-em-ação é um objeto, um predicado, uma categoria, uma função proposicional que se considera relevante ou irrelevante. Um teorema-em-ação é uma proposição que pode ser verdadeira ou falsa, ambos possuem status diferentes do teorema científico e do conceito científico porque tanto o teorema quanto o conceito são explícitos no âmbito da ciência e isso não se aplica necessariamente para os invariantes operatórios. Em Matemática, os argumentos podem ser objetos materiais, pessoas, números, relações e proposições, são, pois, os elementos de natureza diferente que compõe as relações e suas propriedades.

Conceito-em-ação e teorema-em-ação possuem uma relação intrínseca. De acordo com Vergnaud (1994b) não há proposição sem conceitos e não há conceitos sem proposição,

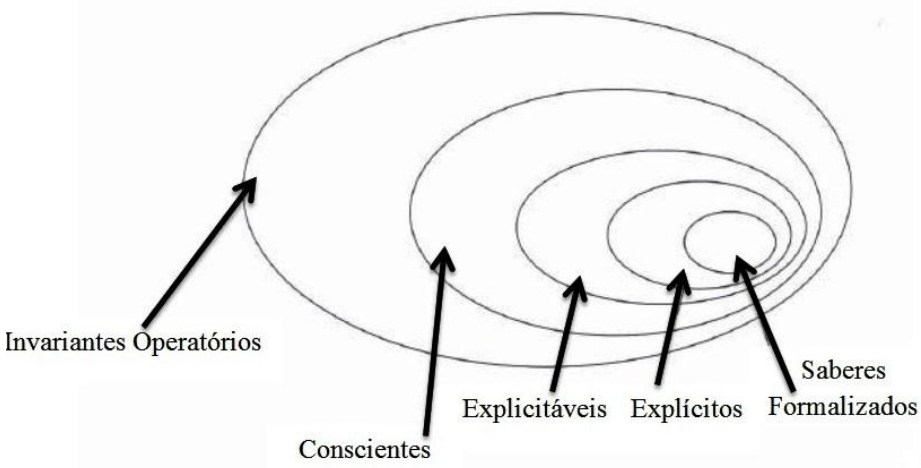
ambos constituem-se como elementos essenciais dos *eskemas* visto que "conceitos e teoremas explícitos são apenas a parte visível do iceberg da conceitualização, sem a parte escondida formada pelos invariantes operatórios, esta parte visível não seria nada" (VERGNAUD, 1990, p.145, tradução nossa) [8].

Os invariantes operatórios constituem a base conceitual implícita dos *eskemas*. São eles que permitem a seleção da informação pertinente a partir da qual é possível traçar metas e fazer inferências buscando-se as regras de ação mais adequadas para o tratamento da situação. Nesse sentido, os invariantes operatórios tornam o *eskema* operatório (VERGNAUD, 1996a, 1990).

Perfilhando os princípios vergnaudianos, Palmeiro e Moreira (2008) explicam que são os conceitos-em-ação que levam o sujeito a buscar informações necessárias e pertinentes para resolver um problema e os teoremas-em-ação capacitam o sujeito para raciocinar a respeito do problema. Por isso Vergnaud (1998) destaca que o teorema-em-ação é a principal ferramenta para descobrir o raciocínio em longo prazo e as competências dos alunos em determinado campo conceitual, possibilitando traçar as filiações e rupturas entre conhecimentos. Logo, os teoremas-em-ação requerem uma construção mental mais complexa do que os conceitos-em-ação.

Vergnaud (2007) destaca que os invariantes operatórios formam um conjunto que contém os vários tipos de saberes conforme ilustra a figura 1 a seguir.

**Figura 1 – Diagrama invariantes operatórios, conhecimento consciente explicitável, explícito e formalizado**




Fonte: Vergnaud (2007, p. 299, tradução nossa)

[8] Conceptos y teoremas explícitos no forman más que la parte visible del iceberg de la conceptualización: sin la parte escondida formada por los invariantes operatorios, esta parte visible no sería nada.

Pelo diagrama, Vergnaud (2007) explica que quando os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação tornam-se explícitos sua validez passa a ser discutível, porque se tornam próximos dos conhecimentos científicos que por sua vez, possuem raízes nos teoremas-em-ação e nos conceitos-em-ação. Os conhecimentos científicos, como os conhecimentos matemáticos, são conhecimentos formalizados que se configuram como parte dos conhecimentos explícitos na atividade. Os conhecimentos explícitos são subconjuntos dos conhecimentos explicitáveis.

Pelas considerações anteriormente delineadas, tem-se que os *eskemas* contêm elementos conceituais e procedimentais e fazem a mediação entre o sujeito e a situação. Ou seja, ao enfrentar uma situação o sujeito põe em evidência seus invariantes operatórios.

Na perspectiva vergnaudiana a situação possui um caráter de tarefa e quando complexa, pode ser analisada por meio da combinação de tarefas. Uma situação representa uma classe de subtarefas, com especificidades epistemológicas bem delineadas (VERGNAUD, 1990).

O conceito de situação no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais não possui o sentido de situação didática, uma vez que não faz referência a processos de aprendizagem, mas sim a processos cognitivos que conduzem o comportamento do sujeito. Apesar de valorizar o conceito de situação originado na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brosseau[9], Vergnaud considera-o como sendo muito amplo e assim optou pela delimitação de tal conceito, trazendo para o âmbito de sua teoria, o sentido de situação como concebido usualmente pelos psicólogos (VERGNAUD, 1986). Assim, diz-se que os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos são funções das situações confrontadas pelos sujeitos. (MOREIRA, 2002; SANTANA, 2012; VERGNAUD, 1990). Então, compreende-se que há uma relação entre cada um desses elementos e ambos dependem da situação.

É por meio do confronto e do domínio progressivo sobre uma grande variedade de situações que os conceitos são modelados. Desta forma, a ideia de variedade (várias situações) e a ideia de história (conhecimento adquirido pelo domínio progressivo das situações) possuem grande relevância na formação de um campo conceitual (FRANCHI, 2012; VERGNAUD, 1990).

[9] Almouloud (2010, p.33) apresenta a definição de Brosseau para situação didática como sendo "o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo milieu (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Um Campo Conceitual possui uma grande variedade de situações frente às quais os alunos vão moldando seus conhecimentos na proporção em que vão paulatinamente dominando-as. Há duas classes de situações: uma para as quais o sujeito possui a competência imediata para o tratamento e outra para qual ele não dispõe. A relação *eskema*-situação ocorre de modo diferente em cada uma delas. Na primeira, apenas um *eskema* é evocado e na segunda são necessários vários *eskemas*.

As situações atribuem significação ao conceito. São elas que exigem a utilização desses conceitos e assim, tornam possíveis as construções de novos. Uma única situação demanda mais de um conceito e a construção de um conceito requer variadas situações (MAGINA *et al.*, 2001).

Na teoria vergnaudiana, um conceito não é considerado de modo trivial e não deve ser reduzido a uma definição, principalmente se o intento for abordar a sua aprendizagem e seu ensino (VERGNAUD, 1993). Definir é necessário, todavia é algo inferior ao ato de conceituar. Pais (2002) explica que uma definição somente esboça considerações sobre os traços exteriores ao conceito e um conceito está para além da exterioridade de uma definição. Os conceitos sintetizam a essência de uma classe de objetos, situações, problemas que se relacionam com o "mundo-da-vida" (PAIS, 2002, p.55).

Desta forma, um conceito não é algo acabado, são ideias gerais e abstratas originárias de uma área específica do conhecimento na qual a generalidade e a abstração somente serão compreendidas pelos sujeitos por meio de um movimento evolutivo, em longo prazo, daí sua significação necessitar de sua aplicação em diferentes situações (VERGNAUD, 1993).

Vergnaud (1990) destaca que uma aproximação psicológica e didática da formação de conceitos matemáticos direciona para a compreensão de um conceito como sendo um conjunto de invariantes utilizados na ação. Em termos pragmáticos diz que um conceito requer um conjunto de situações que dão referência a suas diferentes propriedades, assim como requer um conjunto de *eskemas* que são postos em jogo pelos sujeitos nessas situações.

Dentro desta perspectiva teórica, o conceito é constituído por três conjuntos distintos são eles: um conjunto de situações que dão sentido ao conceito (referente do conceito), um conjunto de invariantes em que se assenta a operacionalidade dos conceitos (significado do conceito) e um conjunto das formas linguísticas e simbólicas que possibilitam representar o conceito, suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (significante do conceito) (FRANCHI, 2012; MAGINA *et al*, 2001, OTERO, 2014,

PALMEIRO; MOREIRA, 2008; SANTANA, 2012; VERGNAUD, 2007). Simbolicamente o conceito também pode ser representado por C = (S, I, R), de modo que: S = conjunto de situações, I = conjunto de invariantes operatórios, R = conjunto das representações simbólicas (MAGINA *et al.*, 2001; SANTANA, 2012). Este é o tripé da conceitualização.

De acordo com Pais (2002) interpretar o conceito desta maneira, como formado pela terna de conjuntos (S, I, R) possibilita o tratamento didático, contribuindo para que os alunos aproximem-se da dimensão conceitual característica do saber escolar e científico. Desta forma, o conhecimento constitui-se como uma função adaptativa. "A função adaptativa caracteriza a passagem do saber cotidiano ao saber escolar e deste para o saber científico" (PAIS, 2002, p.57).

Cada um dos conjuntos que compõem um conceito possui igual relevância no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais. Não é possível falar em construção de um conceito, sem mencionar a importância das diversas situações, dos invariantes operatórios que contribuíram para que o sujeito fizesse a análise da situação com vistas a dominá-la e sem pontuar os procedimentos para lidar com a situação bem como as formas de representá-los.

Com base na perspectiva vergnaudiana, Palmeiro e Moreira (2008) explicam que a representação exerce um papel de extrema importância, pois permite a apreensão das situações de modo esquemático e por meio dos significantes, facilitando a captura do significado e sua transformação em objeto de pensamento. As representações simbólicas podem ser utilizadas para pontuar os invariantes operatórios e desta forma representar as situações e os procedimentos para lidar com ela (SANTANA, 2012).

No âmbito da Teoria dos Campos Conceituais o termo representação é incorporado como sendo um sistema de categorias de pensamento e conhecimentos e também como um sistema de relações entre significantes e significados. Nessa direção, a análise das representações remete à díade pensamento-linguagem conforme designado por Vygotski (VERGNAUD, 2009b).

Desta forma, a linguagem é utilizada para fins de comunicação, de representação e para fins de inferências e conclusões. A representação da linguagem possui três funções, são elas: representar os elementos pertinentes da situação, representar a ação e representar as relações entre a situação e a ação (VERGNAUD, 1993).

Vergnaud (1996b) advoga que a linguagem permite ao sujeito designar e assim, identificar os invariantes (objetos, propriedades, relações e teoremas). Também contribui para que o sujeito, julgue, conheça, depreenda e discorra sobre a situação confrontada. A linguagem também auxilia nas inferências, antecipações dos efeitos e objetivos e na

planificação e controle da ação.

Frente a todas as considerações sobre a Teoria dos Campos Conceituais e para fins de síntese, pode-se dizer que um conceito deriva-se de outro conceito até constituir um denso e complexo núcleo formado por eles. Tais conceitos ganham sentido a partir das situações que reclamam a necessidade de *eskemas* para organizar a ação do sujeito diante das situações por meio dos invariantes operatórios designados de teorema-em-ação e conceito-em-ação, estes, por sua vez tornam-se explícitos através das representações simbólicas.

Toda essa teia de elementos está interconectada formando um conjunto informal e heterogêneo composto por conjuntos de conceitos e conjuntos de situações que vão sendo dominadas progressivamente, fazendo emergir durante essa progressão, uma diversidade de conceitos, *eskemas* e representações simbólicas, todos enlaçados estreitamente. A este conjunto, chamam-se Campos Conceituais.

Nos limites dessa pesquisa, optou-se por investigar o Campo das Estruturas Multiplicativas ou Campo Conceitual Multiplicativo, cuja beleza e diversidade revestem-no de uma considerável complexidade cognitiva conforme é possível constatar a seguir.

## 2.2 O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

Em termos práticos, Vergnaud anuncia que um campo conceitual é um conjunto de situações cujo domínio progressivo requer uma diversidade de procedimentos e conceitos em estreita conexão e em termos teóricos define um campo conceitual como um conjunto que aglutina conceitos e teoremas que auxiliam no domínio progressivo das situações. No âmbito da Aritmética, Vergnaud debruçou-se fundamentalmente em dois campos conceituais: o Campo das Estruturas Aditivas e o Campo das Estruturas Multiplicativas (MOREIRA 2002; SANTANA, 2012; VERGNAUD, 1990).

O Campo das Estruturas Aditivas pode ser apresentado como um conjunto que aglutina outros dois conjuntos que são: um conjunto de situações cujo trato pressupõe uma ou várias adições ou subtrações e um conjunto de conceitos e teoremas que possibilitam a análise dessas situações como tarefas Matemáticas (SANTANA, 2012).

O Conjunto das Estruturas Multiplicativas também aglutina dois conjuntos: um conjunto de conceitos e teoremas que permitem analisar as situações cujo tratamento implica em uma ou várias multiplicações e divisões dando origem a variados casos de proporção simples e proporção múltipla e pelo conjunto formado por estas várias situações tais como fração, função linear, bilinear e não linear, composição de funções lineares, razão, proporção,

espaço vetorial, análise dimensional, combinação, produto cartesiano, área, volume, isomorfismo etc (GITIRANA *et al.*, 2014; VERGNAUD, 1996b).

Perfilhando-se os princípios da Teoria dos Campos Conceituais, compreende-se que a multiplicação e a divisão exigem dos alunos conhecimento dos números e de sua simbolização, de maneira mais complexa do que no caso da adição e subtração, pois as operações de multiplicação e divisão requerem a compreensão de novos significados dos números e uma nova coleção de invariantes relacionados com as operações de multiplicação e divisão e não com a adição e a subtração.

Com base na perspectiva vergnaudiana, Gitirana *et al* (2014) destacam que há uma continuidade entre as operações de adição e multiplicação no que tange a estrutura, não obstante, o mesmo não pode ser dito sobre os significados, sobretudo porque a adição, de modo geral, envolve uma relação ternária e grandezas iguais e a multiplicação envolve, em sua maioria, relações quaternárias.

Desta forma, a noção de relação é de grande valia para o trato das estruturas multiplicativas. O rigor matemático formaliza a noção de relação ajoujando-a com os conceitos de produto cartesiano, conjunto domínio, conjunto imagem, representação gráfica e aridade. No âmbito da Teoria dos Campos Conceituais a noção de relação incorpora outras linguagens. "Há relações entre objetos no espaço, entre quantidades físicas, entre fenômenos biológicos, sociais, psicológicos" (VERGNAUD, 2009a, p.23) de modo que uma relação binária conecta dois elementos entre si, uma relação ternária conecta três elementos entre si, uma relação quaternária conecta quatro elementos entre si e assim por diante. Os elementos dispostos em relação podem ser de natureza diferente. O quadro 1 a seguir apresenta alguns exemplos de relações. Os elementos estão em destaque.

**Quadro 1 - Exemplos de relações de natureza diferente**

| RELAÇÃO BINÁRIA | RELAÇÃO TERNÁRIA | RELAÇÃO QUATERNÁRIA |
|---|---|---|
| Nove **é maior que** cinco. **(9 >5)**<br>**Os** sapos **são** anfíbios**.**<br><br>$\pi$ **é igual a** 3,14 **( $\pi$ = 3,14)** | **Oito** multiplicado por **cinco** é igual a **quarenta** (8 x 5 = 40).<br>**Isabelle** é amiga de **Amanda** e **Luísa**.<br>O **dedo indicador** fica entre o **dedo polegar** e o **dedo médio**. | **São Luís** é para o **Maranhão** o que **Fortaleza** é para o **Ceará**.<br><br>**Vinte e um** sobre **nove** equivale a **sete** sobre **três.** ($\frac{21}{9} = \frac{7}{3}$)<br><br>A **idade de Tiago** está para a **idade de Samuel** assim como **cinco** está para **três.** ($\frac{idade\ de\ Samuel}{idade\ de\ Tiago} = \frac{5}{3}$) |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

Uma relação pode ser representada de diferentes maneiras. As mais frequentes são: linguagem natural, escrita algébrica, esquema sagital, tabela cartesiana (ou matriz), diagrama de Venn ou Diagrama de Euler (VERGNAUD, 2009a).

A compreensão das relações fornece suporte para o cálculo relacional, que se aplica a todos os tipos de relações. Desta forma, a noção de relação favorece a análise matemática de outros domínios além do domínio numérico, fazendo emergir a noção de cálculo relacional (VERGNAUD, 2009a).

O cálculo relacional refere-se às operações lógicas mentais que são necessárias para lidar com os relacionamentos envolvidos na situação. Possui estreita relação com a noção de regras de ação e sua validade encontra-se nas propriedades das relações manejadas. (VERGNAUD, 2009a).

O cálculo relacional apoia-se fundamentalmente nas relações binárias, "de tal modo que é preciso, de início, saber falar da relação que existe entre dois objetos" (VERGNAUD, 2009a, p.77). Assim sendo, confere-se destaque para as seguintes propriedades das relações binárias: a reflexividade, a simetria e a transitividade. A seguir, algumas considerações sobre estas.

Sejam $K$ um conjunto e $\mathbf{R}$ uma relação em $K$. Se para todo $x$ pertencente ao Conjunto $K$ tendo-se $x$ relacionado com ele mesmo diz-se que a relação $\mathbf{R}$ é reflexiva. "Uma relação binária é reflexiva se, e somente se, todo elemento $x$ estiver necessariamente em relação com ele mesmo" (VERGNAUD, 2009a, p.45). Em notação[10] tem-se:

$$x \mathbf{R} x , \forall x \in K \quad (1)$$

Desta forma, uma relação reflexiva é uma mera constatação e por isso não é utilizada no cálculo relacional.

Se para quaisquer que sejam $x$ e $y$, elementos pertencentes ao conjunto $K$, tendo-se $x$ relacionado com $y$, implica que $y$ está necessariamente relacionado com $x$ e assim tem-se que a relação $\mathbf{R}$ é simétrica. Em notação[11]:

$$x \mathbf{R} y \Rightarrow y \mathbf{R} x \quad (2)$$

Em linguagem natural dá-se como exemplos:

a) Mônica tem a mesma altura que Luciana.

b) Elky dançou tango com José.

[10] SILVA, Hélio de Menezes; ALEXANDRE, Eduardo de Santana Medeiros. **Matemática Elementar.** João Pessoa: UFPB, 2014.

[11] *Ibid.*, p. 8.

Ora, se Mônica tem a mesma altura que Luciana, obviamente a altura de Luciana é igual à de Mônica. Se Elky dançou tango com José, certamente José dançou tango com Elky.

Se para quaisquer que sejam *x*, *y* e *z* elementos pertencentes ao conjunto *K*, a relação entre *x* e *y* de uma parte e entre *y* e *z* de outra parte, tendo-se necessariamente igual relação entre *x* e *z*, então a relação **R** é transitiva (VERGNAUD, 2009a) Em notação[12]:

$$x\ \mathbf{R}\ y \text{ e } y\ \mathbf{R}\ z \Rightarrow x\ \mathbf{R}\ z \qquad (3)$$

Em linguagem natural tem-se:

a) José é menor que Luís e Luís é menor que Paulo, então José é menor que Paulo.
b) Ana chegou antes de Artur e Artur chegou antes de Lucas. Assim, Ana chegou antes de Lucas.

A uma relação que é reflexiva, simétrica e transitiva, denomina-se de uma relação de equivalência. Um exemplo de relação de equivalência é a igualdade. Assim, "a relação de igualdade é uma relação simétrica, transitiva e reflexiva. É, portanto, uma relação de equivalência" (VERGNAUD, 2009a, p.51).

Não há uma análise sistemática das propriedades das relações ternárias. Por serem mais complexas, utiliza-se a lei de composição binária[13]. "A adição, a subtração, a multiplicação, a divisão de dois números, a intersecção, a união de dois conjuntos são leis de composição binárias" (VERGNAUD, 2009a, p.58). Trata-se de dispor dois elementos entre si para originar um terceiro elemento por meio de uma relação binária onde em alguns casos, as próprias relações binárias são consideradas como elementos.

Em se tratando das relações quaternárias, estas, são em verdade, a identidade de duas relações binárias expressas pela forma: *x* esta para *y* assim como *k* esta para *z* que coloca em jogo a correspondência entre dois conjuntos. Um conjunto pode ser definido como a compilação de elementos com características semelhantes.

Segundo Vergnaud (2009a) a maioria das situações-problema de estruturas multiplicativas comporta uma relação quaternária, duas a duas de mesma espécie e não uma

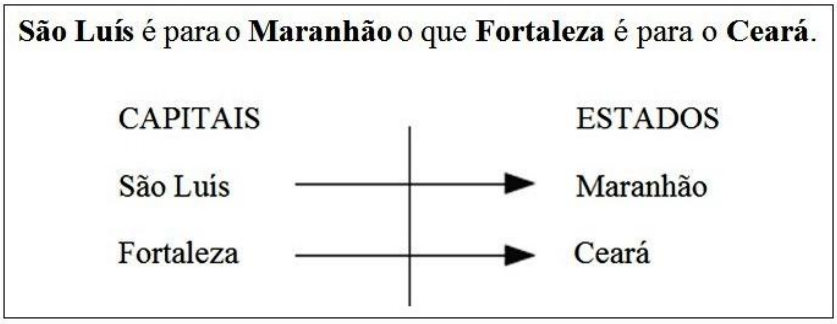
[12] SILVA; ALEXANDRE, *op. cit.*, p. 8.

[13] Não obstante, a noção de relação ternária é muito mais ampla do que a composição binária uma vez que algumas relações ternárias não são convenientemente representadas pela lei binária.

relação ternária. Por isso, o referido autor destaca que o relacionamento ternário a x b = c não é adequado para simbolizar a maioria das situações de multiplicação, "pois que essa escrita comporta tão somente três termos" (VERGNAUD, 2009a, p. 239). Em função disso, o autor supracitado advoga que o esquema do isomorfismo de medidas é a representação mais apropriada.

O esquema do isomorfismo de medidas é uma representação que resulta da combinação entre o esquema sagital e a tabela cartesiana em que as relações quaternárias são expostas pela identidade de duas relações binárias. De modo frequente, as relações quaternárias são relações entre elementos de natureza diferentes. Utilizando-se um dos exemplos anteriores tem-se:

**Figura 2 - Esquema do isomorfismo de medidas**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a)

Pela figura 2 verifica-se que o esquema de isomorfismo de medidas organiza e estabelece a relação quaternária (duas medidas de um tipo e duas de outro tipo) facilitando a identificação dos quatro termos envolvidos. Assim sendo, trata-se de uma tabela de correspondência entre conjuntos diferentes (VERGNAUD, 2009a).

Para as multiplicações que comportam uma relação ternária, Vergnaud (2009a, p.254) pontua que a "o esquema mais natural para representar essa forma de relação é aquele da tabela cartesiana porque, de fato, é a noção de produto cartesiano de conjuntos que explica a estrutura do produto de medidas".

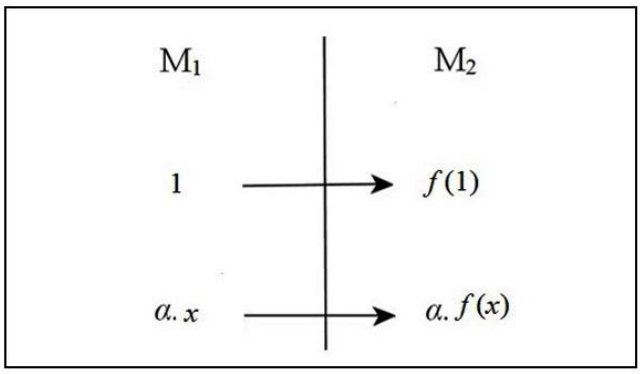
Frente a isso, Vergnaud (2009a) apresenta duas grandes categorias para o estudo do Campo Conceitual Multiplicativo, conforme seja a relação enredada. Cada categoria, em seu interior possui diversas situações com variados sentidos e significados. Tais categorias são: Isomorfismo de Medidas (relação quaternária) e Produto de Medidas (relação ternária). Para o desenvolvimento desta pesquisa, optou-se por pesquisar as situações multiplicativas de

Isomorfismo de Medidas, que são apresentadas a seguir.

## 2.3 SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS

No âmbito da teoria vergnaudiana o isomorfismo de medidas é definido como uma estrutura que incide numa proporção simples e direta entre duas magnitudes ($M_1$, $M_2$) reguladas por uma função linear na qual a constante de proporcionalidade institui a relação entre tais magnitudes. A saber:

**Figura 3 - Esquema das relações entre magnitudes no isomorfismo de medidas**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Levain (1992).

Assim sendo, as propriedades isomórficas das transformações lineares[14] configuram-se como importantes teoremas-em-ação que são utilizados pelos estudantes ainda que estes não conheçam tais propriedades.

As magnitudes podem ser discretas (relacionada com a contagem: pessoas, objetos, etc) ou contínuas (relacionadas com as medidas: tempo e distância, etc). O termo medidas que acompanha o termo isomorfismo deve ser compreendido como "um número associado a um objeto" (VERGNAUD, 2009a, p.156).

O Isomorfismo de Medidas traz à baila a ideia de proporcionalidade na qual se relacionam dois conjuntos e quatro medidas, sendo três conhecidas e uma a ser conhecida pelo cálculo. Pessoa e Borba (2009, p.113) explicam que as situações-problema de Isomorfismo de Medidas "envolvem uma relação quaternária entre quantidades; duas delas são medidas de um tipo e as outras duas são medidas de outro tipo".

Há três tipos principais de situações-problema nessa categoria, dependendo da posição da incógnita: multiplicação, divisão do tipo 1 (divisão partitiva), divisão do tipo 2

[14] *(1) f(x + x') =f(x) +f(x') (2) f(kx) = kf(x)*

(divisão quotitiva) (LEVAIN; VERGNAUD, 1995). Há ainda um quarto tipo de situação-problema de relação quaternária que são mais complexas, são as situações-problema denominados de quarta proporcional (GITIRANA *et al.*, 2014).

A primeira subcategoria de situações-problema de Isomorfismo de Medidas é a multiplicação que abrange quatro medidas, sendo que uma delas emerge da relação das demais, ou seja, um dos termos resulta da relação dos três termos presentes. As diferentes estratégias de resolução da situação-problema estão sujeitas ao tipo de relação envolvida no problema, pois os termos podem ser capturados através de uma lei de composição binária ($\alpha$ x $\beta = \Delta$) ou por meio de uma operação unívoca (uso de operador escalar ou operador de função).

Para que seja efetuada a lei de composição binária como método de pensamento para a resolução de situação-problema, os valores conhecidos devem ser percebidos como números puros e não como magnitudes. Então, no caso: $\alpha$ x $\beta = \Delta$, $\alpha$ e $\beta$ devem ser vistos como números puros, sem magnitude, para que a resposta seja clara (NEHRING, 2001).

Tomando por base o seguinte exemplo: Isabelle tem 5 caixas de lápis. Há 6 lápis em cada caixa. Quantos lápis Isabelle têm? Se 5 e 6 forem vistos como magnitudes não haverá clareza quanto ao resultado, isto é, se a resposta será dada em lápis ou caixa.

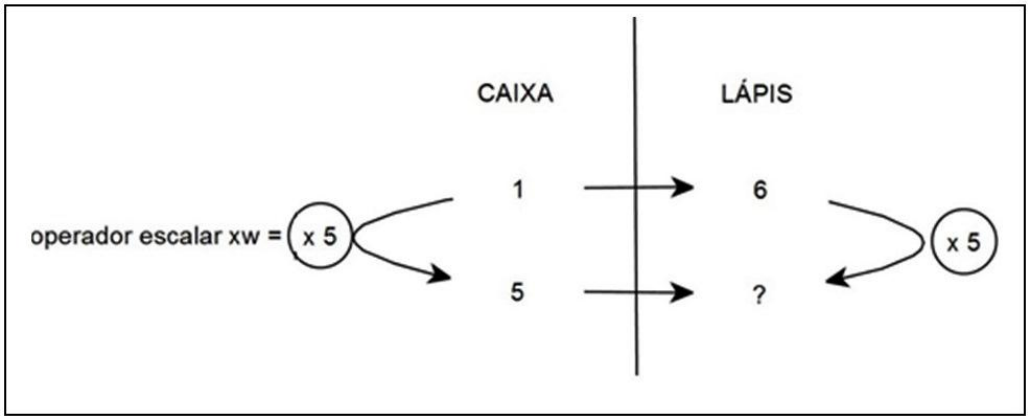
A resolução de situações-problema de Isomorfismo de Medidas por meio da operação unívoca pode ser realizada de duas maneiras: utilizando-se o operador escalar *w*, sendo *w* uma razão entre duas medidas de mesma espécie que não representa uma dimensão ou utilizando-se o operador funcional x*y*, sendo que a dimensão de *y* é o quociente de duas outras dimensões. Nehring (2001) esclarece que as magnitudes das medidas envolvidas não são consideradas nos procedimentos escalares, por isso os operadores escalares não possuem dimensão. Já nos procedimentos funcionais são consideradas as dimensões envolvidas.

A noção de operador escalar está vinculada à análise vertical e a noção de operador funcional está relacionada à análise horizontal. Os processos cognitivos envolvidos nestas análises são diferentes entre si. Na análise vertical há a passagem de "uma linha a outra na mesma categoria de medidas" (VERGNAUD, 2009a, p.244), ou seja, efetuam-se operações entre as medidas contidas na mesma coluna (grandezas de mesmo tipo) e em seguida aplica-se na segunda coluna. Já na análise horizontal há "a passagem de uma categoria de medidas a outra" (VERGNAUD, 2009a, p.244) são, portanto, relações entre categorias diferentes.

Resolver situações-problema de Isomorfismo de Medidas através da utilização do operador escalar significa descobrir a solução transformando paralelamente as medidas,

mantendo-as independentes e com uma relação proporcional. A seguir apresentam-se os esquemas de resolução para o seguinte problema: Isabelle tem 5 caixas de lápis. Há 6 lápis em cada caixa. Quantos lápis Isabelle têm?

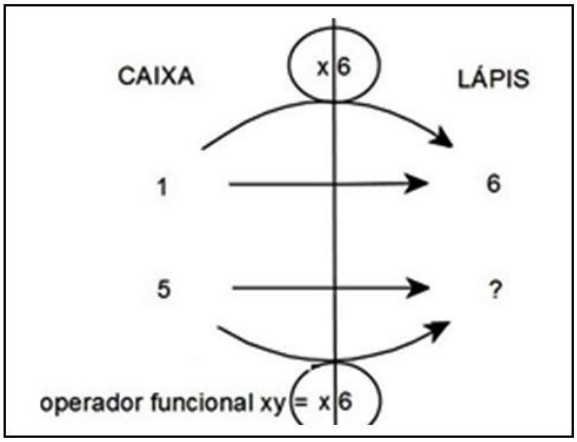
**Figura 4 - Resolução de situação-problema através da utilização do operador escalar**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

Quando da utilização de operadores funcionais deve-se relacionar as duas medidas para encontrar a razão que as conecta, utilizando tal razão para solucionar a situação-problema.

**Figura 5 - Resolução de problema com a utilização do operador funcional**



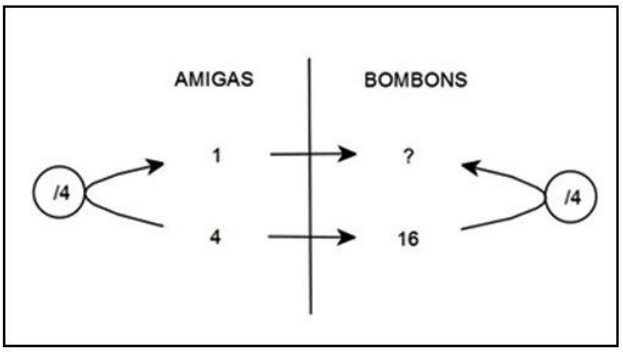

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

A subclasse da divisão possui duas categorias: divisão do tipo 1: divisão partitiva e a divisão do tipo 2: divisão quotitiva. Na divisão partitiva almeja-se encontrar o valor unitário aplicando-se o operador escalar /*w*. Este tipo de situação-problema traz em seu enunciado uma quantidade inicial e o número de partes em que a quantidade inicial deve ser

repartida, empreendendo-se a busca pelo valor de cada uma das partes. A resolução desse tipo de situação-problema requer "considerar que o quociente a ser obtido refere-se ao tamanho das partes, que o dividendo é representado pelo todo (valor/quantidade a ser dividida) e que o divisor refere-se ao número de partes em que o todo é dividido" (LAUTERT; SPINILLO, 2002, p.238). Exemplo: Lucilia tem 16 bombons e quer distribuir igualmente entre 4 amigas. Quantos bombons ela vai dar para cada amiga?

Por se tratar de uma transformação do *xw* para */w* algumas crianças encontram dificuldades. Segundo a pesquisa Nehring (2001), frente a tais dificuldades, as crianças usam um procedimento faltoso/factual que permite esquivar da dificuldade conceitual. Então, tomando-se como base o exemplo anterior: Lucilia tem 16 bombons e quer distribuir igualmente entre 4 amigas. Quantos bombons ela vai dar para cada amiga? A criança se utilizaria do seguinte questionamento: qual o número que multiplicado por 4 é igual a 16 (? x 4 =16)? Todavia, este procedimento somente tem vantagem com o manejo de números pequenos e naturais. A seguir ilustra-se a possível solução do problema acima por meio da aplicação do operador escalar.

**Figura 6 - Resolução de situação-problema do tipo divisão partitiva**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

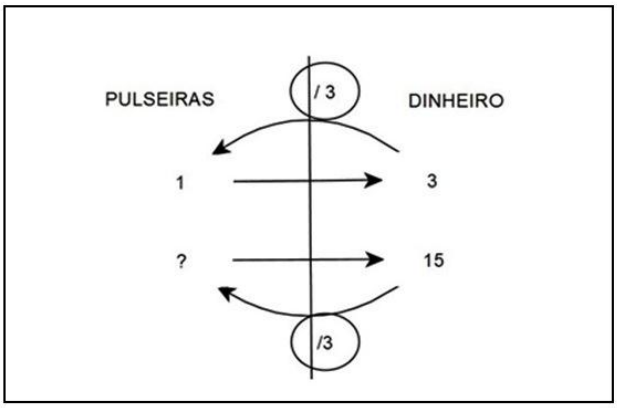
A divisão quotitiva implica em uma inversão direta do operador funcional. Este tipo de problema é difícil para as crianças porque "a inversão do operador tem uma dimensão inversa da operação direta, que é de pouco uso e difícil de entender" (NEHRING, 2001, p.80).

O procedimento de resolução de problemas de divisão por quotas envolve considerar que o quociente buscado refere-se ao número de partes em que o todo foi repartido, o todo representa o dividendo e o divisor refere-se ao tamanho das partes (quotas) (LAUTERT E SPINILLO, 2002).

A seguir apresenta-se o esquema de resolução de divisão quotitiva com operador

funcional para a seguinte situação-problema: Raquel tem 15 reais para comprar pulseiras. Cada pulseira custa três reais. Quantas pulseiras a Raquel pode comprar?

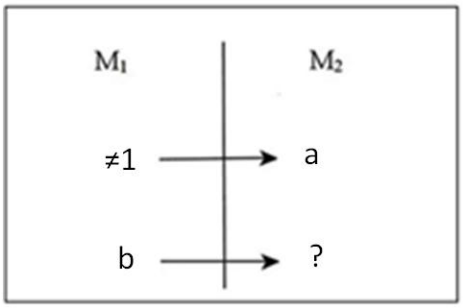
**Figura 7 - Resolução de situação-problema do tipo divisão quotitiva**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

As situações-problema do tipo quarta proporcional é a classe de situações-problema de relação quaternária que as crianças encontram maiores dificuldades (BATISTA, 2002). Consiste em comparar duas razões equivalentes. São situações-problema que apresentam o mesmo esquema de correspondência observado nos exemplos anteriores, todavia não apresentam nenhum valor igual um. A seguir, a representação esquemática da situação-problema do tipo quarta proporcional.

**Figura 8 - Representação esquemática do problema do tipo quarta proporcional**

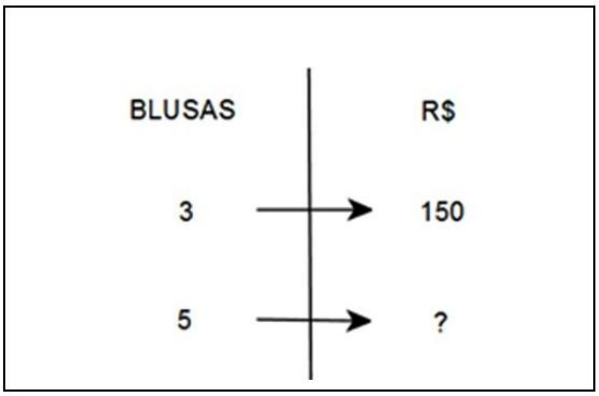



Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

Para a resolução desse tipo de problemas é possível o emprego de procedimentos variados, utilizando-se diferentes propriedades de relacionamento dos quatro termos. Gitirana *et al.* (2014) informam que a dificuldade das situações-problema de quarta proporcional varia de acordo com os valores expressos no problema. Assim, se dois dos valores de uma mesma

magnitude forem múltiplos, a razão entre eles será um número inteiro o que permite maior facilidade para o cálculo. Entretanto, o problema torna-se mais complexo se os dois valores de uma mesma magnitude não forem múltiplos. A seguir, um exemplo: Thays comprou 3 blusas e pagou R$150,00. Quanto ela pagaria se comprasse 5 blusas do mesmo modelo e preço?

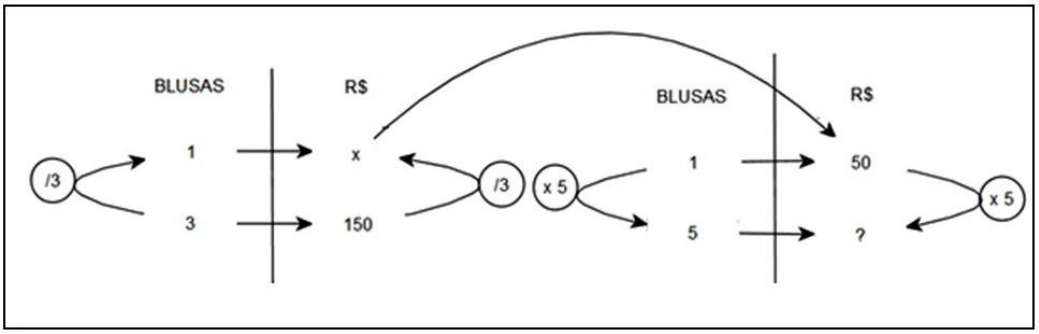
**Figura 9 - Esquema de situação-problema do tipo quarta proporcional**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

Uma das formas de resolução desta situação-problema consiste em empregar o esquema do Isomorfismo de Medidas duas vezes: primeiro para encontrar o valor da unidade, realizando-se uma divisão partitiva e em seguida utiliza-se o valor da unidade para buscar o valor solicitado pelo enunciado da situação-problema, realizando-se uma multiplicação.

