UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO

MIKAELLE BARBOZA CARDOSO

MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ENFOQUE NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

FORTALEZA – CEARÁ
2015

MIKAELLE BARBOZA CARDOSO

MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ENFOQUE NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Educação. Área de Concentração Formação de Professores.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Marcília Chagas Barreto

FORTALEZA–CEARÁ

2015

Dados Internacionais de CatalogaÃ§Ã£o na PublicaÃ§Ã£o

Universidade Estadual do CearÃ¡

Sistema de Bibliotecas

CARDOSO, MIKAELLE BARBOZA .
MULTIPLAS REPRESENTACOES SEMIOTICAS NO ENSINO DE FUNCAO AFIM: ENFOQUE NA FORMACAO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMATICA [recurso eletrï¿½nico] / MIKAELLE BARBOZA CARDOSO. ï¿½ 2015.
1 CD-ROM: il.; 4 ï¿½ pol.

CD-ROM contendo o arquivo no formato PDF do trabalho acadÃªmico com 172 folhas, acondicionado em caixa de DVD Slim (19 x 14 cm x 7 mm).

DissertaÃ§Ã£o (mestrado acadÃªmico) ï¿½ Universidade Estadual do CearÃ¡, Centro de EducaÃ§Ã£o, Mestrado AcadÃªmico em EducaÃ§Ã£o, Fortaleza, 2015.
Ã¡rea de concentraÃ§Ã£o: FORMACAO DE PROFESSORES.
OrientaÃ§Ã£o: Prof.Âª Dra. MARCILIA CHAGAS BARRETO.

1. Formacao de professores de Matematica. 2. Funcao afim. 3. Representacoes semioticas. I. TÃtulo.

ATA DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO

Aos vinte e oito dias do mês de abril de dois mil e quinze, **MIKAELLE BARBOZA CARDOSO** aluna regularmente matriculado no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE/UECE) Curso de Mestrado Acadêmico (CMAE), na área de concentração em Formação de Professores, defendeu a dissertação intitulada: **MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ENFOQUE NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.** A Banca de Defesa foi composta pelos professores: Dra. Marcília Chagas Barreto (Presidente – PPGE/UECE), Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima (PPGE/UECE), Dra. Ana Carolina Costa Pereira (UECE) e Dr. Paulo Meireles Barguil (UFC). A defesa ocorreu das 9 hs às 11 hs 20min, tendo sido a aluna submetida à arguição, dispondo cada membro da banca de tempo hábil para tal. Em seguida, a banca reuniu-se em separado e concluiu por considerar aprovada a mestranda **Mikaelle Barboza Cardoso**, por sua dissertação e sua defesa pública, terem recebido conceito satisfatório e nota 10,0 (dez) Eu, Marcília Chagas Barreto, que presidi a Banca de Defesa de Dissertação, assino a presente ata, juntamente com os demais membros, e dou fé.

Prof. Dra. Marcília Chagas Barreto (Presidente – PPGE/UECE)

Prof. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima (PPGE/UECE)

Prof. Dra. Ana Carolina Costa Pereira (UECE)

Paulo Meireles Barguil
Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil (UFC)

A Gil Tavares que, com muito carinho e apoio, não mediu esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida, a ele DEDICO.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus que sempre iluminou o meu caminho durante esta jornada.

À minha família, em especial, a Zilmar, Márcia e Silvia, por me ensinar a ter perseverança, tolerância, caráter e força para superar os obstáculos.

Ao meu companheiro, Gil, parceiro em todos os momentos. Obrigada pelo carinho, paciência e por sua capacidade de me trazer paz e alegria na correria de cada semestre.

Ao meu amigo Bosco, pela sabedoria, incentivo e apoio constante.

À professora Marcília Chagas Barreto, por seus ensinamentos, paciência e confiança ao longo das supervisões das minhas atividades no mestrado. Obrigada pela orientação que tornaram possível a conclusão desta dissertação.

Aos colegas do grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) pela valiosa experiência e aprendizado, em especial, a Bárbara, Silvana, Larissa e Ana Cláudia, pelo convívio, apoio, compreensão e amizade.

À Rayssa, Danilo e Nassara que muito contribuíram voluntariamente para a realização deste trabalho.

Aos graduandos que participaram desta pesquisa, pelo aprendizado, amizade e disponibilidade, cujas contribuições foram imprescindíveis para a realização deste trabalho.

À Jonelma Marinho, secretária do PPGE/UECE, pela serenidade, calma e apoio incondicional sem nunca hesitar.

Aos colegas do curso de Mestrado da Turma 2013, pelas vivências, aprendizagens, alegrias e companheirismo.

Agradeço também a todos os professores que me acompanharam durante o mestrado, em especial à Profa. Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima, Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira e o Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil, responsáveis pelas correções e contribuições no intuito de melhorar cada vez esse trabalho.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

RESUMO

Esta pesquisa objetivou analisar o uso de diferentes representações semióticas, por licenciandos em Matemática, para o trabalho com função afim. Tomou-se como aporte teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. Segundo o autor, a Matemática utiliza-se de uma grande variedade de registro de representações semióticas (Gráficos, Representação Algébrica, Tabelas, Língua Materna, entre outros) para tratar de seus conceitos matemáticos, diversificando assim, os vários modos de acesso a esses conceitos. Uma premissa fundamental dessa teoria é que a articulação e mobilização desses diferentes registros de representação são indispensáveis para que o sujeito aprendiz possa dominar os conceitos matemáticos, distinguindo o objeto representado de sua representação. A metodologia escolhida para a realização da pesquisa baseou-se nos aspectos teórico-metodológicos da ação-pesquisa proposto por Barbier. De acordo com o autor, esse tipo de investigação atende a fins de pesquisas acadêmicas, sendo possível que o problema seja levado para os sujeitos envolvidos no processo, em busca de conhecimento e alteração de uma realidade determinada. A ação-pesquisa foi constituída de um curso de formação com duração de 40 horas/aula, onde se discutiram as contribuições da TRRS para a formação de licenciandos para o trabalho com função. A pesquisa foi realizada com sete graduandos do 6º e 7º semestres do curso presencial de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). A coleta de dados deu-se através da aplicação de teste diagnóstico, das observações realizadas durante o período do curso, registradas em diário de itinerância pela própria pesquisadora e por uma observadora externa presente aos encontros exclusivamente para esse fim. Percebeu-se que os sujeitos não tiveram qualquer contato com a TRRS durante seu processo de formação, mas foram apropriando-se de seus fundamentos durante a pesquisa, percebendo a natureza abstrata do objeto matemático e da necessidade do uso de diferentes representações para o domínio conceitual. Se antes os graduandos trabalhavam com as representações de modo inconsciente e fragmentado, após as intervenções eles passaram a compreender o papel de destaque dessas representações para a aprendizagem matemática. Entretanto, essa apreensão ocorreu de maneira gradativa, já que nos primeiros encontros a apropriação dos elementos teóricos da TRRS aplicado ao conteúdo de função afim, configurou-se como um desafio para os graduandos. Eles também demonstraram falhas ao lidar com o Registro em Língua Materna, as quais se concentravam na interpretação de questões propostas e produções de respostas nesse registro de representação. Os dados permitiram constatar que, mesmo após as intervenções, os graduandos permaneceram com dificuldades em tratar e converter os diversos registros de representação da função afim. Salienta-se, assim, a necessidade de um contínuo trabalho de formação dos futuros professores de Matemática, a partir de diferentes teorias, de modo que eles possam articular os conhecimentos específicos dessa ciência aos conhecimentos didáticos e pedagógicos necessários a sua prática docente; especificamente a necessidade de trabalho com a TRRS, em torno dos diferentes conteúdos curriculares, destacando as diversas representações que devem ser usadas no trabalho com os objetos matemáticos.

Palavras-chave: Formação de professores de Matemática. Função afim. Representações semióticas.

ABSTRACT

This search aimed to analyze the use of different semiotic representations, by undergraduates in mathematics, for the work with affine function. It was taken as theoretical support the Theory of Semiotics Representation Registers (TRR) of Raymond Duval. According to the author, mathematics is used in a wide variety registration semiotic representations (graphics, Algebraic Representation, Tables, Native Language, etc.) to address their mathematical concepts, thus diversifying the various modes of access to these concepts. The fundamental premise of this theory is that the coordination and mobilization of these different registers of representation are indispensable for the learner can dominate mathematical concepts, distinguishing the represented object of its representation. The methodology chosen for the research was based on the theoretical and methodological aspects of the action-research proposed by Barbier. According to the author, this type of research serves academic research purposes, with the possibility that the issue is taken to the subjects involved in the process, in search of knowledge and changing a given reality. The action-research was constituted of a training course lasting 40 hours / class, where they discussed the contributions of TRRs for undergraduates training for work with function. The survey was conducted with seven graduates of the 6th and 7th semesters of classroom course of Full Degree in Mathematics from the State University of Ceará (UECE). The data collection took place by applying diagnostic test, the observations carried out during the period of the course, journaled roaming by the researcher and by an outside observer to this meeting for that purpose only. It was noticed that the subjects had no contact with the TRR during their training process, but they were appropriating its foundations during the research, becoming aware of the abstract nature of mathematical object and of the need to use different representations for the domain conceptual. If before the graduates were worked with representations of unconscious and fragmented way, after the interventions they have come to understand the important role of these representations for mathematics learning. However, this seizure took place gradually, since the first meetings the appropriation of theoretical elements of TRRs applied to function affine content, was configured as a challenge to the graduates. They also showed difficulties in dealing with the registry in Native Language. The difficulties were concentrated in the interpretation of proposed questions and answers productions in this registry of representation. The data allowed to verify that, even after the intervention, the graduates remained having difficulty to treat and convert the various records of representation affine function. It should be noted, therefore, the need for continued training work of future teachers of mathematics, from different theories, so that they can articulate specific knowledge of this science to teaching and pedagogical knowledge necessary for their teaching practice; specifically the need to work with the TRR, around the different curricular contents, highlighting the various representations that must be used at work with mathematical objects.

Keywords: Mathematics teacher training. Affine Function. Semiotic Representations.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A Matemática constitui-se como uma ciência dinâmica, mutável, presente no nosso cotidiano. É através da construção do conhecimento matemático que aumenta-se a capacidade de raciocínio, desenvolve-se um olhar aperfeiçoado na resolução de problemas e tomam-se decisões importantes por meio de estratégias lógicas. Considera-se esse conhecimento como algo que está em "[...] constante construção e os indivíduos, no processo de interação social com o mundo, reelaboram, complementam, complexificam, e sistematizam os seus conhecimentos" (CARVALHO, 2011, p. 15).

Entretanto, existem outras concepções a respeito dessa ciência, entre elas, está a ideia de que esse conhecimento se apresenta como algo abstrato, idealizado, finalizado e completo, tornando-se uma concepção distorcida e preconceituosa. Em decorrência disso, ainda é possível observar nas aulas de Matemática a prática do simbolismo extremado, automatização e manipulação como algo frequente no ensino dessa disciplina. Em outras palavras, os problemas propostos, em sua grande maioria, são carregados de procedimentos e exercícios exaustivos, a partir dos quais se propõe que o aluno passe a repetir mecanicamente os cálculos, sem compreender as relações e conceitos existentes (USISKIN, 1995).

Dessa forma, as dificuldades apresentadas pelos alunos na aprendizagem matemática ainda hoje são vistas como um tema alarmante. Não obstante, essas inquietações quanto à aprendizagem dessa disciplina decorrem também do desempenho dos alunos nas avaliações de larga escala. Como exemplo, em âmbito internacional, destaca-se o PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos) e em âmbito estadual o SPAECE (Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Estado do Ceará).

O PISA conta com a participação média de 65 países sendo coordenado atualmente pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE). Essa avaliação tem como principal objetivo produzir informações relevantes acerca da qualidade da educação, através da avaliação de competências, prioritariamente de estudantes com idade de 15 anos, em Leitura, Matemática e Ciências (MEC/INEP)[1]. A tabela a seguir sintetiza a média dos resultados brasileiros nos anos de 2000 a 2012.

[1] Dados disponíveis em: http://portal.inep.gov.br/pisa-programa-internacional-de-avaliacao-de-alunos.

Tabela 1- Resultados do Brasil no PISA (2000 – 2012)

Ano	2000	2003	2006	2009	2012
Média	334	356	370	386	391
Ranking de Matemática	31º	40º	52º	57º	58º
Quant. de países participantes	31	40	57	65	65
Níveis de Competência	**Nível 1** – 357,8 **Nível 4** – 544,7	**Nível 2** – 420,1 **Nível 5** – 607,0		**Nível 3** – 482,4 **Nível 6 –** 669,3	

Fonte:MEC/INEP

Conforme a tabela, o PISA está classificado em seis níveis de competências[2]. De acordo com os dados, observa-se um crescimento do desempenho dos estudantes brasileiros nas avaliações, contudo, eles não conseguiram, em mais de uma década, atingir o nível 2, ou seja, possuem apenas os conhecimentos básicos nessa área. Em outras palavras, esses estudantes são capazes de responder apenas a perguntas simples, diretas, e claramente com os dados definidos. No que se refere ao *ranking,* entre os países participantes, é possível constatar as baixas posições que o Brasil ocupa desde 2000 até 2012[3].

O SPAECE é uma avaliação específica do Estado do Ceará e abrange as redes de Ensino, tanto Municipal como Estadual. Essa avaliação é realizada desde 1992 e tem como objetivo propiciar um panorama do desempenho escolar dos estudantes da Educação Básica, produzindo informações com a finalidade de elaborar, criar ou modificar as políticas públicas educacionais a nível estadual (SPAECE, 2012). Nesse sentido, as preocupações com os baixos índices dos estudantes na disciplina de Matemática também é uma realidade cearense, conforme pode ser observado na tabela a seguir, que mostra os resultados do SPAECE nos anos de 2010 a 2012.

Tabela 2 - Resultado SPAECE na disciplina de Matemática (2010-2012)

Resultados SPAECE Ensino Médio				Escala (0 – 500)	
Ano	**2010**	**2011**	**2012**	**0 – 225**	**Muito crítico**
1º	244,5	249,7	251,4	**225- 275**	**Crítico**
2º	254,5	259,1	260,1	**275 – 325**	**Intermediário**
3º	260,0	264,6	260,7	**325 – 500**	**Adequado**

Fonte: SPAECE

[2]Disponível em: http://portal.iff.edu.br/campus/reitoria/outros/cooperacao-internacional/cooperacao-internacional/PISA-programa%20Internacional%20de%20avaliacao.pdf.
[3]O *ranking* está disponível em: http://oglobo.globo.com/sociedade/educacao/ranking-de-desempenho-dos-paises-no-pisa-desde-2000-10950604.

Conforme é mostrado na tabela 2, os resultados locais permitem a constatação das melhoras tímidas no 1o e 2o ano em anos consecutivos, o que já não acontece no 3o ano, que, tendo vivido um acréscimo em 2011, volta a cair em 2012. Além disso, é possível perceber que os estudantes do Estado permanecem em nível crítico em todas as avaliações. Esse nível abrange as competências e habilidades simples e primordiais ao nível de escolarização na qual se encontram os estudantes, sendo necessário o aprimoramento e o desenvolvimento de habilidades específicas, aperfeiçoando, dessa forma, o conhecimento matemático (SPAECE, 2012).

Nessa perspectiva, a disciplina de Matemática ainda se constitui um grande desafio a ser superado, tanto em âmbito estadual como nacional. Nesse sentido, as discussões acerca da qualidade do ensino trazem reflexões pertinentes em torno de uma efetiva formação do professor de Matemática, visto que os problemas de aprendizagem enfrentados pelos estudantes estão atrelados, em alguma medida, às condições em que o ensino é oferecido e, portanto, à formação docente.

De acordo com Fiorentini (2003, p. 10), o professor de Matemática, ainda hoje, sofre severas críticas, isso porque frequentemente são considerados como profissionais com uma tradição pedagógica, "[...] resistente às inovações curriculares e a integração com outras disciplinas". Esse mesmo anúncio já fizera D' Ambrosio, quando comentou no final dos anos 1990 que a formação de professores de Matemática se constituía um "[...] dos grandes desafios para o futuro" (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 87).

Vale destacar que os níveis de formação docente perpassam duas etapas essenciais: a formação inicial e a formação continuada. A formação inicial é uma etapa introdutória, na qual os futuros professores entram em contato com teorias de ensino e aprendizagem, instrumentos metodológicos, aspectos legais para o exercício da profissão, além da aquisição de conhecimentos específicos aprofundados na área de atuação. Além disso, "[...] compreende um início necessário para a assunção legal da profissão" (SOUSA, 2010, p. 41). Já a formação continuada compreende uma etapa na qual os sujeitos estreitam a relação entre teoria e prática, atualizam seus conhecimentos integrando-os com o ambiente escolar, constroem uma identidade profissional através da sua experiência docente e desenvolvem competências indispensáveis e complexas que a formação inicial não abarca. De acordo com Ferreira (2003, p. 35), é preciso mudanças no modo "[...] como a formação inicial e continuada do professor é estudada e desenvolvida atualmente. Aos poucos, a formação de professores passa a ser entendida como um processo contínuo por meio do qual o sujeito aprende a ensinar".

Neste estudo, analisa-se aspectos ligados à formação inicial do professor, já que se constitui de um período formativo importante, o qual habilita o indivíduo a ser um profissional da área do ensino da Matemática. Além disso, uma efetiva atuação docente depende diretamente de uma sólida formação inicial.

O *lócus* da pesquisa é a Universidade Estadual do Ceará (UECE), campus Itaperi, pois esta é uma instituição pública, cuja principal missão é a formação de profissionais da educação, em específico, professores. Essa Universidade foi criada em 1975 e hoje conta com 77 cursos de graduação, dos quais 60 são licenciaturas: 45 são licenciaturas presenciais regulares, 8 são licenciaturas a distância (UAB/MEC) e 7 são licenciaturas presenciais especiais[4].

Além disso, a escolha do lócus da pesquisa se dá pela aproximação entre a pesquisadora e essa instituição educacional. Inicialmente como estudante do curso Pré-vestibular UECEVEST em 2005.2, posteriormente como aluna do curso de Licenciatura Plena em Matemática (2006 - 2009). Nesse período, a matriz curricular em vigor era a de 1998.1[5]. Essa matriz baseava-se prioritariamente no modelo dos conteúdos culturais-cognitivos[6] em detrimento do modelo pedagógico-didático[7] (SAVIANI, 2009). Analisando o referido currículo, verificou-se que, cerca de 80% das disciplinas obrigatórias estavam distribuídas entre conteúdos puramente matemáticos e de outras áreas da ciência, como a Física, a Biologia e a Química. Nesse contexto, apenas 20% eram dedicadas a disciplinas de caráter pedagógico, quais sejam: Psicologia Evolutiva, Psicologia da Aprendizagem, Didática Geral I, e duas disciplinas referente à prática pedagógica.

Dessa forma, muitas lacunas metodológicas e conceituais permaneceram após a conclusão do curso. Isso pôde ser constatado pelas experiências vividas pela própria pesquisadora, quando necessitou lidar com os desafios característicos dos processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula. Tal constatação foi reforçada por outros professores da área em conversas informais com a pesquisadora. Todo esse cenário favoreceu a busca por uma formação continuada o que culminou com a conclusão da Especialização de Ensino de Matemática (CARDOSO, 2013), também pela mesma Universidade.

---

[4] Essas licenciaturas se referem aos seguintes programas: Intercultural Indígena-PROLIND, Pedagogia para Professores da Educação Básica em Atividade-PARFOR, Programa de Formação Pedagógica para Bacharéis em Química, em Física, em Matemática e em Ciências Biológicas/CED, Educação para o Campo-PROCAMPO/FAFIDAM.

[5] A matriz curricular 1998.1 está disponível no Anexo A.

[6] Para este modelo, a formação do professor se esgota na cultura geral e no domínio específico dos conteúdos da área de conhecimento correspondente à disciplina que irá lecionar (SAVIANI, 2009, p. 149).

[7] Contrapondo-se ao anterior, este modelo considera que a formação do professor propriamente dita só se completa com o efetivo preparo pedagógico - didático (SAVIANI, 2009, p. 149).

Durante o curso de especialização, foram aprofundados os estudos acerca do ensino de Matemática, em busca de melhor compreender as questões ligadas à prática em sala de aula. Nesse sentido, em 2012 ocorreu o ingresso da pesquisadora no Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) e o desenvolvimento do trabalho monográfico de especialização “Domínio conceitual de função afim: uma análise a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica” (CARDOSO, 2013). Tratava-se de uma discussão em torno de um conteúdo considerado uma ferramenta imprescindível para o estabelecimento de relações importantes que nos são apresentadas através de diversas situações no nosso dia a dia. O conceito de função tem também um papel interdisciplinador, ou seja, a importância do seu estudo “[...] está no caráter integrador dentro e fora da Matemática” (CARDOSO, 2013, p. 13). É essa a concepção expressa nos documentos oficiais:

> [...] o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia (BRASIL, 2000, p. 43).

A partir dessa pesquisa, foi possível constatar falhas dos alunos em identificar e coordenar diferentes registros de representação semiótica[8] de função afim. Os dados colhidos durante esse trabalho apontaram para limitações conceituais dos alunos acerca de função, as quais se aproximam daquelas apontadas pela literatura da área ao afirmar que as experiências de ensino concentravam-se, muitas vezes, no monorregistro[9](SANTOS, 2002; LOPES, 2003; e SCANO, 2009). A literatura consultada apontou também para a ausência de atividades que envolvam interpretação e produção de textos matemáticos em Língua Materna.

A partir de tais constatações, decidiu-se voltar a atenção, nesta dissertação, para a formação inicial dos professores de Matemática para o trabalho com os conteúdos ligados ao conceito de função e função afim, mantendo o mesmo quadro teórico adotado na monografia. Nesse sentido, a construção de conhecimentos de modo a tornar possível a articulação entre teoria e prática torna-se fundamental. As ideias de D’Ambrosio (1996, p. 81) ratificam essa concepção, salientando que o movimento contínuo entre teoria e prática deve ser o elo presente na ação docente. “Nenhuma teoria é final, assim como nenhuma prática é definitiva, e não há teorias e práticas desvinculadas”.

---

[8]“[...] representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (DUVAL, 2011a, p. 39). Esses conceitos serão aprofundados no capítulo teórico desta Dissertação.

[9] Neste contexto, Duval (2009) utiliza o termo monorregistro para designar um ensino centrado em um único registro de representação, não permitindo que o aluno conheça o objeto matemático na sua totalidade.

Nesse contexto, pretende-se fundamentar a referida pesquisa na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), cuja elaboração foi realizada pelo psicólogo e filósofo Raymond Duval. A Teoria aponta para a importância de um ensino pautado na utilização de múltiplas representações, como forma de diminuir as lacunas conceituais, aumentando assim uma maior apreensão do objeto matemático.

Os trabalhos de Duval vêm ganhando destaque nas últimas duas décadas no Brasil, isto porque a Matemática possui uma linguagem específica, ou seja, as representações semióticas são fundamentais para a compreensão em Matemática. Além disso, para que ocorra a apreensão desse conhecimento, é necessário o desenvolvimento de operações cognitivas peculiares à atividade matemática.

Vale destacar que o "[...] essencial não são os registros de representação que estão sendo utilizados, mas como estão sendo utilizados" (DOMINONI, 2005, p. 118). Nesse sentido, a ideia de compreender um objeto matemático na sua plenitude passa pela importância da coordenação entre diferentes registros de representação. É nessa perspectiva que o autor acredita que possam ocorrer avanços nos processos de conceituação para os conteúdos dessa disciplina.

Lima et al (2012) ressaltam ser importante a utilização de diferentes representações para que seja possível objetivar o conceito. De acordo com as autoras, a TRRS "[...] apresenta sua maior contribuição ao apontar importantes aspectos que devem ser incorporados às práticas pedagógicas de modo a possibilitar a ampla apreensão conceitual" (LIMA et al, 2012a, p. 6).

A TRRS auxilia na compreensão da importância do trabalho com os diversos registros de representação da função afim para ampliar e ressignificar de outras formas seu processo de conceitualização. Aponta-se, portanto, para a necessidade de um maior aprofundamento nos estudos dos processos de aquisição do conceito de função afim e a função de modo geral, considerando-se necessário articular os pressupostos da supracitada teoria com a ação docente em todos os níveis de ensino.

Nessa perspectiva, julgou-se pertinente criar um espaço para a discussão da relevância das múltiplas representações semióticas no ensino e na aprendizagem da Matemática na formação inicial do professor de Matemática. Assim, para a coleta dos dados que serão aqui discutidos, promoveu-se um curso de formação de 40 horas-aula que foram distribuídas da seguinte forma: atividades presenciais (24 horas-aula) totalizando 8 encontros com 3 horas/aula e atividades de leituras de textos preestabelecidos (16 horas-aula)[10]. Sete graduandos do curso presencial de Licenciatura Plena em Matemática participaram da formação que ocorreu entre os meses de maio e junho do ano de 2014.

Procurou-se, diante da realização desse curso, provocar uma articulação entre os aspectos teóricos propostos pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica e o trabalho com a função afim, de modo a suscitar uma análise voltada para os seguintes questionamentos: os futuros professores de Matemática apresentam lacunas conceituais acerca de função afim? Como esses graduandos discutem, analisam, utilizam e coordenam diferentes registros de representação semiótica para o trabalho com função afim?

Assim, foram definidos os seguintes objetivos para a pesquisa: Geral - Analisar o uso de diferentes representações semióticas, por licenciandos em Matemática, para o trabalho com função afim. Específicos- Investigar os conhecimentos dos licenciandos, no trato com o conceito de função afim e suas representações; Caracterizar as práticas vivenciadas pelos licenciandos durante o processo formativo para a construção do conceito de função afim, a partir de diferentes Representações Semióticas (RS) e caracterizar a percepção dos licenciandos acerca das contribuições das RS para a construção do conceito de função afim.

A estrutura do trabalho é a seguinte: no capítulo2, a partir dos elementos discutidos na literatura, foram abordados aspectos históricos da formação do professor de Matemática no Brasil em nível superior. Julga-se ser importante compreender elementos e contextos históricos que podem contribuir para a compreensão das condições de formação desses futuros professores.

O capítulo 3 contempla a discussão da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Raymond Duval. Acredita-se na importância da referida teoria na compreensão da aquisição de conhecimentos matemáticos. Isso porque a linguagem matemática é concebida e entendida através das suas diversas representações. Em outras palavras, os objetos matemáticos só são reconhecidos por meio de representações semióticas. O estudo da função afim possibilita o contato com alguns registros de representação semiótica, tais como: o algébrico, gráfico, tabular, diagramas e a própria Língua Materna. Esses registros fazem parte da constituição desse conhecimento, porém, nenhum deles é o próprio objeto matemático, mas apenas modos de expressar esse conteúdo. Duval considera essencial que o estudante compreenda as relações existentes entre as diversas representações

[10] Ver APÊNDICE A.

de um mesmo conceito, isto porque é dessa maneira que o objeto matemático dá-se a conhecer na sua totalidade.

No capítulo 4, estão discutidos os aspectos metodológicos que guiaram a pesquisa, justificando as escolhas realizadas. Explicitam-se também as fases desenvolvidas durante a investigação, os sujeitos que fizeram parte desse processo e os instrumentos de coleta de dados, visto que tais recursos são imprescindíveis para a eficácia do desenvolvimento da pesquisa.

No capítulo 5, a partir dos instrumentos definidos no percurso metodológico, encontram-se as análises e discussões dos dados coletados. É possível encontrar ali o perfil do grupo participante do curso oferecido, bem como os conhecimentos dos licenciados acerca do conteúdo de função e função afim. Além disso, analisam-se os progressos e as lacunas conceituais demonstradas durante a realização das atividades propostas. Por fim, apresenta-se a percepção dos licenciandos acerca das contribuições das representações semióticas para a construção do conceito de função afim.

As considerações finais apresentam elementos importantes analisados ao longo do trabalho. Procura-se evidenciar se o objetivo geral foi atingindo e se as respostas norteadoras foram respondidas. Além disso, reflexões relevantes no tocante à Formação do Professor de Matemática foram levantadas, bem como a possibilidade de trabalhos futuros.

2 A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Este capítulo tem como objetivo abordar aspectos históricos relativos à formação do professor de Matemática em nível superior. Esse histórico permite que haja uma melhor compreensão das influências desses aspectos, na concepção de um novo perfil docente. Trata-se de uma formação voltada agora para o contexto global, interdisciplinar, multifacetada, dinâmica e com relação direta na construção do saber matemático. De acordo com Berlinghoff e Gouvêa (2010, p. 1) "[...] aprender sobre Matemática é como começar a conhecer outra pessoa. Quanto mais você sabe de seu passado, melhor pode entendê-la e interagir com ela, agora e no futuro".

2.1 OS PRIMEIROS PASSOS NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA NO BRASIL

As primeiras experiências de ensino vivenciadas em terras brasileiras já se caracterizaram por colocar a Matemática como um ensinamento de segundo plano. Os jesuítas, responsáveis pelas ações educacionais, priorizavam as áreas das ciências humanas. Segundo Miorim (1995), os jesuítas consideravam essa ciência como algo abstrato, com relações estranhas entre letras e números; em outras palavras, estava distante do ensino prioritário das escolas jesuíticas, baseado nas humanidades clássicas (a retórica, a lógica e a gramática).

Com um amplo período de manutenção desse tipo de percepção, registram-se modificações apenas em meados do século XVIII, atreladas à revolução cartesiana[11]. De acordo com Miorim (1995, p. 165), é a partir desse período que a Matemática passa a ter um papel de destaque nas escolas jesuíticas, sendo considerada, naquele momento, "[...] como um dos melhores elementos culturais". Com a expulsão dos jesuítas no Brasil (1759), o sistema educacional passa por uma significativa estagnação e decadência.

Após um longo período histórico, apenas por volta do século XIX, ocorre uma efetiva preocupação com o desenvolvimento do ensino sistematizado da Matemática em nível superior. Essa preocupação estava atrelada prioritariamente às necessidades militares, tendo em vista a vinda da corte para o Brasil, em 1808 (SILVA, 1996).

Nesse mesmo período, ocorre a criação da Academia Real Militar, onde os alunos são submetidos a extensa formação matemática. De acordo com Brito (2007), os cursos da

[11] Essa revolução viria a se constituir como uma nova concepção de ciência baseado em um método criado por Descartes. Fundamenta-se na razão humana e na compreensão da sua existência como ser pensante.

Academia voltados para a Artilharia e Engenharia deveriam ser realizados em 7 anos, sendo 4 anos voltados para conteúdos específicos da Matemática e 3 anos de conhecimentos militares, formando, portanto, verdadeiros Engenheiros matemáticos. Nesse contexto, “[...] os professores de Matemática eram, de um modo geral, bacharéis com formação militar e/ou em engenharia” (PONTES, 2007, p. 265).

Foi somente a partir dos anos de 1870 que a formação desses professores passaria a ser desvinculada das Escolas Militares. Essa mudança só foi possível devido à necessidade de aumentar o número de formados voltados especificadamente aos cursos de engenharia, dada a possibilidade de crescimento econômico nesse período. Com o Decreto Imperial nº 5.600, de 25 de abril de 1874, foi criada a Escola Politécnica, dando origem a novos cursos, entre eles o Curso de Ciências Físicas e Matemáticas (BRITO, 2007). De acordo com a autora,

> O curso citado tinha três anos de duração [...], onde se estudavam as seguintes disciplinas: Séries, Funções Elípticas, Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo das Variações, das Diferenças e das Probabilidades, Aplicações às Tabuas de Mortalidade, aos Problemas de Juros Compostos, às Amortizações pelo Sistema de Price, aos Cálculos das Sociedades Tontinas e aos Seguros de Vida (BRITO, 2007, p.9).

Entretanto, apesar dos tímidos avanços na área, esse curso seria extinto em 1896, passando novamente a formação desses professores a ser vinculada aos cursos voltados para as Engenharias.

Somente o século XX trouxe efetivamente acontecimentos em âmbito nacional e internacional, que interferiram diretamente nas discussões sobre o sistema de ensino brasileiro e, consequentemente, sobre o ensino da Matemática. Entre esses acontecimentos estão o crescimento da indústria nacional e dos centros urbanos no país, o desenvolvimento da agricultura nas áreas rurais e a disseminação das ideias externas advindas após a 1a Guerra Mundial (1918).

Nessa perspectiva, novas correntes educacionais viriam a surgir no Brasil, produzindo assim mudanças na forma como era concebido o conhecimento matemático, fazendo com que o ensino dessa ciência assumisse efetivamente um patamar de destaque. Um exemplo notório dessas correntes educacionais é o denominado movimento da Escola Nova, que tinha como pressupostos renovar a educação brasileira, atingindo seu auge na década de 1930 (MIORIM, 1995).

No que diz respeito especificamente às questões matemáticas, esse movimento tinha como objetivo desenvolver não somente o raciocínio lógico, mas também uma maior compreensão acerca dos procedimentos matemáticos; incluir o ensino de função como forma de unir aritmética, álgebra e geometria; desenvolver nos alunos a capacidade de compreensão da realidade que os cercava, entre outros.

Nesse contexto, também surgiram os primeiros pesquisadores modernos de Matemática, mais especificadamente por volta da década de 1930, com a criação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da Universidade de São Paulo (1933) e da Universidade do Distrito Federal, no Rio de Janeiro, que posteriormente passaria a ser chamada de Universidade do Brasil (1937) (D' AMBROSIO, 1996).

De acordo com Curi (2000), nesse período surgiu o primeiro curso de Matemática no Brasil (1934), vinculado à USP, "[...] onde formava-se matemáticos e professores de Matemática para o ensino superior e secundário, um fato novo no país de bacharéis" (BRITO, 2007, p. 11). Os estudantes do curso deveriam passar pelas disciplinas de Análise Matemática, Geometria Analítica e Projetiva, Cálculo Vetorial e Física. Esse curso sofreu posteriormente reformulações advindas da influência francesa, transformações estas que foram difundidas nacionalmente para os demais cursos de Matemática (CURI, 2000). Foi nesse cenário que efetivamente iniciou-se a formação específica de professores de Matemática em nível superior.

As ações governamentais empregadas nas décadas subsequentes visavam alcançar o desenvolvimento cultural, social, político e econômico, gerando assim reformas em todos os setores da sociedade brasileira. Em termos educacionais, o Parecer nº 292/62 (CFE[12]) estabeleceu um currículo mínimo para os cursos de Licenciatura, tendo como base os cursos de Bacharelado até então vigentes. A novidade consistia na inclusão de disciplinas pedagógicas obrigatórias, além da inclusão de novas disciplinas do currículo específico, tais como: Desenho Geométrico, Geometria Descritiva, Fundamentos da Matemática Elementar, Física Geral, entre outras (CURI, 2000).

Nesse período, o modelo de formação de professores de Matemática baseava-se no padrão denominado "esquema 3+1", isto é, "[...] três anos só de Matemática, dando o título de Bacharel, e mais um ano de matérias pedagógicas (didática geral, didática especial da matemática e psicologia da criança e do adolescente)" (D'AMBROSIO, 1996, p.57). Também, nessa mesma década, [...] houve um substancial incremento na oferta de cursos de graduação em Matemática em todo o país aumentando a demanda por tais cursos (SILVA, 1996, p.35).

---

[12]CFE – Conselho Federal de Educação

No contexto histórico, as mudanças no sistema educacional brasileiro estavam atreladas às discussões provocadas pelo pós Segunda Guerra Mundial, período esse que ficou conhecimento como a Guerra Fria. Essas mudanças ocorreriam não somente no Brasil, mas em diversos outros países (CURI, 2000). Dessa forma, surgem "[...] novas exigências impostas pelo contexto sócio-político-econômico, que impunha uma nova formação para todos os estudantes, onde alguns elementos aplicados e conteúdos mais modernos estivessem presentes" (MIORIM, 1995, p. 199). Esse movimento foi conhecido internacionalmente como Movimento da Matemática Moderna.

Uma das intenções dessas ideias modernistas era atualizar o currículo do nível médio de modo a diminuir a distância existente entre esse nível de ensino com o nível superior, ou seja, era uma tentativa de diminuir a descontinuidade causada na passagem do Ensino Médio ao Ensino Superior (MIORIM, 1995). Com efeito, as mudanças também afetaram os currículos dos cursos de Licenciaturas em Matemática "[...] modificando substancialmente os programas das disciplinas e os manuais didáticos" (PINTO; SOARES, 2008, p.5).

Entretanto, as ideias modernistas passariam a sofrer severas críticas, tendo em vista que esse modelo baseava-se no excesso de conteúdos matemáticos, com a exigência do rigor formal. Como consequência, ocorreu também o esvaziamento do ensino da Geometria, bem como a ausência de livros didáticos adequados, dando margem, portanto, à existência de vários programas de ensino (MIORIM, 1995).

Esse cenário favoreceu os debates acerca da formação do professor de Matemática, no início da década de 1970. O sistema de formação docente utilizado vinha sofrendo severas críticas, entre elas, a ausência de articulação entre o fazer docente e os conteúdos das disciplinas. Afirmava-se que não havia conexão desses conhecimentos com as situações reais de ensino (VICENTINI; LUGLI, 2009). Essas discussões apontavam para a necessidade de mudanças, ou seja, assinalava novas concepções sobre o ensino de Matemática.

> [...] Não é, portanto, de se estranhar que os professores de Matemática, da década de 70, sofressem autênticos choques ao enfrentar a realidade escolar sem preparação adequada, passavam, muitas vezes, de temas altamente especializados para o trabalho com alunos de 10 ou 11 anos, sem orientação didática suficiente e sem um estudo mais aprofundado das características psicológicas das crianças e jovens, sobre como aprendem e dos obstáculos epistemológicos da Matemática [...] (CURI, 2000, p. 20).

A autora ressalta a aprovação da na Lei 5692/71 como um instrumento legal que trouxe consequências na formação do professor. As orientações apontavam para uma redefinição do papel do professor e do aluno, além disso,

> [...] exigia que o professor instrumentalizasse seu olhar com teorias, com estudos e discussões que permitissem uma ampla reflexão sobre a nova realidade, uma vez que inserido num tempo histórico em função de uma demanda social, precisava adaptar-se rapidamente à nova realidade (CURI, 2000, p. 18).

Nesse sentido, a partir do início dos anos de 1980, surgiu no Brasil um movimento denominado Educação Matemática, como consequência do descontentamento em relação ao Ensino de Matemática até então vigente. Esse movimento constitui-se como um campo de estudo que se preocupa com os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática. Dessa forma, essa área passa a ser vista como uma ciência interdisciplinar, imersa na cultura e na sociedade, possuindo assim um papel importante tanto no exercício da democracia, como no desenvolvimento de novas tecnologias de modo geral (VARIZO, 2006).

Apesar das novas ideias advindas da Educação Matemática, os problemas nos cursos de formação do professor de Matemática ainda persistiam com características semelhantes. A demanda por docentes qualificados se tornava fundamental, nessa perspectiva, a concepção de que é preciso aprender a ensinar ganhava cada vez mais adeptos, ou seja, não se podia mais pensar em um professor voltado apenas para o conhecimento dos conteúdos específicos da sua área. Essa nova concepção não foi absorvida, mesmo com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/1996).

Entre os problemas que persistiram nos cursos de licenciatura em Matemática, destacam-se: a predominância de formação acadêmica; a concepção do ensino tradicional através da passividade na transmissão dos conhecimentos; desconsideração dos conhecimentos dos alunos; distanciamento entre disciplinas pedagógicas e conteúdos matemáticos; a ausência de identidade própria dos cursos de Matemática (CURI, 2000).

Os esforços vividos nas décadas subsequentes estão buscando mudanças efetivas nos programas de formação de professores de Matemática, não somente em relação aos currículos dos cursos, mas na forma como é concebido o conhecimento matemático. Não se pode mais pensar na concepção dessa área como algo severamente abstrato, idealizado e de difícil acesso aos estudantes. A Matemática continua se desenvolvendo através de diferentes interações com a sociedade, fruto de transformações e continuidades, através de inúmeros exemplos em nossa vida.

Com efeito, a necessidade de um novo perfil docente já é tema de diversas resoluções pós-LBD. Entre elas, podem-se destacar os documentos elaborados e publicados pelo Conselho Nacional de Educação: as Diretrizes curriculares para os cursos de Licenciatura Plena (Resolução CNE/CP 1/2002); a Instituição da duração e a carga horária desses cursos (Resolução CNE/CP 2/2002) e as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática (Resolução CNE/CES/2002). Essas diretrizes foram criadas como forma de nortear as políticas públicas voltadas para a Educação Superior e servem de parâmetros para a organização dos cursos de Matemática.

No que se refere à realidade cearense, essas Diretrizes serviram de base para a elaboração do Projeto Político Pedagógico (PPP/2007) do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). De acordo com o documento, o curso segue a normatização proposta pela Resolução CNE/CP 2/2002, ou seja, tem duração de 8 semestres, totalizando no mínimo 2.924 horas, divididas da seguinte maneira: 2312 horas de disciplinas específicas, 408 horas de estágio curricular supervisionado, realizado em 04 semestres letivos, além das 204 horas para atividades complementares (acadêmicas, científicas e culturais).

A elaboração desse PPP só veio provocar mudanças na grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática em 2008 (ANEXO B), contemplando assim um novo perfil do profissional a ser formado com o objetivo de promover ao “[...] licenciado, uma formação generalista, sólida e interdisciplinar nos conteúdos nos diversos campos da Matemática, além das habilidades necessárias ao exercício da prática pedagógica e de sua cidadania” (PPP/UECE, 2007, p. 5-6).

Entre as competências e habilidades de que fala esse documento, espera-se que os futuros docentes possuam conhecimento sólido e abrangente na área de atuação; reflitam de forma crítica a sua prática em sala de aula, identificando problemas de ensino-aprendizagem; conheçam teorias psicopedagógicas que fundamentam o processo de ensino-aprendizagem, bem como os princípios de planejamento educacional, entre outros. É com essa perspectiva de uma nova concepção de currículo que acredita-se em avanços na formação do professor de Matemática. Para D’ Ambrosio (1996, p. 64), o “[...] o currículo vai refletir aquilo que se deseja, aquilo que é necessário, de acordo com o que é possível, respondendo a características locais”.

Nesse sentido, de acordo com o exposto neste capítulo, foi possível perceber alguns aspectos históricos e as influências percebidas nos cursos de formação inicial do professor de Matemática, em especial da Universidade Estadual do Ceará. Ressalta-se para a complexidade de discutir um tema abrangente e vasto nas suas especificidades dado o tamanho do Brasil. Foram abordados pontos marcantes dessa formação, embora existam diversos outros aspectos ainda em fase de pesquisa que compõem o histórico dessas licenciaturas.

Os elementos teóricos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval serão abordados no próximo capítulo, como por exemplo: o que são representações semióticas, atividades cognitivas, objetos matemáticos, entre outros. Busca-se, dessa forma, elencar os aspectos históricos e os fundamentos de base que foram utilizados pelo autor na construção do seu referencial teórico.

3 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA – TRRS

Este capítulo visa discutir categorias da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval que foram utilizadas para a análise dos dados coletados. Vale salientar que o autor destaca como importantes registros de representações semióticas para a representação dos objetos matemáticos: a linguagem algébrica, a língua natural, a representação geométrica ou perspectiva, gráficos e tabelas. Para Duval (2003), essa variedade de registro de representações semióticas, bem como a articulação entre essas diversas representações são de fundamental importância para a aprendizagem. Somente assim, o sujeito aprendiz pode vir a não confundir o objeto representado com a sua representação.

Inicialmente, destacam-se aspectos do surgimento da linguagem matemática bem como contribuições dos trabalhos de Peirce, Saussure e Frege para o desenvolvimento da semiótica enquanto ciência e como eles foram usados para a fundamentação teórica de Duval. No segundo tópico, apresentam-se conceitos da TRRS, como as funções das representações semióticas, as atividades cognitivas, os fenômenos relativos à conversão, entre outros. No terceiro tópico, a abordagem estará relacionada aos aspectos da função afim e às variáveis visuais pertinentes ao registro algébrico e gráfico, discutindo elementos da organização didática proposta pelo autor. Por fim, ressaltam-se pesquisas brasileiras em Educação Matemática que usam a referida teoria na análise de dados relativos aos processos de ensino e de aprendizagem nos cursos de Licenciaturas em Matemática.

3.1 O SURGIMENTO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA E A FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DA TRRS

Quando pensa-se na Matemática no século XXI, percebe-se a grande variedade de símbolos que essa área do conhecimento apresenta, além de preceitos definidos, como os axiomas, teoremas, corolários, entre outros. Esse conjunto de símbolos possui significações abrangentes, de natureza extrínseca e intencional. Dessa forma, o Homem conseguiu criar uma comunicação peculiar da Matemática com o estabelecimento de relações, conceitos e conteúdos construídos através dos esforços de inúmeros estudiosos, pesquisadores e matemáticos. Nesse sentido, a linguagem matemática difundiu-se universalmente modificando a forma como explicamos, conhecemos, convivemos e manejamos essa ciência.

Entretanto, vale evidenciar, que a Matemática nem sempre possuiu essa linguagem simbólica. Na Antiguidade, apesar da existência de símbolos, não se pensava no papel desses para a construção do conhecimento sistematizado. Já na Idade Média, na maioria dos casos, utilizava-se primordialmente a Língua Materna como representação e os símbolos existentes eram de natureza pontual e individual, de conhecimento, muitas vezes, apenas do seu criador ou de um pequeno grupo de matemáticos, que eram utilizados na comunicação através de cartas, telegramas, entre outros (FLORES, 2006).

