



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

JOSERLENE LIMA PINHEIRO

FORMAÇÃO DOCENTE ACERCA DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO
A PARTIR DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO E DE
CONTEÚDO

FORTALEZA – CEARÁ

2020

JOSERLENE LIMA PINHEIRO

FORMAÇÃO DOCENTE ACERCA DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO A
PARTIR DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO E DE CONTEÚDO

Tese apresentada ao curso de Doutorado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Educação. Área de Concentração: Formação de Professores.

Orientadora: Profa. Dra. Marcilia Chagas Barreto.

FORTALEZA – CEARÁ

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação
Universidade Estadual do Ceará
Sistema de Bibliotecas

Pinheiro, Joserlene Lima.

Formação docente acerca do Campo Conceitual Multiplicativo a partir do conhecimento tecnológico, pedagógico e de conteúdo [recurso eletrônico] / Joserlene Lima Pinheiro. - 2020. 322 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Doutorado) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação, Curso de Programa de Pós-graduação em Educação - Doutorado Acadêmico, Fortaleza, 2020.

Orientação: Prof.^a Dra. MARCILIA CHAGAS BARRETO.

1. Formação de professores. 2. Educação Matemática. 3. Tecnologia Educacional. 4. TPACK. 5. Campo Multiplicativo. I. Título.

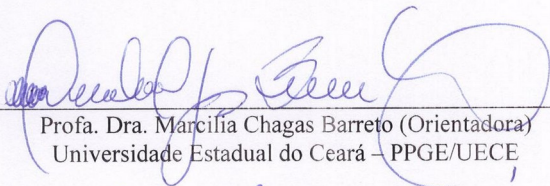
JOSERLENE LIMA PINHEIRO

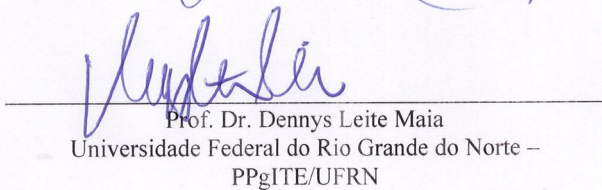
FORMAÇÃO DOCENTE ACERCA DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO A
PARTIR DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO, PEDAGÓGICO E DE CONTEÚDO

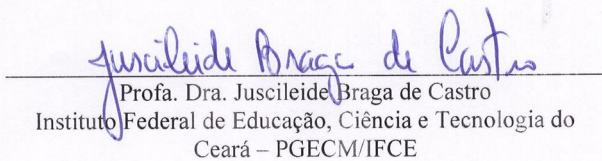
Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação. Área de Concentração: Formação de Professores.

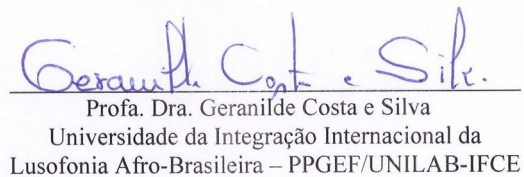
Aprovada em: 12 de fevereiro de 2020.

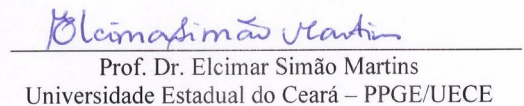
BANCA EXAMINADORA


Prof. Dra. Marcília Chagas Barreto (Orientadora)
Universidade Estadual do Ceará – PPGE/UECE


Prof. Dr. Dennys Leite Maia
Universidade Federal do Rio Grande do Norte –
PPgITE/UFRN


Prof. Dra. Juscileide Braga de Castro
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Ceará – PGECM/IFCE


Prof. Dra. Geranilde Costa e Silva
Universidade da Integração Internacional da
Lusofonia Afro-Brasileira – PPGEF/UNILAB-IFCE


Prof. Dr. Elcimar Simão Martins
Universidade Estadual do Ceará – PPGE/UECE

Às futuras gerações em nome das crianças que
me inspiram a insistente teimosia de lutar por
dias mais justos e amorosos: Maria e Samuel

AGRADECIMENTO

Agradeço inicial e verdadeiramente aos amigos e familiares que incentivam minha jornada. Se chego a esse momento, não tenho dúvidas, é sustentado pelo generoso apoio que me dedicam. Vocês me curam de qualquer mal e recuperam a confiança em dias melhores.

Não posso deixar de agradecer também às colegas professoras do Município de Acarape e a equipe pedagógica da SME. Reconheço com todo carinho o que tantos colegas e mestres da UNILAB, particularmente na minha equipe de trabalho na Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-graduação, fazem e fizeram por mim. Gratidão e meu compromisso para futuras parcerias.

Gratidão ainda aos colegas da turma 2016 do doutorado em educação do PPGE/UECE, e a toda equipe do programa. Em especial ao grupo de Pesquisa MAES e minha orientadora que me acompanha com paciência e generosidade imensas.

Com todas as minhas forças serei grato à vida e aos desafios que nos ajudam a crescer: como expressou o líder revolucionário: derrota após derrota até a vitória final.

“Mais do que nunca, sou um homem de uma
causa só. E esta causa se chama Brasil.”
(Luiz Inácio Lula da Silva)

RESUMO

A formação de professores encontra-se em uma nova fase de desenvolvimento perante as atuais demandas do século XXI, caracterizado pela informatização da sociedade. A crescente ubiquidade das Tecnologias Digitais (TD) e os estudos sobre a redefinição dos conhecimentos próprios à ação docente, percebida como produto da relação teoria-prática nessa sociedade em transformação, desafiam as práticas pedagógicas que visam o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nessa disciplina, crescem os esforços no trabalho dos conteúdos relacionados ao Campo Conceitual Multiplicativo e por inovações nos recursos de ensino. A formação continuada dos profissionais, compreendida como aquela por que passa o profissional em serviço, se reconfigura na busca para prepará-los nesse conjunto de mudanças. No nível de ensino destacado, atuam os professores pedagogos também denominados como professores que ensinam Matemática, e esses são os profissionais implicados na integração entre três diferentes domínios de conhecimento imbricados no processo de ensino, a saber: o do conteúdo, o pedagógico e o das tecnologias. A confluência entre os mesmos têm sido caracterizada a partir do termo TPACK e nesta tese será adotado como elemento de uma formação continuada para o trabalho do Campo Multiplicativo com Tecnologias Digitais. A questão norteadora da pesquisa é: a articulação dos conhecimentos de conteúdo, pedagógicos e tecnológicos pode ser desenvolvida em atividades de formação continuada para o ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais? A partir dela se define como objetivo geral: Investigar as contribuições de uma formação continuada para a prática docente, a partir da articulação entre os conhecimentos de conteúdo, pedagógicos e tecnológicos, no trabalho com o Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais; Os objetivos específicos, que convergem para o objetivo geral, foram definidos como: mapear conhecimentos docentes sobre o campo das estruturas multiplicativas; analisar elementos do conhecimento pedagógico manifestados em concepções sobre ensino, uso de recursos didáticos e avaliação no trabalho com o Campo Multiplicativo; e identificar o conhecimento tecnológico de professores para o ensino do Campo Multiplicativo. A pesquisa de abordagem qualitativa situa-se na perspectiva do paradigma interpretativo. Definiu-se como método de investigação a Pesquisa-ação, desenvolvida como formação continuada de 20 horas, realizada no município de Acarape-CE junto a um grupo de quatorze (14) sujeitos. Os dados foram coletados por meio de instrumentos aplicados ao longo dos encontros de formação, mediante o uso de questionários, observação sistemática, diário de

campo; e gravações em áudio e vídeo. Os resultados obtidos apontam que o TPACK se mostrou como um quadro teórico fecundo para a análise da formação oferecida para o ensino do Campo Multiplicativo. Tal experiência pode se constituir em um marco inicial para que outros modelos de formação favoreçam o desenvolvimento de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Os aspectos contextuais de formação e atuação profissional se mostraram condicionantes quanto ao desenvolvimento desses conhecimentos, o que serve de referência para a elaboração de programas ou formações regulares voltados ao ensino de Matemática em questão. Entretanto, tais esforços de qualificação devem acompanhar uma maior atenção à previsão de uma carreira aos docentes envolvidos.

Palavras-chave: Formação de professores. Educação Matemática. Tecnologia Educacional. TPACK. Campo Multiplicativo.

ABSTRACT

Teacher training is in a new stage of development in the face of the current demands of the 21st century, characterized by the computerization of society. The growing ubiquity of Digital Technologies (TD) and studies on the redefinition of knowledge proper to teaching action, perceived as a product of the theory-practice relationship in this changing society, challenge the pedagogical practices aimed at teaching Mathematics in the early years of Teaching Fundamental. In this discipline, efforts are increasing in the work on the contents related to the Multiplicative Conceptual Field and for innovations in teaching resources. The continuing education of professionals, understood as that experienced by the professional in service, is reconfigured in the search to prepare them for this set of changes. At the highlighted level of education, pedagogical teachers also known as teachers who teach mathematics act, and these are the professionals involved in the integration between three different domains of knowledge intertwined in the teaching process, namely: the content, the pedagogical and the technologies. The confluence between them has been characterized by the term TPACK and in this thesis will be adopted as an element of continuous training for the work of the Multiplicative Field with Digital Technologies. The guiding question of the research is: can the articulation of content, pedagogical and technological knowledge be developed in continuing education activities for teaching the Multiplicative Field with support in Digital Technologies? Based on it, the general objective is defined: To investigate the contributions of continuing education to teaching practice, based on the articulation between content, pedagogical and technological knowledge, in the work with the Multiplicative Field supported by Digital Technologies; The specific objectives, which converge to the general objective, were defined as: mapping teaching knowledge on the field of multiplicative structures; to analyze elements of pedagogical knowledge manifested in conceptions about teaching, use of didactic resources and evaluation in the work with the Multiplicative Field; and to identify the technological knowledge of teachers for teaching the Multiplicative Field. The research with a qualitative approach is located in the perspective of the interpretive paradigm. Research-action was defined as an investigation method, developed as a 20-hour continuous training course, carried out in the municipality of Acarape-CE with a group of fourteen (14) subjects. The data were collected using instruments applied during the training meetings, using questionnaires, systematic observation, field diary; and audio and video recordings. The results obtained show that the TPACK proved to be a fruitful theoretical framework for the

analysis of the training offered for teaching the Multiplicative Field. Such experience can be an initial milestone for other training models to favor the development of technological, pedagogical and content knowledge of teachers in the early years of elementary school. The contextual aspects of training and professional performance proved to be conditioning factors in the development of this knowledge, which serves as a reference for the development of regular programs or training aimed at teaching Mathematics in question. However, such qualification efforts must accompany greater attention to the career prospects of the professors involved.

Keywords: Teacher training. Mathematics Education. Educational technology. TPACK. Multiplicative Field.

