



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

MARIA AURICÉLIA GADELHA REGES

**FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA:
EXPERIÊNCIA FUNDAMENTADA NA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS
EXPLORANDO O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO**

FORTALEZA - CEARÁ

2020

MARIA AURICÉLIA GADELHA REGES

FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: EXPERIÊNCIA
FUNDAMENTADA NA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS EXPLORANDO O
CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutora em Educação. Área de concentração: Formação de Professores.

Orientadora: Prof^a. Dra. Marcilia Chagas Barreto.

FORTALEZA - CEARÁ

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Universidade Estadual do Ceará

Sistema de Bibliotecas

Reges, Maria Auricélia Gadelha .

Formação de professores que ensinam matemática: experiência fundamentada na teoria das situações didáticas explorando o campo conceitual multiplicativo [recurso eletrônico] / Maria Auricélia Gadelha Reges. - 2020

Um arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico com 195 folhas.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2020.

Área de concentração: Formação de Professores. .
Orientação: Prof.^a Dra. Marcilia Chagas Barreto.

1. Formação de Professores que ensinam Matemática.
2. Teoria das Situações Didáticas.
3. Campo Conceitual Multiplicativo.
4. Engenharia Didática.
5. Educação Matemática. I. Título.

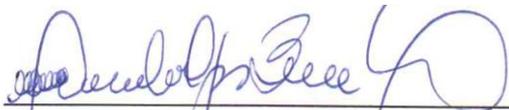
MARIA AURICÉLIA GADELHA REGES

FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA: EXPERIÊNCIA
FUNDAMENTADA NA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS EXPLORANDO O
CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

Tese apresentada ao Curso de
Doutorado em Educação do Programa
de Pós-Graduação em Educação do
Centro de Educação da Universidade
Estadual do Ceará, como requisito
parcial à obtenção do título de Doutora
em Educação. Área de concentração:
Formação de professores.

Aprovada em: 27 de fevereiro de 2020

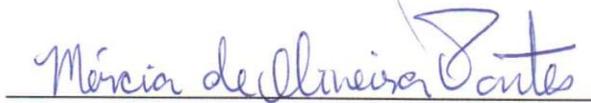
BANCA EXAMINADORA



Prof. Dra. Marcilia Chagas Barreto (Orientadora)
Universidade Estadual do Ceará – PPGE/UECE



Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil
Universidade Federal do Ceará – PPGE/UFC



Prof. Dra. Mércia de Oliveira Pontes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte –
PPGECNM/UFRN



Prof. Dra. Ana Carolina Costa Pereira
Universidade Estadual do Ceará – PPGE/UECE



Prof. Dra. Maria José Costa dos Santos
Universidade Federal do Ceará – PPGE/UFC

A todos os Professores e
Professoras do Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, energia que me fortalece, pela vida, pela saúde e por tantas outras dádivas.

Aos meus pais pela vida e exemplos de luta pela sobrevivência, honestidade, simplicidade e dedicação ao trabalho. Aos meus irmãos pelo carinho e pela solidariedade.

Ao meu esposo pelo companheirismo, paciência e apoio incondicional. Aos meus filhos e netos por tantos momentos de alegria e de carinho.

À minha orientadora, pessoa e profissional de grande valor, que me possibilitou inúmeras aprendizagens, tanto no campo pessoal como no profissional. Expresso a minha gratidão pelo compromisso social assumido com o crescimento dos seus alunos, pelo desempenho no enfrentamento dos desafios que se colocam à educação, pela capacidade de autocrítica e pelo respeito com que trata os seus orientandos, deixando-os livres para fazer suas escolhas.

Aos membros da banca de qualificação do Doutorado, Prof. Dr. Sadoo Ag Almouloud e Prof^a Dr^a Madeline Gurgel Barreto Maia, pelas contribuições dadas.

Aos membros da Banca de Defesa do Doutorado, Profa. Dra. Maria José Costa dos Santos, Profa. Dra. Mércia de Oliveira Pontes, Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil, Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, Profa. Dra. Isabel Maria Sabino de Farias e Profa. Dra. Juscileide Braga de Castro, pela disponibilidade e pelas contribuições.

Ao Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES), pelo compartilhamento de ideias, estudos coletivos, produções em parceria e compromisso na organização e participação em eventos científicos, os quais nos estimulam na luta por uma educação matemática que chegue ao seu objetivo principal: o de constituir-se instrumento democrático para a compreensão da vida e do funcionamento da sociedade.

Ao Colegiado do Curso de Pedagogia e aos que fazem a Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos (FAFIDAM), instituição na qual trabalho, pela oportunidade conquistada através do Plano de Capacitação Docente.

À Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP), pelo suporte financeiro.

Aos que fazem a Secretaria Municipal de Educação de Limoeiro do Norte (SEMEB), especialmente à Maria de Fátima Holanda dos Santos– Secretária –, Ana Lúcia Maia, Juliana Soares, Isabel Marinho, Jandira Guimarães, Gerlaine Cavalcante e Gleidene de Assis, pela acolhida e pelo apoio em todas as interações.

Minha gratidão às professoras que aceitaram participar desta investigação, pela disponibilidade, compromisso e pronto atendimento quando solicitadas, destinando parte do seu tempo a contribuir com a pesquisa em Educação Matemática.

Agradeço, ainda, pela disponibilidade, apoio e compromisso com as atividades do processo formativo por meio da gravação de vídeos e áudios, à minha equipe técnica: os meus filhos Lamarck, Jéssica e Nara; e também ao Gabriel, acadêmico que foi parceiro na condução das observações e registros em campo.

Aos Professores do Curso de Doutorado em Educação do PPGE/UECE, que, com competência e compromisso, encaminharam os doutorandos para esse novo papel de pesquisadores iniciantes.

Às Secretárias do PPGE, Jonelma Marinho e Rosangela Evangelista, pela forma educada com que se dirigem a todos, pela disponibilidade e pelo compromisso com o que fazem.

Aos que constituíram a Turma 2016 do Doutorado/PPGE/UECE – Andréa, Ana Léa, Bosco, Cleide, Cleidiane, Cris, Francisca, Hamilton, Leno, Luíza, Márcia, Niágara, Renata, Valdriano, Wendell e Webster – que se mostraram sempre dispostos a caminhar em parceria.

Minha gratidão às amigas que me acolheram: Kátia, Lúcia Helena e, especialmente, Iza e Jéssica, pelas inúmeras vezes que me deram o apoio necessário, além da boa companhia, das risadas, dos abraços e dos momentos de lazer para tornar mais leve a caminhada.

Enfim, a todos os outros que contribuíram, direta ou indiretamente, com a construção desta pesquisa e não foram citados aqui, deixo o meu agradecimento! Caminhamos juntos!

“Em todos os níveis de educação, vejo a pesquisa como atividade principal e justifico as disciplinas como estando a serviço do projeto de pesquisa. (...) Dificilmente se chega ao novo seguindo caminhos já trilhados. O que dá sentido às disciplinas é sua capacidade de contribuir para o avanço do pensamento novo.”

(Ubiratan D’Ambrosio)

RESUMO

Esta pesquisa trata da formação continuada de professores que ensinam Matemática. Teve como objetivo geral investigar contribuições da Teoria das Situações Didáticas para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao tratar do campo multiplicativo. Com esse propósito, utilizamos os pressupostos teóricos de Vergnaud (1996; 2000; 2009) no que concerne à Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e ao campo conceitual multiplicativo e de Brousseau (1996; 2001; 2008), em sua Teoria das Situações Didáticas (TSD). Investigamos a questão: que contribuições o processo formativo fundamentado na Teoria das Situações Didáticas trouxe para a formação de professoras de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, ao explorar o campo conceitual multiplicativo? É uma pesquisa de natureza qualitativa de abordagem fenomenológica, considerando que o fenômeno investigado é sempre contextualizado, depois do qual, ficam a percepção do pesquisador expressa pela linguagem, de acordo com Bicudo (2007, 2012). A metodologia de pesquisa foi a Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996) que se constitui de quatro etapas: análises prévias; concepção e análise *a priori*; experimentação; e, análise *a posteriori* e validação. A empiria consistiu em processo formativo com foco no campo multiplicativo e em situações didáticas para quatro professoras que ensinam Matemática nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental em escolas públicas municipais. Para a coleta de dados, utilizou-se: um formulário para construção do perfil dos participantes; um questionário com questões abertas sobre as concepções das professoras acerca dos processos de aprender e de ensinar Matemática e sobre as competências conceituais e didáticas referentes ao campo multiplicativo; um diagnóstico que solicitou das professoras a criação de problemas envolvendo a multiplicação e/ou a divisão; e, uma sequência de ensino para suas turmas. A formação desenvolveu-se conforme os princípios da Teoria das Situações Didáticas. Os resultados indicaram que o processo formativo possibilitou às professoras avanços: em relação à TCC, na compreensão da necessidade de se explorar a variedade de situações proposta por Vergnaud como pertencentes ao campo conceitual multiplicativo; em relação à TSD, na importância dada ao trabalho em grupo enquanto estratégia fundamental no

processo de construção de conhecimentos e na valorização das formas de expressão dos alunos para demonstrar as suas descobertas e dificuldades. Evidenciou-se que não houve rupturas com relação ao protagonismo do professor na sala de aula e não foram observadas as fases de uma situação didática, conforme Brousseau, nos planos elaborados pelas professoras. Conclui-se que há muito que se investir na formação de professoras considerando que não se modifica práticas pedagógicas já enraizadas através de processos isolados de formação continuada. Nesse sentido, pretende-se, em pesquisas futuras, estabelecer parcerias em rede (universidade/ Secretarias de Educação/escolas de Educação Básica), empreendendo esforços no desenvolvimento profissional de professores, através de pesquisas colaborativas, para que os professores possam participar do planejamento das investigações a partir de suas necessidades e atuar como pesquisadores colaboradores. Sugere-se que as atividades de intervenção com professores efetivadas nas pesquisas sejam avaliadas também enquanto processo e não apenas o seu produto.

Palavras-chave: Formação de Professores que ensinam Matemática. Teoria das Situações Didáticas. Campo Conceitual Multiplicativo. Engenharia Didática. Educação Matemática.

ABSTRACT

This research concerns the continuing education of Mathematics teachers. The general goal was to investigate contributions from the Theory of Didactical Situations (TDS) to the training of teachers in the early years of Elementary Education when dealing with the multiplicative field. For this purpose, we used the theoretical assumptions of Vergnaud (1996; 2000; 2009), regarding the Theory of Conceptual Fields (TCF) and Multiplicative Conceptual Field; as well as Brousseau's (1996; 2001; 2008), concerning his Theory of Didactical Situations (TDS). The following question was investigated: which contributions did the formative process based on the Theory of Didactical Situations bring to the training of mathematics teachers in the early years of elementary school, when exploring the Multiplicative Conceptual Field? This is a qualitative research with a phenomenological approach, considering that the investigated phenomenon is always contextualized, after which, the researcher's perception is expressed by language, according to Bicudo (2007, 2012). The research methodology was Didactic Engineering (ARTIGUE, 1996) which consists of four stages: previous analysis; first design and analysis; experimentation; and, a posterior analysis and validation. The empiricism consisted of a training process focused on the multiplicative field and on didactical situations for four teachers who teach mathematics in the 4th and 5th grades of elementary school in municipal public schools. For data collection, the tools were: a form to build the profile of the participants; a questionnaire with open questions about the teachers' conceptions concerning the processes of learning and teaching Mathematics and about the conceptual and didactical skills related to the multiplicative field; a diagnosis that asked the teachers to create problems involving multiplication and/or division; and, a teaching plan for their classes. The training was developed according to the principles of the Theory of Didactical Situations. The results indicated that the formative process enabled teachers to make progress concerning TCF, understanding the need to explore the variety of situations proposed by Vergnaud as belonging to the multiplicative conceptual field. It also enabled teachers to make progress concerning TDS, focusing on the importance given to group work as a fundamental strategy in the process of knowledge construction and in the

valorization of the students' forms of expression to demonstrate their discoveries and difficulties. It became evident that there were no disruptions regarding the role of leadership of the teacher in the classroom and the phases of a didactical situation were not observed, according to Brousseau, in the plans prepared by the teachers. The conclusion is that there is still a lot to be invested in the training of teachers considering that the pedagogical practices that are already rooted cannot be simply modified through isolated processes of continuous training. Thus, it is intended, in future researches, to establish network partnerships (University/Secretaries of Education/Schools of Basic Education), making efforts in the professional development of teachers, through collaborative research, so that teachers can participate in the planning of investigations based on their needs and act as collaborating researchers. It is advised that the intervention activities with teachers carried out in the research should also be evaluated as a process and not just its product.

Keywords: Mathematics teachers training. Theory of Didactical Situations. Multiplicative Conceptual Field. Didactical Engineering. Mathematical Education.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 –	Pesquisas selecionadas no processo de Revisão de Literatura	43
Quadro 2 –	Atividades do Processo Formativo com as professoras..	106
Quadro 3 –	Caracterização dos Sujeitos da Pesquisa.....	111
Quadro 4 –	Síntese das Concepções das Professoras sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática	126
Quadro 5 –	Exemplos de situações propostas – Professora Tulipa...	132
Quadro 6 –	Exemplo de situação proposta – Professora Tulipa.....	134
Quadro 7 –	Exemplos de situações propostas – Professora Orquídea.....	135
Quadro 8 –	Exemplos de situações propostas – Professora Rosa...	137
Quadro 9 –	Exemplos de situações propostas – Professora Gérbera	137
Quadro 10 –	Síntese das situações propostas pelas professoras, classificadas por relações, eixos e classes do campo conceitual multiplicativo	138

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 –	O PEM como campo de estudo	40
Figura 2 –	Situações Componentes do Campo Conceitual Multiplicativo	58
Figura 3 –	Diagrama representando proporção simples – um para muitos	59
Figura 4 –	Representação de resposta – proporção simples – multiplicação	60
Figura 5 –	Diagrama representando proporção simples – um para muitos	60
Figura 6 –	Representação de resposta – proporção simples – multiplicação	61
Figura 7 –	Diagrama representando proporção simples – um para muitos	61
Figura 8 –	Representação de resposta – proporção simples – divisão partitiva.....	62
Figura 9 –	Diagrama representando proporção simples – um para muitos	62
Figura 10 –	Representação de resposta – proporção simples – divisão partitiva.....	63
Figura 11 –	Diagrama representando proporção simples – muitos para muitos....	63
Figura 12 –	Representação de resposta – proporção simples – análise vertical (escalar)	64
Figura 13 –	Representação das relações quaternárias do eixo proporção simples	65
Figura 14 –	Diagrama representando relações quaternárias de proporção dupla.....	66
Figura 15 –	Diagrama representando relações quaternárias de proporção múltipla	67
Figura 16 –	Diagrama – comparação multiplicativa com referido desconhecido	68

Figura 17 – Diagrama – comparação multiplicativa com referente desconhecido.....	69
Figura 18 – Diagrama – comparação multiplicativa com relação desconhecida	70
Figura 19 – Diagrama – produto de medidas - configuração retangular	71
Figura 20 – Diagrama – produto de medidas – combinatória	72
Figura 21 – Diagrama – Produto de Medidas - Combinatória com total desconhecido e número implícito de escolhas	72
Figura 22 – Triângulo Didático	79
Figura 23 – Situação Didática como ferramenta	80
Figura 24 – Fases da Situação Didática	89
Figura 25 – Estruturação do <i>milieu</i> segundo <i>Brousseau</i>	92
Figura 26 – Estruturação do <i>milieu</i> segundo <i>Almouloud</i>	94
Figura 27 – Enigma 01 – Comparação multiplicativa e Composição Aditiva	127
Figura 28 – Enigma 02 – Fatos da divisão	129
Figura 29 – Enigma 03 – Comparação multiplicativa e Composição Aditiva	131
Figura 30– Relações na situação proporção simples um para muitos – multiplicação.....	133
Figura 31 – Situação Quaternária – Proporção simples – Um para muitos – Divisão por partes	133
Figura 32 – Situação Ternária – Comparação Multiplicativa – Referido desconhecido – Multiplicação	135
Figura 33 – Situação Quaternária – Proporção simples – Um para muitos – Divisão por quotas	136
Figura 34 – Situação-problema 01 – Proporção Simples – Multiplicação	142
Figura 35 – Situação-problema 02 – Combinatória – Multiplicação .	143
Figura 36 – Situação-problema 03 – Proporção simples – Multiplicação	144
Figura 37 – Situação-problema 04 – Proporção simples –	

	Multiplicação	144
Figura 38 – Situação-problema 05 – Proporção simples –	Multiplicação	145
Figura 39 – Situação-problema 06 – Problema misto		145
Figura 40 – Situação-problema 01 – Proporção dupla –	Multiplicação	150
Figura 41 – Situação Quaternária – Proporção dupla –	Multiplicação	150
Figura 42 – Situação-problema 02 – Combinatória – Multiplicação .		151
Figura 43 – Situação-problema 03 – Proporção simples –	Multiplicação	152
Figura 44 – Situação-problema 04 – Proporção simples –	Multiplicação	153
Figura 45 – Situação-problema 05 – Comparação multiplicativa		154
Figura 46 – Situação-problema 06 – Proporção simples –	Multiplicação	154
Figura 47 – Situação-problema 07 – Proporção simples –	Multiplicação	155
Figura 48 – Situação-problema 01 – Proporção simples –	Multiplicação	159
Figura 49 – Situação-problema 02 – Proporção simples –	Multiplicação	159
Figura 50 – Situação-problema 01 – Proporção simples –	Multiplicação	164
Figura 51 – Situação-problema 01 – Proporção simples –	Multiplicação	165
Figura 52 – Situação-problema 02 – Produto de medidas –	Combinatória	165
Figura 53 – Situação-problema 03 – Produto de medidas –	Combinatória	166
Figura 54 – Situação-problema 04 – Proporção simples –	Multiplicação	167
Figura 55 – Situação-problema 04 – Proporção simples –		

	Multiplicação	168
Figura 56 – Situação-problema 05 – Proporção simples –		
	Multiplicação	169
Figura 57 – Situação-problema 05 – Proporção simples –		
	Multiplicação	170

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCM	Campo Conceitual Multiplicativo
CE	Ceará
CNPQ	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
ED	Engenharia Didática
FAFIDAM	Faculdade de Filosofia Dom Aureliano Matos
FC	Formação Continuada
FI	Formação Inicial
FORMATAI	Formação Continuada de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais
FPEM	Formação de professores que ensinam Matemática
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia
IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.
IES	Instituição de Ensino Superior
IFCE	Instituto Federal do Ceará
MAES	Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino
MCTIC	Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações
OBEDUC	Observatório da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PEA-MAT	Grupo de Pesquisa Processo de Ensino e Aprendizagem em Matemática
PNAIC	Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNE	Plano Nacional da Educação
PPGE	Programa de Pós-Graduação em Educação
PUC-SP	Pontifícia Universidade Católica – São Paulo
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
SBEM	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
SEMEB	Secretaria Municipal de Educação Básica de Limoeiro
SPAECE	Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do

Ceará

TCC

Teoria dos Campos Conceituais

TSD

Teoria das Situações Didáticas

UECE

Universidade Estadual do Ceará

UFSM-RS

Universidade Federal De Santa Maria – Rio Grande do Sul

SUMÁRIO

1	DEFININDO O OBJETO DE PESQUISA	17
2	FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA	28
2.1	A importância da formação do professor como um dos membros constitutivos da instituição escolar	28
2.2	Formação continuada do professor que ensina matemática	30
3	REFERENCIAL TEÓRICO	49
3.1	Teoria dos Campos Conceituais	49
3.1.1	Campo Conceitual Multiplicativo	52
3.1.1.1	Relações quaternárias	53
3.1.1.1.1	<i>Relações quaternárias – Eixo Proporção Simples</i>	54
3.1.1.1.2	<i>Relações quaternárias – Eixo Proporção Dupla</i>	61
3.1.1.1.3	<i>Relações quaternárias – Eixo Proporção Múltipla</i>	61
3.1.1.2	Relações ternárias	62
3.1.1.2.1	<i>Relações ternárias – Eixo Comparação Multiplicativa</i>	62
3.1.1.2.2	<i>Relações ternárias – Eixo Produto de Medidas</i>	65
3.1.1.2.2.1	Relações ternárias – Eixo Produto de Medidas – Classe Configuração Retangular	66
3.1.1.2.2.2	Relações ternárias – Eixo Produto de Medidas – Classe Combinatória	67
3.2	Teoria das Situações Didáticas	71
3.2.1	Origem e objetivos da Teoria das Situações Didáticas	71
3.2.2	Situação Didática – significado e importância	74
3.2.3	Fases da Situação Didática	77
3.2.3.1	Devolução	77
3.2.3.2	Situação adidática	80
3.2.3.3	Institucionalização	84
3.2.4	<i>Milieu</i>	86
4	O DESENHO METODOLÓGICO DA INVESTIGAÇÃO	04
4.1	Abordagem de pesquisa	94

4.2	Engenharia Didática como metodologia de investigação ...	96
4.2.1	Análises Prévias	97
4.2.2	Concepção e análise a <i>priori</i>	99
4.2.3	Experimentação: o processo formativo como atividade de intervenção	103
4.2.4	Análise a <i>posteriori</i> e validação	105
4.3	Locus e sujeitos da pesquisa	106
4.3.1	Caracterização dos sujeitos	107
5	O QUE FOI POSSÍVEL PERCEBER A PARTIR DO PROCESSO FORMATIVO	110
5.1	Concepções das professoras sobre ensino e aprendizagem da Matemática	111
5.2	Concepções das professoras sobre suas práticas docentes em Matemática	116
5.3	O que foi percebido durante a Experimentação	124
5.3.1	Resolução de enigmas matemáticos	124
5.3.2	Elementos priorizados pelas professoras na elaboração de questões de multiplicação	129
5.3.3	Sequências de ensino elaboradas pelas professoras	137
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	168
	REFERÊNCIAS	177
	APÊNDICE A – TERMO DE ANUÊNCIA	185
	APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	186
	APÊNDICE C – FORMULÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO DOS PARTICIPANTES	187
	APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO	188
	APÊNDICE E – QUADRO-SÍNTESE SOBRE OS PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO PROPOSTOS PELAS PROFESSORAS.....	189
	APÊNDICE F – QUADRO-SÍNTESE SOBRE AS CONCEPÇÕES DE ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA.	190
	APÊNDICE G – QUADRO-SÍNTESE DAS PERCEPÇÕES	

ACERCA DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO.....	191
APÊNDICE H – QUADRO-SÍNTESE ACERCA DOS FUNDAMENTOS DA TEORIA DA SITUAÇÃO DIDÁTICA.....	192
ANEXOS	193
ANEXO A - ÍNDICES DE SAEB E IDEB ENTRE 2007-2017 – ESCOLA PÚBLICA – LIMOEIRO DO NORTE-CE	194
ANEXO B - SPAECE 2018 – REDE MUNICIPAL REGULAR – LIMOEIRO DO NORTE-CE	195

1 DEFININDO O OBJETO DE PESQUISA

O ensino de Matemática tem sido um tema muito discutido, tendo em vista que a comunidade científica e a sociedade como um todo reconhecem a sua importância como um campo de conhecimento que possibilita leitura ampliada da realidade e, ao mesmo tempo, como área em que as pessoas, em geral, e os estudantes, em particular, apresentam muitas dificuldades de compreensão e apropriação de conceitos.

O baixo índice de rendimento dos alunos, desde os primeiros anos da vida escolar, é mostrado nos resultados de avaliações oficiais como o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

No município onde foi realizada esta pesquisa (Limoeiro do Norte-CE), os índices do SAEB e do IDEB, entre 2007 e 2017, revelaram que as metas esperadas foram atingidas, com resultados maiores do que as projeções (Ver Anexo A). Com relação ao Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), entre os anos de 2008 e 2011, revelaram desempenho muito baixo dos alunos, com padrão de desempenho crítico, e, entre os anos de 2012 a 2018, a indicação por padrão de desempenho foi classificada como intermediário. Isso significa que os índices vem melhorando, conforme se pode observar no Anexo B.

Pesquisas revelam dificuldades de professores e alunos nos conteúdos relacionados à Matemática (Santos; Magina; Merlini, 2010; Alencar, 2012; Rocha, 2014; Silva, 2015). Essas dificuldades dizem respeito a conteúdos e metodologias essenciais como as operações fundamentais e a resolução de problemas, cujas noções se iniciam mesmo antes dos primeiros anos de escolarização e se estendem por toda a Educação Básica, ocupando a maior parcela do tempo curricular.

No Brasil, têm-se aprofundado os estudos acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática, a partir do surgimento da Educação Matemática, como campo profissional e científico, no final dos anos 70 e década de 80, quando foi criada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e os primeiros programas de pós-graduação na área. Preocupações com as múltiplas relações

entre ensino e aprendizagem da Matemática passaram a ser foco de pesquisas da área.

Pesquisas (Santos, 2012; Merlini, 2012; Silva, 2018) realizadas em escolas têm mostrado que fizeram diferença nos processos de ensino e de aprendizagem do contexto onde foram realizadas. Apesar desses casos, de acordo com Borba e Guimarães (2009), a ampliação na produção e publicação de trabalhos em eventos e/ou periódicos nessa área não tem garantido o seu acesso a professores da Educação Básica em suas formações inicial e continuada. Ainda ocorre que pesquisas, mesmo realizadas em escolas, não retornam seus resultados em benefícios de professores e alunos das quais foram objeto de investigação.

Aproximar a pesquisa acadêmica da ação docente na Educação Básica é condição essencial para fazer avançar a formação continuada. Percebe-se a necessidade de se estabelecer parcerias entre as redes de ensino – básico e superior – incluindo as Secretarias de Educação estaduais e municipais. A articulação do que é praticado nas salas de aula pelos professores com as teorias desenvolvidas nos processos científicos pode ressignificar essas práticas na escola e fornecer elementos para os pesquisadores na busca por novas construções de conhecimentos.

Nesse sentido, torna-se necessária a realização de pesquisas que envolvam professores da Educação Básica, não só como sujeitos investigados, mas também com participação ativa. Desse modo, é possível que possam, em conjunto com os professores das Instituições de Educação Superior – IES, refletir sobre os processos de formação, sobre as dificuldades conceituais e metodológicas e, sobretudo, sobre a aprendizagem dos alunos com que todos se envolvem.

Nas últimas décadas, tem-se refletido sobre a necessidade de buscar esforços conjuntos entre as instituições formadoras, incluindo aqui também a escola como espaço de formação, no sentido de contemplar os desafios encontrados pelos professores da Educação Básica em suas ações pedagógicas, objetivando diminuir o distanciamento entre formação e trabalho docente. Um dos caminhos trilhados com esse intuito seria a pesquisa relacionada à escola e aos sujeitos nela envolvidos, desenvolvendo-se de forma colaborativa, de modo que

os professores da Educação Básica tenham a oportunidade de planejar, investigar e discutir seus resultados.

No caso dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que a formação dos professores ocorre nos cursos de Pedagogia, há pouco tempo para as discussões sobre conteúdo e metodologia, no que diz respeito a qualquer das áreas em que o pedagogo vai atuar, visto ser ele um profissional polivalente. Dessa forma, torna-se mais desafiadora a formação que articule os conhecimentos de cada área, suas metodologias de ensino e a prática de ensino articulada à de pesquisa.

Nesses cursos, a carga horária destinada à(s) disciplina(s) que tratam dos conceitos matemáticos e das metodologias do Ensino de Matemática ou equivalente (uma ou duas disciplinas de 68h) é insuficiente até mesmo para oportunizar a elaboração conceitual dos conteúdos a ensinar, tendo em vista que muitos alunos chegam à universidade com essa necessidade. As lacunas oriundas dessa formação contribuem para a manutenção e reprodução de práticas pedagógicas baseadas em modelos de professores que os egressos da licenciatura tiveram ao longo da trajetória estudantil, bem como para a conservação das dificuldades não resolvidas.

O que tem sido feito no sentido de amenizar esse problema, em se tratando da minha prática como formadora no curso de Pedagogia, é articular o conteúdo matemático com as metodologias de ensino adequadas de acordo com as unidades temáticas que são exploradas nos anos iniciais do Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística¹. Além disso, procurar desenvolver essas articulações envolvendo também as teorias, especialmente da Didática da Matemática Francesa, relativas aos processos de ensino e de aprendizagem e pesquisas relativas às temáticas estudadas na referida área.

Nesta pesquisa, optou-se pela formação continuada de professores que ensinam Matemática, (PEM) nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, foi realizada uma atividade de intervenção com as professoras. É necessário advertir que esse processo formativo ocorreu com tempo de duração

¹ Nomenclatura apresentada conforme a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017).

previamente determinado dadas as características de uma pesquisa de doutoramento. No primeiro contato com a Secretaria Municipal de Educação Básica de Limoeiro do Norte (SEMEB) buscou-se saber se havia espaços/tempos de formação específica da área da Matemática na tentativa de se fazer uma articulação entre as demandas da referida instituição e os interesses da pesquisadora. Essa articulação não foi possível devido a formação desenvolvida pela SEMEB ter especificidades e calendário próprio, com carga horária nas horas de planejamento para todos os professores do município. Dessa forma, trata-se de ação pontual, sem vínculo com os projetos da escola, principalmente, devido ao fato de envolver professoras de diferentes instituições.

Assim, buscou-se o desenvolvimento de atividades de pesquisa relacionadas ao ensino de Matemática, por meio de parceria entre pesquisadora e professores da Educação Básica, com a participação ativa destes, tendo em vista a apropriação de teorias que pudessem colaborar no processo de reflexão sobre suas práticas docentes, no que se refere ao campo conceitual multiplicativo e às situações didáticas. Considerou-se, portanto, a parceria entre Universidade e Educação Básica como um caminho fecundo para possíveis avanços nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Um dos motivos pelos quais, neste estudo, fez-se opção pela área de Matemática foi o interesse em (re)elaborar/aprofundar conhecimentos que dêem suporte ao trabalho com a disciplina – O Ensino de Matemática – que leciono no curso de Pedagogia na FAFIDAM/UECE. Nessa disciplina, é possível perceber, semestre a semestre, as dificuldades dos graduandos em relação aos conceitos da área, assim como em relação à escolha de metodologias a eles adequadas.

A definição pelo tema de pesquisa vinculado à formação de professores ocorreu ainda no mestrado, tendo em vista que o Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE, da Universidade Estadual do Ceará tem como área de concentração, a Formação de Professores. A Matemática também começou a ser trabalhada a partir de então.

Nesse sentido, buscou-se apoio em teorias que possibilitassem ressignificar o trabalho com os conceitos na área da Matemática. Desde os anos 1990, as pesquisas no Brasil têm-se referenciado em teorias fundamentadas na

Didática da Matemática², principalmente de origem francesa. No Curso de Mestrado, a escolha foi pela Teoria dos Campos Conceituais (TCC), a qual indica que os conceitos matemáticos não podem ser elaborados se forem trabalhados isoladamente, por isso recomenda o tratamento em campos de conhecimento. Os campos mais trabalhados por seu criador – o francês Gérard Vergnaud (1996, 2000, 2009) - foram o aditivo e multiplicativo. No mestrado foi abordado o Campo Aditivo e no doutorado passou-se a trabalhar com o Campo Multiplicativo.

No Brasil, documentos oficiais que regulamentam e normatizam a Educação Básica já tomaram por base a TCC. Sua aplicação nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) e nos Cadernos do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa – PNAIC (BRASIL, 2014) revela que a importância da teoria vem sendo reconhecida no ensino da matemática em nosso país há décadas.

A TCC vem sendo tomada como um dos aportes teóricos para pesquisas realizadas no Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE/UECE, pelo Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES³), do qual esse estudo faz parte. Esse grupo tem como foco a análise de iniciativas e processos de formação de professores de Matemática. Assim, pesquisas como as de (Reges, 2006; Castro, 2016; Oliveira, 2017; Silva, 2018 e Batista, 2019) tomaram por base essa mesma teoria. Nesse contexto, o objeto matemático desta tese vincula-se ao Campo Conceitual Multiplicativo, aquele que articula, entre outros conceitos, o de multiplicação e de divisão.

A proposta desta tese não discute somente a elaboração de conceitos matemáticos, como tão bem orienta a TCC. Ao tratar de conteúdos, o professor determina metodologias de trabalho. Nesse sentido, privilegiou-se, nesta investigação, a fundamentação na Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Guy Brousseau (1996, 2001, 2008) para perceber como se

² A Didática da Matemática foi definida por Pais (2011) como “uma das tendências da grande área de educação matemática, cujo objeto de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica” (PAIS, 2011, p. 11).

³ O Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) é cadastrado no Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil, coordenado pelo CNPQ e vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Estadual do Ceará – UECE. Tem como líderes de pesquisa as Profas. Dra. Marcília Chagas Barreto (UECE) e Dra. Ana Cláudia Gouveia de Sousa (IFCE).

ensina, como se aprende e como se definem os papéis do professor e dos alunos durante as aulas de matemática.

A Teoria das Situações Didáticas propõe a estruturação do trabalho docente a partir do planejamento de conjuntos de aulas, com vistas à exploração do conteúdo, observando-se os papéis do professor e dos alunos, nos diferentes tempos da situação didática. Para tal, necessitam ser considerados o funcionamento do ensino habitual e seus efeitos, o nível de domínio conceitual dos estudantes, bem como avaliados os obstáculos epistemológicos a serem superados para o domínio de diversos conceitos relativos a um campo de conhecimento.

Essa teoria oferece ao professor elementos para organizar sua ação docente na abordagem dos conteúdos que compõem o currículo da turma com a qual trabalha. Propõe que a ação do professor parta do planejamento e elaboração do que um conjunto de aulas que, nesta pesquisa, vai ser denominado de Sequência de Ensino⁴. Esse instrumento deve ser, a um só tempo, desafiador e acessível, de forma que o aluno seja capaz de compreender e interessar-se pelo desafio, mas que necessite criar ou escolher estratégias para construir seus conhecimentos através da experimentação, da investigação e da argumentação. Enfim, a situação é a proposta estruturada pelo professor de modo a mobilizar o aluno a buscar respostas, assumindo a responsabilidade de aprender. A situação é construída de tal maneira que o professor delegue ao aluno a corresponsabilidade pela construção de conhecimentos, através da ação, formulação e validação. Os pressupostos dessa teoria consideram as relações estabelecidas entre o professor, o aluno, o saber e o *milieu*⁵, como definidores dos papéis que passam a exercer o professor e seus alunos, nos diferentes momentos da aula.

⁴ Sequência de ensino é o termo utilizado nesta pesquisa para representar um conjunto de aulas propostas com vistas à apropriação de conceitos de um determinado conteúdo. Neste caso, do campo conceitual multiplicativo.

⁵ *Milieu* é uma noção de fundamental importância na TSD. Nesta pesquisa priorizou-se a utilização do termo em francês, compreendendo que, se for substituído por “meio”, pode gerar interpretações que não seriam fiéis ao significado dado por Brousseau. O seu significado será discutido em seção posterior.

Nacarato, Mengali e Passos (2009) defendem que os cursos de formação inicial e continuada devem tomar como ponto de partida e de chegada os saberes dos professores. Nessa perspectiva, Perez (2004) aponta como elementos cruciais na formação continuada de professores a reflexão sobre a prática pedagógica e a colaboração e discussão entre os professores. Esses autores reforçam a ideia de que os saberes e as práticas docentes devem constituir-se nos principais elementos da formação.

Nesta perspectiva, esta investigação buscou responder à seguinte questão: Que contribuições o processo formativo fundamentado na Teoria das Situações Didáticas trouxe para a formação de professoras de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no tratamento do campo multiplicativo? Desse modo, a pesquisa desenvolvida buscou estimular a participação ativa das professoras, no sentido de discutir as suas percepções acerca de sua prática e dos conceitos abordados, refletindo sobre o complexo de elementos que compõem a prática docente relativa ao campo conceitual multiplicativo e sobre as contribuições que as teorias poderiam trazer para o enriquecimento do seu a fazer.

Ancorados nesse questionamento, definiu-se como objetivo geral desta pesquisa: investigar contribuições da Teoria das Situações Didáticas para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao tratar do campo multiplicativo.

Como desdobramentos deste objetivo geral, estabeleceram-se os seguintes objetivos específicos:

- a) Identificar as concepções de professores acerca dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática;
- b) Caracterizar a percepção de professores acerca de sua prática docente ao trabalhar com o campo multiplicativo;
- c) Analisar a observância, pelos professores em formação, dos princípios da TSD, na elaboração e implementação de sequências de ensino sobre o campo multiplicativo.

Esta investigação, tendo como foco a análise de processo de formação continuada para a reflexão e reelaboração dos conhecimentos de professoras, ao mesmo tempo em que aborda o campo conceitual multiplicativo, exigiu o emprego

de teorias distintas. Nesse sentido, tomou como suporte teórico as Teorias dos Campos Conceituais e a Teoria das Situações Didáticas. Em síntese, investigou-se o campo conceitual multiplicativo como objeto matemático e a Teoria das Situações Didáticas como metodologia de ensino. Embora se reconheça que não se dissociam conteúdo e metodologia na prática docente, nesta pesquisa, os elementos oriundos do tratamento do objeto matemático – o campo conceitual multiplicativo –, iluminados pelos princípios da TCC, serão tratados inicialmente para que, somente depois, sejam analisadas as contribuições da TSD como metodologia de seu ensino.

Nesta pesquisa optou-se pela investigação de natureza qualitativa, compreendendo-a como aquela em que se privilegiam descrições de experiências, entrevistas, relatos de observações, respostas abertas a questionários, enfim, trabalha-se com dados subjetivos e, segundo uma abordagem fenomenológica, que tem como características peculiares a intencionalidade e a atitude dela decorrente, conforme defendido por Bicudo (2007).

Perceber como as professoras ressignificam suas práticas de ensino requer que se conheçam as percepções idiossincráticas de cada uma, que se escutem os seus motivos e, efetivamente, que elas tenham direito à palavra.

A metodologia de investigação selecionada para esta pesquisa foi a Engenharia Didática. A literatura tem sistematicamente associado o uso da TSD com a Engenharia Didática (SILVA, 2015; MILAN, 2017; KUNTZ, 2019, dentre outros). Esta última é denominada engenharia por prever a construção de passos a serem dados pelo professor ou pelo pesquisador no sentido da construção de seu projeto, desde os estudos preliminares, passando pela implementação, até sua posterior avaliação. São quatro fases constituintes: análises prévias; concepção e análise *a priori*; experimentação; análise *a posteriori* e validação.

Esse tipo de pesquisa exige reflexão acerca dos conteúdos, seus obstáculos e relações com os demais conceitos; da percepção de quem são os sujeitos que a vivenciarão, o que eles já elaboraram acerca do conceito tratado e o que se pode esperar que avancem durante o processo; dos fundamentos sobre os quais repousa a investigação; do planejamento e da vivência do experimento, no caso o processo formativo; da validação dos resultados que deve ser obtida através da confrontação entre o que se previu como resultado, a partir do que

indicaram as análises a *priori*, com o que apontaram os dados na fase da análise a *posteriori*.

Diante do exposto, nesta tese, a Seção I apresenta os elementos constituintes da introdução da pesquisa: a definição do objeto de pesquisa, evidenciando sua relevância; a problemática; a justificativa; a questão central, os objetivos e a metodologia. Além disso, fez-se o anúncio, sinteticamente, da estrutura da tese. À medida que se anunciam as seções, explicitam-se também as articulações de cada uma delas com as fases da Engenharia Didática, a partir da segunda seção.

A Seção II, intitulada Formação de Professores que ensinam Matemática, faz parte das Análises Prévias, tendo em vista as etapas da Engenharia Didática. De acordo com essa metodologia de pesquisa, é na fase das análises prévias que se consulta a literatura no sentido de buscar melhor definir o problema de pesquisa a partir do que já existe sobre a temática pesquisada, bem como, para subsidiar as escolhas e as análises realizadas, bem como, a fase da experimentação que, nesta tese, diz respeito à preparação do curso de formação de professores. A revisão também evidenciou pesquisas que empregaram o Campo Conceitual Multiplicativo e as que usaram a Teoria das Situações Didáticas como fundamento para a formação de professores. Em síntese, a revisão de literatura foi realizada em torno da formação de professores que ensinam Matemática, associada ao ensino do campo conceitual multiplicativo e articulada também com a metodologia de ensino proposta pela TSD.

A Seção III diz respeito ao quadro teórico didático geral, que compreende o objeto matemático. Desse modo, realizaram-se levantamentos sobre o campo conceitual multiplicativo, originado da Teoria dos Campos Conceituais, que já vinha sendo discutido e tomado como objeto de estudo de várias pesquisas nacionais e do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino – MAES (PPGE/UECE), do qual esta pesquisadora é membro. O quadro teórico também está inserido nas Análises Prévias da Engenharia Didática.

Ainda como parte do quadro teórico optou-se pela Teoria das Situações Didáticas tendo em vista que, após a escolha do objeto matemático outras indagações surgiram relativas à metodologia de trabalho do professor. Assim sendo, buscou-se apoio em teoria que pudesse auxiliar nesse sentido. Afinal,

contribuir com a formação do professor não consiste apenas em atualizá-lo em relação ao conhecimento de conteúdo, mas também em relação ao conhecimento didático. Esta é a terceira parte das Análises Prévias que, em síntese, constitui-se da revisão de literatura e dos pressupostos teóricos da Teoria dos Campos Conceituais – campo conceitual multiplicativo e da Teoria das Situações Didáticas.

A Seção IV refere-se ao desenho metodológico da pesquisa, em que se expõe a Engenharia Didática como metodologia de pesquisa e suas diferentes fases. Nesta seção, ocorre a segunda fase da Engenharia Didática, denominada conforme Artigue (1996), Da concepção e análise *a priori*. Objetiva a definição das variáveis de comando, as hipóteses de pesquisa, a escolha dos instrumentos de pesquisa, o planejamento do processo formativo e o delineamento de todas as atividades desenvolvidas no curso de formação. Estão também detalhados o local de realização da pesquisa e a caracterização dos sujeitos, além do desdobramento de todo o processo de formação que foi vivenciado com as professoras.

A Seção V refere-se à fase da Engenharia Didática que é denominada de Experimentação. Nesta fase retrata-se como foram desenvolvidos o curso de formação e o conjunto de atividades planejadas na fase anterior.

A análise dos resultados encontra-se na quinta seção. Inicialmente discutem-se concepções das professoras em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática, bem como se analisa o domínio conceitual que as professoras demonstraram ao tratar do campo multiplicativo. Trata-se de dados que são exigidos pela Engenharia Didática, para que se elabore um quadro a partir do qual a pesquisadora possa saber com que sujeitos trata. Em seguida, são discutidos dados que evidenciam relações estabelecidas pelas professoras entre as teorias estudadas e a sua prática docente com o campo multiplicativo, assim como quais papéis professor e aluno desempenham nas aulas de Matemática. Finalmente busca-se evidenciar aspectos da apropriação dos fundamentos da Teoria das Situações Didáticas para a elaboração da sequência de ensino e de sua implementação no trabalho com os alunos de 4^o e 5^o anos do Ensino Fundamental.

Na última seção, estabeleceu-se a relação entre as hipóteses levantadas, a análise *a priori* e a análise *a posteriori*, visando à realização da

validação que são propostas pela Engenharia Didática. A tese defendida nesta pesquisa é a de que o processo de formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em Matemática, com base nos princípios da Teoria das Situações Didáticas, pode contribuir para a ressignificação dos conceitos do campo conceitual multiplicativo, bem como, dos papéis assumidos por professor e alunos no contexto escolar. A confirmação ou negação da tese é apresentada na seção de Considerações Finais.

Concluído o anúncio da estrutura da tese, a seguir passa-se a dialogar sobre a formação de professores que ensinam Matemática.

2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA⁶

As análises prévias constituem a primeira fase da Engenharia Didática. Nela está incluída a revisão da literatura. Esta seção aborda a temática mais específica da formação do professor que ensina Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental para fazer a discussão sobre pesquisas que tratam da referida formação, articulada com o campo conceitual multiplicativo e/ou com a metodologia de ensino proposta pela Teoria das Situações Didáticas. Para tanto, inicia apontando os principais elementos constituintes da instituição escolar – o aluno, o professor e o saber – objetivando mostrar a importância da formação do professor.

Com a revisão sobre esse tema, houve condições de se fazer análise do ensino habitual do referido campo conceitual e de seus efeitos.

2.1 A importância da Formação do Professor como um dos membros constitutivos da instituição escolar

Um dos componentes da instituição escolar é o professor. Assim como os outros componentes (gestores, funcionários, alunos) tem funções específicas e que requerem preparação, estudos, vivências, enfim, formação para o desenvolvimento das tarefas que desempenha. Nesse contexto, inicia-se a revisão de literatura sobre a formação de professores que ensinam matemática a partir do espaço que esse profissional ocupa quando na sua prática pedagógica.

A escola faz parte do cotidiano da maioria da população, em especial, das crianças. É no contexto escolar que ocorre a apropriação dos primeiros conceitos científicos, a partir dos conhecimentos vivenciados em outros espaços de vida e construídos, de forma sistematizada, através do trabalho docente. Os referidos conceitos deverão ser aprofundados ao longo do tempo, também no

⁶ “Formação de professores que ensinam Matemática” é uma expressão utilizada por Fiorentini *et al.* (2002) para incluir estudos relativos à formação de professores dos anos iniciais de escolarização que, embora não se identifiquem como professores de matemática, têm a função de ensiná-la, requerendo, para isso, uma formação especializada em educação matemática.

âmbito escolar.

São muitos os sujeitos envolvidos com o sistema educacional, do qual fazem parte dois dos mais importantes: o professor e o aluno. Outro elemento fundamental nesse sistema é o saber a ensinar, oriundo do saber universal das ciências, acumulado pela humanidade, o qual vai sendo transformado em saber curricular, que constitui o que se espera que o aluno se aproprie ao longo do processo de escolarização. É o que Chevalard (1991) considera como transposição didática.

Sendo assim, os processos de ensino e de aprendizagem que ocorrem no contexto escolar envolvem também o saber, que, juntamente com o professor e o aluno formam o triângulo didático, proposto na Teoria das Situações Didáticas (BROUSSEAU, 2008). A aquisição do saber não ocorre a contento, de forma natural, apenas nas experiências da vida, nem mesmo quando o aprendiz empreende esforços no sentido do crescimento intelectual de forma individual, sem sistematização.