Nessa perspectiva, de acordo com Flores (2006, p. 5), até meados do Renascimento Ocidental, a concepção que se tinha de representação estava vinculada à imitação, ou seja, “[...] o signo[13], a visibilidade do signo, está na própria coisa, não havendo nada de oculto. Portanto, a relação do signo com seu conteúdo era assegurada na ordem das próprias coisas”, em outras palavras, os signos estavam diretamente vinculados ao objeto.

No final do Renascimento, observa-se uma ressignificação do conceito de representação, ou seja, ela não está apenas vinculada à ideia de imitação e semelhança, mas também através da identidade e da diferença. Em outras palavras, o signo passa a assumir uma relação binária entre o significado e o referente [objeto]. Essa relação foi imprescindível para a criação e produção de novas linguagens, ocorrendo uma passagem progressiva da língua comum para a escritura simbólica (FLORES, 2006).

Nesse sentido, matemáticos como François Viète (1540 – 1603), René Descartes (1596 – 1650) e Gottfried W. Von Leibniz (1646 - 1716), entre outros, contribuíram de forma efetiva para o desenvolvimento dessa nova linguagem matemática. Viète, em seus trabalhos que envolviam álgebra, trigonometria e geometria, utilizou vogais e consoantes para representar constantes e incógnitas respectivamente. Embora, ainda desconhecesse o sinal da igualdade e seus cálculos envolvessem um misto de símbolos e Língua Materna, seu trabalho constitui um marco para o desenvolvimento da linguagem matemática.

Com o desenvolvimento da geometria analítica e do pré-cálculo, Descartes possibilitou uma relação estreita entre escritas das equações e a construção das representações gráficas (DUVAL, 2011a). Também foi o responsável por atribuir a noção de função segundo a equação em x e em y que introduz a dependência entre quantidades variáveis, permitindo calcular o valor de uma variável em correspondência com o valor de outra.

Segundo Duval (2011a), Leibniz foi um dos primeiros a ressaltar a importância das representações para a Matemática. “[...] Para ele [Leibniz], o conhecimento matemático tornou-se ‘*conhecimento simbólico*’, mesmo se ele o considerasse ainda ‘*cego*’ em relação à

[13]“Elemento que designa ou indica outro” (JAPIASSÚ; MARCONDES, 2001, p. 25).

'*intuição*' dos próprios objetos, visto que a intuição fica estritamente limitada a poucos objetos" (DUVAL, 2011a, p.25, grifos no original). Portanto,

> [...] de posse da nova linguagem simbólica e das regras de cálculos, pode-se fazer qualquer tipo de cálculo, mesmo aqueles que antes não eram realizados. Foi isto que possibilitou a Leibniz, em 1676, a criar o método de cálculo infinitesimal, definindo, desta forma, as operações de integração e derivação. Daí, o desenvolvimento da matemática pura, que permitiu a construção, por exemplo, do edifício da teoria das funções, como também da geometria diferencial. Criam-se, enfim, novos símbolos, novas técnicas, novas formas de representação. As coisas se reduplicam, portanto (FLORES, 2006, p. 9).

Percebe-se, dessa forma, o papel de destaque que as representações passaram a desempenhar na concepção epistemológica do conhecimento matemático.

De acordo com Duval (2011a), a semiótica contemporânea, enquanto ciência, surge fundamentada nos trabalhos de Peirce (1890-1910), Saussure (1916) e Frege (1892 e 1894), que formularam três modelos diferentes de análise dos signos.

O primeiro modelo refere-se à classificação dos tipos de representações, defendidos por Peirce. Segundo o autor, um signo pode ser denominado de *ícone* (quando possuem uma relação de semelhança com o objeto representado), *índice* (quando indicam o objeto representado), ou *símbolo* (quando são convencionais e supõem uma regra de uso para sua aplicação), em outras palavras estão associados entre uma causa ou afinidade (JAPIASSÚ; MARCONDES, 2001).

De acordo com Duval (2009, p. 35), essa classificação possui poucos critérios discriminatórios, além de não levar em consideração "[...] as relações possíveis entre sistemas semióticos e a possibilidade de converter uma representação formada dentro de um sistema em uma representação de outro sistema". Contudo, vale ressaltar a importância dos trabalhos de Peirce para o reconhecimento dos signos e suas variedades na aquisição do conhecimento, constituindo-se assim um marco para a fundação da semiótica enquanto ciência.

O segundo modelo refere-se à análise estrutural dos sistemas semióticos. Para Saussure, "[..] os signos não têm nenhuma realidade material. Eles são os invariantes de ocorrências que mudam sensivelmente" (DUVAL, 2011a, p. 29). Surge com essa concepção a noção de distinção entre um signo e suas múltiplas ocorrências que dependem da sociedade e dos indivíduos nela inseridos. Outro ponto importante a ser destacado nessa análise é a relação de oposição que os signos desempenham dentro do mesmo sistema semiótico tornando-se imprescindível para o estabelecimento de regras e do sentido que damos a cada símbolo. Essa ideia, na concepção de Duval (2011a, p. 30), constitui uma relevante contribuição de Saussure, pois "[...] é apenas no interior de um sistema semiótico que alguma coisa pode funcionar como signo".

O terceiro modelo de análise refere-se ao processo semiótico produtor de novos conhecimentos, elaborado por Frege. O autor evidencia a existência de uma diferença primordial entre significante e significado. De acordo com Duval (2009, 2011a), ele foi o primeiro a analisar como funcionavam internamente os registros de representações. Dessa forma, duas expressões podem ter vários sentidos diferentes ou conteúdos distintos e, mesmo assim, estarem relacionadas ao mesmo objeto. De acordo com o autor, a limitação desse modelo consiste no fato de Frege ter deixado de lado outros sistemas semióticos igualmente importantes considerando apenas "[...] as escritas simbólicas utilizadas em álgebra e em análise como modelo de todas as representações utilizáveis em matemática" (DUVAL, 2011a, p. 35).

Em suma, os três modelos apresentados anteriormente, mostram as diferentes perspectivas atribuídas aos signos. De acordo com Duval (2011a), esses três modelos de análise dos signos apresentam limitações no que se refere ao funcionamento e ao desenvolvimento da atividade matemática. Assim, o autor propõe uma reformulação dos problemas colocados pelos três autores que, na sua concepção, fundamentaram a semiótica. O quadro a seguir ilustra os três problemas semióticos reformulados por Duval (2011a).

Quadro 1 - Três problemas semióticos reformulados

TRÊS PROBLEMAS SEMIÓTICOS		**A REFORMULAÇÃO DOS PROBLEMAS**
Peirce Como analisar a variedade dos tipos de representações no processo de interpretação de seu sentido?	➡	Em função de quais critérios pode-se classificar todos os tipos de representações utilizáveis em matemática e no ensino de matemática?
Saussure O que constitui uma língua como um sistema comum de sentido, apesar das mudanças e variações resultantes de suas múltiplas utilizações?	➡	Quais processos de discriminação permitem RECONHECER AS UNIDADES DE SENTIDO MATEMATICAMENTE PERTINENTES em uma expressão ou em uma representação semiótica?
Frege Como explicar o processo rigoroso e não tautológico do raciocínio matemático?	➡	Quais são os mecanismos de substituição ou de transformação próprios a cada tipo de representação utilizada em matemática?

Fonte: DUVAL, 2011a

Esse modelo contemporâneo de análise proposto por Duval (2003, 2009, 2011a) constitui o cerne da sua elaboração teórica. No próximo tópico, as concepções de Duval serão discutidas, prioritariamente, as três questões reformuladas por ele: os critérios de classificação das representações; as unidades de sentido das representações; as operações cognitivas possíveis e necessárias na aprendizagem da Matemática.

3.2 ASPECTOS TEÓRICOS DA TEORIA DOSREGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA (RRS)

A Teoria dos RRS considera que a atividade matemática requer o desenvolvimento e aquisição de atividades cognitivas específicas. Tal fato decorre da conexão entre o pensamento humano e as operações semióticas. Desta relação se estabelece a premissa de que "[...] não haverá compreensão possível sem o recurso às representações semióticas" (FLORES, 2006, p.3).

Nessa perspectiva, percebe-se a importância das representações para a aquisição do conhecimento e para a construção do significado dos objetos representados, isto porque "[...] as representações no domínio da matemática são consideráveis, já que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção só podem sê-lo por sua representação [...]" (FLORES, 2006, p. 3). Dessa forma, não existe apreensão do conhecimento matemático sem o auxílio de uma representação. De acordo com o autor,

> [...] as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visível, ou os traços. Muitas vezes associamos os signos a essas unidades elementares de sentido, que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas, algarismos, às vezes palavras-chave, ou gestos da mão. O que equivale a considerar os signos como 'coisas' pelas quais é preciso começar para dar um sentido! (DUVAL, 2011a, p.38).

Dessa forma, a noção de representações semióticas difere daquela assimilada à dos códigos, a qual consiste numa mera codificação de informação. O autor salienta a principal diferença entre registros de representação semiótica e códigos:

> a) Os registros são sistemas cognitivamente produtores, ou mesmo 'criadores', de representações sempre novas. E a produção de novas representações permite descobrir novos objetos.
> b) Os códigos, ao contrário, são sistemas que permitem transmitir uma informação discretizada ou que comutam a codificação de uma informação em função do modo físico matemático (auditivo/visual, analógico/numérico) (DUVAL, 2011a, p.72).

Em outras palavras, a diferença está na possibilidade de transformações que os registros apresentam e os códigos não. O quadro a seguir distingue esses dois sistemas em três principais categorias, quais sejam: tipo de produção semiótica, possibilidades de transformação das produções e mudança de sistema semiótico.

Quadro 2 - Comparação entre registros e códigos

	SISTEMAS SEMIÓTICOS	TIPO DE PRODUÇÃO SEMIÓTICA	POSSIBILIDADES DE TRANSFORMAÇÃO DAS PRODUÇÕES	MUDANÇA DE SISTEMA SEMIÓTICO
SISTEMAS **produtores de representações que se referem aos objetos** (Continuum do sentido)	**REGISTROS** Línguas, figuras, gráficos etc.	**Um conteúdo ARTICULANDO VÁRIAS UNIDADES DE SENTIDO** conforme dois ou três níveis de organização	**SUBSTITUIÇÃO** por equivalência referencial OPERAÇÕES SEMIÓTICAS PRÓPRIAS DE CADA REGISTRO	**CONVERSÕES** por **correspondência das unidades de sentido**
SISTEMAS **Transmissores, ou conversores do modo físico de transmissão** (Discretização da informação)	**CÓDIGOS** Código binário, alfabeto etc.	**SEQUÊNCIA DE CARACTERES** cada caractere da sequência resulta de uma escolha de codificação dos **dados** (estados sucessivos, sons,...) e não da regra de combinação	Somente a **programação externa de ações** sobre as sequências de valores binários (máquina de Turing)	**CODIFICAÇÃO** ↔ **DECODIFICAÇÃO**

Fonte: DUVAL, 2011a, p. 73

No que se refere à classificação, de acordo com Duval (2003), existem dois tipos diferentes de registrosde representações semióticas. As diferenciações se devem à possibilidade das transformações existentes e às diferentes operações que cada registro propicia. É possível observar no quadro abaixo as diferentes classificações propostas por Duval (2003), nesse caso, cada registro possui pelo menos duas categorias distintas (discursivas e não discursivas, multifuncionais e monofuncionais).

Quadro 3 - Classificação dos diferentes registros mobilizáveis na atividade matemática

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS: os tratamentos não são algoritmizáveis.	Língua natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: • argumentação a partir de observações, de crenças...; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1,2 ou 3). • Apreensão operatória e não somente perceptiva; • Construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS: os tratamentos são principalmente algoritmos.	Sistemas de escritas: • Numéricas (binária, decimal, fracionária...), • Algébricas; • Simbólica (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesianos: • mudanças de sistemas de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: DUVAL, 2003, p. 14

Em suma, as representações discursivas contêm um discurso articulado, que não necessitam de apoio para a sua compreensão. Em contrapartida, as representações não discursivas necessitam de apoio de outro registro, preferencialmente o registro em Língua Materna, para dar-lhe o sentido desejado (SOUSA, 2010).

Ao tratar dos desafios inerentes à aprendizagem e ao ensino, Duval (2009) destaca três importantes fenômenos a serem considerados: a diversificação dos registros de representação semiótica; a diferenciação entre representante e representado (representação e objeto matemático) e a mobilização e coordenação entre os diferentes registros. Esses três fenômenos são imprescindíveis para a aprendizagem em matemática e são relativos à *semiósis*. Em outras palavras,

> Para que ocorra a apreensão de um objeto matemático é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiósis* (representação). A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação, pelo sujeito que apreende, de vários registros de representação. Ou seja, quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto (DAMM, 2008, p.177, grifos no original).

Dessa forma, de acordo com Duval (2009) não existe *noésis* sem *semiósis*. Além disso, as representações semióticas cumprem três funções importantes, quais sejam: a comunicação, a objetivação e o tratamento.

A função de comunicação permite transmitir, a partir do uso da representação, um conceito, definição, etc. para um interlocutor. Dessa forma, viabiliza um processo de interlocução entre sujeitos a qual seria de difícil compreensão sem o auxílio das representações.

A função de objetivação permite ao sujeito perceber a construção do seu próprio conhecimento. É através das representações semióticas que o sujeito vai progressivamente elaborando o saber. Os mapas conceituais, sínteses, esquemas são exemplos de representações semióticas, muitas vezes, auxiliares para a resolução de uma situação-problema em Matemática.

A terceira função é o tratamento. Trata-se de uma transformação dentro de um mesmo registro semiótico, ou seja, uma expansão interna ao registro, normalmente em busca da solução de uma situação-problema. Essa função depende do sistema semiótico utilizado tanto quanto da representação a ser tratada. A efetuação de um tratamento no registro algébrico, na resolução de uma questão, difere daquele realizado em língua materna, na resolução dessa mesma questão. Nesse sentido, cada registro possui regras de expansão distintas de tratamento e um funcionamento interno específico a ser levado em consideração.

Além de cumprir essas três funções mencionadas anteriormente, as representações semióticas, de acordo com Duval (2003, 2009), também propiciam e exigem a construção de três atividades cognitivas fundamentais: a formação, o tratamento e a conversão.

A formação "[...] consiste na constituição de uma representação coerente, capaz de conter todos os elementos indispensáveis para a sua compreensão" (SOUSA, 2010, p. 58). Quando constrói-se um gráfico cartesiano, deve-se considerar os eixos coordenados (x,y); ao marcar um ponto, observa-se a relação que existe entre a ordem da abscissa e a da ordenada com os eixos cartesianos. Sem observar elementos característicos do registro gráfico, é impossível realizar corretamente a representação do objeto matemático. Isso nos permite constatar que, assim como o registro gráfico, cada registro de representação possui regras de funcionamento internas ao sistema semiótico utilizado, que são denominadas regras de conformidade. Sem o conhecimento dessas regras estruturais e funcionais, é impossível efetivamente formar uma representação.

O tratamento, além de uma função da representação semiótica, ocupa também o papel de atividade cognitiva a ser desenvolvida. Quando tomam-se as representações 9+6, 45/3, 5x3, (7/2 + 23/2), observa-se que todas representam um mesmo objeto matemático, o número 15 [pseudo-objeto][14]. Entretanto, para efetuar o tratamento de cada uma delas, percebe-se que elas impõem diferentes custos cognitivos.

Vale destacar as críticas que são atribuídas à ênfase dada nas práticas pedagógicas à atividade de tratamento e formação (DUVAL, 2009). Para o autor, o docente tende a utilizar o registro mais facilmente vinculado ao ensino de determinado conteúdo. Passa muitas vezes a utilizar um único registro de representação semiótica, isto é, trabalha no monorregistro. Por exemplo, um professor que se utiliza apenas do registro algébrico para tratar de funções em detrimento dos demais registros – gráficos, tabelas e língua natural – limita as possibilidades de domínio conceitual por parte do aluno.

A última atividade cognitiva, a conversão, é uma transformação que se realiza entre diferentes registros de representação semiótica. Ela é, portanto, externa ao registro de partida, realizando-se uma nova representação, preservando, entretanto, o objeto representado. Segundo Duval (2009), a conversão é menos desenvolvida em sala de aula e é por muitas vezes considerada de fácil acesso aos estudantes. Presume-se que ao realizar os tratamentos nos diferentes registros, os estudantes perceberão a relação existente entre os diferentes

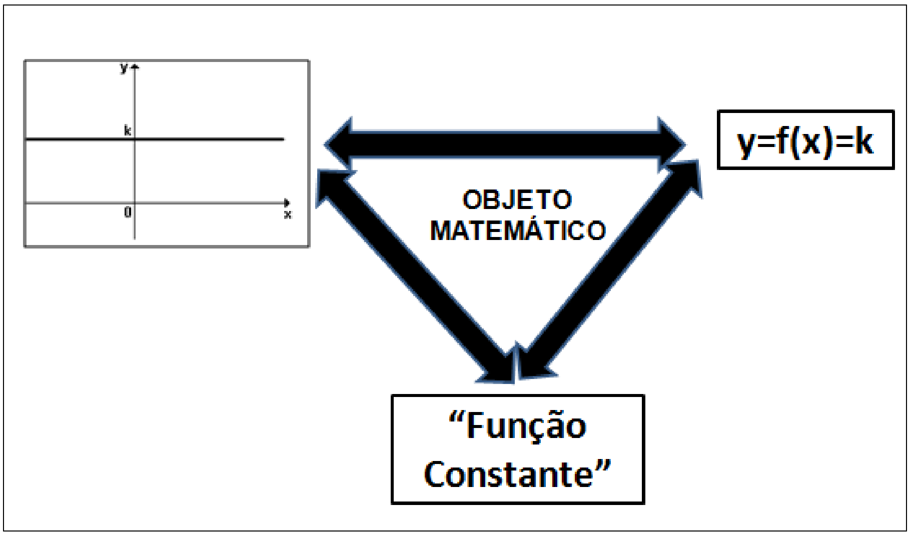
[14] O termo "Pseudo-objeto" é utilizado porque passamos pela necessidade da representação para tratar do próprio objeto em si não constituindo a própria entidade.

registros. O autor adverte que as relações entre os diversos registros de representação semiótica não acontecem de forma espontânea. De acordo com Cardoso (2013, p. 71),

> [...] é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão matemática, e não o inverso, qual seja, o enclausuramento em cada registro. Como cada registro de representação possui elementos distintos a ser analisado, quanto mais o aluno passa a conhecer e compreender as diversas representações semióticas de um mesmo objeto [matemático], mais ele irá compreender o significado, conceitos e propriedades envolvidas no processo para um dado conteúdo.

A seguir observa-se um exemplo de objeto matemático e algumas de suas representações, pois "[..] colocar em correspondência é a única operação cognitiva que permite retirar as propriedades, ou ter acesso a novos objetos do conhecimento, com base nessas unidades de sentido que constituem o conteúdo das representações semióticas" (DUVAL, 2011a, p.51).

Figura 1 - Diversas representações do objeto matemático "função constante"



Fonte: Elaborado pela autora

O autor salienta que a conversão também possui dois tipos de fenômenos a serem considerados, quais sejam: os níveis de congruência e a heterogeneidade de sentidos.

Os níveis de congruência "[...] entre dois registros de representação diferentes dizem respeito à proximidade ou distanciamento entre o registro de partida e o de chegada" (SOUSA, 2010, p. 60). Eles são variáveis e dependem do tipo de conversão a ser realizada. O grau de dificuldade é diferente quando converte-se um registro monofuncional para outro do mesmo tipo (exemplo: registro algébrico → registro gráfico) ou na passagem de um registro para outro com categorias diferentes (registro algébrico → língua natural). Isto porque cada registro possui um complexo conjunto de operações a ser analisado, bem como elementos imprescindíveis que os compõem.

Dessa forma, Duval estabelece três critérios para estabelecer o nível de congruência na conversão entre dois registros: I) correspondência semântica das unidades de significado: é a possibilidade de se estabelecer uma relação de sentido entre cada unidade significante simples presente em dois registros que estão sendo colocados em correspondência; II) unicidade semântica terminal: é a associação de uma unidade significante elementar de um registro de saída com uma única unidade significante elementar no registro de chegada; e III) conservação da ordem das unidades: é a conservação da sequência de aparecimento e utilização das unidades significativas nos dois registros de representação que estão em jogo no processo de conversão.

Basta um problema matemático não possuir um desses fatores para que o desafio aumente consideravelmente. Já quando possui todos esses critérios constata-se que há alta congruência, e a atividade, normalmente, se torna mais transparente e de fácil acesso para os estudantes. Com alto nível de congruência, o problema equipara-se a um processo de codificação, segundo Duval (2003). O autor destaca que "[...] a variação de congruência e não congruência é uma das maiores causas da incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos" (DUVAL, 2011a, p.121).

Em relação ao segundo fenômeno, a heterogeneidade de sentidos de conversão, Duval (2003) salienta que converter do registro A para um registro B pode ter custo cognitivo diferente de se converter do registro B para o registro A. O autor ressalta que "[...] geralmente, no ensino, um sentido de conversão é privilegiado, pela ideia de que o treinamento efetuado em um sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido" (DUVAL, 2003, p. 20). Discordando dessa postura, ele afirma ser imprescindível trabalhar conversões em ambos os sentidos.

Para ilustrar esses dois fenômenos mencionados, tomemos como exemplo uma tarefa de conversão proposta por Duval (2009) aos alunos do *quatrième*[15], para verificar o desempenho em conversões entre a língua materna e o registro algébrico. Foi observado que uma sutil mudança nos enunciados dos problemas afetava consideravelmente o sucesso desses alunos. Na tabela abaixo é possível observar dois exemplos da tarefa proposta.

[15] No sistema de ensino francês, *quatrième* corresponde ao 8º ano de escolaridade.

Tabela 3 - Exemplos de tarefas propostas por Duval

I: Registro em Língua Materna	II: Registro Algébrico	Conversão I →II	Conversão II→I
1º exemplo: A soma dos dois produtos de dois inteiros, todos os inteiros sendo diferentes.	a.b + c.d	90%	90%
2º exemplo: A soma dos produtos de um inteiro com dois outros inteiros.	a.b + a.c	48%	87%

Fonte: DUVAL, 2009, p. 74

No primeiro exemplo, percebemos a alta congruência entre as duas conversões (I→II, II→I), isto porque entre os dois registros de representação existe correspondência semântica das unidades de significado, ou seja, na conversão o sentido das unidades significantes permanece o mesmo; unicidade semântica terminal, nesse caso, todas as informações importantes contidas no enunciado são convertidas para o registro de chegada, não existem duplicidades na interpretação dessa conversão; e por fim, a ordem das unidades é preservada, propiciando que os estudantes a realizem sem maiores problemas.

No que se refere ao segundo exemplo, o autor altera sutilmente o enunciado, modificando a conversão solicitada no primeiro exemplo. Nesse sentido, percebemos as a redução dos êxitos dos estudantes nesse tipo de conversão já que apenas 48% conseguiram efetivamente resolver a atividade solicitada, evidenciando a baixa congruência entre os registros de representação. Além disso, percebe-se também a heterogeneidade dos sentidos da conversão, visto que o resultado aumenta consideravelmente na passagem II→I.

Duval (2011a, p, 124) salienta que “[...] as variações de congruência e não congruência mostram que não existe nenhum isomorfismo entre as representações de um objeto matemático em um registro e suas possíveis representações nos outros registros”. Dessa forma, quando efetuam-se conversões entre diferentes registros de representação semiótica de um mesmo objeto matemático deve-se atentar para o fato de cada registro possuir propriedades, organização, formas, tratamentos e interpretação diferentes, e devem ser acessados de forma consciente pelos estudantes. É nesse sentido que o autor acredita que possa haver efetiva compreensão dos conceitos matemáticos.

No próximo tópico, serão discutidas as relações entre os registros de representação semiótica da função afim, conteúdo foco do presente trabalho. Procura-se detalhar as variáveis visuais próprias que podem ser exploradas nos tipos de registros que propiciam o acesso a esse conceito, além de encaminhamentos didáticos que podem ser considerados no ensino desse conteúdo.

3.3 FUNÇÃO AFIM E OS RRS

De acordo com Duval (2011a), efetivas produções matemáticas elaboradas pelos estudantes estão vinculadas à capacidade de realização de duas condições primordiais. A primeira refere-se ao conhecimento das variáveis visuais pertinentes [unidades de sentido] dos registros de representações, a segunda trata de observar as transformações que é possível efetuar entre as unidades de sentido. Para o autor, essa modelagem do funcionamento cognitivo do pensamento consiste em um dos princípios fundamentais de análise do método. Além disso, o estabelecimento e comparação entre representações de um mesmo objeto é um dos primeiros passos para que uma representação semiótica possa ser compreendida e interpretada em na sua totalidade.

Os procedimentos a serem observados em cada condição mencionada anteriormente podem ser visualizados a seguir.

> **1º condição**: Para isolar as unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo de dada representação, duas operações são necessárias. Primeiro, converter essa representação para outro registro. Depois, gerar todas as modificações possíveis dessa representação para convertê-las para esse outro registro. Podemos, então, observar se as variações feitas no primeiro registro produzem, ou não produzem, covariações no segundo. **2º condição**: Esse procedimento se limita a um único registro sem mobilizar, mesmo de maneira implícita, outro registro. Trata-se, então, de fazer um inventário das variações possíveis que permitem passar diretamente de uma representação a outra que é reconhecida como sendo do mesmo registro. Isso se faz, evidentemente, sem se preocupar com os objetos representados [...] Podemos, então, distinguir as operações de transformação que são possíveis no interior de um registro e que lhe são específicas (DUVAL, 2011a, p.104).

Como exemplo, utilizam-se os pares de registros gráficos e algébricos referentes à função afim[16] por se tratar do objeto de estudo da presente pesquisa. Duval (2011b) menciona a sua preocupação em relação ao fracasso dos alunos nesse tipo de conversão. Nesse sentido, não pode haver uma compreensão e utilização adequada desses dois registros sem discriminação das variáveis visuais pertinentes e uma sistemática correspondência das unidades significativas entre representações gráficas e expressões algébricas.

Nessa perspectiva, em relação à primeira condição mencionada, que se refere à importância de se conhecer as variáveis visuais pertinentes, destaca-se como relevantes

[16] A relevância das variáveis pertinentes do registro algébrico e gráfico bem como a importância da coordenação entre eles para a aprendizagem do estudante na interpretação global das representações também é tema de um trabalho intitulado "*Gráficos e equações:* a articulação de dois registros" (DUVAL, 2011b).

unidades de sentido no registro algébrico [y = ax + b] a identificação do coeficiente a e a constante b, entretanto, a identificação dessas unidades significativas no registro gráfico tornam-se menos perceptíveis, pois nele há mais elementos incorporados, como os eixos cartesianos, os pontos, a reta que representa a função etc. O quadro a seguir descreve as correspondências entre as unidades de sentido desses dois registros de representação.

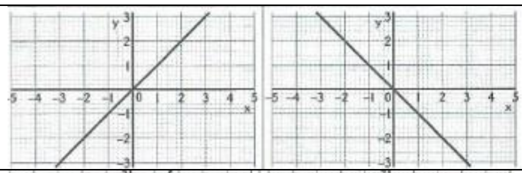
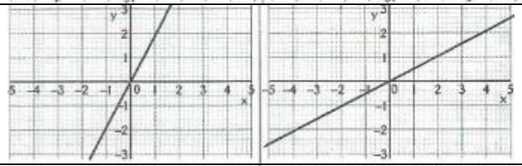
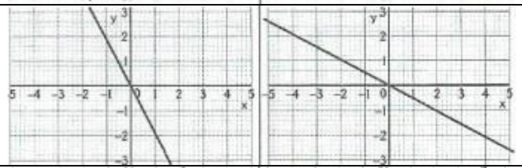
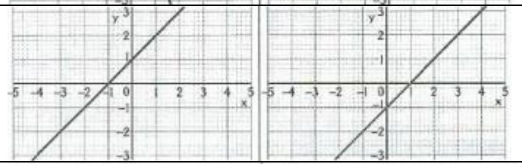
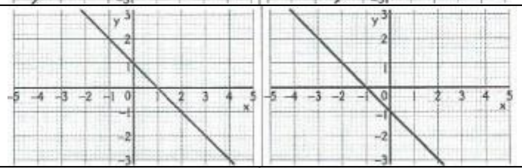
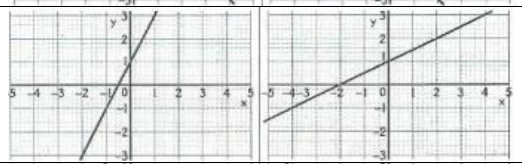
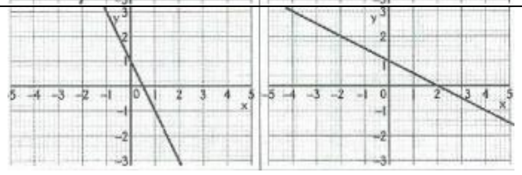
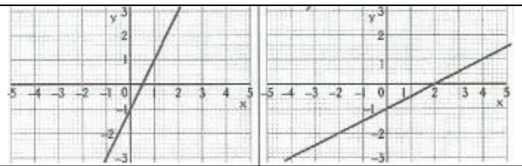
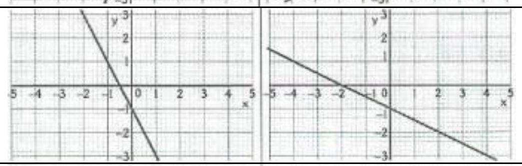
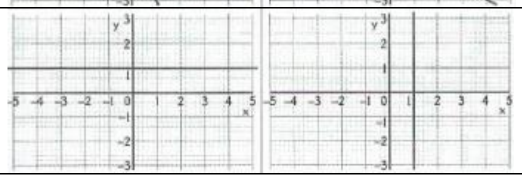
Quadro 4 - Descrição algébrica das oposições dos valores visuais de um gráfico linear

VALORES QUALITATIVOS VISUAIS DE UM GRÁFICO LINEAR				**EQUAÇÕES**
Sentido da inclinação	**Ângulo com o eixo x**	**Posição no eixo y**		**Exemplo**
Traçado subindo (+) x	divisão simétrica coeficiente = **1**	passa pela origem passa acima da origem passa abaixo da origem	+0 +1 -1	y = (+1)x y = x +1 y = x – 1
	ângulo maior coeficiente>**1**	passa pela origem passa acima da origem passa abaixo da origem	+0 +1 -1	y = 2x y = 2x +1 y = 2x – 1
	ângulo menor coeficiente<**1**	passa pela origem passa acima da origem passa abaixo da origem	+0 +1 -1	y = 1/2x y = 1/2x + 1 y = 1/2x – 1
Traçado descendo - x	divisão simétrica coeficiente = **-1**	passa pela origem passa acima da origem passa abaixo da origem	+0 +1 -1	y = (-1)x y = - x +1 y = - x – 1
	Ângulo menor coeficiente<**-1**	passa pela origem passa acima da origem passa abaixo da origem	+0 +1 -1	y = - 2x y = - 2x +1 y = - 2x – 1
	Ângulo maior coeficiente>**-1**	passa pela origem passa acima da origem passa abaixo da origem	+0 +1 -1	y = -1/2x y = -1/2x + 1 y = -1/2x – 1

Fonte: DUVAL, 2011a, p.111

No que diz respeito ao segundo procedimento, o quadro a seguir explicita as variações possíveis do gráfico linear ressaltando a oposição dos valores visuais, ou seja, trata-se da variação do conteúdo. Esse reconhecimento é imprescindível para o estabelecimento das relações internas existentes no registro mencionado anteriormente.

Quadro 5 - Quadro de variações das oposições de valores visuais em um gráfico linear

VARIAÇÕES DAS OPOSIÇÕES DE VALORES VISUAIS EM UM GRÁFICO LINEAR	EXEMPLOS GRÁFICOS
1) Passa pela origem E divide simetricamente os quadrantes (tem a mesma distância dos dois eixos coordenados).	
2)Passa pela origem E sobe E está mais próxima de um eixo do que do outro (não divide simetricamente os quadrantes).	
3)Passa pela origem E desce E está mais próxima de um eixo do que outro.	
4)Não passa pela origem E sobe E não está mais próxima de um eixo do que do outro (é paralela à divisão simétrica dos quadrantes).	
5)Não passa pela origem E desce E não está mais próxima de um eixo do que do outro.	
6)Passa acima da origem E desce E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
7)Passa acima da origem E desce E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
8)Passa abaixo da origem E sobe E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
9)Passa abaixo da origem E desce E está mais próxima de um eixo do que do outro.	
10)É paralela a um dos eixos.	

Fonte: DUVAL, 2011a, p. 110

A discriminação das variações possíveis do registro gráfico da função afim nos permite visualizar diversas possibilidades, pouco exploradas no ensino. Esse procedimento é imprescindível para uma melhor compreensão do registro na sua totalidade, propiciando uma investigação minuciosa das qualidades de cada representação. Percebe-se, a partir da especificidade dessas variações, o que não é específico do registro gráfico, no que se refere à função afim. O último gráfico à direita, cuja reta é paralela ao eixo y, não representa uma função, embora seja um gráfico linear.

Além disso, é importante observar a dualidade do conceito de inclinação da reta que corresponde ao sentido da inclinação e ao ângulo, ou seja, são duas unidades significativas que correspondem a duas variáveis diferentes. Para o autor, “[...] não há congruência entre a direção da reta no plano cartesiano e o coeficiente que determina esta direção na expressão algébrica” (DUVAL, 2011b, p. 102).

Dessa forma, a correspondência semiótica entre registros de representação é primordial para a descoberta e aquisição do conhecimento matemático como já mencionado anteriormente. O autor esclarece o procedimento fundamental para que se estabeleça essa correspondência, trata-se de efetuar uma mudança em um dos registros e em seguida verificar a modificação ou não no outro registro de chegada. Em outras palavras,

> [...] é suficiente praticar a abordagem experimental a mais clássica: variar uma unidade significativa na expressão, mantendo as outras constantes e ver o que se passa no outro registro (ou mudar uma variável visual mantendo as duas outras constantes e ver as modificações que acontecem na expressão). Assim, por exemplo, a oposição entre $y = x$ e $y = -x$ se articula em uma unidade de uma imagem visual e esta imagem se presta a modificações que têm contrapartida algébrica imediata (DUVAL, 2011a, p. 103).

Nesse sentido, Duval (2011a, p. 111) salienta que esse trabalho de investigação e observação “[...] permite tomar consciência do que é matematicamente pertinente no conteúdo visual dos gráficos”.

Essa correspondência semiótica consiste em um trabalho específico, peculiar e minucioso, muitas vezes, deixada de lado no ensino. Isto porque, do ponto de vista matemático, basta um único registro de representação para a realização de uma atividade matemática (DUVAL, 2011a). De acordo com o autor, costuma-se enfatizar atividades que privilegiam o tratamento do registro, limitando o domínio conceitual do estudante já que este passa a não mais reconhecer os diferentes registros de um mesmo objeto matemático além da do não estabelecimento das diversas relações existentes entre os múltiplos pares possíveis de registros. Em outras palavras, a utilização de apenas um registro de representação para tratamentos conduz o estudante a confundir a representação com o próprio conceito.

Nesse contexto, o autor considera importante compreender o “[...] método de análise para isolar as unidades de sentido matematicamente pertinentes no conteúdo das representações” (DUVAL, 2011a, p. 108), pois possibilita uma maior compreensão do ponto de vista cognitivo. Dessa forma, tanto o professor como os alunos passam a ter uma maior capacidade de iniciativa e de controle nas resoluções de problemas matemáticos.

Duval (2011b) também ressalta a importância de uma abordagem gráfica que favoreça uma *interpretação global das propriedades figurais*. Nessa abordagem, “[...] toda modificação da imagem [o conjunto traçado/eixo], que leva a uma modificação na expressão algébrica correspondente, determina uma variável visual pertinente para a interpretação gráfica” (DUVAL, 2011b, p. 98).

Dessa forma, essa abordagem exige uma maior atenção, não somente aos pontos marcados no plano cartesiano, mas a um conjunto de propriedades que esse registro de representação apresenta, ou seja, essa atividade depende de uma análise semiótica visual e algébrica e requer atividades incessantes de conversões (DUVAL, 2011a, 2011b). Para o autor,

> A tomada de consciência dessas variáveis é essencial para organizar sequências didáticas de atividades ou para fazer os alunos entrarem no funcionamento de uma resolução matemática de problemas e na maneira matemática de formular um problema com base em dados observados na realidade (DUVAL, 2011a, p. 150).

Por fim, vale destacar que essa análise do conhecimento, de acordo com o autor, é cognitiva e não uma análise matemática, pois requer a compreensão das produções dos estudantes na sua totalidade e não somente pontual. Em outras palavras, “[...] A teoria dos registros resulta primeiro da descrição da atividade matemática como transformação de representações semióticas. Essa descrição permite analisar as condições cognitivas requeridas para poder compreender em matemática” (DUVAL, 2011a, p.151). Dessa forma, acredita-se que a teoria dos RRS oferece suporte metodológico e agrega fundamentos teóricos aos processos de ensino e aprendizagem no que refere especificamente ao conceito de funções.

No próximo tópico, estão os resultados em torno das pesquisas brasileiras que tratam da formação do professor de Matemática com enfoque no ensino de função. Com isso, objetivou-se ressaltar a colaboração e complementação do nosso estudo para o campo de investigação acerca da formação desse professor.

3.4 A TRRS EM PESQUISAS BRASILEIRAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Neste tópico, será apresentado o Estado da Questão que se constitui como uma nova dimensão de pesquisa que difere do Estado da Arte e da Revisão de Literatura. Com ele, lança-se um olhar avaliativo e criterioso sobre o objeto investigado de forma a delimitá-lo e refiná-lo.

De acordo com Nóbrega-Therrien e Therrien (2004), esse processo de construção tem como foco a aproximação de trabalhos com as categorias de base da pesquisa, ou seja, os aspectos teórico-metodológicos da investigação. Além disso, é possível analisar criticamente as pesquisas que se aproximam do objeto de estudo e assim ter uma visão ampla do campo científico pesquisado. Um dos principais objetivos do Estado da Questão é verificar se haverá ou não autenticidade e originalidade da pesquisa, bem como saber qual a colaboração e complementação do estudo que está sendo proposto, no campo de investigação.

Os sites de busca utilizados para encontrar as pesquisas foram: o repositório do Programa de Pós-Graduação em Educação UECE[17]; o Banco de Teses da CAPES[18]; Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD[19] e o Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática – PUC/SP[20]. A escolha desses sites se deu por apresentarem um vasto banco de dados amplamente difundidos na comunidade acadêmica.

Os trabalhos encontrados foram organizados por ano, nível de abrangência (pesquisas de mestrado ou doutorado), autores, título do trabalho, bem como os objetivos e a metodologia adotada em cada pesquisa. Realizou-se a leitura dos títulos e dos resumos dos trabalhos, além disso, os esforços foram concentrados em pesquisas relacionadas às seguintes palavras-chave: *Formação de Professores de Matemática*, com foco no conteúdo *Função*, e que se aproximavam teoricamente da Teoria dos Registros de Representações Semióticas.

Não houve delimitação de tempo a fim de obter o maior número de pesquisas, exceto no Banco de Teses da Capes, cujo período foi inicialmente delimitado no intervalo de 2008 a 2013, porém, o site encontrava-se com problemas técnicos após uma nova tentativa de acesso, ou seja, o site estava em manutenção e com a atualização dos dados não houve êxito na retomada da pesquisa, não sendo, portanto, possível ampliar o período nesse site em específico.

---

[17]http://www.uece.br/ppge/index.php/teses-e-dissertacoes/dissertacoes
[18] http://bancodeteses.capes.gov.br/
[19] http://bdtd.ibict.br/
[20] http://www.pucsp.br/pos/edmat/

Diante das buscas, foram encontradas 11 pesquisas (APÊNDICE K). Dentre elas, optou-se por um refinamento no que se refere à aproximação ainda mais com o objeto investigativo, buscando pesquisas que acrescentem elementos estruturantes para a definição das categorias de análise, quais sejam: **em relação aos sujeitos das pesquisas**: alunos da graduação do curso de licenciatura em Matemática/professores de Matemática; **quanto aos referencias teóricos**: foco na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, podendo ter mais de uma teoria; **no que se refere à metodologia adotada**: intervenção/ação-pesquisa e **o conteúdo abordado**: Função/Função Afim.

Nessa perspectiva, foram detectadas pesquisas com graus de relevância diferenciados, dependendo de quantas categorias pertencessem. Pesquisas que se enquadravam em quatro ou três categorias foram consideradas de relevância, enquanto aquelas que se enquadravam em apenas uma ou duas categorias foram classificadas como de baixa relevância, sendo desconsideradas para análise. O objetivo principal desse critério foi estabelecer um parâmetro e delimitar o foco para o Estado da Questão, a fim de evitar desgastes desnecessários e análises de pesquisas que não se enquadravam efetivamente no objeto de investigação. O quadro a seguir revela as pesquisas que efetivamente compuseram o Estado da Questão.

Quadro 6 - Pesquisas selecionadas para análise

Ano/Nível	Autor/Orien.	Título	Relevância
2006/ Dout.	**MARIANI**, Rita de Cássia Pistóia /Dr. Benedito Antonio da Silva	TRANSIÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA O ENSINO SUPERIOR: A COORDENAÇÃO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO E OS CONHECIMENTOS MOBILIZADOS PELOS ALUNOS NO CURSO DE CÁLCULO	Relev.
2008 /Mest.	**FRANCO**,PatriciaLanzini/ DoutorMériclesThadeu Moretti	ESTUDO DE FORMAS DE NEGAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: PONTO DE ENCONTRO COM OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.	Relev.
2008 Mest.	**IMAFUKU**, Roberto Seide/ Dr. Benedito Antonio da Silva.	SOBRE A PASSAGEM DO ESTUDO DE FUNÇÃO DE UMA VARIÁVEL REAL PARA O CASO DE DUAS VARIÁVEIS	Relev.
2008 Mest.	**ANDRADE**, Luísa Silva/Dra. Carmen Teresa Kaiber.	REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA.	Relev.
2011 Mest	**MAGGIO,** Deise Pedroso /Dra Cátia Maria Nehring	SABERES DOCENTES DE UMA PROFESSORA QUE ENSINA FUNÇÃO E CONHECE A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	Relev.
2011/ Mest	**LUZ**, Valéria Moura da/Dra. Ângela Rocha dos Santos.	INTRODUÇÃO AO CÁLCULO: UMA PROPOSTA ASSOCIANDO PESQUISA E INTERVENÇÃO	Relev.

Fonte: Elaborado pela autora

O trabalho de Mariani (2006) versa sobre as contribuições do uso e coordenação dos diferentes registros de representação semiótica por alunos ingressantes do curso de

Licenciatura em Matemática acerca de função. Trata-se de uma pesquisa de caráter qualitativo, caracterizando-se como um estudo de caso. A pesquisa aponta para as lacunas conceituais apresentadas pelos alunos sobre o assunto em questão.

Foram consideradas como pressupostos teóricos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e o Contrato Didático de Guy Brousseau. A coleta de dados deu-se através da aplicação de três tarefas que exploravam a mobilização de diferentes registros de representação semiótica, em específico, partindo do Registro Gráfico para os demais registros, principalmente o Registro Algébrico e a Língua Materna.

A pesquisa revelou que a metodologia adotada, com questões abertas, favoreceu o desenvolvimento cognitivo através de argumentações e na coordenação entre os diferentes registros. Os alunos passaram a colaborar e participar efetivamente da atividade proposta, além de exporem os seus conhecimentos. Além disso, constatou-se que, para os alunos, a notação f(x) só apresenta sentido quando é necessária à fixação de um determinado valor para x, sendo desprovido de significado quando utilizada em outros contextos.

O trabalho de Franco (2008) aborda a utilização das diversas formas de negação[21] como um recurso utilizado por professores para o ensino de Matemática. De acordo com a autora, essa técnica de ensino favorece a compreensão em Matemática, por parte dos estudantes, além de possibilitar o uso de diversas representações semiótica.

A referida pesquisa realizou uma análise de 104 aulas gravadas, tendo como sujeitos cinco professores de Matemática do Ensino Médio, constituindo-se como um Estudo de Caso. Essas aulas abordam diferentes temas, tais como: a definição e domínio de uma Função, Função injetora, Análise Combinatória, Divisibilidade, Relação de pertinência e inclusão, Paralelismo.

Em relação à definição da relação entre funções, a autora salienta que os professores mostravam "[...] para o aluno dois grupos simples de relações que não funções, com o objetivo que o aluno identifique uma função pela exclusão do que não é função. Estes exemplos de não função foram apresentados por um professor como 'contraexemplos' de função" (FRANCO, 2008, p. 22).

Os resultados da pesquisa permitiram constatar que a prática do uso das diversas formas de negação é frequente nas aulas de Matemática por parte dos docentes. De modo geral, isso se refere à forma como os diversos conteúdos podem ser abordados em sala de

[21] A autora se refere a quatro formas de negação: a Negação Lógica; a Contrapositiva; a Complementariedade e o Contraexemplo. Em suma, esse recurso é, muitas vezes, utilizado na fala e na escrita do professor através do uso de não exemplos nos diversos conceitos matemáticos (FRANCO, 2008).

aula, ou seja, os docentes remodelam os conceitos matemáticos através de regras e técnicas de ensino de modo a tornar esse conhecimento mais acessível aos estudantes.