RESUMEN

La formación del profesorado se encuentra en una nueva etapa de desarrollo frente a las demandas actuales del siglo XXI, caracterizada por la informatización de la sociedad. La creciente ubicuidad de las Tecnologías Digitales (TD) y los estudios sobre la redefinición del conocimiento propio de la acción docente, percibida como un producto de la relación teoría-práctica en esta sociedad cambiante, desafían las prácticas pedagógicas destinadas a enseñar Matemáticas en los primeros años de la Enseñanza. Fundamental. En esta disciplina, los esfuerzos están aumentando en el trabajo sobre los contenidos relacionados con el campo conceptual multiplicativo y para las innovaciones en los recursos de enseñanza. La educación continua de los profesionales, entendida como la que experimenta el profesional en servicio, se reconfigura en la búsqueda para prepararlos para este conjunto de cambios. En el nivel de educación destacado, los maestros pedagógicos también conocidos como maestros que enseñan matemáticas actúan, y estos son los profesionales involucrados en la integración entre tres dominios diferentes de conocimiento entrelazados en el proceso de enseñanza, a saber: el contenido, lo pedagógico y lo educativo. tecnologías La confluencia entre ellos se ha caracterizado por el término TPACK y en esta tesis se adoptará como un elemento de capacitación continua para el trabajo del Campo Multiplicativo con Tecnologías Digitales. La pregunta guía de la investigación es: ¿se puede desarrollar la articulación de contenido, conocimiento pedagógico y tecnológico en actividades de educación continua para enseñar el Campo Multiplicativo con apoyo en Tecnologías Digitales? En base a ello, se define el objetivo general: investigar las aportaciones de la educación continua a la práctica docente, a partir de la articulación entre contenido, conocimiento pedagógico y tecnológico, en el trabajo con el Campo Multiplicativo apoyado por las Tecnologías Digitales; Los objetivos específicos, que convergen con el objetivo general, se definieron como: mapeo del conocimiento docente en el campo de las estructuras multiplicativas; analizar elementos de conocimiento pedagógico manifestados en concepciones sobre enseñanza, uso de recursos didácticos y evaluación en el trabajo con el Campo Multiplicativo; e identificar el conocimiento tecnológico de los docentes para la enseñanza del Campo Multiplicativo. La investigación con enfoque cualitativo se ubica en la perspectiva del paradigma interpretativo. La investigación-acción se definió como el método de investigación, desarrollado como un curso de capacitación continua de 20 horas, realizado en el municipio de Acarape-CE con un grupo de catorce (14) sujetos. Los datos fueron recolectados usando instrumentos aplicados

durante las reuniones de capacitación, usando cuestionarios, observación sistemática, diario de campo; y grabaciones de audio y video. Los resultados obtenidos señalan que el TPACK demostró ser un marco teórico fructífero para el análisis de la capacitación ofrecida para la enseñanza del Campo Multiplicativo. Dicha experiencia puede ser un hito inicial para otros modelos de capacitación para favorecer el desarrollo del conocimiento tecnológico, pedagógico y de contenido de los maestros en los primeros años de la escuela primaria. Los aspectos contextuales de la capacitación y el desempeño profesional demostraron ser factores condicionantes en el desarrollo de este conocimiento, que sirve como referencia para el desarrollo de programas regulares o capacitación dirigida a la enseñanza de las matemáticas en cuestión. Sin embargo, tales esfuerzos de calificación deben acompañar una mayor atención a las perspectivas de carrera de los profesores involucrados.

Palabras clave: Formación de profesores. Educación Matemática. Tecnología educativa. TPACK. Campo multiplicativo.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Conhecimentos Pedagógico (PK) e de Conteúdo (CK) como círculos isolados.....	39
Figura 2 - Interseção (PCK) entre Conhecimentos Pedagógico (PK) e de Conteúdo (CK).....	40
Figura 3 - Conhecimento da tecnologia (TK) – domínio independente e separado de PCK....	43
Figura 4 - Quadro de referência TPACK e seus componentes de conhecimento.....	44
Figura 5 - Relação entre realidade e representação.....	54
Figura 6 - Sistematização das situações do Campo Conceitual Multiplicativo.....	56
Figura 7 - Esquema de resolução com o uso do operador escalar.....	57
Figura 8 - Esquema de resolução com o uso do operador funcional.....	58
Figura 9 - Proporção simples, um para muitos.....	59
Figura 10 - Esquemas de resolução observando diferentes níveis de complexidade.....	60
Figura 11 - Proporção simples, muitos para muitos: operadores escalar e funcional.....	61
Figura 12 - Proporção múltipla.....	62
Figura 13 - Proporção dupla, um para muitos.....	63
Figura 14 - Diagrama explicitando Relação Ternária.....	65
Figura 15 - Exemplo de comparação multiplicativa, relação desconhecida.....	66
Figura 16 - Exemplo de comparação multiplicativa, referido desconhecido.....	66
Figura 17 - Exemplo de produto de medidas, configuração retangular.....	67
Figura 18 - Exemplo de produto de medidas, combinatória.....	68
Figura 19 - Evolução das produções no campo delimitado.....	78
Figura 20 - Quadro planejamento das atividades de formação (primeiro encontro).....	108
Figura 21 - Quadro atividades, objetivos e técnicas de coleta de dados (primeiro encontro).....	114
Figura 22 - Quadro de planejamento das atividades de formação (segundo encontro).....	117
Figura 23 - Quadro atividades, objetivos e técnicas de coleta de dados (segundo encontro).....	120
Figura 24 - Tela inicial ou “ <i>dashboard</i> ” de configuração de análise de projeto.....	125
Figura 25 - Percentuais por grau de formação na E.I e anos iniciais do E.F em 2011.....	138
Figura 26 - Docentes no E.F com E.S. completo, por domínio administrativo.....	139
Figura 27 - Síntese quantitativa de respostas ao instrumento diagnóstico.....	147
Figura 28 - Rel. Quaternária; Cl. UPM; Resp. Correta.....	158
Figura 29 - Rel. Quaternária; Cl. UPM; Resp. Incorreta.....	161
Figura 30 - Rel. Quaternária; Cl. MPM; Resp. Correta.....	162

Figura 31 - Rel. Quaternária; Cl. MPM; Resp. Incorreta.....	163
Figura 32 - Rel. Tern.; Eixo Comp. Mult.; Cl. Referente ou Referido Desc.; Resp. Correta.	167
Figura 33 - Rel. Tern.; Eixo Comp. Mult.; Cl. Referente ou Referido Desc.; Resp. Inc.....	168
Figura 34 - Rel. Ternária; Eixo Comp. Mult. Cl. Relação Desc.; Resp. Correta.....	169
Figura 35 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Relação Desc.; Resp. Incorreta.....	170
Figura 36 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Conf. Retangular; Resp. Correta.....	171
Figura 37 - Uso de diferentes registros; Resp. Incorreta.....	172
Figura 38 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Comb.;Resp. Correta.....	174
Figura 39 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Comb.; Resp. Incorreta.....	175
Figura 40 - Estratégias Multiplicativas (Resp. Correta; estruturação multiplicativa).....	182
Figura 41 - Estratégias Multiplicativas (Resp. Correta; estruturação não multiplicativa).....	184
Figura 42 - Estratégias Aditivas (Rel. Quaternária; Eixo Prop. Simples; Cl. MPM).....	186
Figura 43 - Estratégias Compostas (Rel. Quaternária; Eixo Prop. Simples).....	188
Figura 44 - Exemplos de estratégias de resolução (Rel. Quaternária; Eixo Prop. Simples)....	191
Figura 45 - Exemplo de situação de comparação multiplicativa.....	197
Figura 46 - Exemplo situação de Configuração Retangular.....	199
Figura 47 - Representação da Configuração Retangular apresentada na formação.....	202
Figura 48 - Diagrama de relações em situações Proporção Simples.....	209
Figura 49 - Diagrama de relações em situações de Comparação Multiplicativa.....	210
Figura 50 - Diagrama de relações em situações de Produto de Medida.....	210
Figura 51 - Classificação dos problemas válidos propostos pelos sujeitos da pesquisa.....	215
Figura 52 - Quantitativo de habilidades por Unidade temática na BNCC.....	223
Figura 53 - Exemplo de situação combinatória.....	240
Figura 54 - Tela do jogo (OA Bilhar Holandês).....	245
Figura 55 - Transferência de habilidade de manipulação entre mídias digitais.....	246
Figura 56 - Conjugação entre mídias analógicas e digitais.....	247
Figura 57 - Modos alternativos de endereçamento à internet.....	252
Figura 58 - Criação de situação do campo multiplicativo com OA Fábrica de tirinhas.....	257
Figura 59 - Fábrica de tirinhas: tela de edição da tirinha (a) e do quadrinho (b).....	258
Figura 60 - Exemplo de situação problema elaborada no OA Fábrica de Tirinhas.....	259
Figura 61 - Plano de aula produzido em folha de caderno (S07).....	266
Figura 62 - Recorte de plano de aula segundo modelo da SME.....	267

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Pesquisas retornadas por repositório, termos de busca e por tipo de trabalho.....	74
Tabela 2 - Pesquisas por termos de busca e tipo de produção (após inclusão por área).....	75
Tabela 3 - Pesquisas conforme área e tipo de trabalho (após inclusão por área).....	77
Tabela 4 - Distribuição de pesquisas conforme região (com critérios de inclusão por área)....	77
Tabela 5 - Distribuição de pesquisas conforme UF (com critérios de inclusão por área).....	78
Tabela 6 - Corpus constituído para o “estado da questão”	82
Tabela 7 - Caracterização dos sujeitos por idade, ano de atuação, vínculo e formação.....	133
Tabela 8 - Sujeitos por tempo de conclusão de etapas de ensino e tempo de atuação.....	141
Tabela 9 - Desempenho geral dos sujeitos por ano de atuação.....	145
Tabela 10 - Desempenho geral dos sujeitos por ano e respostas por situação.....	149
Tabela 11 - Quantidade e tipos de registros utilizados nas resoluções das situações.....	152
Tabela 12 - Quantidade e tipos de registros em situações de Rel. Quaternárias.....	155
Tabela 13 - Quantidade e tipos de registros em situações ternárias.....	165
Tabela 14 - Estratégias de resolução utilizadas nas resoluções das situações.....	178
Tabela 15 - Estratégias de resolução em questões de Relações Quaternárias.....	180
Tabela 16 - Estratégias de resolução em questões de Relações Ternárias.....	189
Tabela 17 - Variedade de situações válidas por sujeito e ano de atuação.....	218
Tabela 18 - Questões não válidas propostas pelas professoras.....	220