Isso significa que a sistematização do saber requer outros componentes além do aprendiz e do conhecimento. Torna-se fundamental a escola, como o local em que se pense e se elabore sobre: para que, por que, o que e como aprender. Trata-se de instituição social que tem uma função específica: “(...) assegurar a formação educativa escolar para todas as crianças, jovens e adultos do país” (ALMEIDA; PIMENTA, 2014, p. 21).

A escola tem sido, especialmente nos últimos tempos, responsabilizada de promover a formação integral do ser humano, mesmo que essa formação não seja função somente dela. Porém, a sistematização dos processos de ensino é uma das atribuições profissionais do professor. Mas quem é o professor? Como ele se constitui como tal? De onde vem a sua aptidão para ensinar? Quais são os espaços de formação do professor?

Nas últimas décadas, as pesquisas sobre formação de professores têm dado importância ao contexto escolar como espaço de formação que envolve questões não só didáticas e curriculares, mas também leva em conta novas dimensões do professor, considerado como ser humano, profissional e membro de instituições e da sociedade. Nesse contexto, passa-se a tratar da formação continuada do professor que ensina Matemática.

2.2 Formação continuada do Professor que ensina Matemática

A formação do professor é um dos componentes de seu desenvolvimento profissional – processo que ocorre ao longo de toda a carreira e que não tem um período de duração pré-estabelecido. Quanto à formação que ocorre após o curso de licenciatura, várias são as nomenclaturas dadas: formação continuada, formação em serviço, formação contínua, aperfeiçoamento etc. Porém essas denominações revelam, em parte, as concepções que se tem de formação.

De acordo com Gatti, Barreto e André (2011), nas ações desenvolvidas referentes à formação continuada

(...) ainda prevalece uma concepção de formação transmissiva [e] as ações consistem geralmente em realização de oficinas, palestras, seminários e cursos de curta duração, presenciais e a distância, ofertados pelas próprias secretarias de Educação ou decorrentes de contratos firmados com instituições universitárias, institutos de pesquisa ou instituições privadas. (GATTI; BARRETO; ANDRÉ, 2011, p. 198).

Ferreira (2008) confirma a posição dos autores supracitados afirmando que a formação continuada tende a ser fragmentada e, muitas vezes, descontextualizada da realidade, desconsiderando as experiências e necessidades dos professores. Isso ocorre devido ao modo como essa formação vem sendo realizada, ou seja, objetivando alcançar resultados pré-estabelecidos, tais como: atender à demanda relacionada às avaliações externas; trabalhar com conteúdo, provas e modelos referendados a partir dessas avaliações e implementar um novo currículo ou metodologia de ensino.

Assim, Fiorentini (2003) defende que a formação continuada de professores ocorra tomando como ponto de partida a sua prática profissional, que envolva saberes, habilidades, competências, pensamento e práticas. Desta maneira será possível contribuir para a formação mais articulada com a realidade escolar. Afirma também que “(...) investigar a própria prática é um desafio tanto para o professor da escola como para o professor formador de professores” (FIORENTINI, 2003, p. 15). Nessa perspectiva, a modalidade de pesquisa proposta pelo autor, necessariamente precisa envolver os professores como parceiros no processo investigativo. Mesmo em pesquisas realizadas com os alunos, os professores engajados podem possibilitar o olhar de quem está no

cotidiano e as interações com os pesquisadores podem propiciar, aos professores, o olhar investigador das questões relativas à sua sala de aula.

Farias *et al.* (2008) corroboram com o pensamento de Fiorentini (2003) quando dizem que a proposta de pesquisas acadêmicas junto a professores da Educação Básica vai ao encontro da Didática Crítica que

(...) se apoia no reconhecimento dos professores como sujeitos criativos, reflexivos e políticos, autores e produtores de uma trajetória individual e coletiva e não meros expectadores da história e consumidores cegos dos estoques de técnicas de última geração. Tem sustentação, ainda, no entendimento da formação como um *continuum* espaço propiciador de uma postura investigativa fundada na reflexão larga, profunda e compartilhada sobre o nosso fazer didático como educadores. (FARIAS; SALES; BRAGA; FRANÇA, 2008, p. 22)

Uma formação que envolva os professores dando-lhes oportunidade de participar ativamente das pesquisas, desde o seu planejamento, de modo que estas possam atender aos seus interesses e necessidades e que tenham como ponto de partida a realidade vivida na escola. Além disso, considerando que esse profissional é um sujeito que tem experiências não só práticas, mas que exerce várias funções na sociedade e tem também como uma de suas tarefas a de possibilitar que os seus educandos sejam capazes de compreender o mundo em que estão inseridos.

Nesse sentido, Freire (2011) destaca o aspecto ético e político da educação ao defender que

O educador democrático não pode negar-se o dever de, na sua prática docente, reforçar a capacidade crítica do educando, sua curiosidade, sua insubmissão. Uma de suas tarefas primordiais é trabalhar com os educandos a rigorosidade metódica com que devem se 'aproximar' dos objetos cognoscíveis (...). Nas condições de verdadeira aprendizagem, os educandos vão se transformando em reais sujeitos da construção e da reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo. Só assim podemos falar realmente de saber ensinado, em que o objeto ensinado é apreendido na sua razão de ser e, portanto, aprendido pelos educandos. (FREIRE, 2011, p. 28).

O professor, além de conhecer os conteúdos, deve propor, problematizar, estabelecer relações e coordenar as discussões no sentido de chegar às sistematizações e, posteriormente, às generalizações. Na sociedade da informação, o professor não é mais aquele que informa, mas o que dá direção ao

conhecimento. Sendo assim, necessita estar em constante processo de autoformação e identificação profissional. Segundo Alarcão (2003, p. 30) cabe ao professor “(...) criar, estruturar e dinamizar situações de aprendizagem e estimular a aprendizagem e a autoconfiança nas capacidades individuais para aprender”, para que o aluno passe a ter autonomia em seu processo de construção do conhecimento. Diante desse contexto, percebe-se a importância do professor e de seu processo de formação, principalmente a continuada.

Para perceber como essa temática vem sendo tratada no Brasil, fez-se revisão da literatura sobre a formação de professores que ensinam Matemática. A revisão de literatura consiste em levantamento de pesquisas produzidas que auxiliem na definição do objeto de pesquisa. O pesquisador necessita analisar criticamente o atual estado de conhecimento de sua área de interesse, se apoiando em processo contínuo de busca de investigações que lhe indiquem o que já se conhece sobre a temática em estudo e que lacunas ainda existem, apontando para rumos que possam ser seguidos em novas iniciativas de pesquisa. Dessa forma, pode-se demonstrar a relevância da proposta.

Iniciou-se o processo de revisão de literatura, explorando-se dois estudos realizados por pesquisadores da área, onde foi exibido o estado da questão, em diferentes períodos: Curi e Pires realizaram pesquisa publicada em 2008, enquanto Fiorentini publicou sua análise em 2018. Apresenta-se a partir de agora os resultados desses dois levantamentos, na sequência supracitada.

Curi e Pires (2008) fizeram uma síntese sobre pesquisas referentes à formação de professores que ensinam Matemática, enfatizando características do conhecimento do professor e as vertentes desse conhecimento. Os estudos foram realizados pelos grupos de pesquisa de instituições localizadas na cidade de São Paulo, os quais estavam sob suas coordenações. Esses estudos analisaram o conhecimento do conteúdo matemático, o conhecimento didático do conteúdo e o conhecimento do currículo. Além disso, buscaram perceber mudanças na formação de professores devido às demandas do sistema educacional e verificaram se as formações, inicial e continuada, provocam mudanças nas práticas dos professores.

As conclusões a que chegaram os autores apontaram que nas pesquisas relacionadas à formação inicial, as autoras consideraram dois grupos:

os professores formados no curso de licenciatura em Pedagogia e os formados no curso de licenciatura em Matemática. Verificou-se que, no caso dos cursos de Pedagogia, o tempo destinado à formação para o ensino de matemática é insuficiente, tendo em vista a falta de conhecimentos matemáticos dos professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental; as questões de natureza didática e metodológica, em que se mostram abordagens bastante simplificadas; e falta de fundamentações teóricas e de estudos de pesquisa na área de Educação Matemática.

Em relação ao curso de Matemática Curi e Pires (2008) consideraram que, tendo em vista a prática como componente curricular e o Estágio Supervisionado, visa-se maior articulação entre conhecimentos matemáticos e pedagógicos e entre teoria e prática. Perceberam-se dificuldades por parte dos próprios coordenadores de curso em preencher esse espaço curricular. As autoras sugerem que esse espaço seja destinado às contribuições da Educação Matemática e divulgação de pesquisas nessa área de conhecimento.

Portanto, as autoras apontam que, com base nas vertentes propostas por Schulman, os resultados mostraram a existência de lacunas, tanto no que se refere aos conhecimentos matemáticos, como na área de conhecimentos didáticos e curriculares. E acrescentam ainda que um desafio comum para os futuros professores dos dois cursos citados é solucionar os impasses que viverão em suas salas de aula.

Curi e Pires (2008) alertam para o fato de os professores não dominarem conceitos componentes do currículo da Educação Básica e sugerem para minimizar o problema, a assessoria aos professores. Ressaltaram ainda que

(...) há melhores possibilidades de apropriação dos conhecimentos matemáticos, didáticos e curriculares quando professores participam de processos de formação continuada que possibilitam reflexões, relações entre teoria, prática e pesquisa e o tratamento articulado das diferentes vertentes do conhecimento do professor. (CURI; PIRES, 2008, p. 182).

Esse destaque apontado pelas autoras é muito importante e deve ser levado em consideração, tanto por parte dos gestores do sistema educacional, como pelos pesquisadores, ao propor suas investigações em relação à prática dos professores. Outro aspecto destacado pelas autoras foi a necessidade de

investimentos na formação de formadores de professores e na criação de grupos colaborativos de estudo. O estudo de Curi e Pires (2008) demonstra, finalmente, a necessidade de se investir mais na formação continuada de professores, levando em consideração conteúdos conceituais, didáticos e curriculares.

Nesse sentido, esta investigação vai ao encontro da necessidade supracitada, tendo em vista que desenvolveu um processo formativo para professores que ensinam Matemática na tentativa de criar um ações que pudessem propiciar reflexões, e que avançassem rumo à geração de espaço de colaboração. Nesse processo, abordou-se um conteúdo matemático para ser discutido com os professores (campo conceitual multiplicativo), articulado com uma metodologia para se trabalhar com o referido conteúdo (situações didáticas), num curso de formação como atividade de intervenção com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O segundo levantamento analisado foi apresentado por Fiorentini (2018), intitulado Mapeamento e Estado da Arte da Pesquisa sobre o Professor que ensina Matemática, realizado por 36 pesquisadores da SBEM, de todas as regiões do Brasil. Analisou as produções do período 2001 e 2012, totalizando 858 pesquisas acadêmicas, das quais 178 são teses de doutorado, 584 dissertações de mestrado acadêmico e 96 dissertações de mestrado profissional.

Fiorentini (2018) reconhece que pesquisas sobre o PEM representam um vasto campo de estudos e tem como foco principal: a sua formação, a aprendizagem docente, o desenvolvimento profissional. O autor afirma que nos últimos anos, outros estudos com foco analítico foram se intensificando, tais como:

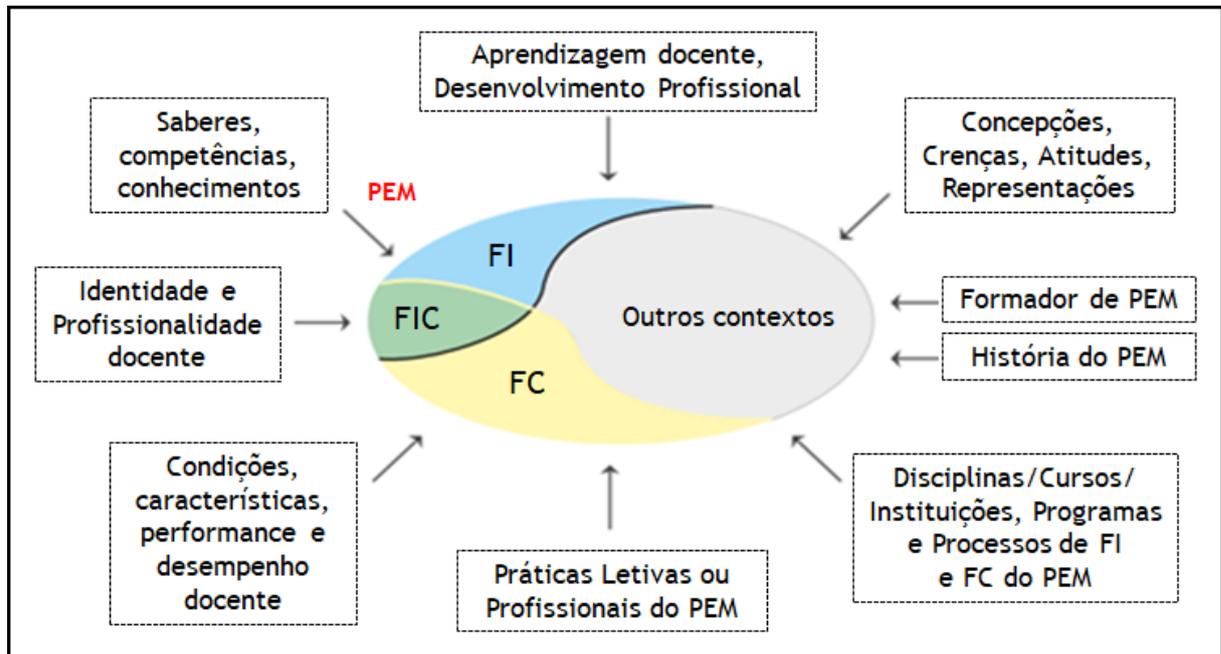
(...) a prática e os conhecimentos profissionais; as concepções/crenças/representações sociais; as instituições e programas formativos; a identidade e a profissionalidade docente; a história/trajetória profissional; e o formador do PEM. (FIORENTINI, 2018, p. 1).

Esse estudo demonstra que a pesquisa sobre a formação do professor vem sendo ampliada, tanto em termos quantitativos como também na abrangência de temáticas que compreendem esse campo de estudo.

O objetivo do mapeamento foi discutir a delimitação do campo de estudo do PEM e seu objeto de investigação e destacar os focos temáticos de análise desse objeto. A Figura 01, a seguir, mostra os contextos (formação inicial,

formação continuada, formação inicial e continuada e outros contextos) e focos temáticos de acordo com os referidos contextos, encontrados na pesquisa de Fiorentini *et al.* (2016).

Figura 1 – O PEM como campo de estudo



Fonte: Fiorentini *et al.* (2016, p. 27)

Além dos contextos de formação inicial (FI) e continuada (FC), ou das duas, outros contextos estão sendo contemplados nas pesquisas sobre o PEM: aprendizagem docente e desenvolvimento profissional do PEM; saberes, competências e conhecimentos profissionais do PEM; crenças, concepções, atitudes e representação sociais do PEM; formadores de professores que ensinam matemática; história (oral ou de vida) do PEM e identidade e profissionalidade docente. Essa variedade de contextos nos mostra a riqueza de aspectos que podem ser levados em consideração quando se trata do campo de estudo sobre o professor que ensina matemática.

Depois de mapeadas as pesquisas, foram desenvolvidos estudos de revisão sistemática, nas modalidades de estado da arte, metanálise e metasíntese. Fiorentini (2018) evidenciou a produção nacional de pesquisa sobre o PEM e a importância de tomá-la objeto de revisão sistemática pelos pesquisadores; e destacou a necessidade de caracterizar melhor esse campo de

pesquisa. Além disso, concluiu que muitas das dissertações e teses apresentadas

(...) pouca contribuição têm proporcionado para o avanço do conhecimento sobretudo em relação ao professor, sua formação, sua aprendizagem docente, seu desenvolvimento profissional, seu trabalho docente e conhecimento profissional. (FIORENTINI, 2018, p. 11).

Fiorentini destaca o mapeamento feito como um fator relevante para o conhecimento sobre a pesquisa que tem como foco a formação do professor que ensina matemática. Alerta para a possibilidade que a visibilidade das pesquisas provocada pelo mapeamento tem de contribuir com a articulação entre os programas ou entre os pesquisadores que tenham como foco de estudo a formação do professor, buscando fortalecer a área e a identidade destas pesquisas.

Considerando os contextos e temáticas apontados por Fiorentini (2016, 2018), percebe-se que esta pesquisa contempla alguns desses contextos e focos, como: formação continuada; concepções; conhecimentos, desempenho e práticas docentes do PEM.

Esses dois levantamentos permitiram uma primeira visualização a respeito dos estudos sobre o professor que ensina Matemática. Confirmou-se assim a relevância da proposta que estava sendo delineada para esta tese, a qual poderia vir a contribuir para o aprofundamento da compreensão do campo de estudo do PEM.

Para dar continuidade à análise acerca das investigações produzidas na área, foi realizada uma busca avançada, observando o recorte temporal entre os anos de 2013 a 2019, no portal da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), coordenada pelo Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT) do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações (MCTIC). Foi escolhido o referido portal por considerá-lo abrangente, visto que comporta toda a produção de teses e dissertações existentes nas instituições de ensino e pesquisa no Brasil.

Objetivou-se localizar as pesquisas mais recentes, aqueles que não foram contemplados nos estados da questão anteriormente comentados. Utilizou-se os seguintes descritores, todos em caixa alta e entre aspas: Formação de professores que ensinam Matemática, Campo Conceitual *or* Campo Conceitual

Multiplicativo e Estruturas Multiplicativas – o que permitiu localizar treze pesquisas, das quais foram selecionadas duas: a dissertação de Beyer (2018) intitulada Campo Conceitual Multiplicativo: um mapeamento das pesquisas produzidas no Brasil entre os anos de 1997 e 2016; e a tese de Alencar (2016) intitulada Formação de Professores sobre o campo conceitual multiplicativo.

Para contemplar também as teses e dissertações que tinham como tema a Teoria das Situações Didáticas, fizemos outra busca, desta vez com os descritores: Formação de professores que ensinam Matemática e Teoria das Situações Didáticas, que permitiu acesso a vinte e duas pesquisas, das quais foram selecionadas duas: a de Mastroianni (2014) sobre Resolução de problemas nas aulas de Matemática: um estudo junto aos professores dos anos iniciais; e, a de Silva (2015) que tem como título A prática docente e sua influência na construção de conceitos geométricos: um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da Simetria Ortogonal. Apesar de ter como objeto matemático a simetria ortogonal, ela foi escolhida porque a autora utilizou como referencial teórico a TSD.

Além da consulta à BDTD, optou-se por uma busca nas pesquisas do PPGE-UECE que ainda não estavam contempladas no site da BDTD. Buscou-se pesquisas sobre a formação de professores que envolvessem o campo conceitual multiplicativo. Selecionou-se cinco pesquisas: Reges, (2006), Castro (2016), Oliveira (2017), Silva (2018) e Batista (2019).

No intuito de verificar quais desses estudos seriam úteis para nortear esta pesquisa, inicialmente, optou-se por conhecer os títulos, resumos e palavras-chave, observando se a investigação era direcionada ao trabalho com professores, sendo excluídos aqueles que investigaram conhecimentos e/ou estratégias de resolução por alunos, em qualquer nível. Também foram excluídos os que investigaram cursos em outras áreas que não a de Educação, Educação Matemática ou Matemática, visto que a TSD foi tema em áreas como as Engenharias, Física, Ciência da Computação e as Tecnologias Digitais.

Em síntese, a revisão de literatura apontou teses e dissertações que tratam de formação de professores que ensinam Matemática, alguns articulados com o campo multiplicativo e outros articulados à TSD, conforme o Quadro 1:

Quadro 1 – Pesquisas selecionadas no processo de revisão de literatura

AUTOR	TÍTULO	TIPO/IES	DEFESA/ FONTE
BEYER, Fernanda Leite Lopes	Campo Conceitual Multiplicativo: um mapeamento das pesquisas produzidas no Brasil entre os anos de 1997 e 2016	Dissertação PUC-SP	2018 BDTD
ALENCAR, Edvonete Souza de	Formação de Professores sobre o campo conceitual multiplicativo: referenciais teóricos em pesquisas	Tese PUC-SP	2016 BDTD
SILVA, Cleusiane Vieira	A prática docente e sua influência na construção de conceitos geométricos: um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da Simetria Ortogonal.	Tese PUC-SP	2015 BDTD
MASTROIANNI, Maria Tereza Ruz	Resolução de problemas nas aulas de Matemática: um estudo junto aos professores dos anos iniciais	Dissertação	2014 BDTD
BATISTA, Paulo César da Silva	Contribuições da Teoria das Situações Didáticas para ressignificação da prática de professores que ensinam Matemática	Dissertação UECE – CE	2019 PPGE/UECE
SILVA, Silvana Holanda da	Reflexões com professoras acerca da Teoria dos Campos Conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em Matemática	Tese UECE – CE	2018 PPGE/UECE
OLIVEIRA, Rayssa Melo de	Permanência de elementos da formação continuada acerca da Teoria dos Campos Conceituais na prática de professora que ensina Matemática	Dissertação UECE - CE	2017 PPGE/UECE
CASTRO, Eliziane Rocha	Competências conceituais e didáticas de professoras do 5º ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de isomorfismo de medidas	Dissertação UECE - CE	2016 PPGE/UECE

Fonte: Elaborado pela autora.

Após a seleção das investigações, passou-se à apresentação e discussão a respeito dos contextos de pesquisa e seus resultados.

Beyer (2018) fez um levantamento que objetivou mapear as contribuições, enfoques e tendências das pesquisas em Educação Matemática elaboradas entre 1997 e 2016 no Brasil que analisaram os processos de ensino e de aprendizagem de estruturas multiplicativas a partir das concepções de Campo Conceitual e de Campo Multiplicativo propostas por Vergnaud. Analisou seis teses e vinte e seis dissertações, distinguindo-as em três eixos de análise: Aluno (processo de aprendizagem), Professor (Saberes docentes em formação inicial ou continuada) e Material (Documentos oficiais e/ou materiais didáticos) buscando evidenciar possíveis lacunas e tendências acerca do uso da TCC ao focar as estruturas multiplicativas.

A metodologia utilizada na investigação de Beyer foi um mapeamento de pesquisas sobre o Campo Multiplicativo e os procedimentos metodológicos

foram os estudos histórico-bibliográficos ou documentais, tendo sido feitos os fichamentos e resenhas de todas as pesquisas.

Os resultados do mapeamento apontam que existe uma crença de continuidade entre o campo aditivo e campo multiplicativo presentes tanto nas concepções de ensino de professores como nos conceitos equivocados presentes nos alunos. Os documentos oficiais (Guias, Parâmetros Curriculares Nacionais) e os materiais didáticos sugerem o ensino dos conceitos referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo, porém não apresentam suporte suficiente para a construção de conhecimentos por parte dos estudantes.

A pesquisa de Beyer (2018) trouxe muitas contribuições para a presente investigação, conforme apresenta-se a seguir:

- a) Com relação à identificação de obstáculos epistemológicos e didáticos:
 1. Compreensão da estrutura multiplicativa como continuidade da estrutura aditiva;
 2. Compreensão da multiplicação como adições repetidas e da divisão como subtrações sucessivas;
 3. Entendimento de que a multiplicação sempre aumenta e a divisão sempre diminui.
- b) Com relação ao ensino habitual e aos seus efeitos:
 1. Professores concebem a multiplicação como adição de parcelas iguais e não compreendem a ruptura necessária entre o campo aditivo e o campo multiplicativo;
 2. O tempo de experiência profissional em sala de aula não é indicador de aprofundamento em conhecimentos matemáticos;
 3. Os anos de escolaridade básica influenciam mais a prática docente do que a formação inicial devido aos modelos de ensino que tiveram;
 4. Os documentos curriculares oficiais e outros materiais didáticos não contribuem para a construção do campo multiplicativo;
 5. Todos esses elementos influenciam para que os estudantes não avancem na expansão do campo multiplicativo.
- c) Com relação à novas perspectivas de pesquisas:
 1. Não foi identificada nenhuma tese tratando do campo multiplicativo em materiais didáticos e documentos curriculares oficiais. Beyer

(2018) considera que seria importante além das dissertações, haver teses com esse foco devido à importância que os professores dão aos referidos materiais, como se fosse uma formação continuada;

2. Todas as pesquisas analisadas por Beyer (2018) relativas aos professores foram realizadas com egressos de cursos de Pedagogia e/ou Magistério, ao que ela sugere que sejam feitas também com os licenciados em Matemática e ensinem no Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano.

Alencar (2016) realizou uma revisão do tipo metassíntese qualitativa que buscou investigar os referenciais teóricos que sustentam pesquisas brasileiras publicadas entre 1997 e 2015, a respeito da formação contínua de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre o campo conceitual multiplicativo. Foram selecionadas nove pesquisas, sendo que dentre os referenciais teóricos destacaram-se os estudos de Shulman e Vergnaud. Para cada um deles, tratou de identificar as semelhanças, diferenças e complementariedade.

Em se tratando do referencial teórico de Shulman, as nove pesquisas enfatizaram apenas três das categorias do conhecimento propostas por Shulman: conhecimento do conteúdo, conhecimento pedagógico geral e conhecimento curricular, deixando de discutir sobre os outros tipos de conhecimento apresentados pelo teórico, tais como: conhecimento pedagógico do conteúdo, conhecimento dos alunos, conhecimento dos contextos educacionais e conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação.

As pesquisas que utilizaram o referencial teórico de Vergnaud assemelharam-se em relação às abordagens sobre a TCC e o que caracteriza a teoria. A maioria das pesquisas tratou mais da TCC do que mesmo do campo conceitual multiplicativo. Alencar (2016) destacou que somente três pesquisas aprofundaram as explicações sobre o campo multiplicativo e uma pesquisa complementou os estudos de Vergnaud ao explicar os cálculos relacional e numérico nesse campo conceitual, pois o autor mostrou como ocorre esse tipo de relação do campo aditivo.

A metassíntese qualitativa realizada por Alencar (2012) alertou para a importância dos referenciais teóricos em qualquer investigação, além de apresentar um leque de pesquisas relacionadas ao tema em questão e mostrou a

necessidade de mais pesquisas relacionadas à formação contínua de professores tendo como objeto matemático o campo conceitual multiplicativo.

Silva (2015) desenvolveu a tese *A Prática Docente e sua Influência na Construção de Conceitos Geométricos: um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da Simetria Ortogonal*, que tem como foco a formação continuada de professores. Trata-se de um experimento, realizado com docentes e alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, que buscou responder à pergunta: “Como um ambiente de ação e reflexão, constituído nos horários destinados às Atividades Complementares, pode influenciar os saberes docentes de professores de Matemática do Ensino Fundamental II sobre a simetria ortogonal?” (SILVA, 2015, p. 35).

Para investigar essa questão, a autora construiu uma sequência didática sobre a simetria ortogonal, visando que a ação dos professores ao analisá-la e propor alterações para posteriormente aplicá-la, já revisada, aos alunos para análise das respostas deles pelos professores. O objetivo foi provocar reflexões sobre o ensino e a aprendizagem do referido conteúdo, de modo que lhe desse condições de avaliar como esse movimento interferiria nos saberes docentes.

A metodologia de pesquisa – Engenharia Didática – foi justificada por Silva (2015) por considerá-la adequada para um estudo que envolve processos de ensino e de aprendizagem. A autora ressaltou o fato de essa metodologia possibilitar, a partir do confronto das análises *a priori* e *a posteriori*, a confirmação ou refutação das hipóteses. A pesquisa tomou por base, ainda, os estudos de Schön, através do qual se objetivou a criação de um ambiente de ação e reflexão que propiciasse aos professores o repensar da própria prática.

Os sujeitos investigados na referida pesquisa foram os professores de Matemática do Ensino Fundamental II e os respectivos alunos, de uma escola da rede estadual da Bahia. Para a coleta de dados foram utilizados os seguintes instrumentos: questionários, entrevistas, fichas de observação e gravações de áudio.

Utilizou-se como referencial teórico o quadro dos Paradigmas Geométricos de Parzysz associado à Teoria das Situações Didáticas. Quanto à Teoria das Situações Didáticas de Brousseau, seu uso foi justificado pelo fato

dessa teoria buscar compreender “a influência das variáveis didáticas escolhidas nos procedimentos e respostas de professores de Matemática do Ensino Fundamental II e de seus alunos” (SILVA, 2015, p. 36-37). Utilizou-se também dos estudos de Margolinas para compreender as várias fases do trabalho docente, seguindo o modelo de níveis de atividade do professor.

A autora considera que o foco de sua pesquisa é a formação continuada de professores, porém, ao justificar a especificidade do seu estudo em relação aos consultados na revisão de literatura, explicou que ele se diferenciava pelo fato de os outros estudos que tratavam da formação continuada, se limitaram a observar qual a influência do processo de formação sobre os conhecimentos tanto matemáticos como didáticos dos professores. Enquanto sua pesquisa buscou

Investigar como um processo de intervenção, que envolve ações e reflexões junto a professores do Ensino Fundamental II, pode influenciar na construção de conceitos geométricos, mais especificamente, de conhecimentos/saberes relacionados com a simetria ortogonal, por parte de seus alunos, cujo foco seja um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da simetria ortogonal. (SILVA, 2015, p. 78)

Na investigação de Silva (2015) interessa saber os resultados relacionados aos professores. A autora concluiu que um ambiente de ação e reflexão, constituído na escola, influencia os saberes docentes de professores de Matemática, embora sua influência seja limitada. A proposta inicial do estudo de Silva (2015) era a de que, numa segunda investigação, os professores construíssem, analisassem e aplicassem uma sequência didática sobre a simetria ortogonal aos seus alunos, o que ficou como proposta para novos estudos.

A pesquisa de Silva (2015) trouxe contribuições para esta investigação por tratar da metodologia da Engenharia Didática, esclarecendo cada uma de suas etapas. Porém, considera-se que quanto ao uso da Teoria das Situações Didáticas, poderia se enfatizar o desenvolvimento de suas fases, no sentido de mostrar em que momento estavam se desenvolvendo as fases de devolução e institucionalização (coordenadas pelo professor) e de ação, formulação ou validação (desenvolvidas pelos alunos). Foi neste ponto, que se sentiu a necessidade de se estudar a TSD, para demonstrar de que forma ela pode ser percebida no processo formativo.

Mastroianni (2014) investigou especificamente seis professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de uma escola da rede privada de São Paulo, tratando da influência das concepções dos professores sobre resolução de problemas nas suas práticas docentes. O objetivo de sua investigação era compreender de que maneira as concepções sobre Resolução de Problemas exercem influência na prática das professoras.

Sua pesquisa foi fundamentada na Teoria das Situações Didáticas e no conceito de contrato didático, de Brousseau. A investigação, de abordagem qualitativa, utilizou dois instrumentos de coleta de dados: um questionário, com seis questões abertas, e observações de aulas buscando confrontar o discurso e a prática dos professores.

Na análise dos resultados, Mastroianni (2014) fez articulação entre os dados que iam se apresentando com o referencial teórico estudado. A autora apontou a falta de devolução na atuação das professoras, ao observar suas aulas; a percepção de que as professoras não valorizavam as interações dos alunos entre si, nos momentos em que estavam desenvolvendo a atividade proposta; e não identificou a fase de institucionalização, além disso, houve casos em que a professora determinava a resposta correta.

Mastroianni (2014) relacionava cada observação com os fundamentos da teoria selecionada como referencial teórico. Esse é um aspecto muitas vezes ausente nas pesquisas que apresentam um referencial teórico, mas que não fazem as correspondências na análise dos dados.

Os resultados indicaram que os professores compreendem a importância de serem problematizadores, bem como valorizam a forma de pensar dos alunos, mas ainda têm dificuldade em organizar um *milieu* antagonista, capaz de provocar desequilíbrios e buscas no conhecimento a ser construído através de um processo investigativo realizado pelos alunos.

A pesquisa de Mastroianni (2014) apontou a necessidade de uma formação de professores permanente, tendo em vista que, mesmo que os professores compreendam alguns dos fundamentos das teorias que se lhe apresentam, é fundamental um tempo de amadurecimento para que se ressignifiquem as práticas pedagógicas. Isso também foi constatado através da pesquisa de Batista (2019) que se apresenta a seguir.

A dissertação de Batista (2019) analisou as contribuições de um processo formativo docente, com base na Teoria das Situações Didáticas para a ressignificação da prática de professores que ensinam Matemática sobre o ensino do campo conceitual multiplicativo. A pesquisa foi realizada em duas etapas consecutivas: na primeira parte da pesquisa foi analisado o processo formativo vivido por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Fortaleza-CE, coordenado por formadores da Universidade Estadual do Ceará (UECE), composto de dez encontros presenciais; e, a segunda parte da pesquisa foi desenvolvida de forma colaborativa com uma das professoras que havia participado do curso de formação, objetivando analisar as contribuições para a sua prática de sala de aula com alunos do 4º ano e contou com três encontros entre pesquisador e professora.

Adotou-se o paradigma interpretativo de pesquisa, com abordagem qualitativa. Optou-se pela ação-pesquisa, utilizando-se como técnica sessões reflexivas num processo cíclico que envolveu planejamento – ação – reflexão – replanejamento.

Como resultados da investigação de Batista (2019) foram apontados:

1. O processo formativo, vivido durante oito meses, proporcionou aproximação entre a prática das professoras e os elementos teóricos da TSD, porém, percebeu-se a permanência de dificuldades em compreender o protagonismo do professor e alunos durante as fases de Devolução, Situação Adidática e Institucionalização;
2. As sessões reflexivas apontaram avanços na prática de socialização das estratégias dos grupos de alunos e no ensino do campo multiplicativo, em contrapartida, percebeu-se a interferência da professora em relação à resolução das atividades propostas, quando os alunos deveriam interagir entre si. Além disso, evidenciou-se a dificuldade da professora na fase de institucionalização, quando deveriam ser realizadas relações entre os conhecimentos gerados pelos alunos e o saber científico.

As conclusões de Batista (2019) revelaram que os encontros formativos com base na TSD proporcionaram às professoras revisitar a prática de ensino de Matemática, embora ainda sejam necessários outros espaços de discussão a respeito da referida teoria, a partir do que as professoras efetivamente fazem em suas salas de aula. Concluiu ainda que a prática colaborativa de pesquisa entre a

Educação Básica e a universidade trouxe ganhos para ambas as instituições.

Silva (2018), em sua tese, objetivou “analisar as possíveis contribuições que um processo formativo, com viés reflexivo, ancorado no campo conceitual multiplicativo, agrega à compreensão docente sobre os procedimentos usados por estudantes na elaboração conceitual desse campo.” (SILVA, 2018, p. 25).

Através da pesquisa-ação foi realizada uma formação com professores do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal de Fortaleza acerca das estruturas multiplicativa. Os instrumentos de recolha dos dados foram a observação participante, o diário de itinerância, as filmagens dos encontros formativos, questionários e uma entrevista reflexiva. Foram selecionados quatro professores que haviam participado da formação.

Os resultados revelaram que o processo formativo realizado através da ação-reflexão possibilitou avanços no que se refere à TCC, dentre eles: a compreensão da importância de uma diversidade de situações presentes no campo multiplicativo; mudanças de percepção dos professores sobre o ensino de multiplicação e divisão; além do esforço dos docentes em compreender os significados presentes nas estratégias dos alunos como fonte de informações sobre os raciocínios utilizados pelos alunos. Além disso, considera-se que as professoras reconheceram em suas práticas a presença ou ausência de elementos da TCC; romperam com a ideia de ensinar os conteúdos de forma linear; deixaram de considerar somente se a resposta estava ou não correta e passaram a analisar o processo cognitivo presente nas estratégias representadas pelos alunos.

Em contrapartida, também foi percebido que foram propostas para os alunos as situações consideradas mais simples; lacunas conceituais sobre os fundamentos da TCC; e, o protagonismo docente sobrepondo-se sobre os momentos de aprendizagem dos alunos.

Silva (2018) concluiu que os processos de formação de professores efetivam-se quando são realizados através de reflexões sobre suas ações de modo que haja aceitação de novas ideias que possam ser incorporadas às suas práticas. A convergência entre a tese de Silva (2018) e esta se dá pela identificação da temática da formação de professores com o uso do referencial teórico da TCC.

A dissertação de Oliveira (2017) teve como objetivo investigar a permanência de elementos da formação do Projeto Obeduc/E-Mult em práticas de ensino de conteúdos de estruturas multiplicativas de uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se de uma pesquisa qualitativa que utilizou para a coleta de dados: a observação participante, o diário de bordo, a análise documental e as sessões reflexivas.

A autora havia participado do processo formativo na condição de grupo formador e retornou à escola para perceber as repercussões da formação desenvolvida de forma colaborativa com os docentes. De acordo com Oliveira (2017), esse retorno a fez perceber que houve grandes contribuições para a formação da professora e para mudanças na sua prática de ensino, porém, também foram reveladas algumas lacunas conceituais e metodológicas. Isso indicou para a autora a necessidade de que essa formação fosse contínua, que os professores tivessem a oportunidade de continuar estudando para fazer avançar a educação.

As conclusões de Oliveira (2017) apontaram avanços teóricos e práticos no que se refere ao campo multiplicativo, destacando-se a compreensão da importância de uma variedade de situações-problema para ampliação do campo conceitual pelo estudante. No entanto, verificou-se também lacunas teóricas, evidenciadas pela prioridade de situações de proporções simples e pela ausência de abordagens de diferentes estratégias que explorasse as relações multiplicativas e, metodológicas, no sentido de se priorizar o trabalho individual do aluno, impossibilitando-o de trocar ideias com seus pares.

A pesquisa de Oliveira (2017) evidenciou que os processos de formação podem oportunizar novas leituras, aproximação com teorias antes desconhecidas, reflexões sobre como se aprende e como se ensina, porém, ressignificar a prática exige maior tempo de tomada de consciência sobre o que se faz, porquê e para que se desenvolver tais práticas.

Castro (2016) investigou as competências conceituais e didáticas de professores do 5º ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de isomorfismo de medidas, utilizando como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais. O isomorfismo de medidas contempla operações de multiplicação, divisão partitiva e divisão quocitiva.

A autora desenvolveu uma pesquisa de natureza qualitativa utilizando como método o estudo de caso. Os sujeitos foram dois professores de uma escola pública municipal de São Luís-MA. Utilizou-se como instrumento de coleta de dados os documentos: plano de unidade didática dos professores, cadernos dos alunos e atividade avaliativa. Também foi feita a observação participante de aulas previamente planejadas pelos professores e sessões reflexivas após as aulas.

Os resultados evidenciaram que as situações-problema propostas aos alunos foram elaboradas de forma que continham todos os dados necessários à sua resolução. Observou-se que as situações envolveram predominantemente a multiplicação, como também, percebeu-se a carência de situações que envolvesse a divisão quotitiva. Outro aspecto considerado pela autora foram os valores numéricos compostos apenas com um ou dois algarismos, contribuindo para o adiamento do uso de números com mais ordens e classes. Além disso, os alunos utilizavam para a resolução de problemas o algoritmo convencional ensinado pelos professores, pois as operações foram abordadas por definições, regras e exercícios repetitivos o que leva os alunos a desenvolverem a habilidade de aplicar algoritmos, mas não o conduzem à compreensão dos conceitos matemáticos.

As sessões reflexivas possibilitaram aos professores o levantamento de questões em busca da compreensão da teoria em foco, o que proporcionou uma postura crítica e reflexiva sobre a sua prática. Concluiu-se que os professores ampliaram suas competências conceituais e didáticas no que se refere à classificação das situações-problemas, à ampliação do trabalho com as operações aritméticas, utilizando outras estratégias de resolução como o esquema do isomorfismo de medidas.

Assim, como contribuições das pesquisas citadas, podemos apontar elementos que influenciaram na definição do objeto de estudo desta investigação. Com a pretensão de desenvolver uma pesquisa de campo, tendo como foco a formação do professor que ensina matemática, foi necessário selecionar o objeto matemático. No caso, escolheu-se o campo conceitual multiplicativo, que é estudado durante toda a Educação Básica e utilizado por toda a vida, sendo aprofundado de acordo com o nível dos alunos. A outra opção seria com relação à forma como o professor atua na sala de aula. A partir da revisão da literatura e de

estudos realizados em outros contextos, já citados na Seção I, definiu-se pela Teoria das Situações Didáticas. E, como metodologia de pesquisa, o estudo de Silva (2015) sugerido por ocasião do Exame de Qualificação, provocou curiosidade em conhecer a Engenharia Didática.

Convém ressaltar que, conforme André (2011), ao desenvolver uma pesquisa sobre o trabalho docente ou sobre a formação de professores, muitos fatores, além do papel desempenhado pelo professor na educação escolar, devem ser levados em consideração, tais como: condições de trabalho, clima institucional, atuação dos gestores, formas de organização da atividade docente, recursos materiais e humanos, participação dos pais e políticas educacionais. Enfim, o professor não pode ser o único responsável pela aprendizagem do aluno.

A seguir, passa-se a discutir sobre os referenciais teóricos desta pesquisa: a Teoria dos Campos Conceituais, com ênfase no Campo Conceitual Multiplicativo e a Teoria das Situações Didáticas.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

“A multiplicação, a mais simples coloca, de fato, em jogo um cálculo relacional que envolve quatro quantidades e vários tipos de operações.” (Vergnaud, 2009)

Na primeira fase da Engenharia Didática - a das análises prévias - também se inclui o quadro teórico didático geral, que está explicitado nesta seção. No caso, as teorias que embasam esta investigação são a Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud 1996, 2000, 2009), através da qual se discute o campo conceitual multiplicativo, que é o objeto matemático selecionado, e a Teoria das Situações Didáticas (Brousseau 1996, 2001, 2008), cujos fundamentos norteiam o trabalho docente ao estabelecer relações entre o sistema educativo (professor), o aluno, o saber e o *milieu*. Assim sendo, esta seção compreende as duas partes do quadro teórico.

3.1 Teoria dos Campos Conceituais

O objeto matemático escolhido para esta investigação foi o campo conceitual multiplicativo. A escolha se deu por reconhecer esse conteúdo de ensino como um dos que permeiam toda a Educação Básica. Diante da impossibilidade de se trabalhar com todos os conceitos da Matemática, mesmo considerando as reduções do currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, fez-se opção pelo campo multiplicativo, visto que ele é priorizado no final dessa etapa.

Outro fator que justifica a opção foi a intenção de dar continuidade à pesquisa desenvolvida por ocasião do mestrado, com a Teoria dos Campos Conceituais, naquela oportunidade com o campo aditivo. Trata-se de uma teoria cognitivista desenvolvida pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud que, mesmo tendo sido criada para explicar o processo de conceitualização de vários campos: aditivo, multiplicativo, numeralização e álgebra; não é uma teoria específica da matemática, podendo ser utilizada para estudos e pesquisas em outras áreas. A TCC se propõe a “compreender os problemas de desenvolvimento específicos no interior de um mesmo campo de conhecimento” (VERGNAUD, 1996, p. 11).

Para Vergnaud (2000, p. 8), o conceito é formado por uma tríade de conjuntos (S, I, R), onde: S – refere-se ao conjunto das situações que dão sentido ao conceito (referência); I – corresponde ao conjunto dos invariantes – propriedades do conceito que podem ser reconhecidas e usadas pelo sujeito para analisar e dominar essas situações (significado); e R – é o conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para representar os conceitos e, portanto, representar as situações e os procedimentos usados para lidar com eles (significante).

Considerando o primeiro dos três elementos da tríade – as situações, o autor assim se refere:

Consideremos, antes de mais, um campo conceitual como um conjunto de situações. A primeira vantagem desta abordagem pelas situações é permitir gerar uma classificação que assenta na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos que podem ser postos em jogo em cada uma delas. (VERGNAUD, 1996, p. 167)

E acrescenta que o conceito de situação aqui tem o sentido de tarefa, sendo que “qualquer situação complexa pode ser analisada por uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer”. (VERGNAUD, 1996, p. 167). Essa complexidade não se refere a aspectos do enunciado, ou do tratamento da informação, nem ao número de elementos que está em jogo, embora esses aspectos diferenciem os níveis de dificuldade das situações, porém, a TCC privilegia modelos de complexidade que atribuem um papel essencial aos próprios conceitos matemáticos.

Considerando que a primeira entrada de um campo conceitual (explicado um pouco mais adiante) é a das situações, a segunda entrada pode ser identificada como a dos conceitos e dos teoremas. Se tomarmos como exemplo o campo conceitual aditivo, pode-se afirmar que ele

“É, ao mesmo tempo, o conjunto das situações cujo tratamento implicam uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações como tarefas matemáticas. São assim constitutivos das estruturas aditivas os conceitos de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (...), de relação de comparação quantificada (...), de composição binária de medidas (...), de composição de transformações e de relações...” (VERGNAUD, 1996, p. 168).

Mas esses conceitos não surgem sozinhos, pois existem os teoremas verdadeiros que lhes atribuem a sua função no tratamento das situações, como no exemplo: $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$, desde que $A \cap B = \emptyset$.

O terceiro componente do campo conceitual são as representações simbólicas, que pode ser a linguagem natural, os símbolos, os diagramas. Sendo assim, o processo de elaboração do conhecimento por parte dos sujeitos se apresenta de diferentes formas. Vergnaud afirma que pode ser explícito, através de esquemas, diagramas, na forma verbal, em linguagem matemática formal; ou, pode ser implícito, quando o indivíduo resolve a situação através de sua ação, chegando, inclusive aos resultados esperados, porém, sem conseguir explicar o que fez, ou seja, não sabe justificar o que o levou à solução do problema.

Conforme os princípios da TCC, para se construir um conceito é preciso interagir com variadas situações, que podem ser problemas, atividades, jogos, dentre outros, e deve-se considerar que em uma situação há vários conceitos envolvidos. Assim sendo, para que os conceitos tenham significado para os alunos, se defende a formação de um “campo composto por diversos conceitos, suas representações e situações que se articulam”. (Gitirana *et al.*, 2014, p. 10).

Dessa forma, um conceito não pode se resumir à sua definição, pois “é através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança” Vergnaud (2000, p. 2). Assim, ele defende que existem fatores que influenciam na formação e no desenvolvimento de conceitos e que sua construção ocorre a partir de variadas situações-problema.