**Figura 10 - Resolução de situação-problema do tipo quarta proporcional**



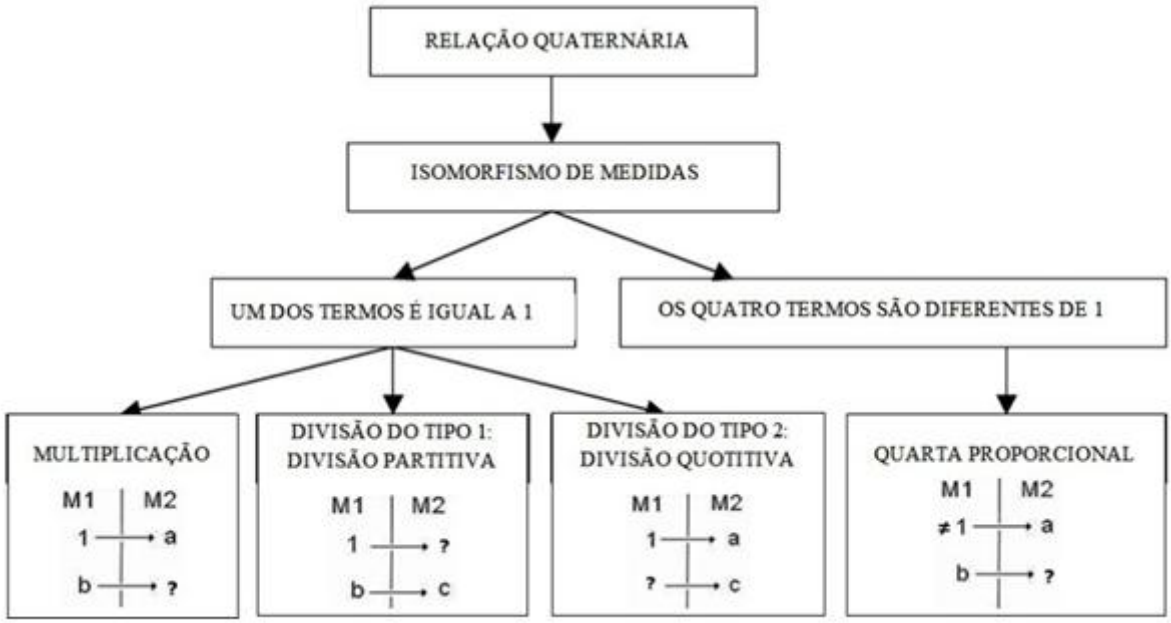

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base em Vergnaud (2009a).

Esse tipo de situação-problema também pode ser resolvido utilizando-se a estratégia da regra de três, aplicando-se uma propriedade das proporcionalidades: o produto dos meios é igual ao produto dos extremos (GITIRANA *et al*., 2014).

A identificação dos tipos de situações-problema é útil para que o professor reconheça as características deles, as relações enredadas e as estratégias de resolução

necessárias para estabelecer a conexão entre incógnita e enunciado. A representação esquemática abaixo resume a classificação das situações-problema de Isomorfismo de Medidas.

**Figura 11- Classificação das situações-problema de Isomorfismo de Medidas**




Fonte: Adaptado de Valls e Olive (2012, p.32, tradução nossa).

Por meio desse reconhecimento, o professor pode ver a riqueza de detalhes de cada situação-problema e perceber as dificuldades específicas que cada uma pode levantar. Com isso pode provocar os alunos, confrontando-os com situações-problema para as quais já possuem os *eskemas* e também com as quais eles não possuem. Desta forma, pode mobilizar os *eskemas* dos alunos, propondo situações-problema que os conduzam rumo à formação e desenvolvimento dos conceitos, num caminhar de construção e reconstrução do conhecimento.

Portanto, reconhecer os tipos de situações-problema pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas é um passo prévio e necessário para o processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas, sobretudo porque se conecta diretamente com o primeiro ato de mediação docente: a eleição da situação de aprendizagem que será proposta aos alunos (VERGNAUD, 2007).

A seguir, discorre-se sobre os atos de mediação docente à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

## 2.4 OS ATOS DE MEDIAÇÃO DOCENTE À LUZ DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

O processo educativo, circunscrito no contexto da escola, desenvolve-se mediante a instrução e o ensino e tem por objeto a assimilação de saberes e experiências historicamente acumulados, expressando fins conectados às várias etapas do desenvolvimento histórico-social. Nas trilhas do processo educativo, o saber escolar segue em direção ao saber ensinado: aquele que é registrado no plano de aula do professor e que coincide ou não com os objetivos previstos nos programas, porque não se pode garantir que o conteúdo ensinado pelo professor seja exatamente o aprendido pelo aluno (PAIS, 2002; LIBÂNEO, 2013).

O percurso entre o saber escolar e o saber ensinado é balizado pelo processo didático. É no processo didático que ocorre a mediação entre objetivos, conteúdos e métodos das matérias de ensino sendo tais elementos imbricados na relação *eskema*-situação que se constitui como a base da produção de competências. É no processo didático que ocorre a *mise-em-scène* - encenação, dramatização na qual o professor é o ator e o diretor do ensino e da aprendizagem (VERGNAUD, 2003, 2015).

Desta forma, em sala de aula, o professor possui a função de ampliar o repertório de *eskemas* dos alunos, gerindo situações nas quais se materializam suas competências conceituais e didáticas bem como desenvolvem as competências dos alunos por meio de suas ações circunscritas no processo didático.

No processo didático, o professor seleciona os conteúdos e as estratégias de ensino em prol dos objetivos estabelecidos, considerando nessa seleção, as características dos alunos para que os mesmos possam desenvolver suas capacidades intelectuais em face da complexidade do mundo moderno.

Nesse processo, além do conhecimento acerca das diferentes situações existentes, a criatividade é importante para a eleição de situações de aprendizagem provocadoras e interessantes. Por isso Vergnaud (2015) destaca, no repertório coletivo de competências do professor, o papel da criatividade e "da 'mise en scéne', da teatralização, da encenação – que é muito mais importante do que se crê". (VERGNAUD, 2015, p.15). São importantes porque aliam ao desempenho, o interesse e o prazer nas situações de aprendizagem. Como bem frisa Vergnaud (2015) sem prazer no aprender não há aprendizagem.

Cumpre frisar que, em que pese haver um prazer narcísico nos bons resultados,

o prazer, na acepção vergnaudiana, é algo mais amplo, pois também envolve: "comunicação com o outro, o diálogo, o trabalho junto, a contestação no caso em que se perde e até mesmo quando há conflito" (VERGNAUD, 2015, p.18). Assim sendo, as situações de aprendizagem possuem duas dimensões do aprender: afetividade e cognição, por isso é importante que o professor envolva "intelectual e afetivamente os alunos na elaboração e reelaboração ativa do conhecimento sistematizado" (GASPARIN, 2005, p.1-2).

As situações de aprendizagem envolvem dois componentes: a multiplicidade das situações e a história dos conhecimentos que são paulatinamente elaborados pelos alunos. É cediço que com o passar dos anos, há o aumento das experiências, as quais são diversas e diferentes, porque "as experiências de um aluno ou as de um professor não se repetem sempre da mesma forma" (VERGNAUD, 2015, p.17). Novas turmas, novos alunos, novos desafios, novas aprendizagens a cada término do ano letivo estabilizam as competências docente tornando seus atos de mediação eficazes, não obstante também as desestabilizam. É assim que os professores desenvolvem os *eskemas* necessários para arrostar situações que se apresentam ano a ano.

O conceito de experiência, sob a ótica de Vergnaud (1994b) encontra-se atrelado à história pessoal e ao repertório individual de *eskemas* tanto dos professores quanto dos alunos. Desta forma, as situações propostas em sala de aula devem proporcionar a integração entre a experiência pessoal e a formação de conceitos científicos.

Com esteio em tais considerações, compreende-se que as competências conceituais e didáticas dos professores não repousam somente na repetição do raciocínio ou dos atos, mas na variedade de situações enfrentadas ao longo do tempo e isso implica estar habilitado para arrostar situações familiares, mas também situações nunca enfrentadas antes.

Por esse aforismo, diz-se que o professor precisa saber como lidar com determinada situação com certo automatismo e eficiência, ao passo que também deve saber como improvisar diante de uma situação totalmente nova (VERGNAUD, 2013). Isto também se aplica aos alunos, por isso os professores devem gerir tanto a estabilização quanto a desestabilização das competências adquiridas por eles. É dizer, por seus atos de mediação, o professor deve causar uma reviravolta na competência dos alunos fazendo-os "aprender, desaprender e reaprender" (GASPARIN, 2005).

Uma forma didática de efetivar este desiderato consiste em relacionar o que os alunos já sabem com aquilo que precisam aprender. Evocando, nesse sentido, a questão das filiações, do apoio nos conhecimentos e competências anteriores para que seja descoberto e compreendido um conceito ou um novo raciocínio. Não obstante, vale ressaltar que tais

conhecimentos e competências, podem por vezes, configurarem-se como entraves à aprendizagem e desta forma, também é conveniente que seja tomada certa distância em relação aos conhecimentos e competências anteriormente adquiridas. Significa dizer que é preciso promover rupturas, causando o desequilíbrio entre conhecimento e competências.

Vergnaud (2013, 2015) destaca que o desequilíbrio contribui para a aprendizagem dos alunos, uma vez que se eles não forem desestabilizados, não terão qualquer razão para aprender. Todavia, se essa desestabilização for muito forte, os alunos também não aprenderão. Assim, considerar a Zona de Desenvolvimento Proximal, auxilia o professor a agir com mais cautela em relação a esta questão.

Uma[15] das definições de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) trata de que seja a distância entre o nível real do desenvolvimento e o nível de desenvolvimento potencial. O nível de desenvolvimento real é determinado pela capacidade de resolução de um problema de modo independente pelo sujeito, já o nível do desenvolvimento potencial é determinado por meio da resolução de um problema com o auxílio de um adulto ou parceiro mais capaz. (VYGOTSKI, 1991).

Nesses termos, a comparação entre a Zona de Desenvolvimento Real e a Zona Proximal desvela a dinamicidade do diagnóstico do desenvolvimento humano, no que tange aos frutos (o que se sabe) e os brotos (o que se pode aprender) conforme Alves (2005) poeticamente infere. Então, ao promover as rupturas com vistas à aquisição de novos conhecimentos, o professor deve considerar o presente, passado e futuro devido à necessidade de sondagem das funções ainda inconclusas de modo a elevá-las a um grau intelectualmente superior.

Para o processo didático, a compreensão de ambas as zonas de desenvolvimento beneficia os professores no que tange ao entendimento dos produtos finais do desenvolvimento: “ciclos de desenvolvimento já completados” (VYGOTSKI, 1991 p.57) como também no que se refere às questões que faltam no processo de maturação.

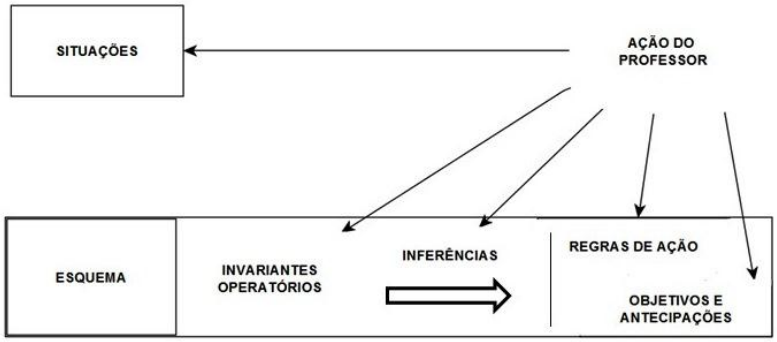
Nesse sentido, Vergnaud (2013) destaca que a compreensão sobre a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) auxilia o professor a promover tanto as filiações quanto as rupturas entre conhecimento e competências dos alunos. Ele pode planejar associações entre conteúdos, conhecimentos e conceitos que são próximos aos alunos, fazendo-os transitar intelectualmente entre as classes de situação de modo cauteloso e direcionado. O professor também pode promover rupturas, desequilíbrio entre a situação em foco e as competências

[15] Vasconcelos e Valsiner (1995) destacam que não há uma noção única do conceito de ZDP porque esta foi definida de várias formas por Vygotsky.

dos alunos. “Isso significa apresentar a eles uma situação na qual possam reconhecer um problema, mesmo que não sejam capazes de resolvê-los” (VERGNAUD, 2013, p.16). Se assim faz, contribuiu para que os alunos conheçam suas limitações e a partir delas, avancem.

Então, o professor tem como primeiro ato, a escolha das situações de aprendizagem nas quais deve acionar todos os componentes do *eskema.* Assim, além de prover uma ampla variedade de situações, o professor deve incentivar seus alunos a fazer inferências e a selecionar informações e representações. O diagrama abaixo ilustra essa assertiva.

**Figura 12 - Atos de mediação docente na perspectiva vergnaudiana**




Fonte: Vergnaud (1994b, p.182, tradução nossa).

Pelo diagrama, Vergnaud (1994b) afirma que o papel do professor é propor variadas e fecundas situações que possibilitem que os alunos desenvolvam novos *eskemas* em situações de resolução de problemas, haja vista que no âmbito da Teoria dos Campos Conceituais, a resolução de problemas é fonte e critério de conhecimento, porque o conhecimento conceitual está imerso nas situações a dominar, ou seja, nos problemas a resolver (VERGNAUD, 1986).

A escolha das situações é um trabalho que demanda reflexão cuidadosa, pois em uma única situação há vários conceitos envolvidos. Reconhecendo que a escolha das situações não é uma tarefa fácil, Vergnaud (2015) recomenda que de início, seja eleita uma situação ou classe de situações e depois pega-se uma situação ou classe de situação similiar à primeira, que lhe seja parente. “o parentesco entre as classes de situações vai permitir parentescos entre *eskemas*”. (VERGNAUD, 2015, p.22).

É nesse sentido que as variáveis didáticas tornam-se importantes no processo de escolha de situações-problema porque possibilitam ao professor escolher e também elaborar situações-problema dando conta das relações entre conceitos e dificuldades das categorias de

situações-problema que se enquadram em um mesmo campo conceitual.

Os efeitos das variáveis didáticas recaem sobre a complexidade das situações-problema, sobre as operações de pensamento necessárias para a resolução das mesmas e sobre a complexidade dos enunciados, são, pois, os elementos da situação-problema que modelam o nível de complexidade da mesma e que podem alterar os procedimentos de solução (BISTOS; MATULIK, 2010).

Vergnaud (2007) cita como exemplo a escolha dos valores numéricos, que transforma um problema relativamente fácil em um problema mais difícil. Aumentando o valor envolvido, o professor leva o aluno a se desvencilhar de procedimentos de desenho para buscar outros atrelados à simbologia matemática, que é uma escrita necessária. A forma de apresentação da quantidade também incide sobre a complexidade da situação-problema, por exemplo: o enunciado de uma situação-problema que indica a quantidade por valor numérico pode ser mais fácil para determinado aluno que pode sentir dificuldade na interpretação de um problema cujo enunciado esteja grafado, por exemplo: dois meses ao invés de 60 dias.

À luz da tipificação das situações-problema apresentada por Vergnaud (2009a), também há que se considerar a posição que ocupa o valor numérico desconhecido, haja vista que a classe de problemas será alterada dependendo do lugar que a quantidade desconhecida ocupa.

Com apoio nos escritos de Bistos e Matulik (2010) é possível identificar três tipos de variáveis didáticas. São elas: variáveis informacionais, variáveis cognitivas e as variáveis ergonômicas. As primeiras concentram os aspectos atrelados à construção do enunciado. Já as variáveis cognitivas referem-se aos valores numéricos envolvidos e o tipo da situação-problema enquanto que as variáveis ergonômicas dizem respeito à quantidade de operações utilizadas na situação-problema.

Desta forma, as variáveis didáticas dão forma à estrutura matemática das situações-problema nas componentes sintática e semântica. A componente sintática está relacionada com a quantidade de palavras, sequência de informação, apresentação de palavras-chave. A componente semântica diz respeito às relações contextuais da situação-problema.

Retomando a ideia da oferta de situações com parentesco entre si como sugerido por Vergnaud (2015) tem-se que, o professor ao propor situações-problema com estrutura matemática similar, possibilita que os alunos implementem procedimentos semelhantes para resolvê-los, desenvolvendo *eskemas* para as situações familiares. Pela componente semântica das situações-problema o professor identifica a classe que o problema pertence e quando da

escolha ou elaboração para ofertar aos alunos, pode considerar a oferta de uma situação-problema que esteja nos limites da competência dos alunos, provocando-os para alargar o âmbito dos *eskemas*.

Pelo exposto, compreende-se que a escolha ou elaboração de uma situação-problema configura-se como um ato de mediação docente de grande relevância no processo didático, pois envolve pensar na função pedagógica desse problema.

A função pedagógica dos problemas encontra-se no seu caráter desafiador, não obstante, o nível de dificuldade não pode desmotivar o aluno a buscar a sua solução, por isso deve ser bem escolhido ou elaborado. Nos processos de escolha e de elaboração, o professor deve atentar para a tipologia dos problemas, pois o contato com a diversidade dos problemas estimula uma variedade de procedimentos e simbolizações.

O diagrama de atos de mediação docente segundo Vergnaud (1994b, 1998) (Figura 12) também ilustra que professor deve orientar os alunos na escolha das operações, ações, informações e antecipações fazendo emergir novos invariantes operatórios (conceitos em ação e teorema em ação), uma vez que novos *eskemas* são frutos de novos invariantes operatórios (MOREIRA, 2002). Nesse processo, a linguagem é muito importante, pois por meio da linguagem os professores explicam, questionam, selecionam informações e propõem objetivos e metas. Também estabelecem regras, expectativas e planejam.

Em síntese, os atos de mediação docente sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais englobam três pontos que devem ser considerados no planejamento da atividade de classe, são eles: (1) a escolha de situações frutíferas, (2) a identificação das dificuldades dos alunos e (3) a oferta de desafios. Isso implica na eleição das tarefas e na análise epistêmica das mesmas. Então, de início, o professor deve oferecer aos alunos a oportunidade de exercitar os *eskemas* que possuem. Para tanto, deve escolher as situações propícias. Posteriormente, deve controlar as situações ofertadas através de coleta de informações sobre a atividade. Isso implica em detectar as possíveis dificuldades dos alunos no confronto das situações para agir sobre elas e assim oferecer aos alunos desafios a partir dos quais possam desenvolver novos *eskemas* (VERGNAUD, 2013).

Nota-se, pelo exposto que a Teoria dos Campos Conceituais sustenta os atos de mediação do professor no processo didático com vistas à conceitualização do real brindando-o com um vasto arsenal de recursos de ordem teórica e prática, quais sejam: com a classificação das situações, a compreensão acerca das funções psicológicas dos *eskemas*, a concepção de conceito e as representações linguísticas e simbólicas.

Desta forma, compreende-se que o ensino de situações multiplicativas de

Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental envolve a operacionalização da Teoria dos Campos Conceituais tornando observáveis as competências conceituais e didáticas dos professores. Cumpre agora, examinar a aplicação da teoria supracitada, nas pesquisas brasileiras sobre situações multiplicativas no contexto do Ensino Fundamental.

## 2.5 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E AS PESQUISAS BRASILEIRAS SOBRE SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS NO ENSINO FUNDAMENTAL

A realidade educacional brasileira, em termos de aprendizagem da Matemática é desanimadora. É o que revelam os baixos índices de proficiência dos estudantes brasileiros nessa área do conhecimento. Embora tenha havido elevação no índice de desempenho dos alunos em Matemática no PISA 2012[16] (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, aplicado a estudantes na faixa dos 15 anos), o Brasil ocupa o 58º lugar entre os 65 países que realizaram a prova.

O PISA é realizada trienalmente[17] e permite que cada país opte por áreas de avalição como: letramento financeiro, resolução de problemas e leitura digital. Dentre os 44 países que optaram pela área de resolução de problemas, o Brasil ocupa a 38ª posição com 428 pontos (FUNDAÇÃO SANTILLA, 2013). Tais resultados, em parâmetros internacionais revelaram como principal desafio, a melhoria da qualidade do ensino da disciplina Matemática no âmbito da Educação Básica, pois foram avaliados pelo PISA 2012 estudantes de 15 anos de idade matriculados a partir do sétimo ano de estudo e os resultados mostram que "grande parte dos jovens de 15 anos não têm habilidades básicas de solução de problemas" (OS ESTUDANTES..., 2014, p.1).

Em parâmetros nacionais, recorre-se aos resultados do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) que permitem refletir sobre a qualidade e demandas atuais do ensino e a importância da educação escolar, porque oferecem elementos para monitoramento e reformulação de políticas públicas voltadas para a Educação Básica brasileira.

O SAEB é composto por três avaliações externas em larga escala: a Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), a Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA) e a Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC) também conhecida como PROVA BRASIL. Esta, aplicada bianualmente, envolve alunos do 5º ano e do 9º ano do Ensino

[16] Disponível em: http://portal.inep.gov.br/internacional-novo-pisa-resultados

[17] A área de matemática teve prioridade no PISA 2012. O Pisa 2015 priorizou a área de Ciências. A divulgação dos resultados do Pisa 2015 está prevista para o segundo semestre de 2016. Informação obtida em:< http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/33571>. Acesso em: 26/05/2016.

Fundamental das escolas públicas das redes municipais, estaduais e federal e permite observar a evolução da situação educacional em relação ao ensino da Língua Portuguesa, com foco em leitura, e Matemática, focando a resolução de problemas.

Os resultados revelados pela PROVA BRASIL são úteis no cálculo do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que afere a qualidade do ensino das escolas públicas brasileiras, desde o ano de 2007 quando surgiu por meio do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP).

Confrontando-se os resultados do IDEB[18] dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, tendo-se como referencial o IDEB 2009 (4.6) e IDEB 2013 (5.2), nota-se que o crescimento em quatro anos foi somente seis décimos, um resultado desalentador que chama a atenção para um conjunto de elementos que incidem sobre os processos de ensino e de aprendizagem e que contribuem para o baixo desempenho dos alunos.

Dada à complexidade e importância desse conjunto de elementos, no cenário educacional brasileiro, muitos pesquisadores debruçam-se sobre temáticas e problemas a ele relacionadas discutindo aspectos legais, teóricos e conceituais que cooperam para clarificar e organizar esse campo de conhecimento, pesquisa e prática profissional. Assim, são empreendidas novas pesquisas, novas análises e atualizações sobre os processos de ensino e de aprendizagem tanto dos professores quanto dos alunos.

Frente à miríade de pesquisas brasileiras constituídas pelo debate e análise de questões que orbitam em torno dos processos de ensino e de aprendizagem, optou-se por fazer uma revisão da literatura valendo-se de seu caráter sumarizador para conhecer as pesquisas brasileiras em nível de Pós-Graduação *stricto sensu* em Educação, Educação Matemática e Ensino de Matemática que adotaram a Teoria dos Campos Conceituais como referencial teórico. Desta forma, fez-se um mapeamento das pesquisas que se interessaram em investigar as situações multiplicativas no contexto do Ensino Fundamental sob a óptica da teoria vergnaudiana, notadamente aquelas próximas à temática e objetivos dessa investigação, para fornecer um panorama geral das contribuições da teoria a partir das dissertações e teses publicadas no Banco de Teses[19] da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e também no *site*[20] da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD).

Essa empreitada teórica permitiu evidenciar os construtos teóricos da Teoria dos

[18] http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=216233
[19] http://bancodeteses.capes.gov.br/
[20] http://bdtd.ibict.br/

Campos Conceituais que receberam maior ênfase nas pesquisas mapeadas, bem como, situar a presente investigação no debate atual do tema que aqui se propôs a investigar. Dando-se prioridade para as pesquisas desenvolvidas em Programa de Pós-Graduação em Educação, Educação Matemática e Ensino de Matemática fez-se uma leitura exploratória dos resumos das dissertações e teses selecionadas a partir dos seguintes descritores: "Teoria dos Campos Conceituais", "Campo Multiplicativo" nessa ordem e utilizando-se as aspas para assegurar resultados precisos. A quantidade de estudos encontrados[21] é apresentada no quadro 2 a seguir:

**Quadro 2 - Quantidade de estudos encontrados**

| Natureza dos trabalhos | Estudos sobre as Situações Multiplicativas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental | |
|---|---|---|
| | Total | Correlatos |
| **Dissertações** | 95 | 20 |
| **Teses** | 28 | 3 |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base nos dados Capes (2015) e BDTD (2015).

Mediante a análise do Quadro 2 verifica-se um universo de 123 pesquisas nas quais a Teoria dos Campos Conceituais foi utilizada como referencial teórico, em suas diversas nuances. Estas pesquisas estão relacionadas a áreas como: Física, Informática, Química e Matemática e estão distribuídas em estados brasileiros dos quais se cita: Alagoas, São Paulo, Pernambuco, Paraíba, Rio Grande do Sul, Paraná e Distrito Federal são nesses estados que se concentram os 23 estudos que abordam as situações multiplicativas no contexto do Ensino Fundamental que são correlatas com esta pesquisa. Estes correspondem a 18,69% dos estudos encontrados e foram defendidas no período compreendido entre 2006 e 2015 conforme consta no quadro 3 seguinte.

**Quadro 3 - Estudos sobre as situações multiplicativas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (2006-2015)**

| Natureza dos trabalhos | 2006 | 2007 | 2008 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Dissertações** | 1 | 1 | 1 | 7 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| **Teses** | - | - | - | 1 | 2 | - | - | - |

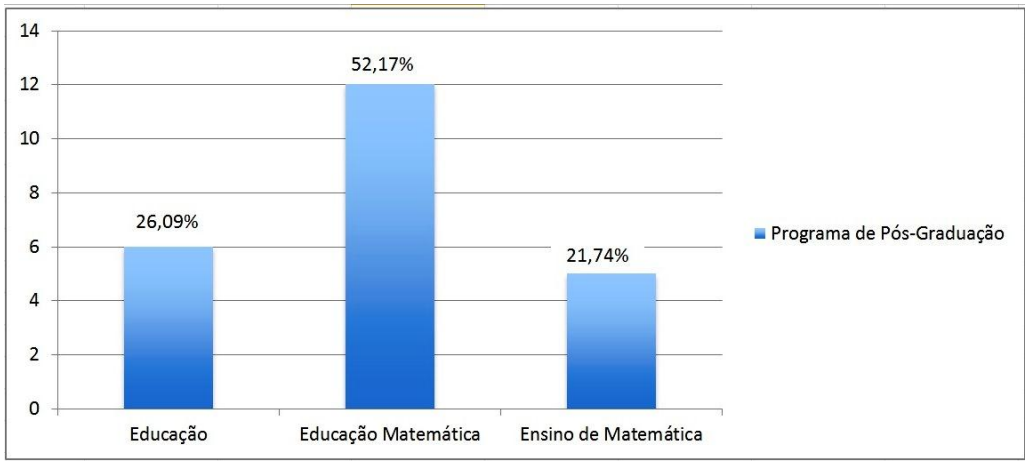
Fonte: Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base nos dados Capes (2015) e BDTD (2015).

[21] Busca realizada em 23/01/2016.

Pela leitura do quadro, verifica-se a ausência de estudos sobre as situações multiplicativas no contexto dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental[22] entre 2008 e 2011. Não obstante, adotou-se como recorte temporal o período compreendido entre 2006 e 2015 por força dos achados nas duas buscas realizadas pelos descritores anteriormente indicados.

A leitura do quadro também permite constatar que 2011 foi o ano no qual foi defendido o maior número de pesquisas sobre situações multiplicativas no contexto do Ensino Fundamental. As pesquisas ali indicadas foram defendidas no âmbito dos Programas de Pós-Graduação *stricto sensu* em Educação, Educação Matemática e Ensino de Matemática. Tais programas são de natureza acadêmica e profissional. A distribuição dessas 23 pesquisas por Programa de Pós-graduação encontra-se ilustrada pelo gráfico 1 abaixo.

**Gráfico 1 - Estudos sobre as Situações Multiplicativas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (2006-2015)**




Fonte: Fonte: Elaborado pela pesquisadora com base nos dados Capes (2015) e BDTD (2015).

Nota-se que a maioria das pesquisas mapeadas foi defendida no âmbito dos Programas de Pós-Graduação *stricto sensu* em Educação Matemática. Dentre estes, sete (7) são vinculados à Universidade Federal de Pernambuco/UFPE, três à Pontifícia Universidade Católica de São Paulo/PUC-SP, um foi realizado no âmbito da Universidade Anhanguera de São Paulo/UNIBAN e um vinculado à Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul/PUCRS. Dentre estes, nove dissertações e três são teses.

Em se tratando dos seis estudos vinculados aos Programas de Pós-Graduação em Educação, tem-se: um da Universidade Federal da Paraíba/UFPB, quatro da Universidade de

[22] Considerando-se as convergências com esta investigação.

Brasília/UNB e um da Universidade de São Paulo/USP. Todos são dissertações.

Os estudos que compõem o percentual relacionado aos Programas de Pós-Graduação em Ensino de Matemática estão distribuídos da seguinte forma: três da Universidade Federal do Rio Grande do Sul/ UFRS, um da Universidade Estadual de Londrina/UEL e um da Universidade Federal de Alagoas/UNEAL. Todos são dissertações.

Ante esse conjunto de pesquisas debruçou-se sobre cada uma fazendo-se a divisão das pesquisas considerando-se os sujeitos envolvidos e os construtos da Teoria dos Campos Conceituais que foram postos em evidência. Este procedimento foi oportuno para por em voga os estudos que mais se aproximam desta investigação. Com esse direcionamento, fez-se a leitura de cada um dos estudos, agrupando-os a partir dos Programas que estão inseridas. Os resultados podem ser consultados no quadro 4 a seguir.

**Quadro 4 - Pesquisas mapeadas: sujeitos e construtos da TCC**

| **PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO** | **SUJEITOS** | | **CONSTRUTO DA TCC EM EVIDÊNCIA** | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Alunos | Professor | Invariantes Operatórios | Situações-problema | Representação simbólica | *Eskemas*-Situação |
| **Educação** | 4 | 2 | 1 | 2 | 1 | 2 |
| **Educação Matemática** | 5 | 7 | 1 | 3 | 0 | 8 |
| **Ensino de Matemática** | 4 | 1 | 2 | 1 | 0 | 2 |
| | **∑ 23** | | **∑ 23** | | | |

Fonte: Dissertações e Teses mapeadas (2015).

Considerando-se as diversas nuanças da teoria vergnaudiana, cumpre frisar que a indicação dos construtos da Teoria dos Campos Conceituais apresentados nos quadros acima e evidenciados a partir da leitura exploratória das pesquisas encontradas não excluem do escopo do trabalho, o enfoque dos demais elementos da teoria, apenas representam sinteticamente os elementos mais sobressalentes do percurso investigativo. No processo de identificação de tais elementos foram considerados os problemas e objetivos das respectivas pesquisas.

Pela leitura dos quadros acima é possível constatar que treze das pesquisas mapeadas tiveram como sujeitos os alunos e dez elegeram os professores como sujeitos, notando-se a tendência das pesquisas dos Programas em Educação e dos Programas de Ensino da Matemática em eleger os alunos como sujeitos de pesquisa.

De modo geral, os pesquisadores que lançaram o olhar investigativo para os alunos desvelaram as relações entre variadas situações e a radicação de conceitos, destacando

nesse processo a significação e função de conceitos atrelados ao ensino de Geometria, aos erros dos alunos, aos algoritmos, as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de situações-problema, a análise combinatória, as dificuldades conceituais básicas da matemática, as variáveis presentes em uma situação combinatória, as tarefas matemáticas não rotineiras, as operação de divisão e aos múltiplos e divisores.

A soma dos resultados destas pesquisas aponta para a importância da mobilização de *eskemas* dos alunos por meio de variadas tarefas, notadamente a resolução de situações-problema a partir de diferentes estratégias, sendo que tais estratégias devem ser discutidas de forma coletiva para que os alunos ampliem as possibilidades de uso tornando-as mais eficientes. Essas pesquisas também evidenciam que as estratégias dos alunos são suportes de análise de erros e como tal devem ser utilizadas com vistas à intervenção sobre as dificuldades conceituais básicas da matemática no âmbito dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Nesse sentido, estas pesquisas demonstraram, por seus resultados, que é possível promover a compreensão e construção de conceitos em salas de aula dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, por meio de representações simbólicas eficientes. Também apontaram a influência direta dos suportes de representação e da clareza dos enunciados matemáticos sobre a resolução das situações-problema pertencentes ao Campo Conceitual Multiplicativo demonstrando que a representação simbólica e a utilização do material concreto favorecem um melhor desempenho dos alunos.

O quadro 4 também revela a tendência das pesquisas originárias dos Programas de pós-graduação em Educação Matemática em eleger os professores como sujeitos de pesquisa. Tais pesquisas focaram nas competências e concepções docentes a partir das seguintes categorias: trabalho docente, ensino de situações de combinatória, conhecimento profissional docente, prática de professoras polivalentes, planejamentos e aulas sobre combinatória, ensino de probabilidade.

A leitura do conjunto das pesquisas nas quais os professores figuram como sujeitos possibilitou a constatação de que ainda se fazem presentes em sala de aula práticas mecanicistas no âmbito do processo didático da disciplina Matemática. Tais pesquisas apontaram nos limites de sua abrangência, que a memorização da tabuada e o algoritmo da multiplicação ainda ocupam lugar central quando se trata do Campo das Estruturas Multiplicativas.

Também descortinaram o poder da mediação e intervenção docente no tratamento de situações pertencentes ao campo conceitual multiplicativo e frisam por seus resultados, que

as situações propostas aos alunos devem fazer com que os mesmos adquiram novos conhecimentos de modo ativo e participativo, sendo ajudados a preencher as lacunas conceituais que apresentam. Nesse sentido, sinalizam a importância da formação continuada para a melhoria da prática docente, sobretudo para que os professores ampliem a compreensão das diferentes lógicas envolvidas nas situações-problema de estrutura multiplicativa.

Ante este conjunto de pesquisas cumpre destacar aquelas que mais se aproximam desta investigação. Então, considerando-se o foco, o sujeito e o elemento da Teoria dos Campos Conceituais posto em evidência no percurso investigativo, foram detectadas quatro pesquisas que mais se aproximam desta investigação, sendo duas dissertações e duas teses. Para apresentar a descrição destes estudos optou-se por iniciar pelas dissertações, estas foram realizadas por Alencar (2012) e por Assis (2014).

Alencar (2012) se propôs a estudar o conhecimento profissional docente de professores que ensinam Matemática no 5.º ano do Ensino Fundamental, cujos alunos obtiveram êxito no Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo (SARESP). O objetivo da pesquisa foi identificar quais são os conhecimentos dos professores que ensinam Matemática para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental em uma escola que os alunos se destacaram na avaliação de Matemática do SARESP de 2009. O método utilizado foi o estudo de caso. A coleta de dados foi realizada a partir dos seguintes instrumentos: questionários, entrevistas, recolhimento das atividades de alunos e observação em sala de aula com anotações no diário de notas da pesquisadora.

A pesquisadora supracitada utilizou os preceitos da Teoria dos Campos Conceituais para observar a relação entre as concepções dos professores sobre o objeto matemático e o conhecimento pedagógico do conteúdo. Conclui que as dificuldades relativas à prática docente foram influenciadas pela falta de domínio dos professores a respeito do conteúdo matemático.

A aproximação entre a pesquisa de Alencar (2012) e esta dissertação encontra-se na análise da relação entre professores e o ensino da Matemática por meio do discurso sobre a própria pratica, incluindo-se nesse processo analítico o olhar sobre as tarefas propostas pelos professores em sala de aula.

Assis (2014) objetivou analisar o efeito de uma formação continuada sobre Combinatória, mormente, quais as mudanças de conhecimento, demonstradas nas reflexões e na prática de uma professora, após a intervenção. Com este desiderato, ancorou-se no tripé da conceitualização vergnaudiana para realizar as formações, nas quais foram enfatizadas as situações, invariantes e representações simbólicas existentes em cada tipo de situação-

problema combinatório. Os dados foram coletados através de duas entrevistas: uma no início e outra no final das formações circunscritas na pesquisa e duas observações de aulas ministradas pela professora.

A realização da referida pesquisa possibilitou à investigadora a percepção de que a formação continuada em Combinatória pode se constituir em uma ação importante, levando os docentes a ressignificarem seus conhecimentos e refletirem sobre esse conteúdo que pode ser trabalhado desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

A convergência entre a pesquisa de Assis (2014) e a investigação aqui relatada encontra-se na solicitação da elaboração de planos de aulas. Também são similares os processos de autoavaliação e reflexão sobre a prática docente ocorridos no desenvolvimento da pesquisa.

As demais pesquisas que se aproximam desta dissertação são teses de autoria de Merlini (2012) e de Santos (2012).

Merlini (2012) filiou-se aos construtos teóricos vergnaudianos, notadamente aqueles pertencentes ao Campo Multiplicativo, para investigar as contribuições e os limites que um processo formativo, com dimensões colaborativas, proporciona no que tange à reflexão na e sobre a prática de uma professora do Ensino Fundamental. Para tanto, a pesquisadora adotou o estudo de caso enquanto método, elegendo como sujeito da pesquisa uma professora da 3ª série[23] do Ensino Fundamental. Para coletar dados Merlini (2012) utilizou a entrevista semi-estruturada, observação da aula da professora e as observações feitas ao longo do processo formativo. Em que pese o tempo reduzido do processo formativo, os resultados levaram a pesquisadora a concluir que houve ampliação dos conhecimentos no Campo Conceitual Multiplicativo por parte da professora.

A conjunção do estudo de Merlini (2012) e esta dissertação encontra-se na reflexão sobre os aspectos didáticos, conceituais e cognitivos subjacentes a situações de estrutura multiplicativa bem como nas reflexões sobre a prática. Estes também são aspectos similares à tese de Santos (2012) que utilizou a Teoria dos Campos Conceituais como base para a compreensão acerca das contribuições de processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de 14 professoras polivalentes de uma escola da rede pública estadual de São Paulo.

A pesquisa pautou-se na abordagem qualitativa e foi desenvolvida em duas etapas: uma diagnóstica e a outra formativa. Na etapa diagnóstica, o pesquisador supracitado investigou as concepções dessas professoras em relação ao ensino e à aprendizagem do

[23] Nomenclatura usada pela pesquisadora.

Campo Conceitual Multiplicativo e na etapa formativa, buscou, pela observação participante, investigar as contribuições do processo formativo para mudanças nas práticas pedagógicas.

Constatou nos momentos das ações: teórica, prática e reflexiva que houve ressignificação e transformação das práticas pedagógicas das professoras que participaram do processo. Este estudo em especial, forneceu fundamentos para a efetivação das sessões reflexivas circunscritas no processo investigativo da presente dissertação, notadamente no que concerne ao processo de reflexão desencadeada a partir da discussão teórica e da análise compartilhada das práticas de sala de aula.

Frente ao mapeamento ora apresentado, cumpre frisar que a revisão da literatura aqui posta contribuiu para o rastreamento de importantes referências bibliográficas e para a indicação de caminhos e categorias para interpretação e exploração do tema investigado. A leitura e descrição dos estudos mapeados permitiram acentuar a importância de serem realizadas pesquisas que contribuam para a ressignificação das formas dos professores tratarem o Campo Conceitual Multiplicativo no Contexto dos anos Iniciais do Ensino Fundamental. Remetendo desta forma, ao caráter relevante e atual desta investigação que vem a compor o debate, análise e reflexão sobre a postura do professor enquanto mediador do conhecimento e como principal colaborador na produção de saberes nos ambientes escolares, pois suas mediações poderão possibilitar aos alunos avançarem a níveis de desenvolvimento, que, sozinhos, não conseguiriam.