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações:
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior
CAQDAS	Computer Assisted Qualitative Data Analysis Software
CK	Content Knowledge
Cl.	Classe
CM	Campo Multiplicativo
CREDE	Coordenadoria Regional de Desenvolvimento da Educação
E.B.	Educação Básica
E.F.	Ensino Fundamental
E.S.	Educação Superior
EAD	Educação a Distância
EJA	Educação de Jovens e Adultos
FITness	Fluency of Information Technology
IBICT	Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia
IES	Instituição de Ensino Superior
IFES	Instituição Federal de Ensino Superior
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LMS	Learning Management System
MAES	Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino
MPM	Muitos Para Muitos
OA	Objeto de Aprendizagem
OBAMA	Objetos de Aprendizagem para Matemática
OBEDUC	Programa Observatório da Educação
PAIC	Programa Alfabetização na Idade Certa
PCK	Pedagogical Content Knowledge
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PK	Pedagogical Knowledge
PPGE	Programa de Pós-graduação em Educação
PROPPG	Pró-reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação

Rel.	Relação
Resp.	Resposta
SEDUC	Secretaria de Educação do Estado do Ceará
SME	Secretaria Municipal de Educação de Acaraú
TCC	Teoria dos Campos Conceituais
TCK	Technological Content Knowledge
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TD	Tecnologias Digitais
Tern.	Ternária
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
TK	Technological Knowledge
TPACK	Technological Pedagogical Content Knowledge
TPK	Technological Pedagogical Knowledge
UECE	Universidade Estadual do Ceará
UNESPAR	Universidade Estadual do Paraná
UNILAB	Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira
UNINTA	Centro Universitário INTA
UPM	Um Para Muitos
UVA	Universidade Estadual Vale do Acaraú

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	20
2	REFERENCIAL TEÓRICO.....	34
2.1	Formação docente em contexto de integração tecnológica.....	34
2.2	TPACK - <i>Technological Pedagogical Content Knowledge</i>.....	37
2.3	A Teoria dos Campos Conceituais.....	50
2.3.1	O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.....	55
2.4	Estudos sobre o contexto do campo delimitado.....	69
2.4.1	Considerações sobre a sistematização da busca.....	70
2.4.2	Definição de expressões de busca, critérios de inclusão e análise bibliométrica.....	72
2.4.3	Análise do levantamento.....	79
3	PERCURSO METODOLÓGICO.....	98
3.1	Paradigma da pesquisa.....	98
3.2	Abordagem e método da pesquisa.....	100
3.2.1	Fases, <i>Lócus</i> , sujeitos e instrumentos de coleta de dados da pesquisa.....	103
3.2.2	Categorias de análise e suporte interpretativo.....	120
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	128
4.1	Os sujeitos, sua Formação, tempo e contexto de atuação.....	130
4.2	Conhecimentos de conteúdo do Campo Multiplicativo.....	141
4.2.1	Desempenho na resolução de situações-problema.....	142
4.2.2	Representações empregadas.....	148
4.2.3	Estratégias Utilizadas.....	175
4.2.4	Construção do conhecimento de conteúdo no processo formativo.....	188
4.3	Conhecimentos pedagógicos em atividades do Campo Multiplicativo.....	211
4.3.1	Desempenho na proposição de situações problema.....	212
4.3.2	Construção do conhecimento pedagógico no processo formativo.....	222
4.4	Conhecimento de tecnologias em atividades Multiplicativas.....	237
5	CONCLUSÃO.....	267
	REFERÊNCIAS.....	278
	APÊNDICE A - CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO.....	310
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SOBRE FORMAÇÃO E ENSINO.....	311
	APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO SOBRE RECURSOS DE ENSINO.....	314

ANEXO A – QUESTIONÁRIO DE ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS.....	315
ANEXO B – QUESTIONÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	316
ANEXO C – FOTO A FOTO: SITUAÇÃO COMBINATÓRIA.....	318
ANEXO D – O A BILHAR HOLANDÊS.....	319
ANEXO E – TELAS DA PLATAFORMA OBAMA.....	321

1 INTRODUÇÃO

A presente pesquisa trata da formação continuada de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental (E.F.), com foco no ensino de conceitos componentes do Campo Conceitual Multiplicativo, com apoio em Tecnologias Digitais. O interesse do autor pelo tema destacado decorre da construção de conhecimentos¹ desenvolvidos durante sua migração profissional quando sai da atuação em serviços de tecnologia e chega ao mestrado e doutorado no campo de pesquisa sobre a formação de professores.

Essa construção se desenvolveu desde a Licenciatura em Pedagogia até sua atual posição profissional como Técnico em Assuntos Educacionais atuante na Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação (PROPPG) da Universidade da Integração Internacional da Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB), no *campus* dos Palmares, situado no município de Acarape-Ceará. Nesse trajeto, diversas inquietações se manifestaram diante da complexidade da formação e da prática docente. De modo mais significativo, a problemática integração de Tecnologias Digitais no ensino de conteúdos específicos, uma vez que em nosso contexto atual, tais tecnologias se apresentam entre os mais importantes artefatos técnico-culturais por seu potencial de ampliação e potencialização das capacidades humanas de “[...] memória, armazenamento, processamento de informações e conhecimentos, e, sobretudo, de comunicação” (SANTOS, 2011, p. 77).

As atividades do autor no campo de investigação oportunizaram estudos teóricos e empíricos tomando como centro de sua ação o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Desde 2010, participando em equipes de formação de professores no âmbito de instituições públicas e privadas, além de pesquisas desenvolvidas na Universidade Estadual do Ceará (UECE) junto ao Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES), destacou-se a pertinência de maiores esforços para a compreensão da temática e sua relevância justificando-se em dimensões pessoal, acadêmica e social.

No âmbito pessoal, o autor busca uma investigação quanto aos aspectos conceituais envolvidos na integração das tecnologias no ensino da Matemática e no

¹ Nesta pesquisa, a categoria “conhecimento” é tratada como “complexos corpos de conhecimento e habilidades necessários para que se possa funcionar eficazmente como professor” (SHULMAN, 2015, p. 201)

desenvolvimento profissional² dos docentes que atuam nos anos iniciais da Educação Básica. A formação em Pedagogia do autor deste estudo, com oportunidade de inserção em iniciação científica, e sua pesquisa de mestrado sobre a formação continuada *on-line* de professores de Matemática para o trabalho com adição e subtração (PINHEIRO, 2014), permitiram perceber o quanto as formações inicial e continuada nas licenciaturas de Matemática e Pedagogia ainda ignoram aspectos tais como os conhecimentos relacionados ao ato pedagógico frente ao avanço tecnológico do século XXI.

Diante dessa constatação e do interesse de outros profissionais da área, integrou-se como voluntário desde 2015, a um grupo de professores da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR), *campus* de Apucarana, dedicados à popularização do uso de tecnologias específicas para implementação de práticas em Educação Superior (E.S.) e na Educação Básica (E.B.), participando voluntariamente como professor colaborador (moderador) em seis edições do curso de extensão *on-line* “OGeoGebra”³ oferecidas a interessados por implementarem práticas de ensino qualitativamente diferenciadas, mediante a inserção de uso de um ambiente dinâmico de simulação.

Essa procura, articula-se a uma demanda apontada por Fiorentini e Lorenzato (2009, p. 5) de se articularem diversos espaços curriculares para o desenvolvimento de “[...] uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (a Matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar”. Tal oportunidade permitiu constatar o interesse de professores, em diferentes níveis da educação e estados brasileiros, e a preocupação pelo aprimoramento de suas intervenções pedagógicas por meio da incorporação de tecnologias com o interesse em suprir carências formativas que consideram possuir (BORBA, 2016). O interesse pessoal do pesquisador segue alimentado pela demanda contínua desses docentes que buscam o apoio de recursos tecnológicos diversos como meio para se aperfeiçoarem e avançarem em suas práticas de ensino. Além disso, sua prática profissional permitiu constatar o quanto a presença de uma Instituição Federal de Ensino Superior (IFES) enfrenta desafios para aproximar-se e contribuir para o enfrentamento de problemas no

2 Compreende-se por desenvolvimento profissional “[...] um processo a longo prazo, no qual se integram diferentes tipos de oportunidades e experiências, planejadas sistematicamente para promover o crescimento e desenvolvimento do docente” (MARCELO, 2009, p. 07). Já o termo formação continuada, conforme denominação legal (BRASIL, 1996a), se refere aos processos pelos quais os profissionais da educação dos diversos níveis recebem aperfeiçoamento profissional.

3 <https://ogeogebra.com.br/curso/>

desempenho de estudantes da Educação Básica, como é o caso do município de Acarape, no interior do Estado do Ceará.

Os estudos em âmbito acadêmico fornecem outros elementos que justificam esta investigação. O envolvimento em diversas pesquisas sobre as tendências mundiais em Educação apontaram ao autor que, apesar de uma extensa rede de investigações tomar vulto quanto à formação de professores para o ensino de Matemática, as reformas educacionais e debates científicos sobre o ensino da disciplina ainda não se articularam de forma produtiva e coerente, capaz de permitir uma clara configuração quanto aos fundamentos do ensino da disciplina (D'AMORE; FANDIÑO PINILLA, 2018; FIORENTINI, 2016; FIORENTINI *et al.*, 2002; HILL; SCHILLING; BALL, 2004). O autor pôde atestar a relevância do desenvolvimento de formações continuadas para o trabalho com conteúdos específicos do ensino de Matemática ao participar de ações como integrante da pesquisa Observatório da Educação (OBEDUC), nº 15727 referente ao Edital 049/2012/CAPES/INEP, desenvolvido em três estados brasileiros: Bahia, Ceará e Pernambuco. Nesse contexto, a capacitação dos professores mostrou-se capaz de favorecer o trabalho docente, além de promover melhor compreensão acadêmica sobre as dificuldades enfrentadas que impactam no desempenho dos alunos da Educação Básica.

Tais ações levaram ao interesse pelos meios e fins que marcam formações continuadas, particularmente buscando o apoio de tecnologias, buscando-se assegurar o desenvolvimento dos alunos por meio da disciplina escolar e como um meio de favorecer o desenvolvimento dos professores. Considerando as lacunas conceituais não superadas que muitos deles demonstram possuir desde sua formação inicial, tais iniciativas, entretanto, não apresentam clara distinção dos elementos necessários que permitam avaliar as contribuições acrescentadas por essas formações, ou mesmo aspectos que trazem prejuízo à conceitualização de conteúdos específicos (FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS, 2011; NACARATO; PAIVA, 2013; NUNES, 2000).