Imafuku (2008) realizou uma investigação com alunos do 4º e 5º semestre do curso de Licenciatura em Matemática, utilizando como referencial teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O conteúdo abordado foi Função e a derivada de 1ª ordem, diferenciando-se da metodologia adotada neste trabalho. A proposta teve como objetivo verificar as lacunas conceituais dos estudantes, bem como as concepções acerca das funções de uma e duas variáveis.

Foram aplicados dois questionários junto aos estudantes. O primeiro deles com 7 questões, tinha como objetivo uma primeira análise exploratória, além de perceber a pertinência das questões e se os enunciados estavam adequados. O segundo questionário, denominado de definitivo, versava sobre os seguintes assuntos: “[...] variáveis dependentes e independentes e à interdependência entre elas, ao domínio e o gráfico, à relação entre gráfico do domínio e o gráfico da função [...]” (IMAFUKU, 2008, p.7).

De acordo com a pesquisa, os estudantes não demonstraram bom desempenho na construção de gráficos 3D, ou seja, gráficos tridimensionais. O autor chama a atenção para o fato de a ênfase do ensino estar centrada no plano cartesiano, dessa forma, os estudantes utilizaram a mesma noção de localização de pontos no plano quando da passagem para 3D. Essa ênfase pode estar relacionada à falta de tempo destinado ao estudo desse sistema. Também foi observado o papel central do registro em língua natural, embora ele seja frequentemente secundarizado, nas disciplinas específicas do curso. O autor salienta que esse registro foi fundamental para compreender o raciocínio desenvolvido pelos estudantes.

As lacunas também estão relacionadas à resolução de situações-problema, que, segundo o autor, não parecia familiar aos estudantes. Isto refletiu também em obstáculos na conversão entre língua natural e registro algébrico, bem como a identificação das variáveis no problema.

Luz (2011) investigou uma proposta de intervenção junto a estudantes do 1º semestre do curso de Bacharelado em Ciências Matemática e da Terra da UFRJ. O curso teve duração de 28 horas totalizando 7 intervenções. A autora utilizou um ambiente computacional[22] como forma de analisar as diferentes representações e suas transformações internas.

---

[22] A autora adotou uma tecnologia computacional baseada no binômio Java-web Mathlets. Em suas palavras esses recursos, “[...] são utilizados como recursos visuais, dinâmicos e interativos para estruturar um ambiente de

A pesquisa constituiu-se como um Estudo de Caso utilizando-se para isso de dois referenciais teóricos, quais sejam: a Teoria de Imagem e Conceito e a Teoria dos Registros de Representações Semióticas. A ideia central desse trabalho consiste na elaboração de uma intervenção no curso de Bacharelado de modo a diminuir as lacunas conceituais dos estudantes advindas da Educação Básica. Esse quadro está vinculado à ausência de conhecimentos algébricos, à incompreensão do dinamismo das funções elementares, estabelecendo assim relações entre os diversos registros de representações semiótica. Essa proposta de intervenção contou com a parceria da professora de Introdução ao Cálculo que se encarregou de aplicar as tarefas planejadas, em conjunto com a pesquisadora (LUZ, 2011).

De acordo com a autora, após as mediações e intervenções, foi possível perceber, através do processo de visualização e da coordenação dos diversos tipos de registros de representações semiótica, a construção de conceitos enriquecedores acerca das funções elementares, equações, inequações, entre outros, por parte dos estudantes. Entretanto, "[...] algumas dificuldades ocorreram devido a problemas de não congruência da linguagem algébrica para o registro gráfico (ou vive-versa) nos momentos em que os estudantes trabalhavam sem o auxílio do computador" (LUZ, 2011, p. 136). Além disso, notou-se a dependência algébrica dos estudantes em detrimento da interpretação gráfica das funções na resolução de problemas. A autora também salientou que o acompanhamento da turma foi desfavorável devido ao grande número de estudantes que participaram da pesquisa, em média essa quantidade variou entre 34 a 52 graduandos. Ademais, o trabalho de Luz (2011) constatou que houve diminuição das lacunas advindas da escola básica, ou seja, os estudantes realizaram as atividades propostas de maneira satisfatória e positiva.

A pesquisa de Andrade (2008) tem como foco discutir e refletir sobre a importância da Teoria dos Registros de Representação Semiótica nos cursos de formação de professores. Além disso, evidencia o uso de elementos da referida teoria de forma consciente e inconsciente por alunos do curso de Licenciatura em Matemática.

A pesquisa foi de cunho qualitativo, constituindo-se como um Estudo de Caso. Foram utilizados questionários, observações e entrevistas semiestruturadas como instrumentos de coleta de dados. Entre os objetivos específicos, destacam-se:

> [...] investigar as concepções dos discentes sobre os aspectos do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática e da teoria dos registros de representação semiótica; investigar o ambiente pedagógico em que se encontram os acadêmicos, a fim de perceber como é realizado o trabalho em sala de aula e se o

---

ensino e aprendizagem no qual a construção dos conceitos de funções elementares, tais como retas e parábolas, entre outras, fossem potencializadas" (LUZ, 2011, p. 56).

> mesmo favorece o uso dos registros de representação semiótica (ANDRADE, 2008, p.59).

A autora chama a atenção, como já mencionado em outras pesquisas, para a importância do registro língua natural, visto que, os alunos não apresentaram bom desempenho na conversão do registro gráfico para esse registro. Isso ocorre, não só pela natureza distinta desses dois registros, mas pelo pouco trabalho realizado nos cursos de Licenciatura em Matemática. A interpretação das expressões algébricas também é atividade considerada difícil pelos estudantes, revelando desconhecimentos estruturais em relação ao registro proposto.

Nesse sentido, de acordo com a autora, a ausência de desenvolvimento pedagógico mediado por representações dificulta o reconhecimento, a visualização e interpretação dos diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático.

Andrade (2008) entrevistou os dois professores que ministravam as duas disciplinas cursadas pelos alunos participantes da pesquisa, em busca de colher elementos acerca de sua concepção da prática docente. O primeiro deles, ministrante da disciplina de Matemática Aplicada I, considerou importante a construção de uma base sólida de conhecimentos ao longo curso. Ele se vê como um facilitador do processo de ensino e aprendizagem dos seus alunos. Na sua visão, a construção da base sólida passa pelo reconhecimento das diversas representações, bem como por saber transitar pelos vários caminhos para se chegar à construção do conhecimento. Apesar de o professor não ter conhecimentos aprofundados sobre a TRRS, julga importante e imprescindível a relação entre a Matemática e as representações, devendo esta relação ser discutida nas disciplinas pedagógicas. Em outras palavras, o professor considera importantes esses elementos para a formação do professor. Para ele, existe uma visão fragmentada no curso de licenciatura em Matemática como um todo, já que as disciplinas são trabalhadas separadamente, com enfoques diferentes.

O segundo professor que ministrava a disciplina de Matemática Avançada I, considerou importante que o aluno saiba representar os conceitos de vários modos. Também mencionou a dicotomia entre teoria e prática como algo que deve ser levado em consideração no ensino. Julga importante a verbalização dos processos matemáticos, atividade esta também pouco explorada nas aulas de matemática.

A pesquisa torna-se relevante para a nossa proposta por apresentar “[...] O uso das representações no ambiente escolar e sua importância na formação do futuro professor, de acordo com a perspectiva discente e docente” (ANDRADE, 2008, p.117). A importância e as dificuldades já mencionadas ratificam as ideias de Duval. O trabalho revelou que os estudantes utilizam os registros de representação semiótica ainda de forma intuitiva, sem as necessárias articulações; não conhecem as múltiplas representações, confundindo-as entre si. Nas palavras da autora:

> Pode-se inferir que o desenvolvimento pedagógico da disciplina de Matemática está diretamente associado ao uso de representações semióticas, mas essa teoria ainda não é discutida dentro desse curso de formação de professores em Matemática, por isso, os acadêmicos não têm conhecimento da mesma e não possuem uma concepção com relação a sua importância para aprendizagem da disciplina (ANDRADE, 2008, p.121).

Dessa forma, a referida pesquisa aponta para caminhos futuros que convergem com a nossa proposta de investigação, quando afirma que existe “[...] a necessidade de os futuros professores de Matemática conhecerem e/ou utilizarem a teoria dos registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem da disciplina” (ANDRADE, 2008, p.121).

Perspectiva semelhante é vista no trabalho de Maggio (2011) que se aproxima diretamente do nosso objeto investigativo e trará elementos importantes para a nossa pesquisa, visto que versa sobre atuação de uma professora de Matemática da Educação Básica e Superior acerca de função, considerando os aspectos teóricos e metodológicos da referida professora. O destaque dessa dissertação é o fato de a professora conhecer a TRRS e utilizar-se de seus pressupostos para planejar as suas aulas.

A pesquisa é considerada qualitativa com design de estudo de caso intrínseco, porém também utiliza uma abordagem parcialmente colaborativa. Foram utilizados como instrumentos de coleta de dados entrevistas semiestruturadas e não estruturadas, sessões reflexivas, diários de campo e gravação de vídeo.

Uma justificativa para a relevância desse estudo se dá pelos poucos trabalhos disponibilizados atualmente sobre a atuação docente no ensino de função, utilizando-se a TRRS, o que possibilitou a inferência sobre a relevância da referida pesquisa, com enfoquena formação do professor de Matemática.

A pesquisa de Maggio (2011) estava centrada nos conteúdos de função e função afim, bem como os seus campos conceituais, denominados de: “[...] variação, dependência, grandeza, variável, regularidade e padrão em sequências numéricas, domínio (campo de definição), imagem, contradomínio (campo de variação) e intervalo no traçado reto” (MAGGIO, 2011, p.8).

Entre as questões norteadoras da pesquisa, destacam-se as seguintes: como as representações semióticas do conceito de função são utilizadas na organização do planejamento de ensino? Como as representações semióticas do conceito de função são conduzidas em sala de aula?

Nesse sentido, concordamos com a ideia de que tão importante quanto conhecer a TRRS é saber como utilizá-la na organização, planejamento e condução do plano em sala de aula. É nesse viés que a pesquisa está focada. Além disso, a autora enfatiza que

> [...] Duval, não se atém, e nem faz parte das preocupações desse psicólogo, ao ensino vivenciado em sala de aula. Ele destaca as unidades significantes das representações semióticas gráficas e algébricas do conceito de função afim e realça a necessidade da relação entre as modificações nas expressões algébricas, e nas curvas (retas) [...] Entretanto, não destaca o modo como a correspondência entre essas representações pode ser realizada (MAGGIO, 2011, p.62).

Vale destacar, nesse contexto, que Duval é consciente do caráter ainda em construção e inacabado da sua teoria. Seus estudos iniciaram na década de 90 e ainda hoje possuem caminhos a serem descobertos e vivenciados. Suas obras são escritas em Língua Materna, ou seja, o francês, e muitas vezes há demora na tradução para o português. Contudo, apesar de várias obras já publicadas por Duval, a pergunta mencionada pela autora persiste: de que maneira? Ela se refere ao modo intencional das situações de ensino utilizadas pela teoria que não é abordada de forma clara nos trabalhos de Duval.

A pesquisa de Maggio (2011, p.9) revelou que a "[...] a Língua Natural é empregada, primordialmente, com o papel cognitivo de comunicação das tarefas de identificação, tratamento e conversão" perdendo sua autonomia enquanto registro. Esse dado converge com as ideias das pesquisas anteriores ao afirmarem que esse registro tanto oral como escrito contém elementos que devem ser considerados no ensino não só de função, mas dos demais conteúdos matemáticos. De acordo com a autora,

> O próprio Duval (2010), durante uma análise de sua teoria em uma Mesa-Redonda que visou a discussão da utilização dos seus pressupostos na Educação Matemática, admite a relevância de enfocar a sala de aula e aí a fala dos professores. Segundo ele, é relevante analisar tudo aquilo que o professor fala, pois, geralmente, o que este pronuncia não é gravado e nem compreendido pelo aluno (pelo menos imediatamente) e falar, assim como escrever, não implica uma mudança de registro (MAGGIO, 2013, p. 7).

A pesquisa de Maggio (2011) revela que a condução das tarefas de tratamento e conversão não se torna fácil no processo de ensino. De acordo com a professora pesquisada, as principais dificuldades estão relacionadas à elaboração de "[...] perguntas que conduzam os discentes à aquisição conceitual de função sem necessariamente revelar as informações potenciais à solução ou a própria resposta requerida" (MAGGIO, 2011, p.131).

Infere-se que essas atividades a serem realizadas pelos docentes se configuram como um desafio para o ensino e, de acordo com a autora, devem ser consideradas para pesquisas futuras. A autora também lança um olhar para as disciplinas que compõem o currículo dos cursos de graduação e pós-graduação. Segundo suas observações, a integração entre as diferentes vertentes da formação do professor, a específica e a didática, se constitui como desafio a ser superado, requerendo o envolvimento de toda a comunidade universitária. Para a autora, para além do conhecimento de teorias, é preciso saber utilizá-las e unificá-las aos saberes didáticos e pedagógicos.

Acredita-se ter encontrado um caminho a ser seguido revelando a importância da nossa proposta de investigação. Embora as pesquisas já tenham mapeado, em parte, as questões relativas à função afim, ressalta-se o espaço ainda a ser preenchido, o que demonstra a relevância da pesquisa ora proposta.

De acordo com as pesquisas analisadas, foi possível perceber apreensões conceituais dos estudantes acerca de função e a importância de conhecer teorias como a dos Registros de Representações Semióticas nos cursos de formação inicial e continuada de Matemática. Essa constatação é válida quando foram percebidos elementos da teoria de forma inconsciente e consciente pelos estudantes. De modo geral, essa é uma teoria ainda pouco difundida nesses cursos de formação. Julga-se, portanto, como um campo de pesquisa ainda em construção, com poucos trabalhos dando enfoque na formação dos professores para o ensino de funções, utilizando-se o aporte teórico a TRRS. No capítulo a seguir, será detalhado o caminho metodológico trilhado.

4 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo estão explicitados os pressupostos teórico-metodológicos que subsidiaram a referida pesquisa. Nesse sentido, propõem-se uma abordagem metodológica sensível à ação, com potencial para transformar uma realidade abrangente ou pontual e até mesmo imprevisível. Trata-se da ação-pesquisa que se aproxima da visão colaborativa dessa pesquisa. Nesse tipo de estudo, a importância é dada à participação ativa dos sujeitos envolvidos no processo, além da imersão do pesquisador na dinâmica da transformação. De acordo com Thiollent (1994, p. 20), um dos objetivos práticos desse tipo de investigação é "[...] propor soluções quando for possível e acompanhar ações correspondentes, ou, pelo menos, fazer progredir a consciência dos participantes no que diz respeito à existência de soluções e de obstáculos".

Estão aqui discutidas, portanto, as etapas que compõem essa metodologia e como foram desenvolvidas ao longo do processo investigativo. Também estão definidos os sujeitos da pesquisa e os instrumentos utilizados na coleta de dados.

4.1 AÇÃO-PESQUISA: UMA ESCOLHA METODOLÓGICA

De acordo com Barbier (2002, p. 43), a ação-pesquisa representa uma investigação intencional e orientada pelo pesquisador como forma de conceber mudanças favoráveis ao grupo envolvido no processo, ou seja, "[...] resulta de uma atividade de pesquisa na qual os atores se debruçam sobre eles mesmos". Além disso,

> [...] se o processo é induzido pelos pesquisadores, em função de modalidades que eles propõem, a pesquisa é efetuada pelos atores em situação e sobre a situação destes. A ação parece prioritária nesse tipo de pesquisa, mas as consequências da ação permitem aos pesquisadores explorá-las com fins de pesquisa mais acadêmica (BARBIER, 2002, p. 43).

Conforme o autor, a ação-pesquisa é um tipo de pesquisa-ação. Essa classificação apresenta mais três tipos, quais sejam: pesquisas-ações de inspiração lewiniana ou neolewiniana[23]; a consulta-pesquisa de inspiração analítica ou socioanalítica[24] e a experimentação social[25].

---

[23] Tais pesquisas empregam um plano experimental, envolvendo atores em seu próprio campo. Estes esperam da experiência a elaboração de um paradigma de ação ou a resolução de um problema, aplicável em seguida em larga escala (BARBIER, 2002, p. 41).

[24] Diferentemente da pesquisa-ação lewiniana, é iniciada a ação, sobretudo por iniciativa dos atores [...]. A mudança é concebida como uma socioterapia, uma análise da organização, com finalidades dificilmente

Esse tipo de pesquisa surge inicialmente nas Ciências Sociais expandindo-se para as demais áreas do conhecimento como, por exemplo, Educação, Comunicação, Serviço Social, entre outras. Atualmente, apesar das diferentes perspectivas que essa abordagem metodológica alcança, existe um ponto em comum: essa modalidade de pesquisa consiste em uma intervenção visando modificar ou aperfeiçoar, dentro de uma realidade, ou contexto, um fenômeno ou problemas pertinentes, de forma a buscar soluções coletivas para uma determinada situação analisada. Esses problemas podem emergir do conjunto de atores envolvidos no processo.

Todos os participantes estão diretamente implicados durante a pesquisa, ou seja, a compreensão do fenômeno não é unilateral. Dessa forma, a relação entre a finalidade intencional e a situação estudada visa construir um conhecimento de forma a provocar mudanças tanto nos sujeitos quanto no que se refere à postura acadêmica do pesquisador (SEVERINO, 2007). Em suma, esse tipo de pesquisa "[...] não é constituída apenas pela ação ou pela participação. Com ela, é necessário produzir conhecimentos, adquirir experiências, contribuir para a discussão ou fazer avançar o debate acerca das questões abordadas" (THIOLLENT, 1994, p.22).

De acordo com Thiollent (1994), no que se refere à área educacional, essa metodologia possui um caráter normativo, ou seja, "[...] a articulação da pesquisa e da ação é controlada pelos pesquisadores por meio da deliberação coletiva e submetida à aprovação dos grupos de educadores ou de alunos implicados" (THIOLLENT, 1994, p.76). Em outras palavras,

> [...] os pesquisadores em educação, estariam em condição de produzir informações e conhecimentos de uso mais efetivo, inclusive ao nível pedagógico. Tal orientação [metodológica] contribuiria para o esclarecimento das microssituações escolares e para a definição de objetivos e de ação pedagógica e de transformações mais abrangentes (THIOLLENT, 1994, p. 75).

De acordo com Barbier (2002, p. 118), o pesquisador tem um papel importante durante o desenvolvimento da investigação, controlando, caso seja necessário, os processos envolvidos. Além disso, "[...] ele os conduz a bom termo, assinalando-os com precisão e, às vezes, transformando-os em modelos". Dessa forma, a seguir, será apresentada uma figura

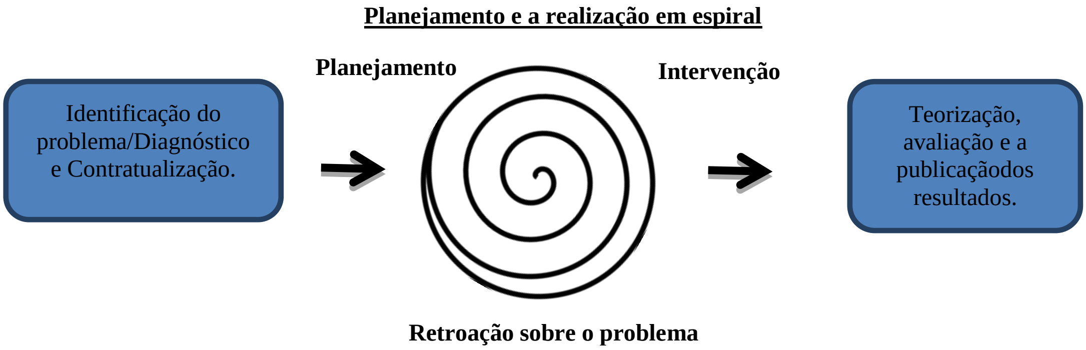
---

previsíveis e não se traduzindo forçosamente num progresso ou mesmo numa melhora do bem-estar (BARBIER, 2002, p. 42).

[25]Elas constituem pesquisas, segundo Lévy, não somente porque testam ideias ou utopias, mas também porque se fazem acompanhar de uma reflexão e de uma análise empreendidas, simultânea e sucessivamente, pelos atores ou promotores, por meio da interpretação de diários de campo, de trocas, de relatórios escritos... para melhor compreender as condições e os limites de suas experiências e, eventualmente, para torná-las conhecidas (BARBIER, 2002, p. 44).

que sintetiza as etapas centrais que devem ser realizadas durante a aplicação do método da ação-pesquisa.

Figura 2 - As etapas desenvolvidas na ação-pesquisa



Fonte: Elaborada pela autora

Como pode-se observar, a primeira etapa consiste na identificação do problema e no contrato entre os membros participantes da pesquisa. Essa etapa envolve o diagnóstico da situação investigada. De acordo com o autor, o contrato "[...] precisa as funções de cada um, o sistema de reciprocidades, as finalidades da ação, os encargos financeiros, a temporalidade, as fronteiras físicas e simbólicas, as zonas de transgressão e o código ético da pesquisa" (BARBIER, 2002, p. 120).

A segunda etapa consiste na intervenção propriamente dita que envolve aspectos na forma de espiral, ou seja, o pesquisador está em constante planejamento e ação, voltando, sempre que possível, ao problema em questão e discutindo com os demais membros da pesquisa os "achados" observados nas avaliações, mediando os conflitos que forem aparecendo no decorrer da intervenção.

Por fim, na última etapa, ocorre a teorização, avaliação e publicação dos resultados que são passíveis de críticas e abertos à apreciação de todos os sujeitos envolvidos. Vale destacar que essas etapas não são estanques e lineares, elas podem ocorrer em concomitância e sinergia sempre que possível.

4.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos estão baseados conforme as etapas de Barbier (2002) mencionadas no tópico anterior: identificação do problema/ diagnóstico/

contratualização; planejamento e realização em espiral e a teorização, avaliação e a publicação dos resultados.

Nesse sentido, a intervenção proposta constituiu-se de um processo formativo que abordou a temática sobre o ensino de função afim e as múltiplas representações semióticas. Ofertou-se um curso de formação com duração de 40 horas/aula, que foram distribuídas da seguinte forma: atividades presenciais (24 horas/aula) totalizando 8 encontros com 3 horas/aula e atividades de leituras de textos preestabelecidos (16 horas/aula).

O curso de formação (APÊNDICE A) foi inicialmente apresentado ao coordenador do curso de Matemática da UECE, no dia 07/05/2014, como forma de se obter parceria, certificados, materiais de apoio básico como multimídia e cópias impressas, além de um local específico para o desenvolvimento da formação. O mesmo se mostrou aberto ao diálogo e disponibilizou salas para o desenvolvimento do curso, salientando ainda a necessidade de os graduandos obterem horas extracurriculares, requisito obrigatório para a obtenção do título de licenciado.

Posteriormente, ocorreu a divulgação do curso junto aos alunos do sexto e sétimo semestre da Licenciatura Plena em Matemática, através das redes sociais e de um e-mail amplamente divulgado. Disponibilizou-se para o curso, inicialmente, o máximo de 10 vagas, mas caso o número de interessados ultrapassasse esse número, ocorreria um sorteio como forma de escolher os estudantes aleatoriamente. Na prática, isso não ocorreu, pois, apenas 10 graduandos se mostraram interessados, e no processo 2 graduandos nunca compareceram ao curso, além de 1 graduanda que desistiu devido à incompatibilidade de horário. Dessa forma, 7 sujeitos participantes do curso, conseguiram concluí-lo e os dados por eles produzidos foram tomados para análise.

Esses graduandos cursavam o 6º ou o 7º semestre do curso de Licenciatura em Matemática. A opção em trabalhar com os estudantes desses semestres, deu-se por duas razões: em primeiro lugar, esses estudantes já cursaram as disciplinas de conhecimento específico, tais como, as disciplinas de Matemática Elementar I e II e Cálculo Integral I, II e III (Ver ANEXO B). Nessas disciplinas devem ser trabalhados conteúdos que propiciem aos alunos um conhecimento aprofundado acerca do conteúdo de função; em segundo lugar, também se espera que tais discentes já possuam conhecimento de base pedagógica, pois cursaram ou estavam cursando disciplinas como Didática Geral I, Prática de Ensino I e II. Esta última refere-se aos aspectos metodológicos do ensino de Matemática voltado para o Ensino Médio, visto que é nesse nível de ensino que ocorre efetivamente o ensino de função na Educação Básica.

O curso foi iniciado no dia 12/05/2014. O primeiro encontro teve como objetivo apresentar a proposta inicial do processo formativo além de esclarecer que o mesmo também fazia parte de uma das etapas da dissertação em andamento, sendo assinado pelos graduandos o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (APÊNDICE I). Esse momento foi imprescindível para tirar as dúvidas, organizar horários e os dias favoráveis para a realização da formação, buscando assim desenvolver uma aproximação inicial entre participantes e pesquisadora, constituindo, portanto, a contratualização entre os membros da pesquisa.

Nesse primeiro encontro do curso também foi aplicado um teste diagnóstico (APÊNDICE B) no qual se buscou investigar os conhecimentos e desempenhos dos estudantes de Licenciatura em Matemática acerca do conceito de função e função afim, além de consultar sobre o perfil dos participantes.

Com isso, foi possível conhecer as características comuns do grupo, bem como analisar as possíveis diferenças em decorrência da experiência docente, idade e formação escolar. Observaram-se ainda os principais registros de representações que esses futuros professores utilizavam, bem como asua percepção acerca dos tratamentos e conversões. O teste diagnóstico foi dividido em duas partes: a primeira se referia a questões gerais sobre o perfil dos participantes e a segunda dizia respeito aos conceitos básicos de função e à resolução de situações-problema relativas à função afim, utilizando-se representações diversas.

De posse dessas informações, foram realizados os planejamentos e as ações em espiral, na qual foram desenvolvidas diversas atividades no intuito de intervir na compreensão sobre o ensino de função afim, a partir dos elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Vale destacar que para cada encontro também ocorreram discussões e debates dos textos referenciais, a fim de socializar as dúvidas, esclarecer aspectos teóricos importantes e acompanhar o desenvolvimento dos graduandos nas leituras.

Na atividade 1, realizada no segundo encontro (19/05/2014), os graduandos interpretaram cinco questões acerca de função afim que foram resolvidas por alunos do Ensino Médio (APÊNDICE C). Objetivou-se perceber como eles compreendiam, a partir de seus conhecimentos da TRRS, os erros e acertos praticados pelos alunos na resolução. Os graduandos deveriam explicar como percebiam o raciocínio desses alunos que os levaram às respostas dadas. Eles também preencheram uma ficha assinalando as disciplinas já cursadas no curso de formação inicial (APÊNDICE J).

Na atividade 2, procurou-se perceber a compreensão dos graduandos acerca das atividades cognitivas de tratamento e conversão através da análise de situações-problema que abordavam diversas representações semióticas (APÊNDICE D). Essa atividade foi desenvolvida em dois encontros: 3º (26/05) e 4º (30/05). Já na atividade 3, buscou-se analisar a competência dos graduandos na resolução de situações-problema com congruências distintas, bem como identificar possíveis lacunas conceituais manifestas através dos insucessos em algumas respostas (APÊNDICE E – 6º encontro) objetivo esse também verificado na atividade 2. Vale destacar que as questões propostas, em ambas as atividades, contaram como referência livros didáticos voltados para a Educação Básica, tais como: A Matemática do Ensino Médio - Volume 1 (LIMA et al, 2006); Matemática: contexto & aplicações (DANTE, 2008) e Matemática: Ensino Médio – Volume 1 (SMOLE; DINIZ, 2010), além de um artigo de Pires e Magina (2012) intitulado "A fim de estudar Função Afim: uma modelação bem-sucedida".

Por fim, a atividade 4, realizada no 7ºencontro (09/06), ocorreu no Laboratório de Informática e teve como objetivo analisar as variáveis visuais pertinentes dos Registros Algébrico e Gráfico, bem como reconhecer e identificar características importantes na coordenação entre esses dois registros de representação (APÊNDICE F).

Vale destacar que a utilização de *Software* educativo no curso de formação de Professores de Matemática implica na compreensão da importância que esse tipo de recurso tem cada vez mais alcançando nos processos de ensino e aprendizagem. Segundo o próprio Duval (2011a), os monitores de computadores se traduzem como outro modo de produção de representação. O autor situa as contribuições do computador no âmbito das representações semióticas:

> Os computadores não constituem um novo registro de representação. E isso por uma razão simples: as representações que eles exibem são as mesmas que aquelas produzidas graficamente no papel para uma apreensão visual [...] - No entanto, eles constituem um modo fenomenológico de produção radicalmente novo, fundamentado na aceleração dos tratamentos.– A novidade fenomenológica mais espetacular se deve ao fato de que as representações semióticas não discursivas tornam-se manipuláveis como objetos reais [...] ele permite desempenhar uma função que nenhum dos outros modos fenomenológico permite: a função de simulação (DUVAL, 2011a, p. 137).

Nessa perspectiva, não se pode afirmar que na interação entre indivíduo, máquina e software estejam ocorrendo as atividades cognitivas de formação, tratamento e conversão. O autor trata dessa questão salientando que para esse caso específico, as tarefas cognitivas dependem de cada *software,* bem como as ações que seu *menu* permite ou não realizar.

O *Software* utilizado para a realização dessa atividade foi o *KmPlot*. A escolha deu-se pelo fácil acesso na plataforma *Linux*, tendo em vista ser esse sistema operacional amplamente difundido nos espaços educativos, logo, a maioria das escolas públicas e

Universidades optam por utilizá-lo devido a seu caráter gratuito e de baixo custo operacional. No seu *Menu* de Comando é possível realizar diversas simulações que permitem a inclusão de várias funções afins simultaneamente, a fim de observar o comportamento gráfico das retas.

Nessa perspectiva, a realização do planejamento em espiral deu-se, inicialmente, conforme a APÊNDICEA, porém, devido à greve de ônibus em Fortaleza ocorrido em 2014 e a Copa do Mundo, que se iniciou em junho, ocorreram alguns ajustes e mudanças no planejamento, sendo, portanto, o resultado final detalhado no APÊNDICE L. No quadro a seguir será apresentada a frequência dos graduandos durante o curso de formação e o semestre na qual cada um se encontrava.

Quadro 7 – Frequência dos graduandos no curso de formação

		Frequência							
Nome(s)	**Semestre**	**12/05**	**19/05**	**26/05**	**30/05**	**02/06**	**06/06**	**09/06**	**13/06**
Graduando A	6º	P	P	P	P	F	P	P	P
Graduanda B	6º	P	P	P	F	P	P	P	P
Graduanda C	7º	P	P	P	P	P	P	P	P
Graduanda D	6º	P	F	P	P	P	P	P	P
Graduanda E	6º	P	P	P	P	F	P	P	P
Graduanda F	6º	P	F	P	P	P	P	P	P
Graduanda G	6º	P	F	P	P	P	P	F	P

Fonte: Elaborado pela autora

Seguindo os passos recomendados por Barbier, a última etapa da pesquisa refere-se à teorização, à avaliação e à publicação dos resultados através da divulgação pública. De acordo com Barbier, (2002, p. 144) "[...] é a teorização que leva o resultado da pesquisa a um estabelecimento de modelos dos processos coletivos conduzindo à realização dos objetivos da ação, quer dizer, à resolução do problema inicial". Na visão do autor, também é preciso cautela na tentativa de generalização do trabalho, visto que a pesquisa torna-se específica e local.

4.3 TÉCNICAS DE COLETAS DE DADOS

A coleta de dados é uma importante etapa no processo de desenvolvimento de uma pesquisa. Tal coleta pode ser efetuada por meio de uma técnica, ou combinação delas, a depender dos objetivos que se tem como norte para a pesquisa. É importante salientar a importância da coleta de dados a partir de diferentes técnicas, uma vez que com esses dados é possível realizar o que André (2001) denomina de triangulação dos dados, conferindo-lhes maior credibilidade. De acordo com a autora, essa integração entre métodos permite que haja uma compreensão melhor da realidade investigada, dentro de uma variedade de informantes e situações, permitindo assim a validação da pesquisa. Sendo assim, destacam-se, a seguir, as técnicas de coleta de dados empregadas na pesquisa.

4.3.1 Teste diagnóstico

O teste diagnóstico propiciou o levantamento de informações acerca do grupo de graduandos envolvidos. Nessa perspectiva, com esse instrumento, o pesquisador passa a conhecer melhor os sujeitos participantes do processo. Por se tratar de um teste, os questionamentos a serem realizados devem ser criteriosamente analisados para que não gere diversas interpretações acerca dos sujeitos sondados. Saber perguntar é fundamental para uma resposta favorável aos objetivos que se pretenda alcançar.

4.3.2 Diário de itinerância

De acordo com Barbier (2002, p. 133), o diário de itinerância é um “[...] bloco de apontamentos no qual cada um anota o que sente, o que medita, o que poetiza, o que retém de uma teoria, de uma conversa, o que constrói para dar sentido à sua vida”. A existência do diário no campo investigativo deve ser comunicado ao grupo participante. Em suas palavras,

> O diário de itinerância toma emprestado ao diário íntimo seu caráter relativamente singular e privado. Registram-se pensamentos, sentimentos, desejos, sonhos muitos secretos num diário de itinerância. Não se hesita em atacar abertamente pessoas ou acontecimentos que ninguém tem vontade de ver em destaque (BARBIER, 2002, p. 134).

Nessa perspectiva, durante o processo formativo foram anotadas situações imprevistas, falas pertinentes, bem como acontecimentos que foram considerados importantes para o presente trabalho. Percebe-se esse instrumento como um meio de reflexões e análises das ações da própria pesquisadora, também se constitui uma forma de auto avaliação. Além disso, é uma maneira de se obterem dados e informações que, muitas vezes, não podem ser colhidas através de questionários ou formulários.

4.3.3. Observador externo

Nos encontros de formação, visando propiciar o registro de respostas, ações e reações entre os participantes, houve a colaboração de um observador externo e passivo, que interferiu o mínimo possível durante o desenvolvimento dos encontros. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), esse tipo de observador denomina-se observador completo, pois ele não tem participação nas atividades desenvolvidas durante a intervenção. Vale destacar que a sua presença foi comunicada e aceita pelo grupo de pessoas sujeitas às observações, definindo assim o seu papel na situação pesquisada.

Foram realizadas reuniões anteriores e posteriores aos encontros entre a pesquisadora e o observador externo como forma de discutir o planejamento, textos e objetivos a serem atingidos em cada encontro. Dessa forma, foi imprescindível garantir que o observador tivesse conhecimento do campo a ser observado (VIANNA, 2003). O trabalho básico do observador externo foi tomar apontamentos em um diário de campo, sempre com a orientação de um roteiro de observação (APÊNDICE H). Vale ressaltar que "[...] essas observações devem, assim, refletir os elementos observados e aquilo que o observador compreende dos elementos estudados. Por outro lado, o indivíduo estudado não pode ser visto isoladamente, mas em interação com grupo ao qual pertence" (VIANNA, 2003, p. 31).

No próximo capítulo serão apresentadas as análises e discussões de dados da pesquisa obtidos a partir da metodologia ora proposta.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão analisados os dados coletados a partir dos instrumentos definidos na metodologia deste trabalho. A coleta se deu através da realização do teste diagnóstico (APÊNDICE B), das intervenções propostas no curso de formação (APÊNDICE C,D,E, F,G), bem como as anotações tanto da observadora externa quanto da pesquisadora (Diário de itinerância).

Nos tópicos que se seguem, caracteriza-se o perfil do grupo participante, bem como os conhecimentos dos graduandos acerca do conteúdo de função e função afim. Além disso, também analisam-se as práticas vivenciadas pelos licenciandos durante o processo formativo, além dos progressos e das dificuldades enfrentadas por eles durante a realização das atividades propostas. Por fim, apresenta-se a percepção dos licenciandos sobre as contribuições das representações semióticas para a construção do conceito de função afim.

Vale salientar que as categorias centrais de análise tomaram como base elementos importantes contidos na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, tais como formação, tratamento e conversão. Acredita-se nessa teoria como aporte teórico imprescindível para a compreensão da importância do trabalho com os diversos registros de representação de função afim como forma de ampliar e ressignificar sua conceitualização.

5.1 O CONTATO INICIAL E A CARACTERIZAÇÃO DOS PARTICIPANTES DA PESQUISA

O primeiro encontro teve como objetivo o contato entre pesquisadora e participantes do curso, trata-se da contratualização entre os membros do grupo proposto por Barbier (2002), que ressalta a necessidade de se estabelecerem previamente as condições em que se realizará a intervenção em cada tipo de pesquisa. Foram realizadas as apresentações tanto da professora quanto dos membros participantes e esclarecido o papel da observadora externa durante o desenvolvimento dos encontros.

Também foi discutido o horário do curso de formação, já que havia a princípio incompatibilidade de horário entre os membros. Entre os motivos apresentados para a incompatibilidade de horário estavam: trabalho, disciplinas, cursos extracurriculares entre outros. Após terem ocorrido discussões sobre esse assunto, chegou-se ao consenso: o curso ocorreria às segundas-feiras de 15h15min às 17h45min. As datas dos encontros iriam sofrer posteriores alterações, como já mencionado no capítulo metodológico, ocorridas principalmente devido à greve de ônibus em Fortaleza e à proximidade com o calendário da Copa do Mundo em 2014 (Ver APÊNDICE L). A professora também esclareceu que o curso de formação em questão fazia parte de uma das etapas de dissertação em andamento e que todos os participantes teriam a função de mediadores no processo.

Nas discussões iniciais, revelou-se que apenas 3 participantes tinham a pretensão de seguir a carreira docente. Esses dados evidenciam semelhança com a pesquisa apresentada por Bittar et al (2012) que aponta uma elevada taxa de abandono da carreira docente entre os licenciados em Matemática no Estado do Mato Grosso do Sul. As pesquisadoras concluíram que apenas 20% dos graduandos egressos conseguiram concluir o curso em questão. De acordo com as autoras, os resultados da pesquisa "[...] revelam a necessidade de mudanças no curso no sentido de aumentar a quantidade de egressos e melhor prepará-los para atuarem nos ensinos Fundamental e Médio e de políticas públicas para atrair os jovens para a profissão docente" (BITTAR et al, 2012, p. 1).

Esses dados corroboram as ideias dos participantes em relação ao principal interesse em participar do curso de formação ora proposto, já que 6 graduandos afirmaram estar à procura de uma melhoria na formação docente e apenas 1 graduanda salientou que tinha interesse de aprofundar seus conhecimentos acerca do conteúdo de função. A seguir é possível perceber exemplos dos dois casos apresentados.

> **Graduanda E:** "Para melhorar minha formação como professora, pois na Universidade, durante as disciplinas aprendo muitos conteúdos, porém raríssimas metodologias e trocas de experiências".
> **Graduanda B**: "Aprofundar e conhecer ainda mais sobre o assunto de funções".

Nesse sentido, de acordo com Libâneo (2010), a qualidade da educação é essencial, sendo necessária uma efetiva formação teórica e prática para os professores. O autor ainda salienta a importância da Didática na formação dos professores, sendo, portanto, imprescindível a inclusão desta nos currículos e programas de pesquisas. Dessa forma, Ferreira (2003, p.35) complementa que atualmente ocorre uma tendência mundial de mudança em relação às pesquisas brasileiras, "[...] aos poucos, a formação de professores passa a ser entendida como um processo contínuo por meio do qual o sujeito aprende a ensinar".

Percebeu-se também, no contato inicial, uma atitude tímida da parte dos graduandos que, apesar de demonstrarem estar atentos, se expressavam pouco oralmente e alguns deles se mantiveram calados. Esse comportamento dos licenciandos pode indicar apenas timidez, mas também pode evidenciar a visão de que o papel de sujeito ativo na relação pedagógica está destinado fundamentalmente ao professor, visto ainda como o detentor do saber e transmissor do conhecimento. Essa postura se confirma na manifestação de ausência de dúvidas da parte dos graduandos, quando indagados pela professora. Dessa forma, concorda-se com as ideias de D'Ambrosio (1996, p.80), ao afirmar que "[...] o novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos [...]", nesse sentido, todos (professores e alunos) podem vir a ser mediadores e produtores de saberes no processo de ensino e aprendizagem.

Na escolha do curso de graduação, percebeu-se que 4 graduandos decidiram fazer licenciatura em Matemática por gostar da disciplina, 2 explicitaram que além de gostar da disciplina tomaram a decisão por influência de professores e 1 graduanda ressaltou que o motivo da escolha também foi feita por considerar a Matemática um desafio.

No primeiro caso, dos graduandos que realizaram escolha por gostar da disciplina, destacam-se as seguintes falas:

> **Graduanda F**: "Eu sempre senti a vontade de lecionar e também eu sempre gostei de Matemática".
> **Graduanda C**: "Sempre pensei em fazer um curso de nível superior em que eu me identificasse com o que seria estudado durante o período do curso, como a matemática era a minha disciplina favorita na escola, optei por Matemática".

Dessa forma, percebe-se que a preferência pelo curso de graduação se deu, prioritariamente, pelo favoritismo em relação à disciplina de Matemática durante a vivência na Educação Básica. No caso da Graduanda F, constata-se outro fator que a influenciou: a vontade de ser professora. Nessa perspectiva, as vivências anteriores à Educação Superior fazem parte da formação desses graduandos. Para Tardif (2002), ao longo da história de vida pessoal e escolar dos futuros professores são construídos valores, crenças, conhecimentos, relações que podem ser incorporados à prática docente quando licenciados e isso influencia os saberes docentes que na sua essência são plurais.

No segundo caso, além de gostar da disciplina de Matemática, dois graduandos também revelaram a importância da influência de seus professores na escolha pelo curso, como é possível perceber nos exemplos a seguir:

> **Graduanda B**: "Não foi a minha primeira escolha, mas como sempre gostei da matéria de matemática e pelo apoio dos meus professores resolvi entrar nessa área".
> **Graduando A**: "Ao iniciar o ensino médio decidi por conta da motivação de meus professores. Sempre gostei de matemática e ajudar meus colegas em suas dúvidas".

Esse posicionamento corrobora com as ideias de Tardif (2002) ao afirmar que a formação do professor abrange saberes antes, durante e depois dos cursos de licenciaturas. Também é possível perceber a importância do apoio e da motivação dos professores de Matemática da Educação Básica na escolha pelo curso, ou seja, é provável que esses graduandos tenham vivenciado experiências e aprendizagens exitosas que influíram na tomada da decisão.

No último caso, a Graduanda E considera a Matemática como um desafio, além disso, demonstra ter aptidões para docência como no exemplo do Graduando A, já que ambos possuíam a habilidade de ajudar e tirar dúvidas de colegas na realização das atividades durante a Educação Básica. De acordo com Lima (2012b, p. 36), “[...] recorrer às lembranças de professores que nos influenciaram de maneira positiva ou negativa pode promover um diálogo pedagógico que possibilite processos de identificação com o magistério”, dessa forma, todas as experiências escolares e o percurso até a chegada ao curso de nível superior influenciou e influencia a formação desses futuros professores. É o que pode ser percebido na fala da Graduanda E: “Sempre gostei de ajudar meus amigos, tirando dúvidas em atividades. Matemática para mim sempre foi um desafio”.

Em termos de experiência docente, constatou-se que 5 graduandos possuíam experiência apenas através do Estágio Supervisionado obrigatório; 1 graduanda já contava com experiências docentes além da disciplina de Estágio; apenas 1 graduanda não possuía nenhuma experiência, pois não havia cursado a disciplina de Estágio Supervisionado (ES) I (5º semestre), embora estivesse cursando o 6º semestre do curso. Nesse sentido, os dados indicam que 6 dos 7 graduandos já tiveram contato com a atividade docente, ou seja, a relação entre teoria e prática já começou a ser construída, ainda que seja de modo incipiente pelos graduandos.

Pode-se perceber a visão positiva dos graduandos em relação ao estágio supervisionado como revelam os comentários a seguir.

> **Graduando A**: “Estágio Supervisionado. Ensino Fundamental II. No estágio I os alunos eram bastante atentos às aulas, participavam. Já no estágio II (8º ano) os alunos acham as aulas chatas, desmotivados”.
> **Graduanda D**: “No Estágio Supervisionado. Está sendo uma experiência bastante rica, porque estou colocando em prática todo o conhecimento adquirido durante o curso, com o auxílio de um supervisor”.

De acordo com Pimenta e Lima (2011, p.45), “[...] o estágio curricular é atividade teórica de conhecimento, fundamentação, diálogo e intervenção na realidade [...]”, além disso, é imprescindível que os graduandos sejam bem orientados pelos seus professores da graduação. Vale destacar que essas experiências são importantes para a permanência ou não dos futuros professores na docência. De acordo com as autoras, é através dos estágios oferecidos pelos cursos de formação de professores que os graduandos entram em contato com a complexa prática institucional através de trocas de experiências com a comunidade escolar, em outras palavras, inicia-se, desta forma, o preparo para sua inserção profissional.

Além disso, para as autoras ocorre um estreitamento entre teoria e prática, fundamental para a constituição da formação desses futuros professores.

A Graduanda C explicitou ter experiência docente além das disciplinas de Estágios, além disso, é a participante com maior idade no grupo, 33 anos. Vale destacar que a mesma não possui outra formação inicial concluída. A seguir a fala da referida graduanda.