Nessa direção, a construção desse levantamento de pesquisas brasileiras em nível de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Educação Matemática e Ensino de Matemática cuja base teórica foi a Teoria dos Campos Conceituais contribuiu para a reflexão sobre a importância da análise das competências dos professores em relação aos conteúdos matemáticos aprofundando, desta forma, a tessitura teórica que contornou o desenvolvimento desta pesquisa.

Portanto, a realização desta revisão da literatura forneceu suporte teórico e metodológico para a construção de uma agenda comum de investigação na qual está incluída a análise da estrutura matemática das situações multiplicativas propostas no 5° ano do Ensino Fundamental e que pertencem à categoria de Isomorfismo de Medidas; a descrição do processo didático referente ao ensino dessas situações-problema e a reflexão com os professores acerca desse processo didático. Essa agenda de investigação segue um roteiro demarcado pelo caminho metodológico descrito a seguir.

# 3 CAMINHO METODOLÓGICO DA PESQUISA DE CAMPO

Este capítulo é composto pela descrição do caminho metodológico percorrido para construção da pesquisa de campo cujo fator fulcral foi analisar as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas.

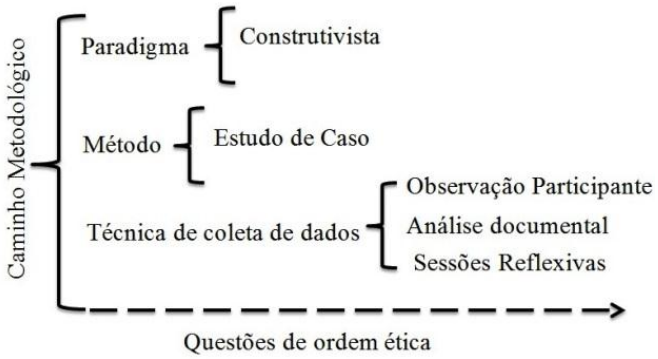
Ciente de que o percurso metodológico de uma pesquisa é entremeado por movimentos contínuos de idas e vindas do pensar e do fazer, buscou-se a inspiração, a orientação e as informações que auxiliaram na compreensão do objeto de estudo, nos escritos de Guba e Lincoln (1994) para delinear o paradigma da investigação, sendo este o paradigma construtivista.

Nos escritos de Yin (2012), Lüdke e André (2013), Ponte (1994), Alves-Mazzotti, (2006), Creswell (2014), Miles e Huberman (1994) e Gil (2009) encontrou-se apoio para configurar o instrumento conceitual da pesquisa, qual seja: o método do estudo de caso.

As técnicas de pesquisa, concebidas como os instrumentos práticos, foram eleitas em consonância com o método adotado, sendo tal eleição ancorada nos escritos de Vianna (2003) sobre observação participante; nos escritos de Ludke e André (2013) sobre análise documental e nos estudos de Menezes (2012), Oliveira (2014) e Santos (2015) para delinear as sessões reflexivas.

Nessa direção, o presente capítulo encontra-se divido em cinco seções nas quais são apresentados respectivamente, o paradigma e a abordagem da pesquisa, o método adotado, as técnicas de coleta de dados, os procedimentos de coleta de dados e os procedimentos para análise dos dados coletados. O esquema a seguir sintetiza o trajeto metodológico desta pesquisa.

**Figura 13 - Representação esquemática do caminho metodológico**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora inspirada em Merlini (2012).

## 3.1 O PARADIGMA E ABORDAGEM DA PESQUISA

Compreende-se que uma investigação científica compõe-se de um ritmo próprio e uma linguagem particular baseada em conceitos, proposições, hipóteses, métodos e técnicas apoiadas na criatividade, nos pressupostos teóricos e nas crenças do investigador (MINAYO, 2010). Em função das diferentes posições filosóficas adotadas pelos investigadores, há diferentes caminhos metodológicos e diante dessa pluralidade é necessário escolher um percurso, aquele no qual repousa a visão de mundo e as crenças básicas de cada investigador. Nesse sentido, o investigador deve indicar o paradigma de investigação no qual está assentada a sua pesquisa.

Segundo Bogdan e Biklen (1994) um paradigma de investigação equivale ao conjunto de asserções, conceitos ou proposições que norteiam o pensamento do investigador e a própria investigação, assim sendo é o paradigma que dá sentido e significado às práticas da pesquisa. Ampliando tal definição, Guba e Lincoln (1994, p.105, tradução nossa[24]) concebem paradigma como "sistema básico de crenças ou visão de mundo que guia o investigador, não somente na eleição do método, mas nas questões ontológicas e epistemológicas fundamentais da investigação".

Dessa forma, a importância da escolha do paradigma não é somente de ordem teórica, pois também possui uma enorme transcendência prática. Então, pensar uma investigação científica requer reflexões sobre questões de natureza ontológica, epistemológica e metodológica. Essas questões são inter-relacionadas e interdependentes, pois a maneira como o investigador se posiciona perante uma delas, influencia nas demais.

As questões de ordem epistemológica são delineadas a partir da natureza da relação entre o pesquisador e o conhecimento em termos de objetividade ou subjetividade. As questões de ordem ontológicas definem um paradigma a partir da natureza da realidade e o que pode ser conhecido sobre ela, por fim, as questões de ordem metodológica estão relacionadas com a forma como o investigador chegará ao conhecimento pretendido (GUBA; LINCOLN, 2002).

Diante de tais considerações, justifica-se a escolha do paradigma construtivista (GUBA; LINCOLN, 2002) cuidando-se da qualidade, credibilidade e confiabilidade dos resultados dessa investigação.

---

[24] […] the basic belief system or wordview that guides the investigator, not only in choices of method but in ontologically and epistemologicaly fundamental ways.

Assim, do ponto de vista ontológico, assumiu-se uma perspectiva relativista da realidade, entendendo-se que a produção do conhecimento resulta das interações que se estabelecem entre todos os participantes. Desta forma, reconhece-se a coexistência de múltiplas realidades que resultam da construção humana e que são acessíveis por meio de uma investigação.

Nessa direção e em consonância com a perspectiva relativista adotada nessa investigação, não houve um conjunto de hipóteses a testar, foram adotadas questões norteadoras como roteiro para obter respostas para a questão central, uma vez que a busca às respostas a tal indagação foi realizada a partir do comportamento dos sujeitos no seu próprio contexto e os dados coletados foram refinados especialmente pela interpretação e análise qualitativa.

Na presente investigação houve uma legítima preocupação com os problemas de ensino, em especial com a Educação Matemática dos Anos iniciais do Ensino Fundamental. Desta forma, a temática de estudo está relacionada com os problemas específicos do cotidiano escolar, o que justifica a eleição da abordagem qualitativa por ser a abordagem mais adequada para trabalhar com os problemas específicos do âmbito escolar (LUDKE; ANDRÉ, 2013).

Esse tipo de abordagem reflete o dia a dia dos sujeitos, dos grupos ou de organizações, sendo conduzida pelo intenso contato entre o investigador e a situação em estudo. Portanto, permite um estudo mais profundo, contextualizado enriquecido pelos significados que lhe são atribuídos pelos participantes (MILES; HUBERMAN, 1994).

Sobre os tipos de abordagem, convém lembrar que historicamente é possível observar uma cisão entre as abordagens quantitativa e qualitativa, não obstante, atualmente, essa disputa não está mais em voga. Nóbrega-Therrien, Farias e Sales (2011) e vários autores por eles utilizados, destacam que tal dicotomia é algo ultrapassado, pois, para além dessa disputa, estão as inflexões e reflexões de muitos autores e pesquisadores sobre a complementaridade e articulação entre as duas abordagens. Os escritos de Creswell e Clark (2013) dentro outros, servem de exemplo.

Nessa esteira de entendimento combinaram-se, em alguns momentos desta pesquisa, as formalidades da metodologia quantitativa com a criatividade e plasticidade da metodologia qualitativa representando-se quantitativamente algumas ocorrências.

## 3.2 O MÉTODO DA PESQUISA: ESTUDO DE CASO

Compreende-se que uma investigação científica se compõe de um conjunto de

etapas que são derivadas umas das outras e que devem ser organizadas pensando-se em suas fases, regras, objetivos e conhecimentos que subsidiam a seleção e coordenação das técnicas de coleta de dados. Nesse processo de organização, a escolha do método torna-se crucial porque facilita o percurso investigativo.

Num contexto epistemológico tem-se o método como as diferentes maneiras do investigador se aproximar do objeto do conhecimento científico (GAMBOA, 2007). Assim sendo, o método configura-se como parte fundamental de toda investigação. É o guia que permite chegar com precisão ao objetivo traçado.

Frente a esta investigação, o método configurou-se como o planejamento do processo de busca científica que permitiu, mediante o uso de técnicas definidas, averiguar, evidenciar e analisar, com fundamentos teóricos e práticos, as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas.

Foi adotado o estudo de caso enquanto método, tomando-se como base para essa adoção as suas vantagens, tais como: sua utilização pressupõe que é possível conhecer um fenômeno partindo-se de uma explicação intensa de um caso; o mesmo revela uma diversidade de riqueza da conduta humana que outros métodos não alcançam; permite riqueza de descrição, interpretação e explicação; pode ser tomado como ponto de partida para investigações posteriores; centra-se no processo mais do que no produto; busca uma compreensão holística do objeto de estudo; permite a utilização de diferentes técnicas de coleta de dados (YIN, 2012).

Sabendo-se que há diferentes posicionamentos e interpretações sobre estudo de caso recorreu-se aos estudos de Yin (2012), por ser referência obrigatória no que se refere aos estudos de caso (ALVES-MAZZOTTI, 2006) e também aos escritos de Lüdke e André (2013), Ponte (1994), Alves-Mazzotti, (2006), Creswell (2014), Miles e Huberman (1994) e Gil (2009) para reduzir os equívocos sobre o método, melhor compreender sua complexidade e definir as questões mais significativas para o desenvolvimento da presente investigação.

Yin (2012) ao definir tecnicamente o estudo de caso, informa que o mesmo é uma investigação empírica que se debruça sobre um fenômeno contemporâneo de forma profunda e em contexto de vida real, principalmente quando não há uma visível clareza nos limites entre o fenômeno e o contexto, fazendo emergir mais variáveis de interesse do que pontos de dados de forma objetiva e imparcial.

De acordo com esse autor, o estudo de caso pode ser holístico (há única unidade de análise) ou incorporado (há unidades múltiplas de análise). A combinação destes gera

quatro tipos básicos de projetos para estudo de caso, são eles: estudo de caso holístico único (um contexto e uma unidade de análise), estudo holístico de casos múltiplos (vários contextos, nos quais há uma única unidade de análise), estudo de caso único incorporado (um contexto e unidades múltiplas de análise) e projetos de casos múltiplos incorporados (vários contextos e múltiplas unidades de análise).

Seguindo-se a classificação de Yin (2012), a presente investigação configurou como um estudo de caso único com enfoque incorporado porque foi realizada em um único contexto: uma escola da Rede Pública do Município de São Luís/MA e teve duas unidades de análise: duas turmas do quinto ano do Ensino Fundamental.

Com efeito, Ponte (1994, p.02) esclarece que o estudo de caso "é uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos". Na perspectiva desse autor, o investigador busca desvelar a essência e as características de tal situação para que dela possa compreender globalmente determinado fenômeno.

O autor supracitado destaca que o estudo de caso pode incidir "numa entidade bem definida como um programa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma pessoa, ou uma unidade social" (PONTE, 2006, p.02). Creswell (2014) complementa sinalizando que o caso também pode ser um indivíduo ou vários, um programa, um evento ou uma atividade.

A intenção de investigar qualquer um desses casos deve estar relacionada com o que ele tem de único, de particular, ainda que posteriormente apareçam as semelhanças com outros casos ou situações. Por isso, o caso deve ser bem delimitado, com contornos claramente definidos (LÜDKE; ANDRÉ, 2013).

Frente a tais considerações, destaca-se que por meio do método do estudo de caso, investigou-se uma situação específica, que foi o processo didático referente ao ensino de situações-problema pertencentes à categoria Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental em um determinado contexto da vida real, que foi uma escola da rede pública municipal de São Luís/MA. Frente a essa situação específica, teve-se o desígnio de analisar particularmente as competências conceituais e didáticas de dois professores sobre as situações multiplicativas da categoria supractada, algo singular e próprio do contexto a ser estudado.

Sabendo-se que nem todo estudo de caso é qualitativo (LÜDKE; ANDRÉ, 2013) pontua-se que o estudo de caso adotado nessa investigação é classificado como naturalístico/qualitativo uma vez que foi desenvolvido numa situação natural e envolveu

obtenção de dados descritivos com apoio nas técnicas de coletas de dados que são descritas abaixo.

## 3.3 TÉCNICAS DE COLETAS DE DADOS

As técnicas são procedimentos operativos rigorosos, bem definidos, suscetíveis de ser aplicados novamente nas mesmas condições e podem ser adaptadas ao problema e ao fenômeno em questão. Para Farias *et al.* (2010, p.69) "as técnicas são ferramentas que o pesquisador utiliza para dar conta de sua tarefa investigativa, para compor uma interpretação do fenômeno em estudo." Logo, as técnicas de coleta de dados são delimitadas e adaptadas a um fim, que é auxiliar no desenvolvimento do método no processo de investigação. Portanto, pode-se dizer que as técnicas são os meios pelos quais se operacionaliza o método, desta forma, representa a união entre os elementos teóricos e práticos.

Nessa esteira de entendimento, tem-se o método como instrumento conceitual e as técnicas de coleta de dados como instrumentos práticos. A articulação entre essa base conceitual e a adoção das técnicas é que atribui credibilidade para a pesquisa. Sem essa articulação, as técnicas tornam-se mecanicistas e enfraquecem a habilidade argumentativa e criadora (FARIAS *et al.*, 2010).

Existem várias técnicas de coleta de dados (FARIAS *et al*, 2010). Para um estudo de caso, Yin (2012) destaca seis fontes distintas que são complementares. Dentre as fontes citadas por este autor escolheu-se a observação participante e a análise documental para coletar informações sobre o objeto de estudo nos moldes apresentados a seguir.

### 3.3.1 Observação Participante

De acordo com Vianna (2003, p.12) "a observação é uma das mais importantes fontes de informações em pesquisas qualitativas em educação", não obstante só pode ser considerada como um instrumento válido e fidedigno de investigação científica se for controlada e sistemática. Assim sendo, ressalta-se que o uso adequado da metodologia da observação evita a identificação de fatores que têm pouca ou mesmo nenhuma relação com o fenômeno que se deseja estudar e desta forma faz-se mister um planejamento criterioso da observação dentro do processo investigativo (LÜDKE; ANDRÉ, 2013; VIANNA, 2003).

É impositivo, portanto, pensar no como observar e o quê observar, pois "não basta simplesmente olhar, deve-se, certamente saber ver, identificar e descrever diversos tipos de

interações e processos humanos" (VIANNA, 2003, p.12). Então, o investigador deve preparar-se para saber distinguir o que é relevante do que é trivial, deve organizar suas anotações, ter paciência, concentração, espírito alerta, sensibilidade e energia física para concretizar a tarefa (PATTON, 1997).

À luz dos estudos de Vianna (2003) identificaram-se 4 tipos de observação: a causal, a formal, a naturalista e a participante. Dentre tais tipos, escolheu-se a observação participante considerando-se os estudos de Yin (2012), Vianna (2003), Lüdke e André (2013) e Flick (2009a) que destacam a afinidade entre a observação participante e a análise documental para consolidar pesquisas qualitativas, em especial os estudos de caso.

Vianna (2003) destaca ainda que a observação participante divide-se em: observação aberta, quando o investigador se identifica para os sujeitos como observador e a observação oculta, na qual o investigador não se identifica e os sujeitos não sabem que estão sendo observados. Baseando-se em princípios éticos, optou-se pela observação participante aberta.

Entendendo-se a observação participante como um processo no qual gradativamente o investigador vai-se tornando um participante cada vez mais ativo e paulatinamente a observação vai-se tornando mais centrada nos aspectos essenciais para responder às questões de pesquisa, foram adotadas as seguintes estratégias: negociação, adaptação e a observação centrada. A opção por percorrer esse caminho metodológico baseia-se nos fases da observação participante propostas por Spradley (1980) e validadas por Vianna (2003), Correia (2009) e Flick (2009b).

Desta forma, inicialmente foi realizada a aproximação da investigadora com o contexto e com os sujeitos da pesquisa. Na negociação da entrada no campo de investigação, foram fornecidas aos sujeitos, informações cruciais sobre o desenrolar ulterior da pesquisa para assim conquistá-los, informando-os e dirimindo-se as dúvidas e desconfianças sobre o processo investigativo.

Com vistas a diminuir a influência do chamado efeito *Hawthorne*[25] que consiste na mudança de comportamento dos sujeitos observados porque sabem que estão em situação de estudo, daí comportam-se diferente do que se comportariam habitualmente, foi feita uma adaptação ao local próprio para coleta de dados: as salas de aula do 5º ano do Ensino

[25] GRESSLER, Lori Alice. Validade das investigações e fonte de erros. In: **_____. Introdução à pesquisa**: projetos e relatórios. 3. ed. São Paulo: Loyola, 2007. p.65-72.

Fundamental para acostumar os alunos e professores à presença da investigadora no ambiente de sala de aula.

Por oportuno, fez-se uso da conversa casual para coletar dados sobre a formação e atuação profissional, compreendendo estas como fontes da expertise docente como bem frisou Vergnaud (2015). Semelhante à entrevista informal, a conversa casual, tem como objetivo básico a coleta de dados do interesse do investigador. Não há na conversa casual, uma lista de questões, mas perguntas ocasionais que são feitas para focar e clarificar pontos importantes, todavia sem uma ordem estabelecida (VIANNA, 2003).

Para estreitar a relação entre a observação participante e o problema de pesquisa foi solicitado aos professores que realizassem um planejamento para três aulas referentes ao ensino de situações-problema de Isomorfismo de Medidas o qual se denominou plano de unidade didática. Entende-se por plano de unidade didática a previsão documentada e específica do processo didático desenvolvido em período superior a uma aula, mantendo uma relação entre os conceitos trabalhados nesse conjunto de aulas.

Desta forma, os professores foram orientados a elaborar um plano de unidade didática para uma sequência de três aulas integradas cujo assunto central foi ensino de situações-problema que evocam necessariamente as operações de multiplicação, divisão e/ou a sequência dessas operações (VERGNAUD, 2011). Este plano de unidade didática foi tomado para análise por ser um dos componentes do processo didático que orienta o professor em suas ações educativas (LIBÂNEO, 2013). As aulas planejadas e registradas no plano de unidade didática foram objeto da observação centrada, sendo esta balizada por questões norteadoras construídas com base nos construtos da Teoria dos Campos Conceituais.

Todos os dados coletados pela observação centrada foram registrados no caderno de campo. O caderno de campo é um instrumento usado para apontamentos realizados o mais próximo possível do momento ocorrido. Pelo caderno de campo pode ser estabelecida uma rotina de pesquisa e posterior análise (ABIB; HOPPEN; HAYASHI JUNIOR, 2013). Assim foi feito.

O entendimento de que a realização da observação participante, do tipo aberta, poderia interferir na maneira como os professores habitualmente planejam, elaboram e conduzem as aulas, culminando no comprometimento da validade dos dados fez com que fosse adota a técnica de análise documental em paralelo à observação participante, nos moldes do que será exposto a seguir.

### 3.3.2 Análise Documental

De acordo com Yin (2012) o uso dos documentos no estudo de caso corrobora e valoriza as evidências oriundas das outras fontes. Em consonância, Lüdke e André (2013) pontuam que uma análise documental pode complementar as informações obtidas por outras técnicas de coleta de dados e permitem a obtenção de dados quando a interação com os sujeitos compromete o comportamento dos mesmos.

Como nunca é possível eliminar todos os efeitos que o investigador produz nos sujeitos ou obter relação simétrica entre o ambiente natural e o ambiente natural com a presença do investigador (BOGDAN; BIKLEN, 1994) realizar uma análise documental em paralelo à observação participante é de grande relevância para aumentar a confiabilidade dos resultados.

Lüdke e André (2013, p.45) reforçam que os documentos "representam uma fonte natural de informação contextualizada que surgem num determinado contexto e fornecem informação sobre esse mesmo contexto". Nessa direção, compreende-se a análise documental como uma atividade intelectual pela qual se extraem informações do e sobre o documento por meio de um conjunto de palavras ou símbolos que servem para representá-los. É uma atividade intelectual porque engloba o processo de interpretação e análise das informações contidas no documento que resulta em outro documento produzido pela tríade: análise-transformação – comunicação.

Nesses moldes e considerando-se como documento, todo material que registra e fornece informações sobre a ação humana, tomaram-se para análise os seguintes documentos: os planos de unidade didática que registraram as respectivas aulas observadas nas duas turmas do quinto ano do Ensino Fundamental; as atividades escritas, de cunho avaliativo bimestral, com intenção de verificação da aprendizagem de conteúdos da disciplina Matemática que foram aplicadas no primeiro semestre de 2015 e dois[26] cadernos utilizados por alunos para registrar os conteúdos matemáticos ao longo de seis meses letivos.

O plano de unidade didática, considerado um documento técnico (LUDKE; ANDRÉ, 2013) norteia as ações dos professores. Sua estrutura gráfica engloba as atividades de ensino e aprendizagem de forma lógica e sequencial que convergem para o alcance dos objetivos de aprendizagem propostos no processo didático. Assim definido, o plano de unidade didática constituiu-se como documento pertinente para revelar as competências

[26] um de cada turma.

conceituais e didáticas dos professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas.

Conforme anteriormente mencionado, junto ao plano de unidade didática, fez-se a análise dos seguintes documentos: as atividades de cunho avaliativo e os cadernos dos alunos. Tais documentos foram tomados para análise porque neles estão contidas situações multiplicativas que já foram planejadas, eleitas e ofertadas em sala de aula com maior naturalidade. Assim sendo, a análise desses documentos, além de consolidar as informações obtidas pela observação participante, aumentou a confiabilidade dos dados porque minimizou o efeito *Hawthorne.*

Pela análise documental examinou-se a variedade e a estrutura matemática das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas que foram ofertadas pelos docentes no período letivo de seis meses. Esse exame foi calibrado pela identificação das variáveis didáticas presentes em cada situação-problema capturada nos documentos.

Complementando os dados coletados pela observação participante e pela análise documental, foram realizadas três sessões reflexivas com cada um dos sujeitos. A seguir, discorre-se sobre elas.

### 3.3.3 Sessões Reflexivas

Em face das discussões teóricas sobre o conceito de reflexão, discussões estas que o faz um conceito polissêmico (MENEZES, 2012; SANTOS, 2015) frisa-se que o conceito de reflexão ao qual se filia a presente investigação encontra-se ancorado nos escritos de Perrenoud (1999, 2002) que abraça a matriz schöniana sobre reflexão e seus correspondentes: professor reflexivo e prática reflexiva, concebendo-o como parte integrante da formação docente porque incide sobre a melhoria da prática do professor.

Isto posto, e com base nas definições de Santos (2011) e Magalhães (2007) define-se sessão reflexiva (SR) como sendo uma oportunidade de reflexão sobre a prática de ensino e aprendizagem que podem ser descritas, confrontadas e reconstruídas através da interação entre os participantes, sendo que cada um destes tem o papel de guiar os demais através da reflexão critica de suas ações. De acordo com Liberali (1999, p.20) “os praticantes contam com a presença do outro para auxiliá-los no processo de reflexão crítica, na compreensão da própria ação, na busca de sua história, no seu questionamento e reconstrução”.

A sessão reflexiva (SR) foi utilizada por muitos pesquisadores como instrumento

para estudar o contexto escolar, gravando-se em áudio e vídeo as aulas e/ou os encontros para discussão e reflexão crítica de ações, crenças, concepções e outras questões inerentes ao processo educativo circunscrito no contexto da escola. As pesquisas de Menezes (2012), Oliveira (2014), Paula (2011), Ramos (2003) e Silva e Brum (2014) exemplificam percursos investigativos nos quais a sessão reflexiva foi utilizada como instrumento de coleta de dados.

A leitura das referidas pesquisas contribuiu para constatar que frente à complexidade do contexto de sala de aula, a sessão reflexiva (SR) configura-se como um instrumento de pesquisa apropriado para o estudo desse campo de investigação, pois torna oportuna a colaboração, a discussão e a reflexão crítica sobre o processo didático.

Ademais, as sessões reflexivas constituem-se como espaços formativos que possibilitam o desenvolvimento das competências conceituais e didáticas dos sujeitos participantes porque são "espaços de criação de novas relações entre teoria e prática, permitindo que o professor compreenda o que, como e o porquê de suas ações" (IBIAPINA, 2008, p. 97).

Desta forma, as sessões reflexivas circunscritas no desenvolvimento desta pesquisa foram ancoradas em dois princípios: a reflexão e a colaboração, inserindo-se a reflexão no âmbito das competências profissionais, assim como o faz Perrenoud (1999, 2002) e entendendo-se a colaboração "[...] como o processo de coconstrução de saberes pelo exercício sociointerativo da reflexão [...]" (NASCIMENTO, 2011, p. 39).

Ramos (2003) destaca que as sessões reflexivas contribuem para a compreensão das ações realizadas em sala de aula porque permite que os professores observem suas ações com distanciamento e com isso podem desconstruir e construir ações que permeiam sua prática.

De acordo com Menezes (2012), a relevância da sessão reflexiva encontra-se principalmente na motivação do processo crítico-reflexivo de modo que os professores justifiquem suas ações em sala de aula. A referida pesquisadora destaca que "a proposta da sessão reflexiva, como bem retrata seu nome, é a de favorecer o professor com o processo de reflexão" (MENEZES, 2012, p.100).

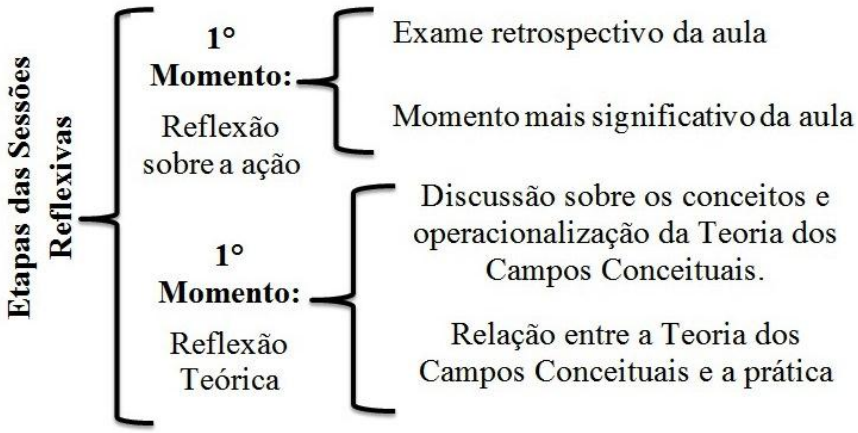
Então, mediante o entendimento de que a realização de uma sessão reflexiva requer dos participantes a capacidade de reorganização e a mobilização criativa do saber teórico e do saber em ação, elegeu-se a sessão reflexiva (SR) como instrumento pertinente para evidenciar as competências conceituais e didáticas dos professores do 5° ano do Ensino Fundamental e também como forma de instigar a ressignificação da prática dos professores sujeitos da presente pesquisa, sobretudo no que se refere ao processo didático referente ao

ensino de situações-problema da categoria de Isomorfismo de Medidas.

Destarte, as aulas planejadas e registradas no plano de unidade didática foram objetos de reflexão nas sessões reflexivas que foram gravadas em áudio para posteriormente serem analisadas.

Para a efetivação das sessões reflexivas buscou-se inspiração nos estudos de Menezes (2012), Oliveira (2014) e Santos (2015) estruturando-se cada sessão reflexiva em dois momentos: sendo o primeiro demarcado pela reflexão sobre a ação e o segundo sobre a reflexão teórica. O esquema a seguir ilustra as etapas das sessões reflexivas.

**Figura 14 - Organização das sessões reflexivas**




Fonte: Elaboração da pesquisadora com base em Oliveira (2014) e Santos (2015).

Cumpre frisar que os momentos ilustrados pelo esquema anterior não ocorreram de forma isolada, mas, sim de forma entrelaçada. Não foi estabelecido um horário de término de um e início do outro, apenas fez-se um acordo para o início de cada sessão reflexiva. No início de cada sessão, designado de momento de reflexão sobre a ação, os professores foram convidados a fazer uma retrospecção e reconstrução mental da aula anteriormente observada elegendo posteriormente, o momento da aula que julgou ser o mais significativo para a aprendizagem dos alunos. Esse momento mais significativo foi posto para análise via linguagem falada.

No segundo momento, ocorreu a reflexão teórica sendo marcado pela discussão dos elementos relevantes da Teoria dos Campos Conceituais a partir do estudo de textos. Após essa discussão, os professores refletiram sobre a relação entre a teoria e sua prática.

No último encontro das Sessões Reflexivas foi solicitado aos professores que relatassem as contribuições advindas das Sessões Reflexivas para o enriquecimento de suas

competências conceituais e didáticas. Nesse sentido, buscou-se verificar se houve alguma ressignificação das competências conceituais e didáticas dos professores do 5º ano do Ensino Fundamental em relação ao ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas a partir do debate e reflexões à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

O termo ressignificação está sendo usado para designar o processo de construção de novos significados e novas interpretações sobre o sabido, o feito e o dito a partir do diálogo com os outros (JIMENÉZ, 2002).

Findada a apresentação das técnicas de coletas de dados, a presenta-se a seguir o contexto, sujeitos e procedimentos para a coleta dos dados.

## 3.4 CONTEXTO, SUJEITOS E PROCEDIMENTOS PARA COLETA DE DADOS

Conforme anteriormente exposto, esta pesquisa está ancorada no paradigma construtivista sendo um estudo de caso único com enfoque incorporado porque se volveu o olhar investigativo para duas unidades de análise, quais sejam: duas turmas do quinto ano do Ensino Fundamental de um único contexto: uma escola da Rede Pública do Município de São Luís, capital do estado do Maranhão.

As razões por traz dessa escolha encontram suas raízes no conjunto de acontecimentos, situações e circunstâncias que levaram esta pesquisadora a manter-se inarredável de suas atividades laborais em um município da região metropolitana da capital maranhense. Desta sorte e em razão de residir no município no qual a escola campo está inserida, optou-se por tal *lócus* de pesquisa ponderando-se questões relativas à adequação à situação posta, ao tempo para conclusão e ausência de financiamento para realização da pesquisa somando-se a estas, a acessibilidade ao contexto pesquisado.

Ciente de que a qualidade dos dados coletados durante uma investigação depende da qualidade do relacionamento entre investigador e sujeitos, atentou-se para princípios éticos como: liberdade, honestidade, integridade e idoneidade na elaboração da temática, na escolha dos sujeitos, duração da pesquisa em campo, execução do estudo e, sobretudo, nos aspectos relacionados aos cuidados em relação aos riscos e danos aos sujeitos.

Frente à apreciação das especificidades do Ensino Fundamental, em especial sua organização em etapas distintas: anos iniciais e anos finais, considerou-se ser relevante pesquisar o contexto do quinto ano, por ser uma turma emblemática no contexto do Ensino Fundamental, sobretudo no que se refere à apropriação dos conteúdos básicos e a maturidade dos alunos que a guarnecem de singularidade e subjetividade que influenciam a mediação

docente.

Essas considerações são advindas da experiência profissional, pela qual foi possível constatar que os atos de mediação docente nas turmas do 5° Ano do Ensino Fundamental são distanciados do lúdico e do uso de materiais concretos e se aproximam de práticas verbalistas pautadas em fórmulas e no "como fazer" valorizando demais os símbolos e pouco a realidade.

Utilizando-se as informações e dos dados coletados pela Prova Brasil descobriu-se que os resultados apresentados pela escola na qual esta pesquisa foi realizada não tem tido nos últimos anos um resultado satisfatório, pois seus índices de desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) ficaram abaixo do previsto para o município.

O levantamento mais recente do nível de proficiência dos alunos, a Prova Brasil 2013, fez soar um alerta em toda a rede pública de São Luís/MA que além de não atingir a meta, retrocedeu. Nesta escola em particular, no tocante à proficiência em resolução de problemas, dos 89 alunos[27] matriculados apenas 7% são proficientes (6 alunos), 45% possuem pouco aprendizado (40 alunos) e 48% apresentaram quase nenhum aprendizado (42 alunos).

A análise desse cenário gerou uma preocupação para além da questão da meta não atingida, pois conduziu ao entendimento de que 95,34% dos alunos (82 dentre os 89 alunos) não desenvolveram as competências básicas para lidar com situações-problema, revelando com isso fragilidades matemáticas advindas do trajeto destes alunos nos cinco anos iniciais do Ensino Fundamental.

Essa alarmante defasagem aponta para a necessidade da ressignificação do processo didático da disciplina Matemática circunscrito nesta escola e instiga a busca de questões relacionadas a esse processo didático.

Diante de tal cenário e do entendimento de que a Teoria dos Campos Conceituais possibilita ao professor maneiras mais eficiente para tratar os conteúdos matemáticos (VERGNAUD, 2008) verificou-se que a escola eleita para coletar os dados desta pesquisa era um cenário apropositado, sobretudo pela possibilidade de ressignificação da mediação docente através da realização das sessões reflexivas que constitui o viés formativo desta pesquisa, o qual foi ancorado nos princípios de reflexão e colaboração.

Assim, questionou-se: quais as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de

[27] Dos 89 alunos 65 realizaram a prova Brasil. 75% de taxa de participação. O percentual considera todos os alunos matriculados. Fonte: Prova Brasil 2013, Inep. Organizado por Meritt. Classificação não oficial. Disponível em: http://www.qedu.org.br/cidade/5297-sao-luis/proficiencia.

Isomorfismo de Medidas? Sendo este o vetor orientador da presente investigação cujo *corpus* foi constituído através da análise documental, da observação participante e da realização de sessões reflexivas conforme anteriormente mencionado.

Foram sujeitos da pesquisa, dois professores do 5° ano do Ensino Fundamental. Perfilhando-se os escritos de Bogdan e Biklen (1994, p.77) compreendeu-se que "as identidades dos sujeitos devem ser protegidas, para que a informação que o investigador recolhe não possa causar-lhes qualquer tipo de transtorno ou prejuízo". Desta forma, recorreu-se ao anonimato para "envolver um cuidado com as pessoas pesquisadas, de não macular-lhe a imagem" (BARBOSA; SOUZA, 2008, p.246).

Então, como forma de manter o anonimato dos sujeitos, suas identidades foram preservadas por pseudônimos, utilizando-se nomes de dois notáveis matemáticos: Agnesi e Teon. A opção por utilizar pseudônimos reforça o respeito aos sujeitos e contribui para que a investigação não lhes cause nenhum dano imaterial. Assim considerando, também se optou por não identificar a escola.

Por meio da conversa casual coletaram-se dados sobre a formação e atuação profissional de Agnesi e de Teon, acreditando-se na pertinência dessas informações para a presente pesquisa uma vez que a formação e atuação docente reverberam nas competências conceituais e didáticas dos professores porque pelos atos de mediação docente é possível verificar a pertinência pragmática dos conceitos científicos adquiridos pela formação, ocorrendo desta forma a transformação dos conceitos predicativos em conceitos operatórios (ACIOLY-RÉGNIER; MONIN; 2009).

Então, verificou-se que Agnesi é pedagoga e atua nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental há 5 anos, dentre os quais trabalhou 4 anos especificamente na turma do quinto ano do Ensino Fundamental. Na escola campo desta pesquisa, Agnesi trabalha há dois anos. A professora também atua como professora formadora no âmbito do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC) sob a coordenação da equipe do PNAIC/UFMA[28]. Desta forma, Agnesi possui familiaridade com alguns princípios vergnaudiano haja vista que tais princípios norteiam algumas propostas de trabalho do PNAIC, propostas estas que contemplam a construção de conceitos a partir da Teoria dos Campos Conceituais.

Teon é licenciado em Matemática. Possui 13 anos de atuação no âmbito dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental dentre os quais 7 atuou como professor do quinto Ano do Ensino Fundamental. Na escola campo da pesquisa trabalha há quatro anos. O primeiro

[28] Universidade Federal do Maranhão-UFMA.

contato com os pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais ocorreu no âmbito desta pesquisa.

O critério de definição da amostragem não foi quantitativo, pois se levou em consideração a possibilidade de incursão e aprofundamento do problema de pesquisa do qual advém o interesse maior na atividade em situação, ou seja, na *mise-em-sciene* didática na qual os professores se apoiam para ensinar as situações-problema de Isomorfismo de Medidas no5° ano do Ensino Fundamental.

A aproximação ao contexto de pesquisa foi mediada pela supervisora da escola, com quem esta pesquisadora possui vínculo de amizade e que tomou pra si a responsabilidade solidária desta pesquisa. Desta feita, a referida supervisora forneceu à gestão da escola informações prévias sobre o desenvolvimento da pesquisa tornando-a admissível, dando início à etapa de negociação no primeiro semestre de 2015.

A escola funciona nos turnos matutino e vespertino e possui no total cinco turmas do quinto Ano do Ensino Fundamental, sendo duas turmas no turno matutino e três no turno vespertino. Ante o fato de esta pesquisadora exercer suas atividades laborais no turno vespertino, em outro município, adotaram-se como unidade de análise as duas turmas do 5° ano do Ensino Fundamental do turno matutino, sendo, portanto tais unidades de análise delimitadas pelas circunstâncias da pesquisa e já delimitadas antes da entrada no campo.

A primeira visita ao campo da pesquisa ocorreu em agosto de 2015 com a finalidade de fornecer à gestão escolar informações mais precisas sobre a investigação. Nessa ocasião a gestora assinou o termo de anuência (Apêndice A), aprovando a pesquisa na escola.

Importa destacar que o cenário da educação pública municipal de São Luís do Maranhão encontrava-se sobre os reflexos de uma paralisação coletiva dos professores que se estendeu por um período de 105 dias, aproximadamente, e que alterou o calendário escolar do ano de 2015 sendo este iniciado[29] em abril daquele ano, em função do cumprimento dos 200 dias letivos do ano de 2014, no qual ocorreu a paralisação.

Frente a tal cenário optou-se pela primazia da realidade sobre a pretensão de coletar os dados em agosto de 2015, como foi registrado no projeto desta pesquisa. Isto porque o recorte temporal adequado às questões e objetivos que direcionam esta investigação possui seus limites na organização do tempo escolar e suas variáveis: o tempo administrativo: calendários, jornadas e horários e o tempo pedagógico: trabalho de ensino do professor em sala de aula (RODRIGUES, 2009).

[29] A data de início variou em função dos tópicos do acordo firmado entre os professores e a Prefeitura para o fim da greve.

Então, aguardou-se o término do primeiro semestre letivo de 2015 para iniciar os procedimentos de coleta de dados. Desta forma, a coleta dos dados foi iniciada em outubro de 2015 quando foi realizada a segunda visita ao campo de pesquisa, que teve duração de 3h30min. Na oportunidade foi feito o acompanhamento da rotina escolar, em especial o horário do recreio e os horários das aulas de Educação Física nas turmas do quinto ano do Ensino Fundamental.