De modo geral, em educação discute-se a persistente cultura de sub-teorização característica dos movimentos interessados em formação docente e em inovação com uso de tecnologias, sendo que:

[...] essa demasiada sub-teorização e anti-intelectualismo (frequentemente caracterizada como uma *enfant terrible* rebelde contra a escolarização tradicional) é parte de sua cultura, que constitui um círculo vicioso que tomou conta da educação no passado prometendo inovação freneticamente implementando novas tecnologias

nas escolas como se a sua eficácia fosse evidente, sem cuidadosamente demonstrar isso (BLIKSTEIN; WORSLEY, 2016, p.65, tradução nossa)

A compreensão do quanto as formações continuadas ofertadas aos professores se mostra significativa, portanto, é um objeto a ser explorado de modo a permitir conhecer, de fato, quais mudanças na apreensão conceitual dos conteúdos trabalhados podem ser verificadas. As alterações em orientações educacionais e os resultados dos exames avaliativos abaixo do adequado pelas projeções traçadas pelo Estado brasileiro, desde o início da divulgação das estatísticas avaliativas, permitem afirmar que mudanças no ensino de Matemática, “[...] se existiram, foram algumas propostas isoladas que não representaram um salto qualitativo para a educação nos diferentes níveis de ensino, especificamente para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental” (SANTOS, 2012, p. 35). Tal quadro permite justificar a relevância acadêmica representada pela sistematização dos conhecimentos relacionados à realização de uma formação conforme proposta nesta tese.

Finalmente, destaca-se como justificativa social a demanda por democratização do ensino e a garantia de acesso aos conhecimentos matemáticos. Dada a discussão sobre a apreensão conceitual em Matemática envolver habilidades e competências essenciais para o convívio social, destaca-se sua importância frente aos diversos usos cotidianos e científicos que possuem. Ademais, por tratar-se de um campo de conhecimento desenvolvido historicamente pela humanidade, seus avanços devem consistir em bens acessíveis e passíveis de transposição para os diversos campos de aplicação.

Um desses campos é o das operações numéricas. Sua importância abrange a formação conceitual dos sujeitos auxiliando-os a efetivarem a resolução de problemas aritméticos. Para que tal formação aconteça devidamente, pesquisas como as de Gitirana *et al.* (2014) e Magina, Merlini e Santos (2016), revelam que essa resolução de problemas deve ser abordada a partir de aspectos educacionais relacionados à distinção entre o conhecimento conceitual e os procedimentos adotados pelos sujeitos nas operações. No que diz respeito ao desempenho na formulação e na solução de problemas multiplicativos, tem sido demonstrado que sua resolução está “[...] longe de ser mera aplicação de fórmula matemática e supõem um processo de construção conceitual” (TAXA, 2001, p. 6). Nesse sentido, é possível reconhecer nos estudos de Vergnaud (2003, 2009a, 2009b) e seus desdobramentos propostos por pesquisadores nacionais como Gitirana *et al.* (2014) e Lautert, Castro Filho e Santana (2017), uma consistente fundamentação capaz de orientar o ato docente junto a conteúdos

relacionados a problemas que envolvem ideias complexos para as crianças como proporção, comparação e combinação.

A constatação de que os aspectos educacionais ainda devem ser melhor desenvolvidos nos leva a considerar a importância da ação escolar, de modo a favorecer a compreensão dessas operações desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Sendo as instituições escolares os principais agentes de ensino dos conteúdos matemáticos, seu papel social, implica professores do ensino da disciplina no início da escolarização que, em sua maioria, se consideram despreparados nessa área (BORBA, 2017; PASSOS; NACARATO, 2018). É recomendável, portanto, que esses profissionais estejam devidamente preparados para o trabalho com operações numéricas, considerando as repercussões conceituais e procedimentais que devem ser favorecidas por uma consistente fundamentação elaborada desde o início da Educação Básica.

Nesta pesquisa, delimita-se o trabalho com o Campo Multiplicativo (CM), que segundo sua definição mais recorrente, é aquele formado pelas situações que envolvem operações de multiplicação, divisões ou combinações entre ambas (VERGNAUD, 1996). Seu conteúdo, abordado nos anos iniciais, deve favorecer à preparação e à compreensão de uma cadeia de outros conteúdos curriculares previstos para toda a Educação Básica. Uma vez que as crianças mais novas já apresentam noções elementares do campo em foco, os professores precisam dispor de conhecimentos sobre os caminhos que elas precisam percorrer para entender situações que envolvem as variedades de operações e das dificuldades envolvidas no raciocínio multiplicativo que não são trabalhadas no início da aprendizagem escolar (CLARK; KAMII, 1996; TAXA, 2001; VERGNAUD, 1996).

Essa percepção leva a considerar o quanto a formação docente ainda precisa avançar de modo a assegurar a elaboração de conhecimentos, por parte dos professores, que possibilitem a tomada de decisões no trabalho escolar. Conforme apontado por Pimenta (2011) e outros pesquisadores essa formação se materializa como um terreno complexo, repleto de incertezas, singularidade e de conflitos de valores. Ademais, o ensino de Matemática nos anos iniciais concentra outras complexidades.

São reconhecidas as limitações de carga horária específica para a formação dos professores e, ainda, a escassez de oportunidades para a formação continuada para esse público (BORBA, 2017; CURI, 2005; SANTOS; MERLINI, 2018). Tais problemas, apesar de

inseridos nos movimentos de reformas curriculares que o ensino de Matemática atravessou mundialmente nas últimas três décadas, conforme apontam D'amore e Fandiño Pinilla (2018), Nacarato (2016), Silva e Valente (2013), acarretam dificuldades próprias à apreensão dos componentes curriculares da disciplina por professores.

Do exposto, compreende-se a dificuldade de se resolverem lacunas conceituais carregadas desde a Educação Básica por esses profissionais, apesar de suas experiências ao longo da licenciatura e mesmo de anos de prática docente. Desse modo acumulam-se dificuldades decorrentes do insuficiente desenvolvimento de conhecimentos pedagógicos, curriculares e didáticos, além de restritas oportunidades de acesso às inovações apresentadas no meio da pesquisa acadêmica ou de outras instâncias capazes de propor reflexões relacionadas a esses conhecimentos. Compreende-se, portanto, alguns dos fatores que levam à perpetuação de concepções e práticas limitadas ao contexto do ensino de Matemática (NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009). Tais limitações se manifestam como dificuldade na percepção dos elementos do pensamento matemático apresentados pelos estudantes e quais recursos e intervenções são capazes de contribuir para o seu desenvolvimento, mesmo quando professores e alunos compartilham práticas variadas de inserção de Tecnologias Digitais (TD) em seus cotidiano social e escolar (BARRETO, 2007; CURI, 2005; FIOREZE, 2010; HERRING; KOEHLER; MISHRA, 2016).

Para que a integração dessas TD se concretize no processo de ensino, não é suficiente o aparelhamento das escolas. Nem mesmo a *designação* dos docentes como “nativos digitais” projetando sobre os mesmos a posse de habilidades de uso adequado de TD pelo fato de representarem as “[...] primeiras gerações que cresceram cercadas e usando computadores, videogames, tocadores de música digital, câmeras de vídeo, telefones celulares e todos os outros brinquedos e ferramentas da era digital” (PRENSKY, 2001, p. 2, tradução nossa). Pelo contrário, faz-se ainda mais significativo refletir sobre as mudanças necessárias às práticas docentes, justamente por esta ser a primeira geração que se depara radicalmente com esta integração. Tal reflexão pode ser favorecida por práticas investigativas teoricamente referenciadas como a proposta no presente trabalho.

Nesta pesquisa destaca-se o referencial teórico denominado TPACK⁴ que desponta no meio acadêmico interessado na integração de diferentes domínios de conhecimento (pedagogia, tecnologia e conteúdo) e o contexto em que os professores estão inseridos (ANGELI; VALANIDES, 2009; MISHRA; KOEHLER, 2006; SHIN *et al.*, 2009). Esta pesquisa, portanto, investiga os elementos envolvidos neste processo de integração de Tecnologias Digitais no ensino do Campo Multiplicativo, a partir da formação continuada de professores que atuam no interior do estado do Ceará.

Os espaços de formação continuada podem ser ainda potencializados para o aprimoramento da preparação dos professores frente as demandas diárias em sala de aula, consideradas as diferentes dimensões da prática docente. Conforme apontam pesquisas que investigaram a formação continuada em contextos relacionados à prática docente, a exemplo de Maia (2016), Oliveira (2017) ou Merlini, Santos e Magina (2017), tais iniciativas podem, quando integradas às realidades do campo profissional, favorecer conhecimentos e desenvolvimento profissional docente, como desdobramento de ações reflexivas. Essas entendidas como ponto de partida e de chegada da ação e reflexão sobre a prática docente, ou um processo de contínua práxis formativa que considera a inter-relação entre os diversos agentes em situação (PIMENTA; ANASTASIOU, 2002; QUIRINO, 2017).

É notável o quanto pesquisas no campo da Educação Matemática têm-se voltado a investigar os processos formativos experimentados no contexto das práticas de formações continuadas oferecidas aos professores. Tal movimento articula-se ao que André (2010, p. 179) atribui a um processo de constituição de campo específico de investigação, o da formação de professores, onde, atualmente, “[...] os pesquisadores buscam vincular as experiências de formação com as práticas do professor em sala de aula, [...] pois mostra uma concepção da formação docente como um *continuum*, ou um processo de desenvolvimento profissional”, seja por iniciativas de universidades ou por políticas públicas como a promoção de editais específicos de fomento à pesquisa e formação de professores.

Conforme destacado anteriormente, um desses projetos financiados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES) mediante edital específico lançado pelo Programa Observatório da Educação (OBEDUC) permitiu a

4 O termo original em inglês é o acrônimo de “*Technological Pedagogical Content Knowledge*”. TPACK (pronunciado “tee-pack”) é uma atualização do termo utilizado inicialmente (TPCK) com o objetivo de facilitar a lembrança do termo como um “pacote” formado por meio da integração entre os três tipos de conhecimento abordados: tecnologia; pedagogia e conteúdo (THOMPSON; MISHRA, 2007, p. 38)

articulação de extensa rede de pesquisadores vinculados a instituições de três estados nordestinos e, atualmente, pode-se perceber que tal investimento favoreceu o estímulo à reflexividade sobre o ensino do Campo Multiplicativo por professores que ensinam Matemática e sua ação direta no processo de ensino, considerando espaços alternativos de formação (ANDRÉ, 2015), tal como o constituído nesta investigação.