Magina *et al.* (2001) considera que os conceitos matemáticos

Traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, e cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de apenas um conceito. Em outras palavras, nem um só conceito nem uma situação isolada dá conta do processo de aquisição de um conhecimento. (MAGINA *et al.*, 2001, p. 9)

De acordo com a TCC não se aprende um conceito de cada vez, isoladamente, mas numa rede de conceitos, sendo fundamental considerar o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos sempre dentro de uma estrutura que Vergnaud denominou de campo conceitual.

Campo conceitual “é um conjunto informal e heterogêneo de problemas,

situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente entrelaçados durante o processo de aquisição” (VERGNAUD, 1982, p. 40). Passa-se a discutir sobre o campo conceitual multiplicativo.

3.1.1 Campo Conceitual Multiplicativo

O campo conceitual multiplicativo representa o conjunto das situações em que estão implicadas uma multiplicação, uma divisão ou a combinação dessas duas operações. Esse campo conceitual se constitui também de outros conceitos como proporção, razão, fração, função, dentre outros. Vergnaud (2009) classifica os problemas de tipo multiplicativos em duas grandes categorias de relações:

- **Isomorfismo de medidas** – “A primeira grande forma de relação multiplicativa é uma relação quaternária entre quatro quantidades: duas medidas de certo tipo e as duas outras medidas, de outro tipo.” (VERGNAUD, 2009, p. 239); e,
- **Produto de medidas** – “Essa forma de relação consiste em uma relação ternária entre três quantidades, das quais uma é o produto das duas outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional.” (VERGNAUD, 2009, p. 253).

A partir dessas duas categorias, numerosas classes de problemas podem ser identificadas: “segundo forma da relação multiplicativa, segundo o caráter discreto ou contínuo das quantidades em jogo, segundo as propriedades dos números utilizados etc.” (VERGNAUD, 2009, p. 260).

Com base nesses elementos expostos por Vergnaud, pesquisadores brasileiros aprofundaram a classificação proposta pelo criador da teoria e propuseram um esquema de classificação das situações do campo conceitual multiplicativo ou estruturas multiplicativas, conforme pode ser verificado na Figura 2, a seguir. Essa foi a classificação trabalhada nesta tese.

Figura 2 – Situações Componentes do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Santos (2015, p. 105)

Cabe aqui uma exemplificação dessas duas grandes categorias: as relações quaternárias e as relações ternárias, que serão apresentadas a seguir, em forma de situações-problema, seguidas de modelos de diagramas propostos por Vergnaud (2009) e comentadas, conforme o nível de dificuldade apresentado, as grandezas envolvidas e o tipo de operação que é requerido para a resolução do problema.

3.1.1.1 Relações Quaternárias

Segundo Vergnaud (2009), a mais importante categoria de problemas multiplicativos e que é geradora da grande maioria deles e também utilizada para introduzir a multiplicação na Educação Básica, é uma relação quaternária e não uma relação ternária. Dessa forma, a escrita habitual dela não é representada adequadamente: $a \times b = c$.

As relações quaternárias envolvem quatro quantidades: duas quantidades são medidas de um certo tipo e as outras duas quantidades, são medidas de outro tipo. Vergnaud (2009) denomina esse tipo de relação como isomorfismo de medidas, mas nesta pesquisa, será classificada conforme a Figura

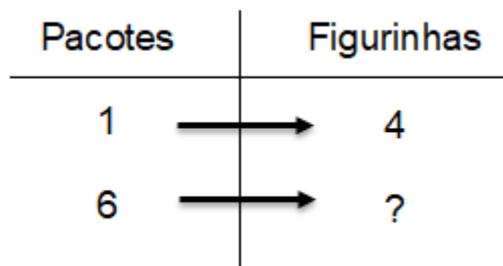
2, já apresentada e se denomina de proporção. As relações quaternárias envolvem, além das proporções simples, também a proporção dupla e a proporção múltipla.

Nestes primeiros exemplos, apresenta-se quatro casos de proporções simples, mas cada um diferente do outro, com especificidades que serão explicitadas. Conforme se poderá observar, a posição da incógnita é determinante do tipo de operação a ser realizada para a resolução do problema.

3.1.1.1.1 Relações Quaternárias - Eixo Proporção Simples

1. Paulo tem 6 pacotes de figurinhas. Há 4 figurinhas em cada pacote. Quantas figurinhas Paulo tem?

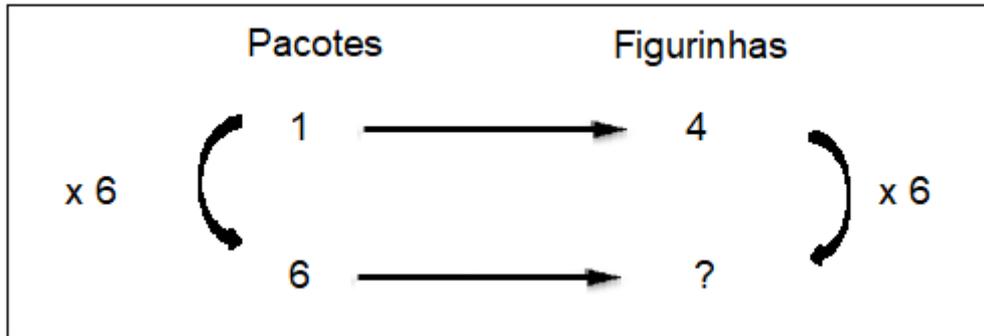
Figura 3 – Diagrama representando Proporção Simples – Um para muitos



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Neste problema, a quantidade que se relaciona com a unidade é dada (o valor da unidade) e o que se deseja saber é o valor correspondente à segunda grandeza da mesma espécie, no caso, a quantidade de figurinhas. Para a sua resolução a operação a ser utilizada é uma multiplicação.

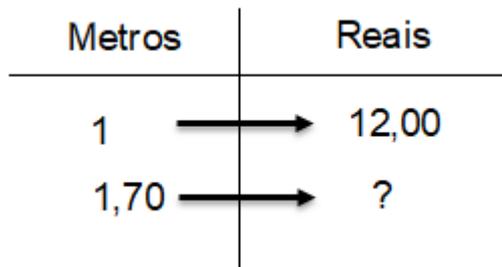
Figura 4 – Representação de resposta – Proporção Simples – Multiplicação



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

2. Adriana vai comprar tecido na loja para fazer um vestido e uma blusa. Cada metro de tecido é vendido por R\$ 12,00. Ela vai precisar de 1,70 metros de tecido. Quanto ela vai gastar?

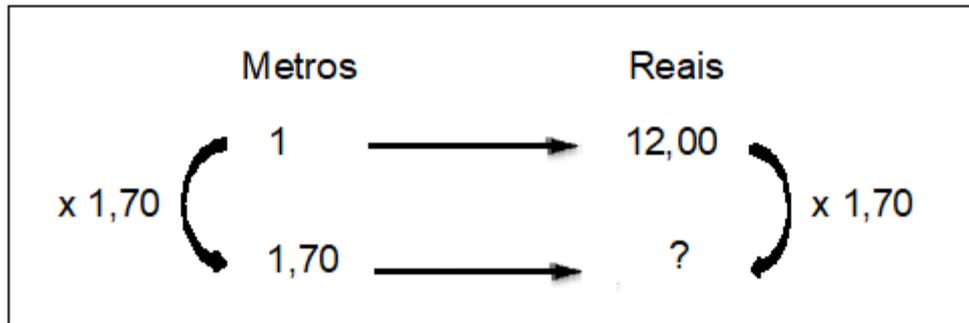
Figura 5 – Diagrama representando Proporção Simples – Um para muitos



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Este problema diferencia-se do Problema 1, somente pelo fato de utilizar números decimais (reais) e grandezas contínuas (metros). Outra dificuldade apresentada é a compreensão de que 1,70 metros equivale a 1 metro e 0,70 metros. Para a sua resolução a operação a ser utilizada é uma multiplicação.

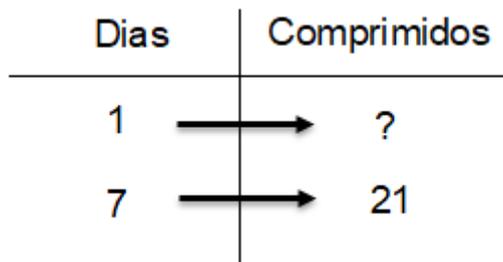
Figura 6 – Representação de resposta – Proporção Simples – Multiplicação



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

3. Ricardo precisava tomar 21 comprimidos em 7 dias. Em cada dia ele tinha que tomar a mesma quantidade de comprimidos. Quantos comprimidos ele deveria tomar por dia?

Figura 7 – Diagrama representando Proporção Simples – Um para muitos

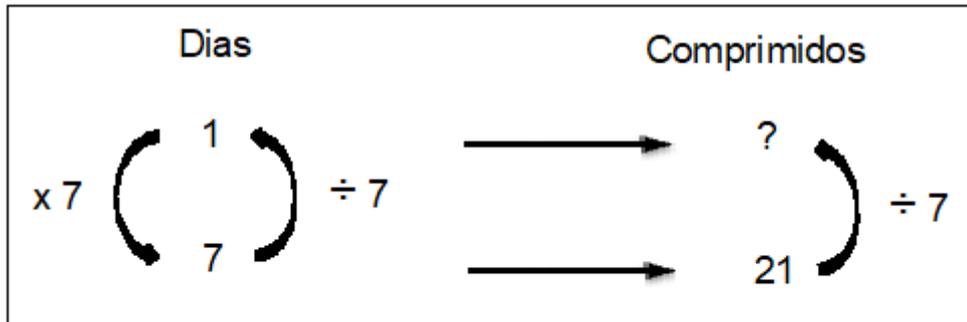


Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Neste caso, é preciso encontrar o valor da unidade, conhecendo-se a correspondência entre duas grandezas de naturezas diferentes (dias e comprimidos). Esse tipo de problema apresenta uma quantidade inicial que deve ser repartida, buscando-se o valor de cada uma das partes. A operação requerida para a resolução deste problema é uma divisão partitiva, porque precisa-se distribuir igualmente os comprimidos pelos dias, de modo que em cada dia, se tome a mesma quantidade de comprimidos. Para passar de 1 dia para 7 dias, usa-se o operador $\times 7$. O inverso também pode ocorrer, passar de 7 dias para um dia utilizando-se o operador $\div 7$. Esse é um operador sem dimensão que apenas

reproduz à direita o que se passa à esquerda. Do mesmo modo, faz-se com a outra grandeza (comprimidos), divide-se 21 por 7 para encontrar X comprimidos.

Figura 8 – Representação de resposta – Proporção Simples – Divisão Partitiva



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

4. Renata tem R\$ 21,00 e deseja comprar quilos de tomates a R\$ 7,00 o quilo. Quantos quilos de tomates ela poderá comprar?

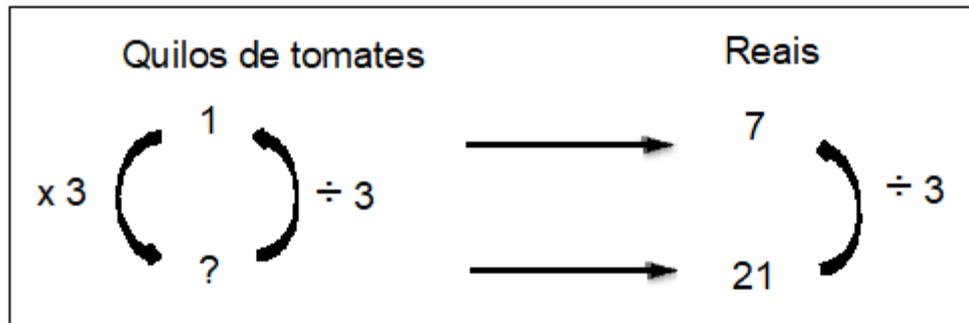
Figura 9 – Diagrama representando Proporção Simples – Um para muitos

Quilo de tomate		Reais
1	→	7,00
?	→	21,00

Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Neste exemplo 4, o valor unitário é dado (7,00) e busca-se o número de unidades da primeira espécie (?) correspondente a uma grandeza dada da outra espécie (21,00). Requer uma operação de divisão quotitiva. A divisão por quotas implica que a quantidade buscada refere-se ao número de partes em que o todo foi repartido e o divisor representa o tamanho das quotas. Neste caso, divide-se o todo (21 reais) pela quantidade de mesma espécie (7 reais) para encontrar um número que ainda não é o número de dias, mas é a razão que possibilita a resposta.

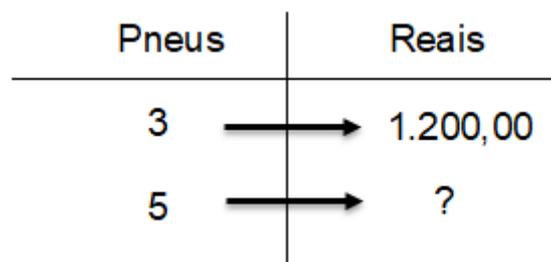
Figura 10 – Representação de resposta – Proporção Simples – Divisão Quotitiva



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

5. André comprou 3 pneus e pagou R\$ 1.200,00 por eles. Se André quisesse comprar mais 5 pneus de mesmo modelo e preço, quanto pagaria pelos 5 pneus?

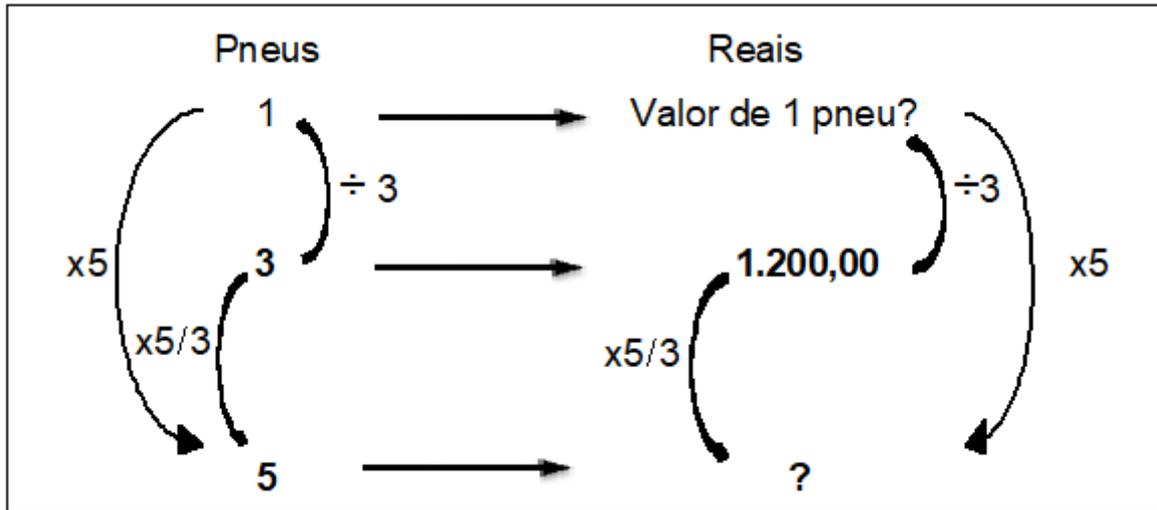
Figura 11 – Diagrama representando Proporção Simples – Muitos para muitos



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Os problemas de quarta proporcional consistem em comparar duas razões equivalentes, com uma organização igual aos problemas anteriores, porém, todas as quantidades tem valor diferente de 1. Uma das formas de se resolver este tipo de problema é encontrar o valor equivalente à unidade. Poderia ser resolvido também utilizando-se a regra de três.

Figura 12 – Representação de resposta – Proporção Simples – Análise vertical (escalar)



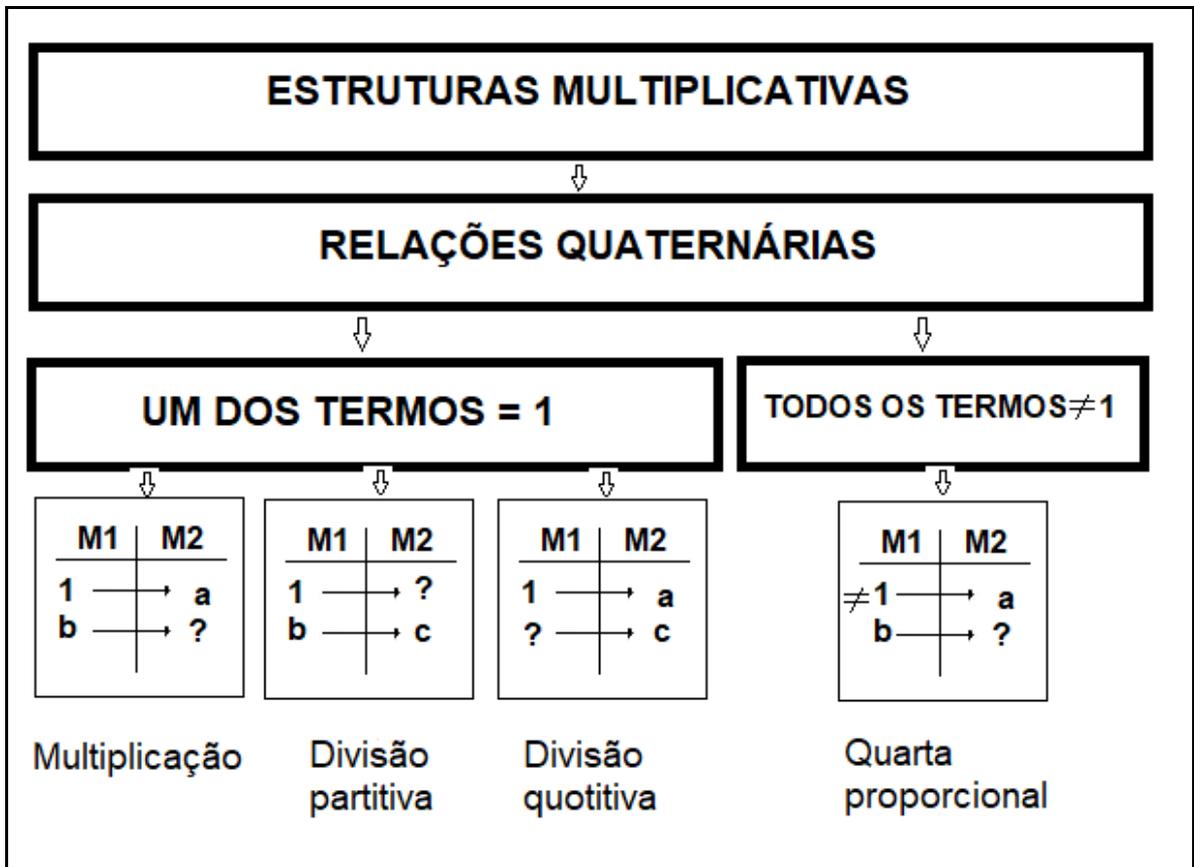
Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Observe-se que, na primeira etapa, da mesma forma que se passa de 3 pneus a 1 pneu (dividindo-se por 3), passa-se do preço de 3 pneus (R\$ 1.200,00) ao preço de 1 pneu (valor unitário). Na segunda etapa, da mesma forma que se passa de 1 pneu a 5 pneus (multiplicando-se por 5), passa-se do preço de 1 pneu (valor unitário) ao preço de 5 pneus (valor desconhecido \rightarrow ?).

Pode-se também usar a aplicação sucessiva dos dois operadores $\times 5$ e $\div 3$, passando-se diretamente de 3 pneus a 5 pneus, multiplicando-se pelo operador fracionário $\times 5/3$.

Em síntese, pode-se representar as relações de proporções simples no esquema apresentado a seguir, em que a posição da incógnita indica o tipo de operação a ser utilizada para a resolução do problema e orienta professores e alunos na condução das estratégias para se atingir o desejado.

Figura 13 – Representação das Relações Quaternárias do Eixo Proporção Simples



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Segundo Vergnaud (2009) tomando-se cada uma dessas classes pode ser subdividida em inúmeras subclasses, a depender do uso de números inteiros pequenos ou grandes; valor unitário decimal ou números decimais; valor unitário inferior a 1 ou números de unidades inferior a 1. Essas especificidades tornam a situação-problema mais simples ou mais complexa. Cabe ao professor ir trabalhando de acordo com o nível dos alunos e ir complexificando os problemas, para que se alcance a compreensão do campo conceitual multiplicativo.

3.1.1.1.2 Relações quaternárias – Eixo Proporção Dupla

Os problemas de proporção dupla envolvem quantidades de três espécies distintas. Nesse caso, as relações são feitas por pares de grandezas, separadamente. Isso significa que não ocorre interdependência entre todas as grandezas.

Exemplo: Igor é pai de 4 crianças. Todos os dias cada uma das crianças come duas maçãs. Quantas maçãs são consumidas durante uma semana?

Figura 14 – Diagrama representando Relação Quaternária de Proporção Dupla



Fonte: Elaborado pela autora.

A relação estabelecida entre as grandezas crianças e dias, independe da relação estabelecida entre dias e maçãs. Desse modo, pode-se perceber que cada relação é constituída por uma proporção simples. A situação como um todo é considerada de dupla proporção (uma proporção simples + uma proporção simples, independente uma da outra).

3.1.1.1.3 Relações Quaternárias - Eixo Proporção Múltipla

Ainda fazendo parte das relações quaternárias, tem-se os casos de proporção múltipla. Diferentemente da proporção dupla, as relações estabelecidas nesses casos são dependentes entre si, de forma que alterando-se uma delas, as outras também serão alteradas.

Exemplo: Na casa de Artur moram 6 pessoas. Todos os dias eles bebem suco no lanche da manhã, no almoço e no lanche da tarde. Cada pessoa bebe, em cada uma dessas refeições 250ml de suco. Se para cada 250ml de suco são utilizadas 2 colheres de açúcar, quantas colheres de açúcar são utilizadas durante 7 dias?

Figura 15 – Diagrama representando Relação Quaternária de Proporção Múltipla

Pessoas (unid.)	Quant. Refeições (unid.)	Quant. Suco (ml)	Quant. Açúcar (colheres)	Dias (unid.)
6	→ 3	→ 250	→ 2	→ 1
6	→ 3	→ 250	→ ?	→ 7

Fonte: Elaborado pela autora

3.1.1.2 Relações Ternárias

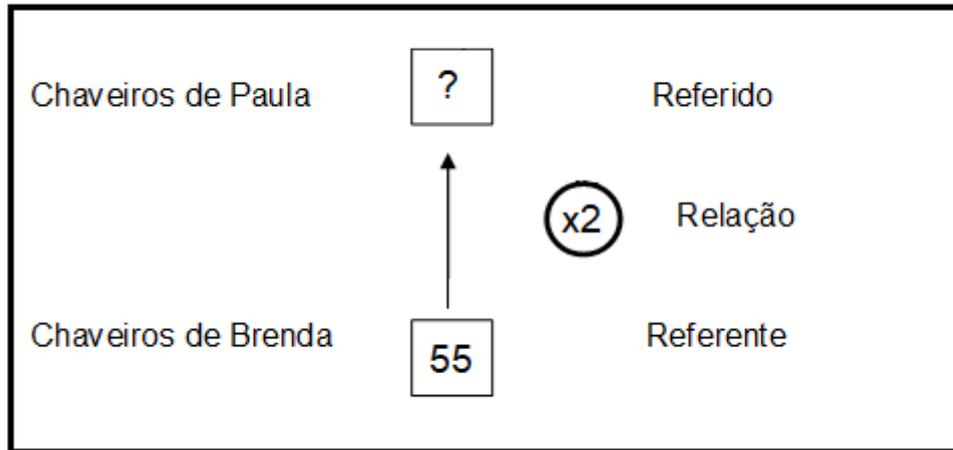
As relações ternárias do campo conceitual multiplicativo compreendem dois eixos: a comparação multiplicativa e o produto de medidas, os quais passa-se a apresentar, a seguir:

3.1.1.2.1 Relações Ternárias – Eixo Comparação Multiplicativa

O eixo de Comparação Multiplicativa, como a classificação já diz, envolve relações entre três quantidades, dentre as quais duas delas se relacionam através de uma comparação, para dar origem à terceira quantidade. Nesse eixo, cada um dos componentes recebe uma denominação: referente, que representa a quantidade base sobre a qual a relação acontece; referido, que representa o resultado da relação e a relação, que é representada pela associação entre o referente e o referido.

Exemplo: Brenda tem em sua coleção 55 chaveiros. Paula tem em sua coleção o dobro da quantidade de chaveiros de Brenda. Quantos chaveiros Paula tem?

Figura 16 – Diagrama - Comparação Multiplicativa com Referido desconhecido



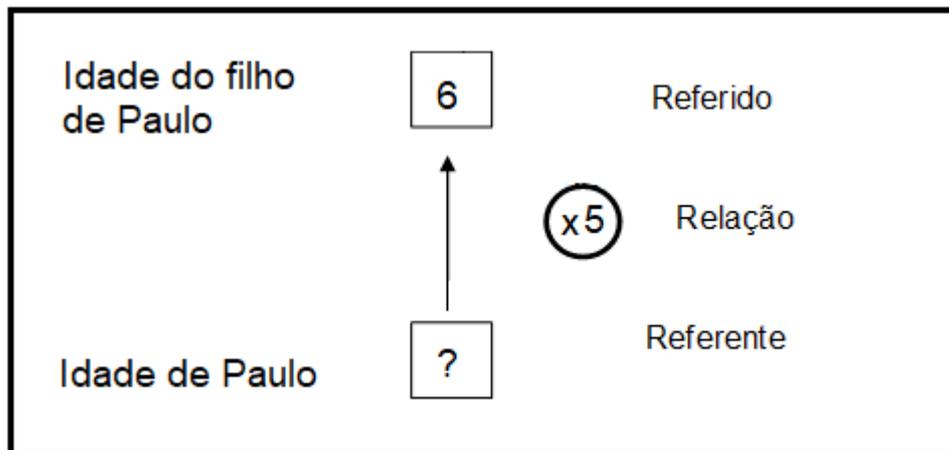
Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Os problemas de comparação multiplicativa podem gerar dificuldades diferentes a partir do que é dado e do que é solicitado na situação. Na Figura 16, foi indicado o referente e a relação, indagando-se pelo referido. No caso, o referente correspondia a 55 e a relação $\times 2$. A resolução desse problema requer uma multiplicação, que gera o referido, que é a solução do problema. Apresenta-se como um problema simples porque utiliza-se um tempo linear: o primeiro acontecimento é a quantidade de chaveiros de Brenda; em seguida vem a relação (multiplicação por 2) e depois, a pergunta do problema.

Exemplificaremos as outras duas formas de comparação multiplicativa que exigem raciocínios mais elaborados.

Exemplo: A idade de Paulo é 5 vezes maior do que a idade do seu filho. O filho de Paulo tem 6 anos. Qual a idade de Paulo?

Figura 17 – Diagrama - Comparação Multiplicativa com Referente desconhecido



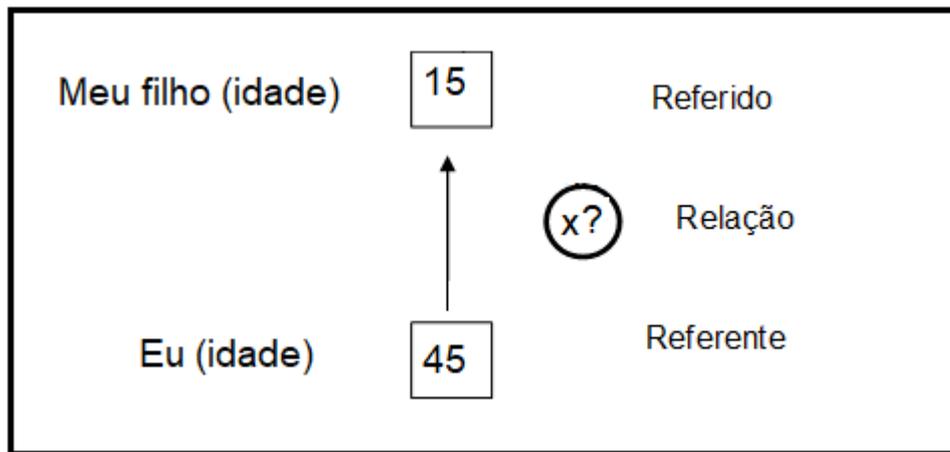
Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

A resolução desse problema também requer uma multiplicação, porém, neste caso o referente não é apresentado, mas tem-se a relação e o valor do referido. Essa situação é mais complexa do que a anterior, porque a primeira parte do problema representa a incógnita, enquanto são apresentados a relação e o referido. Nos primeiros anos de escolarização, os alunos não conseguem resolver esse tipo de problema, conforme Gitirana *et al.* (2014).

A terceira forma de Comparação Multiplicativa é diferente das anteriores porque são dados o referente e o referido e o que se pretende descobrir é a relação que se estabelece entre essas duas quantidades. Cada uma dessas formas representa um esquema diferente, em que nas duas primeiras faz-se uma multiplicação, e a terceira, requer uma divisão. Conseqüentemente, os níveis de dificuldades gerados por esses problemas são diferentes. Essa dificuldade não se encontra nas operações de multiplicação ou divisão (cálculo numérico), mas no que Vergnaud (2009) denomina de cálculo relacional, ou seja, reside na compreensão do enunciado e na capacidade de traduzi-lo em linguagem matemática para chegar à resolução do problema.

Exemplo: Eu tenho 45 anos e meu irmão mais novo tem 15 anos. Quantas vezes meu irmão é mais novo do que eu?

Figura 18 – Diagrama - Comparação Multiplicativa com Relação desconhecida



Fonte: Adaptado pela autora com base em Vergnaud (2009).

Após a explanação sobre a Comparação Multiplicativa, passa-se a discutir o outro eixo das relações ternárias do Campo Conceitual Multiplicativo, o Produto de Medidas.

3.1.2.2 Relação ternária – eixo produto de medidas

O eixo Produto de Medidas pertence ao grupo das relações ternárias porque consiste numa relação entre três quantidades, das quais “uma é o produto das outras ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional.” (VERGNAUD, 2009, p. 253). Compreende duas classes: configuração retangular e combinatória.

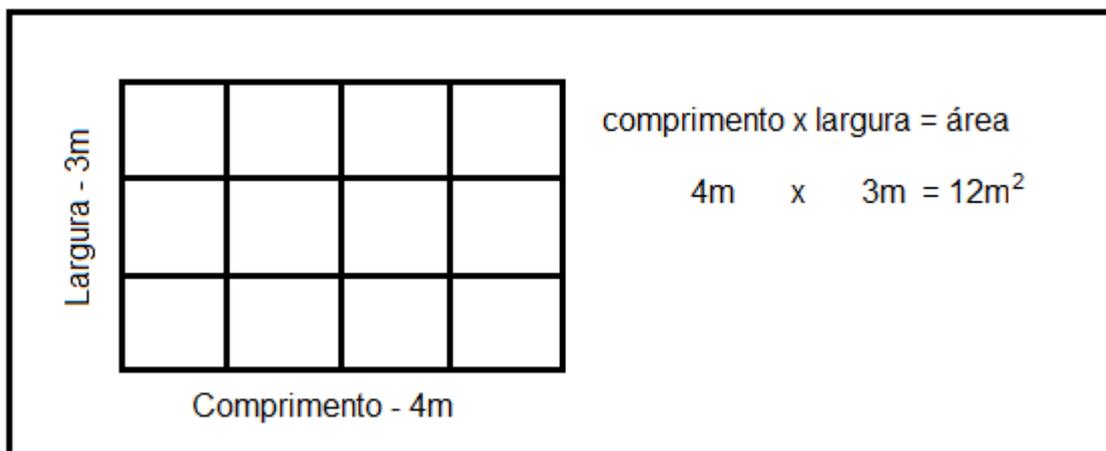
3.1.2.2.1 Configuração retangular

São os casos que representam uma relação entre duas quantidades que dá origem a uma terceira quantidade de natureza diferente. “Pode-se pensar em uma classe de situações que envolve a ideia de organização retangular, o que permite tratá-las pelo modelo matemático ($a \times b = c$ ou $c/a = b$)” (SANTOS, 2015, p. 130). Pode-se relacionar com a noção de área. O problema pode indicar o comprimento e a largura e solicitar a área, o que requer para a sua resolução uma

operação de multiplicação, ou pode-se indicar a área e a largura e solicitar o comprimento, ou ainda, indicar a área e o comprimento e solicitar a largura. Nestes casos em que se indica a área, a operação que resolve o problema é a divisão. A classe da configuração retangular envolve grandezas contínuas.

Exemplo: Para comprar a cerâmica do piso de seu quarto, Rodolfo precisa calcular a sua área. Sabendo-se que o quarto mede 4 metros de comprimento e 3 metros de largura, qual a área do quarto de Rodolfo?

Figura 19 – Diagrama – Produto de Medidas - Configuração Retangular



Fonte: Elaborado pela autora

3.1.2.2.2 Combinatória

Em Vergnaud (2009) encontra-se a representação de um exemplo de combinatória num esquema de tabela cartesiana. Ele defende que a forma mais natural para representar as relações ternárias é a tabela cartesiana porque significa a noção de produto cartesiano de conjuntos que explica a estrutura do produto de medidas. Os casos de combinatória envolvem grandezas discretas.

Exemplo: Em uma lanchonete há 3 tipos de salgados: pastéis, coxinhas e empadas e, os tipos de bebidas são: leite, café, suco de laranja e vitamina mista. De quantas formas variadas o cliente pode se alimentar? Esse problema pode ser resolvido por contagem, por representação gráfica ou por uma operação de multiplicação. Neste caso, se pergunta pelo todo.

Figura 20 – Diagrama – Produto de Medidas – Combinatória

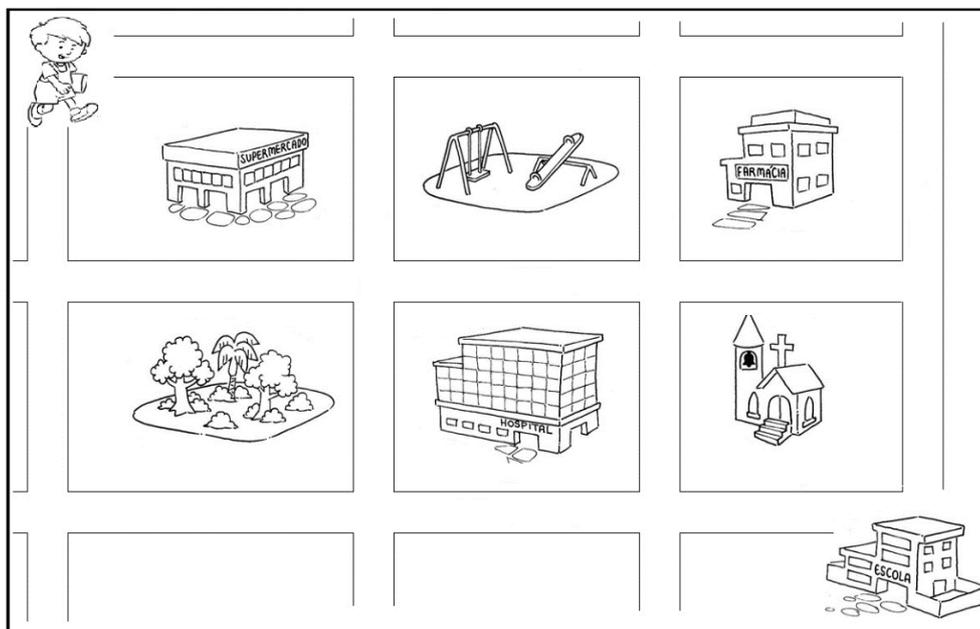
Bebidas/Salgados	Leite	Café	Suco de Laranja	Vitamina mista
Pastel	X	X	X	X
Coxinha	X	X	X	X
Empada	X	X	X	X

Fonte: Elaborado pela autora

Uma variação desse tipo de problema é indicar o total de combinações e uma das partes e solicitar a outra parte, o que torna mais difícil a sua resolução. E outra variação que exige um raciocínio ainda mais sofisticado é aquele que o aluno precisa descobrir quantas e quais são as escolhas a serem feitas, conforme Gitirana *et al.* (2014).

Exemplo: André vai a pé para a escola. Ele pode escolher entre vários caminhos. Do local onde ele está há duas saídas. Quantos caminhos ele pode seguir, sem passar pelo meio dos quarteirões e sem repetir nenhum caminho para chegar à escola?

**Figura 21 – Diagrama – Produto de Medidas
Combinatória com total desconhecido e número implícito de escolhas**



Fonte: Adaptado pela autora com base em Gitirana *et al.* (2014).

A depender de qual situação se apresenta para os alunos, os níveis de dificuldade variam, cabendo ao professor, identificar como essas devem ser

experimentadas pelos estudantes. Algumas são mais simples, outras mais complexas, exigindo raciocínios mais sofisticados. Porém, a variedade e o grau de dificuldade das situações vão sendo ampliados, oferecendo mais e menos dificuldades. Isso não significa que o trabalho com o Campo Multiplicativo tenha que se iniciar apenas pelas situações mais simples, para somente depois do domínio pleno abordarem-se as mais complexas. Há que se mesclar a abordagem dessas situações durante todo o Ensino Fundamental, uma vez que Vergnaud alerta para a necessidade de muito tempo para efetivamente ser possível falar do domínio de um campo conceitual.

Muitas pesquisas (Santana *et al.*, 2016; Magina *et al.* 2012) já revelaram a diferença de desempenho de crianças em diferentes situações. Apontam que as situações em que há mais acertos são as de relações quaternárias, do eixo das proporções simples, da classe um para muitos.

Santana *et al.* (2016) desenvolveram pesquisa, tomando por base essa teoria, e já envolvendo o campo multiplicativo, em escolas dos estados da Bahia, Ceará e Pernambuco, com um total de 3890 alunos de escolas públicas do Ensino Fundamental. Foi aplicado um instrumento diagnóstico com 13 situações-problema variadas. Os resultados apontaram que, nos dois primeiros anos, o desempenho foi muito baixo, evidenciando-se crescimento entre o 3º e o 6º ano. O 7º permaneceu como no 6º, depois sendo retomado o crescimento até o 9º ano. Porém, observou-se, nesta pesquisa, que, mesmo no 9º ano, a média de desempenho foi de 7,2 questões certas de um total de 13 questões. Os autores deduziram que mesmo no 9º ano, o último do Ensino Fundamental, os alunos revelaram não ter domínio completo das situações do campo conceitual multiplicativo propostas na pesquisa.

Quanto aos problemas em que os alunos apresentam maiores dificuldades foram apontados os que envolvem a relação ternária (Santana *et al.*, 2016; Magina *et al.* (2012). A esse respeito, Vergnaud afirma que as relações de base mais simples não são as ternárias e, sim, as quaternárias, “visto que os mais simples problemas de multiplicação e divisão implicam a proporção simples de duas variáveis, uma em relação à outra” (VERGNAUD, 2000, p. 15).

Desse modo, um campo conceitual exige o domínio de vários conceitos já construídos e em construção e que podem ser de naturezas diferentes. Por este

motivo, o domínio de um campo conceitual ocorre ao longo de um período de tempo muito longo, vários anos, através de experiências diferenciadas e novos problemas, geradores de aprendizagem.

Diante dessa diversidade de elementos a considerar para conduzir os estudantes ao desenvolvimento de competências necessárias para o efetivo domínio do Campo Multiplicativo, o papel do professor é fundamental. Nesse sentido, considera-se o que a literatura vem afirmando: “É dele a responsabilidade de fazer escolhas que possibilitem a criação de um ambiente favorável para o aluno avançar nesse processo.” (GITIRANA *et al.*, 2014, p. 18). Assim a formação do professor se faz essencial para que consiga perceber as nuances com as quais necessita trabalhar em suas aulas.

Em termos de orientações na legislação brasileira, a Teoria dos Campos Conceituais já exerce influência sobre a educação brasileira há décadas, evidenciada sua presença no volume de Matemática dos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL 1997), nos Cadernos do Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa - PNAIC (BRASIL, 2017a) e, mais recentemente, com a aprovação da Base Nacional Curricular Comum – BNCC (BRASIL, 2017b), seus fundamentos permanecem presentes.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais foram estabelecidos objetivos gerais para o Ensino Fundamental, indicando o que se espera dos alunos. Nesta pesquisa, destacam-se três deles:

Utilizar as diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal — como meio para produzir, expressar e comunicar suas ideias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1997, p. 6)

No primeiro objetivo citado sente-se a presença da Matemática e sua importância, como uma das múltiplas linguagens para produzir, expressar e comunicar ideias, na escola e na vida. Para o alcance do segundo objetivo, que se refere à utilização de diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos, a

Matemática também tem uma grande contribuição na organização, e apresentação de dados. Assim, aproxima-se da necessidade de representação dos conceitos com os quais se está trabalhando. Finalmente, o terceiro objetivo, associa-se à capacidade de resolver problemas, usando o pensamento lógico, a criatividade, a intuição e a capacidade de análise crítica, para isso, escolhendo estratégias e procedimentos, observando sua adequação ou impertinência.

Uma das tendências metodológicas da Educação Matemática é a resolução de problemas, no caso da escola, selecionado pelo professor, de modo criterioso, cuidadoso, que provoque o aluno e mobilize-o a pensar, desde o momento em que precisa interpretar os dados que se apresentam ou a falta deles, compreendendo o que está sendo solicitado, além de definir estratégias, levantar hipóteses, argumentar defendendo suas ideias ou refutando as do colega.

O trabalho desenvolvido no ensino da matemática deve estimular a autonomia dos alunos, ao elaborar estratégias próprias, ao fazer uso de operações de pensamento como observar, comparar, estabelecer relações, ao fazer uso de diferentes representações, ao realizar investigações, capacidade crítica e criatividade e ao produzir formas de registrar suas ideias. As operações do pensamento, para o caso do Campo Multiplicativo, devem ser estimuladas através da vivência de diferentes situações e representações a elas adequadas.

A seguir, explana-se a Teoria das Situações Didáticas que ajudará na discussão sobre a formação de professores que ensinam Matemática tendo em vista que a referida teoria tem como objetivo orientar as práticas pedagógicas no momento de se planejar e executar a ação docente, destacando os papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos. Com relação às etapas da Engenharia Didática, ainda faz parte das análises prévias.

3.2 A Teoria das Situações Didáticas

Esta subseção se inicia apresentando os objetivos e a origem da Teoria das Situações Didáticas. Em seguida caracteriza a situação didática, ressaltando seu significado e importância para a formação de professores, de modo geral, e para este estudo, especificamente. Serão explicitadas as fases que a compõem, diferenciando-a da situação não-didática, além de ressaltar a especificidade do

que Brousseau (2008) denomina de Situação Adidática. Finaliza-se com a discussão acerca do *milieu* e sua importância para a organização do processo de ensino e para a construção da aprendizagem.

3.2.1 Origem e Objetivos da Teoria das Situações Didáticas

Muitos foram os teóricos que contribuíram para o desenvolvimento da Didática da Matemática como campo científico e de investigação, principalmente na França. Guy Brousseau foi um desses pesquisadores, que, após longos anos de estudos, elaborou a Teoria das Situações Didáticas. Hoje, esta teoria dá suporte a muitas pesquisas relativas ao ensino da matemática escolar.

Brousseau teve como objetivos, inicialmente, “propiciar a reflexão sobre as relações entre os conteúdos do ensino e os métodos educacionais” e, depois e de forma mais ampla, “abordar a didática como campo de pesquisa cujo objeto é a comunicação dos conhecimentos matemáticos e suas transformações” (BROUSSEAU, 2008, p. 16).

Brousseau adverte para a condição em que a ênfase é dada no trabalho dos professores, responsáveis pelo processo de geração do conhecimento em sala, que agem sobre alunos passivos. Assim, ele afirma que “o ensino é concebido como as relações entre o ‘sistema educacional’ e o ‘aluno’, vinculadas à transmissão de um determinado ‘conhecimento’” (BROUSSEAU, 2008, p. 16). A relação didática resume-se à comunicação de informações, em que o papel do professor é organizar o conhecimento a ser transmitido como uma série de mensagens, cabendo ao aluno o papel de receptor dessas mensagens. Desse modo, o que ocorre é a aculturação do aluno pela sociedade.

Entretanto, a psicologia, ao estudar os fenômenos da aprendizagem, demonstrou que os indivíduos têm tendência natural para a adaptação ao meio. Com isso, Brousseau destaca que o ensino é composto de dois processos: um de aculturação, e outro, de adaptação independente.

Ainda nos anos 60, Brousseau, já professor com alguma experiência e sendo estudante de Licenciatura em Matemática, foi discípulo de Pierre Greco, que criava “dispositivos experimentais destinados a evidenciar a originalidade do pensamento matemático de crianças nas diversas etapas do desenvolvimento”

(BROUSSEAU, 2008, p. 18). Essa experiência, porém, lhe gerou questionamentos acerca do que estava sendo vivenciado. Ele considerou que Greco, em suas investigações, não analisava os dispositivos em si mesmos nem procurava estabelecer relações entre estes e a noção matemática estudada. Essa observação provocou em Brousseau algumas indagações que o levaram a perceber que

Os comportamentos dos alunos revelam o funcionamento do meio, considerado como um sistema. Portanto, é o meio que deve ser modelado. Assim, um problema ou exercício não pode ser considerado mera reformulação de um conhecimento, mas um dispositivo, um meio que 'responde ao sujeito', segundo algumas regras. (...) meio como um sistema autônomo, antagônico ao sujeito, e é deste que convém fazer um modelo, visto como um tipo de autômato. (BROUSSEAU, 2008, p. 19)

Nesse contexto, em 1970, na Universidade de Bordeaux, estruturaram-se as condições institucionais necessárias para Brousseau propor o seu próprio projeto científico que girava em torno da “construção de modelos das situações usadas no ensino – a fim de analisá-las e, eventualmente, criticá-las – e sugerir outras mais adequadas” (BROUSSEAU, 2008, p. 20).

De acordo com Freitas (2016), a TSD foi criada a partir dos estudos de Brousseau sobre o construtivismo em pedagogia, baseado na teoria da epistemologia genética do Piaget. Daí foi desenvolvido o tratamento científico do trabalho didático, que teve como base a problematização matemática e a hipótese de que a aprendizagem ocorre por adaptação a um meio que produz contradições e desequilíbrios.