Esse acompanhamento foi importante para o desenvolvimento da pesquisa, pois, as mediações das aulas de Educação Física são feitas por outro professor, o que possibilitou um diálogo mais tranquilo com Agnesi e Teon, sem a presença dos alunos e na sala dos professores. A hora do recreio também se constituiu como um espaço privilegiado de aproximação entre pesquisadora e sujeitos.

Desse modo, foram seguidas as recomendações de Cresweel (2007), respeitando-se o local da coleta de dados, agendando-se previamente os encontros com os professores nos dias das respectivas aulas de educação Física, de modo a não causar perturbações no ambiente físico, nem no fluxo das atividades laborais dos sujeitos e da pesquisadora. A incursão nas unidades de análise, realizada para diminuir a influência do efeito *Hawthorne* também foi agendada.

Portanto, na segunda visita à escola fez-se a aproximação dos sujeitos da pesquisa no horário do recreio, no ambiente da sala dos professores, agendando-se a próxima visita, no horário das aulas de Educação Física, para aprofundar as informações da pesquisa e demais esclarecimentos.

Nessa direção, buscou-se "um compromisso com a verdade e um profundo respeito aos sujeitos" envolvidos na pesquisa (FIORENTINI; LORENZATO, 2009, p.194) fornecendo-lhes, as informações genuínas, de modo que os sujeitos entendessem a natureza da investigação e os impactos da mesma sobre eles. Assim sendo, registra-se que os sujeitos foram tratados respeitosamente, sendo informados dos objetivos, procedimentos de coleta de dados e a forma como estes serão divulgados.

Considerando a necessidade de prover meios para que houvesse reciprocidade entre pesquisador e participantes (CRESWELL, 2007), os sujeitos foram encorajados a dialogar e questionar para dirimir suas dúvidas e assim, sentirem-se livres de qualquer constrangimento e ficarem cientes das suas obrigações no desenvolvimento da pesquisa.

Nesse sentido, fez-se uso da conversa casual (VIANNA, 2003) para além de promover a interação entre investigador/investigado extrair pistas relevantes para essa investigação. Intencionalmente organizada para captar informações sobre a formação e

experiência docente, a conversa casual, útil a essa investigação, teve como guia os seguintes tópicos: formação e experiência docente e tempo de atuação profissional na escola.

A terceira visita ocorreu na terça-feira subsequente à segunda visita no campo de pesquisa. A conversa com os professores ocorreu de forma separada, tendo cada uma a duração de 50 minutos e ocorreu no horário das aulas de Educação Física, sendo a conversa com Teon antes do recreio e a conversa com Agnesi após o recreio. Demonstrando interesse e apreço pela pesquisa, nesta visita, os professores assinaram o Termo de Livre Consentimento (APÊNDICE B).

Acolhidos como colaboradores, os sujeitos de forma alguma foram coagidos a participar da investigação. Cogita-se que o sentido, a responsabilidade e o comprometimento com a tarefa de ensinar, assim como o desejo manifestado por ambos de conhecer a Teoria dos Campos Conceituais, despertou nos professores o interesse em participar da presente pesquisa. Quando informados da realização das sessões reflexivas[30] não colocaram óbice em participar das mesmas, o que denota o caráter de voluntariedade, pois tinham o livre arbítrio de aceitar ou não participar da pesquisa.

Na oportunidade, foi solicitado aos professores o caderno de um aluno e as atividades avaliativas da disciplina Matemática aplicadas no primeiro semestre letivo de 2015. A escolha do caderno foi baseada na frequência dos alunos. Portanto, com a colaboração dos professores, examinou-se o diário de classe para identificar os alunos com menor número de faltas nas aulas de matemática e posteriormente solicitou-se a entrega[31] do caderno utilizado por eles para o registro das aulas dessa disciplina.

Por pertinente, também foram feitos os ajustes e acordos concernentes aos dias para entrega do plano, da observação das aulas e das datas para a realização das sessões reflexivas. A organização desta agenda investigativa teve como núcleo o dia da semana no qual cada professor dedicava-se à preparação de aulas e demais atividades fora da sala[32].

Assim sendo, clarifica-se que as sessões reflexivas foram realizadas nas dependências da escola campo de pesquisa, com um professor por vez, mantendo-se a mesma dinâmica com ambos e nos respectivos dias de planejamento. As aulas registradas nos respectivos planos de unidade didática foram ministradas e observadas no dia anterior ao dia em que os professores planejavam seus atos de mediação em sala de aula. O quadro abaixo

[30]Fez-se contato com os professores após o exame de qualificação, quando foi sugerida a inclusão das sessões reflexivas como instrumento de coleta de dados para completude da pesquisa e viés formativo.
[31] Fez-se a troca dos cadernos utilizados pelos alunos dando a eles um novo caderno.
[32] Os professores da rede pública municipal de São Luís/MA possuem 1/3 da jornada de trabalho destinada para estas atividades.

oferece uma visão geral do dinamismo em questão.

**Quadro 5 - Agenda semanal da pesquisa**

.

| Professor (a) | Observação das aulas | Realização das sessões reflexivas |
|---|---|---|
| Agnesi | Terças-feiras | Quartas-feiras |
| Teon | Quintas-feiras | Sextas-feiras |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2015).

Conforme ilustra o quadro 7, Agnesi ministrou as aulas que foram observadas nas terças-feiras e Teon nas quintas-feiras. As respectivas sessões reflexivas foram realizadas um dia depois de cada aula ministrada e observada, portanto: nas quartas-feiras com Agnesi e nas sextas-feiras com Teon. Por pertinente, destaca-se que foram realizadas 3 sessões reflexivas com cada professor que previamente confirmavam a presença. Nesse passo, foram realizadas seis sessões reflexivas no total.

A construção dessa agenda semanal de pesquisa também foi balizada por ponderações que deram conta de que as sessões reflexivas iriam envolver processos cognitivos[33] como: memória, raciocínio avaliativo e a percepção, uma vez que os professores teriam que fazer e fizeram, o reexame das aulas nas sessões reflexivas e com isso selecionaram, organizaram e interpretaram as informações por meio da memória, do raciocínio e do juízo, atrelando a estes alguns elementos objetivos e subjetivos próprios de cada docente. Nestes moldes, colocar os dias de planejamento como ponto de apoio para construção dessa agenda foi algo apropositado porque viabilizou a coleta de dados sem comprometimento das informações importantes.

Para discutir os aspectos relevantes da Teoria dos Campos Conceituais no âmbito das sessões reflexivas foram entregues aos professores, dois textos tipografados. O primeiro texto é de autoria de Santos (2015) e versa sobre os princípios da Teoria dos Campos Conceituais para a compreensão das estruturas multiplicativas[34]. Este texto foi utilizado como elemento norteador das primeiras reflexões teóricas propostas nas sessões. O segundo texto trata-se de um encarte especial da revista Nova Escola[35]. Ambos os textos foram escolhidos porque abordam a Teoria dos Campos Conceituais de forma privilegiada e de fácil

[33] A falta de recurso para a gravação das aulas forçou essa sistemática.

[34] Capítulo do livro intitulado Formação de professores e as estruturas multiplicativas: reflexões teóricas e práticas (SANTOS, 2015, p.91-104).

[35] Disponível em: http://revistaescola.abril.com.br/matematica/fundamentos/multiplicacao-divisao-ja-series-iniciais-500495.shtml.

compreensão, deslindando com minúcia e fidelidade os pontos principais da referida teoria, servindo aos propósitos desta investigação. Para fins didáticos e práticos as discussões teóricas obedeceram à seguinte sequência de abordagem com apoio nos textos supracitados.

**Quadro 6 - Discussões teóricas no âmbito das sessões reflexivas**

| 1° Sessão reflexiva | 2° Sessão reflexiva | 3° Sessão reflexiva |
|---|---|---|
| Princípios e Conceitos-chave da TCC | As situações-problema de Isomorfismo de Medidas | A abordagem da multiplicação e divisão na escola. |

Fonte: Elaboração da pesquisadora (2015).

Essa organização foi pensada com o fito de primeiramente aproximar os docentes aos termos e definições próprios da Teoria dos Campos Conceituais para posteriormente tratar especificamente das situações-problema de Isomorfismo de Medidas, que foram explanadas nas sessões reflexivas como situações pertencentes ao eixo de proporção simples inseridas na classe de um para muitos, em obediência as nomenclaturas usadas por Santos (2015) e por fim foram trazidos reflexões sobre o ensino de multiplicação e divisão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

No âmbito da etapa de adaptação ao campo de pesquisa, também foi solicitada a elaboração do plano de unidade didática aos professores. Este plano não foi elaborado na presença da investigadora, deu-se liberdade aos professores pedindo-se, contudo, que os planos fossem entregues na data acordada.

Nas escolas da Rede Pública do Município de São Luís/MA o planejamento escolar é feito através de rotinas diárias que são oriundas do plano didático semestral. Para a realização desta pesquisa adotou-se este modelo de plano de unidade. Em sua estrutura, este plano didático apresenta os seguintes campos: capacidades, conteúdos, tipos de situação de aprendizagem e instrumentos de avaliação.

As capacidades são os objetivos a serem alcançados pelos alunos, são “as expectativas de aprendizagem possíveis de serem desenvolvidas pela maioria dos alunos” (SÃO LUÍS, 2009, p.23). No campo dos conteúdos são listados os diferentes tipos de conteúdos: conceituais, procedimentais e atitudinais. No campo dos tipos de situação de aprendizagem são identificadas as atividades que serão realizadas: exercícios, debates, trabalho em grupo, individual etc e por fim são registrados os instrumentos de avaliação. Os professores entregaram os respectivos planos nas datas acordadas.

Para a observação das aulas, construiu-se um roteiro de observação com base nos princípios da Teoria dos Campos Conceituais. Por esse roteiro foram levantados dois eixos de análise: As competências conceituais e as competências didáticas dos docentes, sendo respectivamente analisadas: os saberes envolvidos na promoção da conceitualização do conhecimento matemático e os atos de mediação docente. As observações realizadas, dentro de cada eixo desses, foram norteadas por questionamentos conforme apresentado no quadro 9 a seguir.

**Quadro 7 - Roteiro de observações das aulas de Agnesi e Teon**

| COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS | COMPETÊNCIAS DIDÁTICAS |
|---|---|
| Quais situações-problema de Isomorfismo de Medidas foram ofertadas pelos professores para dar sentido aos conceitos?<br>Quais as representações simbólicas e verbais (escritas e orais) utilizadas pelos professores no tratamento dessas situações multiplicativa? | Qual o percurso de abordagem das situações-problema?<br>Quais os recursos materiais que os professores utilizaram para ministrar suas aulas?<br>Qual o estilo de medição (provocativo ou explicativo)?<br>Os professores orientam os alunos na identificação das relações existentes nas situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas bem como auxiliam os alunos no raciocínio para realização da tarefa?<br>Os professores incentivam seus alunos a desenvolverem suas representações e a fazer inferências ao longo do processo de resolução?<br>Os professores utilizam interação verbal para debater sobre os procedimentos e representações utilizadas para a resolução das situações multiplicativas propostas nas aulas? |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2015).

O tempo despendido para a negociação e adaptação da investigadora ao campo de pesquisa compreendeu os meses de agosto a outubro de 2015 quando foi iniciada a etapa de observação centrada e a realização das sessões reflexivas em paralelo. A coleta de dados foi encerrada em novembro de 2015. O controle das informações pertinentes para a pesquisa foi realizado pelo uso do caderno de campo.

Seguindo-se as recomendações de Vianna (2003), os registros no caderno de campo preservaram a sequência em que as interações ocorreram e relataram em consonância com o objeto de estudo, aspectos relacionados ao que ocorreu, quando ocorreu, em relação a que ocorreu, quem disse, o que foi dito e que mudanças ocorreram. Para fins essencialmente práticos, cada registro foi iniciado indicando-se a data, hora de início bem como o período de duração.

Quanto à forma, os registros foram listados em apontamentos, representações esquemáticas e quando necessário, fez-se notas reflexivas. Designam-se apontamentos, as frases pequenas ou palavras-chaves escritas durante a observação em campo e auxiliam no

avivamento da memória posteriormente (NOGUEIRA-MARTINS; BÓGUS, 2004). Chama-se de representações esquemáticas, a representação simbólica de natureza analítico-sintética que apresenta as informações essenciais para o processo de análise dos dados por meio de palavras que identificam as evidências coletadas. Assim sendo, as palavras anotadas no caderno de campo foram conectadas, de forma coesa, por diagramas ramificados, grafos relacionais e ainda por leque de chaves.

Denomina-se de notas reflexivas os temas, *insights*, ideias teóricas que possam surgir durante o período de observação em campo. Podem ser: reflexões sobre a análise (novas possibilidades, novas conexões ou algum grau de confusão), reflexões sobre o método (possíveis mudanças nas estratégias em decorrência de maior aprendizado sobre o ambiente), reflexões sobre dilemas éticos e conflitos (tipos de relações que são apropriadas para o desenvolvimento da pesquisa) (BOGDEWIC, 1999).

Com base em Barbosa e Souza (2008) destaca-se, por pertinente, que o respeito ao contexto pesquisado, além de permear o processo de coleta de dados, também está presente na análise dos resultados, evitando-se a emissão de juízos de valor sobre a ação dos sujeitos. Frente ao exposto, apresentam-se a seguir os procedimentos para análise dos dados.

## 3.5 PROCEDIMENTO DE ANÁLISE DOS DADOS

Compreende-se que a análise dos dados é dotada de um dinamismo que envolve o exame, a categorização, a recombinação e a interpretação de todo o material obtido durante a pesquisa. Diante de tal compreensão e do vasto material coletado, foram identificados os dados que delimitaram a investigação por força do rigor científico, que impeliu a identificação e filtragem dos dados que realmente contribuíram para a confiabilidade e compreensão do objeto de estudo.

Como já é sabido, o *corpus* desta pesquisa foi constituído através da análise documental, da observação participante e da realização de sessões reflexivas. Em razão da utilização dessas três diferentes técnicas de coleta de dados, foi necessário em alguns momentos da análise, fazer uso da técnica de triangulação de dados.

A triangulação de dados consiste na utilização de mais de uma fonte de dados no estudo de um mesmo fenômeno buscando-se convergência das informações. A triangulação também auxilia na avaliação da validade dos resultados (FLICK, 2009b).

Então, frente ao material coletado nos moldes do que foi apresentado anteriormente, fez-se o exame do conteúdo simbólico e significativo dos dados brutos

encontrados, articulando-os ao objetivo da pesquisa. Assim sendo, para analisar as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas recorreu-se além da triangulação dos dados, à análise de conteúdo para o tratamento analítico do material coletado.

A análise de conteúdo tem sua essência no exame analítico das comunicações através de procedimentos sistemáticos que descrevem o conteúdo das mensagens. No processo de análise, a semântica configura-se como elemento importante. Nestes moldes, a análise de conteúdo configura-se como uma técnica que possibilita "a descrição das mensagens e das atitudes atreladas ao contexto da enunciação, bem como as inferências sobre os dados coletados" (CAVALCANTE; CALIXTO; PINHEIRO, 2014, p.14).

Pela análise de conteúdo fez-se a categorização dos dados verbais (orais e escritos) e comportamentais para efeitos de classificação, sumarização, interpretação e análise à luz do referencial teórico adotado, no caso, a Teoria dos Campos Conceituais. Optou-se pela análise de conteúdo do tipo categorial-temática seguindo-se o percurso indicado por Bardin (2011), qual seja: pré-análise, exploração do material e o tratamento dos resultados. Portanto, fez-se a organização do material que compõe o *corpus* da pesquisa a partir dos indicadores que nortearam a interpretação final, obedecendo-se as regras da exaustividade, representatividade, homogeneidade, pertinência e exclusividade.

Nesse sentido, recorreu-se à análise de conteúdo para classificar os elementos significativos das aulas observadas e também para condensar os dados inerentes às sessões reflexivas. De igual forma, buscou-se apoio na análise de conteúdo para apreciação e análise dos documentos, quais sejam: os cadernos dos alunos e as atividades de matemática de cunho avaliativo para capturar e analisar as situações-problema que foram propostas pelos professores no primeiro semestre letivo de 2015 e durante as aulas observadas.

Então, fez-se a unitarização ou transformação do conteúdo em unidades de registro para levantar categorias de análise com base em critérios sintáticos e semânticos e na tipologia das situações-problema originando desta forma, categorias temáticas (MORAES, 1999). "Uma unidade de registro significa uma unidade a se codificar, podendo esta ser um tema, uma palavra ou uma frase" (SANTOS, 2012, p.385).

Para tanto, recorreu-se à tipificação de Vergnaud (2009a) para as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas e às variáveis didáticas conforme elencadas por Bistos e Matulik (2010): as variáveis cognitivas, informacionais e ergonômicas. O quadro a seguir apresenta as respectivas variáveis e elementos da estrutura matemática utilizados para o tratamento analítico das situações-problema.

**Quadro 8 - Roteiro de análise das situações-problema de Isomorfismo de medidas**

| VARIÁVEIS COGNITIVAS | VARIÁVEIS INFORMACIONAIS | VARIÁVEIS ERGONÔMICAS |
|---|---|---|
| Classe à qual a situação-problema pertence;<br>Valores Numéricos envolvidos;<br>Tipo de grandeza envolvida (discreta contínua). | Dados para a sua resolução (suficientes ou insuficientes);<br>Construção do enunciado (com ou sem excesso de dados);<br>Forma de apresentação das informações (representações simbólicas contidas no enunciado);<br>A temática das situações-problema. | Quantidade de operações envolvidas na resolução da situação-problema. |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2015).

A categorização dos dados coletados pela observação participante e pelas sessões reflexivas teve inicio no campo de pesquisa através das notas reflexivas que foram feitas nos momentos da observação participante e das sessões reflexivas. A leitura dessas notas foi um passo importante no processo analítico. Anotadas no caderno de campo, foram feitas às margens de declarações, observações de condutas importantes para fornecer suporte na codificação dos dados. Ademais, favoreceram a triangulação dos dados e o diálogo com outras pesquisas. Também ajudaram a identificar aspectos relevantes na articulação entre o planejamento e a condução da aula.

O tratamento dos dados, inferência e interpretação foram realizados sob o enfoque qualitativo, não obstante algumas ocorrências foram representadas quantitativamente para conferir significação aos dados coletados à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

As informações até então fornecidas permitem situar esta pesquisa em um espaço físico, com aspectos humanos e sociais certamente similares a muitas realidades escolares. Resta, pois, registrar as particularidades do contexto pesquisado. Com esse intento, a seguir serão apresentadas a análise e discussões dos resultados.

# 4 ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

O presente capítulo possui como cerne a apresentação, a descrição e interpretação dos dados coletados no campo de pesquisa à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Importa relembrar que a presente pesquisa está ancorada no paradigma construtivista e no método do estudo de caso apoiado nas seguintes técnicas de coleta de dados: a análise documental, a observação participante e sessões reflexivas, no total de seis, sendo três com cada sujeito de pesquisa. Para negociação e adaptação ao campo de pesquisa, utilizou-se a conversa casual para complementar dados, mormente, para traçar o perfil dos sujeitos, sendo estes dois professores de duas turmas do quinto Ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública Municipal de São Luís do Maranhão.

Os dados foram analisados de forma qualitativa, não obstante em alguns momentos serão apresentados de forma quantitativa em especial na apresentação e tratamento das situações multiplicativas propostas em sala de aula que se configura como a primeira seção que compõem este capítulo.

A primeira seção foi construída com os dados capturados pela análise documental que teve como finalidade caracterizar as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas propostas aos estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental em seus aspectos informacionais, cognitivos, ergonômicos.

Os cadernos foram escolhidos a partir da assiduidade dos alunos, sendo esta conferida no diário de classe de cada professor. O exame foi norteado pela identificação das variáveis didáticas presentes em cada situação-problema capturada nos cadernos dos alunos, nas atividades avaliativas e nas aulas observadas.

A segunda seção trata das competências conceituais e didáticas dos professores, sendo composta pelos dados que foram coletados pela análise do plano de unidade didática, pela observação participante e pelas sessões reflexivas. Nessa direção, são apresentadas as observações e reflexões sobre o ensino das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no percurso entre o escrito e o vivido pelos sujeitos desta pesquisa.

Seguindo-se a sequência acima exposta, apresenta-se a seguir, as situações-problema propostas nas duas unidades de análise.

## 4.1 AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS PROPOSTAS EM SALA DE AULA

Os seguintes materiais foram explorados para capturar as situações multiplicativas

propostas nas turmas do 5° ano do Ensino Fundamental: caderno de uma aluna de Agnesi, caderno de uma aluna de Teon, as atividades avaliativas do primeiro semestre letivo de 2015, no total de três e as situações multiplicativas propostas pelos respectivos professores nas três aulas que foram observadas durante esta pesquisa.

As atividades matemáticas com estrutura multiplicativa que foram capturadas nesses materiais foram enquadradas em dois conjuntos de referência: as atividades matemáticas inadequadas para a conceitualização do real e as situações multiplicativas adequadas.

A adequabilidade foi aferida com base nas variáveis didáticas (BISTOS; MATULIK, 2010) das situações multiplicativas propostas pelos professores, bem como das considerações vergnaudianas que se reportam a elas, pois com Vergnaud, compreende-se que a complexidade de uma situação-problema está para além das operações aritméticas evocadas para a solução. Nesse sentido, as variáveis didáticas dão conta de verificar este e os demais aspectos da situação-problema que modificam os procedimentos de resolução no que se refere à validade, complexidade e esforço empreendido na busca da solução. Em verdade, as variáveis didáticas abarcam os aspectos informacionais, cognitivos e ergonômicos que dotam as situações-problema de complexidade e por isso refletem a necessidade de distinguir e classificar as situações-problema numa perspectiva conceitual e didática.

Considerou-se como situação multiplicativa adequada aquela que reflete aspectos da realidade e possibilita ao pensamento operar sobre os significados e os significantes. Nos termos vergnaudiano, verificou-se através das variáveis didáticas, se o enunciado da situação multiplicativa é uma "representação calculável" sendo que o termo "representação" está ligado ao aspecto semântico e o termo "calculável" remete ao aspecto sintático (VERGNAUD, 2009a, p.304). Assim considerando, as atividades matemáticas com estrutura multiplicativa que não estão em harmonia com a definição acima exposta foram classificadas como inadequadas.

Essa organização proporcionou uma visão panorâmica do manejo das estruturas multiplicativas nas turmas do 5° ano do Ensino Fundamental nos primeiros seis meses letivos de 2015 e possibilitou traçar rotas de análise que afluíram ao objetivo de caracterizar as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas com base nas variáveis informacionais, cognitivas e ergonômicas.

Foram capturadas 415 atividades matemáticas que convocam para resolução, as operações de multiplicação e a operação de divisão. Este total resultou do somatório das situações propostas pelos dois professores, sujeitos da pesquisa. O quadro 11, apresentado a

seguir, revela quantitativamente as atividades de campo multiplicativo capturadas nos cadernos das alunas, nas atividades avaliativas e nas aulas observadas, sendo estas agrupadas a partir dos critérios anteriormente expostos.

**Quadro 9 - Atividades Matemáticas com Estrutura Multiplicativa**

| **PROFESSORA AGNESI** | **INADEQUADAS** | | **ADEQUADAS** | | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|
| | **Atividades de Algoritmos** | **Exercícios** | **Situações Multiplicativas Ternárias** | **Situações de Isomorfismo de Medidas** | |
| Caderno | 51 | 46 | 35 | 48 | 180 |
| Atividades Avaliativas | 2 | 1 | 4 | 3 | 10 |
| Aulas observadas | 4 | 0 | 3 | 19 | 26 |
| **PROFESSOR TEON** | **INADEQUADAS** | | **ADEQUADAS** | | **Total** |
| | **Atividades de Algoritmos** | **Exercícios** | **Situações Multiplicativas Ternárias** | **Situações de Isomorfismo de Medidas** | |
| Caderno | 39 | 65 | 29 | 34 | 167 |
| Atividades Avaliativas | 0 | 0 | 2 | 3 | 5 |
| Aulas observadas | 0 | 3 | 3 | 21 | 27 |
| | **∑ 211** | | **∑ 204** | | **∑ 415** |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora a partir dos dados coletados (2015).

Tomando-se como referência o recorte temporal adotado nesta pesquisa: um período letivo de seis meses (abril-outubro) e fazendo-se uma leitura panorâmica do quadro 11, constata-se uma quantidade aquém da esperada, pois o total de 415 atividades matemáticas com estrutura multiplicativa não reflete a vastidão de situações que ampliam a função dos conceitos enredados no Campo Multiplicativo e nem a radicação deles. Visto que é preciso que seja feita, necessariamente, referência a uma diversidade de classes de problemas para que os alunos compreendam as propriedades de um conceito (VERGNAUD, 1986).

Esta constatação ganha força quando se detecta que dentre estas 415 atividades matemáticas, 50,84% (211) envolvem a aplicação de uma sequência finita de regras de ação (algoritmos convencionais da multiplicação e da divisão) sendo classificadas como inadequadas à conceitualização. Considerando que esse tipo de atividade matemática sobrepujou as demais, optou-se por apresentar primeiramente a análise das mesmas, para em seguida apresentar a análise daquelas que servem ao propósito desta pesquisa.

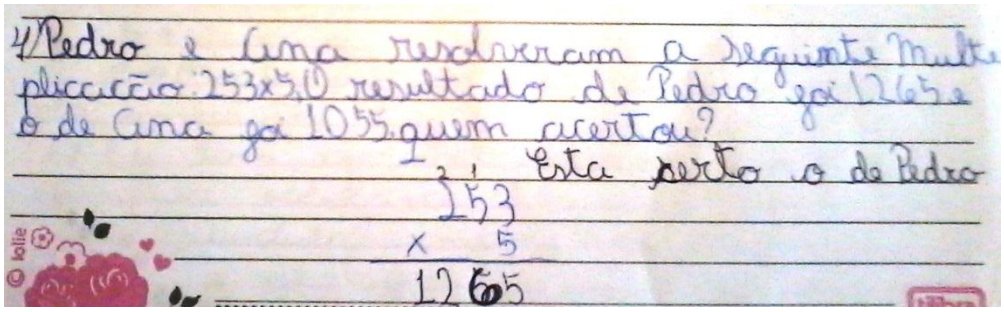
### 4.1.1 Análise das Atividades Matemáticas Inadequadas à Conceitualização

O percentual obtido pelo critério da inadequabilidade (50,84%) aponta a superioridade da proposição do cálculo numérico, que corresponde ao uso do algoritmo, sobre a proposição do cálculo relacional, que conecta os componentes sintáticos e semânticos da estrutura matemática da situação. Também revela que ambos os professores ofertaram situações infrutíferas para o desenvolvimento da conceitualização uma vez que tais situações pouco favorecem a compreensão conceitual das operações de multiplicação e de divisão.

Para aprofundar essa perspectiva, fez-se o enquadramento das situações multiplicativas inadequadas classificando-as em duas categorias, quais sejam: Atividades de algoritmos e os Exercícios.

Foram classificadas como Atividades de Algoritmos aquelas que possuem enunciados nos quais há uma interrogativa relacional atrelada a uma operação particular, sendo esta evidenciada no enunciado. Esse tipo de atividade escrita faz referência à aplicação automática do algoritmo convencional das operações aritméticas. Em síntese, trata-se de uma operação com enunciado (SOUZA, 2015). O seguinte exemplo, retirado do caderno da aluna de Agnesi, ilustra esse tipo de situação multiplicativa:

**Figura 15 - Exemplo de Atividades de Algoritmos**




Fonte: caderno da aluna de Agnesi (2015).

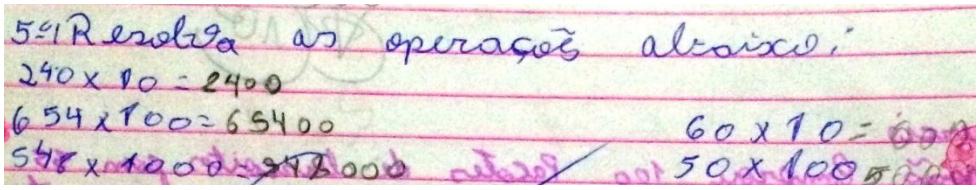
Nota-se que está em jogo a competência do aluno em resolver multiplicação com reagrupamento sendo que o enunciado da situação explicita a operação requerida para a resolução. Outro ponto a ser notado é que a resposta ao questionamento que demarca a relação entre os dados do enunciado não é numérica. Porém, a atenção recai sobre os dados numéricos não havendo a necessidade de dar atenção à situação descrita, pois a resposta é encontrada com a extração imediata dos dados numéricos presentes no enunciado.

Outro exemplo ilustrativo desse tipo de atividade é: “Em uma divisão, o

dividendo é 654 e o divisor é 3. Qual é o quociente?" Esta atividade matemática foi proposta por Teon, durante a segunda aula observada. Notadamente a interrogativa que relaciona os dados presentes no enunciado enfatiza a aplicação do algoritmo convencional da divisão conduzindo o aluno à manipulação do mesmo e não à compreensão conceitual.

Tomou-se o termo exercício no sentido matemático para designar as atividades matemáticas que "[...] servem para praticar, para treinar habilidades [...] (STAREPRAVO, 2010, p.39)". Neste sentido, foram classificadas como Exercícios, aquelas atividades matemáticas que não apresentam um questionamento, ao invés disso, sua apresentação gráfica solicita que seja aplicada alguma habilidade algorítmica, portanto, não carecem de interpretação bastando que o aluno aplique as regras operatórias solicitadas. A seguir, um exemplo retirado do caderno da aluna de Teon.

**Figura 16 - Exemplo de Exercícios**




Fonte: caderno da aluna de Teon (2015).

Também são exemplos desse tipo de atividade matemática: "arme e efetue", "complete a tabuada", "descubra o número que está faltando", "calcule mentalmente", "complete a sequência", dentre outros. Tais atividades matemáticas, ofertadas pelos sujeitos de pesquisa, não favorecem a construção conceitual, apenas proporcionam o treino das técnicas operatórias em detrimento da descoberta de novos procedimentos e relacionamentos matemáticos de forma contextualizada.

Em relação a este tipo de atividade matemática vale destacar uma das falas da professora Agnesi, que enfatizou que: "[...] o tipo arme e efetue eu bani das minhas aulas, acho muito vazio" (informação verbal) [36]. De fato, durante o exame do caderno de sua aluna não foram encontradas atividades com comandos desse tipo, corroborando a informação verbal da professora. Entretanto, foram encontrados 47 (45,20%) Exercícios propostos por esta professora sendo 46 no caderno da sua aluna e 1 na sua atividade avaliativa, comprovando que a professora não utiliza o comando arme e efetue, mas oferta situações com a mesma essência, ou seja, que visam o treino do algoritmo.

[36] Informação dada pela professora Agnesi durante a primeira aula observada.

O depoimento da professora sinaliza o esforço dela em propor situações multiplicativas em que as operações sejam trabalhadas de forma contextualizada. Para atingir tal desiderato, a professora inclui um contexto e um questionamento relacional junto às operações transformando desta forma, o Exercício em Atividade de Algoritmo. Nesse sentido, o quantitativo do quadro 11 releva que dentre as 104 (49,29%) Atividades matemáticas ofertadas pela professora Agnesi, 57 (54,80%) são Atividades de algoritmo.

Este esforço é válido, porém à luz dos construtos da Teoria dos Campos Conceituais foi possível constatar que se trata de uma questão de aparência e não de essência, como é possível perceber através do seguinte enunciado: "Adriana vai fazer esta divisão: 670: 5, se ela acertar qual será o resultado?".

Esta atividade foi proposta pela professora Agnesi na terceira aula observada. Trata-se de uma atividade matemática classificada como Atividade de Algoritmo. Nela, é possível identificar um contexto familiar aos estudantes, pois a ação do sujeito "Adriana" é também praticada pelos alunos nas aulas de matemática que frequentam. Nota-se também que a mesma requer do aluno o cálculo de uma divisão de números naturais, sendo que a referida operação é representada no enunciado, que foi construído com a combinação de números e palavras.

Seguindo-se a análise, o que se percebe é que estes aspectos aliados à ordem em que as informações foram apresentadas levam o aluno a aplicar de forma imediata a técnica operatória, desprezando o contexto e resolvendo a operação ali indicada para obter a resposta à pergunta grafada em sua estrutura matemática, que corresponde ao símbolo de igualdade em linguagem simbólica. Desse modo, a Atividade de Algoritmo acaba por ter a essência de um treinamento das técnicas operatórias, com a aparência de uma situação-problema.

Então, uma situação-problema não se torna significativa apenas por ser contextualizada, pois as relações contextuais podem levar os alunos a aplicar somente o cálculo numérico causando prejuízo ao cálculo relacional, aquele empregado junto aos objetos e às relações não numéricas.

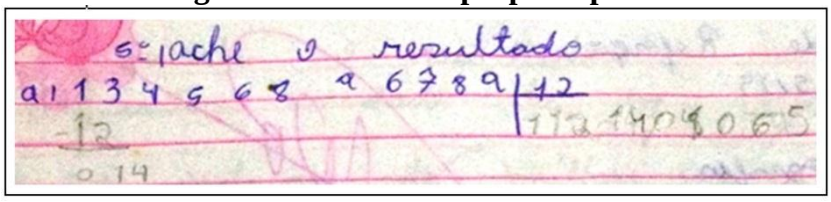
Trata-se de um prejuízo porque os processos de conceitualização e as dificuldades dos alunos na resolução de situações-problema estão ajoujados "primeiro, aos objetos e as relações não numéricas, algo anterior, mas em solidariedade às operações propriamente numéricas" (VERGNAUD, 2009a, p.11). Isso reforça a perspectiva de que a atividade matemática analisada, bem como as demais Atividades de Algoritmo são inadequadas para a promoção da conceitualização porque embora obedeçam a um critério de ordem semântica, que é refletir aspectos da realidade através do contexto, elas não obedecem ao critério de

ordem sintática: prestarem-se ao cálculo relacional.

As Atividades do tipo Algoritmo também foram ofertadas por Teon (36,45%, 39 de 211). Porém, pelo quantitativo do quadro 11 verifica-se a tendência deste professor em ofertar mais os Exercícios, que totalizam 68 (63,55%) dentre as 211 situações multiplicativas inadequadas.

Com base no quantitativo dos Exercícios (63,55%) é possível inferir que o professor Teon enfatiza o uso do algoritmo convencional de cálculo para tratar as operações de multiplicação e divisão. Isso leva a cogitar que para este professor, o aluno competente na operação de multiplicação e divisão é aquele que decorou a tabuada e que sabe as regras do algoritmo convencional. Por oportuno, apresenta-se pela figura 17 abaixo um dos Exercícios propostos por Teon.

**Figura 17 - Exercício proposto por Teon**




Fonte: caderno da aluna de Teon (2015).

Pelo Exercício acima, é razoável afirmar que o professor Teon tem a concepção de que a dificuldade da regra operatória da divisão está atrelada à extensão numérica do dividendo, por isso propôs essa divisão que apresenta no dividendo um número formado por onze algarismos e no divisor, um número composto por dois dígitos. Porém, como bem frisa Vergnaud (2009a, p.189) "as dificuldades principais não vem do dividendo, mas do divisor (número com muitos dígitos, número com vírgula)".

Também é possível observar, pela sequência dos números que compõem a extensão numérica do dividendo (1-3-4-5-6...) que o professor atentou para uma dificuldade que segundo Vergnaud (2009a, p.189) "[...] se constitui em um obstáculo incontestável para as crianças [alunos]", aquela em que os primeiros dígitos que compõem o dividendo são inferiores ao valor numérico do divisor. No caso, o professor excluiu o número 2 da sequência dos algarismos para impedir que os alunos encontrassem esta dificuldade ao efetuar a operação, pois com a inclusão do número 2 inevitavelmente os alunos iriam encontrar uma etapa na qual o dividendo é menor que o divisor (03:12).

Esse tipo de atividade matemática não admite diferentes estratégias de resolução porque está totalmente preso nas relações essenciais da divisão de números naturais, ou seja,

no relacionamento entre o dividendo, o divisor e o quociente. Atividades matemáticas como estas são inadequadas porque não refletem a realidade, a vida cotidiana. Além de não possuírem significado são atividades vivenciadas apenas na escola uma vez que "[...] no mundo real, a maioria das pessoas faz esses cálculos em uma calculadora" (WALLE, 2009, p.248).

Ademais, considera-se infrutífera a oferta desse tipo de atividade matemática para uma turma de alunos que apresenta lacunas conceituais, como é o caso da turma do professor Teon. Convém lembrar que por estarem na última etapa dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, era esperado[37] que os alunos já fossem capazes de resolver multiplicações e divisões com números naturais por meio do uso de técnicas operatórias convencionais.

Não obstante, o histórico do desempenho dos alunos nas avaliações externas revela, pelo percentual[38] de proficiência em resolução de problemas, que a maioria dos alunos da escola campo de pesquisa não está atingindo as expectativas de aprendizagem previstas nos anos anteriores e no quinto Ano do Ensino fundamental, pois em 2009 o percentual de alunos que apresentou o aprendizado esperado foi de 12%. Já em 2011 esse percentual passou a ser 19% indicando um avanço na aprendizagem, porém em 2013 esse percentual declinou para 7% apontando um retrocesso da aprendizagem em Matemática.

Isso denota a necessidade de o professor favorecer a construção de novos significados das operações e a construção dos conceitos dentro do campo conceitual, indo além da memorização e repetição de técnicas operatórias para uso imediato. Desta forma, aponta-se a necessidade de o professor Teon propor situações de aprendizagem mais frutíferas e por seus atos de mediação docente possibilitar aos alunos o entendimento conceitual emparelhado ao entendimento procedimental do algoritmo convencional.

Junto a Assis (2014), compreende-se que os algoritmos convencionais sintetizam os conceitos, de modo que facilitam a resolução das situações referentes a esses conceitos. Tratando-os como uma síntese conceitual, advoga-se que os professores primeiramente ofertem situações-problema orientando os alunos a tecer relações entre os conceitos das operações através de diferentes representações simbólicas que conduzem a diferentes caminhos de resolução para em seguida apresentar o algoritmo, que ante a esse trajeto, ganha mais significado. Em resumo, a compreensão da base conceitual das operações deve preceder o trabalho com os algoritmos.

---

[37] O Ensino Municipal de São Luís é organizado em ciclos para os quais foram estabelecidas expectativas de aprendizagem para cada ano escolar. Tais expectativas orientam o trabalho pedagógico dos professores e são expressas por capacidades (SÃO LUÍS, 2009).

[38] Informação retira do site http://www.qedu.org.br/.

Na contramão das ideias teóricas de Vergnaud, o professor Teon prioriza o trabalho com os Exercícios (34,17%, 68 de 199), o que denota que para este professor, o ensino das estruturas multiplicativas ocorre pela aplicação e repetição de procedimentos numéricos e a aprendizagem ocorre "por simples condicionamento, de hábitos ou de procedimentos já prontos" (VERGNAUD, 2009a, p.313),

Nas atividades avaliativas, o professor não propôs Exercícios. Foi verificado que Teon, ao avaliar seus alunos propôs 2 situações ternárias e 3 situações de Isomorfismo de Medidas. Portanto, notou-se que não há congruência entre o que o professor propõe em sala de aula e o que ele propõe nas atividades avaliativas.

Essa incongruência é justificada a partir de um depoimento de Teon ao informar que suas atividades avaliativas possuem o formato da Avaliação Nacional do Rendimento Escolar - Anresc, "[...] para treinar os alunos para realizar satisfatoriamente a Prova Brasil, porque às vezes, por não ter familiaridade com esse tipo de prova os alunos acabam errando a questão" (Informação Verbal) [39].