Realizou-se um processo referente ao desenvolvimento de conhecimentos docentes no campo da Educação Matemática, particularmente uma iniciativa de formação continuada. Tal investimento ganha relevo frente as alterações que os cursos de formação inicial devem passar pois:

Quanto às formas institucionais e aos currículos relativos à formação de professores, uma verdadeira revolução nas estruturas formativas e nos currículos se faz necessária. As emendas feitas nesses cursos por normas parciais já são muitas. A fragmentação formativa é clara, as generalidades observadas nos conteúdos curriculares também, o encurtamento temporal dos cursos é constatável nas suas práticas. É preciso integrar essa formação em propostas curriculares articuladas e voltadas a seu objetivo precípuo, com uma dinâmica nas instituições de ensino superior mais proativa e unificada (GATTI, 2013, p. 64)

Interessado no movimento de apreensão de especificidades locais, a tese investiga processos de desenvolvimento de conhecimentos profissionais por pedagogos no contexto de formação continuada para o planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais. Trata da temática definida tomando por base, além do campo de formação e investigação do proponente anteriormente descritos, as recomendações de inserção das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)⁵ nas práticas de ensino que fazem parte do quadro de aptidões esperadas dos egressos dos cursos de Pedagogia (BRASIL, 2005). Segundo o inciso VII do Artigo 5º desse marco legal, o profissional deve ser capaz de “[...] relacionar as linguagens dos meios de comunicação à educação, nos processos didático-pedagógicos, demonstrando domínio das tecnologias de informação e comunicação adequadas ao desenvolvimento de aprendizagens significativas”. Dadas as experiências do autor no campo de investigação, a oportunidade de desenvolver tal estudo com foco no desenvolvimento dos conhecimentos ressaltados, considera a intensa difusão do uso de Tecnologias Digitais em nossa sociedade. Se até duas há décadas, a presença de equipamentos

5 Apesar de diferenças conceituais, nesta tese, TD, TIC e TDIC são tratadas como sinônimos referentes ao uso de tecnologias no contexto educacional. Essa definição considera a vinculação entre diversos termos utilizados em normas brasileiras e na literatura acadêmica a uma tradição anglo-saxônica de instrução, influenciada pela psicologia da aprendizagem, em teorias comportamentalistas, cognitivistas e construtivistas. Portanto, trata-se de um conjunto de recursos técnicos usados no ensino e em todos os processos de concepção, desenvolvimento e avaliação da aprendizagem (MIRANDA, 2007).

audiovisuais e de infraestrutura tecnológica de acesso à *internet* era inviável, fora de iniciativas do estado para a informatização de escolas, percebe-se na atualidade a acessibilidade e disponibilização de recursos como um dos menores problemas a se enfrentar (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014; VALENTE *et al.*, 2017).

Com efeito, percebe-se a crescente aplicação de Tecnologias Digitais por professores em todas as etapas da Educação Básica. Alguns exemplos sobre iniciativas desde o início do século XXI como as publicadas por Baranauskas, Martins e Assis (2012), Castro Filho, Silva e Maia (2013) e Valente (2011) relatam propostas de soluções envolvidas na proposição de metodologias para implantação de *laptops* educacionais de baixo custo, visando a inclusão dessas Tecnologias Digitais em escolas públicas, em busca por soluções com sentido e voltadas ao benefício da comunidade escolar e da sociedade como um todo. Tais relatos demonstram possibilidades de integração de recursos tecnológicos entre os sujeitos escolares e apontam que os mesmos não possuem um valor instrumental fixo, sendo seu valor dependente dos usos a que são colocados, o que, por sua vez, depende dos fins e dos meios de instrução (COHEN; RAUDENBUSH; BALL, 2002; VALENTE *et al.*, 2017).

Entretanto, o estágio de investigações sobre as especificidades envolvidas no desenvolvimento profissional daqueles que abraçam práticas de mediação apoiadas em Tecnologias Digitais para o ensino de conteúdos curriculares específicos, nesse caso na Matemática, ainda se apresenta em período de intensa discussão (ARTIGUE, 2009; MONAGHAN; TROUCHE; BORWEIN, 2016; PALIS, 2010). Nesse particular, procura-se investigar o desenvolvimento de conhecimentos de professores pedagogos no uso de Tecnologias Digitais para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de uma formação continuada voltada para o ensino de conteúdos do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

A confluência das justificativas articuladas aos temas apresentados apoia a elaboração de questionamentos diversos. Tais indagações impulsionam a busca por possibilidades de análise e interpretação dos sentidos compartilhados no campo de investigação e permitem orientar o desenvolvimento do estudo (ARAÚJO; BORBA, 2012). Nesse movimento, foram delimitados os seguintes questionamentos: como experiências formativas voltadas ao ensino do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais podem favorecer o desenvolvimento de conhecimentos profissionais junto a pedagogos? Quais dimensões de conhecimento se destacam por parte desses profissionais quanto a

integração de tecnologias visando o ensino do Campo Multiplicativo? Qual a relação entre os conhecimentos privilegiados por pedagogos no planejamento para o ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais? Tal problemática, converge à seguinte questão norteadora da pesquisa: a articulação dos conhecimentos de conteúdo, pedagógicos e tecnológicos pode ser desenvolvida em atividades de formação continuada para o ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais?

A questão norteadora orientou a definição dos objetivos do trabalho, quais sejam: objetivo geral: Investigar as contribuições de uma formação continuada para a prática docente, a partir da articulação entre os conhecimentos de conteúdo, pedagógicos e tecnológicos, no trabalho com o Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais; Esse objetivo emerge dos seguintes objetivos específicos: Mapear conhecimentos docentes sobre o campo das estruturas multiplicativas; Analisar elementos do conhecimento pedagógico manifestados em concepções sobre ensino, uso de recursos didáticos e avaliação no trabalho com o Campo Multiplicativo; e identificar o conhecimento tecnológico de professores para o ensino do Campo Multiplicativo.

Apresentadas as justificativas para a realização da pesquisa, bem como a problemática relacionada ao tema e os objetivos da pesquisa, a seguir são abordados os elementos estruturantes que referenciam o quadro teórico da investigação. A presente pesquisa está situada na interseção entre três campos investigativos específicos: Formação de professores, Tecnologia Educacional e Educação Matemática. Os termos foram adotados a partir de registros de indexação⁶ consolidados na pesquisa nacional e serviram para auxiliar na localização de pesquisas relevantes em cada campo, bem como para viabilizar a delimitação de assuntos específicos relacionados ao objeto de estudo definido, dada a abrangência de cada um dos campos destacados.

O campo da formação de professores faz referência à área de concentração do Programa de Pós-graduação em Educação (PPGE) da Universidade Estadual do Ceará (UECE). Buscou-se a compreensão de elementos que caracterizam sua especificidade e emergência, a partir de autores que apontam a emergência de tendências em investigação sobre esse campo no contexto atual, onde o ensino de disciplinas específicas demandam

⁶ Os termos apresentados constam na lista de Vocabulário Controlado da USP <<http://www.sibi.usp.br/produtos/vocabulario-controlado-usp/>> constituído por termos específicos e autorizados para a indexação, além de termos não autorizados que operam como remissivas de sinonímia de modo a agrupar um conjunto de termos mais específicos na literatura acadêmica

conhecimentos distintos, além da necessária atualização própria da ação docente (ANDRÉ, 2010; LIBÂNEO; PIMENTA, 1999; MACHADO, 2011; PERRENOUD *et al.*, 2002; SHULMAN, 2015). Buscou-se ainda relacionar o trabalho aos estudos de doutorado desenvolvidos no PPGE, tomando-se por referência as atividades da linha de investigação “Formação, Didática e Trabalho Docente”, em seu núcleo de investigação sobre “Ensino e suas Tecnologias”.

O campo Tecnologia Educacional concentra esforços, entre seus interesses, para o aperfeiçoamento dos processos de formação e ensino. Neste trabalho, são discutidos alguns dos desafios quanto à inserção de tecnologias no contexto das práticas educativas visando à formação de professores para o ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Compreendem-se as expectativas geradas sobre os usos de tecnologias na prática de ensino, o que nos levou à busca de aporte teórico que contribuísse para a compreensão dos conhecimentos desenvolvidos em tal articulação. Assim chegou-se ao TPACK⁷ (HARRIS; MISHRA; KOEHLER, 2009; KERELUIK *et al.*, 2013; KOEHLER; MISHRA, 2008).

O termo original do inglês *Technological Pedagogical Content Knowledge* (TPACK) é uma referência teórica para a compreensão do novo tipo de conhecimento desenvolvido pelos professores quando interessados na integração de tecnologias ao ensino. Trata-se da integração daqueles conhecimentos, habilidades e entendimentos tradicionais sobre os conteúdos, as pedagogias e as tecnologias empregadas no ensino, que implicam na ressignificação do pensamento e raciocínio docente e sua expressão na organização e na execução do ensino curricular (NIESS; DRISKELL; HOLLEBRANDS, 1991). A integração desses conhecimentos guarda tal complexidade que levou Palis (2010, p. 435) a discuti-la:

O termo integração, usado aqui, é bastante abrangente, e não se refere à justaposição de atividades baseadas em computadores, como um anexo, em um ensino essencialmente inalterado em outros aspectos, mas denota a utilização de tecnologia no desenvolvimento conceitual, e procedimental, na resolução de problemas e na avaliação. Além disso, não discutimos se o trabalho docente e discente com apoio de tecnologia é, em algum sentido, mais ou menos eficiente que o trabalho sem recursos computacionais. A utilização de Tecnologia Digital em ambientes educacionais é vista atualmente como parte de um sistema global de meios instrucionais que inclui também aulas expositivas, textos e resolução de questões com papel e lápis.

7 Neste trabalho, opta-se pela manutenção do termo original em inglês dada a diversidade de traduções que os pesquisadores brasileiros adotam sem que haja, até o momento, um consenso quanto aos termos específicos para o conceito em nossa língua vernácula.

Nessa perspectiva, considera-se que a integração de Tecnologias Digitais às práticas de ensino e de aprendizagem ocorre em processos difusos que alteram os modos de relação entre professores, alunos e conhecimentos curriculares. Faz-se necessária a adoção de parâmetros que possam permitir tal compreensão, uma vez que a relação entre causas e efeitos dessa integração só se tornam passíveis de avaliação após processos de reflexão. O TPACK, aqui adotado, recebe no cenário da pesquisa em Educação, e particularmente na Educação Matemática, crescente reconhecimento como referencial cujos parâmetros têm favorecido à interpretação de conhecimentos apresentados em diversos modos e graus de desenvolvimento em práticas docentes. Dada a existência de diversas dificuldades e especificidades a considerar em tais implementações, a presente pesquisa desenvolveu-se com o objetivo de trazer uma contribuição específica para tal referencial temático.

No campo da Educação Matemática, foram delimitados estudos sobre os elementos necessários à atuação de professores pedagogos, grupo de profissionais responsáveis pelo ensino da disciplina nos anos iniciais da Educação Básica (BRASIL, 1996a, 2001, 2005, 2017a). Conforme a legislação vigente, a formação inicial docente de Pedagogos e Licenciados em Matemática guardam claras distinções, principalmente em composições curriculares. Assim, a formação continuada que venha a auxiliar na ação desses profissionais partem de demandas próprias quanto a conhecimentos pedagógicos e de conteúdo, bem como de tecnologias (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; CRECCI; NACARATO; FIORENTINI, 2017; MISHRA; KOEHLER; HENRIKSEN, 2011).