No Brasil, as obras de Brousseau passaram a ser reconhecidas como referencial teórico para pesquisas, a partir dos anos 1990, por pesquisadores que se interessavam pela Educação Matemática. Nesta tese, destacam-se as contribuições de Almouloud (2007), Pais (2011), Freitas (2016).

Dessa forma, a Teoria das Situações Didáticas passou a ser reconhecida como aquela que “trata das formas de apresentação, a alunos, do conteúdo matemático, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem matemática” (FREITAS, 2016, p. 77). Nessa teoria, o objeto central de estudo não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, aluno, saber e *milieu*. A próxima seção

traz a discussão sobre os elementos que constituem a Situação Didática que fizeram com que ela se tornasse importante e significativa para o desenvolvimento desta tese.

3.2.2 Situação Didática – significado e importância

Considera-se como situação didática todo o contexto em que o aluno está inserido, incluindo-se aí o saber, o professor e o sistema educacional. De acordo com Brousseau (2008):

Uma interação torna-se didática se, e somente se, um dos sujeitos demonstra a intenção de modificar o sistema de conhecimentos do outro (os meios de decisão, o vocabulário, as formas de argumentação, as referências culturais). (BROUSSEAU, 2008, p. 53)

Essa intencionalidade caracteriza a ação docente. É o que se busca nas instituições de ensino: dar condições para que o aluno se aproprie do saber, sendo estimulado pelo professor. Aí reside a diferença entre a situação didática e uma situação não-didática.

A aprendizagem é um fenômeno natural do ser humano, que ocorre nas mais diferentes oportunidades, desde aquelas em que não existe um sujeito com deliberação de ensinar e o aprendiz por relação com o seu entorno aprende; há aquelas em que a relação informal entre alguém mais experiente em relação a um tema, pode contribuir para a aprendizagem daquele que ainda não o conhece. Finalmente, há ocasiões em que se planeja, efetivamente, o ensino, delimitando conceitos e metodologias a serem trabalhados.

Nos dois primeiros casos, diz-se que houve aprendizagem a partir de uma situação não-didática. Isso pode ocorrer em qualquer espaço e a qualquer tempo, com qualquer pessoa, seja ou não frequentadora de instituições formais de ensino.

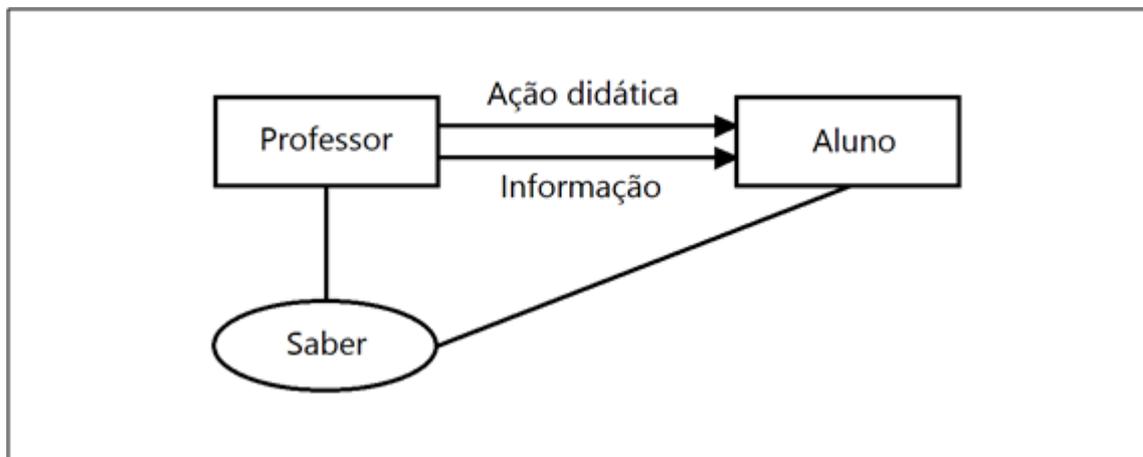
A situação didática, em contrapartida, ocorre no momento em que, professor e alunos estão num mesmo espaço e tempo, ou seja, acontece durante a aula propriamente dita, existindo nesse contexto uma intencionalidade do professor no sentido de que seus alunos construam conhecimentos, utilizando-se

para isso de experiências anteriores e interagindo com um determinado *milieu*. Nesse sentido, as situações didáticas podem ser caracterizadas como

Um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu*, (contendo eventualmente instrumentos ou objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (ALMOULOU, 2007, p. 33)

Nessa perspectiva, Brousseau (2008) critica a prática de, em situações de ensino, ser considerado apenas o que ele denomina triângulo didático. Neste, considera-se somente as relações entre o professor, o aluno e o saber, ignorando-se o *milieu*. O autor aponta como algo negativo porque reduz o entorno didático à ação do professor, além de omitir as relações que se estabelecem entre o aluno e o meio. A Figura 22, a seguir, ilustra o triângulo didático tradicional.

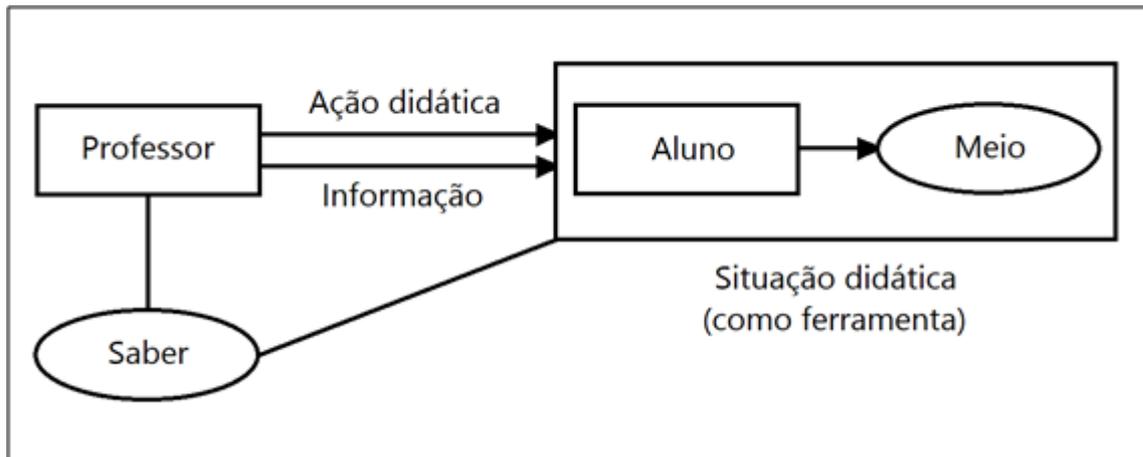
Figura 22 – Triângulo Didático



Fonte: Brousseau, 2008, p. 54.

Brousseau considera que o professor ensina com o objetivo de que seu aluno se aproprie do saber, de modo a fazer uso dele em outros contextos que não somente o escolar. Sendo assim, o aluno precisa adquirir autonomia para a qual a TSD, efetivamente, indica a utilização do *milieu* como componente indispensável no processo de aprendizagem. Dessa forma, o triângulo didático é substituído pela relação, conforme se mostra na Figura 23, a seguir.

Figura 23 – Situação didática (como ferramenta)



Fonte: Brousseau, 2008, p. 52.

A situação didática ocorre na presença de professor e alunos, mas inicia-se bem antes, no momento do planejamento de aulas. Ao planejar, cabe ao professor considerar os obstáculos (epistemológicos, didáticos, cognitivos) relacionados ao objeto matemático (conteúdo) com o qual o grupo vai lidar. Também é necessário conhecer as diretrizes e orientações curriculares e os livros didáticos, componentes da noosfera (Brousseau, 2008), indicados para o nível de conhecimento de seus alunos.

Nesse momento, é o professor que precisa refletir e decidir sobre o *milieu* que vai ser utilizado para desafiar o aluno a enfrentar o problema que se apresenta e encontrar a resposta. Há também momentos em que o estudante passa a refletir, a partir do *milieu* que deve ter sido estruturado pelo professor, no sentido de ele passar a ser o responsável por seu processo de construção do conhecimento e apropriação do saber construído socialmente.

A seguir, expõe-se as fases componentes da Situação Didática, que compreendem os momentos vividos por professor e alunos, utilizando-se de um *milieu* que seja desafiador e gere aprendizagem e de um saber previamente selecionado.

3.2.3 Fases da Situação Didática

A TSD permite compreender as relações que se estabelecem entre o aluno, o saber, o professor e o *milieu* escolhido e possibilita perceber a distinção entre os papéis exercidos por cada um dos componentes dessa relação.

Ao professor cabe a organização de sequências de ensino com vistas ao desenvolvimento de um conceito, de modo que sejam consideradas as dificuldades inerentes a ele e o nível de desenvolvimento do grupo com o qual se trabalha, visando à criação de um *milieu* eficaz para o processo de aprendizagem.

Pode-se afirmar que, no momento em que o professor planeja suas aulas, origina-se a situação didática. Ela nasce, portanto, na preparação da aula, embora só aconteça, efetivamente, no “espaço vivo de uma sala de aula” (PAIS, 2011, p. 66). A partir daí, ocorre articulação entre os componentes da situação didática, cada um com o desempenho de papel determinado. Em síntese, a Teoria das Situações Didáticas prevê a realização de etapas a serem vivenciadas no decorrer de uma aula ou de um conjunto de aulas. São elas: a devolução, situação adidática (ação, formulação, validação) e a institucionalização.

3.2.3.1 Devolução

A devolução é concebida como uma iniciativa desenvolvida pelo professor ao fazer com que o aluno “aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (adidática) ou de um problema e assume ele mesmo as consequências dessa transferência” (BROUSSEAU, 2008, p. 91). O autor alerta para as grandes dificuldades, no que se refere às motivações dos alunos, de efetivamente envolverem-se com o processo de resolução da situação. Por outro lado, é necessário que se observem também as dificuldades, por parte dos docentes, habituados a manter o lugar máximo na regência do que ocorre no espaço pedagógico.

Na educação escolar, a devolução ocorre após o professor preparar e organizar o meio propício à aprendizagem do aluno, motivando-o a buscar o saber, num processo de adaptação pessoal. Almouloud (2007) considera que a

devolução deve ter por objetivo provocar interação suficientemente rica, entre os estudantes, que lhes permita o desenvolvimento autônomo.

A devolução, portanto, é uma ação desenvolvida pelo professor e consiste na entrega de parte da responsabilidade da aprendizagem ao próprio aluno, possibilitando a este um papel ativo, de centralidade do processo de produção do conhecimento. O professor continua no contexto de sala de aula, observando, acompanhando as atividades e incentivando os alunos; porém, sem interferir na construção das estratégias escolhidas pelos alunos para abordar o conteúdo.

Brousseau (2008) afirma que

As concepções atuais de ensino exigirão do professor que provoque no aluno – por meio da seleção sensata dos “problemas” que propõe – as adaptações desejadas. Tais problemas escolhidos de modo que o estudante os possa aceitar, devem fazer, pela própria dinâmica, com que o aluno atue, fale, reflita e evolua. (BROUSSEAU, 2008, p. 34-35)

Nessa afirmação, o autor quer dizer que a escola e o ensino devem ser instigantes e interessantes, levando o aluno a mobilizar as operações de pensamento (observação, comparação, análise, generalização etc.) e fazendo-o ampliar o repertório de conhecimentos. Para isso, é necessário que a provocação feita pelo professor tire o aluno da imobilização e faça com que ele busque condições ou estratégias que estão disponíveis a ele para resolver o desafio colocado.

Brousseau também propõe um ensino que possibilite que o aluno “faça a si mesmo as perguntas que são de domínio do professor – tão importantes quanto as respostas – e, dentro do possível, que os conhecimentos façam sentido” (BROUSSEAU, 2008, p. 92). Sendo assim, a atividade do aluno passa a ser mais parecida com a de um investigador, de um ser curioso, que quer aprender. O aluno precisa ser inquietado de modo que seja capaz de agir e, agindo, troque ideias com os seus pares em busca da solução para o obstáculo que se apresenta.

A devolução é considerada por Brousseau (1996, 2008) como um componente essencial do contrato didático⁷. Levando em consideração o *milieu*, o professor deve realizar o processo de convencimento do grupo, visando que este tome para si a tarefa de efetivamente aprender.

Espera-se, com isso, que o aluno desenvolva papel ativo na sua aprendizagem, aceitando o desafio colocado pelo professor e passando a agir, a formular hipóteses e a validar seus argumentos sobre o conteúdo em questão. Durante tal processo, o professor abre mão de seu protagonismo na condução do processo de investigação e de construção do conhecimento, evitando interferência direta sobre a construção que está sendo realizada pelos alunos, cada um dentro de sua condição naquele momento.

Nessa fase, os alunos são postos em ação diante de situações-problema, de modo que sejam levados a

Mobilizar estratégias de base e conhecimentos anteriores para que sejam capazes de realizar as operações de seleção, organização e interpretação de informações, representando-as de diferentes formas e tomando decisões, de modo que o processo de construção do conhecimento matemático efetivamente ocorra e, como consequência, haja a formação de sentido para o aluno. (POMMER, 2013, p. 7)

A situação didática deve incluir momentos de trabalho independente para os alunos, em que seja possível o debate e a troca de ideias, oportunizando descobertas próprias, a partir de uma situação problematizadora. Esse trabalho independente constitui o que Brousseau denomina de situações adidáticas. Dessa forma, as situações didáticas contém em seu bojo situações adidáticas, que serão descritas adiante.

3.2.3.2 Situação Adidática

Para Brousseau (2008) as situações adidáticas são aquelas que partem

⁷ Contrato didático é outra noção importante da TSD e diz respeito a “hábitos específicos do professor, esperados pelos alunos e os comportamentos do aluno esperados pelo docente” (D’AMORE, 2007, p. 101).

Do momento em que o aluno aceita o problema como seu até aquele em que se produz a resposta, o professor se recusa a intervir como fornecedor dos conhecimentos que quer ver surgir. O aluno sabe que o problema foi escolhido para fazer com que ele adquira um conhecimento novo, mas precisa saber, também, que esse conhecimento é inteiramente justificado pela lógica interna da situação e que pode prescindir das razões didáticas para construí-lo. Não só pode como deve, pois não terá adquirido, de fato, esse saber até que o consiga usar fora do contexto de ensino e sem nenhuma indicação intencional. Tal situação denomina-se adidática. (BROUSSEAU, 2008, p.35)

É fundamental que o professor possibilite o trabalho adidático ao grupo, ou seja, que oportunize a aprendizagem por experimentação, prepare os alunos para esse funcionamento adidático, integrando-o às fases didáticas.

Os alunos só podem aprender produzindo, fazendo com que os seus conhecimentos funcionem e evoluam em condições semelhantes às que ele encontrará no futuro. Entretanto,

Como o aluno não pode resolver, de pronto, qualquer situação adidática, o professor apresenta as que ele é capaz de solucionar. As situações adidáticas elaboradas com fins didáticos determinam o conhecimento transmitido em um determinado momento e o sentido particular que ele assumirá, em razão das restrições e deformações adicionadas à situação fundamental. (BROUSSEAU, 2008, p. 35-36)

Nesse sentido, observa-se a importância de que, ao estruturar a situação, o professor conheça o nível de desenvolvimento de seus alunos, evitando propor desafios aquém de seu nível; o que não lhes provocaria aprendizagens; ou além dele, pois imobilizaria o grupo que não disporia de condições para estruturar o trabalho rumo à construção da solução da situação proposta. Ao lado disso, o professor necessita compreender as dificuldades e obstáculos que estão embutidos nos próprios conceitos em estudo.

As situações adidáticas potencializam a capacidade que os alunos têm de agir, raciocinar e transformar crenças e concepções anteriores em conhecimentos mais próximos do saber universal. As situações adidáticas trazem em si a característica de que “a intenção de ensinar não é revelada ao aprendiz, mas foi imaginada, planejada e construída pelo professor para proporcionar a este condições favoráveis para a apropriação do novo saber que deseja ensinar” (ALMOULOU, 2007, p.33).

Na TSD, o aluno tem papel ativo, tornando-se, ele próprio, o sujeito de sua aprendizagem, por meio de procedimentos próximos ao de um pesquisador. Porém, não aprende por imposição, mas mobilizado pelo desafio apresentado.

Segundo Pais (2011),

A potencialidade das situações adidáticas está, justamente, voltada para a tentativa de romper com as velhas práticas da repetição e do modelo, que tanto influenciaram uma certa vertente da pedagogia tradicional. (PAIS, 2011, p. 68)

Dessa forma, pode-se considerar que as situações adidáticas podem provocar momentos importantes da aprendizagem, pois o sucesso do aluno nelas significa que ele, por sua iniciativa, elaborou conhecimentos. Nesse sentido, elas não podem ser confundidas com as chamadas situações não-didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando a aprendizagem (FREITAS, 2016), ou seja, em que não há intencionalidade de elaboração de conhecimentos, conforme já foi discutido anteriormente.

A aprendizagem ocorre pela adaptação do sujeito, que age sobre o meio criado pelo professor na situação. Segundo Brousseau, o saber gerado pela adaptação é a marca da aprendizagem manifestada por novas respostas. Esse autor afirma, ainda, que "(...) o processo de aprendizagem pode começar não pela imitação ou reprodução, mas pela invenção de soluções estáveis, independentemente dos recursos utilizados" (BROUSSEAU, 2008, p. 40).

A partir do momento em que o professor cede o espaço de protagonista na elaboração do conhecimento aos alunos, isto é, depois do momento em que a devolução foi efetivamente realizada, a atividade, que passa a ser exercida por eles, subdivide-se em três etapas: a dialética da ação, a dialética da formulação e a dialética da validação. Vale ressaltar que os alunos deverão trabalhar em grupos, para propiciar o confronto de ideias, estratégias, hipóteses e argumentos até que cheguem a uma ou mais decisões a respeito do que lhes foi proposto.

A dialética da ação ocorre a partir do momento em que os alunos assumem, como sua, a proposta de atividade feita pelo professor. Eles reconhecem a proposição como uma oportunidade de se desenvolver com os seus pares, ao agir sobre o meio, utilizando conhecimentos prévios independentemente da intervenção do professor no que diz respeito ao conteúdo

em foco. A dialética da ação, como a própria nomenclatura já indica, corresponde a uma situação típica da ação.

Nessa etapa há interação mais operacional entre os alunos e o meio proposto pelo professor, ou seja, os alunos fazem tentativas para resolver o problema, mas ainda não compreendem e nem conseguem explicitar as razões dessa ação. “Numa situação de ação, há sempre o predomínio quase que exclusivo do aspecto experimental do conhecimento” (FREITAS, 2012, p. 96).

A este respeito, Brousseau acrescenta:

A sucessão de situações de ação constitui o processo pelo qual o aluno vai aprender um método de resolução de um problema. (...) Denominaremos *modelo implícito* esse conjunto de relações ou regras segundo as quais o aluno toma suas decisões sem ter consciência delas e depois de formulá-las. (BROUSSEAU, 2008, p. 25)

Num primeiro momento, o aluno toma decisões, executa-as e desenvolve novas estratégias ao “errar” e não conseguir solucionar o problema. Para isso, faz uso do que tiver ao seu alcance, tais como experiências anteriores, fala dos colegas, lápis e papel etc. O *milieu* preparado pelo professor, objetivando que o aluno aprenda determinado conteúdo, “responde” ao aluno aceitando ou refutando a estratégia ou resposta utilizada. Nessa etapa, o aluno ainda não consegue explicar as suas ações, mesmo que venha a conseguir sucesso através delas. No processo de construção do conhecimento, Brousseau prevê a passagem para etapa subsequente.

Na dialética da formulação, o aluno já se aproxima de alguns modelos ou esquemas teóricos explícitos, ou seja, usa linguagem mais apropriada para viabilizar a solução da atividade. Nesse momento, já deve existir maior clareza, por parte dos membros do grupo, a respeito do que fazem e passam a formular questões que os ajudam a avançar na solução do problema proposto. Algumas estratégias já foram experimentadas na fase anterior, o que lhes permite escolher aquelas que julgam adequadas, eles formulam conjecturas e tomam decisões que lhes direcionam rumo à resolução final.

Brousseau (2008) afirma que, para conseguir êxito, não basta cada aluno saber resolver, sozinho, a atividade proposta, mas também saber comunicar

aos seus pares as suas estratégias. Analisando uma situação de jogo, o autor comenta:

Essa comunicação está submetida a dois tipos de retroação: uma imediata, por parte dos colegas – que a compreendem ou não (concordam com ela ou não) -, e outra, mediata, por parte do *meio*, quando, no caso de ser aplicada a uma partida específica, a estratégia resulte vencedora ou não. Observou-se que a mera formulação não tinha influência alguma sobre os conhecimentos e as convicções dos alunos, mas impedia o desaparecimento dos *teoremas-em-ato*. (BROUSSEAU, 2008, p. 26)

O fato de saber dizer o que está fazendo, como está agindo, ainda não significa a construção do conhecimento, mas, nessa etapa, o aluno já faz uso da linguagem matemática, já pode usar teoremas, já é capaz de utilizar elementos de natureza teórica e apresenta raciocínio mais elaborado. Aqui ainda não se tem a intenção de julgar a validade do conhecimento, mas é um pré-requisito para a etapa seguinte.

Nessa etapa de formulação já ocorre o *feedback* do *milieu* para o grupo, mostrando se o caminho seguido está ou não sendo eficaz. Isso os conduz para a etapa seguinte, a de validação das hipóteses levantadas. As estratégias devem ser verbalizadas e, por vezes, há também a necessidade de registrá-las, na tentativa de explicitar aos colegas, que podem ou não as compreender.

A dialética da validação ocorre a partir da explicitação, pelo sujeito, sobre o que ele fez, como fez e por que escolheu determinada forma de realizar a atividade. É o momento de confronto de ideias e criação de argumentos para defendê-las. No grupo, podem aparecer diferentes argumentações. O professor deve estimular os alunos a expressarem suas ideias na forma de convicções. É o momento de provar a validade de seus argumentos. É o tempo de advogar a respeito da adequação de sua resposta, e, mesmo que mais de uma tenham sido aceitas, pode-se argumentar a respeito da economia, em termos de esforço e de tempo de resolução, ou seja, sendo o caminho mais curto para a solução procurada.

Inicialmente, no processo de criação da teoria, Brousseau considerava que os momentos de devolução, ação, formulação e validação, constituíam todos os passos dos processos de ensino e aprendizagem. O aluno chegava à solução a

que era capaz no momento, assim encerrava-se o processo. Com a aplicação da teoria e interação com os professores regentes das salas de aula, onde realizava a pesquisa, concluiu que algo estava faltando para garantir a solidez aos conhecimentos produzidos. Ele relata a sua aprendizagem nesse processo e a percepção de criação de mais uma etapa na teoria. Assim ele se expressa:

Demoramos a perceber que os professores realmente eram obrigados a “fazer alguma coisa”: tinham de dar conta da produção dos alunos, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão, conferir um status aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identificá-lo; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizadas. (BROUSSEAU, 2008, p. 31)

A partir dessas discussões com os professores que sentiram a necessidade de perceber o que os alunos haviam aprendido, criou-se a terceira fase de uma situação didática: a institucionalização.

3.2.3.3 Institucionalização

A última fase da situação didática, que é chamada de institucionalização por Brousseau, ocorre quando o professor retoma o papel principal no contexto da sala de aula e desenvolve a discussão dos resultados dos trabalhos realizados pelos alunos, articulando os conhecimentos elaborados com o saber universal. Pode-se dizer, portanto, que são

Aqueles situações em que o professor fixa convencionalmente e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. Uma vez construído e validado, o novo conhecimento vai fazer parte do patrimônio matemático da classe, embora não tenha ainda o estatuto saber social. (ALMOULOU, 2007, p. 40)

Nesse momento, é o professor que conduz a discussão, auxiliado pelos alunos, pois cabe a estes socializar – de acordo com as solicitações feitas pelo professor –, suas ações, estratégias, hipóteses, soluções e, por fim, seus argumentos em defesa da solução apontada para o desafio posto inicialmente.

Nessa etapa, ocorre a articulação dos resultados dos alunos na situação didática com o saber universal, o saber já instituído. Ou seja, busca-se a

comprovação do conhecimento matemático gerado naquele ambiente, a partir do trabalho independente, buscando a aproximação possível com o saber universal. Na figura, a seguir, foi elaborada síntese das fases discutidas.

Figura 24 – Fases da Situação Didática



Fonte: Elaborado pela autora com base na Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (2008).

Pode-se verificar que, em síntese, a situação didática inicia-se no processo de planejamento do professor, considerando o currículo, o plano de curso e o conteúdo objeto de estudo, levando em conta também a caracterização dos sujeitos aprendentes.

Depois do processo de planejamento, ao chegar à sala de aula, o professor, ainda como sujeito ativo principal, inicia a aula provocando os alunos a resolverem determinada situação. A partir dessa provocação do professor, caso os alunos aceitem como seu o desafio de responder àquela proposta, a devolução terá sido realizada. O papel principal passa a ser realizado pelos alunos, que passam a trabalhar, preferencialmente, em pequenos grupos e de forma independente da intervenção direta do professor, no que diz respeito ao conteúdo. Porém, o professor faz a mediação, buscando estimular os alunos a desenvolverem a atividade e a habilidade social no contexto da sala de aula. Assim, está ocorrendo a situação adidática, que envolve a ação, a formulação e a validação.

Concluído o tempo do trabalho de elaboração do conhecimento por parte dos alunos, o professor volta a assumir a direção da atividade, provocando as manifestações, ouvindo, registrando e discutindo as estratégias, as representações e as formulações geradas pelos grupos, em sala. Dessa forma, faz-se o levantamento e registro dos conhecimentos construídos pelos alunos durante a vivência, para articulá-los com o saber instituído.

De acordo com a Teoria das Situações Didáticas, todo esse processo depende fundamentalmente do *milieu* que foi criado pelo professor. Dada a sua relevância, concluiremos a discussão deste quadro teórico pelo seu detalhamento.

3.2.4 O Milieu (Meio Adidático)

Nas relações estabelecidas entre o aluno, o professor e o saber, cria-se o *milieu*, que é definido por Brousseau (2008, p. 22) como um “dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição”. Este dispositivo abrange um meio material (problema, desafio, jogo, fichas etc.) e as regras de interação com o meio material escolhido. Porém, “somente o funcionamento e o real desenvolvimento do dispositivo podem produzir um efeito de ensino” (BROUSSEAU, 2008, p. 22).

No caso da matemática, o *milieu* pode ser uma situação-problema, um enigma, um jogo ou um dominó de frações, por exemplo. É algo que mobilize a função cognitiva do sujeito, ou seja, o aluno vai necessitar fazer uso de conhecimentos que ele já tenha, mas que não são suficientes para a resolução imediata da atividade, tornando-a desafiadora.

Brousseau considera que

Uma ‘situação’ é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado. O recurso de que esse sujeito dispõe para alcançar ou conservar um estado favorável nesse meio é um leque de decisões que dependem do emprego de um conhecimento preciso. Consideramos o *meio* como subsistema autônomo, antagônico ao sujeito. (BROUSSEAU, 2008, p. 22)

A interação com o *milieu* pode se dar através do dispositivo selecionado pelo professor ao preparar sua aula. Ao entrar em contato com o dispositivo e as regras de interação, o aluno age sobre ele, preferencialmente de maneira coletiva,

experimental, toma decisões, elabora e testa hipóteses, procura argumentos para defender suas estratégias de solução e apresentá-las aos demais.

A Teoria das Situações Didáticas requer que a situação exija do aluno a necessidade de buscar, no seu repertório de conhecimentos, elementos que o auxiliem na busca da solução do problema. O *milieu* deve ser preparado no sentido de provocar desequilíbrio no aluno, para que ele, através de processos adaptativos (assimilação e acomodação) consiga se reequilibrar, assim ocorrendo a aprendizagem. Neste caso, considera-se que o *milieu* é antagonista, ou seja, um fator de dificuldades, contradições e desequilíbrio.

Ao contrário, quando a situação fornece dicas ou pistas para a consecução do objetivo proposto, diz-se que o meio é aliado (FREGONA, 1995, p. 45). O meio aliado não possibilita desenvolvimento ao aluno, enquanto o meio antagonista “é capaz de produzir retroações sobre os conhecimentos do sujeito” (MARGOLINAS, 2002).

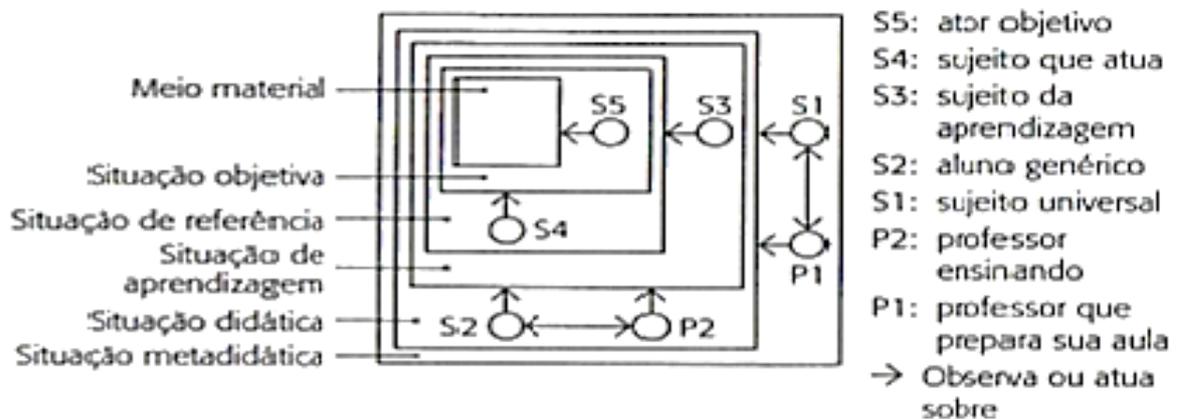
Desse modo, o professor precisa conhecer bem o conteúdo em foco, para além do nível em que se encontram seus alunos, para ser capaz de colocar à disposição deles um *milieu* que seja desafiador e interessante, a ponto de possibilitar o salto qualitativo na aquisição do conhecimento. Ou seja, deve oportunizar ao aluno alcançar a aprendizagem de conceitos e habilidades que as situações propostas demandem e que possam ser projetadas para sua aplicação em outros ambientes, diferentes da escola.

Quando Brousseau introduziu a estruturação do *milieu* como parte integrante da TSD, percebeu que as posições do professor e do aluno são muito diferentes, na medida em que suas ações ocorrem também em tempos e lugares diferentes.

O *milieu* é um dispositivo considerado indispensável na situação didática, pois é na interação que ele provoca, que se pode falar de solução do problema proposto pelo professor e, portanto, de aprendizagem. Ao se pretender que um problema seja resolvido, torna-se necessário que algum dispositivo seja acionado para o alcance do objetivo, que é a aprendizagem do aluno. O *milieu* é pensado pelo professor ao planejar a sua aula ou sequência de aulas para explorar determinado conteúdo.

Brousseau (2008) elaborou a figura exibida a seguir, para evidenciar as relações estabelecidas entre Professor e o grupo de alunos nos diferentes momentos em que se estabelece a relação de ensino. Dessa forma, sempre que ele se refere a P, independente da numeração aposta, trata-se de um mesmo professor. Da mesma forma, quando se refere a S, está tratando de um mesmo sujeito ou grupo de sujeitos.

Figura 25 – Estruturação do *milieu* segundo Brousseau



Fonte: Brousseau, 2008, p. 57.

Brousseau considera que na estruturação do *milieu*, o professor (P) pode ocupar duas posições: P1 – quando o professor prepara aula e P2 – quando vivencia a aula. Ao aluno, denominado por Brousseau de sujeito (S), foram atribuídas cinco posições: S1 – Sujeito universal, S2 – Sujeito genérico, S3 – Sujeito de aprendizagem, S4 – Sujeito que atua e S5 – Ator objetivo. Dessa forma, identificam-se diferentes níveis de um meio, que proporciona diferentes interações, seja com professor ou com aluno.

Na Situação P1, o professor precisa recorrer à análise para além de sua própria sala de aula, ele deve traçar considerações a respeito dos obstáculos que o conceito ao ser abordado traz para estudantes, considera como ele vem sendo tratado no material à disposição, tanto dele quanto dos próprios alunos. Trata-se de uma relação metadidática, com o que Brousseau denominou sujeito universal (S1). Nesse ponto ainda não se trata do aluno com quem o professor interage no seu cotidiano, mas sim de um sujeito padrão que guarda proximidade com seus alunos em características, como faixa etária e ano escolar, domínio de conteúdo

esperado etc. Ele precisa também considerar as características de seu grupo classe, o que ele já construiu acerca dos conceitos e o que resta a construir. O professor está no momento de preparação de sua aula ou sequência de aulas acerca de um tema. Ele organiza o meio material, que mesmo com essa denominação, não exige que haja objetos concretos, mas situações didáticas, a partir das quais seus alunos possam vir a agir para a construção do conceito. Projeta regras que podem determinar o sucesso ou fracasso do aluno na atividade proposta.

Com o *milieu* organizado, o professor está em condições de fazer a proposta de trabalho ao seu grupo de alunos. Na posição P2, ele agora interage com S2, (sujeito genérico), isto é, ele propõe a atividade para o grupo classe, que nunca é um grupo homogêneo. Nesse momento de interlocução, o grupo heterogêneo aceita a proposta do professor como desafio coletivo, ocorrendo, portanto a devolução.

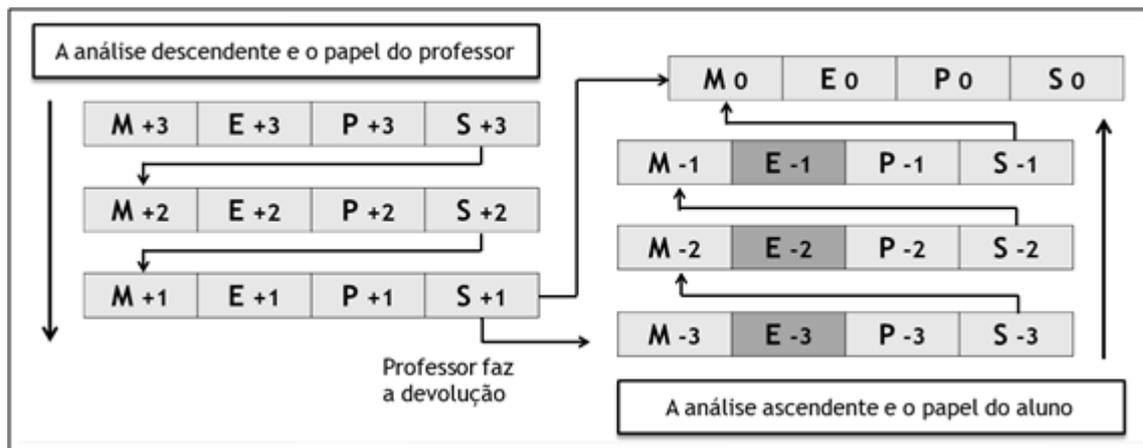
Na posição S3 (sujeito que aprende), já se pode falar que os alunos concretos com suas experiências, potencial e limitações vão interagir com o meio criado pelo professor, mas agora o encarando como sua tarefa. A tarefa para Brousseau não deve ser encarada como desafio individual, mas coletivo em interlocução e troca de conhecimentos.

Na posição S4 (sujeito que atua), os alunos estão imersos na situação de referência, para agir sobre a situação objetiva proposta pelo professor. Na situação de referência os alunos podem buscar meios materiais ou fragmentos de suas experiências já vividas que eles consideram pertinentes ao desafio presente na situação objetiva, onde está presente o *milieu* objetivo. O sujeito que atua (S4) pratica a ação, formula saídas, argumenta no sentido de validar ou refutar argumentos e estratégias de seus pares, isto é, ele vivencia a situação adidática. Nas palavras de Brousseau, ele “é mobilizado em situações de ação, sendo um ‘meio efetivo’ sobre o qual o aluno deve atuar” (BROUSSEAU, 2008, p. 58). Nesse nível, o aluno está tentando resolver o desafio proposto pelo professor, utilizando-se de conhecimentos anteriores, ensaio-e-erro, hipóteses etc. Brousseau afirma que muitas vezes a posição S4 e S5 se confundem, pois estão muito próximos ao meio material.

Na ilustração, Brousseau não representou a figura do professor no momento em que ele busca captar os conhecimentos gerados pelo grupo e faz a aproximação com o saber instituído. Certamente por se tratar de percepção anterior à fase onde o autor adicionou à sua teoria o conceito de institucionalização que consiste em que o professor retome a condução dos trabalhos e, a partir da socialização dos resultados dos trabalhos dos alunos, estabeleça relações entre o que foi construído por estes e o saber considerado universal.

A complexidade do conceito de *milieu* é reconhecida pelos estudiosos da teoria. No Brasil, a TSD também foi estudada por diferentes autores que enfocaram a estruturação desse conceito, dentre eles Sadoo Almouloud. Sua contribuição vai ser discutida, a partir da figura a seguir.

Figura 26 - Estruturação do *milieu* segundo Almouloud



Fonte: Almouloud, 2007, p. 44.

Para Almouloud, o *milieu* se estrutura a partir de dois processos, vivenciados pelos sujeitos mais importantes do processo educativo – o professor (P) e o estudante (E) – associando-os ao meio (M) e à situação (S). Ele ressalta a antecedência da ação do professor que assume as posições P+3, P+2, P+1 e P0. Dessa forma, o autor propõe o que ele denomina análise descendente, partindo do geral para o específico, do subjetivo para o objetivo. De maneira semelhante à que se discutiu, a partir de Brousseau, para Almouloud (2007), o professor na posição +3 considera a noosfera. Nessa etapa, ele deve ver o objeto matemático dentro da complexidade da área da matemática, sua estruturação histórica, a transposição

desse conceito científico para os documentos que estruturam o currículo, de forma geral, além dos desafios que o conceito colocará para estudantes do nível escolar em que o professor trabalha. Nas palavras de Almouloud (2007, p. 44) “a noosfera caracteriza a atividade do professor que está refletindo de modo geral sobre o ensino de Matemática e/ou sobre o ensino de um dado tema”.

Na posição +2, o professor traça em linhas gerais o que ele pretende realizar para tratar o tema em estudo. Assim, ele estabelece a relação daquele tema com os já tratados anteriormente, quer naquele mesmo ano escolar, quer considerando como o tema foi abordado em anos anteriores pelos estudantes. Procura situações fundamentais que possam exigir conhecimentos de elementos fundamentais para a elaboração do conceito. Os obstáculos intrínsecos ao próprio conceito devem ser considerados.

Em +1, o professor, já tendo realizado todas as conjecturas, planeja a sua aula, considerando o nível de seus alunos, o que eles já elaboraram como pré-requisitos ao tema que vai ser trabalhado. Trata-se da situação objetiva que ele espera que seus alunos enfrentem, tendo em vista o avanço na construção do conceito em apreço. É a partir desse momento que o professor buscará conquistar o seu grupo classe para assumir seu papel no processo de aprender, isto é, ele buscará realizar a devolução.

Em -3, o professor cede o protagonismo para o estudante. A partir dessa fase, Almouloud (2007) propõe a análise ascendente do comportamento do estudante, tendo em vista que, tanto ele quanto o professor, avançam para o nível 0, onde se encontrarão para interagir de forma sistemática. Na fase -3, ao estudante cabe tomar conhecimento da proposição que lhe foi feita.

Em -2, os estudantes passam a agir, visando à resolução do desafio proposto. Eles se encontram imersos na situação de referência, onde buscarão aquilo que já têm como conhecimentos prévios que se adequam à situação objetiva que lhes foi proposta. O professor faz a observação da ação dos alunos e capta dados em relação aos diferentes caminhos adotados pelos grupos na sala de aula, fazendo também a mediação, conforme a necessidade. Essas observações deverão ser consideradas quando o professor passar a agir na fase 0.

Em -1, ocorre efetivamente a aprendizagem possível àquele grupo, naquele momento, podendo-se falar de realização da formulação de estratégias e sua validação. O que o grupo vai conseguir gerar de conhecimento acerca do tema tratado vai depender do que ele já trouxe consigo, da dificuldade intrínseca do conceito e da qualidade da situação objetiva proposta pelo professor.

Com isso, professor e alunos passam a interagir em termos cognitivos no nível 0 (zero), onde ocorrerá a institucionalização. O professor buscará dar voz aos estudantes que explicitarão e discutirão o que aprenderam e as estratégias usadas. O professor fará a aproximação entre o que foi elaborado naquele espaço e o saber institucionalizado, validado socialmente.

A partir do que foi exposto na estruturação do *milieu* buscou-se a maior aproximação possível com os princípios da TSD ao levar em consideração os papéis da formadora e dos cursistas, no sentido de possibilitar as vivências da situação adidática, pelas professoras, como também, de efetivar as fases de devolução e de institucionalização pela formadora.

No caso do processo formativo, a pesquisadora, na posição de formadora, preparou o curso de formação para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando que são profissionais que já têm larga experiência e que possuem saberes, crenças e concepções que, mesmo tendo possibilidades de serem modificadas, será um desafio a ser enfrentado por todos que estão no processo.

A seguir, apresentam-se as escolhas metodológicas para essa investigação.

4 O DESENHO METODOLÓGICO DA INVESTIGAÇÃO

As escolhas metodológicas se expressam de indiscutível relevância no percurso da investigação, porém são complexas e revelam muito sobre o pesquisador, expressando o modo como este compreende ciência, pesquisa e a maneira como se relaciona com seu objeto de estudo. Em sendo assim, valores, preceitos, visão de mundo e de homem ancoram as decisões do investigador na ação do fazer científico. (FALCÃO, 2016)

Este capítulo explicita a escolha da metodologia adotada. Inicia-se pela retomada da questão central e seus desdobramentos, articulando-a com a abordagem de pesquisa. Em seguida, aponta-se para a escolha da metodologia de pesquisa – a Engenharia Didática e suas fases, justificando a sua adequação a essa investigação. Em terceiro lugar, expõe-se o contexto da pesquisa – *locus* e sujeitos e, por fim, descrevem-se os procedimentos para a coleta e análise dos dados.

Na Engenharia Didática as escolhas metodológicas também fazem parte da concepção e análise *a priori*, ou seja, toda a fase de planejamento da pesquisa, do objeto à escolha do paradigma, abordagem, tipo de pesquisa, local e sujeitos da investigação.

4.1 Abordagem de Pesquisa

Objetivando responder à questão central desta investigação, que é retomada aqui – Que contribuições o processo formativo fundamentado na Teoria das Situações Didáticas trouxe para a formação de professoras de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no tratamento do campo multiplicativo? – optou-se pela pesquisa de cunho qualitativo.

“O foco da pesquisa qualitativa é compreender e aprofundar os fenômenos, que são explorados a partir da perspectiva dos participantes em um ambiente natural e em relação ao contexto.” (SAMPIERI, CALLADO, LUCIO, 2013, p. 376). Esta investigação foi desenvolvida com professores de escolas públicas da rede municipal do município de Limoeiro do Norte-CE. Pretendeu-se

inicialmente conhecer as concepções de professores acerca dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, bem como, as percepções sobre suas práticas docentes ao trabalhar com o campo conceitual multiplicativo. Para isso, utilizou-se de um questionário com seis questões abertas. Depois desse diagnóstico foi desenvolvida uma atividade de intervenção (curso de formação) sobre o campo conceitual multiplicativo, usando a TSD como metodologia de ensino, através do qual se buscou caracterizar as possíveis lacunas conceituais e a evolução das professoras no que diz respeito ao tratamento do referido campo conceitual e a adequação dos preceitos da Teoria das Situações Didáticas.

A pesquisa qualitativa considera realidades específicas, responde a questões particulares de acordo com Minayo (2001), não se exigindo a quantificação dos dados, tendo em vista que busca compreender significados, crenças, valores e atitudes. Nesta pesquisa, cujo objeto é a formação de professores, busca-se o entendimento sobre como os sujeitos envolvidos percebem os processos de ensino e de aprendizagem da Matemática e do campo multiplicativo, como veem suas experiências docentes, que significados atribuem às suas vivências na sala de aula, enfim, de que forma sentem a realidade subjetiva, ou seja, se compreendem os porquês de fazerem o que praticam, se têm consciência do que subjaz à sua prática docente.

Para efeito desta investigação foi desenvolvido um processo formativo (descrito na próxima seção) com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, em que, a cada encontro, as atividades eram discutidas em conjunto com a pesquisadora, no sentido da tomada de consciência dos porquês das suas ações, ou seja, as professoras desenvolviam as atividades propostas, em grupo, e, depois tentavam justificar cada ação desenvolvida.

D'Ambrosio e D'Ambrosio (2006) afirmam que “a pesquisa qualitativa tem como foco entender e interpretar dados e discurso, mesmo quando envolve grupos de participantes”. Esta investigação se adequa a essa abordagem de pesquisa, tendo em vista que se privilegiam as descrições de experiências, relatos de compreensões, respostas abertas a questionários e relatos de observações, como instrumentos de pesquisa.

Optou-se pela pesquisa qualitativa segundo uma abordagem fenomenológica, de acordo com Bicudo (2007). Essa autora considera que a

pesquisa qualitativa que procede segundo uma abordagem fenomenológica centra-se em dois princípios: o primeiro é o de “enlaçar as coisas presentes à sua volta”; e o segundo é buscar

A manifestação da coisa que se expõe na percepção e, portanto, dependente da consciência. Mas consciência é movimento, é ato de expandir para, inclusive em sua própria direção. Esse movimento é o de voltar-se sobre seus próprios atos e se refere ao ato de refletir ou à reflexão. (BICUDO, 2007, p. 109)

Nesse sentido, o fenômeno investigado é sempre contextualizado, situado num dado momento, depois do qual, ficam “os atos da consciência (...) que articulam o percebido, organizando-o e expressando-o em linguagem. Assim, o que se tem é a expressão do percebido expressado pela linguagem” (BICUDO, 2012, p. 18). As características apontadas se aplicam a esta investigação, por esse motivo, compreendendo-se que se justifica a abordagem fenomenológica da pesquisa.