> **Graduanda C:** "Sim. Ensinei alguns meses no Pró-técnico para alunos do 9o ano do Fundamental II. Como se tratava de um curso preparatório, muitos alunos eram interessados em aprender. Posso dizer que contribuiu muito para minha formação como professora. Porque preparava a aula, apresentava o conteúdo de forma mais dinâmica e eu sempre tinha a preocupação de que meu objetivo fosse atingido".

Para Lima (2012b), a disciplina de estágio torna-se importante até mesmo para quem já exerce o magistério como no caso da referida graduanda, que estava participando de um projeto em uma Escola da Prefeitura da cidade de Fortaleza. De acordo com a autora, o profissionalismo docente está atrelado ao processo contínuo de formação, nesse sentindo, concorda-se com as ideias da autora ao afirmar que é imprescindível a reflexão acerca da prática docente aliada à fundamentação teórica, bem como os saberes que vão sendo construídos ao longo da vida e experiência desses futuros professores, ou seja, ao trabalhar no campo da Educação o processo de formação e conhecimento jamais poderá cessar.

5.2 TESTE DIAGNÓSTICO – SONDANDO OS CONHECIMENTOS DOS GRADUANDOS

A segunda parte do teste diagnóstico teve como objetivo investigar os conhecimentos e desempenhos dos estudantes de Licenciatura em Matemática acerca do conceito de função e função afim, bem como analisar as conversões e tratamentos realizados por esses graduandos. As categorias centrais consideradas para análise foram: compreensão dos graduandos acerca do conceito de função (Questões 1, 2 e 3), compreensão dos graduandos acerca do conceito de função afim (Questão 4), Tratamentos (Questões 5B e 6B), Conversões (Questões 5A, 5C e 6A) e elaboração de problemas em Língua Materna (Questão 7).

5.2.1 Compreensão dos graduandos acerca do conceito de função

No início do curso, os participantes se afirmavam com bom domínio do conteúdo de função e em específico, função afim. Logo na aplicação do teste (APÊNDICE B), foi possível perceber lacunas na elaboração dos conceitos, além da indistinção entre as propriedades de função, como: domínio, contradomínio e imagem. Registrou-se ainda a indiferenciação entre função, equação e expressão algébrica.

Embora tivesse sido franqueada a possibilidade de esclarecimento por parte da pesquisadora acerca de qualquer dúvida, durante a resolução do teste diagnóstico, apenas a Graduanda C solicitou ajuda à professora sobre a questão número 1 que tratava da parte conceitual de função, pois não havia compreendido seu enunciado. A Graduanda E, após ler as primeiras questões, comentou: “Olha, eu esqueci tudo de função”, outros demonstraram semblante de surpresa à medida que iam resolvendo as situações-problema, porém, permaneceram em silêncio.

Na busca da compreensão que os graduandos têm acerca do conceito de função (Questão 1), foi possível constatar que 2 deles deixaram a questão em branco, 1 graduanda explicitou o conceito de função relacionado com a sua representação gráfica e 4 graduandos atrelaram o conceito de função à noção de conjunto.

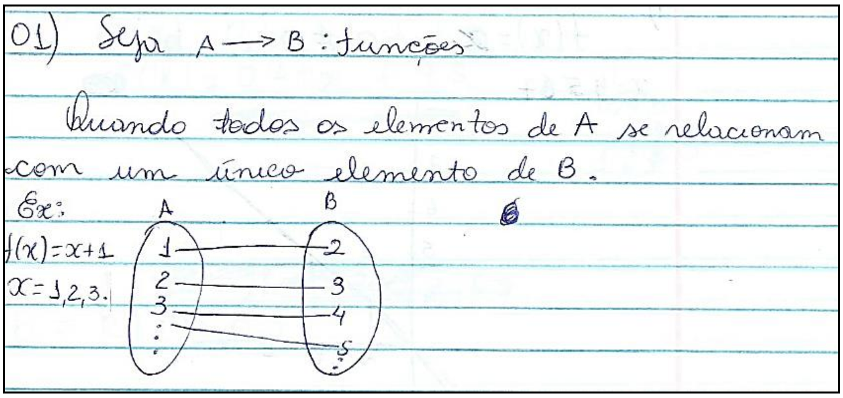
A Graduanda F afirma: “Função é uma forma de resolver problema, que pode ser visto em gráfico”, evidenciando não diferenciar o objeto matemático de sua representação. Duval (2009, p.14) argumenta que “[...] não se pode ter compreensão em Matemática, se nós não distinguimos um objeto da sua representação [...]”, ou seja, não devemos confundir o objeto matemático “função” com as retas, a expressão algébrica, esquema sagital entre outros. Além disso, a definição deixa de evidenciar elementos primordiais do conceito de função, como: as variáveis dependente e independente, domínio e imagem.

Dentre os 4 graduandos que elaboraram conceitos atrelados à noção de conjunto, foi possível observar diferentes perspectivas, como podem ser vistas nos exemplos a seguir. “Dados dois conjuntos A e B, chama-se função ao conjunto formado por todos os pares ordenados em que para cada componente do conjunto A possui um único elemento correspondente em B” (Graduando A). Nesse conceito é possível perceber a utilização exclusiva da Língua Materna para expressar a noção de correspondência entre conjuntos. De acordo com Lima (1999), esse tipo de conceito traz a ideia de função como um conjunto de pares ordenados, assim o aluno demonstra compreender uma série de conceitos preliminares, tais como, produtos cartesianos, relação binária etc. Estas definições (atreladas à noção de conjunto), segundo o autor, são utilizadas na maioria dos livros didáticos do Ensino Médio.

No exemplo da Graduanda D, é possível perceber também a utilização do Registro Simbólico para elaboração do conceito. Ela assim define: “Relação entre dois conjuntos. Se existe um elemento $a \in A$ existe um $b \in B$, onde $f(a) = b$”. O conceito elaborado evidencia lacunas quanto à noção de correspondência entre domínio, contradomínio e imagem, já que essa relação não está ali determinada.

Já no caso da Graduanda C, sua definição não evidencia as condições para que uma relação seja uma função. Ela apenas afirma: “[...] todos os elementos de A se relacionam com um único elemento de B” (Figura 3), restringindo o conceito a uma função constante, já que, somente nesse caso, poderia ocorrer tal situação. Vale destacar que essa confusão quanto ao conceito parece não ter sido percebido pela licencianda, já que a mesma não coordenada corretamente as representações em Língua Materna com o Esquema Sagital, conforme pode ser visto na figura a seguir.

Figura 3 – Falha no conceito de função (Graduanda C)

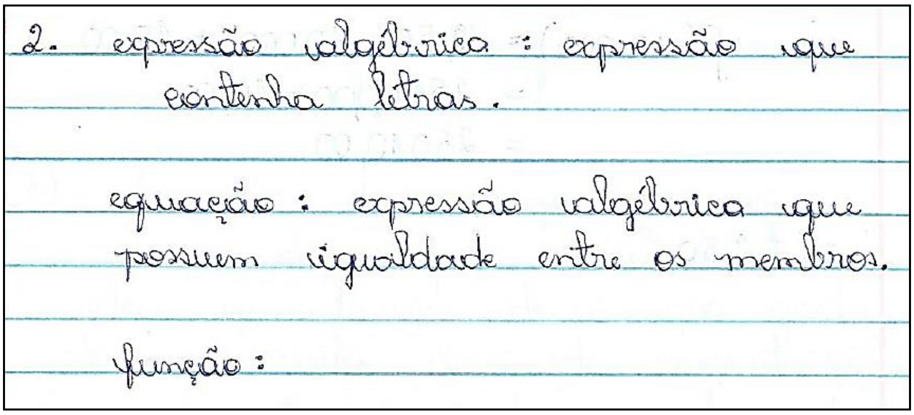


Fonte: Acervo pessoal

No que se refere às diferenças entre os conceitos de expressão algébrica, equação e função (Questão 2), 3 graduandos deixaram a questão em branco, 3 graduandos não expressaram diferenças explícitas, ou seja, buscaram definir os conceitos isoladamente e apenas1 graduanda buscou relacionar os três conceitos [expressão algébrica, equação e função].

Dentre os 3 graduandos que não expressaram diferenças explícitas, 2 não colocaram o conceito de função, quer seja por não ter compreendido o enunciado da questão, ou por ter considerado já ter definido esse conceito na questão anterior e 1 graduanda definiu os três conceitos através de exemplos. O primeiro caso pode ser observado no exemplo a seguir:

Figura 4 - Definição de Expressão Algébrica e Equação. Desconsideração do conceito de função (Graduando A)


2. expressão algébrica: expressão que contenha letras.

equação: expressão algébrica que possuem igualdade entre os membros.

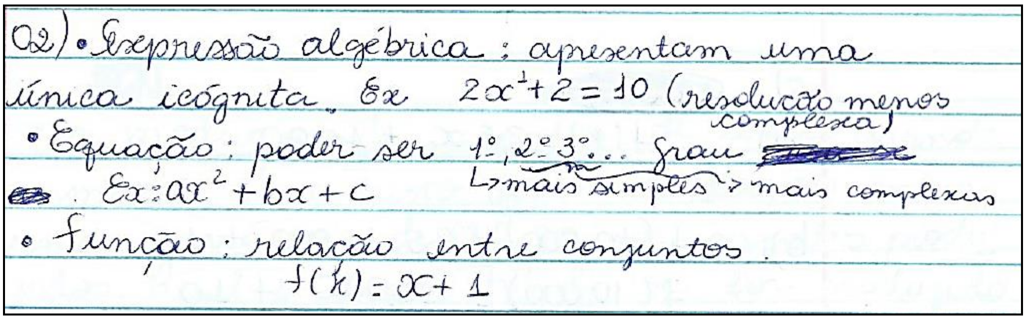
função:

Fonte: Acervo pessoal

Na resposta do referido graduando, é possível observar lacunas conceituais no que se refere à definição de expressão algébrica, já que o mesmo a limita à definição de "expressões que contenham letras". Entretanto, as expressões algébricas podem ser formadas por várias incógnitas e números (2a2h4x + 8m6b3x), apenas incógnitas (t3b – tb4 + t) ou apenas números quando se consideram as incógnitas elevadas a zero (6x0 – 5b0).

Em relação ao segundo caso, a Graduanda C reduz a definição de expressão algébrica a uma única incógnita e o de equação a seus tipos específicos como pode ser visto a seguir.

Figura 5 - Definição equivocada de Expressão Algébrica e Equação (Graduanda C)


Q2) • Expressão algébrica: apresentam uma única icógnita. Ex $2x^1+2=10$ (resolução menos complexa)

• Equação: poder ser 1º, 2º 3º... grau

Ex: ax^2+bx+c ↳ mais simples → mais complexas

• função: relação entre conjuntos.

$f(x) = x+1$

Fonte: Acervo pessoal

Vale destacar também a confusão entre os dois conceitos, já que a mesma dá o exemplo de "2x + 2 = 10" se referindo a uma expressão algébrica e "ax^2+ bx + c" se referindo a uma equação. Em relação ao conceito de função, salienta-se que a referida graduanda atrela a noção de conjunto exemplificando corretamente um tipo de função afim: "f(x) = x +1".

No que concerne à definição do conceito de domínio, contradomínio e imagem (Questão 3), foi possível perceber diferentes posicionamentos, entre eles, 2 graduandos deixaram a questão em branco, 1 graduanda elabora os conceitos, a partir do uso das variáveis x e y, 1 graduando conceituou através da relação binária entre pares ordenados, 1 graduanda utilizou a linguagem simbólica matemática, 2 graduandas recorreram a exemplos na conceitualização, bem como utilizaram-se da Representação Sagital para complementar as respostas.

Para a análise das definições explicitadas pelos graduandos, partiu-se daquela elaborada por Lima et al (2006):

> Dados os conjuntos *X, Y,* uma *função* $f: X \rightarrow Y$ (lê-se "uma função de X em Y") é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento $x \in X$ um elemento $y = f(x) \in Y$. O conjunto *X* chama-se ***domínio*** e *Y* é o ***contradomínio*** da função f. Para cada x ∈ X, o elemento $f(x) \in Y$ chama-se a ***imagem*** de *x* pela função *f*, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X$. Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) *x* em *f(x)* (LIMA et al, 2006, p. 38, grifos no original).

A seguir, as diferentes definições elaboradas pelos participantes do curso.

A Graduanda F assim se expressa: "O domínio são valores da para x. Contradomínio são os valores de y. Imagem: fica no contradomínio os valores que a função deu a ele". De acordo com essa resposta, é possível perceber que a referida graduanda não estabelece uma relação entre os conceitos, revelando não compreender a correlação entre variáveis dependentes e independentes, em outras palavras, as suas definições não deixam claro o que os valores de x e y significam e representam na função.

O Graduando A utiliza-se da relação binária para expressar o conceito, como pode ser visto a seguir:

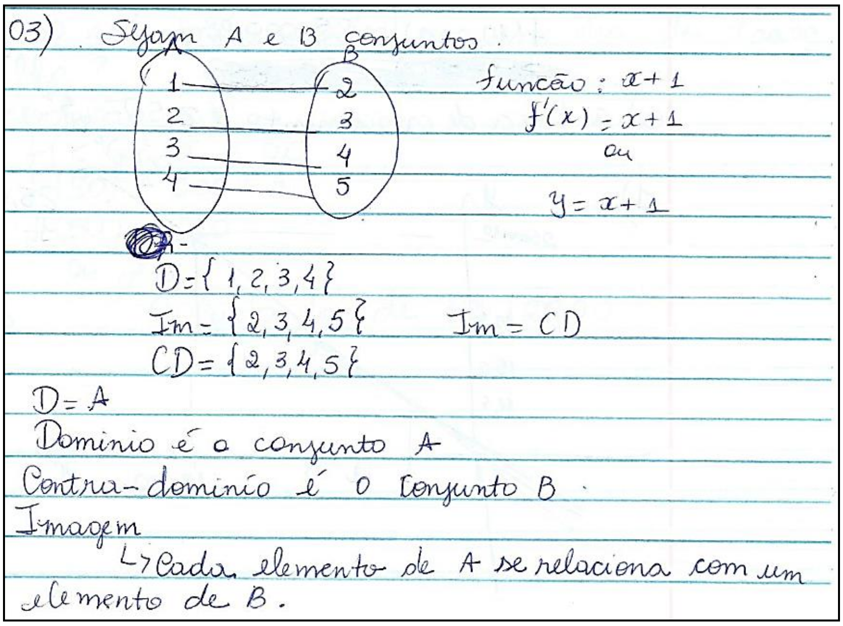
> **Domínio**: conjunto formado por todas as abscissas dos pares ordenados de uma relação binária.
> **Contradomínio**: conjunto formado por todas ordenadas dos pares ordenadas de uma relação binária.
> **Imagem**: Conjunto formado por todas as ordenadas que possuem relação com as abscissas (Graduando A).

É possível observar como a noção de pares ordenados e conjunto está atrelada aos elementos que compõem a função. Os conceitos de imagem e domínio são corretamente expressos, enquanto, no de contradomínio, restringem-se aspectos importantes desse conceito, tendo em vista que nem sempre um elemento pertencente a esse conjunto terá necessariamente uma relação binária com os elementos do domínio, cabendo esse papel à Imagem da função. Além disso, para que se isso ocorra, seria necessário que o número de elementos do contradomínio fosse igual ao da imagem, como no caso das funções constantes, isto é, um tipo específico de função.

Já a Graduanda D utiliza-se da Língua Materna e da Linguagem Simbólica Matemática. Entretanto, apresenta a definição apenas de domínio e imagem, deixando de mencionar a definição de contradomínio. Confunde-se quanto à definição de imagem e contradomínio, como pode ser visto a seguir: “Em uma função f: A → B, domínio são os elementos do conjunto A e imagem os elementos do conjunto B”. A confusão consiste no fato de a graduanda afirmar que o conjunto B é a própria imagem da função, quando na verdade seria o contradomínio. Mesmo nessa possibilidade ainda faltaria a menção ao critério que estabeleceria a relação entre os conjuntos.

Por fim, duas graduandas utilizaram o esquema sagital para, a partir dele, explicitar os conceitos. Ver figura a seguir.

Figura 6 - Exemplo de domínio, contradomínio e imagem (Graduanda C)



Fonte: Acervo pessoal

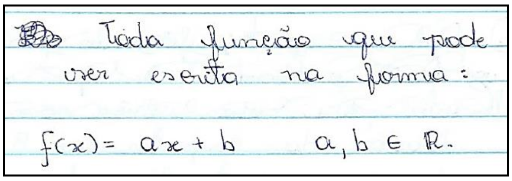
A Graduanda C apresenta exemplo, na tentativa de chegar à generalização necessária à elaboração do conceito. Através do diagrama de Venn, é possível perceber que, para este caso, contradomínio e imagem estão coincidindo, o que não ocorre para todas as funções. Além disso, a definição de imagem é dada a partir dos elementos, desconsiderando que se trata também de um conjunto. Mais uma vez, percebe-se a ausência de referência ao critério que estabelece a relação entre os elementos dos conjuntos em jogo. A própria graduanda revela, durante as discussões em grupo, que necessitava compreender mais sobre os conceitos, pois ainda se sentia muito insegura. Salientou ainda que essa atividade [descrever conceitos] não era muito desenvolvida nos livros didáticos, já que o mesmo se encontrava tudo pronto para leitura. Ela também comenta a escrita em Língua Materna: “Tenho dificuldade de escrever. Não sei se isso ocorre porque sempre gostei mais de Matemática, de cálculo”.

5.2.2 Compreensão dos graduandos acerca do conceito de função afim

Na definição de função afim (4ª questão) percebeu-se que 1 graduando explicitou o conceito formal de função afim, 1 graduanda utilizou exemplo da função afim e 1 graduanda definiu função afim como função linear e 4 graduandos deixaram a questão em branco.

O Graduando A enuncia uma definição que se aproxima das elaborações de Dante (2008) e Lima et al (2006) e releva conhecimentos importantes acerca de função afim por parte do licenciando. É possível observar a abordagem correta da relação que estabelece a condição para a existência de uma função afim (f(x) = ax+b), correlacionando corretamente seus coeficientes linear(b) e angular(a). Ver figura abaixo:

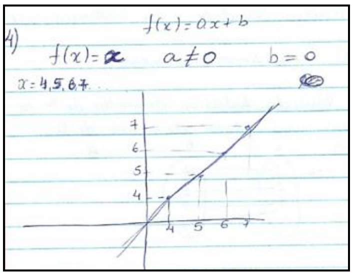
Figura 7 - Definição de função afim (Graduando A)



Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda C não define função afim, mas utiliza um exemplo para responder à questão, como é possível observar a seguir:

Figura 8 - Exemplo de Função Afim (Graduanda C)



Fonte: Acervo pessoal

A figura acima evidencia um tipo particular de função afim denominado função identidade [f(x) = x, a = 1 e b =0]. Essa função possui uma inclinação angular equivalente entre os eixos, ou seja, o ângulo formado entre a reta da função e os eixos da ordenadas e abscissas é igual a 45º.

Por fim, a Graduanda F não fornece definição completa do conceito de função afim. Ao afirmar: “o que lembro, quando a função f(x) = mx e da uma reta no gráfico”, percebe-se que ela se volta para a representação gráfica, pois evidencia corretamente que toda função afim terá como representação gráfica uma reta. Ela também traz em sua definição um tipo específico de função afim, as funções lineares, já que desconsidera o coeficiente linear “b”.

Vale destacar que durante a discussão acerca do teste diagnóstico, todos os graduandos revelaram que a parte conceitual havia sido a mais complicada do teste e que o ensino de função tanto na Educação Básica quanto na Educação Superior vem sendo tratado através da formalidade do conceito e da apresentação de gráficos. A Graduanda C pontua afirmando que não observou qualquer diferença entre a sua formação no Ensino Médio e na Universidade: “é sempre o ensino de funções tradicional”.

5.2.3 Percepção preliminar acerca da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Neste item, faz-se uma primeira aproximação em relação ao domínio da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, por parte dos graduandos. Evidenciou-se que 6 graduandos afirmaram nunca ter tido contato com a Teoria como ferramenta de ensino. Apenas o Graduando A salientou que conhecia a Teoria, pois participava de um Grupo de Pesquisa, o qual tinha como foco de estudo a TRRS.

A partir das categorias fundamentais apresentadas por Duval, investigou-se a percepção dos alunos acerca das conversões e tratamentos a serem realizados entre diferentes registros de representação utilizados para o trabalho com a função afim.

5.2.3.1 – As conversões

Nesta seção estão analisadas as conversões realizadas pelos graduandos durante o teste diagnóstico, procurando destacar os êxitos e as lacunas conceituais demonstradas quando do trabalho com três tipos de conversões, quais sejam: Conversão da Língua Materna para o Registro Algébrico (Questão 5A), Conversão do Registro Algébrico para o Registro Gráfico (Questão 5C) e Conversão do Registro Tabular com o apoio da Língua Materna para o Registro Algébrico (Questão 6A). A seguir, o detalhamento desses resultados.

Na conversão do enunciado em Língua Materna – LM – para o Registro Algébrico – RA, os graduandos deparavam-se com uma questão que tratava dos custos de uma indústria, sendo necessário encontrar a lei de formação que compunha a função. A seguir, o referido enunciado.

> 5.Na produção de camisas, uma indústria tem um custo fixo de R$10,00 mais um custo variável de R$2,50 por camisa produzida. Sendo x o número de unidades produzidas:
>
> A)Escreva a lei da função que fornece o custo total de x peças;

Fonte: Dante (2008) APÊNDICE B

Entre as sete respostas elaboradas, 5 graduandos obtiveram respostas exitosas, relevando que esses graduandos possuem conhecimentos acerca da conversão solicitada. Saber compreender as relações existentes entre a variável dependente [Custo total] e a variável independente [número de camisas produzidas] é primordial para o sucesso dessa atividade. A seguir, é possível observar exemplos exitosos.

Tabela 4 - Êxitos na conversão LM→RA

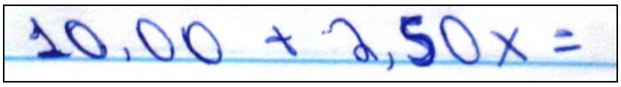
Quantidade de respostas exitosas	Tipos de respostas elaboradas
1	$C = 10 + 2{,}5x$
3	$f(x) = 2{,}50x + 10{,}00$
1	a) $y = 10 + 2{,}50x$ onde y é o custo total.

Fonte: Elaborado pela autora

De acordo com a tabela acima, é possível perceber diferentes tipos de lei de formação, principalmente na denominação atribuída ao custo total (C, f(x) e y). Além disso, vale destacar que a posição dos coeficientes angular e linear (2,5 e 10,00) não altera a estrutura da representação, conservando assim as propriedades primordiais das funções afins. De acordo com Duval (2011a, p. 68), o que é "[...] matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação”. Nesse sentido, destaca-se a familiaridade que esses graduandos demonstraram possuir com esse tipo de conversão.

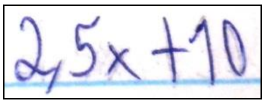
Nessa questão, 2 graduandas não conseguiram estabelecer a relação de igualdade com a variável dependente, componente importante da lei de formação, falhando também na formação do registro algébrico conforme pode ser visualizado nas respostas a seguir.

Figura 9 - Falha na Conversão LM/RA (Graduanda G)



Fonte: Acervo pessoal

Figura 10 - Falha na Conversão LM/RA (Graduanda E)

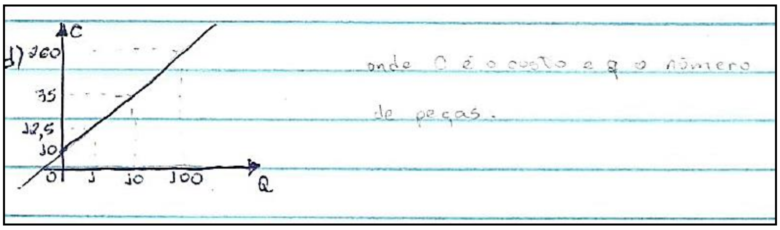


Fonte: Acervo pessoal

Vale destacar que ambas as graduandas conseguem estabelecer a relação correta da variável independente com o coeficiente linear da função [ax+b ou b+ax], porém esta relação não é realizada com a variável dependente. Para Duval (2009), compreender as regras de conformidade de cada registro é primordial para o uso adequado do sistema de representação. Sendo assim, sem essa compreensão podem ocorrer lacunas conceituais na passagem de um registro para o outro.

O mesmo desempenho não foi apresentado na conversão do Registro Algébrico para o Registro Gráfico (RG) (Questão 5C). Para a solução desta questão, era necessário partir da lei da função obtida na questão anterior. Apenas 2 graduandas obtiveram êxito, revelando conhecimentos importantes acerca da constituição da representação gráfica: pontuaram corretamente o coeficiente linear, relacionaram corretamente as variáveis dependente e independente com os respectivos eixos cartesianos, constituíram a reta que é um elemento imprescindível da função afim. A seguir, a representação no Registro Gráfico.

Figura 11 - Conversão exitosa RA/RG (Graduanda B)[26]



Fonte: Acervo pessoal

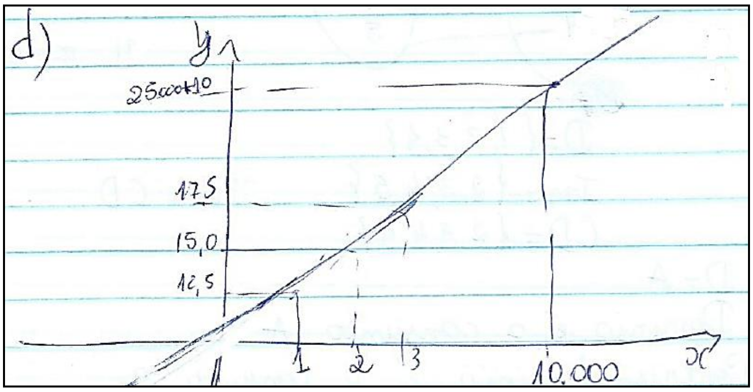
Essas graduandas estão no grupo que demonstrou êxito na questão anterior, evidenciando a capacidade de trabalho com diferentes representações, afastando-se daquilo que Duval denomina de enclausuramento no monorregistro. De acordo com Duval (2009), saber transitar pelos diversos registros de representação é indispensável para a elaboração conceitual e favorece a percepção da existência da complementaridade e parcialidade entre diferentes registros de representação.

A demonstração de lacuna conceitual, por parte dos graduandos, elevou-se consideravelmente nesta conversão já que 3 graduandos deixaram a questão em branco, 1 graduanda realizou a construção gráfica com ausência do coeficiente linear e 1 graduando atribuiu o valor 0 ao coeficiente linear realizando um traçado equivocado da reta da função.

A Figura 12 evidencia que a Graduanda C não conseguiu perceber a relação existente entre o coeficiente linear e o eixo da ordenada (y), já que é nesse ponto (0,+10) que o eixo das abcissas é interceptado pela reta da função $f(x) = 2{,}5x + 10$. O traçado da reta da função foi realizado através da abordagem ponto a ponto. Duval (2011b) destaca três tipos de abordagens para as representações gráficas de função: a abordagem ponto a ponto; a abordagem da extensão do traçado efetuado; a abordagem de interpretação global de propriedades figurais. O autor discorda do uso exclusivo de um desses tipos de abordagem, mesmo registrando que a abordagem ponto a ponto é a mais utilizada quando "são introduzidas e definidas as representações gráficas. [...] Este modo associativo limita-se a alguns valores particulares e aos pontos marcados no plano referencial" (DUVAL, 2011b, p. 98).

[26]Destaca-se que a proporção dos eixos no plano cartesiano não será levada em consideração.

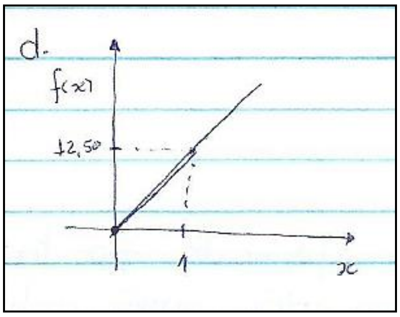
Figura 12 - Falha na conversão LM/RG. Desconsideração Coeficiente Linear (Graduanda C)



Fonte: Acervo pessoal

O Graduando A também desconsiderou o coeficiente linear para determinar o ponto em que a reta intercepta o eixa das ordenadas. Fazendo uso da abordagem ponto a ponto, atribuiu um único valor a x (x = 1) na função f(x) = 2,5.1+10, marcando assim o ponto (1; 12,5) no plano cartesiano. Ao realizar tal ato, efetivamente construiu gráfico de outra função [f(x) = 12,5x] que difere do gráfico solicitado. Com isso, pode-se inferir também a falta de domínio por parte desse graduando em converter do RA para o RG.

Figura 13 - Falha na conversão LM/RG. Desconsideração Coeficiente Linear (Graduando A)



Fonte: Acervo pessoal

Na conversão do Registro Tabular (RT) com o apoio da Língua Materna para o Registro Algébrico (Questão 6A), os sujeitos demonstraram um aumento considerável no sucesso, pois 6 graduandos elaboraram respostas exitosas. Pode-se atribuir esse êxito ao alto nível de congruência entre as representações, uma vez que se preservam os três critérios estabelecidos por Duval (2009): cada termo da representação de partida corresponde a um só termo na representação de chegada; há indução semântica entre a taxa fixa e o coeficiente linear; a ordem em que estão apresentadas as unidades significantes pode ser mantida quando da elaboração da representação de chegada. A seguir, a situação-problema proposta:

6. O preço do aluguel de um carro popular é dado pela tabela abaixo:

Opção 1	150 km	Taxa fixa de R$ 50,00
Opção 2	300 km	Taxa fixa de R$ 63,00
Opção 3	450 km	Taxa fixa de R$ 75,00

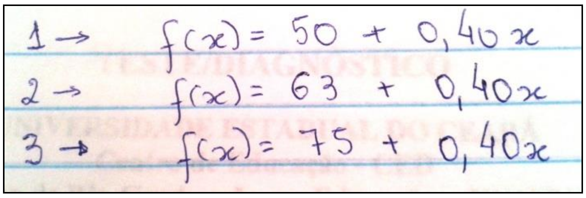
Em todos os casos, paga-se R$ 0,40 por quilômetro excedente rodado.

A)Escreva a lei da função para cada caso, chamamos de x o número de quilômetros excedentes rodados.

Fonte: Dante (2008) APÊNDICE B

Para esse caso, fazia-se necessário a elaboração de três representações algébricas, uma para cada opção de preço do aluguel de um carro, conforme pode ser observado na Figura 14 a seguir.

Figura 14 - Conversão Exitosa RT/RA (Graduando A)

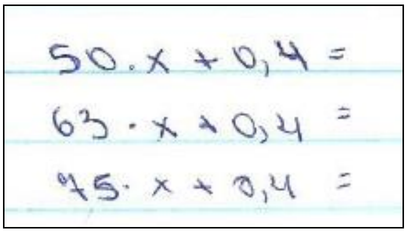


Fonte: Acervo pessoal

O sucesso dos graduandos para esse caso pode indicar conhecimentos relevantes acerca das representações tabular e algébrica bem como a compreensão do enunciado em Língua Materna. A correspondência estabelecida pelos licenciandos entre os referidos registros de representações indica o conhecimento das variáveis do problema e a sua efetiva correlação com a representação algébrica.

Apenas a Graduanda G não conseguiu realizar esta conversão. Assim como no primeiro tipo de conversão (LM→ RA), já comentado, a licencianda não relaciona as variáveis dependentes e independentes das três funções solicitadas reduzindo-as a expressões algébricas, conforme pode ser visualizado a seguir.

Figura 15 - Ausência da variável dependente na conversão do RT para RA (Graduanda G)



Fonte: Acervo pessoal

Nesse sentido, de maneira geral, foi possível observar que os graduandos falharam mais na Conversão do Registro Algébrico para o Registro Gráfico. Essas lacunas conceituais estão ligadas principalmente ao desconhecimento das variáveis visuais pertinentes a cada registro e à falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre os registros gráficos e algébricos. Vale destacar que também foram observadas falhas conceituais na Conversão da Língua Materna para o Registro Algébrico (Graduandas E e G) e na Conversão do Registro Tabular com o apoio da Língua Materna para o Registro Algébrico (Graduanda G) relevando problemas na formação nesse registro de representação.

5.2.3.2 Os Tratamentos

Nesta seção foi analisado o êxito e as falhas dos graduandos ao realizarem a atividade cognitiva de tratamento. O teste diagnóstico realizado contemplou o tratamento no Registro Algébrico, requisitando ainda tratamentos aritméticos, que envolveram as questões 5B e 6B.

Duval (2003, 2009) considera que o tratamento é a atividade cognitiva mais usada nas atividades de ensino. Dessa forma, é previsível que os graduandos apresentassem maior êxito. Os dados revelaram mais facilidades dos graduandos com os tratamentos, embora tenham sido percebidas falhas, conforme pode ser visto na tabela abaixo:

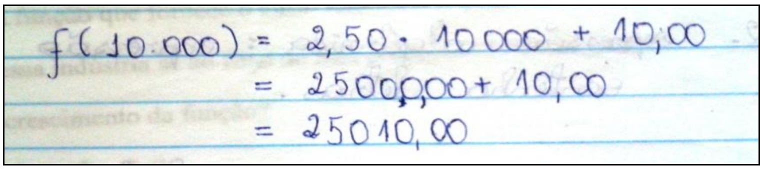
Tabela 5 - Resultado quantitativo relativo ao tratamento algébrico

Questões relativas ao tratamento algébrico	Quantidade de respostas exitosas	Quantidade de respostas com falha
5B	**4**	**3**
6B	**6**	**1**

Fonte: Elaborado pela autora

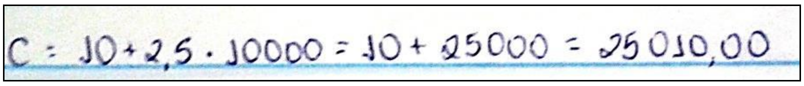
No primeiro tratamento realizado (Questão 5B), os graduandos deveriam atribuir 10.000,00 ao valor de x, na lei de formação da função f(x) = 2,50x+10. A seguir, é possível observar dois exemplos de tratamentos exitosos.

Figura 16 - Tratamento Algébrico Exitoso 5B (Graduando A)



Fonte: Acervo pessoal

Figura 17 - Tratamento Algébrico Exitoso 5B (Graduando B)

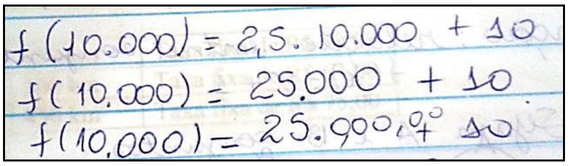


Fonte: Acervo pessoal

Nesse sentido, de acordo com as figuras acima, os graduandos demonstraram habilidade no tratamento realizado. Tanto na substituição correta do valor de x (10.000) na função, quanto no desenvolvimento interno desse registro. Também é possível perceber competência na realização das operações fundamentais básicas revelando conhecimentos acerca da multiplicação e adição necessária para a resolução do problema.

Embora de solução elementar, 3 graduandas erraram ao realizar o tratamento desta questão. Para esses casos, alguns casos puderam ser registrados. Em primeiro lugar, pôde-se verificar a falha na realização da adição entre números que expressavam dimensões variadas:

Figura 18 - Falha no Tratamento Aritmético 5B (Graduanda C)

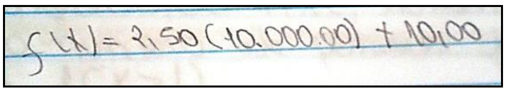


Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda C faz as substituições do valor de x corretamente, mas no momento de realizar o tratamento aritmético evidencia não ser capaz de adicionar o primeiro valor (25.000,00) que está acompanhado da vírgula que delimita décimos e centésimos com o segundo valor (10) que não vem acompanhado de vírgula, embora ambos se refiram a dinheiro. A Graduanda suspende a resolução do problema, deixando o tratamento inacabado, não obtendo, portanto, a resposta desejada.

Encontrou-se também falha ao tratar uma expressão aritmética, onde se necessita multiplicar um número racional por um número inteiro, além de adicionar o produto a outro número. A Graduanda F também suspende o tratamento, deixando a questão sem resposta, conforme figura abaixo:

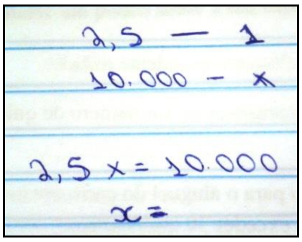
Figura 19 - Falha no Tratamento Algébrico 5B (Graduanda F)



Fonte: Acervo pessoal

O último caso de falha no tratamento desta questão é realizado pela Graduanda G, na tentativa de estabelecer a relação equivocada com o conteúdo de proporção, conforme figura abaixo:

Figura 20 - Falha no Tratamento Algébrico 5B (Graduanda G)



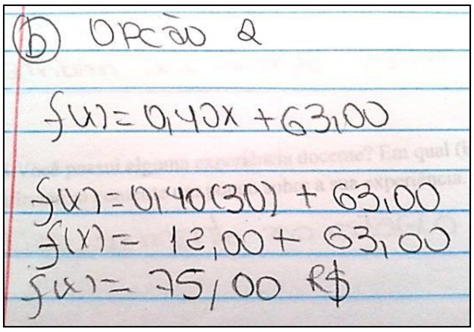
Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda G, por não ter conseguido, na questão anterior, realizar a conversão que a levaria à lei de formação f(x) = 2,5x+10, abandona a solução do problema como uma função e tenta resolvê-lo utilizando seus conhecimentos acerca de proporção. Assim, ela retorna ao registro de partida em Língua Materna, onde se afirma que o custo variável de 1camisa é igual a R$2,50 e busca descobrir o valor de produção das 10.000 camisas, desconhecendo que havia um custo fixo, portanto não proporcional, para essa produção. De todo modo, a solução é suspensa diante da necessidade de obter o valor de x dividindo-se 10.000 por 2,5, levando a inferir que a sua dificuldade reside também nessa divisão.

É importante destacar que essas graduandas já cursaram disciplinas específicas de nível avançado como Cálculo Diferencial e Integral I e II, por exemplo, e mesmo assim lacunas conceituais relativas a conteúdos da Educação Básica persistem.

Os conhecimentos desses graduandos, no que se refere ao tratamento algébrico, também podem ser observados na questão 6B (Figura 21), já que 6 graduandos obtiveram sucesso na realização dessa atividade. Nesse sentido, os graduandos deveriam optar pela segunda opção disponível de aluguel de carro, em seguida, substituir o valor do x = 30 km na função obtida na questão 6A [f(x) = 0,40x +63,00]. A seguir, é possível observar um exemplo de tratamento exitoso.

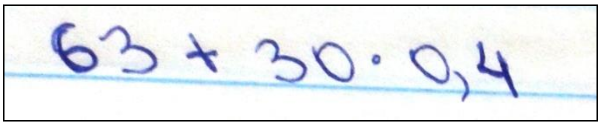
Figura 21 - Tratamento Exitoso 6B (Graduanda F)



Fonte: Acervo pessoal

Por fim, os dados revelam que esses graduandos têm conhecimentos efetivos no que se refere à transformação interna do Registro Algébrico. Esses conhecimentos indicam familiaridade com essa atividade cognitiva e com as regras de funcionamento desse registro de representação. Entretanto, vale destacar, que as situações-problema propostas foram retiradas de livros do Ensino Médio e que, apesar no número de sucessos, ainda foi possível observar 1 graduanda com falha no tratamento.

Figura 22 - Falha no Tratamento Algébrico 6B (Graduanda G)



Fonte: Acervo pessoal

A lei de formação necessária para a solução dessa questão é f(x) = 63,00+0,40x. Esse era o problema a ser solucionado no item anterior a este tratamento, no qual a Graduanda G não logrou êxito. Entretanto, ela conseguiu fazer a substituição correta do valor de x, necessário à realização do tratamento. Após essa substituição, ela não conseguiu fazer os tratamentos aritméticos correspondentes, deixando o problema sem solução. No caso dessa graduanda, lacunas conceituais quanto à estrutura da forma algébrica vem sendo percebida ao longo do teste diagnóstico. Não somente tratamentos e conversões, ela não domina as propriedades da função de maneira geral e demonstra lacunas conceituais quanto à forma e o conteúdo de função afim.

5.2.4 Elaboração de problemas em Língua Materna

Neste item, estão analisadas as situações-problema propostas pelos próprios graduandos. Solicitava-se a elaboração de duas situações que envolvessem o conteúdo de função afim. 3 graduandas deixaram a questão em branco, 3 conseguiram propor apenas uma situação e 1 graduanda propôs as duas situações, conforme o solicitado, totalizando, portanto, 5 problemas. Dentre as situações-problema apresentadas, constata-se que três estavam relacionados a função afim e em duas os dados eram insuficientes para a resolução das mesmas, ou seja, estavam incompletas.

De acordo com os dados, é possível perceber que essa temática [elaboração de problemas] pode estar sendo desconsiderada na formação desses futuros professores de Matemática. A importância da elaboração de problemas perpassa pelo domínio de conhecimentos didático e metodológico, sendo relevante elaborar situações que estimulem o pensar do aluno em detrimento dos mecanismos lineares e superficiais de resolução. As pesquisas de Imafuku (2008) e Andrade (2008) ressaltam ser imprescindível lançar um olhar para o Registro Língua Materna nos cursos de Licenciatura em Matemática, tendo em vista que o seu papel, por muitas vezes, passa a ser secundarizado em relação aos demais registros de representação: algébrico, gráfico, diagramas.

No que se refere aos problemas exitosos elaborados pelos graduandos, pode-se perceber que todos tratavam de conversões da Língua Materna para o Registro Algébrico. A pouca diversificação de registros pode revelar que a formação dos licenciandos está privilegiando esse tipo de conversão, deixando de lado o uso de outros registros. Tal prática é caracterizada por Duval (2003, 2009) como enclausuramento no monorregistro, o que dificulta a elaboração conceitual. Dois problemas envolviam esse tipo de conversão, exigindo ainda o tratamento no Registro Algébrico, conforme pode ser visto no problema 1 a seguir.

> **Problema 1**: Conversão da LM→RA + Tratamentos no RA
> Um banco cobra uma taxa fixa de R$ 4,00 para 12 saques anuais e uma taxa de R$ 0,25 para quem excede o número de saques. Sendo x o número de saques, quanto uma pessoa pagará se fizer 15 saques no ano? (Graduanda B)

Este problema necessita da conversão do registro LM para o Registro Algébrico f(x) = 0,25x+ 4,00, sendo x o número de saques excedidos, além disso, faz-se necessária a realização de tratamentos para encontrar a resposta solicitada, ou seja, f(15-12) = 0,25 (15-12) + 4,00 = 0,25. 3 + 4,00 = 4,75.

Houve ainda o caso de um problema que exigia apenas a realização da conversão. Ver problema 2 abaixo:

> **Problema 2:** Conversão da LM→RA
> A conta de energia a ser paga depende diretamente da quantidade de energia gasta, além de um valor fixo de manutenção. Sabendo que cada hora gasta custa 0,80 e o valor fixo de manutenção vale 15,00, escreva a lei de formação que relaciona o custo pago e a hora. (Graduando A)

Por tratar-se apenas de uma conversão, bastava relacionar corretamente o valor fixo com o valor variável da função para chegar à função g(x) = 0,80x + 15,00. A conversão consiste exatamente na passagem de um registro ao outro, sem requerer uma solução numérica do problema.

Diante desses problemas elaborados, é possível observar que os graduandos, mesmo que de forma inconsciente, utilizam conversões, tratamentos e a própria formação das representações, tendo em vista esses elementos se apresentarem nas situações-problema propostas.

Os problemas 3 e 4, a seguir, evidenciam a ausência de elementos significativos na representação do problema no registro de partida escolhido – a Língua Materna.

> **Problema 3**
> Um aluguel de um apartamento é de R$ 200,00 fixo, aumenta R$ 25,00 se o número de pessoas for maior que 1 (x > 1) (Graduanda F).

No problema 3, há apenas uma informação acerca do valor do aluguel e uma tentativa em estabelecer uma relação entre o que poderia vir a ser a variável dependente [valor do aluguel] e a independente [números de pessoas]. Não se coloca o comando que o transformaria efetivamente em uma situação problema.

> **Problema 4**
> Com o racionamento de água a prefeitura decidiu por um limite de 1.500 l por casa. Quem passar dessa quantidade de litros deverá pagar R$ 3,50 a mais. Considerando x a quantidade de litros, se uma pessoa passar 250 l do estimado quanto pagará no final do mês? (Graduanda B).

No problema 4, percebe-se também a falta de elementos na formação da representação na Língua Materna, pois para atender ao comando proposto, seria necessária informação do valor a ser pago pelo limite dos 1500l. Além disto, como não existe o estabelecimento da variável independente, isto é, o valor a ser pago a mais não varia, conforme a quantidade de litros excedidos, o problema passa a propor a elaboração da função constante f(x) = 3,50. Com essa limitação na atividade de formação, a representação também não cumpre a função de comunicação, pois não permite ao leitor a compreensão efetiva do problema em questão.

De acordo com Duval (2011a), uma dos desafios ao lidar como Registro em Língua Materna está no fato de não se tratar de um registro puramente matemático. Para o autor, esse registro apresenta um distanciamento cognitivo em relação aos demais registros de representação. Em suas palavras, “[...] a língua natural é um dos registros utilizados em matemática, para justificar soluções. E, no ensino da matemática, a língua natural intervém em todos os enunciados de problemas dados aos alunos, mas somente para os problemas de aplicação de conhecimento” (DUVAL, 2011a, p. 125).