Ante esse depoimento constata-se que este professor só faz a concessão de propor outras situações multiplicativas para avaliar as habilidades dos alunos em função do treino para a Prova Brasil. Porém, sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais melhor seria se o professor ofertasse nas aulas e nas atividades avaliativas, situações multiplicativas mais consistentes do ponto de vista conceitual e didático, pois o trabalho diário intencionalmente organizado para que os alunos desenvolvam os meios intelectuais para lidar progressivamente com situações-problema significativas e de diferentes graus de complexidade é mais salutar para que o aluno realize "satisfatoriamente a Prova Brasil", conforme deseja o professor Teon.

Arrematando-se a análise das Atividades matemáticas inadequadas à conceitualização, destaca-se que o percentual encontrado (50,84%, 211 de 415) é coadunável com os resultados obtidos pelas pesquisas que foram mapeadas durante esta investigação. Cita-se dentre elas, a pesquisa de Silva (2014) que verificou que os professores, sujeitos de sua pesquisa, priorizam a memorização da tabuada e o uso dos algoritmos no ensino da multiplicação e da divisão. Assim como a referida pesquisadora, constatou-se nesta pesquisa a ênfase do algoritmo através do percentual das atividades matemáticas classificadas como inadequadas (50,84%, 211 de 415).

A análise do percentual das atividades matemáticas inadequadas junto à análise dos enunciados das mesmas evidencia que os professores não enfatizam a construção

[39] Informação dada pelo professor Teon no momento da entrega de suas atividades avaliativas.

conceitual, tampouco diferenciam a estrutura relacional que caracteriza as situações-problema fecundas para conceitualização.

### 4.1.2 As Situações Adequadas à Conceitualização

Pelo cabeçalho das aulas e atividades foi possível constatar que o trabalho com as operações de multiplicação e divisão teve início no mês de junho. Anterior a este mês, o Campo Multiplicativo só se fez presente em uma atividade escrita com intensão de sondagem da aprendizagem dos alunos. Na referida sondagem, estavam presentes 2 situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas sendo 1 multiplicação e 1 divisão partitiva .

O trabalho com o Campo Multiplicativo foi realizado numa sequencia linear do ensino da operação da multiplicação e divisão, sendo que primeiro foi ensinada a multiplicação, depois a divisão e depois as duas operações foram trabalhadas conjuntamente. Foi nesse passo que os professores propuseram as 204 situações multiplicativas adequadas dentre as quais 76 (37,25%) são situações de relação ternária e 128 (62,75%) são de Isomorfismo de Medidas, categoria que aglutina as situações de relação quaternária.

O detalhamento desse dado conduz a uma reflexão a partir da ideia de variedade e de história nas quais repousa a formação do conceito, que está no âmago da Teoria dos Campos Conceituais. Sob a ótica da referida teoria, os professores devem possibilitar em sala de aula o confronto e o domínio progressivo sobre uma variedade de situações-problema permitindo assim que seus alunos identifiquem o elo existente entre os diversos conceitos e evidenciem a operacionalidade entre eles.

Essa postulação vergnaudiana reforça a perspectiva de que os professores ofertaram uma quantidade pouco significativa de atividades matemáticas com estrutura multiplicativa, como já dito anteriormente, pois o total de 204 situações multiplicativas é pouco ante a abrangência do conjunto de situações-problema que pertencem ao campo conceitual multiplicativo. Nesse sentido, Vergnaud (2009a, p.260) enfatiza que “numerosas classes de problemas podem ser identificadas segundo a forma da relação multiplicativa [...]”. Porém o percentual de situações adequadas não retrata que os professores trabalhem com essa variedade de situações de referência.

Uma análise mais amiúde das situações multiplicativas aquilatadas como adequadas permite validar essa assertiva. Entretanto, importa frisar que as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas possuem centralidade nesta investigação. Disso decorre que as situações de relação ternária, ainda que sejam adequadas para a promoção da

conceitualização não serão analisadas neste estudo. Portanto, volveu-se o olhar exclusivamente para as Situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas.

Convém relembrar que Vergnaud (2009a) inclui nesta Categoria, quatro classes de situações-problema sendo que as três principais são identificadas pela posição da incógnita e uma das quatro quantidades envolvidas corresponde à unidade. São elas: Multiplicação, Divisão do tipo 1 (divisão partitiva), Divisão do tipo 2 (divisão quotitiva) (LEVAIN; VERGNAUD, 1995).

Dentro da categoria de Isomorfismo de Medidas há uma quarta classe de situações-problema sendo esta de maior complexidade devido ao fato de que "nenhuma das quatro quantidades é a unidade e que a regra de três a que se chega, nesse caso, é uma regra de três não deturpada (denominador diferente de 1)" (VERGNAUD, 2009a, p.246). Gitirana *et al* (2014) a nomeia como Quarta Proporcional. A partir da análise da estrutura matemática das situações-problema de Isomorfismo de Medidas foi possível constatar que este tipo de situação não foi ofertado pelos professores envolvidos nessa investigação. Uma constatação possível a partir das variáveis cognitivas, conforme apresentada a seguir.

#### 4.1.2.1 As Situações de Isomorfismo de Medidas: variáveis cognitivas

Junto à Vergnaud (2009a) compreende-se a importância da oferta de situações-problema que reflitam aspectos da realidade e ao mesmo tempo permita ao pensamento operar sobre os significados e os significantes. Diante de tal compreensão, fez-se uma análise da estrutura matemática das situações-problema de Isomorfismo de Medidas a partir das variáveis didáticas (BISTOS; MATULIK, 2010).

As variáveis didáticas dizem respeito ao caráter semântico e sintático da estrutura matemática. São parâmetros cujas variações são suscetíveis de alterar o procedimento de resolução da situação-problema exercendo influência sobre o processo de conceitualização. Há três tipos de variáveis didáticas: as variáveis cognitivas, as variáveis informacionais e as variáveis ergonômicas. Esta seção é dedicada às variáveis cognitivas, as demais serão tratadas nas seções subsequentes.

Então, verificou-se a partir das variáveis cognitivas, a classe à qual as situações-problema pertencem, os valores numéricos presentes nas situações-problema e o tipo de grandeza (discreta, contínua) envolvida.

O quadro 10 apresentado a seguir, informa o quantitativo das situações de Isomorfismo de Medidas capturado nos cadernos das alunas, nas atividades avaliativas e nas

aulas observadas.

**Quadro 10 - Situações de Isomorfismo de Medidas**

| **PROFESSORA AGNESI** | **Multiplicação** | **Divisão partitiva** | **Divisão quotitiva** | **Total** |
|---|---|---|---|---|
| Caderno | 23 | 15 | 10 | 48 |
| Atividades Avaliativas | 2 | 1 | 0 | 3 |
| Aulas observadas | 7 | 9 | 3 | 19 |
| **PROFESSOR TEON** | **Multiplicação** | **Divisão partitiva** | **Divisão quotitiva** | **Total** |
| Caderno | 19 | 9 | 6 | 34 |
| Atividades Avaliativas | 2 | 1 | 0 | 3 |
| Aulas observadas | 12 | 8 | 1 | 21 |
| | **∑ 65** | **∑ 43** | **∑ 20** | **∑ 128** |

Fonte: Elaborado pela pesquisadora a partir dos dados coletados (2015).

O quadro 10 revela a predominância das situações-problema do tipo Multiplicação sobre os demais tipos de situações pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas. Estas correspondem a 50,78% do total de situações de Isomorfismo de Medidas encontradas, o que é equivalente a 65 dentre 128 situações-problema identificadas.

O predomínio dessa classe de situações-problema tem sido constatado por alguns pesquisadores, que com interesse científico nas estruturas multiplicativas, debruçaram-se sobre os livros didáticos (OLIVEIRA FILHO, 2009) e sobre situações-problema elaboradas por professores (MERLINI, 2012).

Analisando a presença das estruturas multiplicativas nos livros didáticos, Oliveira Filho (2009) constatou que os problemas do tipo multiplicação sobrepujam os demais, isto pode ter exercido influência na quantidade de situações ofertadas por Agnesi e Teon, uma vez que os professores utilizam o livro didático como guia para organizar e dirigir situações de aprendizagem.

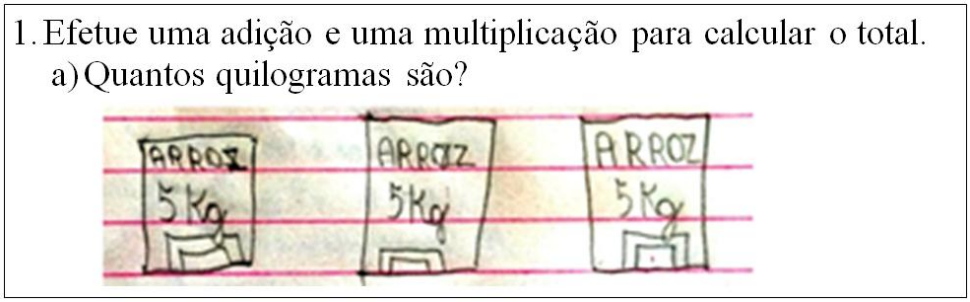
Em sua tese Merlini (2012) aponta outra possível razão dos professores ofertarem com maior frequência as situações do tipo Multiplicação. Segundo a pesquisadora supracitada, esse tipo de situação favorece à continuidade entre o Campo Aditivo e Multiplicativo e isso contribui para que os professores a ofertem com maior frequência, como forma de facilitar seus atos de mediação. Todavia, essa continuidade ocorre somente do ponto de vista didático e não do ponto de vista conceitual, pois os sentidos dos números e invariantes operatórios requeridos no cálculo da multiplicação são diferentes daqueles

evocados pela operação da adição.

Apesar disso, na contramão do que é postulado por Vergnaud (2009a) e seus intérpretes, muitos professores parecem não compreender que a multiplicação comporta outros conceitos e por isso trabalham a noção de multiplicação apenas como uma adição reiterada. Essa noção, que embora não seja errônea, reduz a limites mais estreitos os sentidos dessa operação como é o caso do sentido de proporção que é subjacente às situações de Multiplicação e que não foi explorado pelos professores.

Essa noção redutora da multiplicação perpassou todo o processo didático vivenciado pelos sujeitos desta pesquisa e seus alunos, pois esteve presente nas situações multiplicativas registradas nos cadernos, nas atividades avaliativas e também nas aulas observadas. O enunciado da situação-problema de Multiplicação apresentada na figura 19 abaixo exara essa noção reducionista.

**Figura 18 - Noção Reducionista da Multiplicação.**




Fonte: caderno da aluna de Teon (2015).

Observa-se que está em jogo um cálculo relacional que envolve quatro quantidades e a operação de multiplicação. Porém, o raciocínio proporcional (1 saco = 5kg, 3 sacos = ?) foi anulado no comando da atividade. Este comando demarca a filiação entre o Campo Aditivo e o Campo Multiplicativo ao colar as operações de adição e multiplicação no momento em que solicita que sejam efetuadas ambas as operações. Um comando similar a este foi usado por Agnesi em sua segunda atividade avaliativa.

A representação pictórica que compõe o enunciado da situação escolhida para análise também demarca essa filiação, pois induz os alunos a grafar a multiplicação como uma relação ternária (3 x 5 = 15) e por em curso o *eskema* de ação baseado na adição reiterada (5+5+5 =15) ignorando as relações de natureza proporcional que são subjacentes a este tipo de situação.

O trabalho através da filiação entre o Campo Aditivo e o Campo Multiplicativo

exige dos professores precauções pedagógicas. Isso porque o trabalho com a multiplicação como adições sucessivas e a divisão como subtrações sucessivas[40] provoca uma dissimetria entre multiplicando e multiplicador assim como entre o dividendo, o divisor e o quociente (Vergnaud, 2009). Outra razão para tais precauções reside na preocupação de que os alunos podem não compreender a equivalência entre as somas sucessivas e o algoritmo da multiplicação (TAXA, 2001) e também porque essa filiação entre os campos conceituais pode reforçar a concepção equivocada de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão sempre diminui, uma concepção válida somente para o Conjunto dos Números Naturais (CUNHA, 1997).

Junto a Vergnaud (2009) e outros simpatizantes de suas ideias teóricas (MERLINI, 2012; SANTOS 2015;) admite-se que a multiplicação pode ser definida e trabalhada a partir da adição reiterada, visto que este procedimento assenta a continuidade entre o Campo Aditivo e Multiplicativo. Porém, é preciso que os professores trabalhem outros *eskemas* de ação que são próprios do Campo Multiplicativo, como é o caso do uso do operador escalar e do operador funcional que enriquecem o processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas e possibilitam o desenvolvimento do raciocínio proporcional.

Segundo Merlini (2012) ao admitir os *eskemas* de ação que são próprios do Campo Multiplicativo, os professores admitem a ruptura entre estes Campos Conceituais. Essa ruptura é necessária porque a filiação entre os campos conceituais reside somente nas possibilidades numéricas, mas distanciam-se conceitualmente um do outro.

O percentual relativo às situações-problema que envolve a operação de divisão revela que o tipo divisão partitiva (33,59%, 43 de 128) foi superior ao tipo divisão quotitiva (15,63%, 20 de 128).

Com análise mais detalhada junto ao quadro 10 constata-se que Teon ofertou 18 situações do tipo divisão partitiva e 7 situações do tipo divisão quotitiva e Agnesi ofertou 25 situações do tipo divisão partitiva  e 13 situações do tipo divisão quotitiva.

A superioridade da divisão partitiva sobre a divisão quotitiva não surpreende visto que o conceito de divisão é introduzido na escola pelo seu aspecto partitivo (CORREA; MEIRELES, 2000) e também porque este tipo de situação é considerado como modelo prototípico da divisão (CORREA, 2004), ou seja, possui menor grau de complexidade

[40] Nos cadernos destes professores também foram capturados enunciados que solicitavam que as situações-problema que envolve a divisão fossem assim respondidas. Teon e Agnesi também trataram a divisão como subtração sucessiva nas aulas observadas.

cognitiva quando comparada com a divisão do tipo quotitiva. Magina, Santos e Merlini (2010, p.14) salientam que "o processo de ensino e de formalização do conceito da divisão inicia-se na 3ª série [4°ano] e, de sobre maneira, por meio de situações partitivas".

Portanto, pelo fato de que as situação-problema do tipo divisão partitiva configuram-se como a porta de entrada para a formalização do conceito de divisão é possível compreender o porquê do percentual superior à divisão do tipo 2, a divisão quotitiva que por sua vez, possui maior grau de complexidade e apresentou percentual inferior.

No que se refere às situações-problema de divisão quotitiva, apurou-se o equivalente a 15,63%, um total de 20 situações dentre o universo de 128 situações de Isomorfismo de Medidas. Uma porcentagem que indica que as situações-problema do tipo divisão quotitiva foram pouco trabalhadas em sala de aula. Dentre o total individualizado, Agnesi propôs 13 situações do tipo divisão quotitiva e Teon propôs apenas 7 situações desse tipo.

Esse quantitativo remete à pesquisa de Merlini, Magina e Santos (2013) que ao realizarem um estudo comparativo entre as situações elaboradas pelos professores e o desempenho dos alunos, foram levados a conjecturar, que "problemas de divisão quotitiva são menos trabalhados em sala de aula" (MERLINI; MAGINA; SANTOS, 2013, p.2663). Tal conjectura, pela presente investigação, tornou-se constatação conforme revelou o percentual apurado e apresentado no quadro 10, no qual é possível verificar que nem Agnesi, nem Teon incluíram em suas atividades avaliativas esse tipo de situação-problema.

No exame das atividades avaliativas foi constatado que ambos os professores propuseram apenas uma[41] situação-problema do tipo divisão partitiva. Esta situação, idêntica para os dois professores, visava avaliar se o aluno sabe resolver situações-problema que envolvem uma divisão de um número natural, composto por três algarismos, por outro de apenas um algarismo no contexto. A diferença é que na atividade avaliativa do professor Teon, a referida situação-problema está acompanhada da alternativa de respostas e na atividade avaliativa da professora Agnesi não há alternativas.

É possível apontar, por conjecturas, a razão para que estes professores tenham excluído as situações-problema do tipo divisão quotitiva de suas avaliações escritas. Esta razão reside na perspectiva de eles não perceberem a diferença entre os tipos de divisão. É o que se pode perceber pela curiosidade expressada em um questionamento feito pelo professor Teon: "Vem cá? Eu trabalhei esses dois tipos de divisão aqui? E mais tarde: "[...] é, com

[41] Essa situação-problema será apresentada posteriormente.

certeza essa questão deve ser remediada" (TEON, Sessão Reflexiva nº 2, 30/10/2015).

Sabe-se, com base nas pesquisas de Nehring (2001), que as situações-problema do tipo divisão quotitiva são as que os alunos apresentam maiores dificuldades, por serem mais complexas. Não obstante, vale destacar que Magina, Santos e Merlini (2010) realizaram um estudo no qual foi constatado que o sucesso ou não dos alunos na resolução de problemas do tipo divisão partitiva e divisão quotitiva está mais relacionado com a estratégia utilizada pelo aluno do que com o tipo de situação.

Essa constatação indica ser pertinente que os professores ampliem a quantidade de situações do tipo divisão quotitiva, bem como a qualidade do tratamento das mesmas, o que inclui o incentivo e uso de diferentes representações simbólicas, inclusive com o uso das representações pictóricas, como bem frisam os pesquisadores supracitados.

Sob o enfoque das variáveis cognitivas e sob a égide da Teoria dos Campos Conceituais também se verificou os valores numéricos envolvidos nas situações de Isomorfismo de Medidas, constatando-se que dentre as 128 situações-problema desta categoria, 75 (58,59%) evocam para sua resolução as operações multiplicação e a operação divisão entre valores numéricos baixos, ou seja, os numerais utilizados no enunciado são compostos por algarismos de um dígito e por algarismos que ocupam a ordem das dezenas simples. As demais situações-problema (41,41%, 53 de 128) apresentam em seu enunciado algarismos ocupantes da ordem das centenas simples e também algarismos que ocupam a ordem das unidades de milhar.

Esse percentual supõe a superioridade do princípio aditivo em detrimento do princípio multiplicativo quando da resolução das situações-problema de Isomorfismo de Medidas e supõe a baixa complexidade das situações-problema, pois conforme salienta Vergnaud (2009a, p. 212) "De um modo geral, a complexidade cresce, no interior de uma mesma classe de problemas, com a dificuldade do cálculo necessário. Os números grandes ocasionam mais dificuldades que os números pequenos [...]."

Junto à teorização de Vergnaud compreende-se que para que ocorra o salto para a utilização do procedimento multiplicativo é importante que os professores proponham situações-problema com diferentes graus de dificuldades. Isso inclui o envolvimento de valores de menor e de maior extensão numérica, pois só assim os professores poderão proporcionar a construção de diferentes significados das operações de multiplicação e divisão.

A gradação dos valores numéricos envolvidos nas situações-problema ofertadas aos estudantes é um importante aspecto cognitivo no decurso da história individual e do confronto com as situações-problema. Números compostos por um dígito possibilitam que os

estudantes representem esquematicamente a ação mencionada no enunciado por meio de desenhos, diagramas e adição reiterada, além de possibilitar o cálculo mental baseado na tabuada da multiplicação.

Já o uso do desenho ou grafos relacionais na resolução de uma situação-problema cujo enunciado contém número composto por dois ou mais dígitos, torna a busca da solução um procedimento exaustivo. Assim como a opção de resolver através da subtração sucessiva ou pela adição sucessiva, que vão exigir o controle do cálculo entre as subtrações ou adições e também das interações entre os números.

Uma análise mais amiúde das situações-problema permitiu verificar que a professora Agnesi foi quem mais ofertou situações-problema com valores baixos (54,67%, 41 de 75 situações-problema) uma constatação coadunável com a declaração da professora, que disse:

> Pelo nível deles, dificilmente consigo explorar toda a tabuada da divisão. Termina o ano e eles não aprendem bem a de 5. Eles não tem base para avançar. Posso te adiantar que é um dos conteúdos de matemática que mais me dá trabalho. Eu nem sonho em passar divisão por dois algarismos. [...] São pouquíssimos os alunos que já tem uma noção ( AGNESI, aula n°3).

Por este depoimento, Agnesi revela sua preocupação com o ensino da tabuada, acreditando que a sua apreensão é a base para que os alunos avancem na aprendizagem da divisão por dois algarismos. Essa concepção contrapõe-se à perspectiva de Vergnaud (2009a) que enfatiza que não se deve subordinar a aprendizagem dos algoritmos operatórios ao conhecimento da tabuada decorada. Para este teórico "o inverso é que é verdadeiro: os resultados decorados parecem tanto mais indispensáveis na medida em que os algoritmos são mais bem assimilados" (VERGNAUD, 2009a, p.191).

Por este depoimento, verifica-se que em se tratando da divisão, Agnesi põe a ênfase sobre a tabuada em si e não na compreensão dos conceitos envolvidos nessa operação. A professora também demonstra estar ciente de que o nível de desenvolvimento dos seus alunos está aquém das expectativas de aprendizagem, o que justifica a oferta de situações-problema que envolvem valores baixos.

Teon ofertou situações-problema com valores numéricos maiores (58,49%, 31 de 53 situações-problema) um percentual que está em harmonia com a concepção de que: "no quinto ano o que se espera é que o aluno saiba resolver o procedimento de cálculo" (TEON, Sessão Reflexiva n°1).

Os valores numéricos envolvidos nas situações-problema ofertadas por ambos os

professores permitem dizer que a professora Agnesi ofertou, em sua maioria, situações-problema que promovem a filiação entre o campo aditivo e o campo multiplicativo. Já o professor Teon ofertou situações-problema que propiciam o desequilíbrio entre as situações-problema e a competência dos alunos. Então, este professor ofertou situações-problema que promovem rupturas entre o Campo Conceitual Aditivo e Multiplicativo.

Os valores numéricos envolvidos nas situações-problema constituem um aspecto cognitivo importante para o seu caráter desafiador, pois se o aluno depara-se com uma situação-problema facilmente solucionada por ele, o caráter desafiador da mesma se esvai porque o aluno já possui a competência para responder, já sabe o quê, o porquê e como agir diante desta situação.

As situações-problema pouco desafiadoras evocam apenas um *eskema*, por isso trabalhar apenas com situações-problemas que envolvem somente valores baixos pode não contribuir para ampliar o repertório de *eskemas* dos alunos, sendo relevante que os professores ofertem situações para as quais os alunos não possuem a competência imediata para o tratamento, porque para esse tipo de situação são necessários vários *eskemas*.

A partir da análise desses dados e sob o prisma da Teoria dos Campos Conceituais infere-se que a utilização de valores numéricos de tamanhos variados é de fundamental importância para que os professores promovam associações entre conteúdos, conhecimentos e conceitos, bem como, promovam rupturas para causar o desequilíbrio entre as situações-problema e a competência dos alunos na resolução de problemas dessa categoria. Não obstante, cabe retornar ao referencial teórico, em especial no que tange à importância de o professor agir com cautela para que esse desequilíbrio não seja muito forte, porque assim os alunos também não aprenderão.

Então, resguardadas as devidas precauções[42], considera-se apropositada a opção de Teon em envolver algarismos ocupantes da ordem das centenas simples e também algarismos que ocupam a ordem das unidades de milhar nas situações-problema, bem como trabalhar a multiplicação e a divisão por dois algarismos, pois ainda que alguns alunos estejam aquém das expectativas de aprendizagem é salutar que os professores ofertem aos alunos situações-problema que são relativamente distantes de suas competências e concepções, para desestabilizar e criar as condições para estes alunos desenvolvam seus *eskemas* (VERGNAUD 2013, 2015).

[42] Considerar a Zona de Desenvolvimento Proximal, a linguagem, o contexto e cultura para que os alunos construam novos conceitos.

Ainda no contexto dos aspectos cognitivos, verificou-se o tipo de grandeza mais presente nas situações-problema de Isomorfismo de Medidas. Nesse terreno, constatou-se que o tipo de grandeza mais usado foi a grandeza discreta sendo estas presentes em 75,78% (97 de 128) das situações-problema. Essa constatação não surpreende devido a três fatores: o destaque atribuído ao conjunto dos Números Naturais nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental; ao fato de as grandezas favorecem a representação gráfica, sobretudo quando estão em jogo valores numéricos baixos; e a filiação entre os Campos Conceituais.

Essa constatação foi obtida pelo percentual relativo às temáticas das situações-problema quando da análise baseada nas variáveis informacionais que além da temática, deram conta se a situação-problema possui dados suficientes para a sua resolução, bem como desvelaram a forma de apresentação das informações. A seguir, é apresentada a análise com base nas variáveis informacionais.

#### 4.1.2.2 As Situações de Isomorfismo de Medidas: variáveis informacionais

Conforme anteriormente destacado, a partir das variáveis informacionais examinou-se o enunciado das situações-problema atribuindo a ele grande valor para a gestão dos processos de desestabilização e a estabilização dos *eskemas* dos alunos, uma vez que as formas como são formulados e apresentados acarretam importante diferenças procedimentais e conceituais. Estudos como o de Nehring (2001) e de Moura (2007) lançam luz a esse entendimento, que precedeu e perpassou todo o exame do enunciado de cada uma das 128 situações-problema.

Então, no que tange às variáveis informacionais, foi apurado que as 128 situações de Isomorfismo de Medidas possuem dados suficientes para a sua resolução, o que denota a boa elaboração ou correta eleição das situações-problema por parte dos professores. Também foi verificado que os enunciados não contêm excesso de dados sendo apresentados de forma objetiva e concisa, de modo que não havia neles, informações que não seriam utilizadas para o cálculo numérico. Nesse sentido, essa constatação corrobora que "há o hábito, na escola elementar, de fornecer enunciados que não contém outra coisa senão as informações necessárias e suficientes" (VERGNAUD, 2009a, p. 293).

Ante essa constatação defende-se, com base na proposta teórica dos Campos Conceituais, a necessidade da introdução voluntária de informações desnecessárias nos enunciados das situações-problema, pois como bem frisa Vergnaud (2009a, p.293) "[...] é também necessário habituar a criança a receber enunciados onde constam informações inúteis,

as quais, consequentemente, ela deverá deixar de lado [...]".

A prática profissional desta investigadora como professora nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental possibilitou vivenciar situações de aprendizagem nas quais os alunos desprezam o enunciado da situação-problema e focam apenas nos valores numéricos nele contidos. Durante esta pesquisa, mas precisamente durante as observações das aulas, cenários semelhantes a esse foram observados na sala de aula de Agnesi e de Teon.

Justificando-se essa defesa e posicionamento, explica-se que situações-problema com informações excedentes ao cálculo numérico favorecem o cálculo relacional porque requerem dos alunos uma leitura mais atenta do enunciado para compreender os relacionamentos envolvidos e assim selecionar dados relevantes para a realização do cálculo numérico. Nesse sentido, o enunciado com informações excedentes "[...] pede sempre a busca das informações necessárias e a filtragem das informações suficientes" (VERGNAUD, 2009a, p.213).

Para exemplificar, toma-se a situação-problema de divisão partitiva que foi proposta por ambos os professores em uma das suas atividades avaliativas.

**Figura 19 - Enunciado sem excesso de dados**

João possui uma coleção com 648 carrinhos em miniatura e quer guardar em 4 saquinhos de tecido. Quantos carrinhos ficarão em cada saquinho?

Fonte: Atividade avaliativa (2015).

Uma possível informação excessiva ao cálculo numérico seria: João é um garoto de 7 anos. Ele gosta de colecionar objetos. João possui uma coleção com 648 carrinhos em miniatura e quer guardar em 4 saquinhos de tecido. Quantos carrinhos ficarão em cada saquinho?

Observa-se que a inclusão dessa informação não alteraria a solução da situação-problema. Todavia, com a inclusão do número 7 mesmo que o aluno faça a clássica pergunta sobre qual operação deve ser aplicada, ainda assim será forçado a interpretar o enunciado para capturar os dados relevantes para o cálculo numérico já que nem todos os números contidos no enunciado são usados para obter a solução.

Esse processo culmina na ampliação da competência dos alunos no cálculo relacional e contribui para que os mesmos ampliem o repertório de seus *eskemas*. No entanto, vale frisar que intencionalidade e cautela devem estar atreladas ao planejamento e oferta de

enunciados com esta característica.

Ainda sob o enfoque das variáveis informacionais verificou-se a forma de apresentação das informações, pois segundo Vergnaud (2009a, p.213) “a forma pela qual as informações são apresentadas tem, naturalmente, um papel na complexidade dos problemas”. Então, buscou-se capturar as representações simbólicas contidas no enunciado. Nesse enfoque, foi constatado que os enunciados das situações-problema foram construídos pela combinação de palavras e números (76,19%). Outros construídos com a utilização de desenhos e tabelas como parte do enunciado (23,81%).

A temática das situações-problema também compõe as variáveis informacionais que modelam o enunciado. Em termos vergnaudianos, a temática das situações-problema é o tipo de conteúdo e a relação focalizada, ou seja, a temática envolve “o conteúdo dos problemas, o domínio de relações ao qual eles fazem referência” (VËRGNAUD, 2009a, p.214) e possuem papel importante.

Sabe-se que a categoria de situações-problema de Isomorfismo de Medidas aglutina temáticas que instituem relações de proporcionalidade simples entre agrupamento da mesma cardinalidade (objetos do mundo real), preço constante (mercadorias e relações comerciais das mesmas), velocidade média constante (duração e distância), entre outras situações (VERGNAUD, 1990; ZARAN; SANTOS, 2012). Diante disso, fez-se a transformação do enunciado de cada situação-problema em unidades de registro para quantificar as situações a partir da temática abordada por cada uma delas.

Com o procedimento supracitado apurou-se que 62 (48,44%) situações-problema envolvem quantidade total de distribuição de objetos, 35 (27,34%) versam sobre formação de grupos, equipes e times, 17 (13,28%) tratam sobre bens e custos e 14 (10,94%) tempo e distância.

Essa ampla variedade de temáticas proporcionam ao aluno a oportunidade de utilizar o conhecimento aprendido em situações de sua vida. Ao escolher situações próximas ao contexto real dos alunos, os professores estão destacando a função pedagógica das situações-problema e com isso “o conhecimento passa a ser concebido como uma sucessão de adaptações que o aluno realiza sob a influência de situações que ele vivencia na escola e na vida cotidiana” (PAIS, 2002, p.53).

Foi este percentual que conduziu à identificação do tipo de grandeza mais usada pelos professores, pois o valor associado às duas temáticas mais presentes nas situações-problema, quais sejam: distribuição de objetos e a formação de grupos, equipes e times correspondem “às medidas dos conjuntos de objetos isoláveis, aos cardinais: 1, 2, 3, 4, 5,...

etc.” (VERGNAUD, 2009a, p.198). São, portanto, valores pertencentes ao Conjunto dos Números Naturais (inteiros positivos), representantes das grandezas discretas.

A seguir a análise das situações de Isomorfismo de Medidas com base na última categoria das variáveis didáticas: as variáveis ergonômicas.

### 4.1.2.3 As Situações de Isomorfismo de Medidas: variáveis ergonômicas

Com apoio nas variáveis ergonômicas buscou-se capturar as situações-problema que evocam duas ou mais operações ou a repetição de uma mesma operação na sua resolução. Esse tipo de situação-problema apresenta maior grau de complexidade quando envolve operações distintas porque apresenta ritmo de exploração, reflexão e hesitação maior do que aquelas que requerem apenas uma operação. No enunciado há maior número de dados e a leitura interpretativa é mais complexa porque mesclam, em alguns casos, as estruturas aditivas e as estruturas multiplicativas. Assim, são propícias para causar o desequilíbrio das competências dos alunos e favoráveis para ampliação do cálculo relacional.

No conjunto de situações de Isomorfismo foram encontradas apenas 3 situações-problema de estrutura mista. Estas situações não foram propostas no mesmo dia e foram capturadas no caderno da aluna de Teon. Agnesi não ofertou situações com essa estrutura matemática em todo o período letivo analisado.

Considerando-se os esquemas de resolução propostos por Vergnaud (2009a) verifica-se que duas dessas situações-problema evocam as operações divisão e adição para encontrar a solução e 1 situação-problema requer uma multiplicação e uma subtração para responder ao questionamento posto. Esta última é apresentada pela figura 21 seguinte, ilustrando as situações-problema de estrutura mista.

**Figura 20 - Situação-problema de estrutura mista**

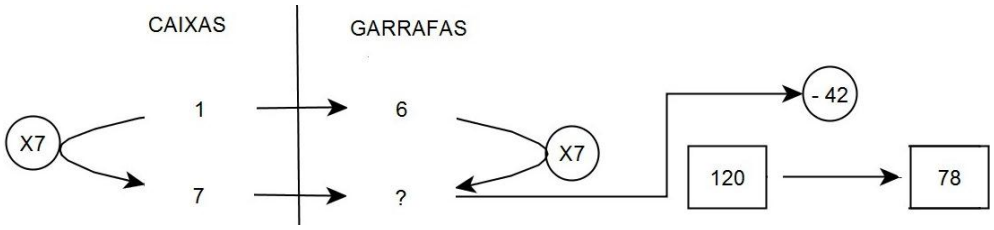
| |
|---|
| Um comerciante quer colocar 120 garrafas em caixas em que cabem 6 garrafas retornáveis cada uma. Ele já montou 7 caixas completas. Quantas garrafas ainda não foram colocadas nas caixas? |

Fonte: caderno da aluna de Teon (2015).

Esta situação-problema envolve os mesmos recursos, habilidades e conhecimentos requeridos para a resolução de situações-problema pertencentes à categoria de Isomorfismo de

Medidas. Porém, a solução da mesma também requer os meios intelectuais relativos à transformação de quantidades na busca do estado final, conforme é possível observar na figura 22 que apresenta uma das formas que podem ser utilizadas pelos estudantes para encontrar a solução desta situação-problema.

**Figura 22 - Resolução da situação-problema de estrutura mista**




Fonte: Elaborado pela pesquisadora (2015).

Com o procedimento escalar aplicou-se o operador (x7) obtendo-se a quantidade de garrafas que já foram colocadas na caixa (6x7 = 42). Após esse procedimento, próprio do campo multiplicativo, adentrou-se no campo aditivo evocando-se um novo esquema, sendo este exclusivo do campo das estruturas aditivas, para assim encontrar a solução da situação-problema.

Por não terem sido apresentados anteriormente, convém informar o significado dos símbolos ali usados. Então, o retângulo corresponde ao número natural que representa a quantidade do objeto (120 garrafas e após a transformação 78 garrafas). O círculo corresponde ao número relativo que representa a transformação que a quantidade do objeto sofreu (- 42) no caso da situação-problema focalizada, este número foi obtido através do operador escalar. A flecha horizontal representa uma transformação ou uma relação e o símbolo $+$ representa a lei de composição relativa à aplicação de uma transformação sobre uma quantidade, isto é, a adição de um número natural (120) a um número relativo (-42) cuja equação correspondente é: $120 + (-42) = 78$ sendo este último número a resposta da situação-problema (VERGNAUD, 2009a).

Verifica-se que a resolução desta situação-problema, assim como daquelas que são similares a ela, obriga os alunos a combinar, descombinar e recombinar seus *eskemas* a partir do cálculo relacional e do cálculo numérico nela envolvidos. Isto porque a operação de pensamento essencial para a compreensão dos relacionamentos envolvidos nesse tipo situação-problema demanda mais tempo e requer decisões como: quais as operações que serão utilizadas, quais as quantidades que devem ser selecionadas e a sequência a ser seguida.

Cogita-se que o professor Teon percebeu que tais situações-problema apresentam um grau de desafio que aflora o potencial do aluno e assim considerando, propôs em sala de aula. Não obstante, no caderno consultado a situação-problema não havia indícios de que a aluna tentou solucioná-la. Já as outras, de estrutura mais simples que foram apresentadas junto a ela estavam com a resolução e com visto de correção. Portanto, constatou-se o total abandono desta situação-problema o que leva a inferir que a intenção do professor em desequilibrar as competências da aluna foi apropositada, todavia, pouco frutífera.

Com estas considerações encerra-se o exame das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas que foram propostas aos estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental. Acredita-se que as informações anteriormente delineadas atendem satisfatoriamente ao questionamento sobre quais as características de tais situações-problema a partir das variáveis informacionais, cognitivas e ergonômicas.

Em síntese, as análises e reflexões provenientes do exame supracitado possibilitam inferir que para menear os alunos nas trilhas multifacetadas de um Campo Conceitual os professores devem atentar para a ação dos estudantes e a organização da conduta, bem como para o sentido e o significado das situações e dos símbolos. Assim considerando, apresenta-se na seção seguinte a análise dos processos de observação e reflexões vivenciados com os professores, sujeitos desta pesquisa, sobre o ensino das situações Multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental.

## 4.2 ENTRE O ESCRITO E O VIVIDO: OBSERVAÇÕES E REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DAS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS

Nesta seção são apresentados os dados obtidos através das observações de três aulas ministradas por cada um dos sujeitos desta pesquisa juntamente com os dados originados em três Sessões Reflexivas (SR) realizadas individualmente com os dois professores.

Para circunscrever os atos de mediação docente de Agnesi e de Teon no percurso entre o escrito e o vivido, o qual foi nomeado processo didático, foi solicitado aos professores, por ocasião da terceira visita à escola campo de pesquisa, que elaborassem um plano de unidade didática. Trata-se de um planejamento para um conjunto de três aulas envolvendo a resolução de situações-problema que evocam a multiplicação e divisão para a solução.

No âmbito das Sessões Reflexivas, os professores foram convidados a refletir acerca do processo didático vivenciado por eles para o ensino de situações multiplicativas de

Isomorfismo de Medidas, nas aulas por eles planejadas e desenvolvidas. Tais sessões foram concebidas como uma proposta de reflexão sobre a ação ou como denomina Perrenoud (2002) de uma reflexão fora do impulso da ação, porque os professores foram convidados a refletir "sobre o que ocorreu, [...] sobre o que fez ou tentou fazer, sobre os resultados de sua ação" (PERRENOUD, 2002, p. 36). Nesses moldes, fez-se uma retrospecção e uma reconstrução mental das ações em sala de aula com o objetivo de analisá-las.

A pesquisadora teve a função de refletir com os professores acerca do processo didático, trazendo à baila os atos de mediação docente que foram observados e anotados no caderno de campo e promovendo a discussão sobre os conceitos e operacionalização da Teoria dos Campos Conceituais, em especial sobre as questões didáticas e conceituais relacionadas às situações multiplicativas da categoria focalizada nesta pesquisa.

Na oportunidade, o plano de unidade didática foi usado como suporte nas reflexões, assim como algumas das situações-problema propostas pelos professores em sala de aula, para ilustrar as classes pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas e apresentar a estrutura matemática de cada classe, as relações enredadas no enunciado e as estratégias requeridas para a resolução das situações-problema (operador escalar e operador funcional).

Nesse percurso, considerou-se com Vergnaud (2006, 2007) que o conceito de *eskema* também é válido para refletir sobre os atos de mediação docente porque diz respeito não só à ação do sujeito, mas também aos seus objetivos e expectativas. Desta forma, tomou-se para análise tanto a ação quanto o universo dos invariantes operatórios que alimentaram e regularam a ação dos professores e que foi parcialmente representado nas suas linguagens.

Assim, a realização das Sessões Reflexivas possibilitou a descrição e análise sobre o previsto no plano de aula e o vivido durante a aula, buscando contemplar todo o percurso entre o saber escolar e o saber ensinado a partir da reflexão sobre a ação, a intenção e os resultados.