Os aspectos teóricos, conceituais e metodológicos adotados neste trabalho serão apresentados ao longo das próximas seções⁸ que seguem a presente introdução. Aqui foram apresentados: a problemática da investigação, os principais marcos teóricos que orientaram a pesquisa, além dos objetivos e o desenho metodológico adotado. A segunda seção, denominada Referencial teórico apresenta elementos da revisão de literatura empreendida na busca por elementos capazes de fundamentar o desenvolvimento da pesquisa de campo. Tal processo ocorreu mediante a aproximação do autor com o panorama de produções relacionadas aos campos investigativos articulados, destacando cada temática em quatro subseções, descritas a seguir.

⁸ Conforme orientação do guia de normas da instituição, este trabalho acadêmico não deve ser subdividido em capítulos (UECE, 2020)

A subseção denominada Formação docente em contexto de integração tecnológica trata das mudanças que influenciam a compreensão do que seja a formação de professores no contexto de sua profissionalização no século XXI. Na seguinte, denominada *TPACK - Technological Pedagogical Content Knowledge*, apresenta-se o quadro conceitual do TPACK, teoria que situa a formação e prática dos professores como um conjunto de conhecimentos advindos da relação entre conhecimentos específicos (da pedagogia, do conteúdo e da tecnologia) e que na interseção entre eles, pode-se demarcar um novo domínio contextual que contempla práticas de ensino originais e em fase com as transformações demandadas pelo ensino atual. Na terceira subseção, denominada A Teoria dos Campos Conceituais e subdividida em O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, caracterizam-se os tipos de situações que devem ser contemplados no trabalho do Campo Multiplicativo, considerando a formação docente para atuar com a variedade de conceitos curriculares pertencentes a esse campo no nível dos anos iniciais do Ensino Fundamental. A quarta e última subseção, denominada Estudos sobre o contexto do campo delimitado apresenta um estudo de caráter sumário a partir de pesquisas realizadas na pós-graduação brasileira. Segundo Boote e Beile (2005), em consonância aos apontamentos de Nóbrega-Therrien e Therrien (2010) e Fiorentini, Passos e Lima (2016), o contato com obras de referência e pesquisas concluídas favorecem a percepção quanto a relevância do estudo realizado, contextualizando-o, e servindo de base para definições metodológicas na busca por encaminhamentos que possam contribuir com o campo investigativo mediante a abordagem de lacunas que as delimitações realizadas pretendem explorar na presente tese.

Após a discussão do referencial teórico, apresenta-se a seção Percurso metodológico, onde se destacam os elementos centrais do desenho investigativo, a partir do paradigma adotado, do método de pesquisa definido, da apresentação do lócus investigativo, dos critérios de inclusão dos sujeitos que dela participaram, além das definições relacionadas às atividades da intervenção. Ademais, são explicitadas as ferramentas e instrumentos de organização e coleta dos dados produzidos no contexto da pesquisa de modo a apoiar o trabalho interpretativo do pesquisador após a captação dos elementos empíricos do campo.

Definido o campo teórico da investigação, bem como os temas específicos relacionados ao objeto de estudo, articulou-se uma proposta de prática interventiva. Buscou-se a integração de interesses e objetivos que pudessem aliar a formação do investigador e o enfrentamento de demandas específicas no campo educacional na região de sua atuação

profissional acadêmica. Esse processo foi possível mediante a interlocução com a Secretaria Municipal de Educação de Acarape (SME) que favoreceu o desenvolvimento de pesquisa de abordagem qualitativa, fundamentada no método da pesquisa-ação (BARBIER, 2007; DIONNE, 2007; SANDÍN ESTEBAN, 2010; THIOLLENT, 2011).

A investigação desenvolveu-se a partir de formação continuada, com duração de 20 horas, voltada ao planejamento de atividades de ensino do Campo Conceitual Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais. A mesma foi realizada no município de Acarape-CE e contou com um grupo de quatorze (14) sujeitos: doze (12) professores que atuam nos anos iniciais do Ensino Fundamental e duas (02) profissionais da equipe administrativa de formação de professores da Secretaria Municipal da Educação. O pesquisador, autor deste trabalho de tese, atuou como formador e pesquisador junto ao grupo.

Os resultados de interpretação dos dados organizados são apresentados na penúltima seção denominada Resultados e discussão. Os elementos apresentados correspondem à compreensão daquilo que a triangulação entre os dados empíricos, os marcos teóricos adotados e a problemática desenvolvida para a orientação da pesquisa permitiu traduzir como achados desse processo, em discussão com os resultados de pesquisas relacionadas ao objeto de estudo, e conduzindo às específicas conclusões que emergem da presente tese.

Assim, a seção Conclusão deste trabalho encerra o estudo. Nesse elemento do trabalho buscou-se desenvolver a relação entre os argumentos defendidos, os objetivos que orientaram o desenvolvimento da pesquisa e os dados que emergiram das atividades realizadas no campo de investigação. Tal elaboração conduziu ao reconhecimento do que foi possível descobrir a partir dos caminhos adotados e apontar para futuros desdobramentos decorrentes da reflexão sobre o processo vivenciado, consideradas as particularidades que emergiram da interpretação efetivada na presente tese e as possibilidades advindas das relações pessoais e institucionais construídas.

Esta introdução encerra a síntese de conteúdos e a organização dos grandes temas estruturantes que permitiram esta investigação. As seções a seguir apresentam detalhes que encaminham o percurso adotado e são compartilhadas com o leitor a fim de que sua avaliação possa contribuir por meio das mais variadas e bem-vindas críticas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção apresenta discussões teóricas ligadas aos campos de investigação que compõem este estudo, bem como as categorias centrais adotadas para o desenvolvimento da pesquisa. A primeira subseção trata das discussões sobre as mudanças que influenciam a compreensão de como deve ocorrer a formação de professores, no contexto de sua profissionalização no século XXI. Na segunda subseção apresenta-se o quadro conceitual do TPACK, teoria que situa a formação e prática dos professores como um conjunto de conhecimentos advindos da relação entre domínios de conhecimentos (da pedagogia, do conteúdo e da tecnologia) em cuja interseção, demarca-se um novo domínio de conhecimento contextual que contempla práticas de ensino originais e em face com as transformações demandadas pelo ensino atual. Na terceira subseção apresenta-se o Campo Conceitual Multiplicativo, um dos campos definidos pela Teoria dos Campos Conceituais (TCC) e caracterizam-se os tipos de situação pertencentes a esse campo, considerando o nível dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O referencial teórico apresentado pretende favorecer à compreensão teórica da proposta desenvolvida no processo de formação continuada que contemplou atividades de ensino do Campo Conceitual Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais.

2.1 Formação docente em contexto de integração tecnológica

São perceptíveis o interesse e os esforços contínuos de se incorporar no contexto educacional elementos tecnológicos que ganham projeção na sociedade sob o termo genérico de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Em uma retrospectiva das últimas três décadas sobre políticas de tecnologia educacional em diversos países, desde os produtores de tecnologia de ponta àqueles que são basicamente mercados consumidores desses primeiros, percebe-se descompasso entre as orientações de suas lideranças educacionais e a integração dessas tecnologias no contexto educativo. Principalmente quando são observados em contexto de atuação docente.

O expressivo volume de trabalhos realizados na pesquisa acadêmica enfatizam o potencial do uso dessas diversas tecnologias. Entretanto, o seu processo de entrada nas escolas

manifestou-se de modo que, por parte dos professores, concentraram-se em adaptações centradas no uso de equipamentos e *softwares* de apresentação, recursos de edição de texto, uso de interfaces amigáveis para interação com alunos e ferramentas de gerenciamento para aprimorar a prática já existente (ALMEIDA; VALENTE, 2011).

Esse processo constituiu um fenômeno relacionado à implementação de tecnologias em sua natureza não-transformadora, negando sua aplicação em sentido de transformação dos processos educacionais. Dessa constatação, alguns posicionamentos chegaram, inclusive, a considerar que o potencial de uso de TIC seria aproveitável apenas em determinadas áreas específicas e não na educação como um todo, conforme ponderam Koehler e Mishra (2009). Os autores apresentam, ainda, uma outra vertente de compreensão quanto à incorporação ocorrida em contexto escolar, a partir da natureza conceitual que serviu de base ao uso das tecnologias em sala, gerando, conforme suas análises, abordagens gerais de integração tecnológica. Harris, Mishra e Koehler (2009) distinguem as cinco categorias, reproduzidas a seguir:

Iniciativas focadas em *software*. Abordagens de uso de tecnologia por professores centradas no desenvolvimento de habilidades gerais de resolução de problemas por meio do uso de *softwares* específicos. Iniciada com a aplicação da linguagem de programação LOGO pelos alunos, passando pelas tentativas de integração de tecnologia baseadas em Sistemas de Gerenciamento de Aprendizagem integrados – ou, conforme termo em inglês, Learning Managment System (LMS) -, que forneciam instruções individualizadas, rastreando necessidades de aprendizagem específicas dos alunos e seu progresso na execução de atividades.

Demonstrações de amostras de recursos, lições e projetos. Essa abordagem centra na demonstração de possibilidades de usos adequados de tecnologias em contexto de uso escolar. Essa tendência se realimenta da disponibilidade de recursos de diferentes origens com exemplos acabados ilustrativos de aplicações tecnológicas que partem de conteúdos curriculares. Para os autores, essa abordagem sustenta a concepção da possibilidade de uma simples transferência direta de planos de instrução e recursos educacionais para indefinidos contextos de sala.

Esforços de reforma educacional baseados na tecnologia. São projetos em escala implementados em torno de novas visões de ensino e de aprendizagem, em experiências

centradas no uso de tecnologias educacionais determinadas e implementadas em parceria com órgãos oficiais do ensino. Trata-se da abordagem de planejamento sistemático e esforços intensivos de desenvolvimento profissional aliados em *hardware* e *software*.

Workshops ou cursos de desenvolvimento profissional estruturados/padronizados. Ações de desenvolvimento profissional em grande escala pré-estruturadas adotadas em âmbito escolar, municipal, estadual ou regional. São estruturados como um desenvolvimento profissional em cascata, onde a organização matriz treina formadores em equipes de nível superior, as quais assumem a oferta de desenvolvimento profissional em padrões pré-definidos aos grupos de professores em suas jurisdições. Uma variante desse modelo é o de oferta amplificada de cursos de desenvolvimento profissional em âmbito de jurisdição onde professores podem acessá-los de maneira individualizada.

Cursos de formação de professores focados em tecnologia. Instituições de formação de professores – faculdades/universidades ou distritos/regiões trabalhando sozinhos ou de forma colaborativa – oferecem para professores cursos de modalidade presencial ou a distância, voltados ao uso de tecnologia educacional. A participação em tais cursos pode servir como elemento de certificação ou de integralização em programas de graduação/pós-graduação em educação.