Concluído o teste diagnóstico, perceberam-se lacunas na formação dos licenciandos e o desconhecimento da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, da parte de 6 dos 7 participantes da pesquisa. Com esses dados, foram elaboradas as atividades que compuseram o curso de formação. O desempenho dos graduandos nesse curso está analisado a seguir.

5.3 GRADUANDOS INTERPRETAM RESPOSTAS DE ALUNOS À LUZ DA TRRS

A primeira atividade do curso de formação consistiu na interpretação, por parte dos graduandos, de cinco questões acerca de função afim que foram resolvidas por alunos do Ensino Médio (APÊNDICE C). Buscou-se discutir essas questões para produzir aproximação entre a teoria que estava sendo estudada e a resolução de atividades matemáticas. Nesse momento, os alunos já haviam lido e discutido o primeiro texto proposto no curso (DAMM, 2008). Dessa atividade, participaram apenas 4 graduandos[27], pois os demais estavam envolvidos com provas das disciplinas curriculares.

Com a atividade objetivava-se perceber como eles compreendiam, a partir de seus conhecimentos da TRRS, os erros e acertos praticados na resolução. Os graduandos deveriam explicar como percebiam o raciocínio desses alunos que os levaram às respostas dadas.

A primeira questão apresentada aos graduandos era a definição de função dada por aluno do Ensino Médio “Quando algo está em função de outro”. Diante dessa definição, foi possível perceber que 2 graduandos consideraram que o referido estudante não formaliza o conceito de função, 1 graduanda considerou o conceito elaborado óbvio e 1 graduanda concorda parcialmente com a resposta e busca complementar a definição.

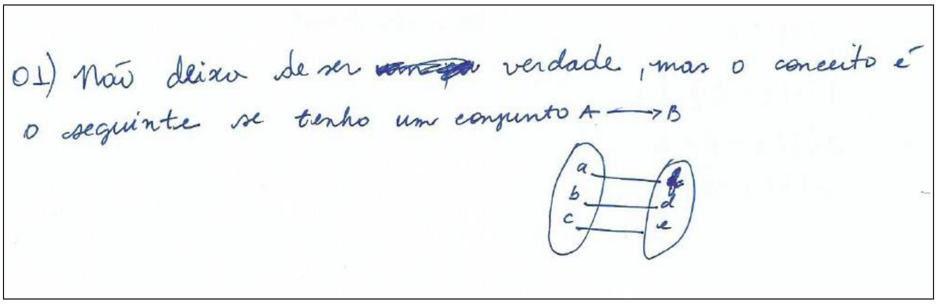
O Graduando A afirma que o respondente “sabe do conceito do conteúdo, mas sentiu dificuldades no momento de formular rigorosamente. O aluno percebe que função é uma relação entre duas coisas (variáveis)”. Nesse sentido, percebe-se que o graduando considerou que o estudante possui conhecimento acerca do tema em questão, atentando para o fato de o estudante não realizar a elaboração formal do conceito. Essa conceituação embrionária deve ser valorizada pelo professor, como ponto de partida para a efetiva conceituação por parte do aluno.

[27] Participaram desse encontro o Graduando A e as Graduandas B, C e E.

Já a Graduanda B acredita que "o aluno, de certo modo, tentou passar o que ele entendia mesmo ele sendo tão óbvio". Nesse sentido, é possível perceber que a licencianda também considera a compreensão que o estudante tem sobre o assunto, porém é possível inferir que para essa graduanda, a formalização do conceito seja mais importante do que as produções conceituais intuitivas produzidas pelos estudantes, ou seja, mesmo não tendo utilizado a linguagem matemática formal em sua definição, o aluno percebe que existe uma relação entre duas grandezas. Dante (2008) registra que, ao perceber que existem duas variáveis que se relacionam, o sujeito já demonstra ter o conceito de função em germe.

A Graduanda C concorda parcialmente com o que está afirmado na resposta proposta, mas considera importante acrescentar elementos à definição proposta, conforme pode ser visto na Figura 23, a seguir:

Figura 23–Falha na conceituação de função (Graduanda C)

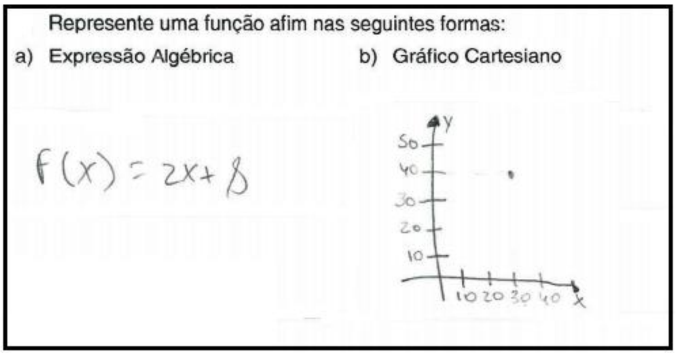


Fonte: Acervo pessoal

Na verdade, ela faz uso de uma representação no diagrama de Venn, sem estabelecer a necessária relação que caracterizaria uma função. A Graduanda C apresenta as dificuldades de que fala Lima (2008), isto é, uma formação matemática não consolidada e a necessidade de cursar disciplinas de conhecimentos avançados desde os primeiros semestres de sua licenciatura. A autora considera ser imprescindível um trabalho efetivo com esses conhecimentos dos futuros professores, com o objetivo de alcançar uma efetivação da aprendizagem conceitual por meio de metodologias alternativas de ensino.

Os graduandos analisaram as respostas acerca da formação de representações de função afim no Registro Algébrico e Gráfico (Questão 2, Figura 24).

Figura 24 - Representação algébrica e gráfica de um aluno da EB (Questão 2)



Fonte: APÊNDICE C

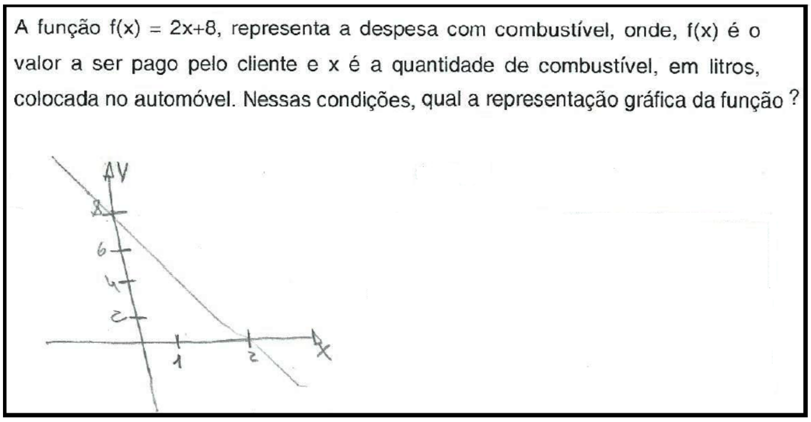
Com relação à formação no Registro Algébrico, 2 graduandos perceberam que, embora correta, a resposta consistia apenas na cópia da função presente no item subsequente no teste analisado (f(x) = 2x + 8). Os outros 2 graduandos julgaram que a resposta estava correta. Na representação gráfica, eles foram unânimes em afirmar que o estudante não representou corretamente a função afim no gráfico. O Graduando A afirma que "o aluno confunde representação gráfica com o plano cartesiano". Com isso, demonstra não perceber que, embora o plano cartesiano efetivamente não seja a representação da função afim, ele é parte indispensável na representação gráfica. Já a Graduanda C demonstra perceber que as partes são indissociáveis ao afirmar: "montaram o plano cartesiano, mas não traçaram a reta".

As análises dos graduandos, até esse momento, não demonstram fazer uso dos elementos da teoria dos RRS. Nenhum deles se referiu a questões discutidas por Duval (2011b) e tratadas no encontro de formação teórica, acerca do fato de o aluno não ter logrado êxito na formação da representação gráfica estar vinculado ao desconhecimento das regras de conformidade desse registro de representação.

A apropriação da TRRS se revela um desafio na formação do licenciando em Matemática. Nesse sentido, considera-se essencial e relevante para os futuros professores de matemática voltarem-se a "[...] formas de se apropriar de um determinado conhecimento que emergem na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem" (CURY, 2008, p. 63).

A avaliação dos graduandos acerca da Conversão foi tratada com um exemplo que partia do Registro Algébrico com apoio da Língua Materna para o Registro Gráfico, conforme pode ser visualizado a seguir.

Figura 25 - Representação Gráfica de um aluno da EB (Questão 3)



Fonte: APÊNDICE C

Nessa questão, foi possível perceber uma aproximação de uma das graduandas com a Teoria. A Graduanda B já reconhece que na questão estão em jogo duas representações, e que é necessário passar de uma para outra, em busca da solução da questão. Em suas palavras: “O aluno teve dificuldades de passar da forma algébrica para o gráfico, marcando os pontos do gráfico com os números que apareciam na função em vez de atribuir valores” (Graduanda B). Embora não use o termo “conversão” presente na Teoria, substituindo-o pelo termo “passar”, ela percebe que na resposta estão valorizados apenas os elementos numéricos presentes no registro de partida. Nesse sentido, Delgado (2010) afirma que os obstáculos nas conversões para o registro gráfico estão associadas ao não reconhecimento das variáveis visuais contidas nas situações-problema propostas. Dessa forma, para a maioria dos alunos, o gráfico representaria apenas um aglomerado de pontos ligados por uma reta.

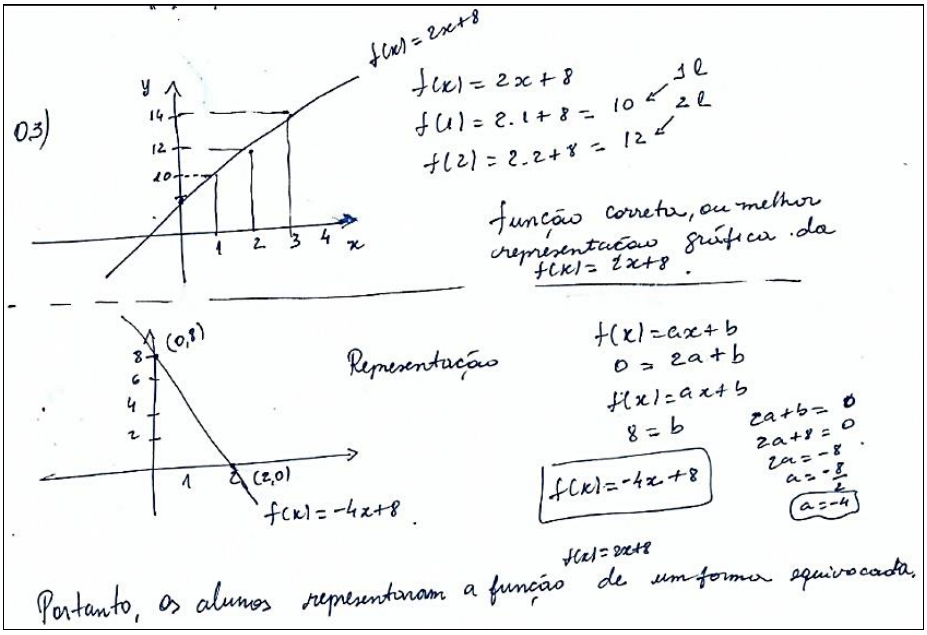
Os demais graduandos não fazem menção a quaisquer princípios da Teoria. A graduanda faz interpretação semelhante à anterior, mas afirma simplesmente que “ele procura utilizar os números que estão no enunciado” (Graduanda E). Como é possível perceber, não estabelece qualquer relação entre os registros em jogo, preferindo referir-se ao enunciado da questão, não o reconhecendo como registro de partida.

O Graduando A deu ênfase aos tratamentos realizados na solução, mesmo sem reconhecer que assim estava procedendo. Isso pode ser percebido na afirmação: “O aluno se confunde no momento de **calcular as interseções**. Pode ser que ele ache que se a função f(x) = ax+b, o ponto (0,b) intercepta o eixo y e o ponto (2,0) intercepta o eixo x”.

Finalmente, a Graduanda C apenas comenta que “o aluno representa a função de uma forma equivocada” e parte para realizar, ela mesma, a conversão do registro Língua

Materna para o gráfico e, em seguida, convertendo do registro gráfico apresentado na questão para o registro algébrico, conforme pode ser visto na figura a seguir.

Figura 26 - Realização de Conversões em substituição a análise da resposta ao problema (Graduanda C)



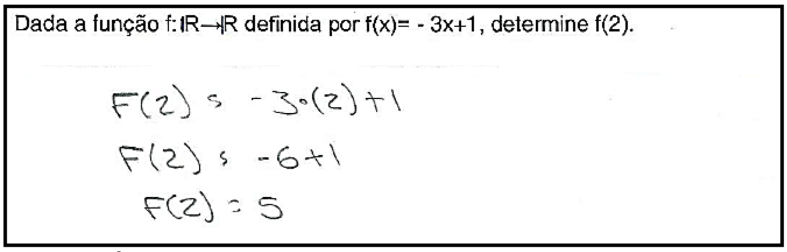
Fonte: Acervo pessoal

De acordo com a resposta da graduanda, é possível observar que, no primeiro momento, ela realiza a conversão correta do gráfico da função f(x) = 2x+ 8 com o apoio de tratamentos algébricos, através da abordagem ponto a ponto. No segundo momento de sua resposta, a graduanda realiza a conversão da representação gráfica produzida pelo estudante que, através novamente de tratamentos algébricos, consegue obter a representação f(x) = -4x + 8 comprovando assim o não êxito do aluno. Nesse sentido, pode-se inferir que a referida graduanda não distingue o que seja fazer a análise de uma resposta, do fato de ela própria dar a respostas do aluno, uma vez que ela própria trata as representações obtendo assim uma resposta, mesmo não tendo sido o objetivo da atividade proposta.

De acordo com Pelho (2003, p. 88), esse comportamento pode estar ligado ao fato de os “[...] alunos acharem que em Matemática sempre devem escrever uma ‘fórmula’ ou um cálculo nas respostas” (PELHO, 2003, p. 88) em detrimento das interpretações em Língua Materna.

Na análise da questão destinada ao tratamento no registro algébrico (Questão 4), observou-se que todos os graduandos salientaram que o estudante cometeu erro relativo ao sinal da operação necessária à sua resposta. Ver figura a seguir.

Figura 27 - Tratamento algébrico de um aluno da EB (Questão 4)


Dada a função f: IR→IR definida por f(x)= - 3x+1, determine f(2).

F(2) = -3·(2)+1
F(2) = -6+1
F(2) = 5

Fonte: APÊNDICE C

Entre as análises dos graduandos, dois exemplos serão dados:

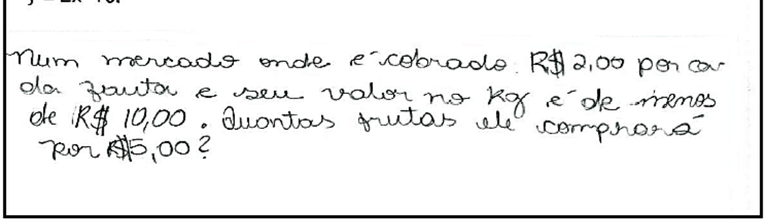
> Foi só falta de atenção do aluno na questão do sinal na resposta final, já que ele vinha resolvendo a questão corretamente no início (Graduanda B).
> O aluno tem domínio do conteúdo estudado, no entanto, ocorre um equívoco na realização da última operação. Como o aluno vê o sinal de - antes do número 6, ele confunde com o da operação. Ao invés de realizar -6+1 faz 6-1 (Graduando A).

Nesse sentido, nos exemplos citados, é possível perceber que os graduandos consideram satisfatórios os conhecimentos do estudante acerca do tratamento da função. Eles foram unânimes em afirmar que o problema estava ligado especificamente ao desconhecimento da “regra de operação de sinais”, atribuindo a falha à “falta de atenção” ou “equívoco” no momento de operar com sinais. Vale a pena destacar que para Duval (2009), o conhecimento das regras de expansão, aquelas necessárias ao tratamento, fazem parte do domínio conceitual. Não é possível, portanto, afirmar que, no exemplo, o aluno demonstrou conhecimento de função e desconhecimento da “regra de sinais”, pois ambos fazem parte de um todo indissociável, isto é, a compreensão efetiva das representações dadas.

Saliente-se ainda que a questão em que houve maior concordância entre as respostas e comentários dos graduandos foi a referente ao tratamento. Ressalta-se assim a familiaridade dos graduandos com essa atividade cognitiva. Isso reforça as afirmações de Duval (2003), segundo o qual o tratamento é a atividade mais utilizada nas práticas docentes.

Por fim, os graduandos analisaram um problema em Língua Materna produzido pelo estudante a partir de uma função fornecida, conforme pode ser observado a seguir.

Figura 28 - Enunciado produzido pelo estudante da EB (Questão 5)


Elabore uma situação-problema a partir da seguinte expressão algébrica:
y = 2x -10.

Num mercado onde é cobrado R$ 2,00 por ca
da fruta e seu valor no kg é de menos
de R$ 10,00. Quantas frutas ele comprará
por R$5,00?

Fonte: APÊNDICE C

Para essa análise, foi possível perceber a incompreensão por parte dos graduandos da produção escrita do estudante, tendo em vista que dois deles deixaram a questão em branco. Essa questão é abordada por autores como Imafuku (2008) e Andrade (2008) que salientam o papel secundário que a Língua Materna desempenha nos cursos de Licenciatura em Matemática, sendo dada maior ênfase à Linguagem Simbólica Matemática.

Duas graduandas consideraram que o estudante apenas utilizou os dados da função na tentativa de elaborar uma situação-problema conforme pode ser visto nos exemplos a seguir:

> Nessa questão o aluno só tentou colocar os termos da equação na resposta sem se importar com o conteúdo como, por exemplo: o kg da fruta custa menos R$10,00. Como o valor por quilo da fruta pode ser negativo?(Graduanda B).
>
> O aluno procurou utilizar os dados da questão, porém, ele não conseguiu expressar o valor negativo de uma forma ‘cabível’ (Graduanda E).

De acordo com as análises, é possível perceber que as graduandas ressaltaram a impossibilidade do quilo da fruta ser negativo ressaltando que o estudante não elaborava enunciados contextualizados. Vale destacar que o referido estudante buscou realizar uma correspondência entre as variáveis quilo e preço. Nesse particular, os desafios aumentaram porque o coeficiente linear da função é negativo.

De acordo com Duval (2003), essas lacunas podem ocorrer por se tratar de uma conversão de um registro monofuncional (expressão algébrica) para um registro multifuncional (língua natural), aumentando-se assim a complexidade da questão. Além disso, as atividades que envolvem produções e análises de enunciados em Língua Materna costumam ser pouco exploradas no ensino.

Ressalta-se ser relevante que os licenciandos, em seu processo de formação, compreendam as produções escritas dos estudantes. Isso pode tornar-se um importante instrumento metodológico na compreensão do nível conceitual já atingido na disciplina de Matemática. Todas as produções escritas dos estudantes passam a ser entendidas como componentes do processo educacional, podendo ser utilizadas para direcionamento de metodologias de ensino e encaminhamentos pedagógicos (CURY, 2008).

Vale destacar que a compreensão e análises dessas produções não se torna uma tarefa fácil, muitas vezes, sua interpretação pode gerar inquietações, constituindo-se um grande desafio para os futuros docentes. Para tanto, os graduandos se mostraram atentos através de suas análises, levando em consideração os conhecimentos dos estudantes em cada resposta. Embora não tenha sido possível perceber efetivamente os conhecimentos acerca da TRRS por parte dos graduandos em suas análises, levou-se em consideração essa atividade ter sido aplicada no segundo encontro, logo as relações entre os elementos da teoria com a atividade proposta ainda não haviam sido concretizadas. Considera-se seu processo de compreensão teórica ainda de modo incipiente e em processo de desenvolvimento. Diferentemente desse quadro, no próximo tópico já será possível considerar as percepções iniciais dos graduandos, através dos elementos teóricos discutidos nos primeiros encontros. Dessa forma, com as discussões e mediações realizadas em todos os encontros, foi possível perceber a compreensão acerca das atividades cognitivas, bem como as incompreensões teóricas demonstradas no decorrer dos encontros.

5.4 AVANÇOS NA CONCEPÇÃO DOS GRADUANDOS ACERCA DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

Nesta seção, buscou-se observar ganhos a respeito das concepções dos graduandos acerca da TRRS. Os elementos de análise foram captados a partir dos primeiros encontros do curso (Encontros 2, 3 e 4), nos quais foi proposta a leitura de dois textos[28], caracterizando-se a discussão desses textos como o primeiro momento de cada encontro.

No que refere-se à importância das representações semióticas para a Matemática, a Graduanda C salientou que percebeu a importância de o docente lançar um olhar para as formas de ensinar um determinado conteúdo, além disso, ela buscou exemplificar a sua compreensão acerca do representante e representado conforme pode ser visto a seguir: “Função constante é um objeto [matemático] e você tem formas de representar esse objeto, tem as representações”. Nesse sentido, de acordo com a fala da graduanda, é possível perceber uma importante diferenciação entre objeto e as representações. Para Duval (2011a, p. 101), essa percepção é relevante e favorece o aprendizado em Matemática. De acordo com o autor, “[...] as representações semióticas só são transparentes quando existe reconhecimento imediato e espontâneo do que elas representam”.

A Graduanda E destaca o seu entendimento sobre a distinção entre *semiosis* e *noésis*: “Uma é a apreensão e a outra é a própria representação. A representação é a *semiosis* e a apreensão é a *noesis*”. Para a Graduanda C, é devido a essas características que as pessoas confundem o objeto matemático com a representação. Essas ideias corroboram com as de Duval (2011a, p. 100, grifos no original) ao afirmar que

> A *noésis*, termo empregado por Aristóteles e retomado por Husserl para designar o próprio ato de pensar, coincide com a *sémiosis*, isto é, com a ativação sinérgica de

[28] Registros de Representação (DAMM, 2008) e Uma análise da compreensão do conceito de função afim de alunos do 2º ano do Ensino Médio (CARDOSO et al,2012).

> pelo menos dois registros em uma produção e uma transformação semiótica de representação. A compreensão do reconhecimento dos objetos matemáticos e do discernimento das operações de transformação possíveis depende desse ato.

Durante esse momento, foi possível perceber que os graduandos começaram a demonstrar a percepção da importância das representações para a Matemática. Perceberam também que a representação é importante, dado que o objeto matemático é abstrato, conforme pode ser visto na fala da Graduanda D, a qual tece considerações acerca das representações semióticas: “São tipo formas de representar o conceito matemático através de signos, a gente não consegue aprender o conceito sem a representação”. A Graduanda C complementa: “Sem esses símbolos seria praticamente impossível alguém aprender matemática”. De acordo com Damm (2008), é preciso considerar essas diversas representações no ensino de um determinado objeto matemático, “[...] em matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações” (DAMM, 2008, p. 167).

Entretanto, o Graduando A, não conseguindo diferenciar o Diagrama de Venn de um gráfico, evidencia não conseguir perceber os usos que podem ser feitos de cada uma dessas diferentes representações. Um registro de representação se traduz nas suas potencialidades e limites que o seu sistema semiótico possui. Para tanto, embora o gráfico e o diagrama de Venn estejam dentro da mesma classificação da Teoria [Representação não discursiva, registro monofuncional], eles possuem características internas diferentes.

Nesse sentido, o gráfico consiste de um par de eixos ordenados com regras pré-estabelecidas, os pontos marcados possuem uma ordem (x,y) que deve ser respeitada, além disso, quando construído um gráfico de uma função, é possível perceber um comportamento diferente das demais representações desse objeto. Já o Diagrama consiste de curvas fechadas que podem ter flechas ou não, servindo de apoio para a representação de Funções. Ao abordar a noção inicial de relação e função/não função, os estudantes conseguem visualizar didaticamente as especificidades desse conceito através do Diagrama de Venn. Entretanto, o seu limite está quando abordadas quantidades de elementos maiores, sendo a sua natureza mais pontual em detrimento das relações generalizadas.

Na discussão acerca da atividade cognitiva de formação, apenas a Graduanda C tece considerações sobre o tema salientando que, na sua visão, se tratava da elaboração de situações-problema em Língua Materna. Essa percepção pode estar relacionada ao fato de a autora do primeiro texto (DAMM, 2008) ter dado como exemplo este tipo de representação, entretanto, a autora também salienta que a formação pode ser na escrita de uma fórmula, de um gráfico, entre outros, o que foi discutido durante os encontros. Nenhum dos demais participantes teceu qualquer comentário acerca da atividade de formação.

Segundo Duval (2009, p. 54-55), “[...] a formação de uma representação semiótica é o recurso a um (ou a muitos) signo(s) para atualizar a atenção voltada para um objeto ou para se substituir essa atenção”. Essa atividade cognitiva está ligada aos conhecimentos de regras de produção, ou seja, regras de conformidade conforme o registro de representação empregado. Além disso, o autor refere-se aos seguintes aspectos:

> - a determinação (estritamente limitada, ou ao contrário aberta) de unidades elementares (funcionalmente homogêneas ou heterogêneas: símbolo, vocabulário...)
> - as combinações admissíveis de unidades elementares para formar unidades de nível superior: regras de formação para um sistema formal, gramática para as línguas naturais
> - as condições para que uma representação de ordem superior seja uma produção pertinente e completa: regras canônicas próprias a um gênero literário ou a um tipo de produção num registro (DUVAL, 2009, p. 55).

Na discussão acerca da atividade cognitiva de tratamento, a Graduanda C assim se expressa:

> [...] sobre o tratamento de representação, eu não sei se é bem isso, tipo assim, você está com o gráfico de função, ali você vai explicar o conteúdo de acordo com aquele gráfico sem precisar fazer outra representação para explicar ao aluno, eu entendi que isso era o tratamento(Graduanda C)

De acordo com a fala da referida graduanda, é possível observar que a compreensão acerca da atividade cognitiva está atrelada a exemplos, manifestando carência de generalização. Embora ainda não esteja claro o conceito efetivo dessa atividade para essa graduanda, ela dá indícios de que tratamento se refere a uma transformação interna ao registro que se pretende trabalhar, diferenciando da atividade cognitiva de conversão como pode ser visto a seguir: “[...] Além do tratamento, tem a conversão, por exemplo, é tipo assim, esse mesmo gráfico dá outras representações para esse assunto, tipo assim, explicando outros tipos de representação [...]” (Graduanda C).

Vale ressaltar que a mesma já demonstra compreender que para um mesmo conteúdo matemático pode-se utilizar diversas representações e isso acarreta consequentemente diferentes formas de explicação.

As discussões acerca das conversões foram travadas a partir da análise do segundo texto (CARDOSO et al, 2012), que analisa respostas apresentadas pelos estudantes da Educação Básica na realização desse tipo de atividade cognitiva. O Graduando A conclui:

> Mais uma vez volta aquela questão das representações que não são utilizadas pelos professores, muitas vezes, eles atuam no monorregistro. E os alunos, com isso, tem dificuldades em fazer as conversões. Como está destacado no texto, tem atividades que os alunos não conseguiram resolver e outros sentiram dificuldades (Graduando A).

Para esse graduando, as representações mereciam mais atenção por parte dos professores, além disso, ele já possui experiência com a teoria. De acordo com o referido licenciando, foi possível perceber mudanças em sua prática pedagógica e na concepção acerca da disciplina de Matemática que antes era tida como uma matéria apenas de realização de tratamentos algébricos conforme pode ser visto a seguir:

> Sem ter conhecimento da teoria eu utilizava apenas os cálculos mesmo, a partir do momento que passei a conhecer a teoria eu comecei a ensinar a eles [alunos] a realizar conversões de um registro para o outro. Às vezes, eu noto que eles querem fazer, mas sentem dificuldades (Graduando A).

A afirmação do Graduando A acerca de sua forma de ministrar aulas de Matemática, com base exclusiva nas discussões dos cálculos, é comentada por Duval (2011a) quando afirma que o ensino geralmente tende a privilegiar as atividades cognitivas de formação e tratamento.

Nesse sentido, de acordo com a fala desse graduando, é possível perceber a relação teoria e prática sendo construída de modo a tornar possível a sua utilização no seu fazer didático e pedagógico.

As falhas manifestas pelos estudantes na realização de conversões também são percebidas pela Graduanda E: “Eu ia falar justamente sobre a conversão que eles [alunos], muitas vezes, não conseguiram converter para o gráfico”.

Nesse sentido, é possível perceber a constatação da Graduanda E acerca das lacunas conceituais apresentadas pelos estudantes na Educação Básica. Elas consistem na realização de conversões e principalmente naquela relativa à passagem do Registro Algébrico para o Registro Gráfico. O destaque dado pela Graduanda E, quando comenta as respostas dos alunos da Educação Básica, é a mesma apresentada pelos próprios graduandos no teste diagnóstico anteriormente analisado. Nesse tipo de conversão, apenas 2 graduandos tiveram êxito. De acordo com Duval (20011a), saber coordenar diferentes representações de um mesmo objeto matemático é o primeiro passo para a compreensão em Matemática, além disso, é através dessas mobilizações que “[...] se opera a tomada de consciência do funcionamento representacional próprio de cada registro” (DUVAL, 2011a, p. 100).

Para a Graduanda G, a pesquisa de Cardoso et al (2012) justifica o curso de formação ora proposto, ela assim se expressa: “De acordo com a pesquisa, a situação está crítica e esse é um dos motivos de estarmos aqui, nesse curso de formação”. Nesse sentido, infere-se que a referida graduanda percebeu a importância do curso de formação para a compreensão da elaboração conceitual dos estudantes acerca de função. Esse entendimento favorece uma formação crítica e comprometida com as questões da Educação Matemática, além de influenciar no maior domínio de conhecimentos teóricos e práticos por parte desses graduandos (SOUZA; GARNICA, 2004).

Por fim, vale destacar que, após os primeiros encontros, a integração do grupo entre si e com a pesquisadora já estava mais consolidada. Entretanto, alguns ainda se mantiveram tímidos e permaneceram, a maior parte do tempo, calados, mesmo quando indagados pela professora, como no caso das Graduandas B e F em relação às quais não foi possível perceber, através de suas falas, as suas percepções acerca da TRRS.

5.5 COMPREENSÃO DOS GRADUANDOS ACERCA DAS ATIVIDADES COGNITIVAS DE TRATAMENTO E CONVERSÃO

Neste tópico, objetivou-se discutir a compreensão dos graduandos acerca das atividades cognitivas de tratamento e conversão através da análise de situações-problema que abordavam diversas representações semióticas (APÊNDICE D).

Das 6 questões componentes da tarefa proposta, neste item foram analisadas apenas 4, uma vez que os dados estavam evidenciando as categorias reiteradamente. A Graduanda B não participou dessa atividade, pois faltou à aula, uma vez que se anunciava paralisação dos ônibus na região na qual morava. Na atividade, solicitava-se que os graduandos detectassem as atividades cognitivas exigidas em cada situação-problema.

Na primeira situação-problema (Questão 1, Figura 29), considerou-se que nenhum graduando obteve pleno êxito, pois nenhum deles considerou os Registros em Língua Materna e o Tabular como complementares na situação de registro de partida.

Entre as respostas, 3 graduandos afirmaram que a questão exigia apenas a atividade cognitiva de conversão e 3 graduandas reconheceram que, além da conversão, o problema também requeria a utilização de tratamentos algébricos.

Figura 29 - Questão 1 (APÊNDICE D)

1. A tabela a seguir representa o abastecimento de um avião KC-135 em litros por segundo. Sabendo que esse avião já tinha em seu tanque 500 litros antes do início do abastecimento. Nessas condições responda os itens a seguir:

T (em segundos)	V (em litros)
1	560
2	620
3	680
4	740
10	1100
30	2300

a) Qual a lei de formação que permite calcular a quantidade de litros (V) em função do tempo por segundo (t)?

b) Qual a sua representação gráfica?

Fonte: APÊNDICE D

O Graduando A demonstrou já compreender que a conversão trata de uma relação entre dois registros diferentes de representação semiótica. Na sua resposta, ele deixa claro que são necessárias mais de uma conversão para a solução do problema. Entretanto, considera os registros de partida separadamente conforme pode ser observado a seguir:

Figura 30 - Análise realizada considerando os aspectos referentes apenas à conversão (Graduando A)

1) 1ª perg. Conversão: ling. materna → repres. algebr.
tabular → represent. algebr.
2ª perg. Conversão: represent. algeb. → repres. graf.
ou
repres. ~~algebr.~~ tabular → repres. graf.

Fonte: Acervo pessoal

Vale destacar que a atividade cognitiva de tratamento não é mencionada pelo graduando A, mesmo que ele a tenha realizado para chegar à resposta do problema, conforme se discutirá no item 5.7. Embora, de acordo com Duval (2003), essa atividade cognitiva seja a mais utilizada como procedimento de justificação no ensino de Matemática, tornando-a mais familiar, reconhecê-la como um passo importante no trabalho com a Matemática apresentou-se como um desafio para metade dos graduandos.

Já a Graduanda E demonstra perceber que a atividade cognitiva de tratamento também é necessária para a solução do problema conforme pode ser observado na resposta a seguir:

Figura 31 - Análise realizada considerando os aspectos referentes à conversão e tratamento (Graduanda E)

① Conversão
Da língua materna → representação algébrica → representação gráfica.
Tratamento na representação algébrica

Fonte: Acervo pessoal

Em sua análise, é possível perceber que não houve separação entre as conversões, de acordo com as 2 perguntas do problema. Vale destacar que a referida graduanda desconsidera o Registro Tabular, quer seja por ter compreendido como parte do problema, quer seja por não reconhecê-lo como uma representação de importante apoio para o sucesso da solução da questão. Apesar de não mencionar esse registro de representação, inferem-se conhecimentos relevantes acerca das atividades cognitivas de conversão e tratamento já que a referida graduanda atenta para as conversões a serem realizadas e obtém êxito no tipo de tratamento a ser utilizado no problema.

A segunda questão trata da conversão em Língua Materna para o Registro Gráfico (item a) e uma conversão em Língua Materna para o Registro Algébrico com o apoio de tratamentos algébricos (item b) conforme pode ser observado na figura a seguir:

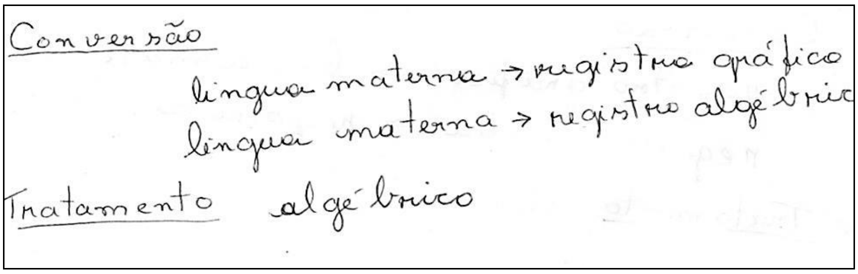
Figura 32 - Questão 2 (APÊNDICE D)

2. Uma papelaria cobra R$ 0,10 por página xerocada, caso o número de páginas seja inferior ou igual a 50. Se o número de páginas for superior a 50, o custo por página adicional passa a ser R$ 0,08. Nessas condições responda os itens a seguir:
   a) Esboce o gráfico custo total (C) para copiar x páginas.
   b) Caso um cliente xeroque 100 páginas, qual o valor a ser pago para a papelaria?

Fonte: APÊNDICE D

Nessa questão 4 graduandos obtiveram êxito na análise e 2 graduandas apresentaram falhas. No exemplo abaixo (Figura 33), a Graduanda D identifica todos os registros de representação presentes no problema como a Língua Materna, o Registro Gráfico e o Algébrico.

Figura 33 - Êxito na análise da Questão 2 (Graduanda D)

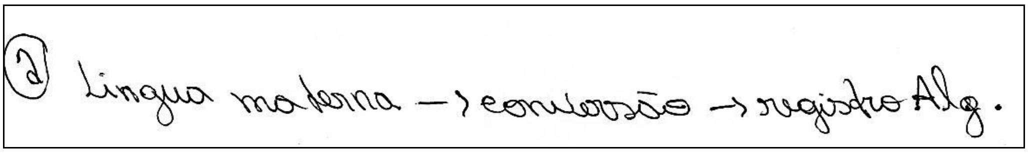

Conversão
língua materna → registro gráfico
língua materna → registro algébric
Tratamento algébrico

Fonte: Acervo pessoal

Além disso, ela compreende as conversões e os tratamentos necessários para a solução do problema demonstrando seus conhecimentos acerca dos elementos da TRRS. De acordo com Damm (2008), é a partir dessa tomada de consciência (apropriação de vários registros de representação) que o sujeito compreende a coordenação dos diferentes registros de representação, estabelecendo assim um entendimento significativo acerca do objeto matemático envolvido.

Entretanto, a distinção entre esses elementos teóricos parece ainda não ter sido compreendida efetivamente pelas Graduandas G e C, já que ambas não conseguiram identificar corretamente quais registros e quais atividades cognitivas estavam sendo utilizados apresentaram nas questões propostas. A Graduanda G reconhece o registro de partida (Língua Materna) e um de chegada (Registro Algébrico) (Figura 34). Porém, ela desconsidera o registro de chegada (Registro Gráfico) do item a e a realização de tratamentos algébricos no item b da questão. Isso pode revelar a não distinção entre as duas atividades cognitivas, ou a ausência de familiaridade com a atividade de analisar a estrutura de situações-problema.

Figura 34–Falha na análise - Questão 2 (Graduanda G)


2 Língua materna → conversão → registro Alg.

Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda C desconsidera a necessidade de conversão para o Registro Gráfico, embora proponha o Tratamento nesse registro; já no item b, ela desconsidera o registro de partida (Língua Materna) e tratamento no registro de chegada. Durante a solução da situação-problema, a referida graduanda afirmou não conseguir estabelecer a relação entre as categorias da TRRS e os elementos presentes nos problemas propostos.

Figura 35–Falha na análise - Questão 2 (Graduanda C)

2ª) 2ª pergunta.

a) Língua Materna → conversão → registro algébrico → →tratamento – no registro gráfico

b) conversão – registro algébrico

Fonte: Acervo pessoal

A terceira situação-problema envolvia a conversão do registro em Língua Materna para o Registro Gráfico, sem necessitar de qualquer tratamento, conforme pode ser observado a seguir.

Figura 36 - Questão 3 (APÊNDICE D)

3. Um restaurante com sistema de rodízio cobra 15 reais por pessoa, não importando se ela consome 0,2 kg, 0,5 kg, 2 kg... Nessas condições qual o gráfico que relaciona o preço por pessoa (P) e o consumo (x) em kg?

Fonte: APÊNDICE D

Para esse caso, foi possível observar êxito em 3 respostas e falha em outras 3. Entre os êxitos, estão as respostas do Graduando A e da Graduanda F. No primeiro exemplo (Figura 37), o Graduando A demonstra domínio na análise, identificando corretamente a conversão a ser realizada, bem como os registros de representação envolvidos no problema.

Figura 37 - Êxito na análise/Questão 3 (Graduando A)

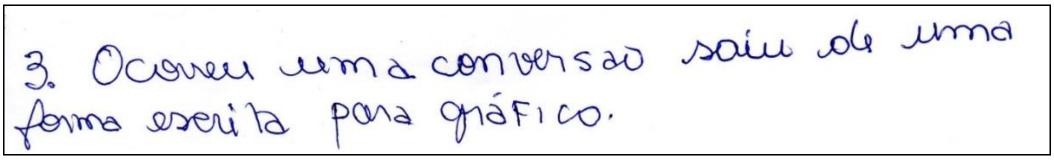
3 Conversão : ling. materna → repres. gráfica

Fonte: Acervo pessoal

Duval (2009) acredita ser imprescindível organizar o ensino através de problemas que envolvam esse tipo de transformação, tendo em vista que a sua natureza difere das demais atividades cognitivas (formação e tratamento). Nesse sentido, de acordo com o autor, “[...] a conversão é, para a aprendizagem, uma atividade tão fundamental quanto às atividades de formação ou de tratamento. Porque ela, sozinha, pode favorecer a coordenação dos registros de representação” (DUVAL, 2009, p. 63).

Caso semelhante é observado na Figura 38, na qual a Graduanda F também obtém êxito na análise, porém, é possível perceber que ela troca o termo “Língua Materna” por “forma escrita”. Vale destacar que a referida graduanda compreende que existem dois registros de representação em questão e também reconhece corretamente a atividade cognitiva a ser desenvolvida.

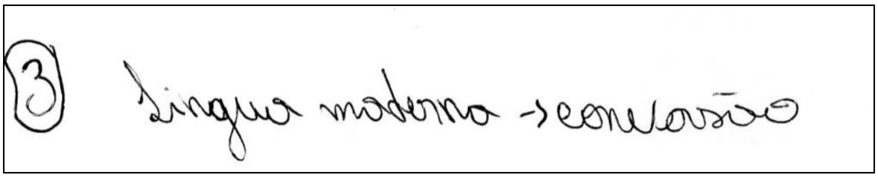
Figura 38 - Êxito na análise/Questão 3 (Graduanda F)



Fonte: Acervo pessoal

Outras três graduandas apresentaram falhas na análise. A Graduanda G não identificou o registro de chegada em sua resposta (Figura 39), revelando não identificar o registro gráfico da função afim.

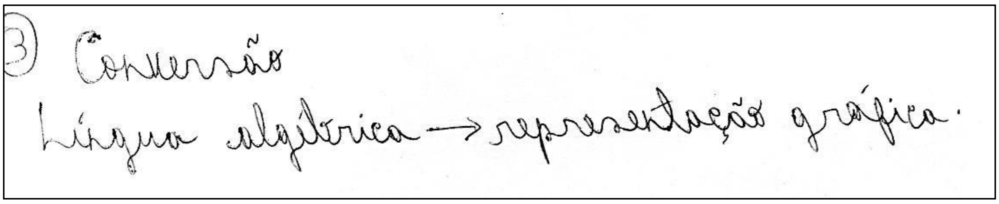
Figura 39 - Ausência do Registro de Chegada (Graduanda G)



Fonte: Acervo pessoal

Já a Graduanda E equivocou-se quanto ao registro de partida (Figura 40). A sua expressão “Língua algébrica” pode levar à inferência de que a graduanda não considera que o texto escrito em Língua Materna seja algo que esteja dentro do universo do trabalho com a Matemática.

Figura 40 - Equívoco quanto ao Registro de Partida (Graduanda E)

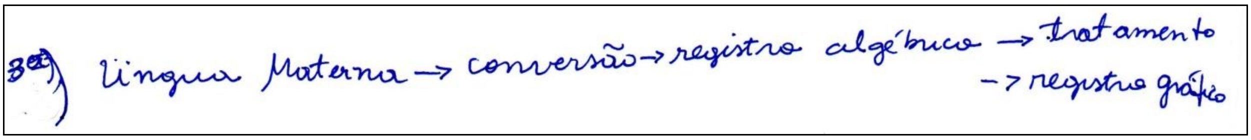


Fonte: Acervo pessoal

Para Duval (2009, p. 82), é necessário que o “[...] sujeito seja capaz de atingir o estado de coordenação de representações semioticamente heterogêneas”, sendo assim, também é primordial reconhecer a Língua Materna como um registro multifuncional com características discursivas presentes em todas as áreas dos conhecimentos. Em outras palavras, sua importância é relevante porque serve de apoio a toda aprendizagem ligada ao ensino.

A Graduanda C, por sua vez, equivocou-se quanto ao registro de chegada e, além disso, apontou para a necessidade de um tratamento que, além de não ser necessário para a solução da situação, ainda deveria ser realizado em registro para o qual não havia proposto a conversão. Dessa forma, a graduanda evidencia não perceber que o tratamento é uma modificação da representação dentro de um único registro, conforme preconiza Duval (2003, 2009). Ver Figura 41, abaixo:

Figura 41 - Equívoco quanto ao Registro de Chegada (Graduanda C)



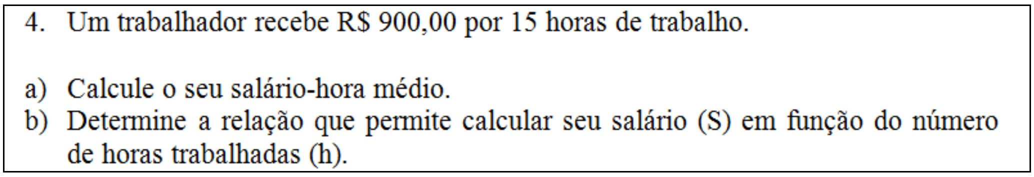
3ª) Língua Materna → conversão → registro algébrico → tratamento
→ registro gráfico

Fonte: Acervo pessoal

Na visão da graduanda, se fazia necessária a realização da conversão para o Registro Algébrico (Lei de Formação) para que em seguida fosse possível a construção do Gráfico. Entretanto, para esse caso, a conversão poderia ocorrer do registro em LM diretamente para sua representação Gráfica, sem a necessidade de representações de transição.

A quarta e última questão analisada também se refere a um enunciado em Língua Materna sendo necessária a utilização de conversões e tratamento para a solução do problema, conforme a figura a seguir.

Figura 42 - Questão 4 (APÊNDICE D)



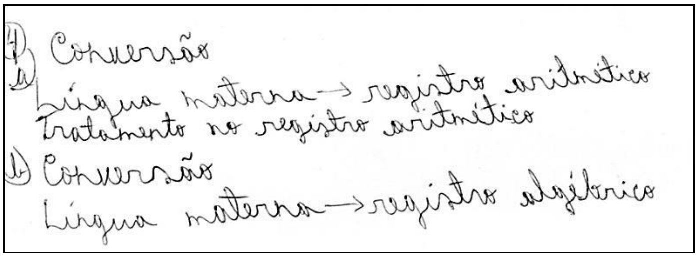
4. Um trabalhador recebe R$ 900,00 por 15 horas de trabalho.

a) Calcule o seu salário-hora médio.
b) Determine a relação que permite calcular seu salário (S) em função do número de horas trabalhadas (h).