4.2 Engenharia Didática como Metodologia de Investigação

A metodologia de pesquisa escolhida para esta investigação baseou-se na Engenharia Didática. Trata-se, portanto, de um tipo de pesquisa de abordagem qualitativa, de cunho experimental. De acordo com Artigue (1996), a noção de Engenharia Didática surgiu no contexto da Didática da Matemática, na França, no início da década de 1980, com o objetivo de desenvolvimento de uma forma de trabalho didático semelhante à atividade do engenheiro que,

Para realizar um projecto preciso, se apoia nos conhecimentos científicos do seu domínio, aceita submeter-se a um controlo de tipo científico mas, ao mesmo tempo, se encontra obrigado a trabalhar sobre objetos muito mais complexos do que os objetos depurados da ciência, e portanto a estudar de uma forma prática, com todos os meios ao seu alcance, problemas de que a ciência não quer ou ainda não é capaz de se encarregar. (ARTIGUE, 1996, p. 193)

Nesse sentido, a Engenharia Didática é caracterizada como “um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de sequências de

ensino” (ARTIGUE, 1996, p. 196). Além disso, situa-se ainda, de acordo com a referida autora “pelo registo dos estudos de casos, e cuja validação é essencialmente interna, fundada no confronto entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori*” (ARTIGUE, 1996, p. 197).

Na metodologia da Engenharia Didática Artigue (1996) apresenta recorte temporal do processo experimental, distinguindo quatro fases sucessivas: 1. Análises prévias; 2. Da concepção e da análise *a priori* das situações didáticas da engenharia; 3. Experimentação; 4. Análise *a posteriori* e validação.

Nesta pesquisa, foi proposto e, posteriormente, realizado um processo formativo com as professoras que ensinam Matemática nos anos iniciais, fundamentado na Teoria das Situações Didáticas, para exploração do campo conceitual multiplicativo. Nesse contexto, fez-se uso da Engenharia Didática, observando cada uma dessas fases, conforme descritas a seguir, já incorporando as especificidades deste estudo.

4.2.1 Análises prévias

As análises prévias são assim denominadas por se encontrarem num primeiro nível de elaboração, na concepção de todo o processo da engenharia didática. Essa fase baseia-se num quadro teórico didático geral e em conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o objeto em estudo. Além disso, deve apoiar-se também em análises que são, na maior parte dos casos:

- a análise epistemológica dos conteúdos visados pelo ensino;
- a análise do ensino habitual e dos seus efeitos;
- a análise das concepções dos alunos, das dificuldades e obstáculos que marcam a sua evolução;
- a análise do campo de constrangimento no qual virá a situar-se a realização didáctica efectiva;
- e, naturalmente, tendo em conta os objectivos específicos da investigação. (ARTIGUE, 1996, p. 198)

Geralmente, há necessidade de retomar e aprofundar os trabalhos que serviram de base à concepção da engenharia, nas fases posteriores. Ressalte-se que nem sempre todas essas análises são contempladas nas pesquisas.

Artigue (1996) chama a atenção para considerar-se na análise dos problemas a enfrentar, três dimensões: a dimensão epistemológica (características do saber em foco); a dimensão cognitiva (características cognitivas do público a quem se destina o ensino) e a dimensão didática (características do funcionamento do sistema de ensino).

Nesta pesquisa, dado que se trata da apreciação de um processo de formação continuada de professores, nas análises prévias, necessitou-se consultar a literatura para conhecer o estado em que se encontravam as discussões de que se pretendeu tratar na referida formação. Assim a revisão de literatura sobre formação de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (Seção II) ocupou, a um só tempo, duas funções: a função de conhecer os achados da pesquisa nessa área de formação, com vista à delimitação do problema e à interlocução com nossos achados; a função de preparar a experimentação que compõe a Engenharia Didática aqui vivenciada.

Realizaram-se também estudos sobre o objeto matemático (Seção III) – o campo conceitual multiplicativo –, que já vinha sendo discutido e tomado como objeto de estudo de várias pesquisas nacionais e do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino – MAES, do qual a pesquisadora é membro. Com esses estudos, houve condições de se fazer análise do ensino habitual do referido campo e de seus efeitos.

Após a escolha do objeto matemático outras indagações surgiram relativas à metodologia de trabalho do professor. Assim sendo, buscou-se apoio em teoria que pudesse auxiliar nesse sentido. Afinal, contribuir com a formação do professor não consiste apenas em atualizá-lo em relação ao conhecimento de conteúdo, mas em relação ao conhecimento didático. Dessa forma, ocorreram também estudos preliminares baseados no quadro teórico, no caso, a Teoria das Situações Didáticas (Seção III).

Os estudos acerca da TSD iniciaram-se, por ocasião de grupo de estudos específico para esse fim, com integrantes do MAES. Os encontros quinzenais ocorreram durante o segundo semestre de 2017 e no ano de 2018. Nesse período, realizou-se a primeira experiência desta pesquisadora com formação de professores com base na TSD. A experiência foi desenvolvida em

escola municipal de Fortaleza-Ceará, entre Outubro/2017 a Abril/2018, por membros do grupo MAES.

Ainda como parte das análises prévias, conforme previsto na Engenharia Didática, fizeram-se os primeiros contatos com o campo de pesquisa – Secretaria Municipal de Educação Básica, no município de Limoeiro do Norte-CE (gestores e professores), buscando explicitar o que se pretendia com relação à investigação. Após o aceite da Secretária de Educação e sua equipe, a coordenadora do Ensino Fundamental, responsável pela área da Matemática indicou o grupo de professores que ensinam Matemática nos 4º e 5º anos, no município, num total de 13 professoras, tanto da sede do município quanto de escolas situadas na zona rural. Para organizar o primeiro encontro, no qual haveria a apresentação da investigação, os contatos com as professoras se deram por telefone e através de um convite entregue de forma virtual.

As análises prévias têm a função de contribuir para a definição de variáveis didáticas, que serão explicitadas na fase seguinte.

4.2.2 Concepção e Análise *a priori*

Nesta fase, segundo os princípios da Engenharia Didática, é necessário delinear as atividades a serem vivenciadas, isto é, planejar as atividades que foram propostas às professoras, durante o processo formativo. Não apenas descrevê-las, mas também prever os desafios que tais atividades podem provocar nos sujeitos. Além disso, faz-se necessário realizar a previsão de comportamentos possíveis adotados pelos participantes e o levantamento de hipóteses. Os desafios postos às professoras se constituem nos fundamentos da TCC e da TSD. Os desempenhos esperados são a compreensão e a apreensão dos princípios das referidas teorias.

Artigue (1996) afirma que o pesquisador, nesta fase, deve agir sobre determinado número de variáveis de comando, que ele considera pertinentes ao problema estudado. A autora distingue dois tipos de variáveis de comando: as variáveis macro-didáticas ou globais, que se referem à organização global da engenharia; e as variáveis micro-didáticas ou locais, que se referem à organização de uma fase ou seção da engenharia, consideradas variáveis dependentes do

conteúdo cujo ensino é visado.

Nesta etapa foram elaborados os documentos e instrumentos de pesquisa, tais como: o *Termo de Anuência* (Apêndice A), para ser lido e assinado pela Secretária de Educação do município e o *Termo de Consentimento Livre e Esclarecido* (Apêndice B) para ser lido e assinado pelas professoras que aceitassem participar. Também foram elaborados dois instrumentos para coleta de dados: um *Formulário de Identificação dos participantes* (Apêndice C), que objetivou saber qual a área de formação das professoras, tempo de atuação docente, experiência com o ensino de matemática; e um *Questionário* (Apêndice D), com questões abertas, indagando sobre a relação das professoras com a matemática, suas concepções sobre o ensino e a aprendizagem da disciplina, sobre suas práticas ao ensinar o campo conceitual multiplicativo e as dificuldades enfrentadas, além de verificar como ocorrem interações entre os alunos nas aulas de matemática.

Nesta etapa deve ocorrer o planejamento do que vai ser experimentado. Assim, elaborou-se o Plano do Curso de Formação Continuada de Professores que Ensinam Matemática nos Anos Iniciais – FORMATAI, cujo tema foi Contribuições da Teoria das Situações Didáticas para o ensino do campo conceitual multiplicativo. Esta pesquisa teve como foco o conteúdo matemático e a metodologia de trabalho do professor. Nesta pesquisa as variáveis globais referem-se às ações do professor para a implementação de uma sequência de ensino com os seus alunos, levando-se em conta:

- a) O papel do professor na sala de aula;
- b) O protagonismo do aluno no processo de aprender;
- c) A superação do protagonismo do professor;
- d) O crescimento da percepção dos professores no processo formativo.

A escolha das variáveis locais referem-se ao objeto matemático, ou seja, ao conteúdo que foi investigado – o campo conceitual multiplicativo. Nesse caso, considerou-se:

- e) Concepções de como as professoras aprenderam/aprendem matemática;
- f) Concepções de como devem ser as aulas sobre o campo multiplicativo;
- g) Diversidade de tipo de situações multiplicativas propostas;
- h) Complexidade da sequência de ensino elaborada.

Definidas e explicitadas as variáveis de comando, nesta fase da concepção da engenharia, decidiu-se sobre o conjunto de atividades propostas às professoras em formação:

- a) Três enigmas matemáticos: o primeiro envolvia a comparação multiplicativa; o segundo, fatos da divisão como indícios de resultados; o terceiro contemplava as quatro operações;
- b) Solicitação de elaboração de oito situações-problema relacionadas ao campo conceitual multiplicativo por cada uma das professoras;
- c) Análise dos tipos de situações-problema elaboradas pelas professoras, a partir da classificação das situações do campo conceitual multiplicativo;
- d) Leitura de textos a respeito da Teoria das Situações Didáticas e assistência de vídeo de Brousseau sobre a TSD;
- e) Escrita de carta para uma das colegas comentando as aprendizagens e as dificuldades enfrentadas no curso;
- f) Planejamento de uma sequência de ensino sobre o campo conceitual multiplicativo;
- g) Aplicação das atividades da sequência de ensino, na tentativa de vivenciar situações didáticas com os seus alunos (com registros fotográficos)⁸ e escrita de relatório sobre as experiências desenvolvidas.

As atividades acima referidas foram selecionadas de modo que possibilitasse às professoras reflexões sobre a sua atuação docente ao tratar do campo conceitual multiplicativo; sobre o desempenho de seu papel e de seu grupo de alunos, segundo proposto pela TSD.

Como desafios didáticos previstos para as professoras, foram apontados, inicialmente: a utilização da variedade de situações que compõem o campo conceitual multiplicativo e a busca da modificação da metodologia de trabalho docente, visando a alteração dos papéis de professor e alunos, tendo em vista que a TSD determina em etapas bem definidas o protagonismo e a interação entre os diferentes sujeitos, de modo a possibilitar a autonomia dos alunos.

⁸ Nesta tese decidiu-se não analisar as práticas das professoras devido a alguns fatores que podem ter interferido em sua ação em sala de aula. Um desses fatores foram as saídas de alunos para ir ensaiar quadrilha ou outras atividades culturais, o que interfere diretamente no trabalho desenvolvido devido a proposta da TSD de se trabalhar em grupos.

As hipóteses de pesquisa relativas ao domínio conceitual e metodológico quando se trabalha com o campo conceitual multiplicativo, pressupõem que:

1. As professoras avancem na percepção da importância da variedade de situações apontadas por Vergnaud, na Teoria dos Campos Conceituais, bem como, da articulação entre os eixos e as operações para a efetiva aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo.
2. As professoras compreendam os papéis de professor e alunos durante a realização de uma situação didática, em suas diferentes fases.
3. As professoras reconheçam a importância de considerar no planejamento de situações de ensino eficazes, as características do campo conceitual e o nível de desenvolvimento de seus alunos.

O objetivo da análise *a priori*, segundo Artigue (1996) é determinar de que forma as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos, no caso desta pesquisa, dos professores, e o sentido desses comportamentos.

O processo de intervenção foi planejado de modo a propiciar um contexto de vivências de situações didáticas em suas diferentes etapas, conforme será explicitado na fase da experimentação, a seguir.

4.2.3 Experimentação – o processo formativo como atividade de intervenção

Esse foi o momento da implementação de tudo que foi construído na fase de concepção e análise *a priori*. Foi realizada uma atividade de intervenção em um processo formativo com professoras que ensinam Matemática nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, em que foi explorado como objeto matemático o campo conceitual multiplicativo. A formação foi fundamentada na Teoria das Situações Didáticas visando a contribuir com a formação teórico-metodológica das professoras, no sentido de dar suporte à aplicação dos pressupostos da TSD em suas salas de aula, os quais dão ênfase aos papéis do professor e dos alunos, em diferentes momentos.

O processo formativo ocorreu através de encontros presenciais, desenvolvidos quinzenalmente, ou de acordo com a possibilidade das professoras,

e também com uma carga horária à distância, tendo em vista que houve atividades que seriam desenvolvidas em diferentes espaços e tempos, fora do horário da formação, tais como leitura de textos, elaboração e implementação de sequência de aulas sobre o campo multiplicativo e escrita de relatórios. O processo formativo contabilizou 60h/a e foi organizado por etapas, conforme descritas no Quadro 2.

Quadro 2 – Atividades do Processo Formativo com as professoras

ETAPA	ATIVIDADE	PERÍODO
01	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentação e discussão do curso de formação continuada e explanação sobre a Teoria das Situações Didáticas; • Concepções sobre o ensino e a aprendizagem do campo conceitual multiplicativo. 	3h/a presenciais
02	<ul style="list-style-type: none"> • Resolução de desafios matemáticos e situações-problemas do campo conceitual multiplicativo envolvendo variados tipos de situações; • Elaboração de situações-problema do campo conceitual multiplicativo; • Discussão dos diferentes tipos de situações envolvendo o campo multiplicativo. 	6 h/a presenciais
03	<ul style="list-style-type: none"> • Leitura de texto sobre a TSD; • Vídeo sobre a TSD. 	4 h/a à distância
04	<ul style="list-style-type: none"> • Estudo/discussão sobre os fundamentos da TSD; • Caracterização das fases da Situação Didática e protagonismos dos sujeitos: devolução, ação, formulação, validação e institucionalização. 	6 h/a presenciais; 4h/a à distância
05	<ul style="list-style-type: none"> • Planejamento de uma sequência de ensino relativa ao campo multiplicativo para os alunos de 4º e 5º anos do Ensino Fundamental; • Análise e discussão sobre a sequência de ensino realizada pelos participantes; Reelaboração (se necessário). 	6 h/a presenciais; 6 h/a à distância
06	<ul style="list-style-type: none"> • Implementação da sequência de ensino e registro fotográfico das atividades planejadas para vivências de situações didáticas, com os alunos dos 4º e 5º anos. 	12 h/a à distância
07	<ul style="list-style-type: none"> • Registro através de Relatório Individual; • Avaliação das situações didáticas vivenciadas nas salas de aula articulada com os princípios da TSD. 	6 h/a presenciais; 4 h/a à distância
08	<ul style="list-style-type: none"> • Revisão dos conteúdos e das atividades; • Relato sobre como as participantes se sentiram, perceberam-se acréscimos aos seus conhecimentos e observaram-se mudanças em suas concepções sobre o processo de ensino. Assim como, se perceberam alguma mudança na sua prática docente. • Avaliação do curso. 	3 h/a presenciais

Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme se expôs no quadro anterior, uma das estratégias utilizadas no processo formativo foi a construção, por parte das professoras, de sequência

de ensino sobre o campo conceitual multiplicativo para ser aplicado aos seus respectivos alunos.

Os encontros foram gravados em áudio ou vídeo. Para isso, sentiu-se a necessidade de um observador externo. Neste caso, o observador era um aluno de graduação do Curso de Pedagogia do Centro de Educação da UECE e que já havia cursado as duas disciplinas de Ensino de Matemática, estava como bolsista do MAES e participava do grupo de estudo sobre a TSD.

A função do observador externo era destacar e registrar elementos relativos à atuação da formadora e dos sujeitos, durante os encontros presenciais. Ele auxiliou na coleta de dados, principalmente, relacionada à função da pesquisadora enquanto formadora, visto que enquanto estava em atuação necessitava ser observada. As suas observações foram registradas em *Diário de campo*. O registro do que vemos e ouvimos, e inclusive do que sentimos, deve ser feito o mais próximo do tempo observado, pois recorre à nossa memória para sua sistematização. Minayo (2016) considera que

O principal instrumento de trabalho de observação é o chamado *diário de campo*, que nada mais é que um caderninho, uma caderneta, ou um arquivo eletrônico no qual escrevemos todas as informações que não fazem parte do material formal de entrevistas em várias modalidades. (MINAYO, 2016, p. 65)

No *Diário de campo*, ainda de acordo com Minayo (2016), deve ser escrito também o que não é objeto de entrevistas, como resultados de conversas informais, impressões pessoais que vão se modificando com o tempo, observações de comportamentos contraditórios às falas, enfim, manifestações dos interlocutores em relação aos pontos investigados.

A seguir, descreve-se a última fase da Engenharia Didática.

4.2.4 Análise *a posteriori* e validação

Esta fase se apoia no conjunto de dados coletados durante a 16ª experimentação, mas fundamentalmente, no confronto das hipóteses geradas na análise *a priori* e *a posteriori*, em busca de validação, validação parcial ou refutação das hipóteses envolvidas na investigação e explicitadas na fase 2.

Objetivou-se avaliar os conhecimentos das professoras referentes aos fundamentos da TCC e da TSD, a partir das seguintes categorias de análise:

- a) Concepções de como professores e alunos aprendem Matemática;
- b) Concepções sobre como se desenvolvem as aulas sobre o campo multiplicativo;
- c) Diversidade de situações multiplicativas propostas;
- d) A complexidade da sequência de ensino elaborada;
- e) A aceitação, por parte do professor, de diferentes estratégias de resolução, pelos alunos, para as situações apresentadas;
- f) O papel do professor na sala de aula e a superação do seu protagonismo;
- g) O protagonismo do aluno no processo de aprender.

Essas categorias de análise foram selecionadas porque se trata da formação e das práticas docentes. Sendo assim, considerou-se que as concepções sobre os processos de ensino e de aprendizagem, sobre os papéis desempenhados pelo professor e pelos alunos nesses processos interferem nas ações educativas e didáticas. Baseou-se também nos princípios e orientações das teorias estudadas.

4.3 Locus e sujeitos da pesquisa

A seleção do *locus* e sujeitos, como todas as outras escolhas da pesquisa são realizadas quando do seu planejamento, portanto, constitui-se como parte da fase da concepção e análise *a priori*.

Este estudo foi desenvolvido no município de Limoeiro do Norte-CE, tendo em vista que a pesquisadora desenvolve ações como formadora de professores em um dos *Campi* da UECE, a FAFIDAM, como docente do Curso de Pedagogia, ministrando a disciplina Ensino de Matemática. Além disso, já desenvolveu em escolas do referido município atividades relacionadas ao Programa Institucional de Iniciação à Docência, em subprojeto que tinha como foco o ensino de Matemática.

O processo formativo foi composto de dez encontros presenciais, divididos em dois períodos: Outubro a Dezembro/2018 e Maio a Julho/2019. Diversos fatores contribuíram para que a formação iniciasse um pouco mais tarde no ano de 2019, principalmente a agenda da pesquisadora e das professoras, devido a outras atividades na escola. No primeiro período os encontros foram realizados em uma das salas cedidas pela Secretaria Municipal de Educação Básica de Limoeiro – SEMEB –, e no segundo período, os encontros foram realizados na Escola de Ensino Fundamental Padre Joaquim de Menezes. A mudança ocorreu porque duas das professoras trabalhavam nessa escola, o que fazia com que apenas outras duas precisassem se deslocar.

Os encontros tinham duração de duas horas e meia e aconteciam depois do expediente das professoras, portanto em horário extra, sem remuneração. Essas condições representam obstáculo à participação dos professores, desse modo, reconhece-se a disponibilidade, a dedicação e o compromisso das participantes desta pesquisa.

Além da formação em Matemática proporcionada por esta pesquisa, a SEMEB também oferecia, no mesmo período, outra formação na área, uma vez ao mês. Neste caso, todas as professoras eram convocadas a participar. No contato com a SEMEB perguntou-se se esse tempo poderia ser ocupado com o processo formativo da pesquisa, obtendo como resposta que esse era um tempo em que a equipe técnica tinha a oportunidade de interagir com as professoras e que precisava acompanhar o andamento dos trabalhos para investir mais na aprendizagem dos alunos. Percebeu-se preocupação e investimento na preparação do corpo docente, no sentido de conseguirem provocar a elevação de desempenho dos alunos nos resultados das avaliações externas à escola, como o SAEB.

4.3.1 Caracterização dos sujeitos

Participaram dessa investigação professoras de 4^o e 5^o anos do Ensino Fundamental com atuação no ensino de Matemática em diferentes escolas do município de Limoeiro do Norte. Os critérios de inclusão dos sujeitos foram: ser professor efetivo do quadro de servidores municipais; ser licenciado em

Pedagogia; ter experiência docente em Matemática de, no mínimo, três anos; estar desempenhando a regência de Matemática em sala de aula no momento da pesquisa; ter interesse em participar da pesquisa. Não conseguimos atingir o critério de ser licenciado em Pedagogia, porque tivemos um número pequeno de professores dispostos a participar da pesquisa e duas das professoras interessadas tinham formação inicial em outros cursos.

Inicialmente, foram indicados professores da zona urbana e da zona rural do município, a partir de uma lista com os nomes dos professores, fornecida pela Secretaria de Educação. Foram convidados a participar da pesquisa treze (13) professoras, das quais somente sete (07) se mostraram interessadas e compareceram ao primeiro encontro. Logo a partir do terceiro encontro, devido a problemas de distância, por morarem na zona rural, e de horário dos encontros (depois dos dois expedientes de aula), três (03) professoras deixaram de participar do processo formativo, ficando apenas 04 professoras que participaram até o final do curso de formação.

Nesta pesquisa, optou-se por denominar as professoras pelos seguintes nomes: Gérbera, Orquídea, Rosa e Tulipa.

Com relação à formação inicial das professoras participantes da investigação, duas têm graduação em curso de Pedagogia (Gérbera e Orquídea); uma Licenciatura em História (Tulipa) e a outra, em Química e Biologia (Rosa). Duas delas concluíram o ensino médio com habilitação para o Magistério (Orquídea e Tulipa).

A Professora Orquídea tem especialização em Produção de Material Didático com ênfase na diversidade; a Professora Rosa tem especialização em Ciências para a Educação Básica e a especialização da Professora Gérbera é em Gestão e Coordenação Escolar.

Com relação a cursos na área da Matemática, as professoras Gérbera, Orquídea e Rosa fizeram o Pró-Letramento em Matemática. A Professora Orquídea e Rosa também fizeram o Curso de Formação Continuada para Professores das Séries Iniciais, oferecido pela Fundação Demócrito Rocha. As Professoras Orquídea e Rosa ainda participaram como professoras supervisoras do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência, direcionado para a Matemática através do Subprojeto intitulado "A formação do professor para o

ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uso de metodologias alternativas na construção de conceitos”, entre os anos 2011-2013 e 2014-2018.

Além desses cursos, a SEMEB promove cursos ministrados pela equipe técnica da Secretaria, dos quais todas as professoras participam.

Com relação ao tempo de serviço, a Professora Gérbera tem 25 anos, a Professora Orquídea 29 anos, sendo quatro sem carteira assinada e a Professora Rosa já exerce a profissão há 30 anos.

Sobre o tempo de atuação na área da Matemática, as Professoras Orquídea e Rosa sempre trabalharam com a disciplina. Nos últimos oito anos, a Professora Orquídea ensina matemática no 3º, 4º e 5º anos. A Professora Rosa, antes era polivalente, mas, atualmente, além de ministrar aulas no 4º e 5º anos, atua no 6º e 7º anos com outras disciplinas. A Professora Gérbera atua no 4º ano com a Matemática e há mais de cinco anos, também atua no 2º ano. O Quadro a seguir retrata essas informações com mais clareza.

Quadro 3 – Caracterização dos Sujeitos da Pesquisa

CODINOME	FORMAÇÃO	ESPECIALIZAÇÃO	TEMPO DE SERVIÇO	TEMPO DE ATUAÇÃO EM MATEMÁTICA
GÉRBERA	PEDAGOGIA	Gestão e Coordenação Escolar	25 anos	25 anos
ORQUÍDEA	PEDAGOGIA	Produção de Material Didático com ênfase na diversidade	29 anos	29 anos
ROSA	QUÍMICA E BIOLOGIA	Ciências para a Educação Básica	30 anos	30 anos
TULIPA	HISTÓRIA	Gestão Escolar	33 anos e 06 meses	10 anos

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir da metodologia explicitada nesta seção é que se procedeu à pesquisa em todas as suas etapas, conforme previsto pela Engenharia Didática. Na próxima seção estão contempladas as análises de dados, prioritariamente aqueles relativos à experimentação. Aqueles relativos às análises prévias e à *priori* foram indicados como realizados em diferentes seções. Finalmente, a análise *a posteriori e validação* será contemplada nas considerações finais desta tese.

5 O QUE FOI POSSÍVEL PERCEBER A PARTIR DO PROCESSO FORMATIVO

“O conhecimento consiste, em grande parte, em estabelecer relações e organizá-las em sistemas.”

(Verghnaud, 2009)

Nesta seção estão discutidos os dados que foram produzidos a partir do momento em que se iniciou, efetivamente, o processo de formação continuada proposto nesta tese. Seguindo o que recomenda a Engenharia Didática, grande parte daquilo que compõe a fase de análises prévias encontra-se discutido em seções anteriores. Nessa etapa constituiu-se o quadro teórico, isto é, os estudos sobre o campo conceitual multiplicativo e a TSD, a revisão de literatura sobre formação do professor que ensina Matemática, e a formatação do Plano do Curso de Formação. Era necessário constituir esse panorama para que fosse possível delimitar o objeto da pesquisa e elaborar o planejamento da formação.

A captação acerca das concepções das professoras sobre a Matemática, sobre como aprenderam essa disciplina e sobre como ensinar o campo conceitual multiplicativo, que também fazem parte das análises prévias só foi realizada no início da formação. A dispersão das participantes e a necessidade de pactuação para a realização da pesquisa (assinatura do Termo de Conclusão Livre e Esclarecido) justificam tal procedimento (ver subseção 5.1).

A análise *a priori* foi apresentada na Seção IV, ao serem explicitados os instrumentos de coleta de dados, o plano do processo formativo e as variáveis de comando da Engenharia Didática.

Assim, nesta seção, analisam-se, fundamentalmente, os dados relativos à experimentação, aqueles decorrentes das vivências do processo formativo. Como corolário do referido processo serão analisadas as sequências de ensino elaboradas pelas professoras. Desta forma, busca-se evidenciar se houve crescimento das participantes da formação, a partir dos seguintes aspectos: Percepção acerca do Campo Conceitual Multiplicativo; Proposição de sequências de ensino, através das quais se verificou como as professoras passam a conceber o ensino da multiplicação e divisão, agora já vistas como componentes do CCM; e, Observação das recomendações didáticas feitas pela TSD.

5.1 Concepções das professoras sobre ensino e aprendizagem da Matemática

Para analisar as concepções das professoras, partiu-se da definição que tem sido posta por D'Amore (2007), que assim a considera:

Uma concepção epistemológica é um conjunto de convicções, de conhecimentos e de saberes científicos, os quais tendem a dizer o que são os conhecimentos dos indivíduos ou de grupos de pessoas, como funcionam, os modos de estabelecer sua validade, bem como adquiri-los e então de ensiná-los e aprendê-los. (D'AMORE, 2007, p. 181)

Considerou-se de fundamental importância investigar as concepções das docentes em relação aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, tendo em vista que as práticas realizadas por cada sujeito guarda relação intrínseca com o que ele concebe. Dessa forma, o modo como se ensina e se aprende, ou seja, os papéis do professor e dos alunos em uma situação didática, depende das concepções que se tem sobre os processos de ensinar e aprender.

Desse modo, as concepções de professores sobre como se aprende Matemática ou como se explora determinado conteúdo são elementos fundamentais para a determinação de suas práticas pedagógicas.

Na atividade diagnóstica, as concepções das professoras apresentam-se, inicialmente, relacionadas ao modo como elas aprenderam e aprendem Matemática.

Três docentes afirmaram que aprenderam Matemática, no período de escolarização correspondente à Educação Básica, e consideraram que a aprenderam de forma tradicional, mecânica, memorizando sem compreender o que faziam. A Professora Gérbera não se expressou sobre sua aprendizagem enquanto estudante. Segue abaixo os registros correspondentes:

“Na época de estudante (infância e adolescência), aprendi de forma mecânica, memorizando.” (Professora Orquídea)
“Grande parte, aprendi de forma tradicional.” (Professora Rosa)
“Minha aprendizagem foi tradicional.” (Professora Tulipa)

A forma tradicional do ensino de Matemática, a que se referiram as

professoras, é aquela em que o professor transmite o conteúdo que sabe aos alunos, que se julga não conhecerem ou pouco conhecerem sobre o assunto em foco. A memorização é uma forma de aprendizagem em que se elaboraram escassas relações, colocando ênfase no reproduzir ou repetir, sempre que necessário, o que o professor expôs.

Brousseau afirma que “com frequência, o ensino é concebido como as relações entre o sistema educacional e o aluno, vinculadas à transmissão de um determinado conhecimento. Dessa forma, interpreta-se a situação didática como uma comunicação de informações” (2008, p. 16). E acrescenta que esse esquema está associado a uma concepção de ensino em que o professor prepara o conhecimento a ser transmitido através de uma série de mensagens, cabendo ao aluno tomar para si o que deve adquirir. Sendo assim, determinam-se “os objetos a serem estudados, o papel dos agentes do processo e a atribuição do estudo do ensino a diferentes disciplinas” (BROUSSEAU, 2008, p. 16-17). Neste caso, caberia à Matemática, a legitimação do saber escolar; às Ciências da Comunicação, a tradução do conhecimento em mensagens adaptadas; e, à Pedagogia e à Psicologia, a compreensão e sistematização das aquisições e aprendizagens do aluno.

Com essa formação as professoras iniciaram sua vida profissional. Com o exercício da docência, as professoras afirmaram terem sentido ou ainda sentirem necessidade de aprofundar conhecimentos e expressaram como o fazem:

“Preciso melhorar meu aprendizado na Matemática, pesquisando, pedindo ajuda aos colegas quando tem algo que não consigo resolver sozinha, e meu filho também contribui bastante neste aprendizado”.
(Professora Gérbera)

“Depois já professora, passei a compreender melhor e de maneira mais fácil alguns conteúdos que memorizei sem compreensão quando era aluna.” (Professora Orquídea)

“Agora procuro inovar os conhecimentos, atualizar minha prática e acompanhar as mudanças em relação à disciplina e aos conteúdos. Busco ajuda com profissionais da área, tiro as dúvidas que surgem e assim cada dia aprendo coisas novas.” (Professora Tulipa)

“Depois de certos tempos participando de cursos e algumas oficinas. Aprendi e aprendo também de forma lúdica.” (Professora Rosa)

Como se pode observar, todas as professoras demonstraram que precisam ampliar/aprofundar conhecimentos do conteúdo matemático. Isso vai ao encontro do que revelam pesquisas, quando reafirmam as dificuldades, tanto conceituais como metodológicas, de professores dos anos iniciais com relação ao ensino de Matemática (BATISTA, 2019; SANTOS, 2015; MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2011; REGES, 2006).

Ao se expressarem sobre a sua relação com a Matemática, duas professoras afirmaram que existem conteúdos muito difíceis e outra relatou que o conhecimento que ela tem está muito distante da realidade, conforme se vê nos depoimentos abaixo:

“Também já pensei igual ao aluno, achava que tinha conteúdo muito difícil de aprender e que não ia conseguir.” (Professora Gérbera)

“Considero alguns conteúdos matemáticos muito difíceis.” (Professora Orquídea)

“Sempre tive dificuldades na disciplina. Meu Ensino Médio foi pedagógico, pouco vi Matemática e minha graduação foi em História. Portanto, o conhecimento que tenho da disciplina está muito distante da realidade atual, tendo assim que me esforçar bastante.” (Professora Tulipa)

As manifestações das professoras explicitam a necessidade de um processo de formação permanente, em que se considerem também as peculiaridades da região, ou até mesmo, da escola. O professor sozinho não pode assumir as lacunas de sua formação. O poder público é responsável pelas políticas educacionais e é seu dever promover oportunidades de ampliação do repertório de conhecimentos, considerando a escola como *lócus* de formação.

Das quatro professoras participantes da investigação, ao tratar da sua relação com a Matemática, somente uma afirmou sentir-se bem, “porque gosto desta disciplina” (Professora Rosa), enquanto as outras três revelaram preocupação:

“Hoje me sinto um pouco mais calma em relação à Matemática.” (Professora Gérbera)

“Sinto que tenho muito ainda para aprender. A Matemática é bastante desafiadora e me instiga a querer saber mais.” (Professora Orquídea)

“Preocupada, porque tenho que estudar os conteúdos para poder dá

aula.” (Professora Tulipa)

A afirmação de preocupação em relação à disciplina revela o pouco domínio que essas professoras sentem em relação aos conceitos que necessitam ser trabalhados. A TSD evidencia a importância de o professor ter domínio de conhecimentos em nível mais elevado do que os alunos, para que lhe seja possível preparar um *milieu* interessante, de modo a mobilizar o grupo classe à ação. Artigue (1996), ao se referir às análises preliminares da Engenharia Didática recomenda que o professor conheça: a epistemologia do conteúdo em foco, como ocorre o ensino desse conteúdo, o nível de conhecimento em que se encontram os alunos e as formas de tratamento didático do saber visado. Assim, a percepção de que ao professor basta compreender o que está no livro didático, fere as recomendações dessa teoria.

Como se pode perceber no depoimento da Professora Orquídea, um aspecto positivo foi demonstrado por ela ao afirmar que a Matemática a instiga a querer saber mais. Caso essa vontade, manifestada pela professora, de aprender mais sobre a disciplina chegue efetivamente à sala de aula, pode desencadear nos alunos este mesmo sentimento.

Convém ressaltar que apenas uma das professoras afirmou que gosta da disciplina e se sente confortável com relação a ela. Mesmo assim, essa mesma professora diz que não vê nos alunos vontade de aprender Matemática.

Os PCN – Matemática – para o Ensino Fundamental (Brasil, 1997) já alertavam a respeito dos sentimentos acerca da disciplina. Segundo o documento, é possível perceber a geração de dois tipos de sentimentos, um positivo, de reconhecimento de sua importância, e outro negativo, decorrente do insucesso vivenciado por grande parte das pessoas. Para o caso dos alunos que revelavam dificuldades, os PCN já propunham a percepção de que:

A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno. Há urgência em reformular objetivos, rever conteúdos e buscar metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama. (BRASIL, 1997, p. 15)

Esses problemas acerca dos quais se vem alertando há décadas têm diferentes origens, principalmente no tocante ao interesse do aluno com relação

ao trabalho que é desenvolvido em sala de aula. Havendo fatores internos, desde a crença de que a Matemática é uma disciplina difícil, passando por dificuldades de compreensão do conteúdo, até a forma como a Matemática escolar é apresentada aos estudantes, e externos, como o modo de vida do aluno fora da escola, incluindo aqui o acesso ou não a meios que possam promover a aprendizagem dessa área e o nível de escolaridade dos familiares.

A partir do que foi afirmado pelas professoras é possível destacar algumas concepções: 1. Que a Matemática é uma área desafiadora e instigante; 2. Que existem conteúdos muito difíceis em Matemática; 3. Que os alunos sentem dificuldades em Matemática.

O Ensino de Matemática, muitas vezes, torna-se difícil pela forma como é apresentado na escola. Com isso os alertaram para a necessidade de valorização da inteligência prática dos alunos

Que permite reconhecer problemas, buscar e selecionar informações, tomar decisões e, portanto, desenvolver uma ampla capacidade para lidar com a atividade matemática. Quando essa capacidade é potencializada pela escola, a aprendizagem apresenta melhor resultado. No entanto, apesar dessa evidência, tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. (BRASIL, 1997, p. 29)

O ensino de Matemática com ênfase na reprodução de procedimentos e em informações, criticada pelo documento dos anos 1990, não foi ainda superado e precisa ser revisto. Brousseau afirma que as situações de ensino tradicionais “são situações de institucionalização, porém sem que o professor se ocupe da criação de sentido: se diz o que se deseja que o aluno saiba, explica-se a ele e verifica-se o que aprendeu” (BROUSSEAU, 2001, p. 56).

Na TSD, após o professor lançar a proposta de trabalho e os alunos se lançarem em busca da solução, ou seja, buscarem-na através de suas ações e interações, atribuindo sentido para o que fazem, o professor retoma a condução dos trabalhos e resgata o resultado das respostas dos alunos, provocando a discussão e articulando os conhecimentos construídos com o saber universal. Assim, o papel do professor é anterior e posterior ao tempo que os alunos têm

para atuarem como sujeitos de suas aprendizagens. Supera-se então, o tempo de explicação pelo professor e de captação da mensagem pelos alunos.

5.2 Concepções das Professoras sobre suas práticas docentes em Matemática

Visando conhecer as concepções das professoras a respeito do ensino de matemática, foi solicitado que cada uma delas escrevesse sobre: 1. As maiores dificuldades ao ensinar Matemática; 2. Suas práticas docentes mais comuns nas aulas de matemática; 3. O desenvolvimento de atividades grupais com os alunos no trabalho com a disciplina; 4. Como ela considera a interação entre os alunos durante as atividades.

Os questionamentos direcionaram-se às aulas da disciplina, como um todo, e não sobre o campo multiplicativo, por considerar que naquele momento elas não tinham conhecimento a respeito de tal campo. Presumiu-se também que as práticas das professoras, em matemática como um todo, não apresentariam metodologia muito diversificada, principalmente se considerarmos que as operações com números ocupam a maior parcela do currículo do 4º e 5º anos do Ensino Fundamental.

As dificuldades sentidas pelas professoras já haviam sido relatadas, em parte, ao falarem das suas aprendizagens. Porém, ao tratar especificamente de suas maiores dificuldades ao ensinar Matemática, três professoras referiram-se aos alunos, no sentido de atribuir-lhes a responsabilidade sobre o fato de elas não conseguirem despertá-los para o aprendizado, conforme suas falas a seguir:

“Fazer com que os alunos raciocinem, pensem, se concentrem nas atividades propostas, pois a grande parte dos alunos ‘acha a matemática ‘um bicho de sete cabeças’, que não vão conseguir.” (Professora Gérbera)

“O fato dos alunos não dominarem as habilidades básicas fundamentais para a aprendizagem dos conteúdos.” (Professora Orquídea)

“A principal dificuldade encontrada nos últimos anos é a ‘falta de interesse dos nossos alunos e a falta de atenção.’ (Professora Rosa)

Corso e Dorneles (2010) afirmaram que nossa realidade mostra que,

muito comumente, o ensino da matemática tem se constituído de práticas com raras oportunidades para que os alunos explorem verbalmente o seu raciocínio e recebam *feedback* sobre o seu conhecimento de conceitos e estratégias. Sendo assim, o ensino de Matemática continua a enfatizar o cálculo, ao invés da compreensão matemática, o que pode gerar dificuldades de aprendizagem.

Não se pode afirmar, até o momento em que as professoras manifestaram essas concepções, se, em suas práticas, elas criavam ou não condições para a manifestação dos alunos. Mas pode-se inferir que elas não encontraram uma forma de fazer o aluno romper esse ciclo de desinteresse e pouca aprendizagem. Para a TSD, a criação do *milieu* antagônico que possa inquietar e provocar o estudante é a tarefa docente por excelência. Essa dificuldade por parte das professoras é apontada por elas próprias:

“Desenvolver estratégias diversificadas que possam atender às necessidades de cada aluno, em uma mesma turma.” (Professora Orquídea)

“Mesmo a gente tentando estratégias diferentes.” (Professora Rosa)

“A distância [o tempo] em que estudei matemática; as inovações no ensino e as dificuldades em transmitir ou repassar o conteúdo. Mesmo assim procuro dá (sic) o melhor de mim para que eu obtenha bons resultados.” (Professora Tulipa)

Percebe-se aqui que as professoras ao descreverem dificuldades relativas ao ensino de Matemática indicaram necessidade de estudos e aprofundamento com relação às metodologias de ensino que despertem nos alunos o desejo de aprender e, conseqüentemente, a superação das suas dificuldades. Essas afirmações agregadas às dificuldades com conceitos, já comentadas anteriormente, exibem quadro com potencial de gerar lacunas na aprendizagem dos alunos.

Vergnaud (1996, 2009) propõe, através da TCC, que, ao tratar do campo conceitual multiplicativo, se utilize uma variedade de situações que propiciem a aquisição dos conceitos do referido campo.

Quanto às formas de conseguir a atenção do aluno, Freitas (2016) recomenda, a partir da TSD, que o professor promova a simulação de um ambiente científico de pesquisa que possibilite aos alunos a vivência de momentos

de investigação em sala de aula. Neste caso, o professor deve criar condições para a aprendizagem do aluno por ele mesmo, com autonomia e protagonismo de ação.

As práticas docentes mais comuns apontadas pelas professoras foram assim relatadas:

“Procuro expor o assunto, de forma clara e objetiva, também algumas vezes utilizando material concreto que estiver ao nosso alcance, para facilitar a aprendizagem do aluno.” (Professora Gérbera)

“Aula expositiva, atividades individuais (no livro didático ou *xérox*), atividades em duplas e uso de materiais concretos (com menos frequência).” (Professora Orquídea)

“As mais comuns atividades impressas ou do livro didático, cadernos de atividades relacionadas ao SPAECE e ao PAIC e em alguns momentos utilizo jogos como bingo, dominó etc.” (Professora Rosa)

“Procuro acompanhar sempre o livro didático, aplicar simulados individuais, e uma vez por semana trabalho em grupo ou dupla. Atividade de casa geralmente no caderno. Além das atividades escrita, eu complemento com a tabuada. Nas sextas-feiras praticamos jogos competitivos com materiais lúdicos, é uma aula mais divertida.” (Professora Tulipa)

Os relatos das quatro professoras revelam algumas semelhanças:

- 1.As professoras Gérbera e Orquídea ministram aulas utilizando-se da exposição verbal;
- 2.As professoras Orquídea, Rosa e Tulipa demonstram fazer uso, muitas vezes, de atividades escritas, ora do livro didático, ora de cadernos do PAIC ou SPAECE e, outras vezes, de *xérox*;
- 3.As quatro professoras falaram que utilizam material concreto com pouca frequência.
- 4.A professora Tulipa usa a tabuada como complemento das atividades e solicita atividades para casa.
- 5.O uso de materiais concretos e jogos é sempre referido, sem relação clara com os conceitos a serem trabalhados. Sempre considerando o “que estiver ao nosso alcance”, para tornar a aula “mais divertida”.

Todas essas práticas parecem ser bem comuns nas salas de aula. A exposição seguida de uma lista de exercícios pode levar os alunos a repetirem

modelos de respostas ou a aplicarem o que viram e ouviram em atividades de reprodução. Nesse sentido, é importante considerar o que pondera Freitas (2016), ao afirmar que “o professor deve evitar a apresentação precoce de resultados gerais envolvendo conteúdos formalizados” (FREITAS, 2016, p. 82). Expor os conceitos de maneira sistematizada, seja oralmente ou seguindo exclusivamente o que está posto no livro didático, pode afastar os alunos da construção própria do conhecimento.

Percebe-se que não houve relato de nenhuma atividade inovadora ou com características diferentes do que se vê, normalmente, nas escolas. Também não se falou na necessidade de diferenciar atividades, quer seja por fatores como dificuldades de aprendizagem, quer seja pela existência de alunos que se sobrepõem aos demais, em termos de apropriação do conteúdo.

Brousseau (1996, 2001, 2008), através da TSD, atribui importante papel ao professor no sentido de que cabe a ele a responsabilidade de fazer proposta de atividade que seja desafiadora a ponto de mobilizar o aluno em busca de novos conhecimentos. Nesse sentido, ao aluno cabe aceitar o desafio apresentado pelo professor, mas deste se espera a capacidade de propor desafios que instiguem o grupo na procura pela solução, iniciando, assim, seu processo de aprendizagem.

A TSD trata do ensino com a concepção de que o professor estimula e dá condições para que os alunos possam construir conhecimentos. Se o professor desenvolve sua aula de modo expositivo, mesmo que faça questionamentos, ele está tirando a oportunidade de o aluno pensar e desenvolver habilidades. Nesse sentido, o papel do aluno é passivo e o do professor ativo.

A importância do papel do professor, segundo a TSD consiste na preparação das condições de aprendizagem. Dentro da sala de aula ele lança a proposta de trabalho para os alunos, baseada nas condições do grupo naquele momento e nas dificuldades do tema em apreço, deixando-os agir, preparar e testar estratégias e chegar a conclusões. Somente depois da construção realizada pelos alunos, o professor retoma o papel principal de recolher a produção e informar que aquilo que eles produziram já havia sido descoberto por teóricos, cientistas e que existe como saber universal, presente nos livros didáticos, por exemplo.

Sendo assim, o trabalho em grupo é uma condição indispensável para

que haja efetiva interação entre os alunos, pois o confronto de ideias nos momentos de levantamento de hipóteses, na busca de estratégias e na capacidade de argumentar para defender seu ponto de vista ou de refutar a ideia do outro estudante é o cerne da situação adidática. Nesse sentido, as professoras foram consultadas sobre uso ou não de trabalho em grupos de alunos, nas aulas de Matemática.