Os autores explicam que, em comum, essas abordagens se equivocam por uma visão tecnocêntrica. Ou seja, focam as tecnologias educacionais específicas que demandam treinamento para uso dos recursos, ao invés de conceber ensino e aprendizagem relacionados aos conteúdos curriculares. Papert (1987, p. 23) alertava para essa tendência verificada desde as primeiras aplicações de tecnologias em educação:

O tecnocentrismo se refere à tendência de dar uma centralidade (...) a um objeto técnico - por exemplo, computadores ou LOGO. [Tendem a] reduzir o que são realmente os componentes mais importantes das situações educacionais - pessoas e culturas - para um papel secundário e facilitador. O contexto para o desenvolvimento humano é sempre uma cultura, nunca uma tecnologia isolada. Na presença de computadores, as culturas podem mudar e com elas as formas de aprender e pensar das pessoas. Mas se você quiser entender (ou influenciar) a mudança, você deve centrar sua atenção na cultura – não no computador.

Conforme apontado, as iniciativas têm privilegiado as capacidades e limitações das tecnologias além das habilidades necessárias para operá-las, secundarizando a integração da aprendizagem baseada em conteúdo. Tal posicionamento justifica o insucesso constatado.

Portanto, para que se possa proveitosamente implementar aplicações tecnológicas, faz-se necessário contemplar outras dimensões negligenciadas.

Uma vez que tal implantação ocorre em contexto de ensino, deve-se articular em conjunto com a tecnologia, aspectos dos conteúdos estudados e da pedagogia relacionada aos mesmos. Tal análise torna capaz o reconhecimento e a diferenciação de tipos de conhecimento necessários aos professores para uma implementação voltada ao ensino de modo situado, ou seja, no plano de uma cultura específica (BLIKSTEIN; ZUFFO, 2003; SILVA; VALENTE, 2013). Portanto, compreende-se a necessária elaboração de diferentes estruturas organizacionais, apoiadas em práticas que integrem formas de reconhecer evidências e provas de efetiva apreensão, na busca por maneiras de desenvolvimento de conhecimentos curriculares.

Argumenta-se que uma integração bem-sucedida da tecnologia é capaz de considerar as realidades contextuais da sala de aula, podendo influenciar no que os professores fazem e o que os alunos aprendem. Abordagens de integração de tecnologia que não refletem diferenças de conhecimento disciplinar, os processos correspondentes para desenvolver tal conhecimento e o papel crítico do contexto são de utilidade e significado limitados, pois ignoram toda a complexidade das realidades dinâmicas do ensino.

2.2 TPACK - *Technological Pedagogical Content Knowledge*

A compreensão da elaboração do TPACK requer uma contextualização quanto ao seu desenvolvimento. Quando Shulman (1986) alertou para a necessária compreensão das categorias específicas do saber que se desenvolvem na ação docente e visam à elaboração da prática de ensino, influenciou em todo o mundo abordagens que muitas pesquisas viriam a desenvolver em décadas subsequentes (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HASHWEH, 2013; VIEIRA, 2013).

Abordagens que tomavam isoladamente os conhecimentos de conteúdos e os pedagógicos privilegiariam estritamente o modo “[...] como os professores administram suas classes, organizam as atividades, alocam tempos e turnos, estruturam tarefas, fazem críticas e elogios, formulam os níveis de suas questões, planejam lições e julgam o entendimento geral dos estudantes” (ALMEIDA; BIAJONE, 2007, p. 287). Para Shulman (1986) essa é uma

forma de invisibilização quanto aos modos pelos quais o conteúdo das lições são ensinados, como as questões são feitas aos estudantes, bem como são feitas as explicações necessárias à compreensão. Tal fenômeno configura o que o autor denominou como “*missing paradigm*” (o paradigma ausente) que passou a ser considerado pelo pesquisador e diversas equipes de estudo sobre a formação docente, desde então.

De modo a favorecer uma compreensão de tal processo que se evitasse esse fenômeno, Shulman (1986, 1987) propõe uma teoria conhecida pela sigla equivalente ao termo *Pedagogical Content Knowledge* (PCK⁹). A mesma, desde a metade da década de 1980 serve como aporte teórico para o estudo dos conhecimentos relacionados à formação e desenvolvimento profissional dos professores, levando-se em conta a natureza específica desse conhecimento derivado da articulação entre conhecimentos diversos que interferem na formação e prática docente. O autor foi um dos primeiros a destacar o termo *Knowledge Base* (conhecimento de base), ignorado em projetos de formação elaborados pelos legisladores do campo educacional durante as reformas em seu país¹⁰.

Ao criticar que as práticas de avaliação e certificação dos professores consistiam, na maioria das vezes, em uma simplificada catalogação de habilidades e conhecimentos de conteúdos curriculares e pedagógicos que deveriam ser observados no professor em contexto escolar. Tal procedimento, segundo ele, ignorava a essência da ação docente, uma vez que não eram consideradas questões sobre os modos pelos quais os professores transformam conteúdos curriculares específicos em processos de ensino. Sua teoria, então, se empenhou em delinear categorias de conhecimento subjacentes à compreensão do professor que é necessária para promover a compreensão dos conteúdos disciplinares trabalhados entre os alunos. Ao longo dos anos, o pesquisador enuncia que se o conhecimento do professor fosse definido em um conjunto de categorias, estas deveriam incluir, no mínimo:

- conhecimento do conteúdo;
- conhecimento pedagógico geral, com especial referência aos princípios e estratégias mais abrangentes de gerenciamento e organização de sala de aula, que parecem transcender a matéria;
- conhecimento do currículo, particularmente dos materiais e programas que servem como “ferramentas do ofício” para os professores;

9 Conforme a justificativa apresentada na introdução, optou-se pela manutenção das siglas originais apresentadas pelos autores de referência.

10 Lee Shulman (1938-), nasceu em Chicago. O pesquisador norte-americano, é professor emérito (Stanford Graduate School of Education), e presidiu, entre os anos 1980 e 1990, diversas instituições de pesquisa e entidades de políticas educacionais (SHULMAN, 2018)

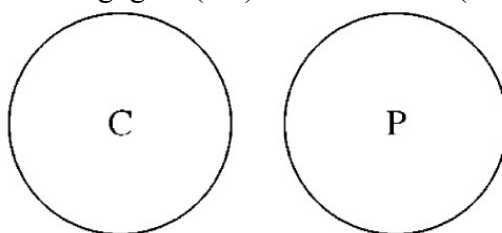
- conhecimento pedagógico do conteúdo, esse amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é o terreno exclusivo dos professores, seu meio especial de compreensão profissional;
- conhecimento dos alunos e de suas características;
- conhecimento de contextos educacionais, desde o funcionamento do grupo ou da sala de aula, passando pela gestão e financiamento dos sistemas educacionais, até as características das comunidades e suas culturas; e
- conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação e de sua base histórica e filosófica (SHULMAN, 2015, p. 206)

Conforme a citação, o grande conjunto de categorias representa conhecimentos de várias fontes e relacionadas a diferentes posições, conforme as disciplinas escolares abordadas. Pela extensão das categorias de conhecimentos, o autor destaca que dentre as categorias listadas, o Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK) é o que merece maior atenção, uma vez que “[...] representa a combinação de conteúdo e pedagogia no entendimento de como tópicos específicos, problemas ou questões são organizados, representados e adaptados para os diversos interesses e aptidões dos alunos, e apresentados no processo educacional em sala de aula” (SHULMAN, 2015, p. 206).

Compreende-se, portanto, que o professor necessita desenvolver sua capacidade de articular conhecimentos de dois domínios: conhecimento de conteúdo (CK) e conhecimento pedagógico (PK). Assim, para que tenha êxito no ensino, deve desenvolver capacidade criativa para usar ou adaptar materiais e estruturas. Isso engloba currículos, avaliações, sistemas institucionais, organizações profissionais e entes do Estado.

As críticas e definições de Shulman (1986, 1987) levaram à reflexão sobre a complexidade da ação docente. Até hoje, sua teoria encontra-se em desenvolvimento e a compreensão de que o conhecimento do professor não pode ser visto como uma atividade composta por campos de conhecimento isolados e executados dissociadamente, tal como sugere a figura 1, tem desdobramentos em pesquisas em todo o mundo, inclusive na Educação Matemática brasileira (ALENCAR, 2016).

Figura 1 - Conhecimentos Pedagógico (PK) e de Conteúdo (CK) como círculos isolados

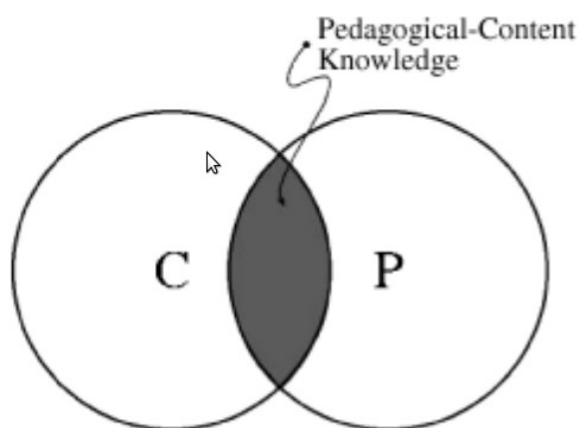


Fonte: Mishra e Koehler (2006, p. 1020)

Shulman (1986, p.10, tradução nossa) criticava as formações de professores e pesquisas centradas em um ou outro domínio de conhecimento de modo exclusivo. Nessas abordagens a percepção de conhecimentos de conteúdo (CK), é reduzida a conhecimentos de “[...] quantidade e organização do conhecimento *per se* na mente do professor”; Ao mesmo tempo, os conhecimentos pedagógicos (PK) são abordados como “[...] os tópicos mais regularmente ensinados em uma área de assunto, as formas mais úteis de representação dessas ideias, as analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais poderosas – em uma palavra –, as formas de representar e formular o assunto que o tornam compreensível para os outros [considerando ainda] a compreensão do que facilita ou dificulta o aprendizado de tópicos específicos”.

Para o teórico, o conhecimento do professor a ser considerado é aquele correspondente à interseção desses conhecimentos. Na sistematização da figura 2 tal interseção é destacada, ilustrando que se deve considerar a compreensão de como aspectos particulares são organizados conjuntamente e adaptados para que seus usos sejam adequados à instrução.