Essa etapa da investigação aconteceu em paralelo à observação das aulas no período compreendido entre outubro e novembro de 2015. Numa dinâmica que envolveu a observação da aula e no dia seguinte a reflexão sobre a mesma. No total foram realizadas seis Sessões Reflexivas (SR) sendo três com cada um dos sujeitos, nos dias destinados aos respectivos planejamentos e nas dependências da escola.

A condução das Sessões Reflexivas seguiu o mesmo trajeto de abordagem com ambos os professores. A cada início, fazia-se o exame retrospectivo da aula observada através da narrativa das situações de aprendizagem, bem como, a avaliação acerca do

desenvolvimento destas. Após a narrativa da aula, cada professor elegeu e refletiu sobre o momento de sua aula que julgou ser o mais significativo. Em seguida, fez-se a discussão teórica e a relação entre a teoria e a prática docente.

As reflexões teóricas foram iniciadas a partir dos princípios e conceitos-chave da Teoria dos Campos Conceituais. Desta forma, na primeira Sessão Reflexiva abordaram-se questões inerentes ao tripé conceitual e à noção de *eskema*, na segunda Sessão Reflexiva foram apresentadas as situações-problema de Isomorfismo de Medidas e os aspectos didáticos, conceituais e cognitivos nos moldes do apresentado por Santos (2015) e a terceira Sessão Reflexiva foi composta pelas discussões sobre a abordagem da multiplicação e da divisão na escola.

Mantendo o mesmo nível de compromisso e responsabilidade, os professores fizeram a leitura dos textos previamente, pontuando dúvidas sobre o mesmo e expondo-as nos momentos destinados às Sessões Reflexivas. Também destacaram os aspectos mais relevantes da teoria e esboçaram suas considerações sobre os contributos da mesma para sua atividade em sala de aula.

Cumpre frisar que a abordagem teórica não teve a pretensão de esgotar as discussões em torno dos construtos teóricos, mas sim aproximar os professores à proposta teórica dos Campos Conceituais, de modo que pudessem refletir sobre suas práticas à luz da teoria vergnaudiana, tendo como objeto de análise as aulas circunscritas nesta pesquisa.

Tais aulas foram observadas a partir do roteiro anteriormente apresentado o qual foi dividido em dois eixos: as competências conceituais e as competências didáticas dos docentes. A construção do roteiro de observação foi realizada com apoio na noção teórica de homomorfismo[43] (VERGNAUD, 1994a) o qual possibilita a descrição das relações entre as representações simbólicas e a conceitualização. Portanto, as observações das aulas estão fincas no terreno da representação da realidade, tanto no plano dos significantes (representações simbólicas) quanto no plano dos significados (invariantes, regras de ação, inferências).

Desta forma, no eixo das competências conceituais foram observados os saberes envolvidos na promoção da conceitualização do conhecimento matemático durante as aulas com o desígnio de capturar quais as situações-problema de Isomorfismo de Medidas foram ofertadas pelos professores para dar sentido aos conceitos, bem como quais as representações

[43] "[...] Aplicação de um conjunto em um outro que respeita certas estruturas relacionais do conjunto de partida e do conjunto de chegada. Homomorfismo significa 'mesma forma' ou 'mesma estrutura' ( VERGNAUD, 2009a, p.297).

simbólicas e verbais (escritas e orais) utilizadas pelos professores no tratamento dessas situações multiplicativas.

Nessa linha de interpretação, as competências didáticas dos professores foram observadas a partir dos atos de mediação docente no que tange ao percurso de abordagem das situações-problema, os recursos materiais que os professores utilizaram para ministrar suas aulas, o estilo de medição (se provocativo ou explicativo), a forma como os professores orientam os alunos na identificação das relações existentes nas situações multiplicativas de isomorfismo de Medidas, bem como se os mesmos auxiliam seus alunos no raciocínio para a resolução das situações-problema.

Ainda no terreno das competências didáticas buscou-se verificar se os professores incentivam seus alunos a desenvolverem suas representações e a fazer inferências ao longo do processo de resolução e também se os professores utilizam interação verbal para debater sobre os procedimentos e representações utilizadas para a resolução das situações multiplicativas propostas nas aulas.

Estes foram os principais veios de reflexão e análise do percurso entre o escrito e o vivido no ensino das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas propostas aos estudantes no 5° ano do Ensino Fundamental. A seguir apresenta-se a análise do planejamento dos professores.

### 4.2.1 O Escrito: análise do plano de unidade didática

A proposta teórica dos Campos Conceituais aponta que a conceitualização deve possuir centralidade nas atividades de ensino e de aprendizagem. Assim considerando e também compreendendo que o planejamento dos professores revela aspectos de suas competências conceituais e didáticas fez-se a análise do plano de unidade didática elaborado pelos professores buscando-se perceber o lugar da conceitualização no planejamento dos professores.

Nesse sentido, o planejamento de Agnesi deu pistas relevantes sobre os saberes envolvidos na promoção da conceitualização do conhecimento matemático, a começar pelo termo usado para identificar o conteúdo abordado. A professora registrou: “problemas multiplicativos” optando por planejar o trabalho com as operações de multiplicação e divisão de forma conjunta aproximando-se, desta forma, da proposta vergnaudiana, no que tange ao trabalho paralelo e não linear de tais operações.

Considera-se que o termo utilizado pela professora para designar o conteúdo

matemático a ser trabalhado reporta para as relações existentes entre as operações de multiplicação e de divisão e para o vínculo relacional entre os conceitos multiplicativos, os invariantes operatórios e os signos que os representam. Desta forma, o termo contrai, pela teia de significância, a ideia de que tais componentes se consubstanciam e são matematicamente interdependentes.

O planejamento das aulas antecedeu as discussões teóricas, todavia, na ocasião do planejamento os professores já estavam de posse dos textos de referência, o que permite cogitar que o acesso aos referidos textos tenha influenciado a opção de Agnesi em planejar aulas nas quais seriam trabalhadas tanto situações envolvendo multiplicação quanto situações envolvendo divisão, pois a leitura dos textos conduz ao entendimento de que a segregação do multiplicar e do dividir deve ser evitada.

No espaço para registro dos "Tipos de Situação de Aprendizagem" no qual foi feita a identificação das atividades que seriam realizadas durante a aula, a professora apresentou um arranjo de suas ações que foram dispostas numa ordem sequencial que sinaliza que a professora interessa-se pelos caminhos trilhados pelos alunos para resolver as situações-problema. A ação de "observar como cada um resolve os problemas e auxiliar aqueles que demonstram dificuldades" (AGNESI, plano da aula n° 2) aponta esse interesse, que tem harmonia com a proposta teórica dos Campos Conceituais. Sobre a ação docente, Vergnaud (2009a, p.313) salienta que:

> [...] é tarefa do professor, e mesmo que ele não disponha de qualquer outro testemunho se não aquele fornecido pela observação dos comportamentos da criança, buscar a parte das relações que ela, criança [aluno], bem compreendeu, a parte que ela compreendeu de modo confuso, e a parte daquelas que ela ignora pura e simplesmente.

O entendimento que se desprende dessa assertiva leva a considerar como apropositados os objetivos específicos relativos à primeira aula planejada pela professora: "Levantar conhecimentos prévios dos alunos sobre conceitos multiplicativos" e "Discutir diferentes estratégias de resolução de problemas multiplicativos" visto que remetem aos saberes já compreendidos e ignorados pelos alunos.

Em relação à segunda aula, a professora visou "Ampliar conhecimentos sobre conceitos multiplicativos" e "Perceber a relação entre divisão e multiplicação" (AGNESI, plano da aula n° 2). Tais objetivos específicos estão em consonância com o trabalho com campos conceituais porque aponta para o entendimento de que a multiplicação está conectada com a divisão e com outros conceitos multiplicativos de forma que "[...] todos esses entes ou

conceitos estão presentes ao mesmo tempo, desde os primeiros problemas que os alunos devem resolver" (D'AMORE, 2007, p. 36).

Ainda no plano de Agnesi, observou-se um desvio do conteúdo proposto, pois os problemas multiplicativos perderam espaço para o ensino do algoritmo da divisão. Esse desvio é registrado no planejamento da aula de n° 3 que teve como fator fulcral a compreensão da ideia de divisão não exata.

Ao indicar os tipos de situações de aprendizagem propostos para a referida aula, a professora registrou como primeira ação: "entregar aos alunos, em folha xerocopiada, problemas que envolvem adição, subtração, multiplicação e divisão e solicitar que tentem identificar a operação usada para resolver cada problema" (AGNESI, plano da aula n°3). A professora também informou a presença de um problema com divisão não exata e destacou a ação de "[...] pedir que os alunos tentem resolver apenas esse problema" (AGNESI, plano da aula n°3). Todas as demais ações elencadas estão voltadas para a explicação do algoritmo da divisão.

Nesse sentido, o planejamento da terceira aula apresenta distanciamento das ideias teóricas de Vergnaud, estando em consonância com o ensino tradicionalista no qual há a apresentação da operação aritmética e do algoritmo a ela relativa.

No caso do professor Teon, o plano de unidade didática elaborado por ele conota a prática escolar habitual do ensino linear das operações de multiplicação e divisão. Este professor optou por trabalhar na primeira aula situações-problema envolvendo a multiplicação, na segunda aula: situações-problema envolvendo divisão e na terceira aula um conjunto de situações-problema composto pela operação de multiplicação e pela operação de divisão.

Cogita-se que suas intenções pedagógicas repousam na concepção de currículo na qual os esforços pedagógicos e a intenções educativas devem seguir uma sequência lógica de conteúdos, conforme critica Santos (2015, p.100): "primeiro se aprende a adição, depois a subtração e, em seguida, a multiplicação e a divisão"

Para trabalhar com a multiplicação, na primeira aula, o professor registrou como objetivos: "Reconhecer a multiplicação como uma situação que representa elementos com fatores iguais" e "Analisar, interpretar e resolver problemas do cotidiano envolvendo multiplicação" (TEON, plano da aula n° 2). De fato, "a adição reiterada de uma mesma medida permite definir a multiplicação de uma medida por um número" (VERGNAUD, 2009a, p.163), mas a multiplicação está para além desta definição, que possui limitações didáticas, conceituais e cognitivas conforme anteriormente debatido (SANTOS, 2015).

Para esta aula, Teon planejou ações como: “Verificar se os cálculos satisfazem a resolução do problema” e “Examinar as soluções obtidas” (TEON, plano da aula n° 2). Tais ações sinalizam que professor preocupa-se com a forma como os alunos resolvem as situações-problema, sendo tal preocupação atrelada à lógica estrita do correto x errado, principalmente com relação aos cálculos, e não com as operações de pensamento utilizadas pelos alunos na busca das soluções das situações-problema.

Para trabalhar com a operação de Divisão, na segunda aula, o professor planificou os seguintes objetivos: “Reconhecer a divisão como operação inversa da multiplicação” e “Analisar, interpretar e resolver problemas cotidianos que envolvem a operação divisão” (TEON, plano da aula n° 3).

A planificação desses objetivos sinaliza que o trabalho com a operação de divisão é circunscrito ao plano dos números e dos operadores numéricos, pois somente nesse plano que a divisão e a multiplicação são inversas uma da outra. No plano conceitual, a divisão, como regra operatória, não se apresenta como o inverso da multiplicação, visto que “o verdadeiro resultado [da divisão] é o par (quociente, resto), podendo o resto ser nulo” (VERGNAUD, 2009a, p. 190).

A sequência de ações apontada por Teon: “Identificar o que o problema pede”. “Usar notação adequada para a solução”, “ Solucionar o problema” (TEON, plano da aula n° 3) registram uma dinâmica que envolve a conversão da linguagem escrita (enunciado do problema) em representação numérica (algoritmo da operação). Tal dinâmica indica uma abordagem que reduz o tratamento das situações-problema ao cálculo, suprimindo a compreensão conceitual da operação envolvida.

Ao examinar o plano de Teon para esta segunda aula, não se percebeu o espaço do aluno como sujeito ativo no processo, pois ainda que os objetivos específicos estivessem voltados aos alunos, as ações descritas no campo das situações de aprendizagem estavam voltadas para o professor, isso se tornou evidente, principalmente na última ação indicada naquele espaço: “Distribuir um teste para os alunos responderem individualmente”.

Desta forma, o professor Teon planejou uma aula na qual almeja que seus alunos saibam analisar, interpretar e resolver situações-problema a partir da observação do percurso que ele, Teon, segue para encontrar a solução.

Para a terceira aula, o professor registrou como objetivo: “Resolver problemas matemáticos que envolvem as operações de multiplicação e divisão” e elencou como situações de aprendizagem a correção do teste da aula anterior e a distribuição dos alunos em grupos para resolução de situações-problema. O professor também registrou o uso de

calculadora para validação das soluções encontradas. Este planejamento, segundo informação do professor Teon, está direcionado para fechar o ciclo das aulas observadas, configurando-se como um plano de "análise da aprendizagem dos alunos" (TEON, Sessão reflexiva nº 3, 20/11/2015).

A análise do planejamento de Teon junto a esta informação permite inferir, à luz dos pressupostos vergnaudianos e com suporte em Santos (2015) que paira sobre o planejamento do professor Teon uma ilusão pedagógica de que uma exposição clara, organizada e rigorosa é suficiente para que os alunos aprendam.

### 4.2.2 O vivido: reflexões e observações das aulas

As observações das aulas de Teon foram realizadas em duas quintas-feiras do mês de outubro de 2015 e uma quinta-feira do mês de novembro de 2015. Pela dinâmica estabelecida para a realização da presente pesquisa, as sessões reflexivas com Teon foram realizadas nas sextas feiras subsequentes.

Por questões particulares da pesquisadora, não foi possível coletar dados com Teon em três semanas consecutivas, não obstante, manteve-se a dinâmica de observar a aula e no dia posterior realizar as sessões reflexivas. As sessões reflexivas com este professor tiveram uma duração total de 4h35min. Já as aulas de Agnesi foram ministradas e observadas em três terças-feiras consecutivas sendo duas no mês de outubro de 2015 e uma no mês de novembro de 2015 e as sessões reflexivas nas quartas-feiras subsequentes, com duração total de 5h10min.

Em todas as aulas o quadro e seus acessórios foram os principais recursos materiais utilizados pelos professores, todavia, Agnesi utilizou na primeira aula recortes de anúncios e Teon usou um livro didático e também calculadoras.

As aulas de Agnesi foram trabalhadas num ritmo compassado, com suficiente fluência e nos limites do horário destinado para as aulas da disciplina matemática: 50 minutos. Nesse viés, verificou-se que Agnesi administrou o tempo pedagógico uniformizando seu próprio ritmo e o ritmo dos alunos na realização das atividades com os "ritmos e padrões regidos pelo tempo dos relógios" (COSTA; CUNHA, 2008, p. 3).

No caso de Teon as aulas, cujo tempo médio foi de 41 minutos, foram desenvolvidas com cadência e domínio do conteúdo. Soma-se a estes, o domínio de turma manifestado por Teon que com elegância, brandura e firmeza manteve em todas as suas aulas a disciplina e o silêncio favoráveis para a explicação e realização das atividades propostas.

Antes de tornar mais visíveis as competências conceituais e didáticas dos professores no tratamento das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas durante as aulas observadas vale relembrar que não há garantias de que o conteúdo matemático ensinado pelos professores tenha sido aprendido pelos alunos.

Essa assertiva ganha eco nas palavras do professor Gasparin (2008) que destaca que mesmo que o professor faça um bom planejamento e se esforce em suas aulas, que tenha o conhecimento científico da matéria que ministra e que utilize métodos adequados de ensino-aprendizagem, ainda assim, não há garantias de aprendizagem porque outras variáveis interferem no processo didático.

Nos limites do que se propôs a investigar, não cabe tratar de tais variáveis. Todavia, julga-se importante apontar alguns fatores ambientais observados durante o desenvolvimento desta pesquisa para dar visibilidade ao cenário no qual os atos de mediação docente ocorreram, pois "não é possível pensar em práticas de ensino que ocorram no vazio, é necessário situá-las no contexto em que se inserem" (TEIXEIRA; REIS, 2012, p.163).

Desta forma, registra-se que Agnesi possuía na ocasião desta pesquisa, 29 alunos e Teon 27 alunos. As salas que se constituíram como unidades de análise desta pesquisa são salas com pouca ventilação. Em razão disso há um desconforto térmico que é amenizado por ventiladores que em verdade contribuem para gerar mais um desconforto ambiental: o desconforto acústico, pois os ventiladores produzem ruídos intrusivos que competem com a voz dos professores.

O desconforto térmico acaba por influenciar a organização dos espaços das salas de aula. Na etapa de adaptação ao local de coleta de dados foi observado que alguns alunos procuravam colocar suas cadeiras próximas aos ventiladores e desta forma a sua disposição, ao final das aulas, era um misto de carteiras dispostas em filas e cadeiras agrupadas. Não obstante, foi observado que os professores iniciavam as aulas com as cadeiras dispostas de formas variadas: em filas e colunas, em círculo e em grupos.

O desconforto térmico também produzia interferências nas aulas no que tange à saída de alunos da sala. Foram constantes os pedidos dirigidos aos professores para retirarem-se da sala de aula rumo ao bebedouro para saciar a sede provocada pelo calor e para encher *squezes.* As salas de aula do 5º ano do Ensino Fundamental da escola campo de pesquisa são separadas por uma parede e as informações anteriores aplicam-se tanto à sala de Teon quanto à sala de Agnesi cujos atos de mediação e reflexões serão descritos a seguir.

#### 4.2.2.1 Agnesi: suas aulas e reflexões

Para a primeira aula, a professora selecionou 7 situações-problema que foram escritas no quadro. Os enunciados das situações-problema estavam relacionados com anúncios de produtos variados que foram distribuídos para os alunos. Por isso, a estrutura matemática de algumas situações-problema parecia estar incompleta, como é possível observar pelo seguinte enunciado: "Joana foi ao supermercado e comprou dez pacotes de biscoito recheado. Qual o valor da compra de Joana?".

A ausência do valor do pacote de biscoito recheado, que é uma informação importante para que o questionamento seja respondido, não significa que faltam dados no enunciado, pois essa informação estava nos folhetos que a professora distribuiu. Desta forma, os folhetos com anúncio de variados produtos faz parte da estrutura matemática desta situação-problema e forçaram um percurso de resolução que se iniciou pela leitura do enunciado, consulta aos folhetos e aplicação das técnicas operatórias.

Em verdade, o que se percebeu foi a intenção da professora em vincular a aprendizagem com a vida cotidiana dos alunos e com isso, aumentou a complexidade de algumas das situações-problema com a omissão das informações necessárias para alcançar a solução dessas situações-problema.

Desta forma, as informações pertinentes à solução da situação-problema estavam "submersas entre outras em um texto, [...] apresentadas de tal forma que a criança [aluno] reconhece implicitamente que ela tem diante de si as informações necessárias e suficientes para a solução" (VERGNAUD, 2009a, p.213).

Para trabalhar com as situações-problema nesta primeira aula, a professora organizou seus alunos em 4 grupos entregou a eles anúncios de produtos variados, solicitando que, em grupo, discutissem e encontrassem a solução para o conjunto das 7 situações-problema. A professora aguardou que os alunos copiassem e respondessem as situações-problema no caderno e em seguida pediu que um membro de cada equipe fosse ao quadro para mostrar aos demais os resultados encontrados e as estratégias utilizadas.

O cenário da sala de aula passou então a ser composto por quatro alunos na lousa, com a missão de responder cada um, uma das situações-problema propostas enquanto os demais acompanhavam em suas carteiras. A resolução de cada situação-problema foi realizada pelo grupo de alunos na ordem em que foram registradas pela professora no inicio da aula.

Neste cenário, a professora interagia verbalmente com os alunos, questionando-os

sobre as estratégias e respostas apresentadas e solicitando atenção e organização dos alunos que estavam nas carteiras. Constantemente motivava os alunos proferindo palavras de incentivo e solicitando a participação de todos. A seguir, apresenta-se um exemplo ilustrativo das interações verbais entre a professora e seus alunos. Trata-se de um diálogo estabelecido quando da resolução da situação-problema que apresentava o seguinte enunciado: "A mãe de Laura comprou um jogo de panelas esmaltadas. Quanto custou uma panela desse jogo?".

No caso da situação-problema posta em foco, observou-se que todos os valores numéricos envolvidos estavam contidos no anúncio. O valor do jogo composto por 3 panelas esmaltadas é R$ 29,99. A aluna incumbida de resolver a situação-problema posicionou-se em frente ao quadro e rapidamente escreveu o valor do conjunto de panelas. Ante a solução incorreta, os demais alunos reagiram. Ao som de "tá errado, pequena" (sic). A aluna sorriu acanhadamente, apagou os números que tinha colocado no quadro (29,99) e ficou olhando para seu grupo como quem estava aguardando que lhes dissessem a resposta correta.

Nesse intervalo, a professora estava endereçando atenção aos demais alunos que estavam no quadro. Ao auxiliar a aluna encarregada de apresentar a solução da situação-problema em foco, a primeira atitude da professora foi solicitar que ela fizesse a leitura do enunciado, juntamente com a leitura do folheto pedindo que a aluna prestasse atenção no preço. A resposta da aluna foi:

Aluna: - Tem que fazer a conta.

Agnesi: - Qual conta?

Aluna: - Não sei.

Agnesi: - Pensa bem. Quanto é o conjunto de panelas?

Aluna: - R$ 29,99.

Agnesi: - E quantas panelas têm nesse conjunto?

Aluna: - 3

Agnesi: - E o quê a gente deve fazer?

A aluna raciocinou em silêncio e em seguida passou a responder as perguntas da professora com outras perguntas, demonstrando não estar segura das respostas dadas.

Pelo diálogo acima exposto, é possível perceber que as perguntas da professora não instalavam inquietação e reflexão na aluna, pois são facilmente respondidas a partir da consulta ao folheto configurando como dicas para a aluna saber qual a operação necessária para a resolução. Assim, tais questionamentos visavam à solução da situação-problema e não a descoberta das relações envolvidas no enunciado, de modo que a professora ao tratar a referida situação-problema favoreceu mais o cálculo numérico do que o cálculo relacional.

Em favor do cálculo relacional estão questionamentos que conduzem à interpretação do enunciado tais como os questionamentos sobre o enredo do enunciado, qual a indagação nele contida, se as informações do enunciado são suficientes para obter a resposta ao questionamento e sobre quais as informações relevantes para obtenção da resposta. Porém, as intervenções da professora Agnesi não contribuíram para que a aluna desenvolvesse a capacidade de interpretação, que envolve a leitura, análise e compreensão necessárias para a resolução da situação-problema (SILVA; CASTRO FILHO, 2004), sendo esta a maior dificuldade da aluna e possivelmente daqueles alunos que estavam junto a ela no grupo, pois foi tentada a resolução das situações-problema pelo grupo, antes da chamada ao quadro.

Os questionamentos da professora envolviam a identificação dos dados numéricos do enunciado e as etapas da resolução, sendo que as respostas se apresentam como uma sequência de passos visando ao cálculo numérico: identificação dos números envolvidos 29,99 e 3; sugestão da operação a realizar 29,99 : 3 =?; sugestão da inversão da operação ? x 3 = 29,99. Ou seja, a professora encaminhou a conversa rumo à destreza do cálculo, desprezando o contexto da situação-problema, de modo que a aluna alcançasse a solução rápida e corretamente.

Com isso, foi relegada a estruturação do pensamento junto a inferências e predições, ferramentas analíticas que justificam, analisam, argumentam e confirmam raciocínio quantitativo e qualitativo e que são importantes para o desenvolvimento de novos *eskemas.* Nesse sentido, a representação esquemática do Isomorfismo de Medidas seria mais pertinente para o trato desta e das demais situações-problema pertencentes à categoria de Isomorfismo de Medidas, sobretudo porque a referida representação esquemática facilita a identificação dos quatro termos envolvidos, desvelando desta forma, a relação de proporcionalidade subjacente às situações-problema pertencentes à categoria supracitada. Com efeito, o esquema do Isomorfismo de Medidas, evidencia duas formas de relação utilizáveis no raciocínio, sendo estas: as relações escalares, ou relações entre medidas de mesma natureza e as relações do tipo função entre variáveis, na qual a operação eleita é colocada entre medidas de natureza diferente.

Depois que a aluna identificou a operação evocada pela situação-problema, ela armou a conta na lousa e separou com um apóstrofo (’) o número 29, revelando com essa ação que compreende uma das relações essenciais da divisão de dois números naturais: o dividendo deve ser maior que o divisor. Em seguida a aluna tentou resolver pelo cálculo mental e contagem dos dedos.

Observando que a aluna não estava conseguindo realizar o cálculo, Agnesi

questionou: “Você vai dividir 29 por 3. Quanto da essa conta? Com o silêncio da aluna, a professora lançou outro questionamento: “Qual é a operação inversa da divisão ? “E depois da resposta da aluna: “Então, para você dividir 29 por 3, você pode fazer a tabuada da multiplicação por 3 aqui do lado até achar o número próximo de 29 ou 29”.

Segundo Vergnaud (2009a, p.188) “[...] cálculos acessórios para buscar o algarismo que convêm ao quociente” [...] é uma ajuda poderosa. Portanto, a intervenção da professora nesse aspecto foi pertinente e salutar.

A aluna aceitou o conselho da professora e pôs-se a calcular todos os fatos básicos da multiplicação por três. Nesse passo, a aluna ia acrescentando três ao número do resultado anterior. Essa ação era visível, pois a aluna usava os dedos para contar. Em seguida, realizou a divisão pelo método longo, mostrando desconhecimento de que a divisão é a única operação que se inicia pela esquerda, pois algumas vezes a aluna consultava a tabuada que ela construiu à margem do algoritmo da divisão, relacionava o dividendo com os produtos da multiplicação e ao encontrar os valores próximos efetuava a subtração do dividendo para depois colocar o algarismo do quociente e outras vezes a aluna iniciava pelo algarismo relativo ao quociente.

Diante dessa dinâmica, a professora ficou em silêncio deixando para explicar para a turma o algoritmo da divisão quando a aluna já havia obtido a solução da situação-problema, momento no qual a professora, apoiando-se no cálculo que a aluna fez no quadro, apresentou os termos da referida operação e aplicou a operação de multiplicação para provar que o cálculo estava correto. A professora fez o mesmo em todas as situações-problema respondidas pelos outros alunos, de modo que também apresentou os termos da multiplicação a partir das situações-problema nas quais esta operação era requerida.

A observação dessa aula revela que as intervenções da professora não oportunizaram o entendimento conceitual e pouco contribuíram para o entendimento procedimental do algoritmo convencional, visto que a professora manteve o silêncio enquanto a aluna lidava com o algoritmo sem relacionar os números e sem refletir sobre os mesmos. Também revela que no tratamento da situação-problema em foco, os conceitos-em-ação (categorias de entendimento) e teoremas-em-ação (escolha da sequência de operações) estão estritamente relacionados com as operações de adição e de subtração e não com a multiplicação e divisão.

Ao destacar o momento mais significativo desta primeira aula, Agnesi falou:

> [...] Foi o trabalho em grupo com os folhetos de promoção porque nesse momento os alunos puderam aprender as operações de forma contextualizada porque viram como usar a matemática na vida diária. Às vezes o aluno não gosta ou não sabe da

> Matemática porque não associa o conteúdo com a vida do cotidiano. Com certeza esses alunos já foram fazer compras com a mãe ou o pai, um parente [...]. Então, eu achei que este foi o momento mais significativo da aula (AGNESI, sessão reflexiva nº 1, 21/10/2015).

Embora Agnesi tenha sinalizado o trabalho em grupo como momento mais significativo, a ênfase recaiu sobre a atividade escrita e o material que ela utilizou nesse trabalho. Então, depurando-se o momento apontado por Agnesi como o mais significativo da primeira aula foi possível perceber que a essência do mesmo reside no seguinte tema: matemática contextualizada.

O que se percebe é que está implícito aos atos de mediação dessa professora, o entendimento de que a aprendizagem significativa resulta da interação entre as situações cotidianas e as situações de aprendizagem, apontando, nesse particular, na mesma direção das ideias teóricas de Vergnaud.

Ante ao destaque do momento mais significativo da primeira aula, é possível inferir que Agnesi percebe a importância do conhecimento desenvolvido pelos alunos, em suas experiências e interações individuais com o meio social e com os outros mediadores e faz uso deles em sala de aula. Desta forma, Agnesi buscou a recuperação do conhecimento cotidiano para a produção do conhecimento escolar na tentativa de fazer seus alunos descobrirem novas relações e novos conceitos de maneira ativa.

Conforme a dinâmica de realização desta pesquisa, a primeira aula observada foi objeto de análise e reflexão no âmbito da Sessão Reflexiva n° 2. Nessa ocasião, também ganhou destaque a seguinte frase: "[...] os alunos gostam de ir ao quadro [...]". Nesse sentido Agnesi destacou que:

> [...] Nem sempre é fácil trabalhar com esses alunos, embora seja uma turma boa às vezes é difícil [...], eles gostam de socializar respostas, fazer apresentações, competição entre equipes, essas coisas. Eu não gosto de desvalorizar o que cada um consegue fazer, mas na medida do possível eu uso essas estratégias para motivar (AGNESI, sessão reflexiva nº 2, 28/10/2015).

As considerações de Agnesi remetem às duas dimensões do aprender: afetividade e cognição e a acepção do prazer nos moldes do apregoado por Vergnaud (2015) conforme já foi apresentado no capítulo II desta dissertação[44]. Suas ponderações avançaram no sentido de que ela atenta para as reações dos alunos tanto a nível cognitivo quanto a nível afetivo, com o intuito de perceber se o clima da aula está agradável e construtivo ou, ao contrário, desagradável e pouco produtivo.

[44] Seção 2.4: Atos de Mediação Docente à Luz da Teoria dos Campos Conceituais, página 47.

Nesse viés, cabe destacar que os fatores emocionais subjazem à conduta observável. Desta forma há uma linha tênue entre o saber (a cognição) e o gostar (afetividade) e neste sentido o conteúdo deve ser ensinado sob a ótica do carinho e do afeto como frisa Magina (2011) ao perfilhar os princípios vergnaudianos e ponderar que o ensino da matemática, nessa perspectiva, deve contemplar um ambiente facilitador da aprendizagem e estimular a comunicação dos alunos, a exposição de suas estratégias na resolução de problemas e a defesa de suas ideias.

Ante as ponderações da autora supracitada, é possível considerar que a matemática é ensinada por Agnesi com carinho e afeto, isso foi possível constatar na segunda aula observada na qual houve espaço para a comunicação dos alunos, a exposição de suas estratégias na resolução de problemas e a defesa de suas ideias.

Nessa mesma aula, a primeira ação da professora foi dividir o quadro em três partes e em cada parte colocou uma situação-problema, uma de cada classe de Isomorfismo de Medidas. A professora aguardou que todos os alunos fizessem a cópia das situações-problema no caderno e solicitou que três alunos, um por vez, fossem ao quadro para respondê-las.

A cada situação-problema resolvida, Agnesi lançava questionamentos como: "Quem conseguiu resolver esse problema? [...] De que outra forma poderíamos resolver? Quem quer vir mostrar como fez? (AGNESI, aula n° 2). Assim que um aluno acusava ter utilizado uma estratégia diferente daquela que estava no quadro, a professora o convidava para apresentar seu procedimento aos demais alunos.

Assim, Agnesi encorajou seus alunos a apresentaram diferentes procedimentos de resolução para uma mesma situação-problema. Nesse viés, Vergnaud (2015, p.17) destaca que "é indispensável encorajar os alunos a resolver do seu jeito as situações-problema propostas, mostrando-lhes a equivalência em vez de lhes dizer que suas ideias não coincidem com o que está certo".

Ao mostrar como resolveram as situações-problema, os alunos traziam à baila a sinergia das operações de pensamento fundadas em princípios básicos da invariância. Estes foram revelados pelas representações simbólicas utilizadas naquele momento: os algoritmos da multiplicação e da divisão, cálculos mentais, representações pictóricas e grafos relacionais que envolviam subtrações sucessivas, adições reiteradas e contagem.

Frente a estas diferentes representações simbólicas, a professora Agnesi fez o refinamento para tornar explícito o raciocínio empregado nos procedimentos de resolução. Desta forma, a professora utilizou a interação verbal para debater os procedimentos e representações utilizadas pelos alunos na resolução das situações-problema encorajando-os a

participar das aulas, instigando a criatividade dos alunos e ao mesmo tempo a partilha dessa criatividade.

A cada aluno que se retirava do quadro, depois de apresentar seu procedimento, a professora questionava a turma: "Vocês entenderam como ele fez?" (AGNESI, aula n° 2) e então explicava alguns dos procedimentos, como no caso de um dos alunos que foi ao quadro para resolver a seguinte situação-problema: "Marina comprou 5 cartelas com uma dúzia de ovos em cada cartela. Quantos ovos Marina comprou?" O aluno fez $5 \times 12 = 5 \times 2 \times 6 = 10 \times 6 = 60$.

Acredita-se que a base conceitual subjacente isto é, o teorema-em-ação usado pelo aluno, seja a percepção (ainda que de modo implícito) que a relação de igualdade entre os fatores e o produto dessa multiplicação é invariante sob a transformação do número 12 para 2 x 6. Todavia, esse relacionamento não foi explorado pela professora, pois ao explicar para a turma a estratégia utilizada pelo aluno, Agnesi focou apenas na definição de dúzia: "[...] uma dúzia equivale a 12 unidades, que é o mesmo que 2 x 6 ou 6 + 6, ai [...] multiplicou por cinco que é a quantidade de cartelas [...]"(AGNESI, aula n° 2). Acredita-se que essa explicação superficial não tenha tornado este procedimento disponível para situações-problema que envolva outros valores numéricos diferentes de 12, pois a professora fez parecer que esse procedimento só funciona com uma "dúzia".

A professora não incentivou o registro dessas representações simbólicas no caderno, apenas no quadro. E para arrematar o trabalho com as situações-problema dispostas na lousa, Agnesi focou apenas no algoritmo convencional da multiplicação e da divisão explicando para a turma as regras algorítmicas e aplicando a operação inversa. Na sequência da aula, a professora copiou no quadro três situações-problema com estrutura matemática semelhante aos anteriores para os alunos resolverem individualmente. A professora ficou circulando pela sala, observando como cada aluno estava resolvendo as situações e auxiliando aqueles que demonstravam dificuldades. A aula encerrou após a professora corrigir as situações-problema da maioria dos alunos.

Sobre essa aula, Agnesi destacou:

> [...] O pontapé inicial da aula foi as respostas dos alunos. Você observou que primeiro eu lancei os problemas no quadro para depois eu direcionar a aula. Eu sempre faço isso, começo questionando os alunos, nunca começo pelo conteúdo porque assim eu posso saber o que o aluno sabe e o que o aluno não sabe e de onde eu tenho que partir. Então assim eu sei o que o aluno tem pra me dar e o que eu posso oferecer a ele. E esse momento de chamar os alunos no quadro foi mais importante porque os alunos gostam de ir ao quadro e participaram e isso é interessante, você viu né o [...] não queria ir, disse que não ia: 'não vou', então eu

> fui chamando outros e mostrando pra ele que não era nada tão difícil ai no final ele veio, todo escorado na parede, mas veio. (AGNESI, sessão reflexiva nº 2, 28/10/2015).

Dois pontos podem ser percebidos neste depoimento, quais sejam: a importância que ela dá ao conhecimento prévio dos alunos e também à participação deles na aula. Nesse viés, ressalta-se que os conhecimentos prévios são importantes e devem ser considerados pelos professores, porém é preciso considerar que com a mesma força que os conhecimentos prévios impulsionam o progressivo domínio de um campo conceitual, eles podem também servir de barreiras para tal progresso. Disso decorre que é preciso que os professores reconheçam os conhecimentos prévios nos quais os alunos podem se apoiar e quais devem ser rompidos conceitualmente, por vezes rejeitados.

Quanto à participação dos alunos, esta se revela como salutar e pertinente para o desenvolvimento conceitual porque possibilita o aprimoramento dos *eskemas* de modo que os significados e significantes podem ser expressos e representados pela interação verbal entre alunos, seus pares e professores e pelo reexame coletivo dos procedimentos utilizados na resolução das situações-problema, tornando-os disponíveis para a busca da solução de outras situações-problema.

No início da terceira aula a professora entregou aos alunos, em folha xerocopiada, 4 situações-problema envolvendo as quatro operações e solicitou que identificassem em voz alta e após a leitura do enunciado feita por ela, qual a operação a ser usada para resolver cada situação. Após essa leitura, a professora pediu que os alunos resolvessem somente uma das situações, aquela que envolvia uma divisão não exata.

Este procedimento não incorpora as condições estabelecidas para a conceitualização das relações multiplicativas, pois a professora desprezou a ação cognitiva dos alunos na elaboração do cálculo relacional necessário para a solução das situações-problema propostas e priorizou a identificação das operações evocadas pelos enunciados, assim como conferiu lugar de destaque para a técnica operatória da divisão não exata.

Seguindo com a aula, Agnesi aguardou alguns alunos tentarem resolver a situação-problema com o seguinte enunciado: “Em cada saquinho de bombons cabem 4 bombons. Se Ana tem 173 bombons, quantos saquinhos ela vai precisar para guardar esses bombons?” E iniciou com questionamentos como: “É possível efetuar tal divisão? O que conseguiram observar nesse problema?” Qual a quantidade que será dividida? (AGNESI, aula n°3).

Conforme anteriormente comentado, essa terceira aula foi totalmente centrada no

algoritmo da divisão não exata e suas regras operatórias. No primeiro momento, não houve espaço para os alunos interagirem com a professora que estava voltada pra a explicação do algoritmo.

A professora explicou o passo a passo da resolução pelo algoritmo convencional, cabendo ao aluno acompanhar todo o desenvolvimento da técnica operatória. Desta forma, nesta terceira aula, os atos de mediação de Agnesi aproximaram-se dos estereótipos do ensino convencional, aquele "no qual o ensino é visto como transmissão de informações, fatos e técnicas e a aprendizagem como recepção dessas informações pelos alunos" (OLIVEIRA, 2014, p.74).

Todavia, após explicar as regras operatórias, a professora distribuiu os alunos em duplas para resolverem 4 situações-problema com divisão não exata que foram copiadas no quadro. As duplas foram formadas pela professora que após a organização dos alunos estipulou o tempo para que respondessem. Nesse período, a professora auxiliava as duplas no raciocínio para realização da tarefa através de questionamentos como: O que vocês entenderam ao ler o problema? Já sabem qual operação vai usar? Qual o número que vocês estão procurando? Tem certeza que essa divisão está correta? Não seria melhor você fazer o cálculo novamente? (AGNESI, aula n°3).

Sobre o momento mais significativo, Agnesi disse:

> [...] essa aula foi para desafiar os alunos. Eu já imaginei que uns iam conseguir, outros não iam. Os mais avançados eu já esperava que resolvesse, mas meu foco é também aqueles que ainda não sabem, então, por isso eu organizei as duplas com aqueles que sabem mais e quem sabe menos. [...] esse momento do trabalho em dupla foi o mais significativo que eu achei (AGNESI, sessão reflexiva nº 3, 04/11/2015).