Três professoras responderam que propõem trabalhos em grupo. A argumentação para o uso de tal estratégia reside na importância atribuída à ação de alunos com mais habilidades para ajudarem os demais, conforme se pode ver nos registros seguintes:

“Procuro sempre por alguém na equipe que tenha mais habilidades em matemática, para ajudar os demais”. (Professora Gérbera)

“Procuro formar grupos heterogêneos, onde um ou dois dos participantes apresentem habilidades e domínio do conteúdo proposto na atividade, para que ajudem os demais. Às vezes, os grupos são formados, democraticamente, por eles.” (Professora Orquídea)

“Frequentemente realizo atividades em grupos, pois acho que facilita um pouco para aqueles que têm mais dificuldade. Desenvolvem-se uns ajudando aos outros e com a minha participação sempre dela.” (Professora Rosa)

Essas afirmações revelam que o grupo não é visto como ambiente de apresentação de diferentes concepções, de trocas ou de argumentações. Mas eles são tratados como organizações em que haverá sempre alguém que sabe para transmitir para alguém que não sabe a maneira correta de resolver a atividade proposta pelo professor ou pelo livro didático. A Professora Tulipa revelou uma concepção diferente sobre o trabalho em grupo, aqui exposta:

“Geralmente atividades em grupo não dão bons resultados, pois cada um se individualiza e não socializa os conhecimentos com os outros. Embora seja em grupo, os resultados sempre são diferentes. A prática de trabalho em grupo ainda não deu certo, visto que as crianças ainda não se conscientizaram.” (Professora Tulipa)

As respostas das professoras ao relatar que uns alunos ajudam os outros de acordo com as suas habilidades, evidenciam concepção de trabalho em grupo muito diferente da que é proposta pela TSD. As orientações de Brousseau (2008) são no sentido de que as interações devem ocorrer principalmente na fase

da situação adidática, objetivando oportunizar aos alunos discutirem com seus pares, em relação de igualdade, sobre suas estratégias e suas hipóteses, e, após encontrarem soluções para o problema, argumentarem defendendo sua forma de resolução do problema proposto pelo professor. Dessa forma, reduz-se o argumento de autoridade que pode existir na relação entre o aluno e o professor.

A ajuda pode significar que alguém mostra a resposta para o outro, mas se esse outro não tiver oportunidade de estabelecer relações entre um *milieu* que o desafie, não há aprendizagem. Pode ser que a ajuda entre colegas ocorra de forma que se levantem questionamentos de uns para os outros de modo que haja tomada de consciência e novas descobertas. Esses questionamentos podem ajudar o aluno que ainda não consegue resolver, sozinho, a atividade proposta. Entretanto, esse cuidado de que haja sempre no grupo alguém que saiba mais do que os demais gera dúvidas a respeito da necessária relação horizontal entre os membros.

Ao se perguntar sobre o trabalho em grupo, não se inquiriu sobre os tipos de atividades desenvolvidas nem seus resultados. Portanto, não ficou esclarecido sobre que atividades eram priorizadas para o trabalho em grupo e qual era a função da professora no momento em que os alunos estavam reunidos. Também não se falou sobre como ocorria o fechamento das atividades grupais. Assim não é possível afirmar se as professoras se aproximaram da institucionalização proposta pela TSD.

Sobre a efetiva troca de ideias entre os alunos no trabalho em grupo, duas professoras afirmaram que ela ocorre. A Professora Orquídea comentou que sim, na maioria das vezes:

Pode acontecer do grupo não funcionar bem, quando apenas um resolve e os outros copiam sem participar ou questionar, ou quando há um desentendimento entre os participantes. Nesses casos, o professor precisa intervir. (Professora Orquídea).

O depoimento dessa professora demonstra que ela está atenta ao que acontece nos grupos e, quando necessário, faz a interlocução. Ela, entretanto, não deixa claro se a sua intervenção é no sentido de elaboração do conhecimento ou no sentido de comportamento dos alunos. Para a TSD, durante o trabalho em

grupos, o professor continua conduzindo a turma e interfere sempre que for indispensável fazê-lo. A observação também é um dos papéis do professor na TSD, quando os alunos estão em situação adidática: observá-los para perceber o que já conseguem fazer, como o fazem e o que ainda se apresenta como dificuldades em relação ao conteúdo.

A Professora Rosa diz: “Sim, apesar de existir alguns que participam menos que outros, mas acontece troca de ideias entre eles”. Essa professora já havia afirmado anteriormente que frequentemente realizava atividades em grupos.

As outras duas professoras evidenciaram não conseguir que haja a efetiva troca de ideias quando os alunos estão trabalhando em grupos. A Professora Gérbera apresenta contradição em sua percepção acerca da importância do trabalho em grupo: por um lado, ela associa o insucesso desse tipo de atividade ao fato de alguns alunos ainda não saberem ler, mesmo já estando no 4º ano e, por isso, não interagem. Por outro lado, ela se mostra surpresa pelo efeito da interação entre membros do grupo, no sentido da leitura para viabilizar a resolução da atividade matemática. Vejam o registro feito pela professora.

Existem aqueles que ainda não conseguem ler, aí não tem como haver troca, mas, às vezes, por incrível que pareça, existem alunos que não sabem ler e conseguem raciocinar o problema lido pelo colega ou professor. (Professora Gérbera)

O depoimento da professora demonstrou que ela se surpreende porque alguns desses alunos que não sabem ler conseguem raciocinar sobre o problema quando outro aluno ou a professora lê o enunciado. Ela desconhece a possibilidade de o aluno ter desenvolvido o raciocínio matemático mesmo não conseguindo decodificar o enunciado do problema apresentado. Talvez essa percepção seja influenciada pelo fato de que durante muitos anos a escola enfatizou a leitura nos anos iniciais, deixando as demais disciplinas, entre elas a Matemática, para ser trabalhada em anos escolares mais avançados. Importante ressaltar que, mesmo percebendo esse apoio dado pelo grupo, a professora desvaloriza a interação por ele propiciada.

Em relação ao potencial do grupo para a troca de ideias, a Professora Tulipa foi categórica ao afirmar que não há interação entre os alunos, apontando que a responsabilidade disso, mais uma vez, é do próprio aluno. Segundo ela,

Eles ainda não aceitam as ideias dos outros. É quase que uma competição. Cada um querendo ser melhor que o outro. Um quer terminar primeiro, o outro não aceita. Assim acaba por não dar certo. (Professora Tulipa)

O *milieu* que é proposto pela TSD visa criar situações em que seja necessária a participação de todos para a resolução da situação, reduzindo a competição e estimulando a cooperação. Se a proposta na sala, conforme já se discutiu anteriormente, se resume a ouvir a exposição da professora ou a resolver atividades propostas pelo livro didático, pode-se projetar essa imediatividade na resolução das atividades.

Observa-se que há necessidade formativa das professoras em relação à função do trabalho em grupos na sala de aula. Procurar conhecer alternativas para engajar os alunos nas atividades e incentivá-los a dar sua contribuição é função do professor, a partir do que planeja para a aula. Não é possível esperar que os alunos espontaneamente passem a aceitar “as ideias dos outros”, quando se vive relação hierárquica na construção do conhecimento, quer seja entre professor e alunos; quer seja entre os que demonstram ter mais habilidades e aqueles que têm menos. Para o trabalho com a TSD é de suma importância que se organize o trabalho em sala de aula sempre em grupos. É em grupos que os alunos podem observar as estratégias dos colegas, discutir com eles sobre suas hipóteses e aprender a argumentar para aceitar ou refutar as soluções apresentadas por seus pares.

A seguir, um quadro-síntese das concepções das professoras sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Quadro 4 - Síntese das Concepções das Professoras sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática

CONCEPÇÕES SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA		
	<i>Análise a priori</i>	<i>Análise a posteriori</i>
Matemática	Matemática é instigante, desafiadora, mas difícil para professores e alunos.	Trabalho matemático do professor pode ajudar os alunos com dificuldades.
Formação Docente	Necessidade de formação.	Formação que leve em conta necessidades do professor.
Campo conceitual multiplicativo	Ensino de multiplicação e divisão através de tabuada e reprodução de modelos. Sequência de trabalho com as operações de uma em uma, da adição até a divisão.	Professoras perceberam a necessidade de explorar uma diversidade de situações, mas ainda exploram multiplicação separada e antes da divisão.
Interação e Estratégias de resolução pelos alunos	Priorizam-se as atividades individuais, sendo que, algumas vezes agrupam alunos de modo que os que têm mais facilidade auxiliam os que apresentam dificuldade, ou seja, tentativa de transmissão de conteúdos entre pares.	Professoras passaram a valorizar o trabalho em grupo para troca de ideias e ampliação de estratégias de resolução. Além disso, valorizam o trabalho dos alunos convidando-os a apresentarem suas respostas e explicarem como chegaram a elas.

Fonte: Elaborado pela autora com base nos dados da pesquisa.

5.3 O que foi percebido durante a experimentação

Nesta subseção passa-se efetivamente a analisar o que ocorreu durante a fase de experimentação da Engenharia Didática, isto é, o que foi percebido como apreensão, por parte das professoras, durante o processo formativo, acerca das contribuições da TSD para o tratamento do campo conceitual multiplicativo.

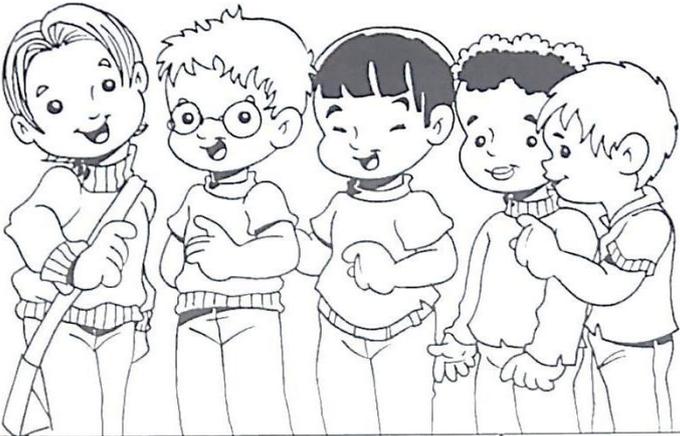
Serão analisadas as atividades, na mesma sequência em que foram vivenciadas nos encontros formativos. Assim, inicia-se pela análise da vivência a partir de enigmas matemáticos; apreciam-se as situações-problema elaboradas pelas professoras, referentes a operações de multiplicação e divisão; consideram-se os posicionamentos das docentes nas interações durante os encontros formativos e, finalmente, analisam-se as sequências de ensino por elas propostas, projetando a aplicação para seus alunos de 4º e 5º anos.

5.3.1 Resolução de enigmas matemáticos⁹

Como primeira atividade relativa ao objeto matemático, foi proposto às professoras que resolvessem três enigmas matemáticos, nos dois primeiros encontros. Estas atividades foram realizadas em grupos: os dois primeiros enigmas foram resolvidos por sete professoras no total, divididas em duas duplas e um trio. O terceiro foi realizado por quatro professoras divididas em duas duplas. Os grupos foram denominados A, B e C.

O primeiro enigma consta na figura a seguir:

Figura 27– Enigma 01: Comparação multiplicativa e composição aditiva



RUI PEDRO ARI JÚLIO RAFAEL

Cinco amigos colecionam figurinhas.
 Descubra o número de figurinhas que cada um possui.

- Rui tem o dobro de figurinhas de Ari mais 8.
- Pedro tem o dobro das figurinhas de Júlio.
- Rafael tem as figurinhas de Rui, menos as de Ari.
- Júlio possui duas dúzias de figurinhas.
- Ari tem o número de figurinhas de Pedro menos 17.

Respostas: Rui: 70; Pedro: 48; Ari: 31; Júlio: 24; Rafael: 39.

Fonte: Site somatematica.com.br/desafios.php

Como é possível perceber, a solução deste enigma contempla a comparação multiplicativa, no conceito de dobro, envolvendo, portanto o campo

⁹ Todos os enigmas foram extraídos do site: www.somatematica.com.br. Acesso em: Fev. 2018.

multiplicativo, mas traz também a composição de quantidade, do campo conceitual aditivo.

À exceção de uma professora do grupo C, as demais professoras tiveram facilidade em identificar, dentre as afirmativas, que o ponto de partida, nesse contexto, seria a quantidade de figurinhas de Júlio. Tratava-se da única informação em que não havia necessidade de estabelecer relação com as quantidades de figurinhas dos demais. A referida professora afirmou: “não consegui identificar com facilidade a pista inicial, por que fiz uma leitura global, no lugar de analisar com calma”.

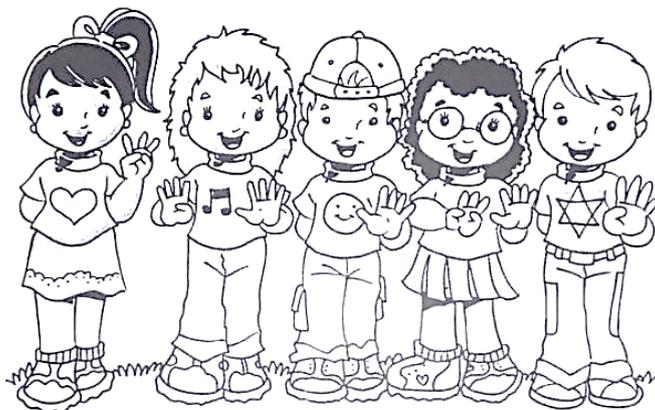
Superado esse obstáculo inicial com a professora, por intervenção das colegas de grupo, elas foram capazes de encontrar as etapas seguintes para a resolução. Porém, houve dificuldades de manter a atenção ao conjunto das informações presentes em cada afirmativa, o que gerou erros. No grupo A, ao buscar calcular a quantidade de figurinhas de Rui, uma das professoras desconsiderou que deveria inicialmente calcular o dobro das figuras de Ari, para somente depois somar as oito unidades. A partir da interlocução com a colega, foi percebido o equívoco.

No grupo B, ao trabalhar para o cálculo das figurinhas de Rafael uma professora realizou uma soma no lugar da subtração. A intervenção da parceira, no momento do registro dos resultados encontrados pelo grupo, provocou também a correção da resposta.

Todas consideraram o desafio fácil, porém interessante para os alunos. Na fase de institucionalização, as professoras observaram que o enigma explorou a multiplicação, a subtração, o conceito de dobro e a capacidade de compreensão e interpretação. O segundo enigma proposto pode ser visto na figura a seguir:

Figura 28 – Enigma 02: Fatos da divisão

O professor fez um campeonato de fatos da divisão. Seguindo as dicas, descubra os fatos e os nomes desses alunos que participaram do campeonato e escreva-os.



- 1- Sula não deu o resultado de $45 \div 9$.
- 2- Luna sabe que Beto errou o resultado de $63 \div 7$, que Tati deveria dar.
- 3- Ian acertou o resultado.
- 4- Todos ouviram Luna dizer o resultado de $21 \div 7$.
- 5- O resultado que Sula deu $\times 7 = 56$.
- 6- O resultado de Beto $\times 8 = 32$.

Respostas: Luna, $21 : 7 = 3$; Tati, $63 : 7 = 9$; Ian, $45 : 9 = 5$; Sula, $56 : 7 = 8$; Beto, $32 : 8 = 4$.

Fonte: Site somatematica.com.br/desafios.php

Na resolução deste enigma houve dificuldade por parte de três professoras (duas do grupo A e uma do grupo B) na interpretação da parte final da afirmativa de número 2 – “Luna sabe que Beto errou o resultado de $63 \div 7$, que Tati deveria dar”, pois ficaram na dúvida se o fragmento: “(...) que Tati deveria dar”, significava que esse resultado seria o de Tati ou não. Além disso, houve casos de leitura pouco cuidadosa também neste enigma.

Esse enigma poderia ter como ponto de partida mais de uma das afirmativas, por exemplo, a 2, 4, 5 ou 6, que já indicavam os resultados relacionados às respectivas crianças. Porém, foi o enigma que demandou maior tempo de resolução devido os entraves com a interpretação e associação entre as afirmativas.

No grupo A, uma professora tomou para si a decisão de qual estratégia utilizar, não cedendo espaço para a colega fazer considerações e colaborar com as conclusões. A professora preterida considerou que a colega tinha raciocínio mais rápido e com isso não lhe dava tempo de realizar suas próprias interpretações. Esta dupla não considerou a imagem apresentada no enigma, não

a associando, portanto ao conjunto de proposições, mesmo assim realizaram a atividade em menos tempo que os demais grupos.

O grupo B resolveu todo o enigma considerando, contrariamente o que estava sendo afirmado. Consideraram que “Sula **deu** o resultado de $45 \div 9$ ”, não percebendo a presença da negação. Confundiram também Sula com Luna, indicando pressa em resolver, que resultou em erro de leitura. Com isso, apresentaram dificuldades e demora na resolução até identificarem essas falhas. Além disso, não interpretaram adequadamente a afirmativa: “Luna sabe que Beto errou o resultado de $63 \div 7$, que Tati deveria dar”. Essa ação levou a caminhos diferentes do que apontaria a solução.

Já na resolução feita pelo grupo C, foi observado que uma das participantes também tirou conclusões não fundamentadas diante de algumas afirmativas do enigma. Por exemplo, ao ler que “Sula não deu o resultado de $45 \div 9$ ” e que “Ian acertou o resultado”, a professora concluiu que Ian deu o resultado de $45 \div 9$. Com isso outra professora questionou a relação entre as duas afirmativas. A partir desse momento, as professoras ficaram discutindo suas estratégias, porém sem muito sucesso. Ao final, resolveram por exclusão, usando a ilustração como pista. Ao identificar que: se faltavam duas crianças para completar as respostas, sendo que uma era menina e o outro era menino (de acordo com os nomes citados no enigma), o menino seria Ian e a menina seria Tati (as duas crianças que ainda geravam dúvida).

Todos os grupos consideraram mais difícil o segundo desafio. Para uma das participantes, os motivos para isso seriam a necessidade de identificar dois fatores, o nome da criança e o fato da divisão. Quando precisavam fazer uma divisão, sentiram a necessidade de se utilizar da operação inversa.

Durante a institucionalização algumas referiram novamente a necessidade de ter mais atenção durante a leitura. Além disso, percebeu-se que nenhum grupo prestou atenção no que o enunciado pedia, pois se questionava qual era o fato da divisão em cada caso e os grupos registraram a multiplicação. Foram realizados registros no decorrer das resoluções, indicando o cuidado com a revisão.

O terceiro enigma tratava de comparações multiplicativas, envolvendo metade, quarta parte, terça parte, meio cento, dezena, envolvendo também composições aditivas, pertencentes ao campo conceitual aditivo. A seguir:

Figura 29 – Enigma 03: Comparação multiplicativa e composição aditiva



Cinco amigos foram à loja do Senhor Pedro comprar balas para distribuir numa creche. Siga as dicas e descubra os nomes das crianças e o número de balas que cada uma comprou.

- 1 - Carina comprou o número de balas de Lucas, menos 3 dezenas.
- 2 - Leandro comprou o número de balas de Amanda, mais a quarta parte das balas de Carina.
- 3 - Amanda comprou a metade das balas de Paulo, mais 3 dezenas.
- 4 - Paulo comprou o número de balas de Lucas, mais a terça parte das balas de Carina.
- 5 - Amanda está de cabelo preso e perto de Paulo.
- 6 - Lucas usa boné e comprou meio cento de balas, mais 4 dezenas.

Respostas: Paulo- 110; Amanda- 85; Lucas- 90; Carina- 60; Leandro- 100.

Fonte: Site somatematica.com.br/desafios.php

Ele foi resolvido por duas duplas. O grupo A resolveu muito rápido através da estratégia de cálculo mental. O grupo B, discutiu de forma mais lenta e ia resolvendo os cálculos por escrito. Houve maior interação entre essa dupla, demonstrando também maior rigor ao conferir cada resposta. Pode-se dizer que não houve dificuldades na resolução do enigma.

Essa atividade foi desenvolvida no sentido de perceber como as professoras se sentiam ao serem colocadas diante de atividades que trabalhassem o conteúdo mas que pudessem ser resolvidas rapidamente, como um desafio posto e como perceberiam essa atividade sendo resolvida por seus alunos. Verificou-se que as professoras não demonstraram dificuldade nos cálculos mentais e, devido à pressa, fizeram leituras que as levaram a rever novamente o que estava colocado no enigma.

Com relação ao cálculo numérico, percebeu-se dificuldades na resolução das divisões, necessitando-se fazer a operação inversa, a multiplicação, para que se chegasse ao resultado desejado.

De acordo com as suas falas, no decorrer dos encontros, as professoras consideraram que os enigmas seriam atividades interessantes para os seus alunos e que, além de explorarem vários aspectos do conteúdo, eles poderiam despertá-los para o lado prazeroso da Matemática.

A seguir, analisou-se a proposição de situações de multiplicação e de divisão, pelas professoras.

5.3.2 Elementos priorizados pelas Professoras na elaboração de questões de multiplicação e divisão

Uma das atividades da formação foi a proposição de situações-problema envolvendo multiplicação e/ou divisão. Foi solicitada a elaboração de oito situações por cada uma das professoras. Essa atividade, excepcionalmente, foi realizada de forma individual. Cada professora registrou no seu caderno as situações.

A Professora Tulipa propôs todas as situações envolvendo relações quaternárias, do eixo proporções simples, da classe um para muitos. Com relação às operações envolvidas, percebeu-se que contemplou sequencialmente quatro multiplicações e quatro divisões por partição. A professora propôs questões que exigiam do estudante o domínio de conhecimentos sociais – quantidade de dias do ano, quantidade de unidades que compõem o cento, quantidade de minutos que compõem a hora. Apresenta-se aqui um exemplo de cada:

Quadro 5 – Exemplos de situações propostas – Professora Tulipa

Situação-problema	Relação	Eixo	Classe	Operação
Elias comprou uma bola de futebol por 85,00. Quanto ele precisaria para comprar três bolas iguais a essa? (Professora Tulipa)	Quaternária	Proporção Simples	Um para muitos	Multiplicação
João tem 1.670 figurinhas e quer dividir com 4 amigos. Quantas figurinhas receberá cada amigo? (Professora Tulipa)	Quaternária	Proporção Simples	Um para muitos	Divisão por partes

Fonte: Elaborado pela autora.

Trata-se de uma relação que envolve duas quantidades de uma natureza e duas de outra natureza. No primeiro caso, bolas e valor em reais, que pode ser representada conforme o diagrama de Vergnaud, da maneira como mostra a figura a seguir:

Figura 30 – Relações na situação proporção simples um para muitos - multiplicação

Bolas		Reais
1	→	85
3	→	?

Fonte: Elaborado pela autora.

Gitirana *et al.* (2013) consideram esse tipo de situação como protótipo, cuja resolução, geralmente, é realizada, desconsiderando tratar-se de relação quaternária e assumindo-a como se relação ternária fosse, operando simplesmente, neste caso $3 \times 85,00$. A situação pode também ser resolvida por adições sucessivas ($85,00 + 85,00 + 85,00$), o que a torna fácil, mas não permite que o aprendiz elabore os conceitos do campo multiplicativo, ficando ainda ligado ao aditivo.

A literatura aponta forte incidência de proposição dessa classe de situação por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Trata-se também da situação em que mais se percebe o êxito dos estudantes. Santana *et al.* (2016) em estudo que envolveu 3890 estudantes de todo o Ensino Fundamental revelaram que, em todos os anos, a situação-problema que teve maior número de acertos foi a situação de proporção simples, um para muitos, multiplicação.

A variação das situações propostas pela professora Tulipa residiu apenas na operação envolvida. As relações são as mesmas daquelas já discutidas na figura anterior. Apenas o elemento que se busca é o que corresponde à unidade, conforme pode ser visto na figura a seguir:

Figura 31 – Situação Quaternária – proporção simples – um para muitos – divisão partitiva

Pessoas		Figurinhas
5	→	1670
1	→	?

Fonte: Elaborado pela autora.

Essa situação é prototípica e envolve a ideia de distribuição e é mais comum do que os de divisão por cotas. Desde muito cedo as crianças convivem com esse tipo de problema em seu cotidiano. É um tipo também dos mais utilizados pelos professores na sala de aula ou nos livros didáticos, quando se trata da operação de divisão.

A Professora Tulipa ainda elaborou uma situação-problema semelhante quanto à relação, eixo e classe, porém, sendo um problema através do qual podem surgir variadas respostas, as quais precisam ser consideradas pelo professor. Segue-se:

Quadro 6 – Exemplo de situação proposta – Professora Tulipa

Situação-problema	Relação	Eixo	Classe	Operação
Em um aniversário, Mariana comprou 3 centos de salgados. Compareceram 300 convidados. Quantos salgados comeu cada convidado?	Quaternária	Proporção Simples	Um para muitos	Divisão por partes

Fonte: Elaborado pela autora.

Ao propor a situação a professora não percebeu a necessidade de explicitar a uniformidade de consumo de salgados entre os convidados. Assim ela deixou aberta a possibilidade de os alunos considerarem, por exemplo, que havia na festa de aniversário, 6 pessoas que recusaram os salgados e, considerar que todos os outros comeram a mesma quantidade de salgados. Essa resposta seria diferente se um outro grupo considerasse que os 40 convidados que chegaram primeiro comeram, cada um 3 salgados. Sendo assim, para os outros 260 convidados, só restariam 180 salgados.

No trabalho baseado na TSD, em que os alunos, através da situação adidática, agem, formulam hipóteses e procuram argumentar defendendo suas respostas, possivelmente vão ser criadas diferentes soluções. Entretanto, é necessário que o professor tenha clareza de seus objetivos ao propor a atividade para o grupo.

A Professora Orquídea propôs situações mais variadas. Foram 6 situações quaternárias, do eixo proporção simples, classe um pra muitos; 2 situações de relações ternárias, ambas do eixo comparação multiplicativa, classe

referido/referente desconhecido. A maior variação ficou novamente no uso das operações, pois foram propostas 4 multiplicações, 2 divisão por partes e 2 divisão por quotas.

Quadro 7 – Exemplos de situações propostas – Professora Orquídea

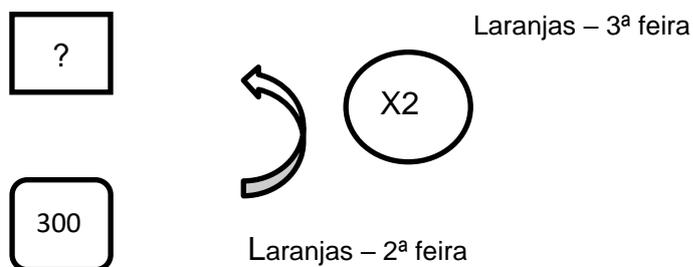
Situação-problema	Relação	Eixo	Classe	Operação
Veja a promoção da Loja “Tem de Tudo” LIQUIDAÇÃO!!! TV TELA PLANA 32 POLEGADAS 10 X 199,90 Se eu comprar a TV quanto pagarei no total?	Quaternária	Proporção simples	Um para muitos	Multiplicação
O Sr. João vendeu na segunda-feira 300 laranjas. Na terça-feira ele vendeu o dobro dessa quantidade. Quantas laranjas o Sr. João vendeu na terça-feira?	Ternária	Comparação Multiplicativa	Referido/ Referente Desconhecido	Multiplicação
Paulo quer comprar um bola de vôlei que custa 50 reais. Se ele recebe uma mesada de 10 reais por semana, quantas semanas ele vai precisar para juntar esse valor?	Quaternária	Proporção simples	Um para muitos	Divisão por quotas

Fonte: Elaborado pela autora.

As relações presentes na primeira situação proposta por Orquídea estão ilustradas na figura abaixo:

Figura 32 – Situação Ternária - Comparação Multiplicativa – Referido desconhecido – Multiplicação

O Sr. João vendeu na segunda-feira 300 laranjas. Na terça-feira ele vendeu o dobro dessa quantidade. Quantas laranjas o Sr. João vendeu na terça-feira?



Fonte: Elaborado pela autora.

Magina, Santos e Merlini (2011) explicam que situações envolvendo a ideia de comparação multiplicativa podem gerar dificuldades de compreensão até para estudantes mais experientes. Segundo esses autores, pode-se inferir que a dificuldade “não reside na habilidade de se efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação” (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2011, p. 4).

As demais situações propostas por Orquídea foram de relações quaternárias, proporção simples, classe um para muitos. Entretanto, há a divisão por quotas. Assim, na ilustração presente na figura abaixo, é possível perceber que se busca saber em quantas semanas vai ser possível acumular a quantidade de dinheiro necessária, isto é, a quota.

Figura 33 – Situação Quaternária – Proporção simples – Um para muitos – Divisão por quotas

Paulo quer comprar um bola de vôlei que custa 50 reais. Se ele recebe uma mesada de 10 reais por semana, quantas semanas ele vai precisar para juntar esse valor?

Semana		Reais
1	→	10
?	→	50

Fonte: Elaborado pela autora.

Lautert e Spinillo (2002) registraram em suas pesquisa percentual de acertos ligeiramente maior no problema de partição do que na divisão por quotas, entre crianças de 7 a 9 anos.

A Professora Rosa elaborou sete situações-problema de relação quaternária, todas do tipo proporção simples, classe um para muitos. Sendo quatro de multiplicação, duas envolvendo divisões por partes e uma, divisão por quotas. Uma situação de relação ternária, do eixo de comparação multiplicativa, com referido/referente desconhecido e a operação de multiplicação.

Quadro 8 – Exemplos de situações propostas – Professora Rosa

Situação-problema	Relação	Eixo	Classe	Operação
Roberto é vendedor de frutas. Segunda-feira ele foi ao mercado com uma caixa com 75 frutas e vendeu todas, na terça-feira ele vendeu o triplo das frutas. Quantas frutas ele vendeu na terça-feira?	Ternária	Comparação Multiplicativa	Referido/ Referente Desconhecido	Multiplicação
Uma fábrica produz 2.430 tijolos por dia. Quantos tijolos essa fábrica produz em um mês?	Quaternária	Proporção Simples	Um para muitos	Multiplicação
A professora do 5º ano A, vai trabalhar com sua turma em equipes de 5 alunos. Como ela tem 35 alunos, quantas equipes ela vai formar?	Quaternária	Proporção Simples	Um para muitos	Divisão por cota

Fonte: Elaborado pela autora

Tendo em vista que as situações propostas por Rosa são dos mesmos eixos e classes já ilustrados anteriormente, nos absteremos de representar os diagramas que lhes são correspondentes.

A Professora Gérbera elaborou 5 situações problema, todas de relações quaternárias, eixo proporção simples, classe um para muitos, sempre envolvendo a divisão por partes. Dentre essas proposições houve uma, cuja solução era inviável, por conter dados incorretos. Elaborou também três situações de relações ternárias, do eixo comparação multiplicativa, com referido/referente desconhecido, sendo duas multiplicações e a outra envolvendo uma divisão por 2 ou multiplicação por $\frac{1}{2}$. A seguir apenas exemplos de situações-problema que se diferenciaram daquelas propostas pelas demais professoras, já analisadas nesta subseção.

Quadro 9 – Exemplos de situações propostas – Professora Gérbera

Situação-problema	Relação	Eixo	Classe	Operação
Marcos ganhou 10 balões e estourou a metade. Com quantos balões ele ficou?	Ternária	Comparação Multiplicativa	Referido/ Referente Desconhecido	Divisão por 2 ou multiplicação por $\frac{1}{2}$
Se um dia tem 60 minutos. Quantos segundos terá meio dia	Problema insolúvel tendo em vista dados com informação incorreta.			

Fonte: Elaborado pela autora

A situação-problema da classe ternária pode ser resolvida pelos alunos tanto pela divisão, quanto pela multiplicação, desde que a relação a se estabelecer neste caso seja $1/2$. Entretanto, como as quantidades envolvidas são pequenas, o desafio proposto é diminuto, a menos que o objetivo específico da professora seja a introdução do trabalho com a multiplicação envolvendo frações ($10 \times \frac{1}{2}$).

A última situação proposta por Gérbera, a ser aqui analisada, era de resolução impossível, visto que partia da informação inadequada de que “um dia tem 60 minutos. Quantos segundos tem meio dia?” Se a professora tivesse fornecido o dado corretamente, isto é, 1440 minutos em um dia ($24h \times 60min = 1440min$), o desafio seria primeiro atentar para o fato de que a pergunta está se referindo a segundos e, além disso, referindo-se a meio dia. Neste caso, o problema consistiria em estabelecer a relação entre o referente (1440 minutos) e o referido desconhecido (em segundos). A relação seria $\times 60$ (vezes 60 segundos) Depois disso, o resultado poderia ser dividido por 2 porque se perguntava em meio dia. Seria um problema que envolveria duas comparações multiplicativas: uma para relacionar minutos com segundos e a outra para relacionar o resultado de 1 dia com $\frac{1}{2}$ dia.

Sinteticamente, pode-se verificar, no quadro a seguir, as situações que foram propostas pelas professoras, nos momentos iniciais da formação, quando ainda não se havia discutido a estruturação do campo multiplicativo. Tendo-se em vista que Vergnaud assevera que os conceitos componentes desse campo só são efetivamente elaborados, se os sujeitos cognoscentes tiverem experiências com todas as classes de situações, visou-se perceber o que os professores mais contemplavam em suas proposições.

Quadro 10 – Síntese das situações propostas no início da formação

Relação	Eixo	Classe	Quantidade
Quaternária	Proporção simples	Um para muitos	26
Ternária	Comparação Multiplicativa	Referido/referente desconhecido	6

Fonte: Elaborado pela autora

Pode-se verificar que, embora as situações de relações quaternárias ultrapassem os 80% do conjunto das situações propostas, não foram contemplados os eixos proporção dupla e proporção múltipla, em nenhuma das classes (um para muitos e muitos para muitos). Com relação ao eixo proporção simples, apenas a classe um para muitos foi proposta, deixando-se de lado a classe muitos para muitos.

No que diz respeito às relações ternárias, observa-se que, no eixo Comparação Multiplicativa, não houve proposição da classe Relação desconhecida. Também não foi contemplado o eixo produto de medidas, em nenhuma de suas classes – Configuração Retangular e Combinatória.

Os nossos dados não permitem afirmar que as situações não propostas no momento formativo necessariamente não estejam sendo trabalhadas em sala de aula. Entretanto, a padronização dessas escolhas entre o conjunto das docentes, agregada aos resultados de estudos como os de Santos (2015), Castro, Barreto e Nascimento (2017), nos levam a inferir, se não a exclusividade, pelo menos a maior frequência das situações proporção simples e comparação multiplicativa nas práticas dessas professoras.

Pesquisas de Santana *et al.* (2016), Magina *et al.* (2012), Castro *et al.* (2016), Castro, Nascimento e Barreto (2017) demonstram a necessidade de se explorar com professores e estudantes a variedade de situações propostas por Vergnaud (2000, 2009), de modo a permitir avanço na elaboração dos conceitos componentes do campo conceitual multiplicativo.

A seguir, analisa-se as sequências de ensino elaboradas pelas professoras por ocasião do processo formativo.

5.3.3 Sequências de ensino elaboradas pelas Professoras

Nesta subseção apresentam-se as sequências de ensino relativas ao campo conceitual multiplicativo elaboradas pelas professoras para suas turmas de 4º ou 5º anos do Ensino Fundamental. Essa foi uma das atividades propostas durante o processo formativo, após as discussões a respeito da TCC.. As sequências estão aqui analisadas considerando-se os seguintes aspectos:

1. Nível de dificuldade presente na sequência de ensino, proposta por cada uma das professoras, com vistas a explorar o campo conceitual multiplicativo, considerando a diversidade de situações-problema e os desafios colocados, visando a propiciar a evolução da elaboração de conhecimento dos alunos
2. Previsão, no plano da sequência de ensino, de momentos em que professora e alunos assumem o protagonismo durante as aulas, levando em conta os princípios da TSD.

Com esta atividade esperava-se que os planos demonstrassem como se desenvolveria a aula, de modo a perceber:

1. Se estava previsto e como ocorreria o processo de devolução;
2. Se previa a oportunidade da vivência da situação adidática, ou seja, o momento em que os alunos trabalhariam (construindo conhecimentos a partir de ações, formulações e validações) sem a intervenção do professor no que se refere ao conteúdo;
3. Se estava considerada a formação de grupos e como seriam formados;
4. Se, na proposta de trabalho para os alunos, as situações-problema apresentadas oportunizariam o aprofundamento do conhecimento relativo ao campo conceitual multiplicativo (variedade de situações, magnitude dos números, números decimais ou operações inversas)
5. Se indicavam a correspondência entre necessidades específicas dos alunos, isto é seu nível de elaboração de conhecimento, com os desafios propostos na sequência de ensino;
6. Se informava qual a origem da atividade proposta (elaborada pela professora, livro didático, xérox, Caderno do PNAIC)
7. Se foi destinado tempo para o processo de institucionalização (síntese dos resultados dos alunos e articulação com o saber universal).

Considerando o exposto, apresenta-se a seguir as análises dos planos de cada uma das professoras.

A Professora Orquídea desenvolveu plano para duas aulas, com duração de 110 minutos para a turma do 5º ano do Ensino Fundamental. A

unidade temática era Números e o conteúdo em foco – Multiplicação. Foram definidos, por ela, três objetivos específicos:

1. Resolver problemas com números naturais, envolvendo diferentes ideias da multiplicação;
2. Trabalhar em grupos, de forma organizada e cooperativa, respeitando a opinião dos colegas;
3. Expor, para o grupo, as estratégias de cálculo desenvolvidas na equipe. (Professora Orquídea – Plano de aula)

O primeiro objetivo refere-se a diferentes ideias da multiplicação, embora não estejam explícitas quais sejam. Explorar diferentes ideias corresponde ao que é defendido por Vergnaud (1990, 2009) ao afirmar que, para dar sentido aos conceitos, necessita-se considerar uma variedade de situações e analisar suas características de forma exaustiva.

Além disso, Vergnaud (2009) acrescenta que a diversidade ou a dificuldade desigual dos problemas não se devem apenas ao fato de pertencerem a uma ou outra classe de situações. Outros fatores também intervêm, tais como: a maior ou menor facilidade do cálculo numérico necessário; a ordem e a apresentação das informações; o tipo de conteúdo e de relação focalizada.

Nos outros dois objetivos, percebe-se que a professora expressou, efetivamente, os procedimentos a serem adotados durante a vivência da situação. Entretanto, mesmo que não se possa considerar que são objetivos, demonstram que os procedimentos vão ao encontro do que a TSD recomenda: trabalho em pequenos grupos, de forma cooperativa, respeitando as ideias dos outros; ao término da atividade, discussão com a turma do que foi desenvolvido nos grupos, as diferenças de estratégias e resultados e a aproximação do conhecimento ali produzido e o saber socialmente construído, em torno do conceito em foco.

A partir dos objetivos supracitados, a professora elaborou a sequência de ensino propondo a resolução de seis situações-problema, cada uma colocada dentro de um envelope, para que os alunos as resolvessem em grupos de quatro alunos. A proposta dada para cada grupo era ler, resolver a situação e registrar a estratégia de solução no caderno. A orientação com relação ao tempo foi que, após cinco minutos, os grupos trocassem os envelopes contendo a situação, de modo que todos os grupos resolvessem os seis problemas. Para a atividade

completa foi destinado um tempo de 30 minutos. As seis situações estão expostas a seguir:

Figura 34 – Situação-problema 01 – Proporção Simples – Multiplicação

Veja o preço do bolinho

R\$ 2.00

► Juliana comprou 9 bolinhos. Quanto ela Pagou? _____

► Qual é o preço de: 6 bolinhos? _____ 8 bolinhos? _____

7 bolinhos? _____ 10 bolinhos? _____

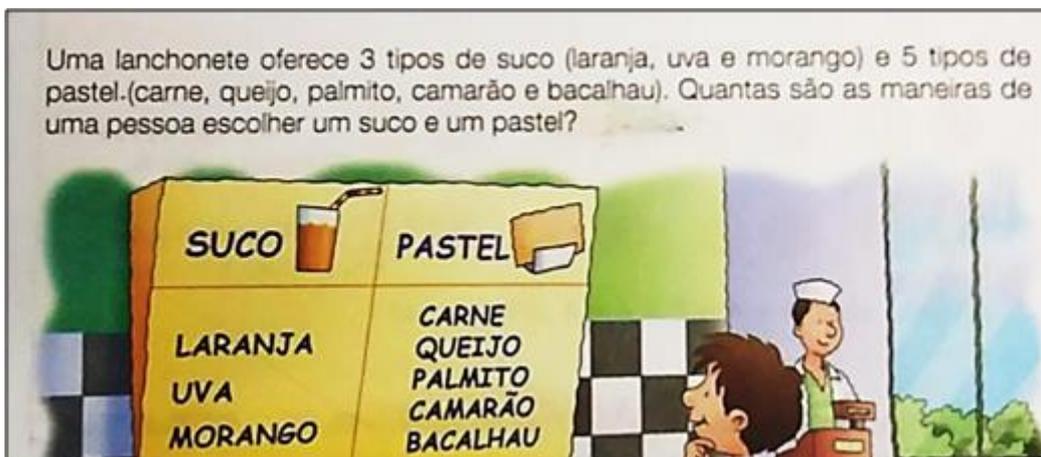
Fonte: Plano de aula – Professora Orquídea – Data: 13/06/2019

Essa é uma situação de relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto, envolvendo multiplicação. É uma situação de baixa complexidade, sendo considerada por Gitirana *et al.* (2014) como situação protótipo da multiplicação, cuja aprendizagem pelos alunos ocorre mais rapidamente.

Perceba-se que, embora a situação seja classificada como proporção simples, ela traz em si a busca pelo exercício da tabuada, visto que exige os cálculos 6×2 ; 7×2 ; 8×2 ; 9×2 .

Além disso, situa-se num contexto de venda, portanto lida com o sistema monetário e com números pequenos. Esse tipo de problema faz parte do cotidiano do aluno e pode trabalhar com números decimais, o que não é o caso. Desse modo, é possível prever que os alunos do 5º ano, para quem foi elaborada esta atividade, não apresentem dificuldades para resolvê-lo.

Figura 35 – Situação-problema 02 – Combinatória - Multiplicação



Fonte: Plano de aula – Professora Orquídea – Data: 13/06/2019

A segunda situação proposta é de relação ternária, do eixo produto de medidas, da classe de combinatória, do tipo discreto. Também ocorreu num contexto de vendas em uma lanchonete. É do tipo produto cartesiano, podendo ser trabalhado nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

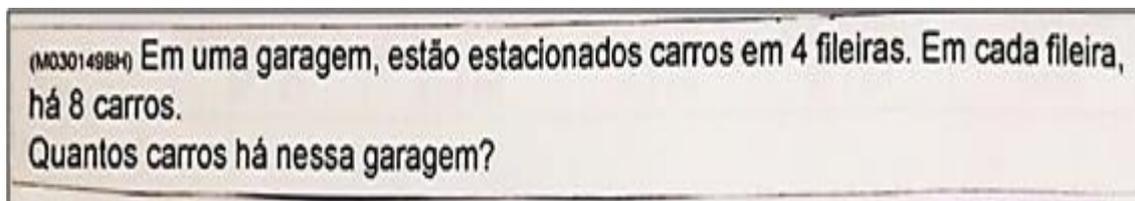
Pessoa e Borba (2009) desenvolveram pesquisa objetivando verificar as estratégias usadas por alunos de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental e o seu desempenho em relação à resolução dos diferentes tipos de problemas de raciocínio combinatório, antes da sua introdução formal na escola. Os resultados da referida pesquisa revelaram que nos problemas de raciocínio combinatório,

a maior parte dos alunos começa tentando buscar uma compreensão do problema, sendo a maior dificuldade a de esgotar todas as possibilidades que o problema solicita. Os alunos da 1ª e 2ª série são menos bem-sucedidos na enumeração de todos os casos possíveis, e os de 3ª e 4ª série conseguem fazer essa enumeração com maior frequência. Nesse sentido, a escola deve discutir o esgotamento de possibilidades em seu trabalho de raciocínio combinatório, ou seja, o levantamento – direto ou indireto — de todos os possíveis casos. Dessa forma estará possibilitando um maior desenvolvimento dos alunos na compreensão dessas situações. O papel das representações simbólicas também é uma importante questão a ser considerada, pois não apenas significados dados aos números nos diferentes tipos de problemas, mas também a forma de representá-los, influenciam a sua resolução. (PESSOA; BORBA, 2009, p. 143)

Esses resultados mostram que há necessidade de que a escola trabalhe de forma a explorar as duas ideias que dão sentido às situações: variedade e história. Para cada campo conceitual há uma variedade de situações, assim, os

conhecimentos dos alunos vão sendo construídos a partir das situações que encontram e, com isso, eles vão dominando o conteúdo de forma progressiva.

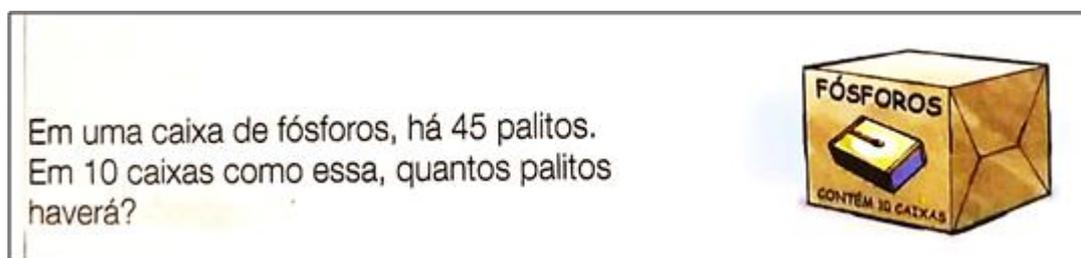
Figura 36 – Situação-problema 03 – Proporção simples - Multiplicação



Fonte: Plano de aula – Professora Orquídea – Data: 13/06/2019

A situação 03 também faz parte do grupo das relações quaternárias, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto. Essa situação envolve a multiplicação, somente com um algarismo no multiplicador e no multiplicando. Essa situação, como a primeira, também é bem simples e envolve valores numéricos bem pequenos, sendo considerado de fácil resolução para alunos de 5º ano.

Figura 37 – Situação-problema 04 – Proporção simples - Multiplicação



Fonte: Plano de aula – Professora Orquídea – Data: 13/06/2019

Outra vez foi apresentada uma situação de relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe – um para muitos, do tipo discreto. Nesse caso, faz-se uma multiplicação. Nessa situação apareceu um fator de dificuldade para alguns alunos que é a multiplicação por 10. Importante para observar a capacidade dos alunos quanto às regularidades ao multiplicar qualquer número por 10.

Figura 38 – Situação-problema 05 – Proporção simples - Multiplicação

Numa caixa podem ser colocadas 12 garrafas de suco. Se um caminhão transportar 100 dessas caixas, quantas garrafas ele transportará?



Fonte: Plano de aula – Professora Orquídea – Data: 13/06/2019

Mais uma vez a professora propôs, na situação 05, o trabalho com a relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe – um para muitos, do tipo discreto. Nesse caso, envolvendo a multiplicação por 100. Os dados não permitem afirmar, porque a professora não explicitou no seu planejamento da sequência, se ela objetivava provocar seus alunos a perceberem a regularidade da multiplicação por 10 e por 100, e o acréscimo ao número inicial de um ou dois zeros, como produto.