Fonte: APÊNDICE D

A Graduanda E foi a única a obter êxito na análise desse problema como um todo (Figura 43). Ela percebe que para cada item existem atividades cognitivas diferentes a serem realizadas.

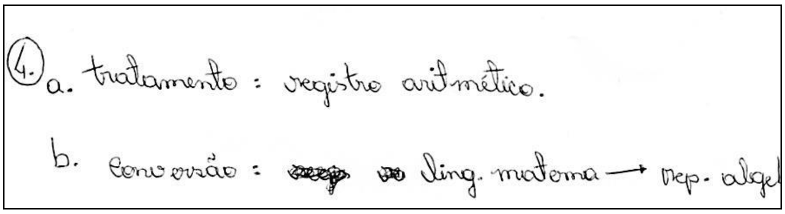
Figura 43 - Êxito na análise – Questão 4 (Graduanda E**)**


4) Conversão
a) Língua materna → registro aritmético
Tratamento no registro aritmético
b) Conversão
Língua materna → registro algébrico

Fonte: Acervo pessoal

O Graduando A (Figura 44), no item a, desconhece a necessidade de uma conversão e propõe tratamento em registro diferente daquele de partida. Na visão do referido graduando, seria necessária apenas a utilização de tratamentos no “item a”. Em relação ao “item b”, ele identifica corretamente as atividades cognitivas necessárias.

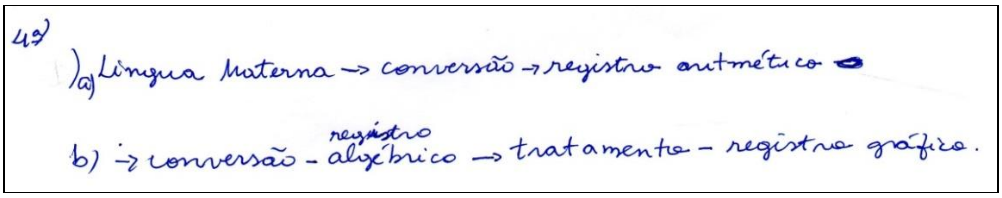
Figura 44 - Análise sem a conversão LM→RA (Graduando A)


4. a. tratamento : registro aritmético.
b. Conversão : ling. materna → reg. algeb

Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda C percebe a conversão a ser realizada corretamente no “item a”, porém não menciona o tratamento que deveria ser utilizado para a solução da mesma. Já no “item b” considera, corretamente, a necessidade da conversão para o Registro Algébrico, mas propõe o tratamento no Registro Gráfico, mesmo que na questão não tenha sido utilizado esse tipo de registro de representação semiótica. A seguir, a resposta da referida graduanda.

Figura 45–Falha na identificação de Registro - Questão 4 (Graduanda C)


4º)
a) Língua Materna → conversão → registro aritmético
b) → conversão - registro algébrico → tratamento - registro gráfico.

Fonte: Acervo pessoal

A identificação das atividades cognitivas envolvidas em cada situação-problema mostrou-se um desafio para os graduandos, mas demonstraram evolução na compreensão no que se refere às atividades de tratamento e conversão. Para Duval, é imprescindível reconhecer os diversos tipos de registros de representação semiótica, bem como o modo de funcionamento próprio de cada um, pois eles “[...] são cruciais para análise cognitiva da atividade matemática e, portanto, dos processos de compreensão e incompreensão na aprendizagem” (DUVAL, 2011a, p.68).

5.6 UNIDADES SIGNIFICATIVAS E A COORDENAÇÃO ENTRE O REGISTRO ALGÉBRICO E GRÁFICO DA FUNÇÃO AFIM: UMA ATIVIDADE DE OBSERVAÇÃO E EXPERIMENTAÇÃO

Essa atividade foi realizada no Laboratório de Informática e teve como objetivo analisar as variações realizadas na representação algébrica e suas consequentes alterações nas variáveis visuais na representação gráfica, bem como reconhecer e identificar características importantes na coordenação entre esses dois registros de representação, no trabalho com a função afim[29]. Esse tipo de atividade foi baseado no que propõe Duval em seu texto (2011a). O referido texto foi discutido com os graduandos como preparação para a realização da atividade e já apresentado no capítulo teórico deste trabalho.

Para o autor, esse tratamento gráfico favorece a abordagem de interpretação global de propriedades figurais que levam em conta a associação entre variável visual de representação e unidade significativa da representação algébrica.

Através do *Software KmPlot*, os graduandos realizaram simulações (APÊNDICE F) de alterações no Registro Algébrico para avaliar as transformações geradas no Registro Gráfico, a partir de uma função afim dada. Não será possível a apresentação das figuras produzidas pelos estudantes, pois elas foram perdidas, devido ao sistema instalado nas máquinas utilizadas deletar diariamente todo o material salvo. Tal ação não era do conhecimento do grupo. As análises tomarão como base as anotações realizadas pelos graduandos. Além disso, será selecionado um item de cada questão, tendo em vista que a Atividade é composta por 3 subatividades e cada subatividade possui diversos itens.

Na Atividade 1, os Graduandos analisaram simulações tomando como base um valor fixo para o coeficiente angular “a” da função afim [f(x) = ax + b], variando o coeficiente linear “b”.

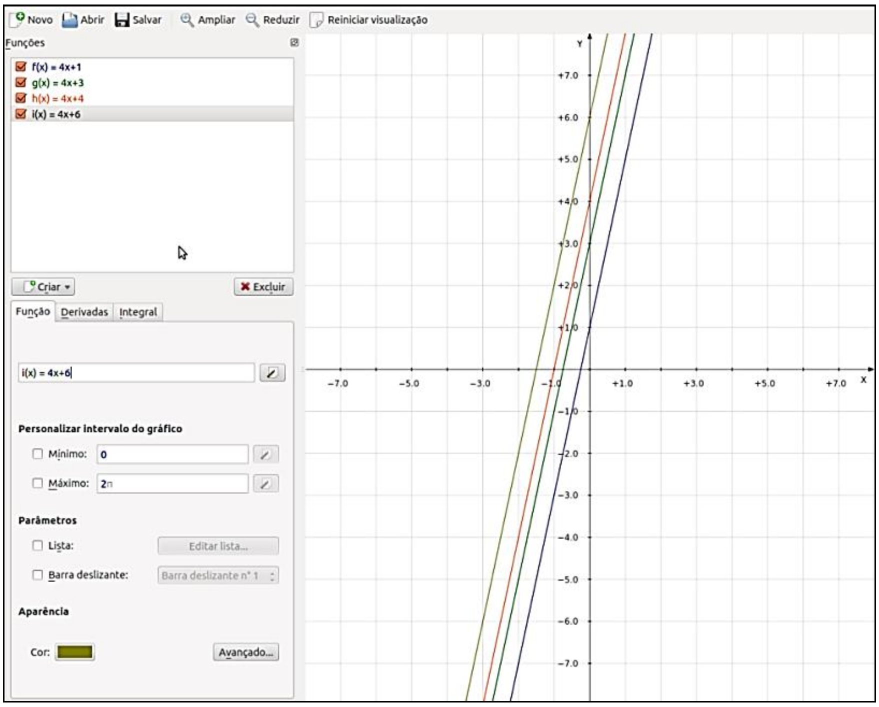
Ao considerar o valor de “a” e “b”> 0 (Item a - Questão 1- APÊNDICE F), os aspectos a serem observados, segundo Duval (2011a), são: o paralelismo entre as retas, a sua maior proximidade com o eixo das ordenadas, a interseção acima da origem; e a orientação

---

[29] Nesse encontro apenas a Graduanda G não se encontrava presente.

crescente da reta da função. A seguir, um exemplo desse caso com o coeficiente angular fixo igual a “4”.

Figura 46 - Simulação fixando o coeficiente a igual a 4 na função f(x)=ax+b, sendo b > 0

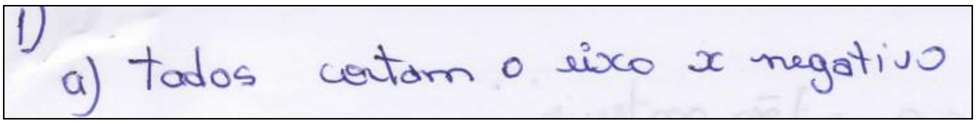


Fonte: *Software KmPlot*

Na resolução da questão, cada graduando tomou valores diferentes. Nenhuma das respostas apontou para todas as características generalizantes às quais se refere Duval. O Graduando A percebeu o paralelismo entre retas e que elas sempre passavam acima do eixo. A Graduanda B apenas apontou que as retas não passavam pela origem; a Graduanda D anunciou que as retas eram paralelas, passavam acima da origem e estavam sempre mais próximas de um eixo do que do outro; a Graduanda E afirmou que as retas são paralelas, estão acima da origem e são crescentes.

Salienta-se o caso de duas graduandas (C e F) que não apontaram nenhuma das características enunciadas na teoria. Embora a graduanda F tenha registrado uma característica que efetivamente se apresenta em todas as retas que representam a função com os dois coeficientes positivos, ela não estabelece qualquer outra relação a partir desta característica:

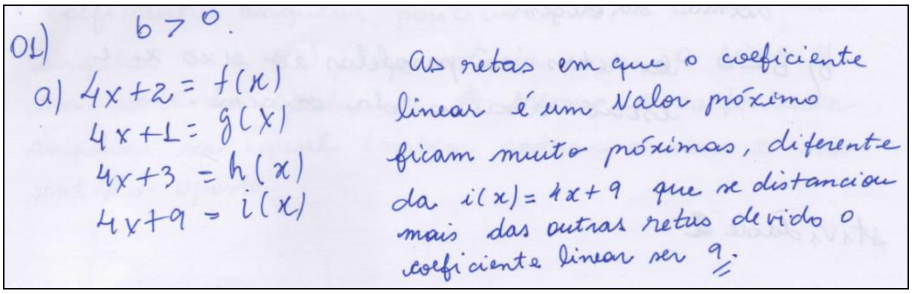
Figura 47 - Falha na análise, Atividade 1 – Questão 1A (Graduanda F)



Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda C pontua uma característica específica da sua simulação, já que observa o que ocorre quando aumenta o deslocamento no eixo y conforme a resposta a seguir.

Figura 48 - Falha na análise, Atividade 1 – Questão 1A (Graduanda C)


01) $b > 0$.
a) $4x+2 = f(x)$
$4x+1 = g(x)$
$4x+3 = h(x)$
$4x+9 = i(x)$

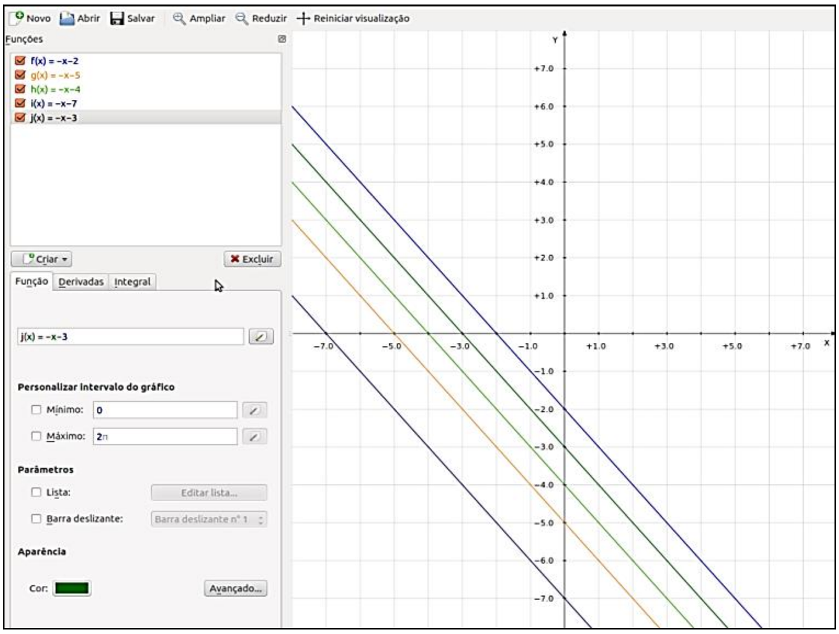
As retas em que o coeficiente linear é um Valor próximo ficam muito próximas, diferente da $i(x) = 4x+9$ que se distanciou mais das outras retas devido o coeficiente linear ser 9.

Fonte: Acervo pessoal

Ambas as graduandas não dominavam a leitura e interpretação das representações gráficas, mencionadas por Duval (2011 b). Além disso, o conhecimento das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da representação algébrica, parece ainda não ter sido percebido efetivamente pelas referidas graduandas, mesmo depois da leitura e discussão do texto proposto (DUVAL, 2011a).

Na discussão a respeito das situações em que o coeficiente angular assume valor fixo negativo e o coeficiente linear assume diversos valores também negativos (Item a - Questão 2- APÊNDICE F), os seguintes aspectos podem ser observados, segundo Duval (2011a): o paralelismo entre as retas; a interseção abaixo da origem; e a orientação decrescente da reta da função conforme pode ser visto no gráfico a seguir:

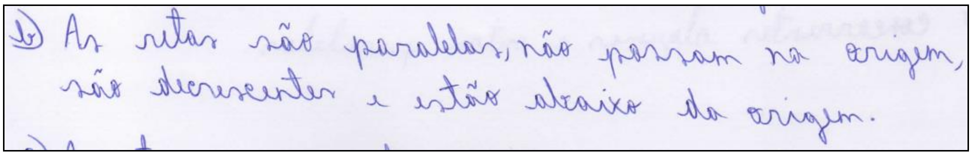
Figura 49 - Simulação fixando o coeficiente a igual a -1 na função f(x)=ax+b, sendo b < 0



Fonte: *Software KmPlot*

Apenas a Graduanda E ressaltou em sua resposta todas as características qualitativas mencionadas anteriormente conforme figura a seguir:

Figura 50 - Êxito na análise, Atividade 1 – Questão 2B (Graduanda E)


b) As retas são paralelas, não passam na origem, são decrescentes e estão abaixo da origem.

Fonte: Acervo pessoal

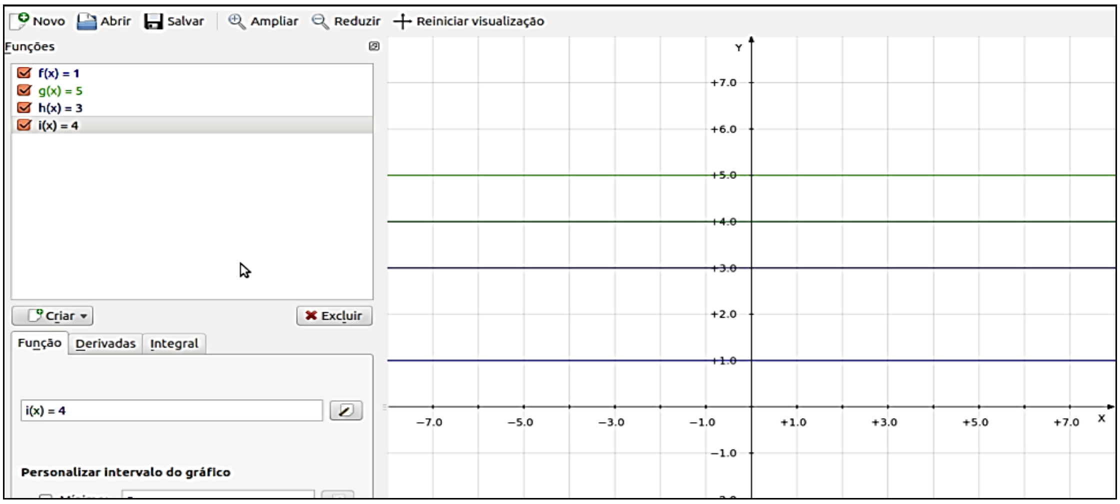
De acordo com a resposta, é possível perceber uma compreensão integrada entre os dois registros de representação em jogo (RG e RA), já que a mesma consegue extrair informações importantes acerca da simulação analisada. Segundo Duval (2011a), essa análise visual favorece um maior entendimento acerca da discriminação das unidades significativas próprias ao registro gráfico, e como as alterações efetuadas na representação algébrica influenciam no comportamento gráfico da função.

O Graduando A ressaltou o paralelismo entre as retas e que elas não passavam pela origem; as Graduandas B e C apenas pontuaram que as retas passavam abaixo da origem; a Graduanda D reiterou o paralelismo entre as retas e que passavam abaixo da origem. Porém nenhum deles mencionou o caráter decrescente das funções, ou seja, é possível que esses graduandos não percebam a relação entre o valor do coeficiente angular “a” negativo e as diferenças provocadas na direção gráfica das retas.

Já a Graduanda F, apesar de perceber que a função é decrescente, desconsidera as demais características: “uma função decrescente, o “b” vai tocar no eixo –y”. É essa a graduanda que apresenta maiores lacunas na percepção da relação entre a representação algébrica e as respectivas transformações ocorridas no Registro Gráfico.

As funções constantes também foram consideradas nas simulações (Atividade1-Questão 3 - item a - APÊNDICE F). A seguir, apresenta-se um exemplo de simulação.

Figura 51 - Simulação admitindo o coeficiente a igual 0 na função f(x)=ax+b, sendo b > 0



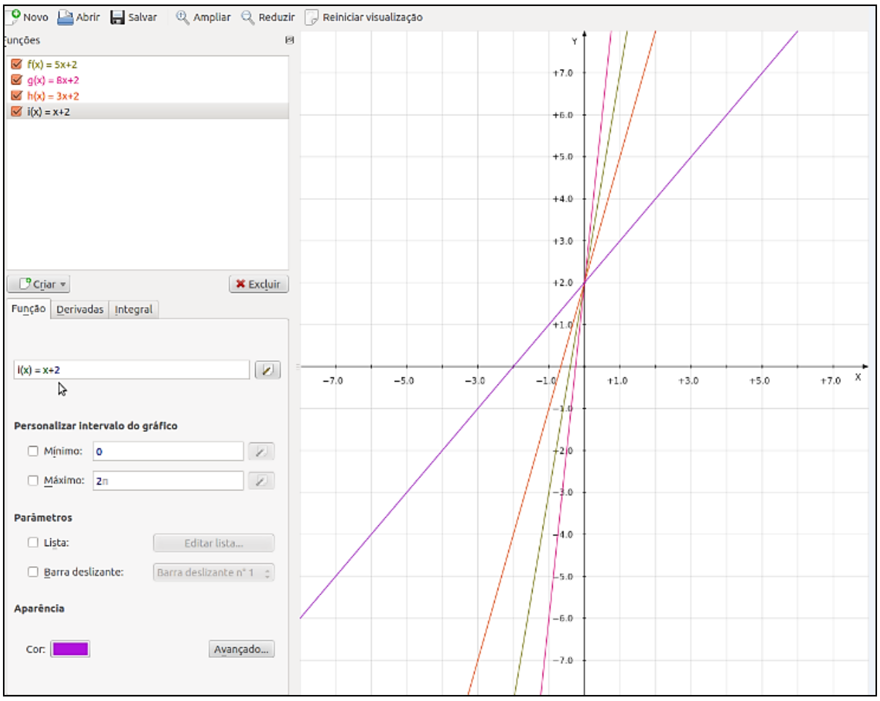
Fonte: *Software KmPlot*

Nesse caso, Duval (2011a) ressalta novamente o paralelismo entre as retas; a ocorrência da interseção acima da origem; e o paralelismo ao eixo (x). 5graduandos perceberam essas características, expressando-se conforme os exemplos a seguir: “As retas do gráfico são paralelas ao eixo x e perpendiculares ao eixo y. Estão acima do eixo x,” (Graduando A); “As retas são paralelas ao eixo x e estão acima da origem” (Graduanda C)

A Graduanda F apenas reforçou que percebia tratar-se de uma função constante. Ela afirmou: “uma constante no valor dado a b”, mas nenhuma outra relação foi estabelecida. O desempenho dessa graduanda demonstra que ela não “[...] tomou consciência do que é matematicamente pertinente no conteúdo visual dos gráficos” (DUVAL, 2011a, p. 111).

Realizou-se ainda uma atividade que envolvia simulações fixando o coeficiente linear “b” e variando o coeficiente angular em valores positivos (Atividade 2, APÊNDICE F). Para essa situação, Duval (2011) ressalta que é necessário observar que: todas as retas interceptam o eixo y em um único ponto; as retas são crescentes; não passam pela origem.

Figura 52 - Simulação fixando o coeficiente linear “b” igual a 2 na função f(x)=ax+b, sendo a > 0

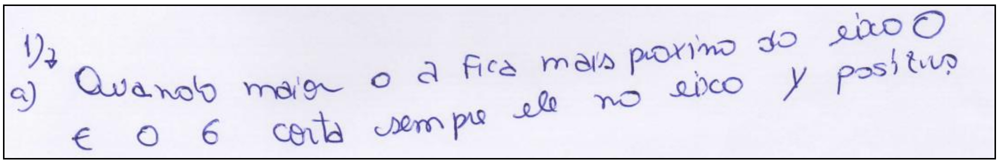


Fonte: *Software KmPlot*

Todos os Graduandos, exceto a Graduanda F, registraram que todas as retas cortam o eixo y em um único ponto. Os Graduandos B, D e E acrescentaram ainda a informação de que as retas passam acima da origem. Nenhum deles observou que se trata de retas crescentes.

A Graduanda F novamente reduz a sua análise a observações específicas de sua simulação, conforme é possível visualizar na Figura 53.

Figura 53 - Falha na análise, Atividade 2 – Questão 1A (Graduanda F)



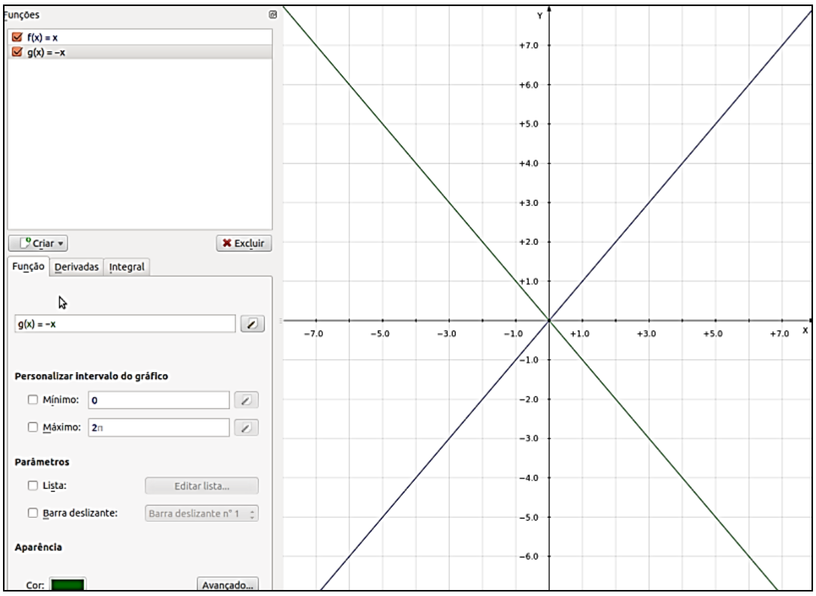
Fonte: Acervo pessoal

Para essa Graduanda, quanto maior for o valor do coeficiente angular “a” mais próximo do “eixo 0” a reta estará, entretanto, na verdade, quanto maior o valor de “a” mais próximo do “eixo y” essas retas estariam. De acordo com Duval (2011 b, p. 103), a “[...] abordagem de articulação entre representação gráfica e algébrica não está presente nas perspectivas de ensino de Matemática", esse fator acarreta um grande número de insucessos dos alunos na mobilização entre esses dois registros semióticos.

Para Duval (2011b), essas dificuldades ocorrem porque não existe congruência entre a direção da reta no plano cartesiano e o coeficiente que determina tal direção na Representação Algébrica, sendo necessário realizar a identificação e a integração entre esses dois registros de representação semiótica.

Por fim, os graduandos compararam graficamente pares de funções (Atividade 3). Na comparação de pares dessa natureza "f(x) = x" e "g(x) = -x" (Questão 1- Item a), Duval (2011a) destaca que as retas passam pela origem; dividem simetricamente os quadrantes; têm sentidos diferentes, sendo uma crescente e outra decrescente.

Figura 54 - Comparação gráfica entre f(x) = x e f(x) = -x



Fonte: *Software KmPlot*

Alguns elementos foram observados de maneira correta pelos Graduandos A,B,C,D e E. Todos eles afirmaram que as retas passam pela origem. A Graduanda B acrescenta que elas dividem simetricamente os quadrantes, o que se aproxima da afirmação do graduando A que registra a perpendicularidade entre as retas. A única forma de essas retas apresentarem tal característica é efetivamente cortarem simetricamente os quadrantes. A Graduanda C acrescenta que "as retas têm sentidos diferentes".

Entretanto, algumas colocações dos graduandos não se encontram em consonância com aquilo que preconiza Duval (2011a). A Graduanda D afirma que "as retas são simétricas"; a Graduanda E afirma que as retas são "simetricamente opostas" e a Graduanda F refere-se a uma "simetria crescente e decrescente". Todas esquecem que a reta em si não guarda a característica de ser ou não simétrica, pois a simetria deve estar relacionada ao corte que elas provocam nos quadrantes.

Mesmo que as características estejam explícitas na representação gráfica, o grupo não conseguiu destacá-las. Nenhum aluno apresentou todo o conjunto de características apontado por Duval (2011a).

No próximo tópico, serão analisadas as resoluções de situações-problema por parte dos Graduandos. Procurou-se perceber como eles convertem e coordenam diferentes tipos de representação semiótica de função afim: Língua Materna, Registro Gráfico, Registro Algébrico, Registro Tabular.

5.7 ESTRATÉGIAS DE CONVERSÕES: COMPETÊNCIAS E LACUNAS CONCEITUAIS

Neste tópico, analisa-se a competência dos graduandos na resolução de situações-problema com congruências distintas, buscando identificar possíveis lacunas que foram demonstradas durante o processo de resolução (APÊNDICE D - AD, APÊNDICE E - AE).

Embora durante a realização do curso tenham sido trabalhadas diferentes situações-problema, a análise foi realizada selecionando-se exemplos de cada um dos tipos de conversão – LM para RA; RT com apoio da LM para RA; RG com apoio da LM para RA; LM para o RG; RT com apoio da LM para o RG – sempre considerando aquelas com mais alto e mais baixo índice de acerto.

5.7.1 Conversão Língua Materna (LM) para Registro Algébrico (RA)

Esse tipo de conversão foi o mais presente nas situações-problema propostas. Na questão discutida abaixo (Ver figura 55), observou-se que todos os graduandos obtiveram êxito demonstrando competência na conversão.

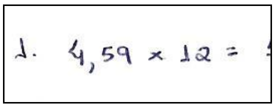
Figura 55 - Q1 (APÊNDICE E)

1. Sabe-se que o quilograma da maçã no supermercado "GoodFood" custa R$ 4,59. Quanto pagará um cliente que comprar 12 quilogramas dessa maça?

Fonte: APÊNDICE E

Percebe-se a presença dos três fatores de congruência mencionados por Duval (2009): cada unidade significante do registro de partida deve ser convertida para apenas uma unidade no registro de chegada; o sentido semântico é conservado, uma vez que o registro de partida traz a ideia implícita de multiplicação, operação necessária para a conversão; há a conservação da ordem das unidades na conversão. O desempenho demonstrado pelos graduandos em uma questão com esse nível de congruência está de acordo com que afirma Duval (2009) ao considerar que o número de êxitos aumenta consideravelmente quando no problema há correspondência para os três critérios mencionados. A seguir, um exemplo de êxito.

Figura 56 – Êxito na conversão LM/RA – Q1 (AE) (Graduanda B)



Fonte: Acervo pessoal

Já na situação-problema apresentada na Figura 57, abaixo, apenas 2 graduandos realizaram a conversão corretamente.

Figura 57 - Q2B (APÊNDICE D)

2. Uma papelaria cobra R$ 0,10 por página xerocada, caso o número de páginas seja inferior ou igual a 50. Se o número de páginas for superior a 50, o custo por página adicional passa a ser R$ 0,08 (...)

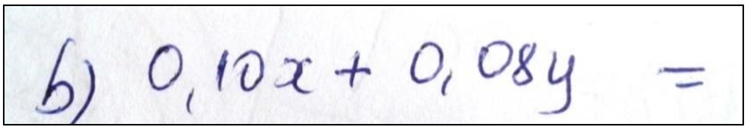
   b) Caso um cliente xeroque 100 páginas, qual o valor a ser pago para a papelaria?

Fonte: APÊNDICE D

Ao analisar os critérios de congruência, percebe-se que a ordem das unidades significativas está invertida; que não há univocidade, pois a unidade 100, presente no registro de partida, deverá ser representada por duas unidades no registro de chegada (50 + 50, isto é, 50 páginas que custarão R$0,10 cada e 50 páginas adicionais, custando R$ 0,08 cada); a correspondência semântica entre as unidades significativas é auxiliada pela presença do termo “adicional”, que induz a uma necessária adição, mas encobre a multiplicação que deve ser realizada. Assim, pode-se considerar uma conversão com baixa congruência, o que justifica o mau desempenho da maioria dos graduandos.

A Graduanda C converte corretamente, representando cada tipo de página a ser xerocada (normal ou adicional) por uma incógnita diferente, multiplicando-as pelos valores correspondentes, conforme pode ser visto na figura da pagina a seguir.

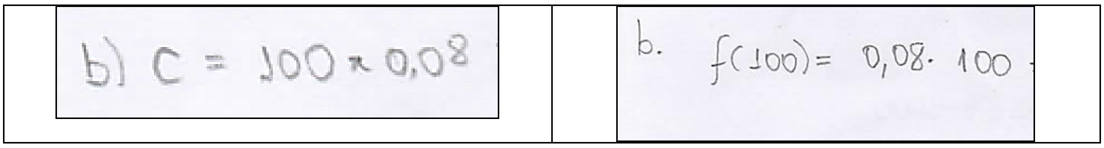
Figura 58- Êxito na conversão LM/RA – Q2 item b (AD) (Graduanda C)



Fonte: Acervo pessoal

Dos 5 graduandos que não conseguiram chegar à resposta esperada, foi possível perceber que todos realizaram a conversão não estabelecendo a relação necessária entre as unidades significativas contidas no registro de partida com o registro de chegada, conforme figura a seguir:

Figura 59 – Falha na conversão LM/RA - Q2 item b (AD) (Graduandos B, A)

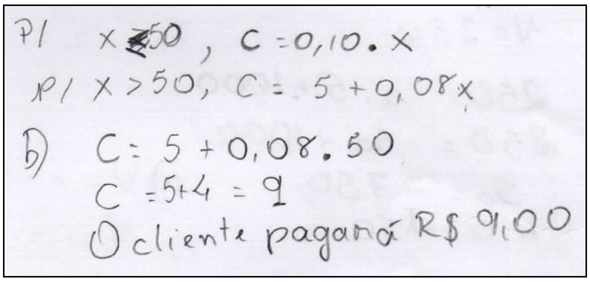


Fonte: Acervo pessoal

Os graduandos não perceberam a necessidade de fragmentar a quantidade total de folhas em duas parcelas, as quais teriam preços distintos.

A resposta da Graduanda D, embora tenha conduzido à resposta final correta, evidencia falha em representar no registro algébrico.

Figura 60 - Falha na conversão LM/RA - Q2 item b (AD) (Graduanda D)



Fonte: Acervo pessoal

Ela interpretou corretamente que para a quantidade menor ou igual a 50 páginas xerocadas o custo seria “C = 0,10.x”. Em contrapartida, se esse número fosse superior, o valor deveria ser acrescido de R$0,08 por página xerocada. Entretanto, na representação, a graduanda não considerou que se tratasse de tipos diferentes de páginas (normal ou adicional), utilizando sempre para representá-las a incógnita x.

5.7.2 Conversão Registro Tabular (RT) com apoio da Língua Materna (LM) para Registro Algébrico (RA)

Somente uma questão enquadrava-se nesse tipo de conversão: Q1A (AD). Nesse caso, o Registro Tabular torna-se imprescindível para a resolução do problema na qual necessitou do apoio da Língua Materna para a sua compreensão, conforme é possível observar na figura a seguir:

Figura 61 - Q1A (APÊNDICE D)

1. A tabela a seguir representa o abastecimento de um avião KC-135 em litros por segundo. Sabendo que esse avião já tinha em seu tanque 500 litros antes do início do abastecimento (...)

T (em segundos)	V (em litros)
1	560
2	620
3	680
4	740
10	1100
30	2300

a) Qual a lei de formação que permite calcular a quantidade de litros (V) em função do tempo por segundo (t)?

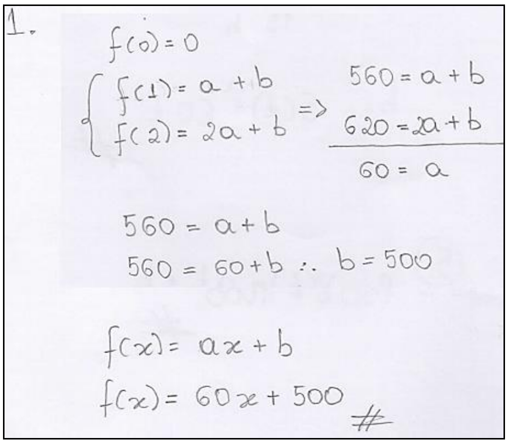
Fonte: APÊNDICE D

Nessa situação-problema para a conversão do Registro em LM para o RA, percebe-se a não observância dos critérios mencionados por Duval (2009): não há univocidade terminal, visto que exige-se, no mínimo, quatro elementos do registro tabular para produzir o coeficiente angular da lei de formação solicitada, enquanto os demais elementos desse registro podem ser desprezados; a ordem também é alterada dada a necessidade de coordenação entre as unidades significativas do registro tabular para produzir o coeficiente angular. A correspondência semântica é preservada, embora dificultada pela existência de dois registros de partida.

Apesar da não congruência da situação-problema, 5 graduandos obtiveram êxito na conversão e apenas 2 graduandas não conseguiram correlacionar corretamente as variáveis dependentes e independentes.

O Graduando A (Figura62) obtém êxito utilizando o sistema de equações para encontrar o coeficiente angular (60) da função, já que esse valor não é fornecido no registro de partida. Em seguida, correlaciona corretamente com a quantidade inicial do tanque de combustível do avião 500 litros (Valor Fixo) encontrando a lei de formação $f(x) = 60x+500$.

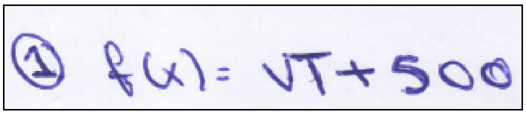
Figura 62 - Êxito na Conversão RT (LM)/RA - Q1(AD) (Graduando A)



Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda G não demonstrou domínio desse tipo de conversão já que não conseguiu associar as unidades significantes do RT com a Representação Algébrica da função, conforme pode ser visualizado a seguir:

Figura 63 - Falha na Conversão RT (LM)/RA – Q1(AD) (Graduanda G)



Fonte: Acervo pessoal

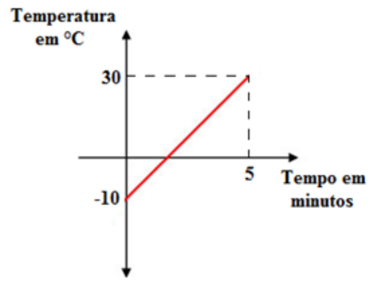
Além disso, confunde-se quanto à conceituação da variável independente e dependente do problema. A associação entre essas variáveis, de acordo com a graduanda, gera uma representação “VT” na sua lei de formação, entretanto, o volume dado em litros (V) e o tempo fornecido em segundos (T) não são grandezas inversamente proporcionais. A relação correta entre essas variáveis seria V = a.T + 500, sendo “a”, o coeficiente angular da função.

5.7.3 Conversão Registro Gráfico (RG) com apoio da Língua Materna (LM) para Registro Algébrico (RA)

Na situação-problema apresentada na Figura 64, abaixo, 3 graduandos obtiveram êxito na conversão do problema, enquanto 4 falharam.

Figura 64 - Q7 (APÊNDICE E)

7. Uma barra de gelo (água em estado sólido) com temperatura inicial de -10 °C foi aquecida até 30°C passando para o estado líquido. O gráfico representa a variação da temperatura em função do tempo gasto nesta experiência. Nessas condições, determine a função que fornece a temperatura da barra de gelo em relação à variação do tempo.

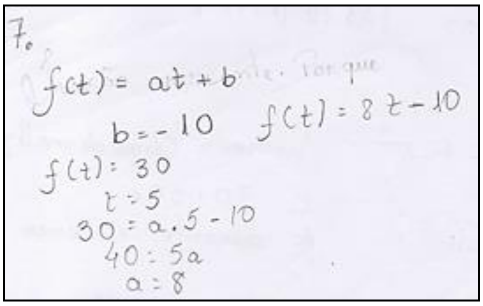


Fonte: APÊNDICE E

Para esse caso não há congruência: a univocidade semântica terminal não é mantida, pois existem muitas unidades significantes no RG como as temperaturas (30°C, -10°C) e o valor em tempo (5 minutos) que irão se relacionar com uma única unidade significante no Registro Algébrico (coeficiente angular: 8); a ordem não é preservada na transformação de um registro para o outro e o sentido semântico do registro de partida não torna transparente para o leitor os tipos de operações a serem realizadas na conversão para o registro de chegada.

Graduanda D identifica o coeficiente linear presente no RG (Figura 65). Ela obtém êxito na conversão, encontrando corretamente a Representação Algébrica da função "f(t) = 8t– 10". Nesse sentido, percebe-se competência e conhecimentos relevantes por parte da Graduanda nesse tipo de conversão. Para Duval (2009, p.79), é imprescindível o conhecimento das unidades visuais das representações gráficas, pois sem esse conhecimento, os estudantes têm "[...] poucas chances de fazer uma 'leitura correta' dos gráficos".

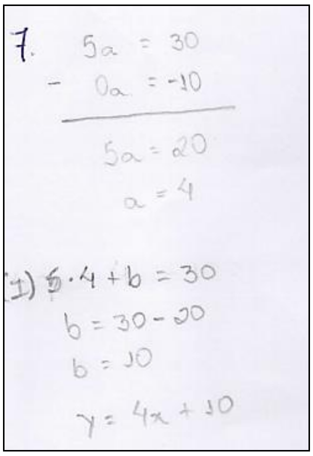
Figura 65 - Conversão exitosa – 7(AE) (Graduanda D)


7.
$f(t) = at + b$
$b = -10$
$f(t) = 8t - 10$
$f(t) = 30$
$t = 5$
$30 = a.5 - 10$
$40 = 5a$
$a = 8$

Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda B desconsidera o coeficiente linear presente no gráfico (-10°C) e utiliza um sistema de equações para a conversão do problema.

Figura 66 - Falha na Conversão – 7(AE) (Graduanda B)

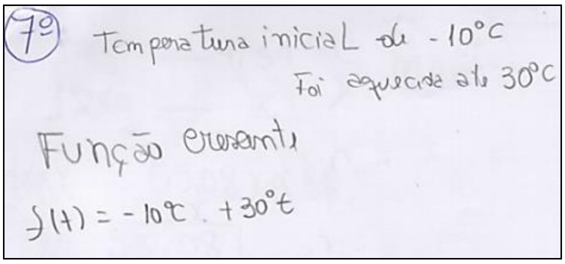


Fonte: Acervo pessoal

A desconsideração dessa unidade significante acarreta falhas na conversão gerando uma função equivocada “y=4x+10”. De acordo com Duval (2011b, p. 97), “[...] a razão profunda dessas dificuldades não se deve procurar nos conceitos matemáticos ligados à função afim, mas na falta de conhecimentos das regras de correspondência semiótica entre o registro da representação gráfica e o registro da expressão algébrica”.

A Graduanda F também não conseguiu realizar corretamente a conversão do problema. Nesse caso, a conversão se deu através da associação incorreta entre o Registro Gráfico e a Representação Algébrica da função. Ver figura abaixo:

Figura 67 - Associação incorreta entre o gráfico e a lei de formação (Graduanda F)



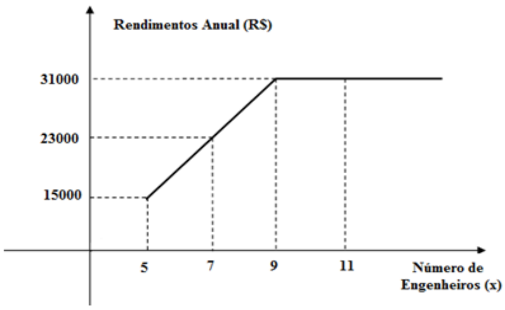
Fonte: Acervo pessoal

De acordo com a função acima “f(t)= -10°C + 30°t”, a Graduanda toma dois dos valores presentes na representação de partida e os coloca na condição de coeficiente angular e linear, o que caracteriza a representação mais ordinária de uma função linear. O outro valor presente (5) não foi considerado no processo de conversão. Essas práticas são mencionadas por Duval (2011b), que considera ser a passagem do RG para RA a maior causa de insucessos entre os estudantes, sendo imprescindível realizar atividades que trate da correspondência semiótica possível entre esses dois registros de representação.

Já na situação-problema apresentada na Figura 68, nenhum graduando obteve êxito. 3 graduandos deixaram a questão em branco, não fazendo nenhum registro acerca da conversão solicitada e 4 deles apenas esboçam esse tipo de conversão.

Figura 68 - Q6B (APÊNDICE D)

6. Uma equipe de 5 engenheiros de telecomunicações, recém formados, decidiram abrir um empresa Júnior. A empresa dos jovens engenheiros atuava na área de consultorias e assistência técnica. A fim de expandir seus negócios, a empresa resolveu realizar um cronograma de contratação. Sabendo que o rendimento anual da empresa varia de acordo com a quantidade de engenheiros dessa empresa, eles realizaram o seguinte gráfico com o objetivo de analisar a saúde financeira de seu negócio.



b) Qual o rendimento da empresa quando ela contar com um quadro de 8 funcionários? Sabendo que ela possui uma despesa anual fixa de R$ 5000,00?

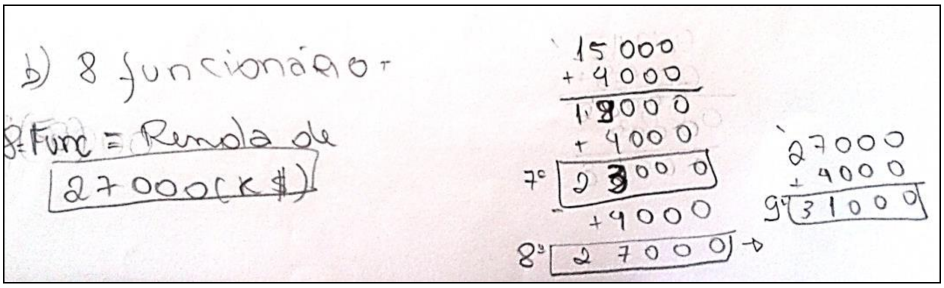
Fonte: APÊNDICE D

Para essa situação-problema também não há congruência: existem várias unidades significantes do Registro Gráfico que irão se relacionar com apenas uma unidade significante no Registro Algébrico (coeficiente angular: 4000), ou seja, a univocidade semântica terminal não é mantida, além disso, a ordem também não é preservada na transformação de um registro para o outro, o sentido semântico não é mantido, tendo em vista que a conversão solicitada não está explícita para os graduandos.

Nesse sentido, os resultados apresentados nessa situação-problema estão de acordo com o que afirma Duval (2009): quando a congruência é baixa, a taxa de sucesso decresce consideravelmente.

A Graduanda F utilizou-se da conversão para o Registro Aritmético e de cálculo mental para chegar à resposta esperada, isto é, que o rendimento da empresa será de R$27.000,00 quando contar com 8 funcionários em seu quadro. Infere-se que, através do cálculo mental, ela concluiu qual o aumento de rendimentos para cada engenheiro que se agregasse ao grupo (4.000). Entretanto, quando se considera a necessária conversão para o registro algébrico, percebe-se que a Graduanda F não representou a expressão utilizada para o cálculo do coeficiente angular e ainda desconsiderou o coeficiente linear, que não se encontrava expresso no registro gráfico (– 5.000), apenas no apoio da língua materna. Dessa forma, pode-se considerar que o tratamento foi correto, mas a conversão apresentou falhas marcantes, principalmente, quando se considera que está em formação um professor que terá que utilizar essas representações quando de sua prática docente futura. Observe-se a resposta a seguir:

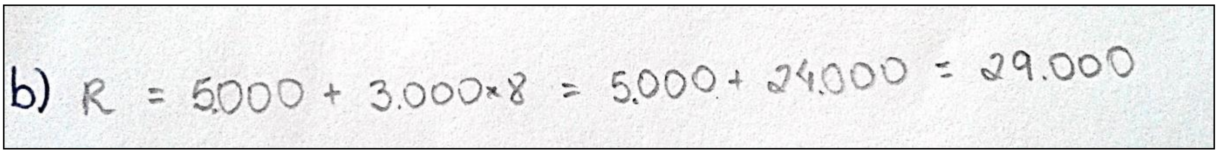
Figura 69 - Conversão para o Registro Aritmético (Graduanda F)



Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda B não conseguiu identificar as unidades significantes do registro de partida e também converteu para o registro aritmético. Supondo-se que a Graduanda B estivesse mentalmente representando a função no registro algébrico, ainda assim ela cometeu falhas: considerou o coeficiente linear, cujo valor seria – 5.000, com o valor positivo que estava presente no registro de partida, não atentando para o fato de tratar-se de uma despesa; já o coeficiente angular pode ter sido buscado mentalmente, chegando a um valor errôneo (3.000), conforme pode ser visto na figura abaixo:

Figura 70 - Falha na conversão (Graduanda B)



Fonte: Acervo pessoal

De acordo com Duval (2009, p. 78), “[...] as dificuldades ligadas a não congruência da conversão podem ainda ser agravadas pelo desconhecimento de um dos dois registros de representação”, ou ainda, quando tem que lidar com representações de dimensões diferentes, como o gráfico constituído de duas dimensões diferentemente das demais representações presentes no problema (LM/RA).