Esse tipo de agrupamento consiste em agrupar os alunos tendo como critério o nível de desenvolvimento dos alunos e/ou o desafio da tarefa proposta. No caso observado, Agnesi organizou as duplas visando à exploração das variações dos níveis de aprendizagem de cada aluno. Desta forma, conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) teve implicações diretas na dinâmica da aula, pois os alunos que apresentavam dificuldade na resolução das situações-problema contaram com a ajuda dos colegas. É dizer, aquilo que o aluno não conseguiu realizar sozinho foi realizado com a ajuda dos outros: colegas e professora.

Pela observação do conjunto de aulas ministradas por Agnesi e com base em Vergnaud (2015) caracterizam-se as aulas desta professora como aulas provocativas nas quais

a professora buscou favorecer situações-problema compatíveis com o nível de desenvolvimento cognitivo de seus alunos ao passo que também os desafiava cognitivamente a partir da interação verbal, pelas quais gerava as provocações, conduzindo seus alunos na descoberta de novas relações e novos conceitos. Nesse sentido, Agnesi utilizou a arte de questionar como meio para aumentar e melhorar a participação dos seus alunos (MENEZES, 1999).

Aquilatando suas aulas no âmbito das sessões reflexivas e nos momentos dos exames retrospectivos, Agnesi pontuava que foram aulas satisfatórias e que foi possível atingir as expectativas de aprendizagem em todas. Como justificativas destacava que houve bastante interação, diálogo e também avanço na aprendizagem que, segundo ela, pode ser constatado pelas atividades propostas e pela participação dos alunos nas aulas.

Do ponto de vista da Teoria dos Campos Conceituais infere-se que há uma incongruência entre o dito por Agnesi ao avaliar suas aulas e o que foi vivido e observado no momento da mesma, pois não foi possível capturar indícios de que houve ampliação dos conceitos multiplicativos durante as aulas, que orbitaram em torno de conceitos aditivos e de técnicas operatórias.

Desse modo, ainda que as aulas tenham sido dinâmicas e interativas, com valorização da ação dos alunos, elas não foram satisfatórias sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais porque a professora não trabalhou com as relações entre os elementos significativos das situações-problema, permanecendo com a concepção de que o importante é aprender os algoritmos. Sob a lente dos construtos vergnaudianos é preciso mais do que habilidade nas técnicas operatórias, os alunos precisam compreender o que fazem para construir os conceitos envolvidos nas operações.

A professora sempre destacava sua preocupação em preparar atividades condizentes com a realidade de sua turma, tanto em nível de desenvolvimento dos alunos quanto em relação aos materiais disponíveis e espaço da sala de aula: “[...] a escola está carente de recursos didáticos, [...] os alunos, apesar de ser o 5° ano, ainda têm dificuldade na leitura e isso interfere nas outras disciplinas” (AGNESI, sessão reflexiva nº 1, 21/10/2015).

Nessa esteira de debate, a professora reconheceu algumas fragilidades no desenvolvimento das aulas a partir das reflexões teóricas assumindo desta forma, uma postura crítica e reflexiva sobre as suas ações:

> [...] Após estudar contigo essa teoria, que é bem interessante, eu percebi que trabalhei a multiplicação de forma simplista e também percebi que eu não trabalhei de forma equitativa as situações-problema que envolve a divisão, mas como te falei,

> meus alunos tem muita dificuldade na divisão [...] (AGNESI, sessão reflexiva nº 3, 04/11/2015).

Agnesi também comentou como as discussões sobre a Teoria dos Campos Conceituais contribuiu para enriquecer suas competências conceituais e didáticas, nesse sentido disse:

> Sem dúvida percebi como fica bem mais fácil escolher e elaborar problemas e aumentar a complexidade deles, com base naqueles esqueminhas [esquemas do isomorfismo], basta a gente montar eles e daí elaborar as situações-problema ou na hora de escolher a gente monta ele e daí escolhe problemas diferentes, no caso da divisão " (AGNESI, Sessão Reflexiva nº 3, 04/11/2015).

Com estes depoimentos, Agnesi demonstrou que sua participação nesta pesquisa imprimiu em sua história alguma ressignificação de sua prática profissional. A professora reconheceu que trabalhou a multiplicação de modo simplista, passando a dividir com seus alunos a responsabilidade pelas dificuldades de aprendizagem deles. A professora Agnesi que no início da intervenção acreditava não poder avançar devido às limitações dos estudantes com a tabuada, passou a perceber que existem formas alternativas de apresentação das relações envolvidas no Campo Multiplicativo.

#### 4.2.2.2 Teon: suas aulas e reflexões

A postura deste professor, nos seus aspectos centrais: o cognitivo, o afetivo e o aspecto da ação, eram sempre eivados de airosidade e permeados pelo esforço em aproximar as concepções dos alunos aos conhecimentos científicos que estavam sendo ensinados. Nesse sentido, as virtudes pessoais deste professor: tolerância, paciência e capacidade de escuta mostraram-se também como competências profissionais (PERRENOUD, 2001).

O professor iniciou a primeira aula solicitando aos alunos que abrissem o caderno no espaço destinado ao registro dos conteúdos da Matemática e anunciou o tema da aula: "Resolução de problemas envolvendo a multiplicação" e o escreveu no quadro. Em seguida Teon apresentou a definição de multiplicação articulando a escrita e a verbalização da seguinte assertiva:

> A multiplicação é uma operação aritmética que possibilita a soma de um número chamado multiplicando na quantidade de vezes indicada por outro número chamado multiplicador. O resultado da operação é chamado produto (TEON, aula n°1).

Essa concepção de multiplicação é o principal entrave do trabalho pedagógico porque limita conceitualmente a multiplicação a partir da sua proximidade com a adição. Essa concepção gera equívocos conceituais causando dificuldades operatórias e também no desenvolvimento de outros conceitos ligados à multiplicação. O posicionamento assumido à luz da Teoria dos Campos Conceituais e no âmbito da categoria de Isomorfismo de Medidas é que esta operação seja trabalhada tanto conceitualmente como no sentido operatório da proporcionalidade e não somente a partir da soma sucessiva. É a proporcionalidade que sustenta as diversas situações-problema pertencentes à categoria supracitada.

Após a apresentação e leitura da definição acima transcrita, o professor escreveu a seguinte situação-problema: “Em uma caixa há 58 limões. Quantas limões há em 8 caixas?” E a partir dela apresentou o cálculo numérico que satisfaz à situação-problema, apoiando-se na relação ternária: 56 x 8 = __, na qual Teon identificou a posição dos fatores e do produto e frisou que “a multiplicação é uma forma mais rápida de fazer uma adição”. (TEON, aula n°1).

Em seguida, o professor apresentou e trabalhou a partir do algoritmo convencional da multiplicação para descobrir o resultado. Explicou o passo a passo do cálculo destacando a ordem em que a operação deve ser realizada: “Meus amados, observem que o cálculo deve ser iniciado da direita para a esquerda” (Teon, aula n°1) e também explicou a técnica do “vai um”, fazendo questão de frisar que: “Na verdade, esse 4 significa 4 dezenas. É o 4 do 48, escutem, não se lê 4 e sim 40, portanto 4 dezenas” (Teon, aula n°1). E assim, o professor desprezou a estrutura matemática da situação-problema, que apenas serviu de suporte para apresentar o algoritmo da multiplicação.

O professor retornou ao enunciado para conectar o resultado da multiplicação ao questionamento posto na situação-problema e também para alterar os valores numéricos. Isso denota que para este professor, a complexidade está somente nas variações numéricas, pois não considerou que a complexidade também está na relação estabelecida pela estrutura matemática da situação-problema conforme aponta a Teoria dos Campos Conceituais.

Nesse passo, Teon questionou a turma: “E se ao invés de 56 limões, fossem 156 e ao invés de 8 caixas fossem 18? Vamos resolver?” (Teon, aula n°1). Em que pese ter feito o convite aos alunos, o professor resolveu sozinho. Armou a conta, repetiu explicações anteriores e acrescentou novas informações: o deslocamento das casas para a esquerda, que metaforicamente chamou “formar escadinha” e o somatório para encontrar o resultado.

Assim prosseguiu com o desvelar da solução do algoritmo, com movimentos compassados regidos pelo som da própria voz e com notável intenção de cimentar o conhecimento dos alunos enquanto estes observavam os movimentos do professor, escutavam

atentamente as explicações e copiavam os cálculos em seus cadernos. Alguns pareciam interessados no processo de resolução: “Professor, eu tenho que multiplicar primeiro pelo oito depois pelo um né?” Outros estavam apenas interessados em copiar os números corretamente: “ Professor, que número é esse perto do zero?

Após as explicações, que se mesclavam com questionamentos aos alunos sobre dúvidas e procedimentos: “Vocês estão entendendo?” “Alguém quer tirar alguma dúvida?” “Estão acompanhando?” “Compreenderam o cálculo?” (TEON, aula n°1), o professor propôs uma atividade escrita para ser realizado em dupla e em classe. As duplas foram formadas por escolhas livres dos estudantes, portanto, baseada em afinidades. A atividade escrita era composta por um conjunto de 8 situações-problema envolvendo a multiplicação, todas retiradas do livro didático[45] e selecionadas pelo professor, no desenrolar da aula. Para Teon, suas explicações e a atividade em dupla foram os momentos mais significativos desta aula. Nesse viés, o professor ressaltou:

> [...] O que torna o momento significativo é exatamente perceber que o meu aluno, ou seja, o meu interlocutor, absorveu a mensagem. É a descoberta do conteúdo. Então na minha concepção há dois momentos significantes, que são interconectados. Portanto, há o momento em que os alunos esboçaram suas dúvidas e seus entendimentos através da interação direta entre alunos e professor na aula e o momento da resolução da atividade porque foi lá que se concluiu aquilo que foi desenvolvido durante o diálogo estabelecido na aula, ou seja, a prova de que eles, de fato, desenvolveram, absorveram o conteúdo está lá. O professor não pode considerar estes momentos como isolados. Essa é uma preocupação que eu tenho nas minhas aulas, ou seja, o momento de exploração escrita e o momento da atividade oral foram mais significativos na minha concepção ( TEON, Sessão Reflexiva nº 1, 23/10/2015).

Ainda que o professor reconheça como significativa a interação direta entre alunos e professor foi possível constatar que ele atribuiu maior valor à sua metodologia e atividade proposta do que à aprendizagem dos alunos, pois o professor não acompanhou o trabalho das duplas e deixou passar despercebido que às vezes somente um aluno ia levar o caderno para a correção, o outro ficava sentado na carteira aguardando o companheiro de dupla retornar com as situações-problema corrigidas, certamente para copiá-las sem ao menos tentar resolvê-las.

Quando algum aluno necessitava de auxílio na identificação das relações existentes nas situações propostas, o professor não ia até o aluno, nem fazia uma discussão com o conjunto da turma, o aluno ia até o professor, em sua mesa, para ele tirar as dúvidas ou

[45] BONJORNO, José Roberto; AZENHA, Regina; GUSMÃO, Tânia. Pode Contar Comigo - Matemática - 5º ano, FTD, 2011.

para apresentar os resultados encontrados.

As situações-problema com respostas corretas ganhavam o visto do professor. Frente à resolução incorreta o professor aconselhava o aluno: “Olha só, reveja seu cálculo”, “ Esta aqui você errou, pensa um pouco mais para ver se você consegue”, “De onde apareceu esse número? Tens certeza que a conta está correta?” Outras vezes o professor alertava sobre o procedimento: “ escreva número debaixo de número, organize a conta. Inicie pela direita”; “ Faça as duas multiplicações e adicione os resultados para encontrar a solução do problema” e outras vezes explicava novamente os procedimentos ou dava dicas de cálculo, como por exemplo na multiplicação por 10: “ Acrescente o zero no multiplicando, você lembra quem é o multiplicando?” (TEON, aula n°1).

Diante disto, observou-se que Teon buscava captar “o princípio da construção do edifício cognitivo” do aluno (VERGNAUD, 2006, p.33), pondo em jogo a sinergia de processos mentais fundados nos *eskemas* que o aluno já possuía e que eram necessários ao tratamento imediato daquela situação.

Nesse aspecto, pode ser dito que o professor deu liberdade e responsabilidade aos alunos na mobilização de seus invariantes operatórios, visto que o professor não apresentava a resposta correta, ao invés disso, conduzia o aluno ao raciocínio ora por questionamentos ora por explicações adicionais fazendo-os tomar decisões cognitivas, ao menos àqueles que iam até sua mesa.

O cenário da sala de aula era: alunos em duplas buscando a solução das situações-problema em suas carteiras e o professor em sua mesa corrigindo os cadernos de algumas duplas. Assim, houve pouca interação verbal e nenhum debate sobre os procedimentos utilizados para a resolução de situações-problema.

No início do desenvolvimento da segunda aula, o professor construiu uma tabela de preços de móveis e a partir dela elaborou 3 situações-problema apoiando-se em sua memória, raciocínio, imaginação e linguagem, pois ele não fez consulta a nenhum tipo de material na ocasião. As três situações-problema elaboradas pelo professor serviram de apoio para as explicações da parte teórica da aula que teve início pela definição, em linguagem oral, da divisão como operação inversa da multiplicação.

Percebeu-se então que o professor Teon ritualiza as aulas iniciando-as com definições. Compreende-se que a definição não pode ser exonerada das aulas de Matemática, sobretudo porque essa ciência depende fortemente dos axiomas e teoremas. Contudo, importa frisar que a definição exige a abstração, portanto requer uma operação intelectual na qual o objeto definido é isolado de fatores comuns a ele e passa a ser capturada apenas a essência

generalizante.

Nesse sentido, a postura assumida nesta pesquisa leva a considerar que não é suficiente que os professores definam abstrações para que os alunos repitam-na e também que este procedimento é inadequado para trabalhar com quem se inicia em um domínio conceitual, principalmente considerando a idade dos alunos que frequentam a turma do quinto Ano do Ensino Fundamental.

Por tal ato de mediação, Teon revelou a herança do formalismo matemático e a influência deste em sua formação e atuação docente. Esse professor, licenciado em Matemática, enfatiza a resolução de exercícios, conforme foi possível constatar pela análise documental e emprega mecanicamente em suas aulas, definições e regras num percurso que se inicia pela definição, depois derivação do cálculo, depois exemplificação.

Nesse caminho, o professor após definir a operação de divisão, fez a leitura compartilhada dos enunciados das situações-problema e destacou os principais dados numéricos, bem como, a indagação a ser respondida. Em seguida Teon enumerou os termos da divisão e os procedimentos de cálculo de forma minuciosa incluindo em suas explicações as relações existentes entre a divisão, a adição e multiplicação através do conceito de metade. Nesse sentido, Teon partiu da seguinte situação-problema: "Selma comprou um fogão de quatro bocas [R$300] parcelado em 2 prestações sem juros. Quanto irá pagar em cada parcela?" e demonstrou aos alunos que 300:2 = 150 + 150 = 2 x 150.

O professor apresentou a resolução das três situações-problema ao passo que explicou as regras operatórias da divisão, seus termos e relacionamentos. Portanto, o professor tirou dos alunos a chance de explorar a estrutura da situação-problema e por em marcha as operações de pensamento necessárias para resolver cada uma delas.

Na mesma aula, Teon propôs um teste contendo 10 situações-problema para os alunos responderem em classe e individualmente. Não houve correção do teste neste dia e após recolher todos eles o professor encerrou a aula. Mas, para Teon o momento mais significativo dessa aula foi:

> [...] o teste, com certeza, porque é lá que eu vou conhecer o quê meu aluno tem dificuldade para realizar, o quê na verdade, ele deixou de fazer, então aí é que você faz a avaliação do seu aluno. (TEON, sessão reflexiva nº 2, 30/10/2015).

Lançando-se um olhar analítico para esta aula, observou-se o peso do modelo formalista da matemática nos atos de mediação do Teon em cuja história de evolução dos *eskemas* idissiocráticos assumiu o papel de aluno e agora professor de Matemática, pois

conforme anteriormente mencionado, Teon é licenciado nesta disciplina.

Ainda que o formalismo seja necessário para a construção dos conceitos "é preciso levar em consideração que o estudante pode estar ainda muito longe dele" (SANTOS, 2015, p. 99) e isso não foi observado na aula de Teon, que deu prioridade para símbolos destituídos de significação. Nessa direção, observou-se a carência do trabalho voltado para os aspectos conceituais das operações aritméticas e a proeminência da simbolização em detrimento da conceitualização.

O tratamento das situações-problema realizado nas aulas valida a perspectiva de que o professor põe ênfase no treino de procedimento de cálculo numérico e no reconhecimento de termos memorizados. Todas as situações-problema propostas durante as três aulas foram resolvidas exclusivamente por procedimentos numéricos no qual subjazem tanto princípios multiplicativos quanto princípios aditivos sendo representados pelo algoritmo convencional da multiplicação e da divisão e também pelo algoritmo da decomposição.

No âmbito de tais considerações cabe trazer à baila uma das falas do professor Teon, recortada da primeira Sessão Reflexiva, na qual houve a discussão acerca do tripleto que compõe o conceito (C=S, I, R). O professor ponderou:

> Olha, veja bem, eu acho interessante utilizar os desenhos para explicar os aspectos conceituais, as relações aritméticas, enfim. Mas, no quinto ano o que se espera é que o aluno saiba resolver o procedimento de cálculo, não é mais, por exemplo, para responder fazendo risquinho. Então, eu acho interessante usar as diferentes representações simbólicas para contextualizar o problema, para o aluno fazer associações, mas na hora de responder, ele tem que saber efetuar o cálculo (TEON, sessão reflexiva n°1, 23/10/2015).

Depreende-se da fala do professor Teon, que o mesmo atribui valor didático aos desenhos apontando suas potencialidades enquanto ferramentas pedagógicas que contribuem para que o professor explique "os aspectos conceituais, as relações aritméticas". Todavia, o professor não atribui o mesmo valor aos desenhos enquanto ferramenta para o aluno operar com o conceito, desprezando suas potencialidades na resolução das situações-problema. Este desprezo é refletido na palavra "risquinho" que pelo contexto, assume significação de desdém.

Não obstante, é possível perceber que o professor supervaloriza o algoritmo convencional das operações, sendo tal valor evidenciado pela expressão "ele tem que saber efetuar o cálculo" com a qual o professor encerra seus argumentos.

O que não ficou claro na fala do professor foi se ele espera receber os alunos egressos do quarto ano já sabendo resolver o procedimento de cálculo, o que transfere para a

professora daquela turma a tarefa de usar as diferentes representações simbólicas enquanto ferramentas pedagógicas para atingir tal desiderato ou se o professor estava se referindo as expectativas de aprendizagem, que no Município de São Luís do Maranhão, figuram como matriz de referência para o trabalho pedagógico dos professores de cada ano escolar, que no caso de Teon trata-se do quinto ano do Ensino Fundamental. Por este prisma, cabe a ele fazer com que os alunos saibam "efetuar o cálculo".

Ainda que essa questão não tenha sido clara, o que se pode inferir é que para esse professor, naquele momento, os procedimentos de cálculos eram ao mesmo tempo pré-requisito e também uma prioridade no ensino das estruturas multiplicativas.

A terceira aula foi iniciada com a distribuição dos testes corrigidos. Após a distribuição dos testes, o professor, de forma verbal e imperativa solicitou que os seus alunos atentassem para a correção das situações-problema que seria realizada no quadro.

Dessa forma, o professor solicitava que um aluno fosse ao quadro resolver a situação-problema e em seguida questionava a turma para saber quantos erraram. Caso algum aluno tivesse errado, deveria copiar a situação-problema no caderno juntamente com o cálculo correto. O professor chamava os alunos pelo nome solicitando que fossem ao quadro resolver a situação-problema, depois fazia a leitura do enunciado em voz alta. Ao passo que alunos extraíam os valores numéricos e seguiam com o cálculo, o professor apenas observava a desenvoltura dos alunos e parabenizava-os ao encontrarem a solução do problema.

Às vezes alguns alunos pediam para o professor repetir o enunciado, porém nenhum deles apresentou dúvidas relacionadas à interpretação da situação-problema. Talvez porque estavam cientes de que todas as situações-problema seriam resolvidas com a divisão. Alia-se a isto o fato de que todas as situações-problema propostas pelo professor não apresentavam informações irrelevantes para o cálculo numérico. Uma prática habitual em se tratando da oferta de situações-problema e que retira do aluno a oportunidade de filtrar as informações e de selecionar as informações pertinentes a partir da percepção. Nesse sentido, a percepção comporta um dos papeis da conceitualização, qual seja: "dirigir esse processo de seleção da informação pertinente" (VERGNAUD, 2003, p.46).

Após corrigir todas as questões do teste e passar o visto no caderno dos alunos, o professor pediu que formassem grupos. A formação de tais grupos foi regulada pela obediência de uma solicitação feita um dia antes da aula: trazer para a escola uma calculadora. Os grupos foram formados de modo que em cada um tinha pelo menos um aluno de posse de uma calculadora.

Após a organização dos alunos, Teon distribuiu uma atividade xerocopiada

contendo cinco situações-problema envolvendo a multiplicação e cinco envolvendo a divisão. O comando da atividade foi o seguinte: um grupo por vez desafiava outro grupo indicando um membro para ir ao quadro responder uma situação-problema. A calculadora era utilizada para verificar se o resultado estava correto.

O convite ao cálculo relacional foi feito por Teon: "Prestem atenção na leitura, no que o problema pede. Se não conseguir entender na primeira leitura, diga que eu repito" (TEON, aula n°3). Ao longo das aulas observadas, esta foi a primeira vez que Teon deu ênfase às relações da situação-problema. Contudo, essa ênfase foi para que os alunos ouvissem com atenção o enunciado. O cálculo relacional não foi aprofundado, mormente quando se compara ao tratamento didático que o cálculo numérico teve em todas as aulas, de modo que os alunos já estavam "treinados" para extrair os valores numéricos e proceder com o cálculo nas atividades escritas propostas por Teon.

A aula foi concluída após a resolução de todas as situações-problema, que novamente serviram apenas como referência para a aplicação dos algoritmos convencionais da multiplicação e da divisão. No âmbito da terceira Sessão Reflexiva, Teon informou que:

> [...] chamei ao quadro somente os alunos que apresentaram dificuldade na realização do teste. Na correção eu fiz uma listagem dos alunos junto à questão que não obtiveram êxito para então chamá-lo ao quadro naquela questão. Esse foi o momento mais importante do dia (Sessão Reflexiva nº 3, 20/11/2015).

Este depoimento aliado às observações da terceira aula de Teon permite inferir que as dificuldades dos alunos instigaram o retoque das informações de modo que os atos de mediação de Teon estavam a serviço do combate ao erro do cálculo numérico e não da compreensão de como os alunos organizaram o pensamento. Isso ficou evidente na fala do professor Teon ao dizer que chamou ao quadro os alunos que não tiveram êxito em determinada resolução "[...] para assim ajudá-lo a realizar o cálculo de maneira correta [...]". Nesse sentido disse ser importante: "[...] rever o que foi que ficou em dúvida, o que os alunos deixaram de acertar [...]" (Teon, sessão reflexiva nº 3, 20/11/2015).

Desse modo, constatou-se que Teon busca desenvolver a competência de seus alunos, atrelando esta à perspectiva diferencial e adotando como critério o resultado da atividade, ou seja, o desempenho do aluno, o que remete à assertiva da lógica do certo x errado anteriormente comentada.

Essa concepção reduz a noção de competência para o desempenho, sendo o resultado final o critério para dizer quem é competente ou não. Assim, essa concepção

encolhe a necessária análise da atividade em situação (gestos, atenção seletiva, raciocínio, gestão das incertezas) que é a principal mola de desenvolvimento de competências, conforme registra a epígrafe que engatilha esta dissertação.

Portanto, a noção de competência que subjaz às aulas do professor Teon encontra-se incompleta porque está centrada na diferença e não no desenvolvimento. Nessa direção, Vergnaud (2014) além de considerar a definição de competência anteriormente exposta, acrescenta, como importantes e como indicadores de competências, a maneira como o sujeito lida com a situação: se mais rápido, mais fiável etc, se o sujeito dispõe de um repertório de recursos alternativos que lhe permitem adaptar o seu comportamento para vários cenários que possam surgir e ainda se o sujeito é menos impotente ante uma situação nova. E isso não foi observado nas aulas de Teon, que parece não acreditar em alternativas, mas sim no jeito único de se realizar corretamente um cálculo numérico.

Sob a ótica de Vergnaud (2007) a compreensão de competência reclama um quadro teórico e metodológico através do qual seja possível descrever e analisar as formas de organização da atividade em situação, o que remete à análise dos *eskemas*. Daí ser importante que os professores ofertem situações de aprendizagem que desenvolvam os *eskemas* dos alunos, para que eles evoquem aqueles que já foram desenvolvidos e também para que novos *eskemas* sejam adicionados ao repertório dos alunos. "Esta é uma consequência direta da Teoria dos Campos Conceituais - herança do passado e preparação para o futuro" (MAGINA, 2005).

No caso de Teon, verificou-se pela observação das suas aulas, que este professor busca e empreende esforços para desenvolver os *eskemas* de seus alunos centrando-se primordialmente no *eskema* algorítmico e faz isso por verbalizações, daí suas aulas serem aquilatadas como aulas explicativas.

Durante as sessões reflexivas, essa avaliação ganhou mais consistência diante das reflexões e justificativas de Teon que airosamente defendeu que:

> [...] a explicação é o ponto crucial da prática do professor, são fundamentais. Por isso eu sempre inicio a aula explicando as definições. Então, primeiro as definições, depois as teses e depois as hipóteses [...]" (Sessão Reflexiva nº 1, 23/10/2015).

Por esse depoimento, é razoável afirmar que este professor desconsidera a maturação cognitiva dos alunos, pois a turma de Teon é movimentada por alunos de quinto Ano do Ensino Fundamental que ainda não desenvolveram as competências básicas em resolução de problemas, conforme mostram os indicadores da escola e alguns possuem 10

anos de idade, portanto, ainda não podem fazer uso de tão amplas formas de abstração.

Nos limites do que foi observado e refletido com este professor, infere-se que suas aulas são mais explicativas e menos provocativas, sendo seus atos de mediação direcionados para o desenvolvimento de uma classe particular de *eskema*: o algoritmo enquanto: "a organização invariante da atividade para uma determinada classe de problemas". Nesse sentido, os algoritmos são *eskemas,* mas nem todo *eskema* é um algoritmo, uma vez que a eficácia do algoritmo possui um número finito de passos, portanto, é condicionado por uma regra de paragem e ele não possui a plenitude da adaptação como possui o *eskema*, cujo escopo é mais amplo por ser "a organização invariante da atividade, para uma determinada classe de situações" (VERGNAUD, 1996a, p. 201; PARATORE, 2009).

Portanto, constatou-se que os atos de mediação docente de Teon estão voltados para o desenvolvimento de uma classe especial dos *eskemas* dos alunos: os algoritmos associados à contagem. No caso em foco, o algoritmo da multiplicação e o algoritmo da divisão. Portanto, o desenvolvimento de tal *eskema* mostrou ser o fator fulcral no ensino das situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas ritualizado nas aulas de Teon.

Na primeira sessão reflexiva, o professor já esclareceu que ao avaliar suas aulas sempre leva em consideração "[...] a face, a fala e a expressão escrita dos alunos [...]" (Sessão Reflexiva nº 1, 23/10/2015). Então, com base nesses critérios, o professor avaliou suas aulas considerando-as como construtivas e pontuou:

> [...] eu procuro sempre trabalhar questões de saúde, respeito e responsabilidade social. Eu não me preocupo só com os conteúdos que devem ser transmitidos. Então, eu sempre converso com os alunos para ajudá-los, seja nas questões do conhecimento da escola, seja na questão do conhecimento do mundo [...]" (Sessão Reflexiva nº 1, 23/10/2015)

Por esse depoimento confirma-se o distanciamento entre os atos de mediação docente e a proposta teórica dos Campos Conceituais visto que o que a teoria preconiza é a construção de conceito pelo próprio estudante e com a mediação do professor e não a transmissão de conteúdos, como frisou o professor.

Teon deixou claro que diante dos modismos e circulação de ideias no campo educacional brasileiro, ele sempre busca questionar e confrontar estes e a sua prática. Segundo Teon, assim ele adquire "[...] maturidade intelectual para saber se de fato essas ideias pedagógicas se aplicam na prática do professor" (TEON, sessão reflexiva nº 1, 23/10/2015).

Esse diálogo com Teon remeteu às palavras de Vergnaud (2008) sobre as novas teorias no campo da Educação. O teórico supracitado destacou que na contramão do que

acontece na maioria dos campos da Ciência há no campo da Educação, certa resistência às descobertas. Ainda que Teon tenha demonstrado tal resistência, vale frisar que este professor também demonstrou sensibilidade, compreensão e apreço pela proposta teórica dos Campos Conceituais, de modo que não foi possível notar algum desconforto de natureza cognitivo-afetiva advindo dos debates e reflexões.

Em verdade, foi percebido que as reflexões e debates resultantes do confronto entre os construtos vergnaudianos, as competências cognitivas e auto percepção do professor culminou na auto avaliação de seus atos de mediação de modo que Teon destacou ações que em suas palavras precisavam ser "[...] remediadas [...]" (TEON, sessão reflexiva nº 2, 30/10/2015).

Nesse sentido, o professor Teon, através de seus argumentos e ponderações no âmbito da terceira sessão reflexiva, deu pistas de que compreendeu a necessidade da ruptura entre o Campo Conceitual Aditivo e o Campo Conceitual Multiplicativo. Naquele momento estavam em voga as reflexões oriundas das observações realizadas ao longo das três aulas regidas por este professor, bem como as lições tiradas das reflexões teóricas. Nessa toada e expressando simpatia pelos construtos teóricos vergnaudianos, o professor inferiu:

> [...] o que a gente observa da teoria é que precisa ampliar essa questão da simples soma. Quando a multiplicação se expande, aí deixa de ser simples adição, o aluno vai apresentar dificuldade. A teoria, a meu ver desmistifica isso e aí possibilita que o professor não trabalhe só essa concepção mais rasa da multiplicação e dê mais acesso aos conceitos. Então eu creio que esse trabalho com a multiplicação deve ser remediado a partir de agora (TEON, sessão reflexiva nº 3, 20/11/2015).

Ganha destaque, nesse discurso, o fato de o professor reconhecer a "concepção rasa da multiplicação" de que a mesma se traduz pela soma de parcelas iguais e também o fato de o professor assumir a necessidade de dar "mais acesso aos conceitos". No que concerne às contribuições das reflexões teóricas para enriquecer suas competências conceituais e didáticas Teon também destacou:

> [...] Porque na verdade, o que a gente quer é ajudar o aluno a desenvolver o saber, ou seja, se ele tiver dificuldade, em se tratando de uma aula, porque no teste ele fica livre para representar como quiser, mas na aula, pra fazer uma intervenção é interessante usar esse esquema da teoria [esquema do isomorfismo de medidas] porque eu achei muito interessante e ajuda o raciocínio do aluno, ajuda o aluno a pensar. Eu gostei dele e vou usar nas minhas aulas (TEON, sessão reflexiva nº 3, 20/11/2015).

Esses trechos comportam marcas de que a participação do professor Teon na

pesquisa imprimiu em sua história alguma ressignificação de sua prática profissional, uma vez que o mesmo aponta a possibilidade de mudanças no processo didático referente ao ensino das situações multiplicativas ao informar que o trabalho com a multiplicação será remediado e também que o esquema de Isomorfismo de Medidas será utilizado nas suas aulas, o que leva a cogitar que o professor ampliou suas competências conceituais e didáticas sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas a partir de reflexões à luz da Teoria dos Campos Conceituais.

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta investigação foi realizada sob a égide da Teoria dos Campos Conceituais. As questões epistemológicas e pragmáticas sustentadas neste referencial teórico remetem à importância do conhecimento prévio como anunciador dos novos conhecimentos e possibilitam a compreensão de que o desenvolvimento de novos *eskemas* ocorre a partir dos *eskemas* anteriormente repertoriados.

À luz da teoria supracitada compreendeu-se que a experiência, intimamente associada à história pessoal e ao repertório individual de *eskemas*, provoca a estabilização e desestabilização das competências conceituais e didáticas dos professores através de um movimento constante que amolda suas concepções, sendo estas prolongadas em ação. Daí o paralelismo entre as competências e as concepções nas relações mediacionais em sala de aula.

Nesta esteira de entendimento, os conhecimentos adquiridos na formação docente materializam-se por meio das competências conceituais e didáticas, pois os professores têm acesso a um conjunto de conhecimentos teóricos e práticos que servem de suporte para enfrentar os desafios que se fazem presentes no âmbito da sala de aula e que também servem para reestruturar suas competências e concepções, bem como, a percepção e apreciação da disciplina Matemática.

No estirão histórico do ensino da Matemática é possível verificar que por muito tempo não houve a valorização da aprendizagem de conceitos. Ao invés disso, todos os esforços dos professores concentravam-se na valorização da memorização de fórmulas, regras, definições, teoremas e demonstrações. Não obstante, essa concepção de ensino e de aprendizagem vem perdendo espaço na legislação, nos debates e pesquisas sobre a Educação Matemática, de modo que esta área de pesquisa e campo de atuação vem ganhando novos contornos teóricos e formas mais construtivas de se trabalhar os conteúdos matemáticos.

Ante essa evolução teórica e prática, há tanto a aceitação quanto a resistência por parte dos professores e da sociedade como um todo e assim, às vezes, surgem formas contraditórias entre a concepção e a ação dos professores que se esforçam para transformar os saberes e fazeres em sala de aula, buscando contextualizar os conteúdos matemáticos e adequar seus atos de mediação para facilitar a compreensão dos alunos e assim acompanhar as inovações didáticas da Matemática.

Ante essa compreensão, fixou-se o olhar no processo didático referente ao ensino de situações-problema pertencente à categoria de Isomorfismo de Medidas, sendo esta

incluída no Campo Conceitual Multiplicativo, para então analisar as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental, sendo este o anelo central desta dissertação.

Essa análise envolveu o escrito e o vivido pelos professores em sala de aula de modo que os achados desta pesquisa também dirigem relevância à formação do professor devido a seus reflexos nas concepções e nos atos de mediação docente, uma vez que estes foram alvo de observação e análise, tanto ao nível de planejamento quanto ao nível de desenvolvimento das aulas.

Desse modo, as respostas à indagação levantada para o encaminhamento desta dissertação, a saber: quais as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas? Adicionam novas reflexões à formação de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Isto porque as conclusões que se derivam desta incursão investigativa entrelaçam aspectos inerentes à formação e à prática docente, na medida em que engloba o amplo repertório de *eskemas* concernentes à interação, comunicação, linguagem e afetividade, além do conjunto de competências técnicas e conhecimentos propagados nos espaços de formação que também modelam os atos de mediação docente no decurso da história individual e profissional dos professores.

Sendo assim, as constatações e as considerações sobre as competências conceituais e didáticas dos professores envolvidos nesta pesquisa, contribuem e servem de base para que futuros professores e aqueles já atuantes pensem de forma mais sistemática sobre os limites e possibilidades de sua ação didática e sobre a evolução conceitual dos seus alunos, desde a etapa do planejamento da aula, que inclui a elaboração ou eleição de situações-problema até a etapa do desenvolvimento da aula planejada.

Nessa direção, os resultados desta pesquisa evidenciam e orientam outros professores na construção ou eleição de situações-problema que oportunizam aos alunos a amplitude e desenvolvimento de novos *eskemas*, pois lançam luz às classes de situação-problema, à importância da estrutura matemática e também para as operações de pensamento que estas estruturas matemáticas implicam. Portanto, a partir da perspectiva de que a resolução de situações-problema favorece a conceituação em ação, esta pesquisa aponta parâmetros nos quais os professores podem se apoiar para alargarem a significação de um conceito, pondo à prova as competências e as concepções dos seus alunos no contexto matemático das situações-problema.

Nesse aspecto, ponderou-se junto à proposta teórica dos Campos Conceituais, ser

apropositado realizar o exame das atividades matemáticas que conferiram significação e função aos conceitos multiplicativos e que foram ofertadas pelos professores ao longo de seis meses letivos. Por esse esforço, conseguiu-se caracterizar as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas propostas aos estudantes do 5° ano do Ensino Fundamental em seus aspectos informacionais, cognitivos, ergonômicos e assim contemplar um dos objetivos específicos desta investigação.

Então, constatou-se que os professores propuseram tanto atividades matemáticas adequadas à conceitualização quanto atividades inadequadas sendo estas preponderantes sobre as primeiras. Nesse caminho, as operações de multiplicação e divisão foram abordadas por definições, regras e exercícios repetitivos que conduzem à destreza da habilidade algorítmica em detrimento da compreensão conceitual. Os professores também propuseram situações-problema adequadas à conceitualização, porém notou-se que tais situações-problema estavam mais a serviço do cálculo numérico e do que o cálculo relacional.

O cálculo relacional põe em marcha a compreensão dos objetos e das relações não numéricas, de modo que possibilitam a ampliação das competências dos alunos na interpretação dos enunciados. Possibilitam também a análise, por parte do professor, do raciocínio matemático empregado pelos alunos para elucidar as relações entre os componentes das situações-problema.

Desse modo, o cálculo relacional é tão importante quanto o cálculo numérico. As consequências de marginalizá-lo nas aulas de Matemática aparecem no percentual de alunos brasileiros que não aprenderam o adequado na competência de resolução de problemas. Este percentual é revelado pelos indicadores de desempenho das avaliações externas que apontam os reclames educacionais do ensino público e desvelam que a baixa proficiência em resolução de problemas é uma realidade encontrada em escolas pertencentes ao cenário brasileiro, inclusive naquela que serviu de palco para esta pesquisa.

A pesquisa ora reportada também permitiu a identificação das temáticas nas quais as situações-problema de Isomorfismo de Medidas propostas pelos professores foram envolvidas. Nesse viés, foi verificada uma variedade de temas importantes para o desenvolvimento de conceitos do Campo Multiplicativo de modo que as temáticas capturadas favorecem o elo com as situações da vida cotidiana, refletindo aspectos da realidade próxima aos alunos, porém não ficaram restritas a ela. Isso ajuda a aprofundar o conhecimento dos números e reforça o sentido e a prática das operações de multiplicação e divisão.

As situações-problema propostas pelos professores foram modeladas por enunciados nos quais aparecem todos os dados necessários para a resolução. Em sua maioria

apresentam extensão numérica baixa, sendo compostas por valores numéricos construídos por um ou por dois algarismos, denotando que o trabalho com os valores numéricos mais elevados está sendo adiado e isso pode culminar em maiores dificuldades durante o percurso escolar dos alunos porque podem gerar defasagens entre as concepções dos alunos e os conceitos matemáticos devido à baixa complexidade das situações-problema vivenciadas.

Considerando a intrincada relação entre as competências e as concepções, foi possível constatar que as concepções acerca da Matemática e dos seus conteúdos, sejam elas implícitas ou explícitas, nortearam os atos de mediação docente no que tange às operações de multiplicação e divisão. Foi verificado que tais conteúdos são tratados de modo fracionado e hierárquico denotando a concepção tradicional e histórica de que tais operações devem ser precedidas da adição e da subtração.

Nesse viés, percebeu-se que os professores trabalharam as operações de multiplicação e divisão de modo linear e desta forma, o ensino da multiplicação precedeu o ensino da divisão. Os conceitos ligados à multiplicação foram pouco explorados, sendo ela trabalhada a partir da ideia da soma de parcelas iguais sem que as diferenças conceituais entre a adição e multiplicação fossem salientadas. Nesse caso, os professores não evidenciaram que na adição o todo é soma das suas partes e na multiplicação existe uma relação fixa entre duas quantidades. Sendo assim, os professores diminuíram as oportunidades dos alunos instituírem várias relações matemáticas a partir da operação de multiplicação.