Figura 39 – Situação-problema 06 – Problema misto

Na tevê está indicado o preço à vista. A prazo, a televisão é vendida em 4 prestações de 145 reais.

a) Qual o preço da tevê a prazo?
b) Se uma pessoa comprar a tevê a prazo, quanto vai pagar a mais?



Fonte: Plano de aula – Professora Orquídea – Data: 13/06/2019

A sexta situação-problema é de natureza mista, por envolver o campo multiplicativo, com a ideia de multiplicação e envolver o campo aditivo, com a ideia de subtração (ideia de tirar) ou adição (ideia de completar). No que diz respeito ao campo multiplicativo, novamente foi proposta pela professora Orquídea uma situação-problema de relação quaternária, do eixo proporção simples, classe – um para muitos, do tipo discreto. Repete-se também o contexto, uma vez que traz o cotidiano dos alunos por tratar-se de uma situação de compra, trazendo o sistema monetário. Mesmo com a situação de compras, não utiliza números decimais, pois os valores são apresentados como número natural seguido do termo reais.

Percebe-se que a Professora Orquídea repetiu a prática de enfatizar o trabalho com as relações quaternárias, proporção simples, classe um para muitos. Nos problemas por ela propostos, analisados na subseção 5.2.2 desta tese, das 8 situações elaboradas, seis eram dessa mesma classe, havendo apenas 2 situações de relações ternárias, ambas do eixo comparação multiplicativa, classe referido/referente desconhecido. Aqui, das seis propostas, quatro são de proporção simples, um para muitos. Aqui ela propôs uma situação de relação ternária, do eixo produto de medidas, contemplando a combinatória. Dessa forma, não se fez menção à classe de configuração retangular, nem ao eixo de comparação multiplicativa. E foi criado um problema misto em que se faz uso de proporção simples e do campo aditivo com a ideia de tirar (subtração).

Não se pode, portanto, afirmar que a professora Orquídea tenha avançado na percepção de que a elaboração do campo conceitual, está diretamente vinculada ao trabalho com toda a variedade de situações, conforme preconiza Vergnaud (2009) em sua Teoria dos Campos Conceituais.

No que diz respeito ao que preconiza a TSD, a Professora Orquídea demonstrou buscar delimitar momento em que pudesse ocorrer a situação adidática, ou seja, o momento em que os alunos trabalhariam em grupos, sem a intervenção do professor no que se refere ao conteúdo. Foi proposto o trabalho em equipes de 4 alunos e dadas as orientações para a resolução da atividade:

Procedimentos:

2. Propor a atividade para os alunos, explicando como acontecerá (10min)

3. Formar as equipes (4 alunos) e distribuir os envelopes (um para cada equipe) com as situações-problema.

4. A equipe terá que resolver a situação e registrar a solução (estratégia) no caderno, no tempo determinado (5min). Ao sinal do professor, após os 5 minutos, os grupos deverão trocar os envelopes e resolver outra situação. As trocas prosseguem até que cada grupo tenha resolvido os problemas de todos os envelopes. (30min).

Obs.: Acompanhar as discussões dos grupos e observar as estratégias utilizadas pelos alunos.

Obs.: Se necessário, mediar possíveis conflitos nos grupos. (Professora Orquídea)

Percebe-se que, mesmo com o esforço para dar a vez para o estudante assumir o seu papel de elaborador de conhecimentos, a professora ainda dedica 10 minutos para sua explicação e apenas 5 minutos para a resolução de cada

situação-problema. Observa-se ainda que a professora propôs questões de muito simples resolução para estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental.

Brousseau (2008) recomenda que o professor, ao planejar sua ação docente, considere o conhecimento já construído por seus alunos. A partir dos dados aqui analisados, não é possível asseverar que, de fato, as questões são de nível abaixo das possibilidades dos discentes, entretanto, o reforço à tabuada (x2) presente na primeira situação-problema, induz o pesquisador a pensar que sim. A pesquisa, com interlocução com a sala de aula dos professores está seguindo, em busca de respostas a esse questionamento, mas não poderá compor esta tese.

O plano da Professora Orquídea registrava que após a conclusão das atividades pelos grupos, cada um deles faria a apresentação sobre como fizeram para encontrar a solução, isto é, que estratégia utilizaram e se havia estratégias divergentes:

5. Concluída a resolução dos problemas, cada grupo deverá explicar, oralmente ou no quadro, como fez para resolver a situação do envelope que se está com o grupo.
- 5.1 Neste momento, os outros grupos se manifestarão se a sua estratégia foi a mesma ou se usaram outra; neste caso, deverão demonstrar no quadro. (30min).

Nessa dinâmica, a professora visava a que os grupos explicitassem em que aspectos convergiram ou divergiram. Dessa forma, a professora abria possibilidades para que os estudantes percebessem que há diferentes caminhos através dos quais é possível se resolver um problema matemático. Revelava-se, então, que diferentes conhecimentos poderiam estar sendo construídos naquele ambiente e que todos eles são importantes e, portanto, devem ser analisados. Esse princípio da TSD pode colaborar para desfazer o que Machado () denomina de slogan acerca da Matemática – neste caso que a Matemática é exata; que apenas pessoas com inteligência especial podem aprendê-la.

Observa-se, entretanto, que a professora não mencionou em seu planejamento qual o seu papel nessa etapa da aula, isto é, o que ela faria para sistematizar os conhecimentos ali gerados. Mesmo tendo afirmado que, durante o tempo em que os alunos estivessem trabalhando as questões – situação didática para Brousseau – ela deveria “Acompanhar as discussões dos grupos e observar as estratégias utilizadas pelos alunos” (Orquídea – planejamento situação de

ensino), ela não conseguiu planejar como ela usaria essas anotações, no sentido de potencializar as discussões e aproximar o grupo classe da elaboração dos conceitos em jogo. Em síntese, a professora Orquídea teve dificuldade em planejar seu papel no momento da institucionalização dos conhecimentos em sua sala.

Trata-se de uma dificuldade também vivenciada por Brousseau, quando do processo de elaboração da TSD. De início, ele supôs que a aula estaria concluída logo que os estudantes resolvessem as atividades propostas. Somente com a interlocução com a prática das professoras com as quais ele pesquisava, foi sentida a necessidade de criação da etapa de institucionalização, que hoje constitui a TSD. Segundo o autor:

No passado, acreditávamos que, ao considerarmos as situações de ação, formulação e validação, dispúnhamos já de todos os tipos possíveis de situação. (...) Demoramos a perceber que os professores realmente eram obrigados a 'fazer alguma coisa': tinham de dar conta da produção dos alunos, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão; conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identifica-lo; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizadas. (BROUSSEAU, 2008, p. 31)

No caso da Professora Orquídea, ela sentiu a necessidade de ver o resultado dos trabalhos dos alunos, mas não registrou a sua participação nesse momento. Então, podemos afirmar que, de acordo com o registro no plano, a professora previu a socialização das resoluções e de suas estratégias, porém não contemplou em seu plano como seria realizada a articulação entre as respostas dos alunos e o saber instituído.

A situação de ensino proposta pela referida professora ainda continha os recursos utilizados (envelopes contendo situações-problema) e a avaliação que seria realizada através de uma roda de conversa, evidenciando os seguintes aspectos:

Participação e comunicação dos alunos no grupo;
Desempenho na compreensão e resolução dos problemas propostos;
Habilidade para expor a solução.
(Professora Orquídea)

Importante destacar que a professora demonstrou avaliar tanto a compreensão, quanto a resolução dos problemas. Vergnaud (2009) chama a atenção para dois tipos de cálculos que devem ser considerados na resolução de situações-problema: o numérico e o relacional. O cálculo numérico diz respeito às operações necessárias, contudo, antes de identificar que operação vai ser utilizada, o aluno precisa compreender o enunciado do problema, recorrendo para isso às operações de pensamento, buscando compreender o cálculo relacional.

A segunda sequência de ensino aqui analisada foi proposta pela Professora Rosa e destinava-se também a turma de 5º ano do Ensino Fundamental. Nesse plano, a unidade temática também era Números e o conteúdo – Multiplicação. Não foi explicitada a duração da aula, nem a duração de cada atividade a ser realizada, conforme a proposta.

Foram definidos como objetivos: “interpretar e resolver situações-problema com multiplicação” (situação de ensino – Professora Rosa). Observe-se que o objetivo está novamente na resolução dos problemas. A professora demonstra não perceber que resolver o problema deve ser visto como estratégia para elaborar conceitos de multiplicação. Quais conceitos são esses a que a Rosa projeta desenvolver não fica explícito no planejamento. Necessário atentar ainda para o fato de que a professora Rosa, do mesmo modo como já se viu com a professora Orquídea, separa a multiplicação da divisão, afastando-se assim dos princípios da Teoria dos Campos conceituais.

A metodologia de trabalho indicada no plano era composta dos seguintes procedimentos:

Dividir a turma em equipes de 4 ou 5 alunos;
Explicar a proposta de trabalho;
Distribuir em cada equipe uma situação problema a seguir e dar um tempo para resolverem. (Professora Rosa)

Mais uma vez, a professora demonstra a busca da organização da turma para o trabalho em grupo, o que vem em direção do que propõe a TSD. Por não ser previsto o momento, nem a duração da explicação da proposta de trabalho, conforme prevê a Professora Rosa, fica difícil atribuir-se a esse momento o que Brousseau considera a devolução. A falta de determinação de tempo e a indicação de que cada grupo resolverá uma situação diferente pode indicar a

dificuldade para, ao final das atividades, realizar-se a discussão acerca das diferentes estratégias e resultados. Assim a institucionalização poderá ser prejudicada.

Figura 40 – Situação-problema 01 – Proporção dupla - multiplicação

<p>O chefe do José encomendou 5 salgados e 10 doces para cada funcionário, para comemorar a meta alcançada no ano. Se a empresa tem 56 funcionários, quantos salgados e quantos doces foram encomendados?</p>	
---	--

Fonte: Plano de aula – Professora Rosa – Data: 13/06/2019

A primeira situação proposta pela professora é classificada como de relação quaternária, do eixo proporção dupla, da classe – um para muitos, do tipo discreto. Ela envolve duas proporções simples e três tipos de grandezas – salgados, funcionário e doces, uma independente e duas dependentes. O número de funcionários pode ser alterado livremente, mas ele determinará alterações entre o número de salgados e o número de doces. Entretanto, doces e salgados não guardam relação entre si.

Figura 41 – Situação Quaternária – Proporção dupla – Multiplicação

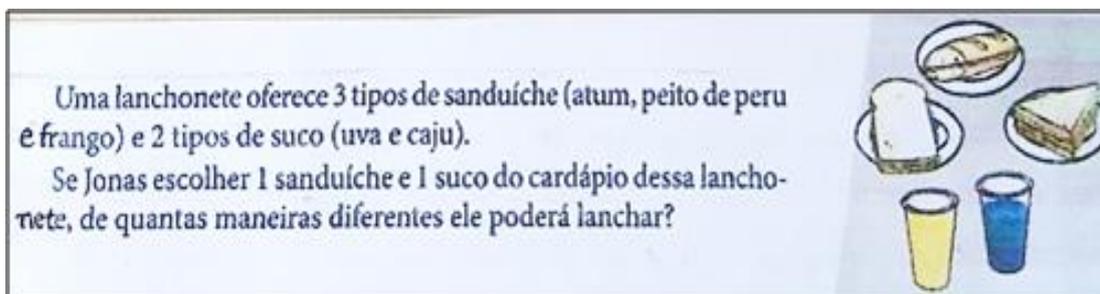
Salgados		Funcionários		Doces
5	←	1	→	10
? (280)	←	56	→	? (560)

Fonte: Elaborada pela autora

Haveria a necessidade de multiplicar 56 (convidados) x 5 (salgados) e 56 (convidados) x 10 (doces), sendo que as grandezas salgados e doces são independentes uma da outra, mas as duas são dependentes da grandeza funcionário. Trata-se de classe de situação pouco proposta nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a qual guarda nível de complexidade mais alto que a classe proporção simples. Nenhuma das professoras havia contemplado essa classe nas suas proposições ao início do processo formativo, o que evidencia ampliação de

sua percepção acerca da variedade de situações componentes do Campo Multiplicativo, embora, como se vê mais adiante, a ênfase permanece no eixo proporção simples, classe um para muitos.

Figura 42 – Situação-problema 02 – Combinatória - Multiplicação



Fonte: Plano de aula – Professora Rosa – Data: 13/06/2019

A segunda situação-problema proposta pela Professora Rosa é de relação ternária, do eixo produto de medida, da classe combinatória, do tipo discreto. Situações de produto de medida envolvem relação entre duas grandezas que gera uma terceira. Apesar de não estar entre as situações mais simples, quando trabalhada pela escola, é uma situação em que, geralmente, os alunos resolvem através de representação pictórica, ligando cada elemento de uma coleção aos elementos da outra coleção, ou por tabelas.

Trata-se também de mais uma inovação na proposição da professora Rosa, uma vez que no início do processo formativo, ela não havia contemplado o eixo produto de medidas, tendo-se atido ao eixo comparação multiplicativa, classe referido/referente desconhecido ou à proporção simples um para muitos.

A terceira situação proposta pela professora Rosa, representada logo abaixo, envolve uma relação quaternária, do eixo proporção simples, um para muitos, do tipo discreto. Entretanto, ao lado da multiplicação faz-se necessário realizar a composição aditiva, entre quantidade de retalhos brancos e de retalhos azuis, tratando-se portanto de uma situação mista.

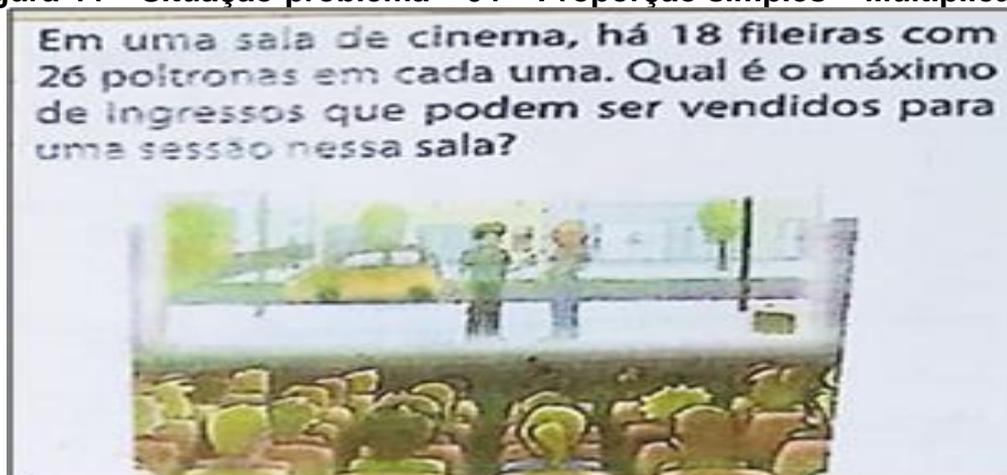
Figura 43 – Situação-problema 03 – Proporção simples - Multiplicação

Fonte: Plano de aula – Professora Rosa – Data: 13/06/2019

A Professora Rosa retorna a ênfase no uso da proporção simples, um para muitos. Embora seja classificada como situação das mais corriqueiras, é necessário que a professora trabalhe essa situação com seu grupo classe.

Embora o problema possa ser resolvido, iniciando-se pela adição entre os elementos presentes na situação e sua posterior multiplicação pela quantidade de fileiras (gerando 24×20), também pode ser resolvido pela multiplicação entre o número de fileiras e cada cor de retalhos (12×20) para somente depois realizar-se a adição entre os produtos. Trata-se de oportunidade para abordar a propriedade associativa da multiplicação, caso as diferentes resoluções venham dos estudantes ou se a professora conseguir ter tal percepção. No planejamento de Rosa, não há nada que faça referência a essa possibilidade.

Na situação 4, a seguir, a Professora Rosa repete a proposição da situação de relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto.

Figura 44 – Situação-problema – 04 – Proporção simples - Multiplicação

Fonte: Plano de aula – Professora Rosa – Data: 13/06/2019

Essa situação é de relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto. Envolve uma operação de multiplicação.

O problema fornece a quantidade de poltronas em cada fileira e procura pela quantidade total. Nessa situação, a proporcionalidade estabelecida pela relação funcional $\times 18$ permanece constante cada vez que for aumentado ou diminuído uma fila. Ressaltamos que esse tipo de problema envolve medidas numéricas e não dimensionais como ocorre nas situações de configuração retangular. À primeira vista pode-se ter uma falsa impressão de que se trata de uma configuração retangular. Equívocos de classificação entre situações de configuração retangular e situações de proporção simples já foram analisadas por Souza (2015). A professora não alertou em seu planejamento para quais poderiam ser os obstáculos a serem vencidos pelos alunos, conforme sugere Brousseau, mas pode-se inferir que a multiplicação entre dois números compostos por duas ordens, presentes nesta questão e na anterior, pode ter sido um dos elementos previstos pela professora.

A situação 5 é de relação ternária, do eixo de comparação multiplicativa, da classe referido/referente desconhecido. Entretanto, trata-se de múltiplas comparações – uma vez para o triplo, uma vez para o quádruplo. Além disso propõe-se a composição de quantidade, situação pertencente ao Campo Aditivo, o que novamente não foi ressaltado pela professora Rosa.

Figura 45 – Situação-problema 05 – Comparação multiplicativa

Henrique foi ao sítio e levou 20 sacos de ração para os animais na segunda, na terça ele levou o triplo e na quarta foi o quádruplo. Quantos sacos ele levou nos três dias?



Fonte: Plano de aula – Professora Rosa – Data: 13/06/2019

Como se pode perceber, em cada comparação multiplicativa, apresenta-se o referido e a relação e pergunta-se pelo referente. Magina, Santos e Merlini (2011) afirmam que algumas situações do campo multiplicativo envolvendo a ideia de comparação multiplicativa podem gerar dificuldade pela complexidade para compreender o enunciado e traduzi-lo numa operação matemática adequada para a resolução da situação. Este é o caso da proposição “José tem três vezes mais dinheiro que Pedro”. A expressão “vezes mais” pode gerar dúvida para o aprendiz perceber se está sendo considerada uma multiplicação ou uma adição. Entretanto, esse tipo de comparação multiplicativa envolvendo o dobro e o triplo costuma ser considerada protótipo dessa classe de situação.

Na situação 6, a Professora Rosa volta a propor situação da relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto.

Figura 46 – Situação-problema 06 – Proporção simples - Multiplicação

Observe a ilustração e responda à questão.



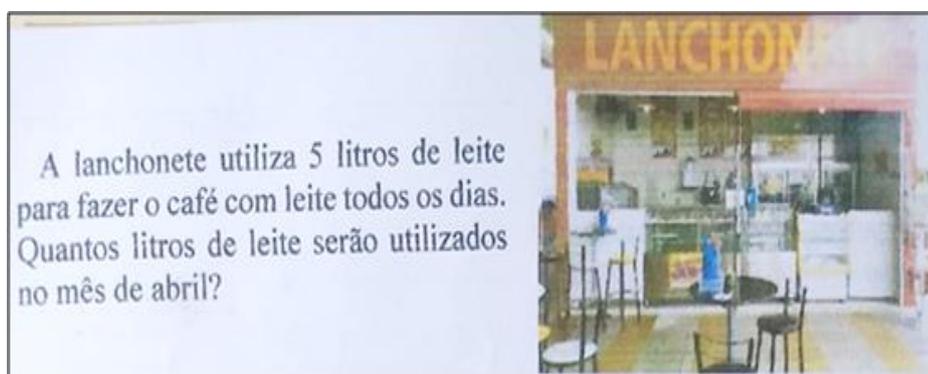
Quantos metros o rapaz percorrerá?

Fonte: Plano de aula – Professora Rosa – Data: 13/06/2019

A Professora Rosa apresentou na sexta situação um caso de relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos. Apresentam-se a medida da pista completa e solicita-se que calcule oito voltas na pista, perguntando-se pelo total de metros. Trata-se de uma multiplicação.

Na última situação-problema, componente da sequência de ensino elaborada pela Professora Rosa, ela voltou a trabalhar com relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto.

Figura 47 – Situação-problema – 07 – Proporção simples - Multiplicação



Fonte: Plano de aula – Professora Rosa – Data: 13/06/2019

Neste caso, são usados 5 litros por dia, e exige-se que o aprendiz domine aquilo que Kamii (2008), baseada em Piaget, denomina conhecimento social. Para a resolução da situação problema é necessário a informação de que o mês de abril tem 30 dias. Também se usa para sua resolução uma multiplicação.

Assim, volta-se a perceber, com mais essa professora que, embora ela tenha tomado conhecimento de que existem mais classes de situações e as tenha usado na composição da situação de ensino proposta, a preferência permanece as relações quaternárias, eixo proporção simples, classe um para muitos.

Da perspectiva da Teoria das Situações Didáticas, pode-se perceber que a professora, além de haver proposto a organização da turma em pequenos grupos, ela ressalta a necessidade de que cada um deles exponha sua estratégia e seu resultado. Conforme consta no planejamento de Rosa:

:

Após todas as equipes concluírem a resolução dos problemas, cada equipe apresentará aos demais colegas a forma utilizada para encontrar os resultados dos problemas. Em seguida, o professor fará a correção dos problemas. (Professora Rosa – Proposta de situação de ensino)

A professora prevê a apresentação dos resultados de cada um dos grupos, pelos seus próprios membros. Entretanto, nada está expresso sobre a aproximação/distanciamento percebidos pelos alunos entre possíveis diferentes estratégias ou resultados. Permanece sem a indicação do tempo para essa atividade final, o que não permite verificar se haverá condições de debates acerca dessas possíveis diferenças.

A afirmação de que a professora “fará a correção” dos problemas, pressupõe a manutenção do protagonismo com a professora. Ela sabe a resposta correta a que os estudantes deveriam ter chegado e com base nisso fará a correção. Assim a Professora Rosa se afasta do que preconiza a TSD, quando recomenda que o professor observe as diferentes resoluções, no sentido de ser capaz de provocar debates acerca da pertinência/impertinência das decisões tomadas.

Para a TSD, nesse momento de finalização do ciclo de atividade dos estudantes, ao professor cabe, prioritariamente, intervir no sentido de fazer com que os alunos associem o conhecimento construído ao saber instituído, sempre valorizando os aspectos construídos pelo grupo classe. Esse processo – a institucionalização – é mais complexo do que a simples correção do problema, onde apenas se afirma o que foi certo e o que foi errado.

A terceira sequência de ensino aqui analisada foi proposta pela Professora Gérbera e destinava-se à turma de 4º ano do Ensino Fundamental. A professora, como as demais anteriores, também abordou a unidade temática Números e considerou o conteúdo – As ideias da Multiplicação. Seguiu a organização do livro didático que, para aquele momento, estava prevendo esse conteúdo. Mais uma vez se percebe a permanência da separação entre a multiplicação e a divisão.

Estabeleceu-se como objetivo: “Relacionar a multiplicação a situações que representam adições de parcelas iguais, organizações retangulares e combinações, traduzindo-as por meio de uma sentença matemática.” (Professora Gérbera). A professora demonstra perceber que deve ampliar as situações com as quais trabalhar para proporcionar a seus alunos domínio do campo multiplicativo.

Assim, afirma que contemplará o eixo produto de medidas, através de suas duas classes: combinatória e configuração retangular.

Em contrapartida, a professora Gérbera parte da ênfase na multiplicação como soma de parcelas iguais. Tratar a multiplicação dentro dessa perspectiva é negar a ruptura que existe entre o campo multiplicativo e o aditivo (Magina; Merlini; Santos, 2014). No primeiro estabelece-se relação constante entre elementos de natureza diferentes. No campo aditivo a relação se estabelece dentro de uma só categoria, entre partes e todo.

No planejamento da Professora Gérbera não havia registro sobre os procedimentos na sala de aula. Para o início da aula não estava previsto processo de sensibilização dos alunos para que assumissem seu papel ativo no momento de gerar conhecimento. Ou seja, não se pode perceber qualquer indicação de ocorrência da devolução, conforme recomendado pela TSD. A ênfase parece estar sobre os problemas a serem resolvidos pelos alunos.

Não foi explicitada a organização da turma, se individual, duplas, quartetos etc. Em organização individual não se pode falar da proposição da elaboração independente dos alunos. Dessa forma, percebe-se que não está previsto o momento da situação adidática, oportunidade em que os alunos poderiam trocar ideias entre si, na busca de soluções, talvez distintas, para os problemas e a professora poderia observar as dificuldades apresentadas pelos alunos.

As seguintes situações-problema foram propostas por Gérbera. Eram apenas 3 situações. Foram elas o meio que a professora propôs para atingir os objetivos por ela elaborados nessa situação de ensino.

1. Adicionar parcelas iguais:
Theo formou 2 pilhas com 6 livros em cada pilha. $6 + 6 = 12$
2. Organização retangular:
Quantas poltronas há nessa sala? 4 linhas com 7 poltronas em cada linha. $7 + 7 + 7 + 7 = 28$
3. Combinar possibilidades:
Quantas escolhas diferentes de sorvete podemos fazer? 2 tipos [não se sabe a que a professora está se referindo, talvez a coberturas] e 3 sabores. $2 \times 3 = 6$
(Professora Gérbera)

Diferentemente das demais professoras, as situações-problema propostas não trazem ilustração, mas são categorizadas pela professora. No planejamento, todas as questões já vêm com a solução esperada, dentro da representação determinada, visto que o objetivo explicita a necessidade de traduzir as respostas “por meio de uma sentença matemática.” Essa característica pode indicar a intenção da professora de conduzir os estudantes à solução considerada por ela como correta para a ocasião.

Tal atitude vai contra ao que propugna a TSD, quando afirma a necessidade de cada sujeito cognoscente, em seu grupo, elaborar saída para o desafio proposto, a partir do que traz de experiências e conhecimentos anteriores. Com uma só possibilidade de resposta já projetada, pode-se prever que o debate e as avaliações sobre diferentes saídas não estão previstas para ocorrer dentro daquele ambiente escolar. As questões não trazem fontes, mas a professora havia afirmado, durante o processo formativo, que utilizava o livro do segundo ano, dado o nível baixo de conhecimentos dos seus estudantes do quarto ano.

A situação 1 parece estar classificada, por Gérbera, como aquela em que se vai relacionar a multiplicação com a adição de parcelas iguais (conforme seu objetivo). Não causa estranheza à professora essa classe de situações, da qual não se tratou no processo formativo. Ela também não percebeu que a formulação da situação-problema estava incompleta, pois nela nada se perguntava. A resposta esperada pela professora seria $6 + 6 = 12$.

Em sua classificação no campo multiplicativo, a situação seria de relação quaternária do eixo proporção simples, classe um para muitos, com o envolvimento de números apenas da ordem das unidades. Uma situação dessa natureza permite prever pouca possibilidade de debate em sala, entre crianças de 9 ou 10 anos. Conforme diagrama expressando os elementos envolvidos na situação, a relação no campo multiplicativo estabelece a constante 6 (livros) para cada nova pilha que se adicionasse.

No campo aditivo, seriam duas partes para compor o todo, conforme as ilustrações a seguir:

Figura 48 – Situação-problema – 01

Diagrama campo multiplicativo		Diagrama campo aditivo	
Pilha	Livros		
1 →	6	6	}
2 →	?	6	

Fonte: Plano de aula – Professora Gérbera – Data: 13/06/2019

A situação 2 foi classificada como “Organização retangular”. Gérbera não percebe tratar-se novamente de situação do eixo proporção simples, classe um para muitos, visto que a cada “linha” acrescenta-se a constante 7 poltronas. Mesmo fazendo a classificação da situação como componente do campo multiplicativo, sua resposta permanece sendo adição de parcelas.

Figura 49 – Situação-problema – 02 – Proporção simples - Multiplicação

Linha	Poltronas
1 →	7
4 →	?

Fonte: Plano de aula – Professora Gérbera – Data: 13/06/2019

Vergnaud (2000) considera que o salto qualitativo necessário à elaboração do campo multiplicativo deve ser incentivado pelo professor, ao utilizar valores numéricos gradativamente maiores porque quanto menor o valor numérico, maiores são as chances de o aluno utilizar de procedimentos aditivos para resolver as situações-problema de multiplicação. O referido autor afirma que os problemas de relação quaternária “apresentam dificuldades muito diferentes de acordo com os valores numéricos (dificuldade de multiplicação e divisão por um decimal, sobretudo por decimal menor que 1) e de acordo com o domínio da experiência em referência” (VERGNAUD, 2000, p. 15).

De acordo com Gitirana *et al.* (2014), as situações que envolvem proporção simples envolvem a ideia de proporcionalidade entre quatro grandezas, relacionadas duas a duas, mantendo uma relação fixa entre as grandezas de naturezas diferentes. Esse é o caso das duas primeiras questões analisadas.

Na terceira situação-problema, Gérbera efetivamente propôs uma situação de relação ternária, do eixo de produto de medidas, da classe combinatória, do tipo discreto. Ela a denomina “Combinar possibilidades”

“Quantas escolhas diferentes de sorvete podemos fazer? 2 tipos [algo que pode ser combinado com os sabores] e 3 sabores.” (Professora Gérbera).

Mais uma vez se verificou que as quantidades indicadas no problema são bem pequenas, o que facilita a resolução do cálculo numérico. Mas essa situação exige raciocínio adequado para a compreensão do que está sendo solicitado, ou seja, o cálculo relacional não é tão simples quanto o cálculo numérico neste caso.

Nessa situação, a professora percebeu que a resposta deveria ser dada através da multiplicação, apondo como resposta a sentença matemática “ $2 \times 3 + 6$ ”. Foi a única vez em que a multiplicação foi efetivamente abordada. O uso da adição, nesse caso, traria problemas para os estudantes que deveriam considerar que a cada tipo corresponderiam três possibilidades de sorvete, então poderia fazer: $1 + 1 + 1 = 3$ (1 tipo) e $1 + 1 + 1 = 3$ (outro tipo) e compor $3 + 3 = 6$.

Devido à imposição de que as respostas sejam traduzidas em sentenças matemáticas, necessariamente se empobrece a busca de estratégias adequadas pelos estudantes. Assim, são descartadas: a utilização de tabela de dupla entrada, na qual as grandezas Tipo e Sabor seriam colocadas em colunas e linhas, respectivamente; o diagrama em que linhas ligassem cada tipo a um sabor; além da representação pictórica, com o desenho dos sorvetes e suas distintas características. Com tal rígida formatação, a situação adidática de que fala Brousseau fica distante da prática da professora Gérbera

Embora em suas respostas, Gérbera tenha colocado as adições e subtrações, obedecendo ao que ela mesma havia determinado, em relação ao “uso de sentenças matemáticas”, no momento de explicitação da metodologia, ela registrou:

Solicitar que os alunos façam os registros das atividades sequenciadas voltadas para cada uma das ideias. E esses registros podem ser feitos, inicialmente, através de desenhos. (Professora Gérbera).

Ao lado disso ela descreve uso de “Material de apoio: material dourado, tampinhas, palitos de picolé.” (Professora Gérbera).

Trata-se de uma orientação que choca com o objetivo da aula, por ela explicitado, que é tratar de sentenças matemáticas. A ordem é divergente e não fica claro como todo esse material será utilizado para a representação das questões propostas. Mais uma vez se percebe que a professora direciona as estratégias dos alunos ao afirmar que as respostas dos alunos podem ser representadas, inicialmente, por meio de desenhos. O destaque, na proposta, para os recursos didáticos que poderiam ser utilizados, não tiveram sua organização posta.

O protagonismo da professora Gérbera parece ocorrer em todos os momentos da aula, não sobrando espaço para a vivência da situação adidática, pelos alunos. Tal direcionamento pode derivar da percepção negativa que a professora exibe em relação à possibilidade de elaboração de conhecimentos por parte de seus alunos, o que pode ser observado na simplicidade das situações-problema propostas.

Com relação ao fechamento da aula, nada foi explicitado na proposta de situação de ensino realizada pela professora. Nada a respeito de compartilhamento dos resultados ou das estratégias adotadas pelos alunos. Também nada foi explicitado em relação ao que a professora faria ao final desse trabalho dos seus alunos. Sequer a correção foi pensada por Gérbera. Dessa forma, percebe-se que o desenvolvimento da institucionalização, não ocupou tempo na sequência de ensino proposta.

A quarta sequência de ensino analisada foi proposta pela Professora Tulipa. Ela prevê iniciar a aula com o que denomina acolhida, que consiste em “conversa informal, oração e chamada”. Trata-se de ações sem vínculo com os conceitos a serem trabalhados. Não se pode considerá-los como ligados ao que Brousseau denomina de Devolução, pois nessa etapa o autor afirma ser necessário que o professor sensibilize o grupo para que se envolva com a resolução daquilo que passa a ser efetivamente um problema que o grupo gostaria de ver resolvido. Além de não estar prevista a vinculação com o que será trabalhado, presume-se que a professora ocupará o lugar prioritário em sala, determinando qual oração realizar e fazendo ela própria a chamada.

O passo seguinte previsto na situação de ensino é a avaliação, que é registrada apenas com o termo “individual”, acrescido da expressão “envolvimento

do aluno com a atividade”. Até aquele momento, a professora não explicitou o conteúdo e nem o seu objetivo, mas sabe que quer avaliar o aluno individualmente, considerando o seu envolvimento com a proposta, mas deixando de lado o que está sendo elaborado conceitualmente por ele. Mais uma vez percebe-se o quanto é complexa a alteração da prática docente, pois com horas de interlocução, no processo formativo, Tulipa permanece acreditando que deve ter o olhar voltado para o indivíduo, embora proponha, como se verá adiante, a ação em dupla.

Como terceiro componente da situação de ensino, a professora registra a qual disciplina a sessão está vinculada – a Matemática. Em seguida, refere-se ao conteúdo como a multiplicação. Isso mostra, mais uma vez, que as professoras não perceberam que o campo multiplicativo engloba a multiplicação e a divisão. Em uma mesma situação-problema, a depender de quais elementos estão explícitos e quais são buscados, necessita-se realizar a divisão ou a multiplicação

A professora registra como recursos didáticos a serem utilizados na vivência as “situações problema envolvendo multiplicação”. A amplitude desse elemento que é entendido como recurso didático agregado ao que Tulipa propõe como objetivos, – “Perceber a maneira utilizada por cada grupo; Compreender situações que envolvam a multiplicação”. (Professora Tulipa) – leva a perceber que a professora não tem clareza a respeito do que será trabalhado na situação de ensino.

Em relação aos objetivos propostos, percebe-se o fato de que o objetivo “perceber a maneira utilizada por cada grupo” diz respeito à ação docente. É ela que, durante o período em que seus estudantes deverão estar vivenciando a situação adidática, deverá anotar o que cada grupo está construindo, para utilizar tais dados no fechamento de sua aula, isto é na institucionalização. Já o objetivo “Compreender situações que envolvam a multiplicação” vincula-se ao que se espera que o estudante elabore naquele momento.

Observe-se que o outro objetivo proposto – “Compreender situações que envolvam a multiplicação” – e os recursos didáticos se igualam. Ambos se referem a compreender situações que envolvam a multiplicação. Trata-se de objetivo amplo, somente alcançado no decorrer de todo o Ensino Fundamental. Vergnaud (1991) adverte que é necessário longo período, com vivências variadas

com as situações e suas representações, para que se possa afirmar que o sujeito elaborou os conceitos relativos a um campo conceitual. Esse objetivo seguramente não será atingido nessa sequência de ensino e, como Tulipa não soube delimitar o que buscava naquela oportunidade, também não terá condições de saber o que avaliar a respeito do aprendizado do aluno.

Na situação de ensino proposta por Tulipa, ela menciona as seguintes etapas metodológicas:

1. Dividir a turma em duplas;
2. Explicar a proposta de trabalho;
3. Para cada grupo, distribuir uma situação;
4. Determinar o tempo.
5. Logo após, voltar para o grupão para ouvir cada grupo.
6. Terminada a conversa, o professor fará a correção no quadro.
7. Formação retangular, proporcionalidade e combinatória. (Professora Tulipa).

A professora propõe a ação de duplas, o que pode ocasionar a discussão acerca de diferentes estratégias que podem ser usadas no enfrentamento do desafio proposto pelo professor. Os grupos previstos pela TSD não precisam necessariamente ser formados por grande número de estudantes.

Percebe-se que, nesse momento, a explicação por parte da professora permanece como elemento relevante na programação. Os dados não permitem afirmar, mas é possível entrever que, na explicação, a professora não estará fazendo a devolução, mas orientando os alunos para seguirem o caminho desejado. A não determinação de tempo para cada etapa, não permite avaliar a sua exequibilidade. Tulipa deixa para decidir o tempo para sua execução já durante a vivência da situação.

Com relação às atividades que haviam sido consideradas como recursos didáticos, a professora previu a distribuição de uma situação-problema para cada dupla. Após sua resolução, Tulipa previu o retorno ao grupo classe, visando à socialização das estratégias e resultados. Percebe-se que houve previsão do momento denominado pela TSD de situação adidática, em que os alunos, após receber a responsabilidade de trabalhar discutindo com o seu par, iriam buscar solução para o problema, de acordo com o que foi proposto por Brousseau (2008).

Importante salientar que a professora propôs a resolução de 5 situações problema, entretanto, uma para cada dupla. A professora não apontou como realizar o momento de socialização das resoluções e estratégias. Se são situações distintas, as estratégias tenderão a ser diferentes, sem a base comum que as agregue. Esse modo de trabalhar com a turma impõe a decisão acerca da estratégia a ser adotada pela professora. Ela terá que propor tarefas simples, as quais poderão ser discutidas, em seu conjunto com a turma. Para realizar tarefa mais complexa e, provavelmente mais instigante, distribuir uma para cada dupla da sala torna inviável sua socialização e institucionalização.

As situações propostas pela Professora Tulipa parecem seguir o padrão daquelas oferecidas nos livros didáticos, conforme se passa a tratar. Saliente-se que todas elas são precedidas com a afirmação “resolva do seu jeito”, visando permitir que as crianças usem estratégias distintas.

Figura 50 – Situação-problema 01 – Proporção simples - Multiplicação



Fonte: Plano de aula – Professora Tulipa – Data: 13/06/2019

A situação acima exposta é classificada como sendo de relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto. Considerada de fácil resolução, conforme já comentada em situações semelhantes, anteriormente.

Figura 51 – Situação-problema – 01 – Proporção simples - Multiplicação

FILAS		GAVETAS
1	→	10
7	→	?

Fonte: Elaborado pela autora

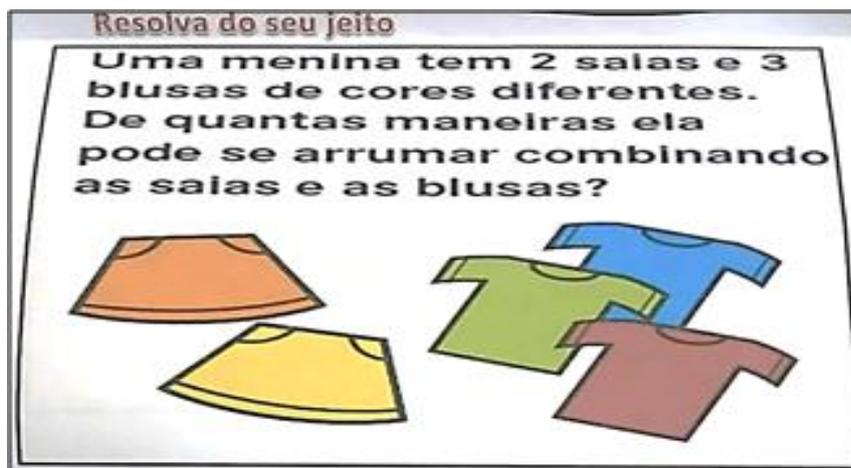
Em relação, particularmente, a essa proposição é necessário observar que a representação no desenho pode propiciar a resolução apenas com a estratégia de contagem, dispensando conhecimento do campo multiplicativo ou aditivo.

Nas situações 02 e 03, conforme as duas figuras abaixo, Tulipa propôs a mesma classe de situação, relação ternária, do eixo de produto de medida, da classe de combinatória, do tipo discreto.

Figura 52 – Situação-problema 02 – Produto de medidas – Combinatória



Fonte: Plano de aula – Professora Tulipa – Data: 13/06/2019

Figura 53 – Situação-problema 03– Produto de medidas – Combinatória

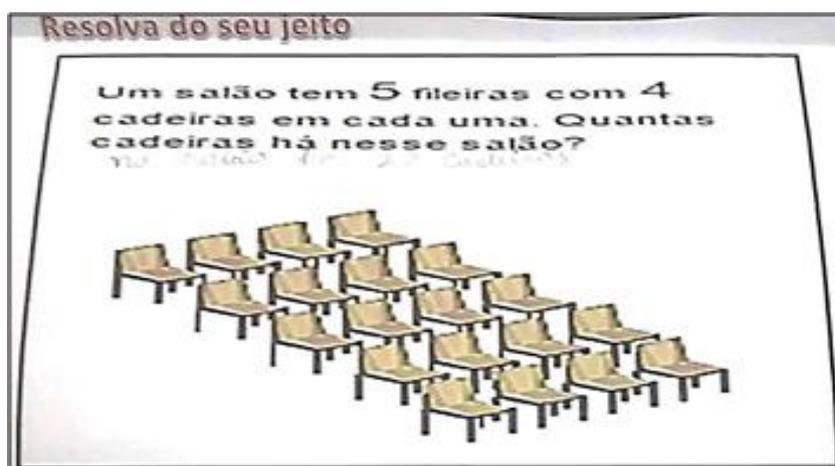
Fonte: Plano de aula – Professora Tulipa – Data: 13/06/2019

Ambas as situações tratam de ações do cotidiano, embora em um caso trate-se de vestir uma coelhinha. Dessa forma, elas podem envolver o mesmo processo de elaboração conceitual e estratégias idênticas. Entretanto, é possível que os estudantes usem estratégias distintas como: tabela de dupla entrada, desenhos, ou diagramas com ligações entre todos os elementos de uma coleção com os da outra coleção.

A literatura tem revelado dificuldades com essa classe de situação (PESSOA; BORBA (2009); MAGINA; SANTOS; MERLINI,2011), o que se pode atribuir à necessidade de combinação exaustiva entre os elementos dos dois conjuntos. Aqui faz-se necessário desfazer um par para, a partir de cada um de seus elementos, buscar constituir novos pares associando-se com os demais elementos disponíveis.

Novamente, a situação a seguir propõe uma relação quaternária, do eixo proporção simples, da classe um para muitos, do tipo discreto.

Figura 54 – Situação-problema 04 – Proporção simples - Multiplicação



Fonte: Plano de aula – Professora Tulipa – Data: 13/06/2019

As relações constantes na situação estão ilustradas, conforme o diagrama abaixo. Necessário mais uma vez, observar que, da mesma forma que na questão 01 proposta por Tulipa, a representação no desenho pode dispensar todas as relações multiplicativas ou aditivas, substituindo-as por simples contagem. Assim, a situação-problema que já era de fácil solução devido à sua classe e devido aos pequenos números envolvidos, pode tornar-se ainda mais elementar para alunos de 4º ano.

Figura 55 – Situação-problema – 04 – Proporção simples - Multiplicação

FILAS	CADEIRAS
1	→ 4
5	→ ?

Fonte: Elaborado pela autora

A última situação-problema proposta por Tulipa, encontra-se na figura a seguir. Tendo em vista que o conteúdo previsto pela professora era multiplicação, conclui-se que ela a considera situação do campo multiplicativo.

Figura 56 – Situação-problema 05



Fonte: Plano de aula – Professora Tulipa – Data: 13/06/2019

Observe-se que a situação propõe que sem contar se afirme em qual grupo há mais motocicletas. O grupo da direita, com a sua organização, propicia a percepção e uso da relação multiplicativa quaternária, transformando esta parte da situação em proporção simples um para muitos. Já o grupo da esquerda não permite que se aquilate a quantidade ali presente, a partir da mesma estratégia. Kamii (2008) afirma que as quantidades perceptuais propostas por Piaget, chegam ao máximo de 5 elementos, o que não é o caso. Assim, em relação ao grupo da esquerda se exige a estratégia de contagem ou de adição de agrupamentos. Mesmo em relação ao grupo da direita, a pergunta que se coloca é se foi possível contar.

Caso se considere apenas o grupo da direita, e despreze-se a estratégia de contagem, o diagrama com as relações encontra-se abaixo. Mais uma vez, percebe-se o envolvimento de quantidades da ordem das unidades.

Figura 57 – Situação-problema – 05 – Proporção simples - Multiplicação

FILAS		GAVETAS
1	→	4
5	→	?

Fonte: Elaborado pela autora

Necessário agora fazer o confronto entre o conjunto das situações proposto por Tulipa, e os elementos que ela considerou na metodologia anteriormente tratada. Na metodologia ela se referiu a “Formação retangular, proporcionalidade e combinatória”, levando a supor que seriam essas as situações a serem abordadas. O que se percebeu é que Tulipa propôs 3 proporções simples, classe um para muitos, o que talvez correspondesse para a professora à proporcionalidade; propôs duas combinatórias entre peças de vestimenta. Com relação à formação retangular, talvez a professora tenha classificado as questões 01, 04 e 05 como configuração retangular, talvez devido à organização dos elementos em formato retangular. Trata-se efetivamente das questões relativas à proporção simples. Assim a professora não contemplou em seu planejamento essa última classe de situações.

Para o momento final da aula, a professora previu o que denominou de socialização. Conforme se ponderou anteriormente, socializar pode significar apenas que vai ser tornado público para a turma as maneiras que cada grupo usou para resolver a sua situação-problema. Pode-se considerar avanço, em relação ao registro comum de aulas em que os estudantes apenas esperam a professora responder à questão e copiam a solução em seu caderno. Entretanto, se considerarmos a efetiva institucionalização do conhecimento, conforme propõe Brousseau, as estratégias e resultados, não poderão ser considerados em bloco, uma vez que se trata de situações distintas, mesmo que com baixo nível de exigência.