5.7.4 Conversão da Língua Materna (LM) para o Registro Gráfico (RG)

Na situação-problema observada na Figura 71, abaixo, constatou-se alto índice de acerto, já que a maioria dos graduandos (5 graduandos) demonstraram competência nesse tipo de conversão.

Figura 71 - Q3 (APÊNDICE D)

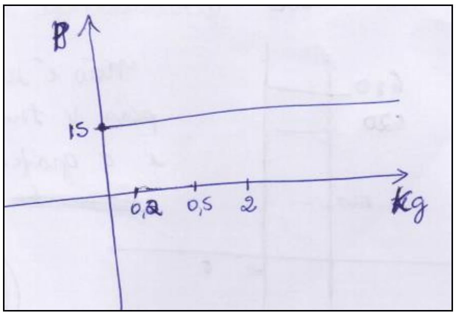
3. Um restaurante com sistema de rodízio cobra R$15,00 reais por pessoa, não importando se ela consome 0,2 kg, 0,5 kg, 2 kg... Nessas condições qual o gráfico que relaciona o preço por pessoa (P) e o consumo (x) em kg?

Fonte: APÊNDICE D

Nesse caso, existe correspondência semântica das unidades de significados entre o registro de partida e o registro de chegada, pois, é possível perceber que independente do valor consumido pelas pessoas, o valor cobrado será o mesmo (R$ 15,00); a univocidade semântica terminal é mantida na passagem de um registro para o outro, tendo em vista que não há ambiguidades na interpretação do problema; a ordem também é preservada.

Cinco graduandos construíram o gráfico corretamente: relacionaram os eixos da ordenada e da abscissa com as respectivas variáveis P e Kg; perceberam o caráter constante da reta da função, pontuaram os valores das variáveis nos eixos cartesianos (Figura 72). De acordo com Duval (2009), quando ocorre a congruência entre dois registros de representação, a conversão torna-se mais transparente para os alunos.

Figura 72 - Êxito na Conversão LM/RG -3(AD) (Graduanda C)

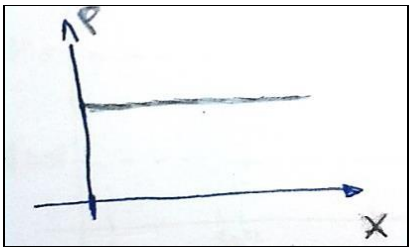


Fonte: Acervo pessoal

De acordo com Dante (2008), essa função se constitui como um caso particular da função afim, sendo caracterizado pela lei de formação f(x) = b. Entretanto, essa compreensão parece não ter sido percebida pela Graduanda F, já que deixou a questão em branco não registrando a sua compreensão acerca da situação-problema proposta.

A Graduanda G, apesar de perceber que se tratava de uma função constante, desconsidera as variáveis (dependente e independente) presentes no registro de partida não registrando nenhum valor na representação gráfica. Não é possível concluir se a conversão de tal registro se deu de forma intencional ou se a graduanda não conseguiu identificar as unidades significantes do registro de partida (LM) correlacionando corretamente com o registro de chegada (RG).

Figura 73 - Desconsideração das variáveis significantes no registro de chegada (RG) (Graduanda G)



Fonte: Acervo pessoal

O índice no número de êxitos decresce consideravelmente na situação-problema abaixo (Figura 74), já que apenas 1 graduanda obteve êxito. Mais uma vez, uma situação com baixa congruência.

Figura 74 - Q2A (APÊNDICE D)

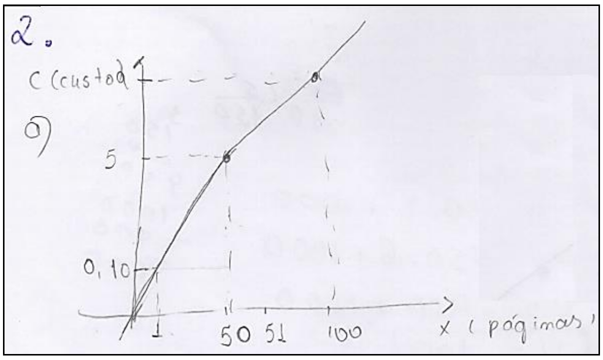
2. Uma papelaria cobra R$ 0,10 por página xerocada, caso o número de páginas seja inferior ou igual a 50. Se o número de páginas for superior a 50, o custo por página adicional passa a ser R$ 0,08 (...)
   a) Esboce o gráfico custo total (C) para copiar x páginas.

Fonte: APÊNDICE D

Esse resultado pode ser justificado devido à não congruência do problema: existe unidade significante elementar no registro de partida que se relaciona com mais de uma unidade de sentido no registro de chegada, como, por exemplo, o valor R$0,10 que se relaciona com as quantidades de R$5 e R$9 reais no registro gráfico; não existe uma organização correspondente entre as unidades significantes nos dois registros, dessa forma, a ordem não é preservada, por fim, também não há a possibilidade de correspondência semântica na realização da conversão, devido às caraterísticas internas aos dois registros de representação em jogo, a Língua Materna é um registro multifuncional e discursivo, enquanto o registro gráfico é monofuncional e não-discursivo. Para a solução da situação-problema, faz-se necessária a percepção de que se trata da composição de duas funções.

A Graduanda D estabelece uma relação correta entre o registro de partida e o registro de chegada, identifica as variáveis (dependente e independente) correlacionando com os seus respectivos eixos (C e x), e percebe a interdependência entre as unidades significantes do registro de partida, construindo corretamente o gráfico da função. Com a variação da inclinação da reta, a Graduanda D demonstra perceber a sucessão das duas funções. Observe-se a figura a seguir:

Figura 75 - Êxito na Conversão LM/RG - 2A(AD) (Graduanda D)

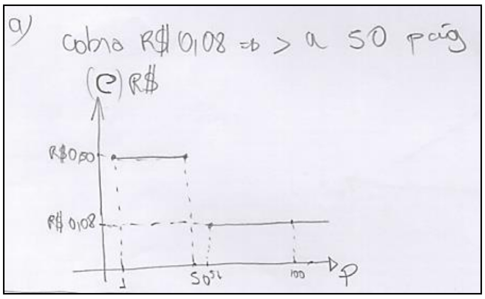


Fonte: Acervo pessoal

Os demais graduandos apresentaram falhas na conversão. A seguir, o detalhamento das respostas.

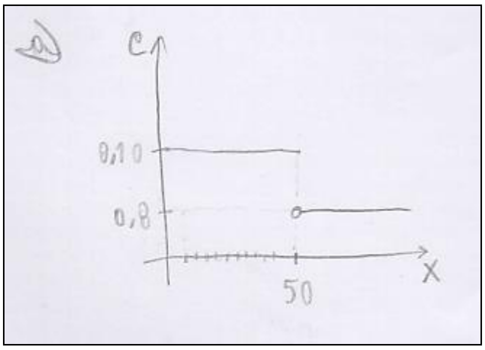
Quatro graduandas não conseguiram identificar as unidades significantes elementares no registro de partida (LM) correlacionando equivocadamente com o registro de chegada (RG), conforme exemplos a seguir.

Figura 76 - Falha na Conversão LM/RG- 2A(AD) (Graduanda F)



Fonte: Acervo pessoal

Figura 77 - Falha na Conversão LM/RG- 2A(AD) (Graduanda E)

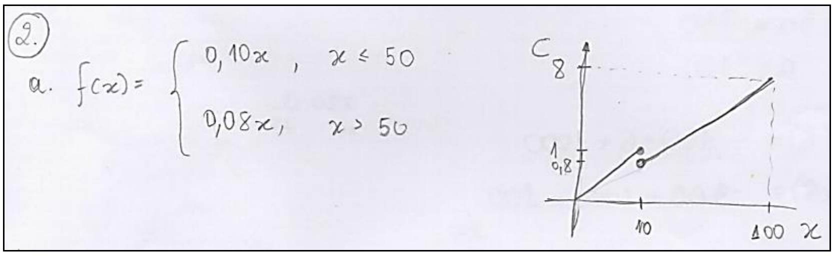


Fonte: Acervo pessoal

De acordo com as figuras acima, as graduandas consideraram tratar-se de duas funções constantes que se agregam. Entretanto, elas não consideraram que, em cada intervalo, o valor variaria, conforme a quantidade de cópias realizadas. Isso pode ser em decorrência da não familiaridade em converter um registro multifuncional (LM) para um registro monofuncional (RG), desafio ampliado quando não há congruência para os três critérios mencionados por Duval (2009).

Dois graduandos consideraram o caráter crescente do gráfico, porém também não conseguiram perceber a relação de interdependência entre as unidades significantes elementares do registro de partida (LM) com as unidades significantes no registro de chegada (RG). Ver figura a seguir:

Figura 78 - Falha na Conversão LM/RG – 2A(AD) (Graduanda A)



Fonte: Acervo pessoal

O graduando também não relaciona corretamente os valores do eixo da ordenada (C) com os valores do eixo da abscissa (x) demonstrando dificuldades não somente nesse tipo de conversão, mas também da formação da representação gráfica.

Segundo Duval (2009, p. 100), “[...] toda a atividade de conversão pressupõe a discriminação das unidades significativas a serem postas em correspondência nos registros de partida e nos de chegada”, sendo, portanto, as falhas pertinentes à atividade de conversão essencialmente ligada à ausência dessa discriminação. Dessa forma, as confusões gráficas enfrentadas pelos graduandos pode ser parte desse reflexo.

5.7.5 Conversão Registro Tabular (RT) com apoio da Língua Materna (LM) para o Registro Gráfico (RG)

Na questão 3 (Figura 79),6 graduandos obtiveram êxito na conversão gráfica.

Figura 79 - Q3 (APÊNDICE E)

3. A Lan House do Márcio decidiu colocar para seus clientes uma tabela com os valores a serem pago por tempo de permanência no computador. Nessas condições, construa a representação gráfica dessa tabela em um plano cartesiano.

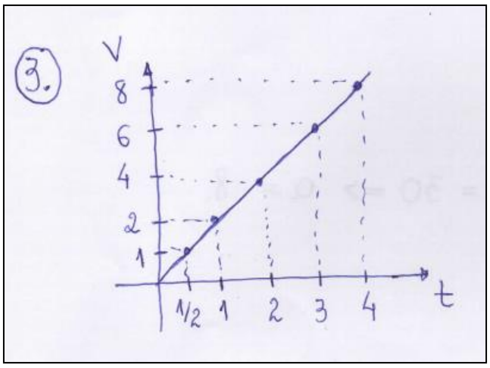
Tempo de permanência	Valor a ser pago
30 minutos	R$ 1,00
1 horas	R$ 2,00
2 horas	R$ 4,00
3 horas	R$ 6,00
4 horas	R$ 8,00

Fonte: APÊNDICE E

Para esse caso, a congruência é alta: isso porque as unidades significantes elementares (tempo de permanência e valor a ser pago) no registro de partida (RT/LM) se relacionam com as suas respectivas unidades significantes no registro de chegada (RG), não há mudança de sentido na passagem de um registro para o outro, ou seja, existe unicidade semântica terminal, a ordem também é preservada.

Nesse tipo de conversão, 6 graduandos perceberam que 30 minutos equivalem a ½ na escala hora, relacionaram corretamente as variáveis (dependente e independente) obtidas no registro de partida (RT/LM) com os seus respectivos eixos coordenados (ordenada - V e abscissa - t); construíram a reta da função. Ver figura a seguir.

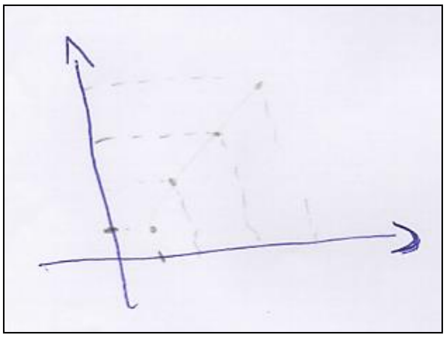
Figura 80 - Êxito na Conversão RT/RG – 3(AE) (Graduanda A)



Fonte: Acervo pessoal

Apenas a Graduanda G falhou nesse tipo de conversão (Figura 81). Ela não relaciona o eixo da abscissa com o tempo de permanência (variável independente) e o eixo da ordenada com o valor a ser pago (variável dependente), não registrando nenhuma unidade significante do registro de partida (RT/LM) no registro de chegada (RG).

Figura 81 - Falha na Conversão RT/RG – 3(AE) (Graduanda G)



Fonte: Acervo pessoal

Em todo o tópico 5.7, a Graduanda G demonstrou as maiores lacunas conceituais acerca do conteúdo de função afim. Dentre as 14 situações-problema propostas, a graduanda obteve êxito em apenas 4 delas, todas de alta congruência (Q1, Q2,Q4 e Q5 – AE). As falhas aumentaram consideravelmente quando teve que lidar com problemas não congruentes para um, dois ou três fatores mencionados por Duval (2009). A não coordenação entre diferentes registros de representação semiótica, acerca desse objeto matemático, pode indicar que existe o enclausuramento da graduanda denominado pelo autor de monorregistro, dificultando assim a realização de variados tipos de conversões.

Na questão 1B(Figura 82), o alto índice de acerto também foi constatado, tendo em vista que 5 graduandos obtiveram êxito.

Figura 82 - Q1B (APÊNDICE D)

1. A tabela a seguir representa o abastecimento de um avião KC-135 em litros por segundo. Sabendo que esse avião já tinha em seu tanque 500 litros antes do início do abastecimento (...)

T (em segundos)	**V (em litros)**
1	560
2	620
3	680
4	740
10	1100
30	2300

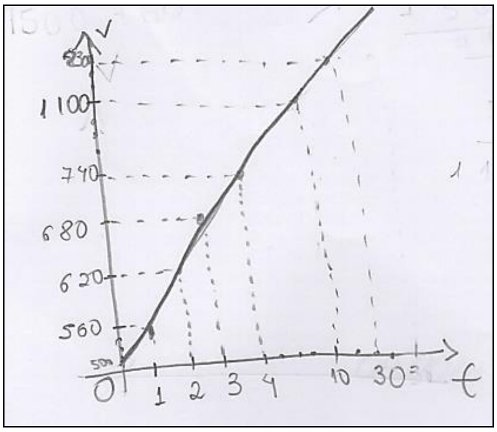
b) Qual a sua representação gráfica?

Fonte: APÊNDICE D

Nesse problema, também há congruência para os três fatores: existe correspondência semântica entre as unidades significantes do registro de partida com as unidades significantes no registro de chegada; na construção gráfica a ordem das unidades significantes é preservada; cada unidade do registro de partida corresponde a uma unidade no registro de chegada.

Seis graduandos perceberam o caráter crescente da função; construíram corretamente a reta da função; coordenaram os valores presentes no registro de partida (RT/LM) com os seus respectivos eixos coordenados; correlacionaram o valor fixo (500 litros) com o eixo da ordenada (V), conforme a figura a seguir:

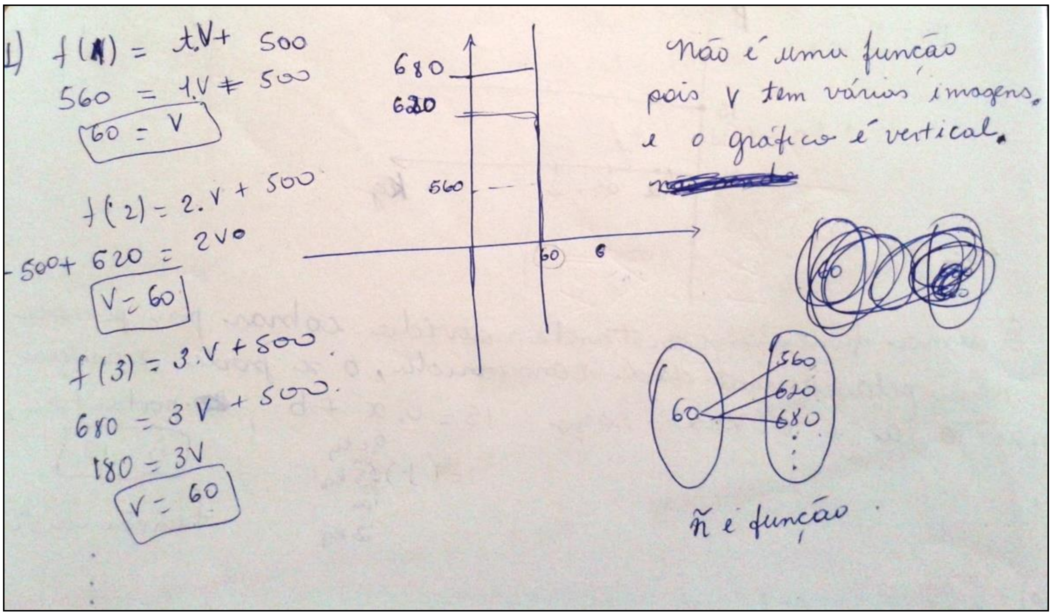
Figura 83 - Êxito na Conversão RT/RG – 1(AD) (Graduanda F)



Fonte: Acervo pessoal

A Graduanda G deixou esse item em branco, não esboçando nenhuma representação acerca da sua compreensão gráfica. Já a Graduanda C constrói uma representação gráfica que não expressa uma função. Ver figura a seguir:

Figura 84 - Falha na Conversão RT/RG – 1(AD) (Graduanda C)



Fonte: Acervo pessoal

Para a montagem do gráfico, a Graduanda C sente necessidade de um apoio do registro algébrico, para uma representação de transição, elaborando uma expressão que traz relações errôneas (F(T) = T.V + 500). A partir dessa expressão, calcula os valores de F(1), F(2)..., encontrando sempre o valor 60. Dessa forma, acredita haver encontrado várias imagens para o mesmo domínio, o que a faz considerar que não se trata de uma função. Assim ela não consegue coordenar os três tipos de representação semiótica usadas na situação-problema: Língua Materna, Representação Algébrica e Representação Gráfica. Essas falhas podem estar atreladas ao não reconhecimento da função afim nas suas diversas formas de representação, à não identificação das unidades significantes do registro de partida (RT/LM) – variável dependente e independente – com os respectivos eixos coordenados no registro de chegada (RG), ocasionando uma construção gráfica equivocada da situação-problema proposta.

Nessa perspectiva, observou-se que os graduandos obtiveram diversificados êxitos e apresentaram competências nos mais variados tipos de conversão, conforme foi possível constatar nas análises desse tópico. Porém, observaram-se ainda lacunas acerca da coordenação entre diferentes registros de representação semiótica da função afim, como no caso da Graduanda C, F e G, agravada pelo fenômeno de congruência e não congruência presentes nos problemas propostos. De acordo com Duval (2011a, p. 121), esse fenômeno “[...] é uma das maiores causas da incompreensão ou dos erros de interpretação dos enunciados do problema para os alunos”. Nesse sentido, se o futuro professor não perceber a importância das representações semiótica para o ensino e a aprendizagem matemática, também não considerará uma prática voltada para esse tipo de problemática.

No próximo tópico, será tratada a avaliação ocorrida no último encontro do curso de formação. Os Graduandos expuseram suas considerações acerca dos estudos realizados e de como perceberam as contribuições da TRRS na formação deles.

5.8 COMO OS GRADUANDOS AVALIARAM O CURSO DE FORMAÇÃO

A avaliação do curso de formação deu-se através do preenchimento, por parte dos graduandos, de uma ficha de avaliação contendo 5 questionamentos para serem respondidos individualmente (APÊNDICE G). Ao final do último encontro, também ocorreu uma avaliação oral na qual todos os participantes se manifestaram explicitando diferentes perspectivas acerca do curso de formação ora proposto.

Quando indagados se o objetivo do curso havia sido atingido, todos foram unânimes em afirmar que sim, conforme é possível observar nas respostas a seguir:

> **Graduanda C:** “Sim, com certeza, o que aprendemos durante o curso servirá para que possamos desempenhar melhor nosso papel como professor, no que se refere ao assunto de funções”.
> **Graduando A:** “Sim. O curso nos possibilitou outro olhar sobre o ensino de função. Com isso notamos o quanto é importante utilizarmos várias formas de representar um objeto matemático, fazendo com que o aluno aprenda de forma clara o conteúdo explorado”.
> **Graduanda D:** “Sim, o curso contribuiu para que nós, alunos de graduação, pudéssemos ter um conhecimento mais abrangente sobre funções e como utilizar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica no ensino desse conteúdo. Entendemos que só o nosso curso de graduação não garante total compreensão sobre esse assunto”.

Nesse sentido, através das respostas dos graduandos, percebeu-se que as intervenções realizadas favoreceram a troca de experiências e contribuíram com uma nova perspectiva teórica no trabalho com função. Acredita-se que a abordagem de teorias que agregam elementos para o ensino e a aprendizagem acarreta uma formação voltada para os problemas que serão enfrentados em sala de aula, sendo, portanto, possível diminuir lacunas existentes entre a formação teórica e prática desses futuros professores. Nesse sentido, concordamos com as ideias de Pais (2011, p. 11) quando afirma que “[...] a dimensão teórica é entendida como sendo o ideário resultante da pesquisa e a prática como sendo a condução do fazer pedagógico”, com isso, os graduandos já conseguem estabelecer uma relação positiva entre a teoria estudada com a sua futura prática docente.

Os graduandos também ressaltaram as vivências mais relevantes, percebidas por elesdurante o curso de formação. A Graduanda B assim se expressa: “Quando estudamos sobre as questões de conversão e tratamento, sobre alta e baixa congruência das questões e sobre os registros [de representação] semiótica que até então eu não sabia o que era”. Nesse sentido, acredita-se que as atividades realizadas também contribuíram para o aprendizado dos graduandos. De acordo com a resposta da graduanda, já é possível perceber a utilização de termos próprios da teoria de Duval, percepções essas que no início do curso não apareciam de forma clara.

Outros exemplos de vivências são salientados pela Graduanda D quando enumera três pontos importantes ocorridos durante o curso de formação: “Discussão dos assuntos (debate); Análise dos nossos conhecimentos sobre funções e conhecimento de mais uma teoria para o ensino”. A Graduanda E pondera algo estimulante no curso, para ela, houve “o entrosamento de todos os participantes”. Dessa forma, além das atividades realizadas, as discussões e debates ocorridos em cada encontro também foram avaliados positivamente pelos graduandos. Esses momentos foram imprescindíveis para a compreensão sobre os conceitos envolvidos no conteúdo de função afim, além da apreensão dos princípios básicos que envolvem a TRRS.

No que se refere às influências que o curso teve na formação desses futuros professores, a Graduanda G salientou que contribuiu para “[...] despertar para estudar mais e compreender de todas as formas possíveis os assuntos que serão dados em sala de aula”. O Graduando A afirma: “[...] um dos aspectos é com relação à utilização de várias representações para o conteúdo de função: utilizar tabelas, gráficos, bem como realizar a conversão entre essas representações”.

De acordo com os aspectos mencionados pelos graduandos, é possível perceber indícios de mudanças na concepção do pensamento acerca do conteúdo trabalhado. Embora, não seja possível afirmar se a participação no curso de formação afetará de alguma forma a prática docente, acredita-se que esse seja um avanço na formação comprometida com as questões da Educação Básica. Nesse sentido, é imprescindível que se estreite cada vez mais a relação existente entre Universidade e Escola, já que ambas as instituições necessitam acompanhar as mudanças históricas debatendo e discutindo de forma integrada as transformações das práticas pedagógicas (LIMA, 2012b).

A Graduanda D reconhece a importância da teoria conforme é possível observar a seguir: “[...] o conhecimento dessa teoria me ajudará para futuramente, ao ministrar o conteúdo de funções, poder abordar o assunto da melhor maneira possível”. Nesse aspecto, apesar de não existirem fórmulas milagrosas para as situações que ocorrem no ensino e na aprendizagem da disciplina de Matemática, essa graduanda já visualiza no fazer didático um caminho metodológico como meio de lidar com os processos educativos.

Já a Graduanda C explicita a sua mudança de concepção acerca do conteúdo de função, tendo em vista que possuía uma visão fragmentada sobre seu ensino. Para ela, a influência do curso se deu "[...] porque agora tenho outra visão no que se refere a função, vejo mais além do que um simples cálculo de uma expressão e de uma construção de um gráfico". Nesse contexto, apesar das lacunas apresentadas pela graduanda, acredita-se que a dimensão reflexiva, através dos debates e trocas de experiências, provocou um novo direcionamento, por parte da graduanda, para os processos de aquisição do conhecimento.

Dessa forma, os debates evidenciaram que os graduandos passaram a compreender a importância das representações semióticas bem como das atividades cognitivas por eles estudadas. De maneira geral, no decorrer do curso, eles iam compreendendo que a Matemática é composta por inúmeros aspectos e que possui uma linguagem própria, peculiar e especial.

Na avaliação geral com o grupo, os graduandos se manifestaram oralmente explicitando as considerações finais acerca de todo o processo formativo. A Graduanda E relata os desafios enfrentados no início do curso, ela assim se expressa:

> Analisando tudo, no início tive muitas dificuldades, mas assim ao longo do curso com todas as discussões fui começando a compreender e acabei gostando da teoria, eu não conhecia essa teoria, saber o que era eu não sabia de jeito nenhum e a partir de agora quando for trabalhar função eu verei as questões de outra forma não vou mais jogar o livro para o aluno. Gostei do entrosamento dos participantes, que é difícil a gente ver isso em um curso e a forma como foi passado o conteúdo (Graduanda E).

Nesse sentido, observa-se uma maior preocupação com o ensino desse conteúdo por parte da graduanda, já que afirma reconsiderar a sua prática pedagógica. Perceber as próprias lacunas de formação, enquanto graduando, é o primeiro passo para compreender que estamos em um processo contínuo de formação. Formação essa que envolve investigação, pesquisa e uma postura crítica diante da multiplicidade de fatores que influenciam o ambiente escolar.

A Graduanda D também percebeu que possuía lacunas conceituais acerca do conteúdo de função, conforme é possível observar na fala a seguir:

> Eu acho assim, que é importante a gente participar desses cursos de formação para que possamos melhorar a nossa metodologia de ensino. Tipo, no começo eu percebi que não era tão boa em função, eu achava que sabia quase todo o conteúdo de Matemática voltando para o Ensino Médio, ai quando colocou o teste diagnostico, quando precisamos colocar as definições ai eu percebi que também precisava aprender o conteúdo. Mas, eu acho que aprender essas teorias assim para melhorar o ensino é muito bom e que venha mais cursos (Graduanda D).

Nesse contexto, considera-se importante ter realizado um momento de discussão acerca das respostas do teste diagnóstico com os graduandos quando foi possível sanar dúvidas e diferenciar conceitos importantes do conteúdo de função afim.

Perspectivas semelhantes são observadas na fala da Graduanda B, que também considerou que no início do curso não tinha bom domínio do tema:

> [...] eu também gostei muito do curso porque eu me interessei por esse termo semiótica, porque eu nunca tinha ouvido falar, não sabia o que era, e no começo tive um pouco de dificuldades, achei bastante interessante a parte de tratamentos e conversões. Eu acho que esse assunto não pode ser visto só para função, poderíamos tentar integrá-lo com outros assuntos para que a gente possa ensinar.

Outros graduandos também apontaram para a necessidade da realização de mais cursos de formação, como é possível perceber nas falas a seguir:

> **Graduando A:** Quando a gente estuda a teoria, mesmo nos grupos de estudos, a teoria é muita complexa, tem muitos termos do Duval que a gente lia, lia, lia e não entendia. Passávamos para outro parágrafo e a gente se perguntava: o que que ele [Duval] quer dizer? E a professora passou o conteúdo de forma bem clara, todos os termos, os textos eram simples, deu para clarear. E a proposta desse curso, eu achei interessante porque é forma de a gente ver como está praticando dentro de sala de aula, usando as representações, trabalhando com as atividades cognitivas, de conversão, de tratamento e conseguir fazer essa conversão entre os registros. **Acho interessante fazer um novo curso, com outra proposta, com outro assunto**.
> **Graduanda C:** Eu também gostei muito do curso, (...) eu sinto muita vontade de aprender, a professora passou com muita clareza, eu não tinha vergonha de dizer “eu não sei”, de dizer assim “eu não entendi”, eu me sentia muito à vontade durante o curso, isso é muito importante, né. Então assim, eu acredito que quando for em sala de aula passar esse assunto, eu já vou ter uma visão diferente do que eu tinha antes, por que eu achava que era só calcular, não tinha como você analisar direito aquele gráfico, eu tenho essa visão diferente agora com relação aquele assunto. **Eu queria também que tivesse outros cursos com outros assuntos para melhorar nossa formação**, a minha formação como professora.

Nessa perspectiva, de acordo com a fala dos referidos graduandos, o curso possibilitou uma nova visão acerca do ensino do conteúdo de função afim. Além disso, eles consideram utilizar a TRRS como alternativa metodológica. Os graduandos não só gostaram de ter participado do processo formativo como também sugeriram a realização de novos cursos, com outros conteúdos matemáticos, utilizando além da TRRS, outras abordagens teóricas para o ensino da Matemática.

Acredita-se que o trabalho ora proposto conseguiu criar um espaço de discussão favorável à formação inicial dos futuros professores de Matemática. O que foi observado nas falas dos graduandos está de acordo com as ideias de Andrade (2008, p. 121) quando afirma que a Teoria de Duval “[...] não é discutida dentro desse curso de formação de professores em Matemática, por isso os acadêmicos não têm conhecimento da mesma e não possuem uma concepção com relação a sua importância para aprendizagem da disciplina”. Além disso, o curso ofereceu meios para compreensão dos processos de aquisição do conhecimento matemático, cabendo a cada graduando a autonomia docente de utilizar a teoria na organização, planejamento e condução do plano de ensino em sala de aula, que deverá atender às especificidades que emergem de cada realidade escolar.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os esforços empregados na realização deste trabalho estavam concentrados em dois questionamentos importantes: os futuros professores de Matemática apresentam lacunas conceituais acerca de função afim? Como esses graduandos discutem, analisam, utilizam e coordenam diferentes registros de representação semiótica para o trabalho com função afim?

Como forma de responder a essas indagações, procurou-se inicialmente considerar os conhecimentos dos graduandos. Nesse sentido, em relação à compreensão dos graduandos acerca do conceito de função, perceberam-se diversas lacunas conceituais, com percepções fragmentadas das propriedades que envolvem esse conteúdo. As principais falhas concentravam-se na diferenciação entre domínio, contradomínio e imagem e na distinção clara entre função, equação e expressão algébrica. Esses dados evidenciam que, apesar de os graduandos terem cursado diversas disciplinas específicas do currículo atual da Licenciatura em Matemática (ANEXO B), muitas falhas permaneceram, constituindo-se como um obstáculo cognitivo a ser superado.

Nesse sentido, faz-se necessário que os cursos voltados para a formação inicial do professor de Matemática atentem para esse tipo de problema, tendo em vista que, muitas vezes, os futuros professores se deparam, logo no início do curso, com disciplinas de conhecimento avançados da área, deixando lacunas em conceitos básicos, ocorrendo assim descontinuidades na aprendizagem matemática.

A limitação conceitual é expressa pela vinculação das discussões a exemplos ou a restritas representações, o que revela que se confunde o próprio objeto matemático com as suas formas de acesso: gráfico, representação algébrica, tabular, além do não estabelecimento das relações primordiais que se define uma função afim.

O trabalho com o registro em Língua Materna não se apresentou como uma tarefa fácil para os graduandos. Diante disso, ressalta-se a relevância de se trabalhar efetivamente esse registro de representação nos cursos de Licenciatura em Matemática, não somente pela sua importância em todas as áreas do conhecimento, mas também para transformar a concepção de que esse curso esteja prioritariamente voltado para a linguagem simbólica matemática.

As percepções iniciais acerca dos tratamentos algébricos revelaram que alguns graduandos demonstraram competência nessa atividade cognitiva. Isso reforça as afirmações de Duval, segundo o qual essa operação é a mais utilizada nos processos de ensino e aprendizagem. Apesar disso, ainda foi possível observar falhas em tratamentos elementares como a adição de números; a multiplicação de um número racional por um número inteiro e a correlação equivocada do tratamento algébrico com o conteúdo de proporção.

As conversões representaram obstáculos significativos, principalmente quando se consideram os Registros Algébrico e Gráfico. Esses podem estar ligados principalmente ao desconhecimento das variáveis visuais pertinentes a cada registro e à falta de conhecimento das regras de correspondência semiótica entre esses dois registros de representação. O mesmo não ocorre na conversão da Língua Materna para o Registro Algébrico e Registro Tabular com apoio da Língua Materna para o Registro Algébrico. Esse quadro pode estar atrelado ao fato de essas conversões apresentarem os três fatores mencionados por Duval (2009): correspondência semântica das unidades de significado; unicidade semântica terminal; conservação da ordem das unidades, apresentando alto nível de congruência, além disso, assim como nos tratamentos, os graduandos demonstraram ter mais familiaridade com o Registro Algébrico e Aritmético.

Vale destacar que o conhecimento de um ou dois registros de representação acerca de função afim não garante um efetivo domínio conceitual, isto porque, faz-se necessário saber transitar entre as várias formas de acesso ao objeto matemático. Essa é uma condição importante para não confundir a representação com o próprio objeto. Entretanto, a relação entre a Matemática e as representações parece estar sendo desconsiderada na formação inicial desses futuros professores.

As falhas percebidas, por parte dos graduandos, na interpretação de respostas de alunos da Educação Básica acerca do conteúdo de função afim, evidenciam que não está sendo construída uma competência fundamental para o profissional da educação. Como pensar na atividade docente, sem a possibilidade de o professor interpretar o nível de elaboração conceitual de seus alunos, através das respostas dadas às atividades propostas? Isso reafirma a necessidade de esse tipo de atividade ser explorada nas disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática, afinal trata-se da formação do futuro professor, em cuja prática a análise dessas respostas será uma constante. Com isso, concorda-se com as ideias de Freire (2010, p. 12) ao afirmar que “[...] é importante sobremaneira, que o professor localize, nos erros dos alunos, indícios de seu desenvolvimento cognitivo, porém sem esquecer de reconhecê-los, também, como indicadores necessários à sua ação de ensinar”,

O desafio dos primeiros contatos com a Teoria evidencia a complexidade de conceitos como os tratamentos e as conversões. Ao lado disso, o reconhecimento dos diferentes tipos de representações da função afim, quando aplicado em situações-problema. Perceber quais atividades cognitivas estão envolvidas para as soluções de situações-problema é um exercício necessário para a formação do professor de Matemática. A presença de mais de um registro de representação ocupando a condição de registro de partida é um obstáculo a ser superado.

As dificuldades que surgiam ao longo das atividades eram temas de debates e discussões entre o grupo e a pesquisadora, tanto em relação aos conceitos específicos de função afim, quanto às categorias elencadas por Duval. Esse foi um ponto imprescindível do curso de formação, pois à medida que as intervenções eram realizadas, foram percebidas mudanças gradativas nas percepções dos graduandos acerca da Teoria e o uso voltado para o trabalho com a função afim. A percepção da natureza abstrata do objeto matemático pelos graduandos favoreceu a distinção entre representante e representado, ocorrendo avanços nos conhecimentos teóricos.

Essa distinção também foi abordada na Conversão entre o Registro Algébrico e Registro Gráfico da função afim, conversão essa com menor índice de acerto no teste diagnóstico.

O uso de recursos da informática, tais como o *softwareKmPlot*, favorece a compreensão das características visuais gráficas das funções afins e a sua correlação no Registro Algébrico. Apesar das falhas na compreensão integrada de todas as características explícitas e implícitas ao Registro Gráfico, o uso do software propiciou diversas leituras exitosas desse registro de representação extraindo informações importantes acerca das simulações analisadas, como, por exemplo, o paralelismo e perpendicularismo entre as retas, as condições de passar ou não pela origem, o fator crescente e decrescente das retas, entre outros.

Também, observou-se que os graduandos obtiveram diversificados êxitos e apresentaram competências nos mais variados tipos de conversão, diferentemente das daquelas observadas no teste diagnóstico. Porém, mesmo após as intervenções, observaram-se ainda lacunas conceituais acerca da coordenação entre diferentes registros de representação semiótica da função afim.

Diante disso, concorda-se com Maggio (2011) ao afirmar que deve haver uma maior integração entre os diferentes aspectos que compõe a formação do professor. Não se pode mais pensar em uma formação com uma visão fragmentada, trabalhando disciplinas específicas e didáticas separadamente, com diferentes enfoques. De acordo com a autora, para que esse desafio seja superado, faz-se necessário o envolvimento de toda a comunidade universitária.

De maneira geral, acredita-se que o objetivo desse presente trabalho foi atingindo: analisar o uso de diferentes representações semióticas, por licenciandos em Matemática, para o trabalho com função afim. Nesse sentido, as práticas vivenciadas pelos graduandos durante o curso de formação provocaram um direcionamento de concepção acerca do conhecimento matemático, esse passou a ser entendido como uma linguagem diferente das demais ciências. Se antes os graduandos trabalhavam com as representações de modo inconsciente e intuitivo, após as intervenções, eles passaram a compreender o papel de destaque dessas representações para a aprendizagem da Matemática.

Esse entendimento pode ser visto na avaliação que os graduandos realizaram quando expressaram as contribuições que o curso propiciou na formação deles. Essas contribuições atingiram de maneira diferenciada cada graduando, como foi possível perceber ao longo desse trabalho. Os dados da pesquisa indicaram que mesmo após as intervenções realizadas, os graduandos permaneceram com falhas conceituais acerca do conteúdo de função afim bem como os elementos teóricos da TRRS. Nesse sentido, acredita-se que o processo de formação docente perpassa pela importância de um ciclo contínuo entre ação e reflexão, e que sendo os futuros professores produtores de saber, esse ciclo jamais poderá cessar.

A relevância desse espaço de discussão foi mencionada pelos graduandos, que registraram a necessidade de que mais ações nesse sentido deveriam ser realizadas no curso de Licenciatura Plena em Matemática. Através do estudo de outras teorias e conteúdos que favorecessem elementos importantes para o ensino e a aprendizagem, sendo imprescindível diminuir as lacunas existentes entre a formação teórica e prática desses futuros professores. Acredita-se que a abordagem de teorias que agregam elementos para o ensino e a aprendizagem propicia uma formação voltada para os problemas que serão enfrentados em sala de aula.

Diante desse contexto, como perspectivas para outros trabalhos, salienta-se a necessidade de um contínuo trabalho de formação mais efetivo e sólido com esses graduandos em relação aos conhecimentos específicos, didáticos e pedagógicos, não somente acerca do conteúdo de função afim, mas também nos demais conteúdos matemáticos.

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Luísa Silva**.** Registros de representação semiótica e a formação de professores em Matemática. 2008. 135 f. **Dissertação** (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2008.

ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em Educação**: buscando rigor e qualidade. Cadernos de Pesquisa, n. 113, p. 51-64, julho/2001.

BARBIER, René. **A Pesquisa-ação**. Brasília: Plano Editora, 2002.

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q. **A Matemática através dos tempos**: um guia fácil e prático para professores e entusiastas. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BITTAR, Marilena et al. A evasão em um curso de Matemática em 30 anos. EM TEIA – **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – vol. 3 - número 1 – 2012.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LBD)**. Lei número 9394, 20 de dezembro de 1996.

_______. Secretaria de Educação Média e Tecnológica do Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio**: Matemática. Brasília, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 23 dez. 2014.

_______. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP 1/2002. **Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica em nível superior, curso de Licenciatura, de graduação plena**. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf>. Acesso em:01 jan. 2015

______. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP 2/2002. **Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da Educação Básica em nível superior**. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CP022002.pdf>. Acesso em:01 jan. 2015.

______. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação.Câmara de Educação Superior. Resolução CNE/CES/2002. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/ces032003.pdf >. Acesso em: 01 jan. 2015.

______. **MEC/INEP**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/resultados/2014/relatorio_nacional_pisa_2012_resultados_brasileiros.pdf >. Acesso em: 01 fev. 2014.

BRITO, Maria das Dores Costa. A História da Matemática no Brasil. Universidade Católica de Brasília. Orientador: Sinval Braga de Freitas. **Monografia** (Curso de Licenciatura em

Matemática). Fortaleza, 2007. Disponível em:
<http://www.ucb.br/textos/2/750/2SemestreDe2007/>. Acesso em: 12 out. 2014.
BODGAN, Robert C; BIKLEN, SariKnopp**. Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BUENO, Rafael Winícius da Silva. As múltiplas representações e a construção do conceito de função. 2009. 70f. **Dissertação** (Programa de pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática) -Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

CARDOSO, Mikaelle Barboza et al. **Uma análise da compreensão do conceito de função afim de alunos do 2º ano do Ensino Médio**. Mundo Unifor , 2012. Disponível em < http://www2.unifor.br/encontros/PDFs/10049%20-%20Resumo.pdf>. Acesso em: 01 Jan. 2014.

CARDOSO, Mikaelle Barboza. Domínio conceitual de função afim: uma análise a partir da teoria dos registros de representação semiótica. 2013. 70f. **Monografia** (Curso de Especialização em Ensino de Matemática) -Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2013.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do ensino da Matemática**. 4. ed. rev. São Paulo: Cortez, 2011.

CARVALHO, Rodrigo Lacerda. **Contribuições da teoria de atividade no ensino de funções com o uso do laptop educacional**. 2013. Curso de Mestrado acadêmico em Educação - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2013.

COLOMBO, Janecler Ap. Amorin; ROSAS, Claudia R. e MORETTI, Méricles T. **Registros de Representações semióticas nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática**: pontuando tendências. ZETETIKÉ, CEMPEM, FE, Unicamp. V.16, n. 29. Jan/jun. 2008, pg. 41 a 72.

COSTA, Acylena Coelho.Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função. 2004. 164 f. **Dissertação** (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) -PUC, São Paulo, 2004.

CURI, Edna. Formação de professores de Matemática: Realidade presente e perspectivas futuras. 2000. 244 f. **Dissertação** (Mestrado em Ensino da Matemática) – PUC, São Paulo, 2000.

CURY, H. N. **Análise de erros**: o que podemos aprender com as repostas dos alunos. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

DAMM, E. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Educação Matemática.** SP, 3ª Ed, 2008.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: contexto & aplicações. 4. ed. São Paulo: Ática, 2008.

DELGADO, Carlos José Borges. O ensino da função afim a partir dos registros de representação semiótica. 2010. 152 f. **Dissertação** (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio Prof. José de Souza Herdy, Porto Alegre, 2010.

DOMINONI, Nilcéia Regina Ferreira. Utilização de diferentes registros de representação: um estudo envolvendo funções exponenciais. 2005. 120 f. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática** – registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

_______. **Semiósis e pensamento humano**: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis ET PenséeHumaine: Registres Sémiotiques ET ApprentissagesIntellectueis)(fascículo I) / Raymond Durval. Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_________, Raymond. **Ver e ensinar matemática de outra forma**: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização: Tânia M. M. Campos. Tradução: Marlene Alves Dias. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011a. Vol. 1.

________.Gráficos e equações: a articulação de dois registros (Graphsandequations : articulatingtworegisters). **REVEMAT**. Florianópolis (SC). V. 6, n.2,p. 96 – 112, 2011b. Tradução de MériclesThadeu Moretti. Disponível em <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2011v6n2p96/21794>. Acesso em: 10 de Jan. 2013.

D'AMBROSIO. **Educação matemática**: da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

FERREIRA, A. C. Um olhar retrospectiva sobre a pesquisa brasileira em formação de professores de Matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.) **Formação de professores de Matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2003

FIORENTINI, Dario. **Formação de professores de Matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas ,Sp : Mercado de letras, 2003.

FLORES, Cláudia Regina. **Registros de representação semiótica em Matemática**: história, epistemologia, aprendizagem. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, 2006, p.77 a 102.Disponível em:<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1853/1614>. Acesso em:1 fev. 2012.

FRANCO, PatriciaLanzini. Estudo de formas de negação no ensino da Matemática: ponto de encontro com os registros de representação semiótica. 2008. 142f. **Dissertação** (Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica)- Universidade Federal de Santa Catarina , Florianópolis, 2008.

FREIRE, Paula Ferreira. A gestão pedagógica do erro em aulas de Matemática: reflexões e desafios. 2010. 145 f. **Dissertação** (Mestrado Acadêmico em Educação), Centro de Humanidades – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2010.

IMAFUKU, Roberto Seide. Sobre a passagem do estudo de função de uma variável real para o caso de duas variáveis. 2008. 186 f. **Dissertação** (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) - PUC, 2008.