Nesse caminho, verificou-se que os professores proporcionaram a filiação entre o Campo Conceitual Aditivo e Multiplicativo, sendo comum a proposição de atividades matemáticas com estrutura multiplicativa que foram tratadas pelo raciocínio aditivo, sem proporcionar aos seus alunos a percepção de que no Campo Multiplicativo, as operações podem ser resolvidas sem o auxílio da contagem e através de *eskemas* de ação próprios do Campo Conceitual Multiplicativo.

No caso da divisão, foi constatado que o ensino desta operação está estropiado conceitualmente. A quantificação das situações-problema que envolvia a operação de divisão revelou um percentual pouco significativo para o desenvolvimento da conceitual desta operação. O conceito de partição, que foi ligeiramente mais explorado nas salas de aula, foi às vezes substituído pela ideia de subtração sucessiva. Já o conceito de quotição teve pífia oferta durante o período observado.

Nessa esteira de análise, foi constado que a forma predominante de tratamento das situações-problema foi o algoritmo convencional das operações de multiplicação e divisão. Desse modo os professores levaram seus alunos a substituir seus *eskemas* idiossincráticos

pelo algoritmo ensinado por eles.

Em consonância com recomendações presentes na proposta teórica dos Campos Conceituais, os resultados desta pesquisa vão no sentido da necessidade de que outras formas de representação: símbolos, desenhos, tabelas, diagramas, etc. sejam trabalhadas no quinto ano do Ensino Fundamental, pois, estas representações são importantes para a construção conceitual das operações e quando trabalhadas em paralelo aos algoritmos convencionais, ampliam as possibilidades da construção do Campo Conceitual.

Assim foram desveladas as competências conceituais e didáticas dos professores no que tange às operações de multiplicação e divisão de modo que foi constatado que o ensino destas operações está mais inclinado para a repetição de modelos do que para o entendimento conceitual.

Não é demasiado insistir que isto pode gerar muitas fragilidades, por parte dos alunos, na aquisição de outros conceitos matemáticos, pois estas fragilidades conectam-se de forma rápida às fragilidades específicas do sistema de numeração como um todo: símbolos, regras, relações e propriedades, etc., culminando em dificuldades situadas no plano das relações entre conceitualização e representação.

Cabe frisar que foi possível constatar que ambos os professores passaram a considerar uma nova forma de abordagem das operações de multiplicação e divisão a partir das reflexões à luz da Teoria dos Campos Conceituais. Nesse sentido, verificou-se através das ponderações dos professores que os mesmos ampliaram suas competências conceituais e didáticas no que tange a: tipificar as situações-problema, trabalhar as operações aritméticas de forma mais ampla e utilizar não somente os algoritmos, mas outras estratégias de resolução como o esquema do isomorfismo de medidas.

A observação dos atos de mediação dos professores possibilitou a descrição do processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental e desta forma possibilitou contemplar outro objetivo específico desta investigação. Nesse viés de descrição e análise das competências conceituais e didáticas dos professores foi possível verificar dois tipos de aulas: aulas explicativas e aulas provocativas.

As aulas explicativas pouco contribuíram para a construção dos conceitos do Campo Multiplicativo, pois nelas houve pouco espaço para a conceituação, devido à passividade imposta aos alunos. As explicações foram dirigidas à coletividade e a interlocução entre professor e aluno não se prolongou no tempo pedagógico e não se estendeu à totalidade dos alunos. Desse modo, as explicações desenvolveram mais a ilusão de que

houve aprendizagem do que a aprendizagem propriamente dita, visto que os alunos não possuem rítmos de aprendizagem iguais.

As aulas provocativas serviram mais aos propósitos da conceitualização porque houve mais interação entre os alunos, seus colegas e professora. Desse modo, este tipo de aula promoveu a cooperação entre os alunos e professores e por isso enriqueceu e colocou em marcha os *eskemas* de interação verbal dos sujeitos em situação, contemplando em maior grau do que a aula explicativa, a heterogeneidade da turma.

Daí decorre algumas indicações dos resultados desta pesquisa para a Educação Matemática: a necessidade de que a formação dos professores os instrumentalize para a proposição de aulas mais provocativas, pois a situação de aprendizagem é tanto mais fecunda quando os alunos são mais ativos. Porém, tais provocações devem servir à desestabilização e a estabilização dos *eskemas*, de modo que os professores provoquem a evolução dos conhecimentos dos alunos. Portanto, não se trata de o professor lançar questionamentos como meios de obter a rápida solução da situação-problema, mas sim incitar explicações por parte dos alunos acerca dos procedimentos empregados, de instigá-los a refletirem sobre a situação-problema e de lançar questionamentos que auxiliem na análise dos procedimentos e das relações pertinentes à situação-problema focalizada.

Considera-se que as explicações dos professores são importantes para que os alunos compreendam os conceitos e por isso devem estar presente em todo o processo de conceitualização do real. De igual forma, é preciso que os alunos sejam provocados, para que descubram novas relações e novos conceitos. Portanto, explicações e provocações devem estar emparelhadas e aliadas às situações de aprendizagem estimulantes e desafiadoras.

No processo do desenvolvimento da aprendizagem dos alunos há avanços de maior ou menor relevância. Por isso é importante que os professores acompanhem esse desenvolvimento, buscando reconhecer os diferentes níveis de elaboração conceitual existentes entre os estudantes de sua sala para assim planejar as próximas situações de aprendizagem. Este acompanhamento pode ser realizado tanto pelas atividades matemáticas escritas quanto pela observação do comportamento dos alunos. Nesse sentido, a observação e a análise do sujeito em situação revelam temporalmente o desenvolvimento das competências dos alunos e servem de base para o planejamento dos professores.

A descrição da *mise-en-scène* didática na qual os professores puseram em cena o ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental revelou sutilezas que podem ser discutidas, analisadas e refletidas por outras pesquisas e nos cursos de formação de professores e desse modo contribuir para possíveis

mudanças na concepção dos professores sobre a disciplina Matemática e assim suscitar possibilidades de transformações nos atos de mediação docente.

Volvendo-se o olhar para todo o percurso investigativo desta dissertação, considera-se que as competências e concepções dos professores dirigem o processo de escolha das situações, o auxílio oferecido aos alunos em sala de aula e o processo de avaliação da aprendizagem de modo que os professores conduzem suas aulas, e em última instância a aprendizagem dos alunos, para aquilo que julgam ser fundamental no processo de ensino e de aprendizagem. Esse julgamento depende da estrutura conceitual do sujeito que julga. Desse modo, a ampliação das competências conceituais e didáticas dos professores deve ser um processo contínuo.

O propósito de refletir com os professores acerca do processo didático referente ao ensino de situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas no 5° ano do Ensino Fundamental foi contemplado pela realização das seis Sessões Reflexivas. Nessas Sessões os professores fizeram ponderações e questionamentos buscando compreender a proposta teórica dos Campos Conceituais. Ambos os professores fizeram problematizações e reflexões sobre seus atos de mediação à luz da Teoria dos Campos Conceituais, assumindo desta forma, uma postura crítica e reflexiva sobre suas aulas. Nesta direção, considera-se salutar que outras pesquisas aproximem-se das escolas, favorecendo a interlocução entre a teoria e a prática a partir da aproximação entre os pesquisadores e os professores.

A realização das sessões reflexivas foi fincada em dois princípios: a reflexão enquanto competência profissional e a colaboração enquanto partilha e construção de saberes através da reflexão. Nessa esteira de entendimento, a intencionalidade da realização das sessões reflexivas foi instigar a ressignificação da prática dos professores, sobretudo no que se refere ao processo didático referente ao ensino de situações-problema da categoria de Isomorfismo de Medidas.

Então, o desígnio supracitado delineou os limites desta pesquisa, de modo que seria ilusório crer que somente através das três sessões reflexivas realizadas com cada um dos sujeitos haveria transformações profundas na ação mediadora desses docentes. Em razão disto, ainda que os professores tenham sinalizado as possíveis ressignificações em suas práticas de sala de aula, ressalta-se a importância de processos mais longos e profundos de reflexão sobre a ação e de reflexão teórica.

Pelas considerações acima expostas, é razoável crer que os achados desta pesquisa apontam considerações e constatações epistemológicas e pragmáticas que podem ajudar as Secretarias Municipais de Educação, em especial a Secretaria Municipal de Educação de São

Luís do Maranhão a reverter os baixos índices de proficiência dos alunos em resolução de problemas, não somente dos alunos da escola campo de pesquisa, mas de todas as escolas que compõem a educação municipal ludovicense.

Nesse caminho, sugere-se que as Secretarias de Educação ofertem cursos de aperfeiçoamento em Educação Matemática com pautas de estudos sustentados em teorias e paralelamente embasadas em dados extraídos do cotidiano das escolas e promovam eventos de formação em serviço para reflexões sobre os atos de mediação dos professores que às vezes, não conseguem perceber por si só que seus atos de mediação em sala de aula são pouco potentes quando se trata de desvelar o raciocínio matemático subjacente às operações aritméticas.

Com efeito, os resultados obtidos nesta pesquisa inspiram pautas de estudo, reflexões e pesquisas sobre os atos de mediação docentes voltados para o desenvolvimento da conceitualização do real a partir da Teoria dos Campos Conceituais.

Sendo constatado que os professores não trabalharam o raciocínio proporcional, tanto conceitualmente quanto no sentido operatório e dada a importância desse conceito matemático recomendam-se pautas de estudos com vistas à (re) descoberta do conceito de proporcionalidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Nessa direção, sugere-se trabalhar junto aos professores a relevância do conceito de proporcionalidade a partir da classificação e análise das situações-problema que concedem significação e função a esse conceito. Esse processo formativo incluiria a análise da concepção docente acerca do conceito de proporcionalidade e o aprofundamento da epistemologia do referido conceito a partir da tipologia das situações-problema e dos esquemas de resolução propostos pela Teoria dos Campos Conceituais.

Essa recomendação vem ao encontro das fragilidades percebidas pelos professores, sujeitos desta pesquisa e se dá em função de que se compreende que o trabalho com as operações de multiplicação e divisão não se limita apenas no ato de ensinar os alunos a operar os algoritmos convencionais destas operações aritméticas, mas sim de favorecer a compreensão conceitual das referidas operações por meio de situações-problema.

Ante a observação e reflexão do escrito e do vivido pelos sujeitos desta pesquisa acredita-se que esta incursão investigativa possui potencialidade de continuação, pois indica novos rumos de pesquisa, sugerindo um período mais longo para observação das aulas e realização das Sessões Reflexivas buscando-se perceber os reflexos destas nos atos de mediação docente.

À guisa de conclusão destaca-se que face às vicissitudes dos esforços para

qualificar o ensino público, as indicações e sugestões aqui pontuadas são pequenos passos para fazer evoluir a Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e a formação de seus professores.

## REFERÊNCIAS

ABIB, Gustavo, HOPPEN; Norberto; HAYASHI JUNIOR, Paulo. Observação participante em estudos de administração da informação no Brasil. **RAE-Revista de Administração de Empresas,** v.53, n.6, p.604-616, nov-dez, 2013.

ACIOLY-RÉGNIER, Nadja Maria; MONIN, Noëlle. Da teoria dos campos conceituais à didática profissional para a formação de professores: contribuição da Psicologia e da Sociologia para a análise de práticas pedagógicas. **Educação Unisinos,** ano 13, n.1, p.5-1, jan/abr 2009.

ALENCAR, Edvonete Souza de. **Conhecimento Profissional Docente de Professores do 5.º ano de uma Escola com Bom Desempenho em Matemática:** o caso das estruturas multiplicativas. 2012. 182 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <http://www.matematicaepraticadocente.net.br/pdf/teses_dissertacoes/dissertacao_EdvoneteAlencar_2012_Angelica.pdf>. Acesso em: 25 mai. 2016.

ALMOULOUD, Sadd Ag. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2010.

ASSIS, Adryanne Maria Rodrigues Barreto de. **Conhecimentos de Combinatória e seu Ensino em um Processo de Formação Continuada**: reflexões e prática de uma professora. 2014.169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) — Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2014. Disponível em: < http://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/12550>. Acesso em: 25 mai. 2016.

ALVES, José Moysés; As formulações vygotsky sobre a zona de desenvolvimento proximal. **Amazônia. Revista de educação em ciências e matemática**, v(1), n(1). Junho/dezembro de 2005. Disponível em: < http://www.ppgecm.ufpa.br/revistaamazonia/vol_01/v01_p11.pdf>.Acesso em 15 ago. 2016.

ALVES-MAZZOTTI, Alda Judith. Usos e abusos dos estudos de caso. **Cadernos de Pesquisa,** v.36, n.129, p.637-651, set-dez, 2006.

BATISTA, Adriana Maria da Silva Barbosa. **A influência dos suportes de representação na resolução de problemas com estruturas multiplicativas**. 180 f. 2002. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva) — Programa de Pós Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002. Disponível em: <http://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/8630 >. Acesso em: 25 mai. 2016.

BARBOSA, Deborah Rosária; SOUZA, Marilene Proença Rebello de. Ética na pesquisa qualitativa: reflexões sobre privacidade, anonimato e confidencialidade. In: GUERRIERO, Iara Coelho Zito (orgs). **Ética nas Pesquisas em Ciências Humanas e Sociais na Saúde.** São Paulo: ADERALDO & ROTHSCHILD. p.248-249. 2008.

BARDIN, Lawrence. **Análise de Conteúdo.** Trad. Luís A. Reto e Augusto Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2011.

BISTOS, Valérie; MATULIK, Nicole. Problèmes de multiplication et de division au cycle 2. In: **ÉLEMENTS didactiques et pédagogiques, propositions de mise en œuvre**. Collection Ressources pour faire la classe. MEN - CNDP, p.63-74. 2010.

BOGDAN, Robert C; BIKLEN, Sari Knopp. Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas. In: _____. **Investigação qualitativa em educação**. Portugal: Porto Editora, p. 15-80. 1994.

BOGDEWIC, Stephen. P. Participant Observation. In: CRABTREE, Benjamin F; MILLER, William L.(Eds). **Doing Qualitative Research**. 2 ed. Thousand Oaks, California: Sage Publications. p.47-70. 1999.

CARVALHO JUNIOR, Gabriel Dias de; PARRAT-DAYAN, Silvia. Recortes históricos sobre a noção de schème em Piaget: o processo de desenvolvimento de um conceito**. Rev. Bras. Estud. Pedagog.** vol.96, n.244, p. 522-540. 2015.

CAVALCANTE, Ricardo Bezerra.;CALIXTO, Pedro.;PINHEIRO, Marta Macedo Kerr, **Análise de Conteúdo:** considerações gerais, relações com a pergunta de pesquisa, possibilidades e limitações do método. **Revista Informação & Sociedade:** Estudos, João Pessoa, v.24, n.1, p. 13-18, jan./abr. 2014.

CORREA, Jane. A resolução oral de tarefas de divisão por crianças. **Estudos de Psicologia**, ano 9, n.1,.145-15.

CORREA, Jane. MEIRELES, Elisabet de Sousa. A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. **Estudos de Psicologia**, ano 5, n.1,p.11-31.

CORREIA, Maria da Conceição Batista. A observação participante enquanto técnica de investigação. **Pensar Enfermagem,** v. 13, n.22, 2° semestre 2009. Disponível em:< http://pensarenfermagem.esel.pt/files/2009_13_2_30-36.pdf>. Acesso em 28 jun. 2016.

COSTA, Daniel de Souza; CUNHA, Daisy Moreira. Gestão do tempo na atividade real de trabalho – articulações de lógicas e imposições de ritmos. In: I SEMINÁRIO NACIONAL DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA - SENEPT, 2008, Belo Horizonte. **Anais...**, Belo Horizonte. p. 1-8. 2008.

CUNHA, Maria Carolina Cascino da. **As operações de multiplicação e divisão junto a alunos de 5ª e 7ª séries. 1997.** 153f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Ensino da Matemática, Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997. Disponível em:<http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Cunha.pdf>. Acesso em 27 jul. 2016.

CRESWELL, John W. _____. **Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa**. 3. ed. Porto Alegre: Penso, 2014.

_____. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativos, quantitativos e mistos. 2 ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

CRESWELL, John W.; CLARK, Vicki L. **Pesquisa de métodos mistos**. Trad. de Magda F. Lopes. 2ª ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

D'AMORE, B. **Elementos de Didática da Matemática.** Tradução de Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

FARIAS, Isabel Maria Sabino de et al.. Trilhas do labirinto na pesquisa educacional qualitativa: dos procedimentos de coleta de dados ao trabalho de campo. In: FARIAS, Isabel Maria Sabino de (Org.). **Pesquisa científica para iniciantes: caminhando no labirinto**. Fortaleza: EdUECE, v. 1, p. 67-92. 2010.

FERREIRA, Aurelio Buarque Holanda. **Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. 5. ed. Curitiba: Positivo, 2010.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Ética na Pesquisa Educacional: implicações para a Educação Matemática In: FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 3. ed. Revisada. Campinas: Autores Associados. p. 193-206. 2009.

FLICK, Uwe. **Introdução à pesquisa qualitativa.** 3.ed. Porto Alegre: Artmed. 2009a.

_____. **Qualidade na pesquisa qualitativa**. Coleção Pesquisa Qualitativa (Coordenação de Uwe Flick). Porto Alegre: Bookman, Artmed, 2009b.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a Teoria dos Campos Conceituais.In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (orgs). **Educação Matemática:** uma (nova) introdução. São Paulo. EDUC. p. 189-232. 2012.

FUNDAÇÃO SANTILLANA. **Relatório Nacional PISA 2012:** Resultados brasileiros. São Paulo, 2013. Disponível em < http://www.moderna.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A8A8A834466313F01446AA2F84C3F8A>. Acesso em 03 jul. 2016.

GAMBOA, Silvio Sanchez. **Pesquisa em educação:** métodos e epistemologias. Chapecó: Argus, 2007.

GASPARIN, João Luiz. A Elaboração dos Conceitos Científicos em sala de aula. In: ALTOÉ, Anair (Org.). **Temas de Educação Contemporânea**. Cascavel: EDUNIOESTE, v. 1, p. 117-142. 2008.

_____. **Aprender, Desaprender, Reaprender**. Texto digitalizado. 2005

GIL, Antônio Carlos. **Estudo de caso**: Fundamentação Científica, Subsídios Para Coleta e Análise de Dados e Como redigir o relatório. São Paulo: Atlas, 2009.

GITIRANA, Verônica et al. **Repensando a Multiplicação e a Divisão**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2014.

GRESSLER, Lori Alice. Validade das investigações e fonte de erros. In: **_____.** **Introdução à pesquisa**: projetos e relatórios. 3. ed. São Paulo: Loyola. p.65-72. 2007

GUBA, Egon G; LINCOLN, Yvonna S. Paradigmas en competencia en la investigacíon cualitativa. In: DENMAN, Catarina A; HARO, Jesús Harmando. (Orgs). **Por los rincones.**

**Antología de métodos cualitativos em la investigación social.** El Colegio de sonora. Hermosillo. Sonora. p. 113-145. 2002.

_____. Competing paradigms in qualitative research. In: DENZIN, Norman K; LINCOLN, Yvonna S.(Orgs). **Handhbook of qualitative research**.Thousand Oaks, CA Sage. p. 105-117. 1994

IBIAPINA, Ivana Maria Lopes de Melo. **Pesquisa Colaborativa:** investigação, formação e produção de conhecimentos. Brasília: Líber Livro Editora, 2008.

JIMENÉZ, Alfonso Espinosa. **Quando professores de Matemática da escola e da universidade se encontram: re-significação e reciprocidade de saberes.** 2002. 249 f. Tese (Doutorado em educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2002. Disponível em: < http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000282010&fd=y>. Acesso em 25 jul. 2016.

LAUTERT, Sintria Labres; SPINILLO, Alina Galvão. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. **Psicologia:** Teoria e Pesquisa**.** v.18, n.3, p237-246, set-dezo 2002.

LEVAIN, Jean-Pierre; VERGNAUD, Gerárd. . Proportionnalité simple, proportionnalité multiple. **Grand N:** Revue de mathématiques sciences et technologie pour les maîtres de l'enseignement primaire, n. 56, p. 55-67, 1994-1995.

LEVAIN, Jean-Pierre. La resolution de problemes multiplicatifs a la fin du cycle primaire. **Educational Studies in Mathematics,** v.23, p. 139-161, 1992.

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

LIBERALI, Fernanda Coelho. **O diário como ferramenta para a reflexão crítica**. 1999. 166 f. Tese (Doutorado em Lingüística Aplicada e Estudos da Linguagem) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1999. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/LinguaPortuguesa/Fernanda.pdf>. Acesso em 25 jul. 2016.

LÜDKE, Menga. ANDRÉ, Marli Elisa Dalmásio Afonso. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. 2.ed. Rio de Janeiro: E.P.U.,2013.

MAGALHÃES, M. C. Reflective Sessions: a tool for teachers to critically understand classroom actions. In: FIDALGO, S. S.; SHIMOURA, A. S. (Orgs.) **Pesquisa Crítica de Colaboração:** um percurso na formação docente. São Paulo: Ductor, p. 185-215, 2007.

MAGINA, Sandra Maria Pinto. A Matemática com Carinho e com Afeto. In: III Semana de Educação Matemática – III SEEMA, Vitória da Conquista, BA: 2011. Texto da Conferência de Abertura – Matemática: com Carinho e com Afeto. Disponível em:< http://www.uesb.br/eventos/seemat/anais/documento2/a-matematica.pdf>. Acesso em 28 jun. 2016.

_____. Teoria dos Campos Conceituais: contribuições da Psicologia para a prática docente. In: XVIII ENCONTRO REGIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA. São Paulo: 2005. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/conf/conf_01.pdf> Acesso em: 21 jun. 2016.

MAGINA, Sandra Maria Pinto et al. **Repensando Adição e Subtração:** contribuições da Teoria dos Campos Conceituais, ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2001.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera Lúcia. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental?: contribuição para o debate. **Em Teia**: revista de educação matemática e tecnológica iberoamericana, Recife, v. 1, n. 1, p. 1-23, 2010.

MENEZES, Eunice Andrade de Oliveira. **Processos de formação em prática pedagógica com foco na reflexividade de professores:** a busca pela reflexão crítica. 144 f. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2012. Disponível em: < http://www.uece.br/ppge/dmdocuments/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20Concluida%20Eunice%20Menezes.pdf >. Acesso em 25 jul. 2016.

MENEZES, Luís. Matemática, Linguagem e comunicação In: ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA - PROFMAT 99**.** Portimão. **Atas...,** 1999, p. 123-145. Disponível em: < http://www.ipv.pt/millenium/20_ect3.htm> Acesso em 25 jul. 2016.

MERLINI, Vera Lúcia. **As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais: um estudo de caso.** 2012. 262 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <http://www.sapientia.pucsp.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=14391> Acesso em: 10 jan. 2016.

MERLINI, Vera Lúcia; MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido dos. Estrutura Multiplicativa: um estudo comparativo entre o que a professora elabora e o desempenho dos estudantes. In: In: VII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA CIBEM, 2013, Montevideo. **Anais...,** p. 2697-2704. 2013.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.). **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. 29. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.

MILES, Matthew B; HUBERMAN, A. Michael. **Qualitative data analysis:** An expanded sourcebook. 2. ed. Thousand Oaks: Sage, 1994.

MORAES, Roque. Análise de conteúdo. **Revista Educação**, Porto Alegre, v. 22, n. 37, p. 7-32,1999.

MOREIRA, Marco Antônio. A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa Nesta Área. **Investigações em Ensino de Ciências**, v.7, n.1.2002. Disponível em <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/revista.htm> Acesso em: 28 abr. 2016.

MOURA, Graziella Ribeiro Soares. **Crianças com dificuldades em resolução de problemas**

**matemáticos:** avaliação de um programa de intervenção. 2007. 156 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação Especial, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007. Disponível em: < http://www.bdtd.ufscar.br/ htdocs/ tedeSimplificado// tde_busca/arquivo.php?codArquivo=1678 >. Acesso em: 10 jan. 2016.

NASCIMENTO, Débora Maria do. Saberes docentes na organização do ensino-aprendizagem: uma construção reflexiva com professoras do ensino fundamental. 2011. 217 f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2011. Disponível em:< http://repositorio.ufrn.br:8080/jdpui/handle/123456789/18323>. Acesso em: 25 jul. 2016.

NEHRING, Cátia Maria. **Compreensão de texto:** enunciados de problemas multiplicativos elementares de combinatória. 2001. 224 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/79984>. Acesso em: 10 jan. 2016.

NÓBREGA-THERRIEN, Silvia Maria; FARIAS, Isabel Maria Sabino de; SALES, José Albio Moreira de. Abordagens quantitativas e qualitativas na pesquisa em educação: velhas e novas mediações e compreensões In: NÓBREGA-THERRIEN, Silvia Maria; FARIAS Isabel Maria Sabino de; NUNES, João Batista Carvalho. (Orgs.). **Pesquisa científica para iniciantes:** caminhando no labirinto. Métodos de pesquisa. Fortaleza: EdUECE, 2011. v. I.

NOGUEIRA-MARTINS, Maria Cezira Fantini; BÓGUS, Cláudia Maria. Considerações sobre a metodologia qualitativa como recurso para o estudo das ações de humanização em saúde. **Saúde e Sociedade**. v.13, n.3, p.44-57, set-dez, 2004.

OLIVEIRA, Bárbara Pimenta de. Reflexões à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica acerca das Práticas dos Professores que Ensinam Matemática. 2014. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2014. Disponível em: <http://www.uece.br/ppge/dmdocuments/ Disserta%C3%A7%C3% A3o%20B%C3%81RBARA%20PIMENTA%20DE%20OLIVEIRA.pdf>. Acesso em 25 jul. 2016.

OLIVEIRA FILHO, Nivaldo Gregório de. Problemas de estruturas aditivas e multiplicativas propostos em livros didáticos de matemática: o impacto do Programa Nacional do Livro Didático. 2009. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade Federal de Pernanbuco, Recife, 2009. Disponível em:< http://repositorio.ufpe.br/handle/ 123456789/4210 >. Acesso em: 25 mai. 2016.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência Didática Interativa no Processo de Formação de Professores**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2013.

OS ESTUDANTES de 15 anos são criativos na solução de problemas? **PISA em foco,**v. 38, p.1-4, abril, 2014. Disponível em: < http://portal.inep.gov.br/pisa-em-foco>. Acesso em: 03 mai. 2016.

OTERO, Maria Rita. La Teoria de los Campos Conceptuales de Gerárd Vergnaud.In: OTERO, Maria Rita et al. (Org). **La Teoria de los Campos Conceptuales y la conceptualización em el aula de Matemática y física.** Buenos Aires: Dunken. p.15-31.

2014.

_____.La Notion de Situation: analysée depuis la Théorie des Champs Conceptuels, la Théorie des Situations, la Dialectique Outil-Object et la Théorie Anthropologique du Didactique. **Rev. electrón. investig. educ. cienc**, vol.5, n.1, pp. 42-53. 2010.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PALMEIRO, Maria Luz Rodríguez; MOREIRA, Marco Antonio. La Teoría de los Campos Conceptuales de Gérard Vergnaud. In: PALMEIRO, Maria Luz Rodríguez. (Org). **La Teoría Del Aprendizaje Significativo En La Perspectiva de La Psicología Cognitiva.** Barcelona: Octaedro. p.88-132. 2008.

PARATORE, Nicolas. Le concept d'algorithme en psychologie : entretien avec Gérard Vergnaud. 2009. Disponível em< http://www.paratore-nicolas.com/articles/concept_algo-3.pdf>. Acesso em: 19 fev. 2016.

PATTON, Michael Quinn. **How to Use Qualitative Methods in Evalution**. Newbury-London: Sage Publications, 1997.

PAULA. Charlene S. M. Meneses de. A Prática Reflexiva (e crítica?) de Professoras do Ensino Fundamental. **Revista Educação**. v. 6, n.2, p.39-63. 2011.

PERRENOUD, Philippe. **A prática reflexiva no ofício de professor:** profissionalização e razão pedagógica. Porto Alegre: ARTMED, 2002.

_____. **10 Novas Competências para ensinar**. ed. Artes Médicas Sul Ltda. 2000.

_____. Formar professores em contextos sociais em mudança Prática reflexiva e participação crítica. **Revista Brasileira de Educação Anped**. set/out/nov/dez. nº 12, p. 5-21.1999.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **ZETETIKÉ-Revista de Educação Matemática**, v.17, n. 31, p.105-150, jan-jun 2009.

PONTE, João Paulo. O estudo de caso na investigação em educação Matemática. **Quadrante,** v.3, n.1, p. 3-18, 1994.

RAMOS, Simone Telles Martins. **As Ações da Reflexão Crítica na Atividade Sessão Reflexiva.** 2003. 90 f. Dissertação (Mestrado em Lingüística Aplicada e Estudos da Linguagem) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em:<http://pt.slideshare.net/guest2b3e6e0/as-aes-da-reflexo-crtica-na-atividade-sesso-reflexiva-dissertao-de-mestrado>. Acesso em: 25 julho 2016.

RODRIGUES, Ernaldina Sousa Silva. **A Organização do Tempo Pedagógico no Trabalho Docente: relações entre o prescrito e o realizado**. 2009. 116 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Metodista de Piracicaba, Piracicaba, SP, 2009. Disponível em;< https://www.unimep.br/phpg/bibdig/pdfs/2006/BKNUDNKMVHBD.pdf> Acesso em: 25 mai. 2016.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. **Adição e subtração:** o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Ilhéus, BA: Editus, 2012.

SANTOS, Aparecido dos. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

_____. **Processos de Formação Colaborativa em Foco no Campo Conceitual Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes**. 2012. 340 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

SANTOS, Camila Leopoldina Batista dos. A sessão reflexiva na formação de cinco professores de inglês da escola pública: que gênero discursivo é esse? In: ENCONTRO ESTADUAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 4, 2011, Goiânia. **Anais...**Goiânia, 2011. Disponível em: <http://www2.unucseh.ueg.br/ceped/edipe/anais/ivedipe/pdfs/lingua_literatura_estrangeira/co/CO%20404-894-1-SM.pdf.> Acesso em 21 jan. 2016.

SÃO LUÍS. **Caderno do 1° e 2° Ciclos** – Ensino Fundamental – Secretaria Municipal de Educação – SEMED, 2009.

SILVA, Eliseu Alves da; BRUM, Maísa Helena. A organização retórica do gênero sessão reflexiva em um programa de formação continuada. **Revista Intercâmbio**, v. XXIX: 186-201 2014. São Paulo: LAEL/PUCSP.

SILVA, Francisca Lúcia Quitéria da, CASTRO FILHO, José Aires de. Resolução de problemas como metodologia para aprender matemática. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Recife: 2004. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/01/CC29575478304.pdf> Acesso em: 29 jul. 2016.

SILVA, Hélio de Menezes; ALEXANDRE, Eduardo de Santana Medeiros. **Matemática Elementar.** João Pessoa: UFPB, 2014.

SILVA, Paula Aguiar. **Campo Multiplicativo das operações-uma iniciativa de formação com professores que ensinam matemática.** 2014. 173f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014. Disponível em: < http://hdl.handle.net/10183/109917 >. Acesso em: 25 mai. 2016.

SOARES, Narciso das Neves; CARVALHO, Maria Inez da Silva Souza. Didática da Matemática Francesa: Implicações na formação em exercício de professores dos anos iniciais do ensino fundamental. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011, Recife, **Anais**... Recife. CD-ROM. 2011.

SOUZA, Emília Isabel Rabelo de. **Estruturas Multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental.** 2015. 107f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015. Disponível em: <https://drive.google.com/file/d/0B-vmPHQB15bdSlpSQzlENGt4dkU/view >. Acesso em: 25

abr. 2016.

SPRADLEY, James P. **Participant observation.** New York: Holt, Rinehart and Winston, 1980.

STAREPRAVO, Ana Ruth. **A multiplicação na escola Fundamental I: análise de uma proposta de ensino. 2010. 262f.** Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

TAXA, Fernanda de Oliveira Soares. **Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do Ensino Fundamental.** 2001. 255f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001. Disponível em:< http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/ document/?code=vtls000231035 >. Acesso em 27 jul. 2016.

TEIXEIRA, Madalena Telles; REIS, Maria Filomena. A organização do espaço em sala de aula e as suas implicações na aprendizagem cooperativa. **Meta: Avaliação.** Rio de Janeiro, V. 4, n.º 1, p. 162-187. 2012.

VERGNAUD, Gerárd. Entrevista publicada na **Revista GEEMPA,** n. 11, p. 15-23, setembro. Entrevista concedida à Candy Marques Laurendon. 2015.

_____. Pourquoi la theorie des champs conceptuels? ¿Por qué la teoria de los campos conceptuales? **Infancia y Aprendizaje**, v.36, n.1, p. 131-161, 2014.

_____.Conceptual Development and Learning. **Revista Qurriculum,** v.26, p. 39-59, março 2013.

_____. A Matemática além dos números. **Revista Pátio,** ano 4, n. 13, p. 25, junho-agosto. Entrevista concedida à Profª. Katia Regina Ashton Nunes. 2012.

_____.O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista,** v. 1, n. Especial, p.155-27, 2011.

_____. **A criança, a Matemática e a realidade:** problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009a.

_____.O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Orgs.). **A Aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: Editora CRV. p. 13-35. 2009b.

_____. Todos perdem quando não usamos a pesquisa na prática. **Revista Nova Escola**, São Paulo, ano XXIII, n. 215, p. 32-36, 2008. Entrevista concedida à Gabriel Grossi. 2008.

_____. ¿En qué sentido la teoría de los Campos Conceptuales puede ayudarnos para facilitar aprendizaje significativo? **Investigações em Ensino de Ciências,** v.12, n. 2, p. 285-302, 2007.

_____. Invariantes quantitativos, qualitativos e relacionais. In: GROSSI,Esther Pillar; VERGNAUD, Gerárd; KOCH, Maria Celeste. **Por onde começar o ensino da Matemática?**

Porto Alegre: GEEMPA. Fórum. 2006.

_____.A gênese dos campos conceituais. In: GROSSI, Ester Pillar. **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. Petrópolis: Vozes. p. 21-60. 2003.

_____.À quoi sert la didactique. **Sciences Humaines. La dynamique des savoirs**, hos-série n° 24, p.48-51, mars/avril.1999.

_____. A comprehensive theory of representation for mathematics education. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 17, n. 2, p. 167-18, 1998.

_____.The nature of mathematical concepts. In: NUNES, Terezinha; Bryant. Peter. (Ed). **Leanirng and Teaching Mathematics:** an International Perspective. Hove East Sussex: Psychology Press Ltda, p.5-27, 1997.

_____.Algunas ideas fundamentales de Piaget em torno de la didactica. In: **Perspectivas:** revista trimestral de educación comparada – Caderno: Piaget e lá educación. Paris: UNESCO, Oficina Internacional de Educación, v. XXVI, n. 1, p. 195-207, mar, 1996a.

_____.A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEMPA**, nº 4, p. 9-19, 1996b.

_____.A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (dir.). **Didácta das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, p. 155–191. 1996c.

_____.Homomorphismes réel-représentation et signifié-signifiant: Exemples em mathématiques. **Didaskalia,** n° 5, p.2-34, 1994a.

_____. Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. In : ARTIGUE, M. et al. (Orgs). **Vingt ans de didactique des mathématiques en France.** Grenoble, La Pensée Sauvage, p. 177-191, 1994b.

_____.Teoria dos campos conceituais. In NASSER, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, p. 1-26. 1993.

_____. La théorie des champs conceptuels. Traducido por Juan Godino. **Recherches en Didáctique des Mathématiques,** v. 10 , n. 2, p. 133-170, 1990.

_____. La formation des concepts scientifiques. Relire Vygotski et débattre avec lui aujourd'hui. In: **Enfance.** v. 42, n. 1-2, p. 111-118, 1989.

_____.Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e Didática das Matemáticas, um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica,** v.1, p.75-90, 1986.

VALLS, Eglantine; OLIVE, Julia. Mobilisation et place des tables de multiplication dans la resolution de problemes multiplicatifs. **Education.** 2012. Disponível em: <http://dumas.ccsd.cnrs.fr/dumas-00815500>. Acesso em 25 jan. 2016.

VASCONCELOS,Vera Maria Ramos de; VALSINER, Jaan. **Perspectiva Co-construtivistana Psicologia da Educação**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

VYGOTSKI, Lev Semenovitch. **A formação social da mente.** São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VIANNA, Heraldo Marelim. **Pesquisa em educação:** a observação. Brasília: Plano Editora, 2003.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed. 584 p. 2009.

YIN, Robert K. **Estudo de Caso:** planejamento e método. 5ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

ZARAN, Mariana Lemes de O; SANTOS, Cintia Ap. Bento dos. Análise dos Procedimentos de Resolução de alunos de 5° ano em relação a Problemas do grupo Isomorfismo de Medidas In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO DISCENTE, 2., 2012, São Paulo. **Anais...** São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul. p. 1-12. 2012.

# APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de Anuência

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE**
**CENTRO DE EDUCAÇÃO – CED**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – PPGE**

## TERMO DE ANUÊNCIA

Declaramos para os devidos fins que fomos informados dos objetivos e procedimentos do projeto de pesquisa intitulado **COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS E DIDÁTICAS DE PROFESSORES DO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS,** de responsabilidade da pesquisadora Eliziane Rocha Castro com orientação da Profª. Drª Marcilia Chagas Barreto e autorizamos a realização do mesmo nesta instituição.

São Luís, _____ de _____ de 2015.

_____

**Gestor (a) Escolar**

APÊNDICE B – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ – UECE**
**CENTRO DE EDUCAÇÃO – CED**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – PPGE**

## TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu,_____

estou sendo convidado(a) a participar da pesquisa intitulada **COMPETÊNCIAS CONCEITUAIS E DIDÁTICAS DE PROFESSORES DO 5° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL SOBRE AS SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS DE ISOMORFISMO DE MEDIDAS** sendo informado (a) dos objetivos e procedimentos adotados nesta investigação.

A minha participação na referida pesquisa será no sentido de elaborar um plano de unidade didática para uma sequência de três aulas integradas cujo assunto central é o ensino de situações-problema que evocam necessariamente as operações de multiplicação, divisão e/ou a sequência dessas operações; ministrar as três aulas planejadas sob a observação da pesquisadora; solicitar a um dos alunos o caderno utilizado para o registro da disciplina Matemática para que este seja examinado pela pesquisadora; disponibilizar cópia das atividades avaliativas da disciplina Matemática aplicadas no primeiro semestre letivo de 2015; participar de três sessões reflexivas nas quais haverá momentos para refletir sobre as três aulas planejadas, bem como momentos de reflexão teórica a partir da Teoria dos Campos Conceituais, para os quais já estou de posse dos textos de referência.

Fui informado (a) que na publicação dos resultados desta pesquisa, minha privacidade será respeitada. Por isso, meu nome e também as informações que permitam me identificar serão mantidas em sigilo.

Foi-me esclarecido, igualmente, que eu terei acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas consequências, ou seja, tudo o que eu queira saber antes, durante e depois da minha participação.

Enfim, tendo sido orientado (a) quanto ao teor de tudo o aqui foi mencionado e

tendo compreendido a natureza e o objetivo da já referida pesquisa, manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação.

São Luís, _____ de _____ de 2015.

_____

Assinatura de autorização