Observe-se ainda que Tulipa afirma que “após a conversa, ela faria a correção no quadro”. Esse registro induz a perceber que a resposta da professora seria a última, ou seja, a correta. Não existem detalhes quanto a tempo ou condução do momento de socialização, qual o papel do grupo expositor, do grupo que observa, nem mesmo o papel da professora. A valorização das considerações dos alunos também não está clara, não se podendo falar em busca da institucionalização.

Em síntese, depois de evidenciar e discutir os resultados da pesquisa, passa-se a fazer um comparativo entre a análise *a priori* e a análise *a posteriori* e validar, validar em parte ou refutar as hipóteses. Isso será feito nas considerações finais.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A Engenharia Didática é desenvolvida levando-se em conta diferentes fases. A última delas corresponde à de análise a *posteriori* e validação. Nesta fase, analisa-se os dados coletados em comparação com a análise a *priori*. É nesta fase que ocorre a validação, validação parcial ou refutação das hipóteses.

Nesta pesquisa buscou-se investigar contribuições da Teoria das Situações Didáticas na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao tratar do campo conceitual multiplicativo.

As hipóteses a *priori* levantadas com relação aos resultados do processo formativo proposto referiram-se a que:

1. As professoras avancem na percepção da importância da variedade de situações apontadas por Vergnaud, na Teoria dos Campos Conceituais, bem como, da articulação entre os eixos e as operações para a efetiva aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo.
2. As professoras percebam os papéis de professor e alunos durante a realização da situação didática, em suas diferentes fases.
3. As professoras reconheçam a importância de considerar no planejamento de situações de ensino eficazes, as características do campo conceitual e o nível de desenvolvimento de seus alunos.

A partir da análise dos resultados apresentados podemos fazer algumas considerações, tanto do ponto de vista das concepções das professoras com relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática e das suas percepções acerca dos fundamentos da Teoria dos Campos Conceituais ao elaborar as sequências de ensino sobre o campo conceitual multiplicativo como da observação dos princípios da TSD por ocasião do planejamento de uma sequência de ensino para as suas turmas.

- 1 Concepções das professoras acerca do ensino e da aprendizagem da Matemática em geral e, mais especificamente, do ensino de multiplicação e divisão

A *priori*, as professoras explicitaram suas concepções sobre a Matemática e o processo de ensino e de aprendizagem, dando ênfase a um aspecto considerado positivo, como reconhecer que a Matemática é uma ciência desafiadora e instigante. Os aspectos negativos apontados pelas professoras podem gerar o distanciamento das pessoas, tais como: existem conteúdos muito difíceis em Matemática e os alunos sentem dificuldades em Matemática.

A *posteriori*, de acordo com depoimentos das professoras, podemos afirmar que, no final do processo formativo, elas passaram a perceber que, mesmo que os alunos apresentem dificuldades em Matemática, a forma como o professor desenvolve a ação docente pode contribuir para modificar esse quadro e que, no caso dos professores, há necessidade de uma formação que leve em conta as suas necessidades/dificuldades, o que demanda tempo.

A partir da fala das professoras, perceberam-se frustrações com relação às demandas externas à sala de aula, por exemplo, avaliações como SAEB, SPAECE e outras atividades desenvolvidas pela própria escola, como ensaios para festividades, o que acaba sobrecarregando o professor e, muitas vezes, tirando o foco do seu papel principal, que é, efetivamente, possibilitar a aprendizagem do aluno.

O currículo do Ensino Fundamental, especialmente nos primeiros anos de escolarização, prioriza o ensino de Língua Portuguesa, no entanto, o ensino da Matemática se apresenta segundo lugar, o que significa que o tempo destinado às aulas dessa disciplina é de praticamente um terço do tempo escolar. O professor que não tem afinidade com a Matemática justamente porque sente dificuldade pode não conseguir ver outras possibilidades na sua forma de ensinar.

Os aspectos aqui apontados estão relacionados a uma cultura enraizada na sociedade e no sistema escolar de que a Matemática é uma ciência para pouco e que só as pessoas com um nível de inteligência muito elevado conseguiriam se evoluir. Essa cultura ainda muito presente nos dias atuais interfere inclusive na escolha de cursos de nível superior. Isso implica dizer que, muitos dos professores que procuram o curso de Pedagogia tentam, através dele, evitar da Matemática. Porém, é esse curso de licenciatura que forma os professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A *priori*, as professoras desenvolviam a sua ação docente considerando que o ensino de multiplicação e divisão se dava por meio da exploração da tabuada, seja na forma de algoritmos, seja no jogo de dominós, seja na consulta ou no próprio estudo da tabuada em si. Além da tabuada, o ensino também ocorria por meio de exercícios em que os alunos deveriam reproduzir formas de resolução a partir do que a professora ou o livro didático havia mostrado. Outro fator, provavelmente decorrente da utilização do livro didático, como também dos modelos de referência na profissão, é a clássica sequência do ensino das operações, em que a multiplicação é ensinada antes e de forma separada da divisão.

A *posteriori*, verificou-se que as professoras perceberam a necessidade de levar aos alunos uma diversidade de situações para que deem conta de ampliar os conhecimentos dos alunos no campo multiplicativo. Mesmo assim, não mostraram compreender que multiplicação e divisão fazem parte de um mesmo campo conceitual e que, a depender da situação proposta, ela pode ser resolvida ou por multiplicação ou por divisão, de acordo com a Teoria dos Campos Conceituais, proposta por Vergnaud (2009). Esses dois conceitos associados a outros como razão, proporção, função compõem o campo conceitual multiplicativo e que multiplicação e divisão, como operações irmãs, devem ser exploradas em sala de aula sem que haja separação em termos de tempo.

Além de variadas situações para enriquecer as possibilidades de expansão do campo conceitual multiplicativo, deve-se considerar o nível de conhecimento dos alunos e o que se orienta em termos de competências e habilidades a serem desenvolvidas no nível de ensino em que estão inseridos.

2 Concepções das professoras relativas ao trabalho em grupos como estratégia de troca de ideias para a construção do conhecimento

A *priori*, as professoras priorizavam a atividade em sala de aula de modo que os alunos resolvessem as tarefas individualmente, para perceber aqueles que tinham mais dificuldade e ao mesmo tempo para identificar os que avançavam em termos de conhecimento.

O objetivo do trabalho em grupo, quando o faziam, era buscando agrupar os alunos que conseguiam compreender e resolver as tarefas com maior facilidade com os que apresentavam dificuldades em fazê-lo. O resultado dessa metodologia escolhida pelas professoras era, mais uma vez, alguém (substituindo o professor) indicar a resposta correta, ou seja, aquele que sabe “ensina” aquele que não sabe, num modelo de transmissão de conteúdos. Essa forma de ensino vai de encontro às teorias que dão suporte a esta pesquisa.

A *posteriori*, ao se aproximar do final do processo formativo, com a elaboração da sequência de ensino, foi possível perceber que as professoras, com exceção de uma, priorizaram as atividades em grupo. Pode-se inferir que as professoras perceberam a importância de os alunos se agruparem para trocar ideias e chegarem mais facilmente à solução da proposta feita pela professora.

Com isso, não se quer dizer que houve compreensão do que recomenda a TSD, de interações enriquecidas através de troca de informações entre pares para que conheçam outras estratégias de resolução de uma atividade desafiadora ou que houve reconhecimento da importância de se criar argumentos para que os alunos defendam seu modo de fazer e suas conclusões.

3 Percepções acerca dos fundamentos da Teoria dos Campos Conceituais em diferentes momentos do processo formativo (resolução de enigmas, elaboração das situações-problema e planejamento de sequências de ensino sobre o campo conceitual multiplicativo)

A *priori*, as professoras sentiram dificuldades de resolução de enigmas simples que poderiam ser propostos para seus alunos e que envolviam as operações fundamentais, metade, dobro e a capacidade de compreensão e interpretação. E demonstraram insegurança na possibilidade de aplicação em sala.

A *posteriori*, as professoras consideraram que os enigmas seriam atividades interessantes para os seus alunos e que, além de explorarem vários aspectos do conteúdo, poderiam ser utilizados para desconstruir a imagem que os alunos tem da Matemática.

A *priori*, as situações de relações quaternárias foram priorizadas, sendo todas elas de proporção simples, não tendo sido contemplados os eixos proporção

dupla e proporção múltipla, em nenhuma das classes (um para muitos e muitos para muitos). As situações de relações ternárias criadas pelas professoras foram todas do eixo comparação multiplicativa, com referente/referido desconhecido e nenhuma com relação desconhecida. Também não foi elaborada nenhuma situação do eixo de produto de medidas, que seria da classe de configuração retangular ou combinatória.

A *posteriori*, no que se refere ao que ocorreu de novidade na elaboração de situações para a sequência de ensino, percebeu-se que foi proposto um problema misto que envolvia uma multiplicação (proporção simples) e uma subtração, que pertence ao campo aditivo com a ideia de tirar e se elaborou uma situação de combinatória e uma situação de proporção dupla.

Vergnaud (1990, 2009) destaca o papel do professor como propositor de uma diversidade de situações e de representações que oportunizem aos alunos experiências variadas e cada vez mais aprofundadas, de modo que eles cheguem ao final do Ensino Fundamental sendo capazes de enfrentar o conjunto de situações representativas do campo conceitual multiplicativo.

Não se pode, portanto, afirmar que as professoras tenham avançado na percepção de que para a expansão do campo conceitual, se faz necessário o trabalho com toda a variedade de situações, conforme preconiza Vergnaud (2009) em sua Teoria dos Campos Conceituais.

4 Percepções acerca do papel do professor e do aluno na sala de aula e a superação do protagonismo do professor

A *priori*, a ação docente baseava-se na centralidade da ação do professor do início ao final da aula, cabendo ao aluno o papel de receptor das informações transmitidas pelo professor, através da exposição verbal, do uso do livro didático e de exercícios do livro ou copiados de outras fontes.

A organização da turma tinha como prioridade o trabalho individual na maioria das vezes e, quando se optava por trabalhar em grupo, era com o objetivo de que os alunos com maior nível de desenvolvimento e de conhecimento

pudesse ajudar aos que tinham dificuldade em leitura ou no conteúdo de Matemática.

Os recursos didáticos e jogos ficavam destinados a poucos momentos de descontração, sem que se fizesse uso deles para ampliação da aprendizagem dos alunos.

A *posteriori*, pode-se dizer que, apesar de as professoras demonstrarem algum conhecimento sobre os fundamentos da Teoria das Situações Didáticas, não se conseguiu perceber avanços na apresentação escrita do seu processo de planejamento.

As professoras revelaram grande dificuldade de compreender a função do estabelecimento de objetivos no plano, não explicitando o que se poderia esperar dos alunos ao trabalhar a sequência de ensino proposta.

No que se refere às diferentes fases de uma situação didática, não foi possível para esta pesquisa observar a vivência delas, porém, pelo que se apresentou no plano das sequências de ensino, verifica-se que as professoras ainda apresentam dificuldades de superar o protagonismo do professor. Isso foi observado porque não se visualizou nos registros das professoras de que forma poderia ocorrer a devolução, defendida por Brousseau como o ponto de partida para que os alunos assumam a co-responsabilidade na sua aprendizagem.

As professoras progrediram na percepção de que o trabalho em grupos para os alunos é muito importante pela possibilidade de maior interação e de enriquecimento de suas descobertas, assim como para ampliação de estratégias de resolução das atividades desafiadoras que lhe devem ser propostas pelo professor. Mesmo assim, não demonstraram compreender que para que ocorra a situação didática, a proposta inicial de trabalho precisa ser instigante, desafiadora, interessante de modo a conquistar os alunos. Não são exercícios costumeiros que levam os alunos à ação.

Brousseau (2008) considera a situação didática como o momento em que os alunos constroem conhecimentos, quando agem, formulam e testam hipóteses, criam argumentos para defenderem seus pontos de vista e fazem uso da linguagem matemática para validarem suas respostas. Sendo assim, seria fundamental que as atividades propostas pelas professoras fossem capazes de conquistar os alunos e os conduzissem a experiências investigativas.

Ao planejarem as sequencias de ensino, as professoras se referiram ao momento de socialização das aulas. Nesse aspecto, elas mostraram valorizar a apresentação dos alunos, após os trabalhos nos grupos. O que ficou também comprovado de que elas não abririam mão de seu espaço como protagonistas foi a referência que fizeram à correção das situações-problema.

De acordo com o que preconiza Brousseau, a última fase da situação didática é a institucionalização. É nessa fase que o professor valoriza o que os alunos construíram de novo em termos de conhecimentos e, ao passo que vai ouvindo e vendo o que os alunos apresentam como resultado do trabalho em grupos, também vai estabelecendo relações entre o que foi produzido e o que existe como saber instituído. É o momento em que o professor, reconhecendo as redescobertas dos alunos, lhes diz que aquilo que eles acabaram de descobrir, outros já o fizeram, com muito maior investimento de estudos/tempos, tem uma história e está registrado nos livros.

Pode-se dizer que a contribuição da Teoria das Situações Didáticas para a formação das professoras, ao explorar o campo conceitual multiplicativo ocorreu através da compreensão de que:

- Os alunos devem estar organizados, em pequenos grupos, de forma que propicie o confronto de ideias entre eles, para ampliação da capacidade de tomada de decisões e de defesa de suas descobertas;

- A valorização, pelo professor, das manifestações dos alunos, seja de forma escrita, seja de forma verbal é potencializadora do crescimento deles;

- A observação, pelo professor, das discussões que ocorrem nos grupos, ajuda no processo de avaliação dos alunos.

- Existe uma variedade de tipos de problemas que precisam ser explorados pelos alunos para apreensão do campo conceitual multiplicativo.

A partir desta investigação, novas perspectivas podem surgir, como, por exemplo, além da criação de sequências de ensino, investigar a sua implementação de modo que se observe a vivência da situação didática e de suas diferentes fases.

Para finalizar, aprendi, através da construção desta pesquisa, que ainda há muito que se investir na formação das professoras considerando que, não se modifica práticas arraigadas com um processo de formação continuada e, muito

menos, com formações que ocorrem em horários extra-turnos para professores que tem 40 horas de trabalho semanal.

Sendo assim, torna-se necessário criar espaços de formação continuada que possibilitem ao professor em exercício, estar em constante processo de aperfeiçoamento e discussão com seus pares, de preferência, buscando conhecer mais ainda a escola e o seu entorno, em parceria com outros pesquisadores, os acadêmicos, buscando compreender os fenômenos em sua inteireza a partir de aportes teóricos que fundamentem seus (novos) olhares para a continuidade de sua atuação em sala de aula.

Para além disso, precisamos de políticas públicas que possibilitem aos professores serem também pesquisadores. As pesquisas precisam emergir das necessidades das escolas, de seus professores e alunos.

Acredito, cada vez mais, que as pesquisas que tratam da formação do professor devem se constituir de ações de colaboração entre universidade, secretarias de educação e escola básica, de forma que os professores sejam não só investigados, mas que sejam sujeitos ativos e tomadores de decisões nos projetos e implementações das pesquisas. Há que se dar voz aos professores da escola básica para que, a partir de suas necessidades e de suas constatações no cotidiano da sala de aula, pensem junto aos professores da universidade em pesquisas que poderão contribuir para a melhoria da educação neste país.

REFERÊNCIAS

- ALARCÃO, I. **Professores Reflexivos em Uma Escola Reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2003.
- ALENCAR, E. S. de. **Conhecimento profissional docente de professores do 5º. ano de uma escola com bom desempenho em matemática: o caso das estruturas multiplicativas**. 2012. 123f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.
- ALENCAR, E. S. de. **Formação de professores sobre o campo conceitual multiplicativo: referenciais teóricos em pesquisas**. 2016. 188f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.
- ALMEIDA, M. I.; PIMENTA, S. G. Centralidade do Estágio em cursos de Didática nas Licenciaturas: rupturas e ressignificações. *In*: ALMEIDA, M. I; PIMENTA, S.G. (Orgs.). **Estágios Supervisionados na Formação Docente: Educação Básica e Educação de Jovens e Adultos**. São Paulo: Cortez, 2014. p. 15-40.
- ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- ARTIGUE, M. Engenharia Didática. *In*: BRUN, Jean. (Org.). **Didáticas das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 193 – 217.
- BATISTA, P. C. S. **Contribuições da Teoria das Situações Didáticas para resignificação da prática de professores que ensinam matemática**. 2019. 135f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2019.
- BEYER, F. L. L. **Campo conceitual multiplicativo: um mapeamento das pesquisas produzidas no Brasil entre os anos de 1997 e 2016**. 2018. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.
- BIBLIOTECA DIGITAL BRASILEIRA DE TESES E DISSERTAÇÕES. **Teses e Dissertações**. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/> Acesso em: 12 jun. 2018.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 4 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, [S.l.], v. 5, n. 2, (2012).

BORBA, R.; GUIMARÃES, G. (Orgs.). **A Pesquisa em Educação Matemática: repercussões na sala de aula**. São Paulo: Cortez, 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática PCN**. Brasília: MEC, SEF, 1997.

BRASILa. Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas**. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASILb. Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Saberes Matemáticos e Outros Campos do Saber**. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRASILa. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/SEB, 2017.

BRASILb. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: documento orientador**. Brasília: MEC, SEB, 2017.

BRASIL. Índice de Desenvolvimento da Educação Básica. **Educação Básica**. Disponível em: <http://provabrasil.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/ideb/resultados> . Acesso em: 28 jun. 2019.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática. *In*: BRUN, Jean (Org.). **Didática das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35- 113.

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. *In*: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. São Paulo: Ática, 2008.

CASTRO, E. R. **Competências conceituais e didáticas de professores do 5º ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de isomorfismo de medidas**. 2016. 160f. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2016.

CASTRO, E. R.; NASCIMENTO, F. J.; BARRETO, M. C.; BARRETO, A. L. O. Estudos sobre o ensino de estruturas multiplicativas nos anos iniciais do ensino fundamental: revelações do estado da questão. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v.18, n.2, p. 825-842, 2016.

CASTRO, E. R.; BARRETO, M. C.; NASCIMENTO, F. J. O Campo Conceitual Multiplicativo: análise das atividades matemáticas ofertadas no 5º ano do ensino fundamental. **Revista Cocar (UEPA)**, [S.l.], v. 3, p. 88-114, 2017.

CEARÁ. Secretaria de Educação. **Portal do Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará**. Disponível em: <http://resultados.caedufjf.net/resultados/publicacao/publico/escola.jsf> . . Acesso em: 12 dez. 2019.

CHEVALLARD, Yves. **La transposición didáctica**: Del saber sabio al saber enseñado. Traduzida por Claudia Gilman. Buenos Aires: Aique, 1991.

CORSO, L. V.; DORNELES, B. V. Senso numérico e dificuldades de aprendizagem na matemática. **Revista Psicopedagogia**, [S.l.], v. 27, n. 83, p. 298-309, 2010.

CURI, Edda; PIRES, Célia Maria Carolino. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina Matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. **Educação Matemática Pesquisa**: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 151-189, jan. 2008, Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/1655>. Acesso em: 13 jul. 2018.

D'AMORE, B. **Elementos da Didática Matemática**. Tradução Maria Cristina Bonom. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

D'AMBRÓSIO, B. S.; D'AMBRÓSIO, U. Formação de Professores de Matemática: Professor-pesquisador. **Atos de pesquisa em educação**, [S.l.], v. 1, n. 1, p. 75-85, jan./abr. 2006.

FALCÃO, G. M. B. **Ser professor supervisor do PIBID**: movimentos na constituição identitária. 2016. 312 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2016.

FARIAS, I. M.S.; SALES, J.O.C.B.; BRAGA, M.M.S.C.; FRANÇA, M.S.L.M. **Didática e Docência**: aprendendo a profissão. Fortaleza: Liber Livro, 2008. 180p.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M.; FERREIRA, A. C.; LOPES, C. S.; FREITAS, M. T.; MISKULIN, R. G. S. Formação de professores que ensinam matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em Revista – Dossiê: Educação Matemática**, Belo Horizonte, n. 36, 2002.

FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de Matemática**: explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2003.

FIORENTINI, D. et al. O professor que ensina matemática como campo de estudo: concepção do projeto de pesquisa. In: FIORENTINI, D.; PASSOS, C. L. B.; LIMA, R. C. R. (Org.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática**: período 2001 - 2012. Campinas, SP:

FE/UNICAMP, 2016. p. 17 - 42. Disponível em: <<https://www.fe.unicamp.br/pf-fe/pf/subportais/biblioteca/fev-2017/e-book-mapeamento-pesquisa-pem.pdf>>. Acesso em: 08 jul. 2019.

FIORENTINI, Dario. Mapeamento e estado da pesquisa sobre o professor que ensina matemática como campo de estudo. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2018. [S.l.], **Anais... [S.l.]**: SIPEM, 2018. Disponível em: <http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/SIPEM/VII_SIPEM/paper/view/666/272>. Acesso em: 18 ago. 2019.

FREGONA, Dilma. **Les figures planes comme “milieu” dans l’enseignement de la géométrie**: interactions, contrats et transpositions didactiques. 1995. 416p. Tese. (Doutorado em Matemática e Informática, Especialidade: Didática da Matemática) - Universidade de Bordeaux-I, França, 1995. Disponível em: <https://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/93550?locale-attribute=en> . Acesso em: 16 jan. 2019.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2011.

FREITAS, J. L. M. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, S. D. A. **Educação Matemática**: uma (nova) introdução. 4. ed. São Paulo: EDUC, 2016.

GATTI, B. A.; BARRETTO, E. S. S.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Políticas docentes no Brasil**: um estado da arte. Brasília, DF: UNESCO, 2011. 300p.

GITIRANA, V; CAMPOS, T. M. M; MAGINA, S. e SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2014.

KAMII, Constance. **A criança e o número**. Campinas, SP: Papirus, 2008.

KUNTZ, E. R. **A Matemática Financeira no Ensino Médio como fator de fomento da educação financeira**: resolução de problemas e letramento financeiro em um contexto crítico. 2019. 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T.; GITIRANA, V. **Repensando adição e subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2011. Recife, **Anais...** Recife: CIAEM, 2011.

MAGINA, S.; MERLINI, V. L.; SANTOS, A. A estrutura multiplicativa sob a ótica da teoria dos campos conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2012. [S.l.], **Anais... [S.l.:s.n.]**, 2012.

MARCELINO, S.B. **Adquirir fluência e pensar matemática com tecnologias: uma abordagem com o SuperLogo**. 2014. 124f. Dissertação (Mestrado acadêmico) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil. 2014.

MARGOLINAS, C. Situations, milieux, connaissances. Analyse de l'activité du professeur. In: DORIER, J.-L. et al. (Eds.). **Actes de la 11e École d'Été de Didactique des Mathématiques: Corps**, août 2001. Grenoble: La Pensée Sauvage, 2002. p. 141-156.

MASTROIANNI, M. T. M. R. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática: um estudo junto aos professores dos anos iniciais**. 2014. 182 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

MERLINI, V. L. **As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais: um estudo de caso**. 2012. 262f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MILAN, I. dos S. **O ensino do Sistema de Numeração Decimal nas séries iniciais do Ensino Fundamental: as relações com a aprendizagem do sistema posicional**. 2017. 149f. Dissertação (Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2017.

MINAYO, M. C. de S. (Org.). **Pesquisa Social: Teoria, método e criatividade**. 18. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública**. 2000. 131 f. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

NACARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A matemática os anos iniciais do ensino fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças Fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, R. M. **Permanência de elementos da formação continuada acerca da teoria dos campos conceituais na prática de professora que ensina matemática**. 2017. 147f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2017.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PARZYSZ, B. Articulation et deduction dans une démarche géométrique em PE1. *In: COLLOQUE COPIREM (TOURS), 28., 2001. [S.l.], Actes... [S.l.]: Université d'Orléans, 2001. p. 99-110.*

PARZYSZ, Bernard. La géométrie dans l'enseignement secondaire et en 114. *In: PARZYSZ, Bernard. Quaderni di Ricerca in Didattica*. Italia: Universidade de Palermo, 2006.

PÉREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. *In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004.

POMMER, W. M. **A Engenharia Didática em sala de aula**: elementos básicos e uma ilustração envolvendo as Equações Diofantinas Lineares. São Paulo: [s.n.], 2013.

REGES, M. A. G. **A prática pedagógica de professores do II Ciclo do Ensino Fundamental no ensino de Estruturas Aditivas**. 2006. 121f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2006.

ROCHA, C. C. S. **Análise Do Baixo Desempenho Em Matemática Dos Alunos Do 6º Ano Do Ensino Fundamental Da Escola Estadual Getúlio Vargas (Belo Horizonte - MG)**. 2014. 135 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) - Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

SAMPIERI, R. H.; CALLADO, C. F.; LUCIO, M. P. B. **Metodologia de pesquisa**. 5. ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTANA, E. R. S.; LAUTERT, S. L.; CASTRO-FILHO, J. A.; SANTOS, E. M. Observatório da Educação em rede: as estruturas multiplicativas e a formação continuada. **Revista Educação Matemática em Foco**, [S.l.], v. 5, n. 1, 2016.

SANTOS, Aparecido dos. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas**: reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Annirs, 2015.

SANTOS, A. dos. **Processos de formação colaborativa com foco no Campo Conceitual Multiplicativo**: um caminho possível com professoras polivalentes. 2012. 340f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

SANTOS, A.; MAGINA S.; MERLINI, V. Um estudo das concepções dos professores polivalentes concernentes ao campo conceitual multiplicativo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2010. Salvador, **Anais...** Salvador: [s.n.], 2010. p. 6-10.

SILVA, C. V. **A prática docente e sua influência na construção de conceitos geométricos**: um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da Simetria Ortogonal. 2015. 312 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2015.

SILVA, S. H. da. **Reflexões com professoras acerca da Teoria dos Campos Conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em matemática**. 2018. 178 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2018.

SOMATEMATICA. **Seja bem-vindo ao Só Matemática!** Disponível em: www.somatematica.com.br. Acesso em: 5 fev. 2018.

VERGNAUD, G. A teoria dos campos conceituais. In: BRUN, Jean (Dir.). **Didática das matemáticas**. Trad. Maria José Figueiredo. Lisboa: INSTITUTO PIAGET, 1996. p. 155–191.

VERGNAUD, G. Teoria dos Campos Conceituais. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2000. São Paulo, **Anais...** São Paulo: SBEM, 2000, v. 1.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da Matemática na escola elementar. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G.; DURAND, C. Structures additifs et complexité psychogénétique. **Revue Française de Pédagogie**, [S.l.], v. 36, p. 28-43. 1976.

APÊNDICE A – TERMO DE ANUÊNCIA**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO****TERMO DE ANUÊNCIA**

Eu, _____

_____, Secretário da Educação do Município de Limoeiro do Norte, após o esclarecimento sobre a pesquisa intitulada “**CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**”, que estabelece como objetivo geral analisar a influência do uso da Teoria das Situações Didáticas (TSD) na formação e na prática de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao ensino do campo multiplicativo, venho através deste autorizar a realização da pesquisa em escolas públicas deste município.

Esta instituição está ciente e autoriza a pesquisa, considerando que a estrutura da instituição e os participantes da pesquisa não sofrerão riscos algum e a qualquer momento do estudo ambos poderão desistir da contribuição a pesquisa.

Limoeiro do Norte-CE, ____/____/_____

**SECRETÁRIA DE EDUCAÇÃO
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO DE LIMOEIRO DO NORTE**

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO**

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu, _____, estou sendo convidada a participar de uma pesquisa intitulada “**CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**”, que estabelece como objetivo geral analisar a influência do uso da Teoria das Situações Didáticas (TSD) na formação e na prática de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental em relação ao ensino do campo multiplicativo.

Inicialmente fui informada a respeito dos objetivos da pesquisa, bem como, sobre a sistemática a ser desenvolvida no seu percurso. Fui esclarecida que de que posso me recusar a participar do estudo, ou retirar meu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e de, por desejar sair da pesquisa não sofrerei qualquer prejuízo e que meu nome e dados pessoais serão preservados e não haverá, em nenhum momento qualquer forma identificação da minha participação. Além disso, é assegurado o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo que, após a investigação receberei retorno dos resultados da pesquisa em questão.

Ciente da importância da colaboração que nós professores podemos dar ao desenvolvimento de estudos sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental manifesto meu livre consentimento em participar, estando totalmente ciente de que não há nenhum valor econômico, a receber ou a pagar, por minha participação.

Este termo está elaborado em duas vias, sendo uma para o sujeito participante da pesquisa e outro para o arquivo do pesquisador.

Fortaleza, ____ de _____ de 2018.

Nome e assinatura do sujeito da pesquisa

Assinatura do pesquisador responsável

APÊNDICE C – FORMULÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO DOS PARTICIPANTES

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO**

FORMULÁRIO DE IDENTIFICAÇÃO DOS PARTICIPANTES

1. Área de formação (Graduação): _____

2. Curso de Especialização: _____

3. Tempo de atuação docente: _____

4. Tempo de atuação docente com a disciplina de Matemática: _____

5. Cursos de Formação Continuada em Matemática:

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO**

QUESTIONÁRIO

1. Como você se sente em relação à Matemática?
2. De que forma você aprendeu ou aprende Matemática?
3. Quais as maiores dificuldades encontradas por você ao ensinar Matemática?
4. Como são suas práticas mais comuns nas aulas de Matemática?
5. Você desenvolve atividades grupais com os alunos no trabalho com Matemática? Como elas se desenvolvem?
6. Você considera que há efetiva troca de ideias entre os alunos nessas atividades?

**APÊNDICE E – QUADRO-SÍNTESE SOBRE OS PROBLEMAS DO CAMPO
CONCEITUAL MULTIPLICATIVO PROPOSTOS PELAS PROFESSORAS**

PROFESSORA / ASPECTOS ANALISADOS	Tulipa	Orquídea	Rosa	Gérbera	Total
Variedade dos eixos – Início da Formação	8 Proporção Simples	6 Proporção Simples 2 Comparação Multiplicativa	7 Proporção Simples 1 Comparação Multiplicativa	5 Proporção Simples 3 Comparação Multiplicativa	26 Proporção Simples 6 Comparação Multiplicativa
Tipo de operação Início da Formação	4 Multiplicação 4 Divisão por partes	4 Multiplicação 2 Divisão por partes 2 Divisão por quotas	5 Multiplicação 2 Divisão por partes 1 Divisão por quotas	2 Multiplicação 6 divisão por partes	15 Multiplicação 14 Divisão por partes 3 Divisão por quotas
Variedade dos eixos – Final da Formação	3 Proporção Simples 2 Combinatória	5 Proporção Simples 1 Combinatória	4 Proporção Simples 1 Combinatória 1 Comparação Multiplicativa 1 Proporção Dupla	2 Proporção Simples 1 Combinatória	14 Proporção Simples 5 Combinatória 1 Problema misto 1 Proporção Dupla
Tipo de operação Final da Formação	5 Multiplicação	5 Multiplicação 1 Multiplicação + Subtração	5 Multiplicação 1 Multiplicação + adição	3 Multiplicação	20 Multiplicação
Nível de dificuldade	Não	X 10 X 100 Números c/ 3 ordens	Proporção Dupla Número com 2 ordens	Não	02 não 02 sim
Devolução	Não	Não	Não	Não	Não
Situação adidática	Sim	Sim	Sim	Não	3 Sim 1 Não
Formação de grupos	Sim	Sim	Sim	Não	3 Sim 1 Não
Institucionalização	Não	Não	Não	Não	Não
Origem da atividade	Não Livro?	Não Livro?	Não Livro?	Não	Não informado
Necessidades específicas	Não	Não	Não	Não	Não
Observações	Situações ≠ por grupo (1 para cada)	Tempo fala professor > dos alunos Roda de conversa	Exposição Alunos Correção pelo professor	Professora determina tudo	Não se aplica

APÊNDICE F – QUADRO-SÍNTESE SOBRE AS CONCEPÇÕES DE ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA

	<i>Análise a priori</i>	<i>Análise a posteriori</i>
Matemática	Matemática é instigante, desafiadora, mas difícil para professores e alunos.	Trabalho matemático do professor pode ajudar os alunos com dificuldades.
Formação Docente	Necessidade de formação.	Formação que leve em conta necessidades do professor.
Campo conceitual multiplicativo	Ensino de multiplicação e divisão através de tabuada e reprodução de modelos. Sequência de trabalho com as operações de uma em uma, da adição até a divisão.	Professoras perceberam a necessidade de explorar uma diversidade de situações, mas ainda exploram multiplicação separada e antes da divisão.
Interação e Estratégias de resolução pelos alunos	Priorizam-se as atividades individuais, sendo que, algumas vezes agrupam alunos de modo que os que têm mais facilidade auxiliam os que apresentam dificuldade, ou seja, tentativa de transmissão de conteúdos entre pares.	Professoras passaram a valorizar o trabalho em grupo para troca de ideias e ampliação de estratégias de resolução. Além disso, valorizam o trabalho dos alunos convidando-os a apresentarem suas respostas e explicarem como chegaram a elas.

APÊNDICE G – QUADRO-SÍNTESE DAS PERCEPÇÕES ACERCA DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

	<i>Análise a priori</i>	<i>Análise a posteriori</i>
Enigmas matemáticos	Dificuldade na resolução de enigmas matemáticos pela falta de atenção na leitura das informações.	Enigmas são interessantes para desfazer a imagem negativa que os alunos têm da Matemática.
Eixos do Campo Multiplicativo	Problemas explorando somente proporção simples (26) e comparação multiplicativa (6). Problema insolúvel por conter dados incorretos.	Pequena ampliação da variedade de problemas: 13 Proporção Simples 5 Combinatória 1 Problema misto 1 Proporção Dupla
Aspectos facilitadores	Protótipos da multiplicação Proporção Simples e Comparação Multiplicativa (dobro, triplo, metade).	Problemas com números inteiros pequenos; Problemas que podem ser resolvidos por contagem. Problemas envolvendo sistema monetário.
Dificuldades	Divisão com quatro ordens no dividendo e uso de decimais.	Multiplicação com multiplicando com três ordens; Multiplicando e multiplicador com duas ordens; Proporção dupla.

APÊNDICE H – QUADRO-SÍNTESE ACERCA DOS FUNDAMENTOS DA TEORIA DA SITUAÇÃO DIDÁTICA

	<i>Análise a priori</i>	<i>Análise a posteriori</i>
Objetivos	Não se aplica	Dificuldade no estabelecimento dos objetivos de aprendizagem.
Devolução	Centralidade da ação do professor no início da aula.	Nos planos não foi possível perceber a devolução.
Atividades em classe/ Situação adidática	Resolução de tarefas de forma individual. Agrupamento para alguém que sabe ajudar aqueles que apresentam dificuldades.	Formação de grupos para troca de ideias, porém, não se pode dizer que houve compreensão do uso da situação adidática para a construção de conhecimentos.
Professor	Protagonista. Aponta a resposta correta.	Protagonista. Pratica a escuta dos alunos e aponta a(s) resposta(s) correta(s).
Alunos	Receptor de informações	Capazes de elaborar estratégias de resolução diferentes da convencional
Recursos didáticos	Recursos didáticos para horas de lazer.	Não se fez referência.
Institucionalização	Momento de socialização das respostas dos alunos. Correção da atividade com participação dos alunos. Professor indica a resposta correta.	Apresentação das estratégias utilizadas pelos alunos no intuito de perceber e valorizar os diferentes caminhos apresentados. Não houve institucionalização, mas correção da atividade proposta.

ANEXO A – ÍNDICES DE SAEB E IDEB ENTRE 2007-2017 – ESCOLA PÚBLICA – LIMOEIRO DO NORTE-CE

Sigla da UF		Código do Município	Nome do Município	Rede	Taxa de Aprovação - 2005		Taxa de Aprovação - 2007		Taxa de Aprovação - 2009		Taxa de Aprovação - 2011		Taxa de Aprovação - 2013		Taxa de Aprovação - 2015		Taxa de Aprovação - 2017								
					1º ao 5º ano	Indicador de Rendimento (P)	1º ao 5º ano	Indicador de Rendimento (P)	1º ao 5º ano	Indicador de Rendimento (P)	1º ao 5º ano	Indicador de Rendimento (P)	1º ao 5º ano	Indicador de Rendimento (P)	1º ao 5º ano	Indicador de Rendimento (P)	1º ao 5º ano	Indicador de Rendimento (P)							
CE	2307601	Limoeiro do Norte	Municipal		83,5	80,9	0,83	84,7	81,7	0,85	85,8	86,0	0,86	92,9	90,9	0,93	93,3	87,8	0,93	94,3	91,6	0,94	94,4	89,7	0,95
CE	2307601	Limoeiro do Norte	Pública		83,5	80,9	0,83	84,7	81,7	0,85	85,8	86,0	0,86	92,9	90,9	0,93	93,3	87,8	0,93	94,3	91,6	0,94	94,4	89,7	0,95

Fonte: MEC/Inep

Notas: ND - Número de participantes no SAEB insuficiente para que os resultados sejam divulgados.
 ND* - Solicitação de não divulgação conforme Portaria Inep nº 410 de 03 de novembro de 2011 ou Portaria Inep nº 304 de 24 de junho de 2013.
 (*) - Média calculada a partir dos resultados das escolas nas avaliações estaduais, em decorrência de extravio das provas retomadas e impossibilidade do cálculo da proficiência para o SAEB.
 (**) - Média calculada a partir dos resultados dos alunos no SAEB com participação inferior a 50%, em decorrência de extravio de provas.
 Médias do SAEB 2011 e Ideb 2011 calculados sem as escolas federais.

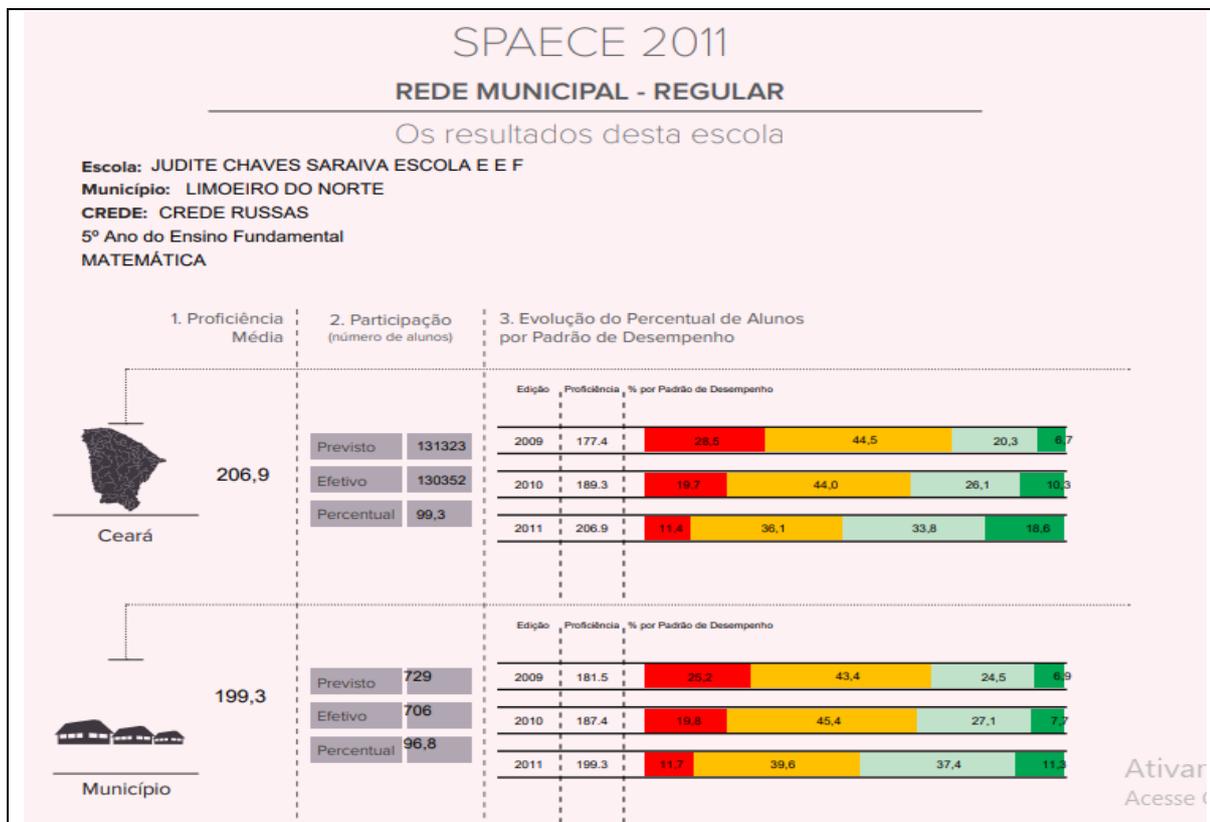
Nota SAEB - 2005		Nota SAEB - 2007		Nota SAEB - 2009		Nota SAEB - 2011		Nota SAEB - 2013		Nota SAEB - 2015		Nota SAEB - 2017		IDEB 2005 (N x P)	IDEB 2007 (N x P)	IDEB 2009 (N x P)	IDEB 2011 (N x P)	IDEB 2013 (N x P)	IDEB 2015 (N x P)	IDEB 2017 (N x P)
Matemática	Nota Média Padronizada (N)																			
172,40	4,21	185,64	4,58	198,29	5,04	204,65	5,33	205,90	5,46	211,36	5,79	209,70	5,77	3,5	3,9	4,3	5,0	5,1	5,5	5,5
172,40	4,21	185,64	4,58	198,29	5,04	204,65	5,33	205,90	5,46	211,36	5,79	209,70	5,77	3,5	3,9	4,3	5,0	5,1	5,5	5,5

Projeções

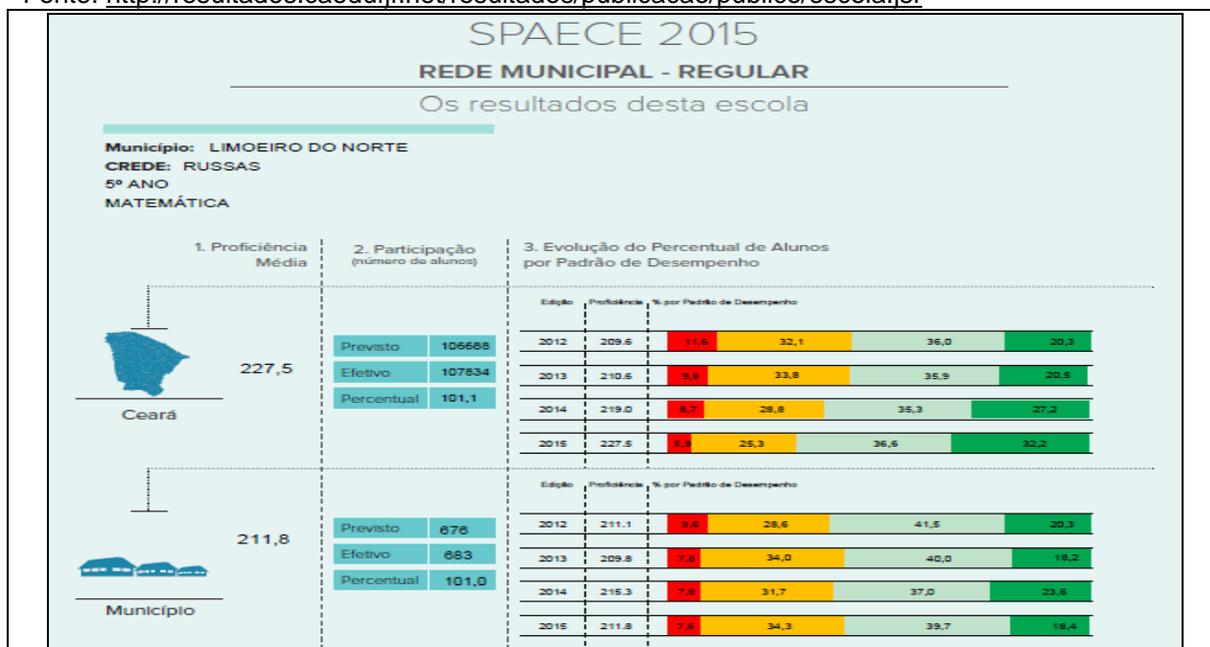
2007	2009	2011	2013	2015	2017	2019	2021
3,5	3,9	4,3	4,6	4,9	5,2	5,4	5,7
3,5	3,9	4,3	4,6	4,9	5,2	5,4	5,7

Fonte: <http://provabrazil.inep.gov.br/web/guest/educacao-basica/ideb/resultados>

ANEXO B – SPAECE 2018 – REDE MUNICIPAL REGULAR – LIMOEIRO DO NORTE-CE



Fonte: <http://resultados.caedufif.net/resultados/publicacao/publico/escola.jsf>



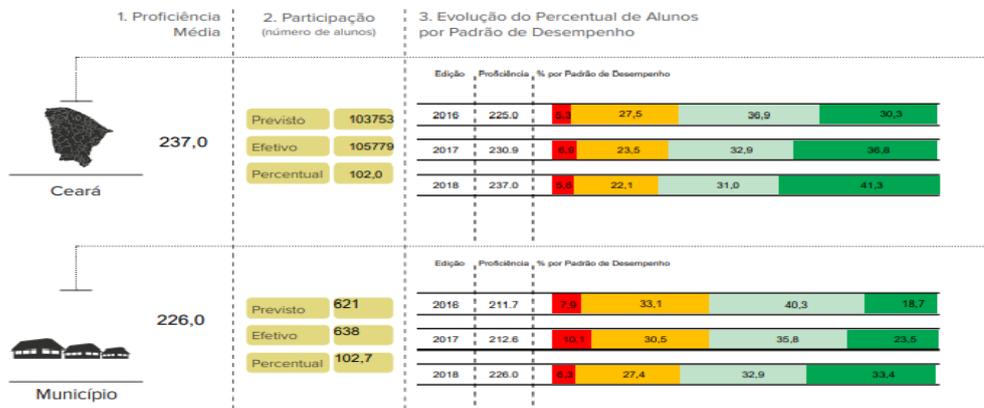
Fonte: <http://resultados.caedufif.net/resultados/publicacao/publico/escola.jsf>

SPAECE 2018

REDE MUNICIPAL - REGULAR

Os resultados desta escola

Município: LIMOEIRO DO NORTE
 CREDE: RUSSAS
 5º Ano do Ensino Fundamental
 MATEMÁTICA



Fonte: <http://resultados.caedufjf.net/resultados/publicacao/publico/escola.jsf>