JAPIASSÚ, Hilton e MARCONDES, Danilo. **Dicionário Básico de Filosofia**.2001. Disponível em <http://dutracarlito.com/dicionario_de_filosofia_japiassu.pdf>. Acesso em: 13/03/2014.

LIBÂNEO, José Carlos. O Campo Teórico e Profissional da Didática hoje: entre Ítaca e o canto das sereias. IN: PIMENTA, Selma Garrido e FRANCO, Maria Amélia Santoro (Org.) **Didática**: embates contemporâneos. São Paulo, Loyola, 2010.

LIMA, Elon Lages et al. **A Matemática do Ensino Médio**. 9. ed. Rio de Janeiro: SMB, 2006. v. 1.

LIMA, Luciana de. A aprendizagem significativa do conceito de função na formação inicial do professor de Matemática. 2008. 314 f. **Dissertação** (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2008.

LIMA, Luiza Helena Martins et al. **Contribuições da Teoria dos Registros de Representação Semiótica na formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática**. Mundo Unifor, 2012a.

LIMA, Maria Socorro Lucena. **Estágio e Aprendizagem da profissão docente**. Brasília: Liber Livro, 2012b (Coleção Formar).

LOPES, Wagner Sanches. A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino. 2003. 96f. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) - PUC, São Paulo, 2003.

LUZ, Valéria Moura da. Introdução ao cálculo: uma proposta associando pesquisa e intervenção. 2011. 161 f. **Dissertação** (Programa de pós-graduação em Ensino de Matemática) -Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

MAGGIO, Deise Pedroso. Saberes docentes de uma professora que ensina função e conhece a teoria dos registros de representação semiótica. 2011. 137f. **Dissertação** (Mestrado em Educação nas Ciências) - Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul, UNIJUÍ, Ijuí (RS), 2011.

MAGGIO, Deise Pedroso e NEHRING, Cátia Maria.Prática discursiva de uma professora que conhece a Teoria dos registros de representação semiótica: desafios acerca da pergunta no ensino do conceito de função. **Anais** XI Encontro Nacional de Educação Matemática Curitiba – ENEM. Paraná, 2013.

MARIANI, Rita de Cássia Pistóia. Transição da Educação Básica para o Ensino Superior: a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de cálculo. 2006. 233f. **Doutorado** (Educação Matemática). PUC – SP, São Paulo, 2006.

MIORIM, Maria Ângela. O ensino de Matemática: evolução e modernização. Universidade Estadual de Campinas – SP, 1995, 231 f. Tese (Faculdade de Educação). Campinas, 1995.
NÓBREGA-THERRIEN, Silvia Maria; THERRIEN, Jacques. **Trabalhos Científicos** *e o Estado da Questão*: reflexões teórico-metodológicas. Estudos em Avaliação Educacional, v. 15, n. 30, jul.- dez./2004.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PELHO, EdelweissBenez Brandão. Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis. 2003. 121 f. **Dissertação** (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003

PIMENTA, Selma Garrido e LIMA, Maria Socorro Lucena. **Estágio e Docência**. 6. Ed. São Paulo: Cortez, 2011. – (Coleção docência em formação – Série saberes pedagógicos).

PINTO, Neuza Bertoni; SOARES, Elenir Terezinha Paluch. **Práticas da Matemática Moderna no curso de Licenciatura**: uma perspectiva histórico-cultural. Rev. Diálogo Educ., Curitiba, v. 8, n. 23, p. 91-104, jan./abr. 2008.

PIRES, Rogério Fernando; MAGINA, Sandra. A fim de estudar função afim: uma modelação bem sucedida. IN: SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Sintria Labres. **A pesquisa em Psicologia e suas implicações para a Educação Matemática**. Editora Universitária UFPE: Recife, 2012.

PIZA, Cristina Aparecida de Melo. Registros de representação semiótica e uso didático da história da Matemática: um estudo sobre parábola. 2009. 111f. **Dissertação** (Programa de pós-graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Londrina, 2009.

PONTES, Maria Gilvanise de O. **A formação de professores de Matemática no Brasil**. In: Formação e práticas docentes. Fortaleza: EdUECE, 2007.

SANTOS, Edivaldo Pinto dos. Função afim y = ax+ b: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxilio de um software educativo. 2002. 99f. **Dissertação** (Mestrado acadêmico em Educação) - PUC – São Paulo, 2002.

SAVIANI, Dermeval. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação** v. 14 n. 40 jan/abr. 2009.

SCANO, Fabio Correa. Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o Geogebra. 2009. 136 F. **Dissertação** (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) -PUC, São Paulo, 2009.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 23 ed. rev. e atualizada. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, Clóvis Pereira da.Sobre a História da Matemática no Brasil após o período colonial. **Revista da SBHC**: Campinas, SP. n. 16, 1996, pp. 21-40.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Matemática**: Ensino Médio: volume 1. 6. Ed. São Paulo: Saraiva, 2010.

SOUSA, Ana Claudia Gouveia de e BARRETO, Marcilia Chagas. Conversões de problemas aritméticos com baixa congruência por professoras das séries iniciais. 19º Encontro de Pesquisas em Educação Norte e Nordeste (**EPENN**) - João Pessoa/PB, 2009.

SOUSA, Ana Claudia Gouveia de. Representação semiótica e formação docente para o trabalho com números e operações nos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2010. **Dissertação** Curso de Mestrado acadêmico em Educação - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2010.

SOUZA, Luzia Aparecida de e GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. Formação de professores de Matemática: um estudo sobre a influência da formação pedagógica prévia em um curso de licenciatura. **Ciência & Educação**, v. 10, n. 1, p. 23-39, 2004. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v10n1/02.pdf>. Acesso em 11/10/2014.

SPAECE. **Revista Contextual**, 2012. Disponível em < http://www.spaece.caedufjf.net/wp-content/uploads/2013/12/SPAECE-REVISTA-CONTEXTUAL-WEB.pdf>. Acesso em 02/02/2014.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-ação**. 6 ed. São Paulo: Cortez, 1994.

UECE, Universidade Estadual do Ceará .**Projeto Político Pedagógico do curso de Matemática modalidade Licenciatura Plena**. Dispõe sobre um novo PPP para o Curso de Licenciatura Plena em Matemática, com a necessária adequação à sua realidade local e às especificidades de sua clientela. Fortaleza, Junho de 2007.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Alberto P.(Org). **As ideias da álgebra.** São Paulo: Atual, 1995.

VARIZO, Zaíra da C. Melo. Os caminhos da Didática e sua relação com a formação de professores de Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes e PAIVA, Maria Auxiliadora V. (orgs.). **A formação do professor que ensina Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

VIANNA, Heraldo Marelim. **Pesquisa em educação**: a observação. Brasília: Plano Editora, 2003.

VICENTINI, Paula Perin; LUGLI, RosárioGenta. **História da profissão docente no Brasil**: representação em disputa. São Paulo: Cortez, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A - Projeto do Curso

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ

Centro de Educação - CED

Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/UECE

IDENTIFICAÇÃO

Evento: Formação Inicial de professores de matemática

Tema: Múltiplas representações semióticas no ensino de funções: enfoque na formação inicial de professores de Matemática.

Local: Universidade Estadual do Ceará (UECE) – Campus Itaperi.

Carga horária: 40 horas

Período de realização do evento: Maio e Junho

Número estimado de participantes no evento: 10

Professora Responsável: Mikaelle Barboza Cardoso

Graduada pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) em Licenciatura Plena em Matemática (2010). Especialista em Ensino da Matemática (UECE - 2011) e mestranda em Educação (UECE - 2013). Atualmente é professora efetiva do Estado do Ceará lecionado a disciplina de Matemática no Ensino Fundamental e Médio e membro do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES). Suas áreas de estudo são: funções, ensino de matemática no ensino fundamental e médio, formação de professores e representações semióticas.

OBJETIVO GERAL

Contribuir com a formação inicial do professor de matemática para o ensino de função, utilizando como pressupostos teóricos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

DESENVOLVIMENTO

O curso de formação se dará através do seguinte planejamento.

ENCONTROS	ATIVIDADES
1º	-Apresentação da proposta do curso (APÊNDICE A). -Aplicação do teste diagnóstico (APÊNDICE B)
2º	-Introdução a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. -Discussão do Texto *"Registros de Representação"* de Regina FlemmingDamm (2008, p. 167-176); Tópicos do texto abordados: Introdução/Análise cognitiva de atividades matemáticas e representações. -Atividade de análise de respostas de aluno da Educação Básica acerca de função afim (APÊNDICE C).
3º	-Discussão do Texto *"Registros de Representação"* (DAMM, 2008, p. 176-187). Tópicos do texto abordados: As representações semióticas e as atividades cognitivas/Coordenação entre registros de representação/ Classificação dos diferentes registros de representação; -Atividade de resolução de situações problemas envolvendo as atividades cognitivas de formação e tratamentos e conversão (APÊNDICE D).
4º	-Discussão do texto "*Uma análise da compreensão do conceito de função afim de alunos do 2º ano do Ensino Médio"* (CARDOSO et al, 2012). Tópicos abordados no texto: coordenação entre registros de representação da função afim e tratamentos; - Atividade de análise de situações problemas envolvendo as atividades cognitivas de formação e tratamentos e conversão (APÊNDICE D). -Elaboração de situações problemas envolvendo a atividade cognitiva de formação, tratamento e conversão.
5º	-Discussão do texto *"Conversões de problemas aritméticos com baixa congruência por professoras das séries iniciais*" (SOUSA; BARRETO, 2009, p. 1 - 4) Tópicos do texto abordados: Os dois tipos de fenômenos característicos da conversão das representações: o fenômeno da congruência e da não congruência e a heterogeneidade dos dois sentidos da conversão. - Atividade de resolução de situações problemas de alta e baixa congruência (APÊNDICE E).
6º	-Discussão do texto *"Conversões de problemas aritméticos com baixa congruência por professoras das séries iniciais"* (SOUSA; BARRETO, 2009, p. 5 - 15). Tópicos do texto abordados: aprofundando a discussão do encontro anterior através da discussão e análise de dados da pesquisa. -Atividade de análise de situações problema de alta e baixa congruência (APÊNDICE E).
7º	- Atividade de elaboração de situações problemas de alta e baixa congruência.
8º	- Avaliação em grupo das atividades realizadas durante o curso de formação.

METODOLOGIA

O curso de formação se desenvolverá através de estudos teóricos e práticos, com discussões dos textos referências e atividades individuais.

AVALIAÇÃO

Avaliação se desenvolverá durante todo curso de formação através da participação e colaboração dos participantes. Ao final do curso ocorrerá uma avaliação somativa onde será possível uma ampla discussão sobre as experiências vivenciadas.

REFERÊNCIAS

CARDOSO, Mikaelle Barboza et al. Uma análise da compreensão do conceito de função afim de alunos do 2º ano do Ensino Médio**. Anais** XII Encontro de Pós-Graduação e Pesquisa, MUNDO UNIFOR, 2012.

DAMM, E. F. Registros de Representação. In: MACHADO, S. D. A.(org.). **Educação Matemática**. SP, 3ª Ed, 2008.

DUVAL, Raymond. Os registros: método de análise e identificação das variáveis cognitivas. IN: Duval, Raymond. **Ver e ensinar a Matemática de outra forma.** São Paulo: PROEM, 2011.

SOUSA, Ana Claudia Gouveia de; BARRETO, Marcilia Chagas. Conversões de problemas aritméticos com baixa congruência por professoras das séries iniciais. 19º Encontro de Pesquisas em Educação Norte e Nordeste (**Anais EPENN**) - João Pessoa/PB, 2009.

APÊNDICE B - Teste/Diagnóstico

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
Centro de Educação - CED
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/UECE

PARTE 1

1. Nome completo:____

2. E-mail:____

3. Sexo: (   ) Masculino   (   ) Feminino

4. Idade:_______

5.Qual o motivo da escolha pelo curso de graduação?

6.Você possui alguma experiência docente? Em qual (is) nível (is) de ensino? Em caso afirmativo, comente um pouco sobre a sua experiência.

7. Quais os interesses que levaram você a participar deste curso de formação?

8.Na sua vida acadêmica você teve algum contato com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica como ferramenta de ensino? Onde? Como?

PARTE 2

1.De acordo com seus conhecimentos qual o conceito de função matemática?

2.Qual a diferença entre o conceito de expressão algébrica, equação e função?

3.O que é domínio, contradomínio e imagem de uma função?

4.Na sua concepção, qual o conceito de função afim?

5.Na produção de camisas, uma indústria tem um custo fixo de R$10,00 mais um custo variável de R$2,50 por camisa produzida. Sendo x o número de unidades produzidas:

a)Escreva a lei da função que fornece o custo total de x peças;

b)Qual o custo dessa indústria se ao final do mês produzir 10.000,00 peças?

c)Qual o gráfico dessa função?

6. O preço do aluguel de um carro popular é dado pela tabela abaixo:

Opção 1	150 km	Taxa fixa de R$ 50,00
Opção 2	300 km	Taxa fixa de R$ 63,00
Opção 3	450 km	Taxa fixa de R$ 75,00

Em todos os casos, paga-se R$ 0,40 por quilômetro excedente rodado.

a)Escreva a lei da função para cada caso, chamamos de x o número de quilômetros excedentes rodados.

b) Suponha que um cliente fecha o contrato para o aluguel do carro optando pela segunda opção. Quanto ele deverá pagar se exceder 30 quilômetros?

7. Elabore duas situações problemas sobre o conteúdo de função afim.

APÊNDICE C - Atividade de análise de respostas de aluno da Educação Básica acerca de função afim

Foi aplicado um exercício sobre função afim com alunos do 2º ano do Ensino Médio da rede pública Estadual do Ceará. Algumas perguntas e respostas dos alunos desse exercício podem ser visualizadas a seguir. Dessa forma, analise as respostas desses alunos, procurando avaliar o nível de conhecimentos desses estudantes e explique como você percebe o raciocínio deles para chegar à resposta.

Exercício e resposta nº 1

De acordo com seus conhecimentos, qual o conceito de função?

Quando algo está em função de outro.

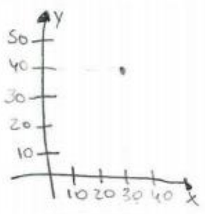
Exercício e resposta nº 2

Represente uma função afim nas seguintes formas:

a) Expressão Algébrica

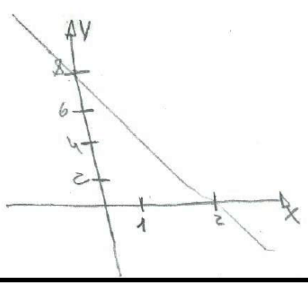
$f(x) = 2x + 8$

b) Gráfico Cartesiano



Exercício e Resposta nº 3

A função f(x) = 2x+8, representa a despesa com combustível, onde, f(x) é o valor a ser pago pelo cliente e x é a quantidade de combustível, em litros, colocada no automóvel. Nessas condições, qual a representação gráfica da função ?



Exercício e Resposta nº 4

Dada a função f: IR→IR definida por f(x)= - 3x+1, determine f(2).

$F(2) = -3 \cdot (2) + 1$

$F(2) = -6 + 1$

$F(2) = 5$

Exercício e Resposta nº 5

Elabore uma situação-problema a partir da seguinte expressão algébrica:

y = 2x -10.

Num mercado onde é cobrado R$ 2,00 por cada fruta e seu valor no kg é de menos de R$ 10,00 . Quantas frutas ele comprará por R$5,00 ?

APÊNDICE D - Atividade de resolução e análise de situações problemas envolvendo as atividades cognitivas de formação, tratamentos e conversões

1. A tabela a seguir representa o abastecimento de um avião KC-135 em litros por segundo. Sabendo que esse avião já tinha em seu tanque 500 litros antes do início do abastecimento. Nessas condições responda os itens a seguir:

T (em segundos)	**V (em litros)**
1	560
2	620
3	680
4	740
10	1100
30	2300

a) Qual a lei de formação que permite calcular a quantidade de litros (V) em função do tempo por segundo (t)?
b) Qual a sua representação gráfica?

2. Uma papelaria cobra R$ 0,10 por página xerocada, caso o número de páginas seja inferior ou igual a 50. Se o número de páginas for superior a 50, o custo por página adicional passa a ser R$ 0,08. Nessas condições responda os itens a seguir:
a) Esboce o gráfico custo total (C) para copiar x páginas.

b) Caso um cliente xeroque 100 páginas, qual o valor a ser pago para a papelaria?

3. Um restaurante com sistema de rodízio cobra R$15,00 reais por pessoa, não importando se ela consome 0,2 kg, 0,5 kg, 2 kg... Nessas condições qual o gráfico que relaciona o preço por pessoa (P) e o consumo (x) em kg?

4. Um trabalhador recebe R$ 900,00 por 15 horas de trabalho.

a) Calcule o seu salário-hora médio.
b) Determine a relação que permite calcular seu salário (S) em função do número de horas trabalhadas (h).

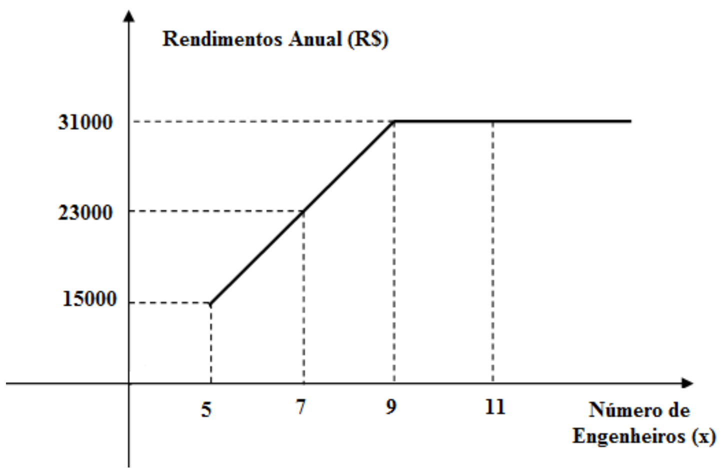
5. Devido ao desgaste, o valor (V) de uma mercadoria decrescente com o tempo (t). Por isso, a desvalorização que o preço dessa mercadoria sofre em razão do tempo de uso é chamada de *depreciação*. A função depreciação pode ser uma função afim, como neste caso: o valor da máquina é hoje R$ 1000,00, e estima-se que daqui a 5 anos será de R$ 250,00.

a)Qual será o valor dessa máquina em t anos?

b) Qual será o valor dessa máquina em 6 anos?

c) Qual a representação gráfica dessa função?

6. Uma equipe de 5 engenheiros de telecomunicações, recém formados, decidiram abrir um empresa Júnior. A empresa dos jovens engenheiros atuava na área de consultorias e assistência técnica. A fim de expandir seus negócios, a empresa resolveu realizar um cronograma de contratação. Sabendo que o rendimento anual da empresa varia de acordo com a quantidade de engenheiros dessa empresa, eles realizaram o seguinte gráfico com o objetivo de analisar a saúde financeira de seu negócio.



Nessas condições, responda os itens a seguir:

a) Até quantos funcionários a empresa poderá contratar, se quiser manter um rendimento anual crescente?
b) Qual o rendimento da empresa quando ela contar com um quadro de 8 funcionários? Sabendo que ela possui uma despesa anual fixa de R$ 5000,00?

APÊNDICE E - Atividade de resolução e análise de situações problemas de alta e baixa congruência

1. Sabe-se que o quilograma da maçã no supermercado “GoodFood” custa R$ 4,59. Quanto pagará um cliente que comprar 12 quilogramas dessa maça?

2. A quantia paga pelos clientes de um determinado posto de gasolina é dada pela função y = 2,98x, onde x é a quantidade de combustível inserida nos veículos em litros. Qual o valor a ser pago se um cliente abastecer 20 litros nesse posto?

3. A Lan House do Márcio decidiu colocar para seus clientes uma tabela com os valores a serem pago por tempo de permanência no computador. Nessas condições, construa a representação gráfica dessa tabela em um plano cartesiano.

Tempo de permanência	**Valor a ser pago**
30 minutos	R$ 1,00
1 horas	R$ 2,00
2 horas	R$ 4,00
3 horas	R$ 6,00
4 horas	R$ 8,00

4. Um pintor de paredes cobra por seus serviços R$5,00 o metro quadrado de parede que pinta, mais R$ 25,00 que é um valor fixo cobrado pela visita. Tendo como base as informações acima, preencha a tabela abaixo:

m^2 de parede	2	6	10	14	X
Valor cobrado					

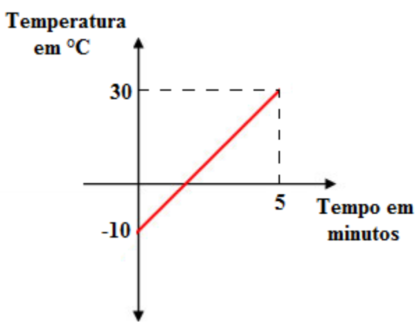
5. A academia Corpo em Forma cobra uma mensalidade de R$ 45,00 mais a taxa de matrícula de R$ 90,00. A academia Chega de Moleza cobra uma mensalidade de R$ 50,00 mais a taxa e matriculo de R$ 70,00.

   a) Determine as representações algébricas das funções que indicam os custos acumulados ao longo dos meses para se frequentar cada academia.

   b) Qual a academia oferece o menor custo para uma pessoa se exercitar durante um ano?

6. O proprietário de uma fábrica de chinelos verificou que, quando se produziam 600 pares de chinelos por mês, o custo total da empresa era de R$ 14000,00, e quando se produziam 900 pares o custo mensal era de R$ 15800,00. O gráfico que representa a relação entre o custo mensal (C) e o número de chinelos produzidos por mês (x) é formado por pontos de uma reta. Nessas condições, qual a lei de formação dessa função?

7. Uma barra de gelo (água em estado sólido) com temperatura inicial de -10 °C foi aquecida até 30°C passando para o estado líquido. O gráfico representa a variação da temperatura em função do tempo gasto nesta experiência. Nessas condições, determine a função que fornece a temperatura da barra de gelo em relação à variação do tempo.



8. Uma caixa d’água de 100 litros tem um furo no fundo por onde escoa água a uma vazão constante. Ao meio dia de certo dia foi cheia e, às 6 da tarde desse sai, só tinha 850 litros. Quanto ficará pela metade?

APÊNDICE F – Atividade de função afim

Laboratório de Informática

Para casa situação a seguir, através de simulações com o software realize comparações entre o registro de representação algébrico e gráfico da função afim [y=ax+b], além disso, procure analisar o comportamento gráfico ao modificar um dos coeficientes [angular ou linear], sendo que um deles estará fixo.

Atividade 1 – Fixando o coeficiente **“a”**

1) Substitua na função afim **um valorpositivo** para o coeficiente **“a”**, em seguida realize variações de valores nas condições abaixo:

   a) $b > 0$
   b) $b < 0$
   c) $b = 0$

2) Substitua na função afim **um valor negativo** para o coeficiente **“a”**, em seguida realize variações de valores nas condições abaixo:

   a) $b > 0$
   b) $b < 0$
   c) $b = 0$

3) Admita o coeficiente **“a”** igual a**zero**, em seguida realize variações de valores nas condições abaixo:

   a) $b > 0$
   b) $b < 0$

Atividade 2 – Fixando o coeficiente **“b”**

1) Substitua na função afim **um valorpositivo** para o coeficiente **“b”**, em seguida realize variações de valores nas condições abaixo:

a) $a > 0$

b) $a < 0$

2) Substitua na função afim **um valornegativo** para o coeficiente **“b”**, em seguida realize variações de valores nas condições abaixo:

a) $a > 0$

b) $a < 0$

Atividade 3

1) Analise e compare graficamente os pares de funções a seguir:

a) $f(x) = x$ e $g(x) = -x$

b) $f(x) = 5x + 1$ e $g(x) = -5x+ 1$

c) $f(x) = 2x + 7$ e $g(x) = 2x – 7$

d) $f(x) = 3x – 2$ e $g(x) = 4x + 1$

APÊNDICE G – Ficha de avaliação do curso de formação

Responda os itens abaixo:

1) Você considera que o objetivo geral do curso de formação foi atingido? Justifique a sua resposta.

Contribuir com a formação inicial do professor de Matemática para o ensino de função, utilizando como pressupostos teóricos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

2) Especifique três aspectos do curso de formação, se existirem, que você achou mais gratificante/estimulante.

3) A sua participação no curso de formação influenciou de alguma forma a sua formação docente? Justifique.

4) Avalie sua participação e desempenho no Curso.

5) Caso ache necessário, faça mais algum comentário que considere importante para o trabalho realizado.

APÊNDICE H – Roteiro de observação

1)Data da Observação: ____/_____/________

2)Horário de início: _________ Horário de término: _________

3) Encontro de nº:______

4)Sujeitos presentes no dia do encontro.

5)Descreva o posicionamento da professora durante o desenvolvimento do encontro.

6)Descreva a reação dos alunos durante a realização das atividades.

7)Descreva situações: (depoimentos, fatos, avanços e dificuldades).

8) Houve conflitos durante o encontro? Quais?

9) O planejamento do encontro foi seguido? O que não foi contemplado? Foram criados novos aspectos não previstos?

APÊNDICE I -Termo de consentimento livre e esclarecido

Universidade Estadual do Ceará – UECE
Centro de Educação - CED
Programa de Pós-Graduação em Educação - PPGE

NOME DA PESQUISA
MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ENFOQUE NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA.

PESQUISADORA RESPONSÁVEL
Mikaelle Barboza Cardoso
Telefones: (85) 8757.4789/ (85) 97509278
e-mail: mikabarboza@hotmail.com/ mikaellebarboza@gmail.com/

ORIENTADORA
Drª. Marcilia Chagas Barreto

Eu, ____autorizo a minha participação na pesquisa intitulada MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE FUNÇÃO AFIM: ENFOQUE NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA que tem com o objetivo contribuir com a formação inicial do professor de Matemática para o ensino de função afim, utilizando como pressupostos teóricos a Teoria dos Registros de Representação Semiótica .

Todo conteúdo e material produzido serão utilizados exclusivamente para análise de dados, há garantia de sigilo. Também, gostaríamos de contar com a sua colaboração para permitir a observação dos encontros, através de um observador externo, na qual realizará anotações importantes no desenvolvimento de todos os encontros do curso. Informamos que a pesquisa não lhe trará nenhum ônus e que você tem a liberdade para participar ou não da pesquisa, sendo-lhe reservado o direito de desistir da mesma no momento em que desejar, sem que isto lhe acarrete qualquer prejuízo. Informamos também que **não** haverá divulgação personalizada das informações, que você **não** receberá qualquer espécie de reembolso ou gratificação devido à participação neste estudo e que terá o direito a uma via do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.Para maiores esclarecimentos sobre a pesquisa, fui orientado (a) para entrar em contato com a pesquisadora responsável, cujos dados, encontram-se acima citados. Fui informado (a) que este termo de consentimento livre esclarecido terá duas cópias, sendo uma para a pesquisadora e outra para o (a) participante. .

Tendo sido informado (a) sobre a pesquisa acima, concordo em participar da mesma de forma livre e esclarecida.

Assinatura:____

Fortaleza/Ce, ______ de ___________ de _____________

____
Assinatura da Responsável pela Pesquisa

APÊNDICE J -Ficha de disciplinas cursadas

Múltiplas Representações Semióticas no Ensino de Função Afim: enfoque na formação inicial de professores de Matemática
Curso de Formação
Centro de Educação - CED
Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/UECE

Dados dos participantes

Nome: ____

Semestre Atual: ____

Disciplinas Cursadas

1) Marque com X as disciplinas já cursadas.

(   ) MATEMÁTICA ELEMENTAR I

(   )MATEMATICA ELEMENTAR II

(   ) CÁLCULO DIF. E INTEGRAL I

(   ) CÁLCULO DIF. E INTEGRAL II

(   ) CÁLCULO DIF. E INTEGRAL III

(   )PSICOLOGIA DA APRENDIZAGEM

(   )PSIC. EVOLUTIVA II (ADOLESC.)

(   ) DIDÁTICA GERAL I

(   )ESTR. FUNC. ENS.FUND. E MEDIO

(   )ESTAG. SUPERV. I NO ENS. FUNDAMENTAL

(   ) PRÁTICA DE ENS. DE MATEMATICA I

2) Atualmente você está cursando ou já cursou a disciplina de Prática de Ensino em Matemática II?

APÊNDICE K - Quadro com o levantamento geral dos trabalhos encontrados

RESULTADO GERAL DAS PESQUISAS					
Repos.	**Ano/ Nível**	**Autor/Orien.**	**Título**	**Objetivo geral**	**Metodologia**
PPGE-UECE	2008 /Mest.	**LIMA**, Luciana de /Dra. Maria Gilvanise de Oliveira Pontes	A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DO CONCEITO DE FUNÇÃO NA FORMAÇÃO INICIAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA	Descrever como os alunosdo primeiro ano da Licenciatura em Matemática da UECE ressignificam o conceito matemático de função, diante de processo interventivo, baseado na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.	Pesquisa qualitativa com design de Estudo de Caso.
PPGE-UECE	2013/ Mest.	**CARVALHO**, Rodrigo Lacerda / Dra. Marcilia Chagas Barreto	CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DA ATIVIDADE NO ENSINO DE FUNÇÕES COM O USO DO LAPTOP EDUCACIONAL	Analisar a construção da organização do ensino de função a partir dos elementos da Teoria da Atividade, de modo a favorecer a apreensão deste conceito com o uso do laptop educacional.	Pesquisa Colaborativa.
BANCO DE TESES DA CAPES	2008 /Mest.	**FRANCO**,PatriciaLanzini/ DoutorMériclesThadeu Moretti	ESTUDO DE FORMAS DE NEGAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: PONTO DE ENCONTRO COM OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA.	Desenvolver um estudosobre o uso das formas de negação no ensino da Matemática, determinando possíveis pontos de encontro com a teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval.	Estudo de Caso. Analise de aulas gravadas de professores de Matemática do 3º do Ensino Médio.
BANCO DE TESES DA CAPES	2008 /Mest.	**IMAFUKU**, Roberto Seide/ Dr. Benedito Antonio da Silva.	SOBRE A PASSAGEM DO ESTUDO DE FUNÇÃO DE UMA VARIÁVEL REAL PARA O CASO DE DUAS VARIÁVEIS	Verificar as dificuldades e saberes manifestados por estudantes relativos à transição do estudo das funções de uma variável para o caso de duas.	Pesquisa qualitativa com design de Estudo de Caso.
BANCO DE TESES DA CAPES	2008 /Mest.	**ANDRADE**, Luísa Silva/Dra. Carmen Teresa Kaiber.	REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A FORMAÇÃO DE PROFESSORES EM MATEMÁTICA**.**	Investigar evidências da utilização da teoria dos registros de representação semiótica em um curso de formação de professores em Matemática, a partir da análise da produção dos acadêmicos das disciplinas de Matemática Aplicada I e Matemática AvançadaI.	Pesquisa qualitativa com design de Estudo de Caso.
BANCO DE TESES DA CAPES	2009 /Mest.	**BUENO,** Rafael Winícius da Silva /Dr. Lori Viali	AS MÚLTIPLAS REPRESENTAÇÕES E A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE FUNÇÃO	Investigar a construção do conceito de função e as perspectivas atuais para a aprendizagem desse conteúdo.	Pesquisa bibliográfica e documental.
BANCO DE TESES DA	2011/ Mest	**MAGGIO,** Deise Pedroso /Dra Cátia Maria	SABERES DOCENTES DE UMA PROFESSORA QUE ENSINA	Analisar o ensino defunção planejado e vivenciado em sala de aula por uma professora que conhece a	Pesquisa de caráter qualitativocom design de estudo

CAPES		Nehring	FUNÇÃO E CONHECE A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA	Teoria dos registros de representação semiótica.	de caso Intrínseco.
BANCO DE TESES DA CAPES	2011/ Mest.	**LUZ**, Valéria Moura da/Dra. Ângela Rocha dos Santos.	INTRODUÇÃO AO CÁLCULO: UMA PROPOSTA ASSOCIANDO PESQUISA E INTERVENÇÃO	Investigar um proposta deintervenção, avaliando seus resultados qualitativos, em uma disciplina de Introdução ao Cálculo.	Estudo de caso.
BDTD	2006/ Dout.	**MARIANI**, Rita de Cássia Pistóia /Dr. Benedito Antonio da Silva	TRANSIÇÃO DA EDUCAÇÃO BÁSICA PARA O ENSINO SUPERIOR: A COORDENAÇÃO DE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO E OS CONHECIMENTOS MOBILIZADOS PELOS ALUNOS NO CURSO DE CÁLCULO	Investigar como a coordenação de registros contribui para a explicitação dos conhecimentos mobilizados por alunos ingressantes no Curso de Cálculo, frente a tarefas organizadas com base no conceito de função.	Pesquisa qualitativa com design de estudo de caso.
BDTD	2009/ Mest.	**PIZA**, Cristina Aparecida de Melo / Dra. Ângela Marta Pereira das Dores Savioli	REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E USO DIDÁTICO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA : UM ESTUDO SOBRE PARÁBOLA	Investigar se o desenvolvimento de uma sequência didática que considera o tratamento, a conversão e a coordenação de diferentes registros de representação semiótica da parábola, com o uso didático da História da Matemática, possibilita ao estudante compreender que a parábola caracterizada como seção de um cone ou como lugar geométrico representa o mesmo objeto matemático.	Engenharia Didática.
PUC-SP	2004/ Mest.	**COSTA**, Acylena Coelho/ Dra. Sonia Barbosa Camargo Igliori	CONHECIMENTOS DE ESTUDANTES UNIVERSITÁRIOS SOBRE O CONCEITO DE FUNÇÃO	Investigar conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função.	Pesquisa de caráter diagnóstico.

APÊNDICE L - Planejamento final do curso de formação

ENCONTROS	ATIVIDADES
1º 12/05 3h/a	-Apresentação da proposta do curso, objetivo geral, a justificativa da temática, carga horária, horário do curso bem como a socialização do grupo; -Aplicação do teste diagnóstico.
2º 19/05 3h/a	- Momento inicial: Entrega do teste diagnóstico para ser discutido no 3º encontro, preenchimento do termo de consentimento e da ficha com o semestre e as disciplinas cursadas. -Introdução a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. -Discussão do Texto *"Registros de Representação"* de Regina FlemmingDamm (2008, p. 167-176); Tópicos do texto abordados: Introdução/Análise cognitiva de atividades matemáticas e representações. - Discussão sobre Erros de aprendizagem; -Atividade de análise de respostas de aluno da Educação Básica acerca de função afim. - Momento final: Foi finalizado com a discussão das análises feitas pelos graduandos.
3º 26/05 3h/a	- Momento inicial: Discussão e debate acerca do teste diagnóstico. -Discussão do Texto *"Registros de Representação"* (DAMM, 2008, p. 176-187). Tópicos do texto abordados: As representações semióticas e as atividades cognitivas/Coordenação entre registros de representação. -Classificação dos diferentes registros de representação; -Atividade de resolução de situações problemas envolvendo as atividades cognitivas de formação e tratamentos e conversão.
4º 30/05 3h/a	-Discussão do texto *"Função Afim: uma análise dos procedimentos de conversão de alunos do 2º ano do Ensino Médio"* (CARDOSO et al, 2013). Tópicos abordados no texto: coordenação entre registros de representação da função afim; - Correção das situações-problemas do encontro passado; - Atividade de análise de situações problemas envolvendo as atividades

	cognitivas de formação e tratamentos e conversão.
5º 02/06 3h/a	- Momento inicial: Discussão das análises realizadas pelos graduandos no encontro passado. - Discussão do texto "Conversões de problemas aritméticos com baixa congruência por professoras das séries iniciais" (SOUSA e BARRETO, 2009, p. 1 - 4) Tópicos do texto abordados: Os dois tipos de fenômenos característicos da conversão das representações: o fenômeno da congruência e da não congruência e a heterogeneidade dos dois sentidos da conversão.
6º 06/06 3h/a	-Discussão do texto "Conversões de problemas aritméticos com baixa congruência por professoras das séries iniciais" (SOUSA e BARRETO, 2009, p. 5 - 15). Tópicos do texto abordados: aprofundando a discussão do encontro anterior através da discussão e análise de dados da pesquisa. - Atividade de resolução de situações problemas de alta e baixa congruência. -Atividade de análise e discussão de situações problema de alta e baixa congruência.
7º 09/06 3h/a	- Momento inicial: Correção das situações-problemas realizadas na aula passada. - Discussão sobre as variáveis visuais pertinentes do registro algébrico e gráfico da função afim e a coordenação entre eles. Texto: DUVAL, Raymond. Os registros: método de análise e identificação das variáveis cognitivas. IN: Duval, Raymond. Ver e ensinar a Matemática de outra forma. São Paulo: PROEM, 2011. - Atividade no Laboratório de Informática. (Recurso didático: KmPlot)
8º 13/06 3h/a	- Momento Inicial: Discussão das respostas dos graduandos da atividade do encontro passado. - Atividade de elaboração de situações problemas com base nos elementos da teoria. – Socialização e discussão das questões. - Avaliação em grupo e individual das atividades realizadas durante o curso de formação.

ANEXOS

ANEXO A - Grade curricular do curso de Licenciatura Plena em Matemática UECE (1998.1 – 2007.2)

Grade do Curso

Semestre	Código	Disciplina	Cred	Pré-Requisito
01	CH401	INTR. A UNIVERSIDE E AO CURSO	2	
01	CT173	GEOMETRIA EUCLIDIANA I	4	
01	CT176	FUND.E CALCULO DIF. INTEGRAL I	10	
01	CT784	FUNDAMENTOS DE COMPUTACAO	6	
02	CT110	CALCULO DIF. E INTEGRAL II	6	CT109
02	CT174	GEOMETRIA EUCLIDIANA II	4	CT173
02	CT245	FUNDAMENTOS DE FISICA	10	CT176
03	CH405	PSIC. EVOLUTIVA II (ADOLESC.)	4	
03	CT150	GEOMETRIA ANALITICA I	6	
03	CT195	LABORATORIO DE MATEMATICA	2	
03	CT347	FUNDAMENTOS DE QUIMICA	10	
04	CH406	PSICOLOGIA DA APRENDIZAGEM	4	CH405
04	CS355	BIOLOGIA PARA CIENCIAS EXATAS	10	
04	CT153	GEOMETRIA ANALITICA II	4	CT150
04	CT197	PRAT. ENSINO CIENCIAS/ESTAGIO	4	CT110
05	CT111	CALCULO DIF. E INTEGRAL III	6	CT110
05	CT134	INTROD. A TEORIA DOS NUMEROS	4	CT110
05	CT146	DESENHO GEOMETRICO	6	
05	CT253	CIENCIA TECNOLOGIA E SOCIEDADE	4	
06	CT132	ESTRUTURAS ALGEBRICAS I	6	CT134
06	CT179	FUND. E ALGEBRA LINEAR I	6	
06	ES101	DIDATICA GERAL I	4	
06	ES231	ESTR. FUNC. ENS.FUND. E MEDIO	4	
07	CT131	ALGEBRA LINEAR II	6	CT130
07	CT159	GEOMETRIA DESCRITIVA	6	
07	CT192	PRAT.DE ENSINO EM MATEMATICA	6	CT197 / ES101
07	CT703	ESTATISTICA DESCRITIVA	4	
08	CT713	PROBABILIDADE I	6	CT110
08	CT721	CALCULO NUMERICO	4	CT784 / CT934
99	CL179	ATIVIDADES ACADEMICAS CIENT. E CULTURAIS	12	
99	CS812	GINASTICA	2	
99	CS816	GINASTICA FEMININA	2	
99	CS820	INICIACAO AO VOLEIBOL	2	
99	CS822	VOLEIBOL	2	
99	CS828	HANDEBOL	2	
99	CS831	FUTEBOL DE SALAO	2	
99	CS838	BASQUETE	2	
99	CS841	ATLETISMO	2	
99	CT105	MATEMATICA I	6	
99	CT116	CALCULO DIF. E INTEGRAL IV	4	CT111
99	CT133	ESTRUTURAS ALGEBRICAS II	4	CT132
99	CT138	SERIES E EQUACOES DIFERENCIAIS	4	CT114
99	CT139	EQUACOES DIF. E APLICACOES	6	CT110
99	CT142	ANALISE MATEMATICA	6	CT132
99	CT149	GEOMETRIA EUCLIDIANA	4	
99	CT154	GEOMETRIA ANALITICA	6	
99	CT163	EDUCACAO MATEMATICA I	4	
99	CT172	MATEMATICA FINANCEIRA	4	CT109
99	CT181	SEMINARIO I - MATEMATICA	4	CT110
99	CT182	SEMINARIO II - MATEMATICA	6	CT111
99	CT183	FUNCOES DE VARIAVEIS COMPLEXAS	6	CT132
99	CT187	INTROD. A GEOMETRIA DIFERENCIAL	6	CT111
99	CT189	APLICACOES DO CALCULO DIF INTEGRAL	6	CT111
99	CT714	PROBABILIDADE II	4	CT713
99	CT723	INTRODUCAO CIENCIA DA COMPUTACAO	6	
99	CT889	MATEMATICA ELEMENTAR I	6	
99	CT891	FUNDAMENTOS DE COMPUTACAO	4	
99	CT929	ESTAG. SUPERV. I NO ENS. FUNDAMENTAL	6	CT150 / CT889 / CT890 /
99	CT932	FISICA BASICA I	6	
99	CT933	MATEMATICA ELEMENTAR II	4	CT889
99	CT939	CALCULO DIF. E INTEGRAL III	6	CT934
99	CT940	ANALISE COMBINATORIA E PROBABILIDADE	6	
99	CT949	EQUACOES DIFERENCIAIS ORDINARIAS	6	CT934
99	CT950	PRATICA DE ENS. DE MATEMATICA I	2	ES101
99	ES223	EST. FUNC.ENSINO I E II GRAUS	4	

ANEXO B -Grade curricular do curso de Licenciatura Plena em Matemática UECE (2008.1-atual)

Grade do Curso

Semestre	Código	Disciplina	Cred	Pré-Requisito
01	CT888	GEOMETRIA ANALITICA I	6	
01	CT889	MATEMATICA ELEMENTAR I	6	
01	CT890	GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA	4	
01	CT891	FUNDAMENTOS DE COMPUTACAO	4	
02	CH405	PSIC. EVOLUTIVA II (ADOLESC.)	4	
02	CT606	GEOMETRIA EUCLIDIANA ESPACIAL	4	CT890
02	CT607	CALCULO DIF. E INTEGRAL I	6	CT889
03	CH406	PSICOLOGIA DA APRENDIZAGEM	4	CH405
03	CT130	ALGEBRA LINEAR I	6	
03	CT932	FISICA BASICA I	6	
03	CT933	MATEMATICA ELEMENTAR II	4	CT889
03	CT934	CALCULO DIF. E INTEGRAL II	6	CT607
04	CT939	CALCULO DIF. E INTEGRAL III	6	CT934
04	CT940	ANALISE COMBINATORIA E PROBABILIDADE	6	
04	ES101	DIDATICA GERAL I	4	
04	ES231	ESTR. FUNC. ENS.FUND. E MEDIO	4	
05	CT703	ESTATISTICA DESCRITIVA	4	
05	CT929	ESTAG. SUPERV. I NO ENS. FUNDAMENTAL	6	CT150 / CT889 / CT890 /
05	CT948	LABORATORIO DE MATEMATICA	2	CT606 / CT889 / CT890
05	CT949	EQUACOES DIFERENCIAIS ORDINARIAS	6	CT934
05	CT950	PRATICA DE ENS. DE MATEMATICA I	2	ES101
06	CT134	INTROD. A TEORIA DOS NUMEROS	4	CT110
06	CT967	HISTORIA DA MATEMATICA	4	
06	CT968	PRATICA DE ENSINO EM MATEMATICA II	2	CT950
06	CT969	ESTAG. SUPERV. II NO ENS. FUNDAMENTAL	6	CT929
07	CT132	ESTRUTURAS ALGEBRICAS I	6	CT134
07	CT721	CALCULO NUMERICO	4	CT784 / CT934
07	CT970	ESTAG. SUPERV. III NO ENS. MEDIO	8	CT969
07	CT973	PROJ. DO TRABALHO DE CONCLUSAO DE CURSO	2	CT968
08	CT142	ANALISE MATEMATICA	6	CT132
08	CT975	TRABALHO DE CONC. DE CURSO (MATEMATICA)	4	CT973
08	CT992	ESTAG. SUPERV. IV NO ENS. MEDIO	4	CT970
99	CH401	INTR. A UNIVERSIDE E AO CURSO	2	
99	CL179	ATIVIDADES ACADEMICAS CIENT. E CULTURAIS	12	
99	CS355	BIOLOGIA PARA CIENCIAS EXATAS	10	
99	CT116	CALCULO DIF. E INTEGRAL IV	4	CT111
99	CT131	ALGEBRA LINEAR II	6	CT130
99	CT133	ESTRUTURAS ALGEBRICAS II	4	CT132
99	CT146	DESENHO GEOMETRICO	6	
99	CT150	GEOMETRIA ANALITICA I	6	
99	CT159	GEOMETRIA DESCRITIVA	6	
99	CT172	MATEMATICA FINANCEIRA	4	CT109
99	CT181	SEMINARIO I - MATEMATICA	4	CT110
99	CT183	FUNCOES DE VARIAVEIS COMPLEXAS	6	CT132
99	CT347	FUNDAMENTOS DE QUIMICA	10	
99	CT971	GEOMETRIA DESCRITIVA	6	CT606