Figura 2 - Interseção (PCK) entre Conhecimentos Pedagógico (PK) e de Conteúdo (CK)



Fonte: Mishra e Koehler (2006, p. 1022)

Conforme o autor, as experiências exitosas na formação ou na atuação docente são aquelas em que se percebe a consciente determinação de conhecimentos de pedagogia e de conteúdo simultaneamente, em atividades capazes de articular “[...] os aspectos do conteúdo mais pertinentes à sua capacidade de ensinar” (SHULMAN, 1987, p. 9). Portanto, tal teoria centra sua atenção na maneira pela qual um assunto é transformado para o ensino, mediante sua transformação pelo professor que o interpreta, na procura por maneiras diferentes de representá-lo e torná-lo acessível aos alunos em determinado contexto.

Sendo a noção de PCK alterada desde sua apresentação (MIZUKAMI, 2004; SHULMAN; SHULMAN, 2004) e desenvolvida até o presente momento, suas categorias ainda se encontram em revisão, ajustes e seguem revisitadas. Tal fato demonstra sua fecundidade, contribuindo para a crescente organização de uma ciência relativa aos conhecimentos dos professores relacionando pesquisadores da área da formação docente (HASHWEH, 2013).

Nesse processo, desde a descrição inicial dos conhecimentos dos professores, outras categorias foram substituídas ou redimensionadas por Shulman, considerando seus trabalhos com colaboradores de diversas localidades (GARDNER; SHULMAN, 2005). Assim foram propostas várias listas, em diferentes publicações, acarretando uma teoria marcada pela ausência de grande consistência entre artigos. Apesar dessa característica, revisores da teoria do PCK reconhecem como necessária a identificação dos corpos distintos de conhecimento para o ensino, sendo valorizado seu estudo como “[...] um conceito epistemológico que combina utilmente as bases de conhecimento tradicionalmente separadas do conteúdo e da pedagogia” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1022, tradução nossa).

Punya Mishra e Matthew Koehler, da *Michigan State University*, propõem elementos para esse desenvolvimento teórico. Os pesquisadores apontaram que, coerentemente às discussões abertas por Shulman, “[...] os usos pedagógicos da tecnologia requerem o desenvolvimento de uma forma complexa e situada de conhecimento que chamamos de Conhecimento de Conteúdo Pedagógico Tecnológico” (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1017, tradução nossa). A percepção quanto ao crescente impacto que as tecnologias apresentam em termos de práticas pedagógicas e de conteúdos, levou os autores a refletirem sobre o efeito que artefatos e mecanismos, tais como equipamentos digitais e *softwares*, representariam para alterações no ensino. Essas ainda não estavam devidamente contempladas no discurso educacional e distantes de se tornarem comuns em práticas de ensino. Assim, destacaram os autores:

Considere os aspectos ou exemplos que Shulman forneceu como sendo importantes para PCK, tais como "as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações", ou, em outras palavras, "as formas de representar e formular assunto" para torná-lo mais acessível e compreensível. Claramente, as tecnologias desempenham um papel crítico em cada um desses aspectos (MISHRA; KOEHLER, 2006, p. 1023, tradução nossa)

Segundo pode-se perceber, é fundamental o reconhecimento que as tecnologias, em particular das Tecnologias Digitais, não serão incorporadas de maneira simples se forem buscadas as potencialidades que se destacam. Além da habilidade para manusear tais equipamentos, serão necessários conhecimentos sobre novas técnicas e habilidades de ensino, à medida que as tecnologias atuais se tornem obsoletas. É evidente a diferenciação do contexto em que tecnologias utilizadas na escola eram padronizadas e seu uso mostrava-se relativamente estável, mas, para frustração de muitos, pouco reverteu em mudanças substanciais no ensino e na aprendizagem (FAGUNDES, 1986; VALENTE, 2005, 2011).

A percepção sobre a importância do conhecimento de tecnologia torna-se cada vez mais um aspecto do conhecimento geral do professor, o que leva as reformas curriculares das últimas décadas a preverem seu uso em todos os conteúdos curriculares. Entretanto, muitas vezes tal importância advém de entes exteriores à prática docente.

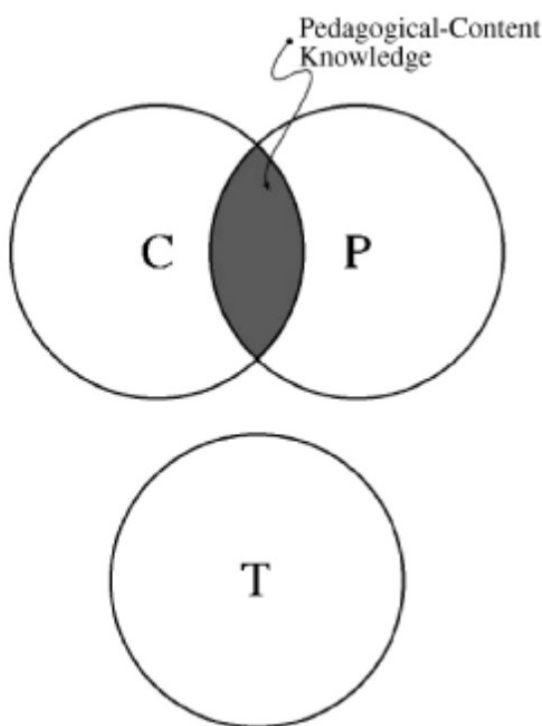
No Brasil, influências políticas de grupos empresariais, grandes empresas estrangeiras, além de organizações internacionais, frequentemente resultam em diretrizes para a área da tecnologia educacional. Percebe-se, entretanto, falta de articulação entre o que os profissionais da educação entendem como oportuno e a capacitação que precisam para cumprir essas diretrizes. Tal situação, além de problemas de ordem econômica e política, por conta de prejuízos e desvios nas ações, resulta na fragilização de elementos que comprovem qualquer favorecimento cognitivo para os alunos, o que leva os professores ao descrédito e à desconfiança sobre as possibilidades de propostas de inovação (VALENTE *et al.*, 2017). De maneira geral, acrescenta-se ainda que:

Cada vez mais, os professores trabalham em uma situação em que a distância entre a idealização da profissão e a realidade de trabalho tende a aumentar, em razão da complexidade e da multiplicidade de tarefas que são chamados a cumprir nas escolas (GATTI; BARRETO; ANDRÉ, 2011, p. 25)

Tais demandas sobre os docentes não se caracteriza como exclusividade brasileira. Pesquisadores em outros países também discutem a implementação de práticas de ensino movidos por determinações sem o devido diálogo com os docentes ou, ainda, sem um devido convencimento pedagógico para mudanças em suas práticas de ensino. Assim, o conhecimento tecnológico para os professores foi apontado por Mishra e Koehler (2006) como um campo de conhecimentos apartado dos demais saberes dos professores, a exemplo do modo como eram percebidos os conhecimentos do conteúdo e pedagógico. Para esses

estudiosos, as estruturas de conhecimento que sustentam grande parte do discurso e das práticas atuais sobre tecnologia educacional se apresentam conforme exibido na figura 3:

Figura 3 - Conhecimento da tecnologia (TK) – domínio independente e separado de PCK



Fonte: Mishra e Koehler (2006, p. 1024)

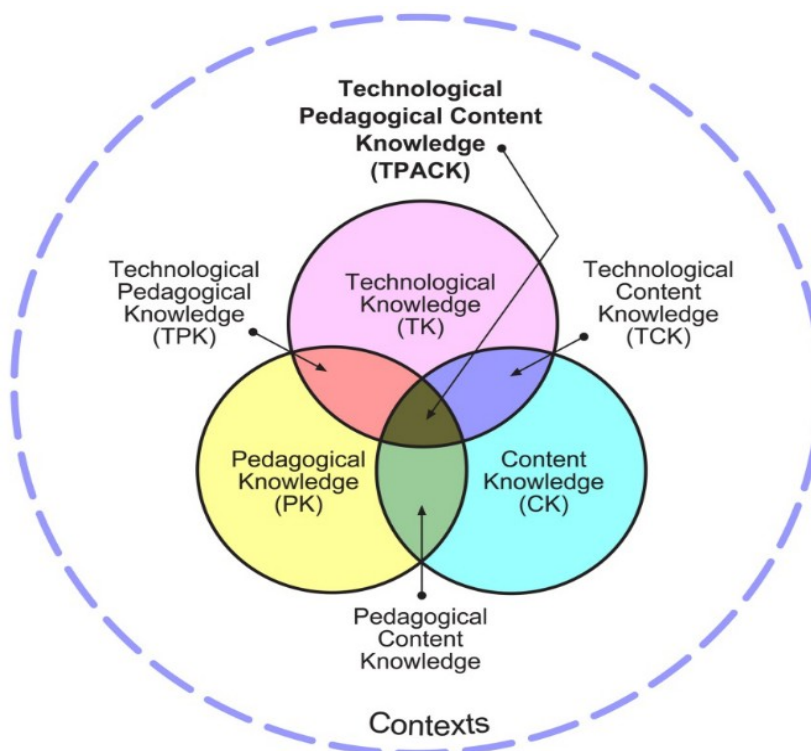
Em outros termos, a tecnologia ainda é percebida como conjunto separado de conhecimentos e habilidades. Tal percepção desconsidera habilidades e a base de conhecimentos (de conteúdo e de pedagogia) que se desenvolve por docentes que atuam considerando esses três domínios ou trata com relativa trivialidade esforços necessários para aquisição e implementação de práticas de ensino com apoio de tecnologias.

A concepção do TPACK se desenvolveu como um esforço para sistematizar, ao longo do tempo (KOEHLER; MISHRA, 2009; MISHRA; KOEHLER, 2006, 2008), as mais completas descrições que possam compor quadro de referência para a avaliação dos conhecimentos relacionados aos principais componentes do conhecimento dos professores: conteúdo, pedagogia e tecnologia.

A exemplo da representação utilizada para o PCK de Shulman (1987), Mishra e Koehler (2006) sistematizaram quadro de referência em que, graficamente, essa concepção é representada considerando os conhecimentos e as relações entre eles. Além do PCK, adotado

por Shulman (1987), os autores consideraram a interseção entre Conhecimentos Tecnológico (TK) e Pedagógico (PK) o que identificaram como TPK (conhecimento pedagógico tecnológico). Entre o Conhecimento Tecnológico (TK) e o Conhecimento do Conteúdo (CK), definiram TCK (conhecimento tecnológico do conteúdo) e, finalmente, situaram o TPACK como o conhecimento que emerge na composição entre tais elementos considerando-se os contextos diversificados que interferem em cada um dos domínios definidos, conforme a figura 4 abaixo:

Figura 4 - Quadro de referência TPACK e seus componentes de conhecimento



Fonte: Koehler, Mishra (2009, p. 63)

Tais elementos são tomados pelos autores conforme as seguintes definições e as breves explicações fornecidas quanto a esses conhecimentos. Os termos foram traduzidos pelo autor deste trabalho e confrontados a fim de favorecer uma maior aproximação teórica ao que declararam Mishra e Koehler (2006) e Koehler e Mishra (2009). Assim, as categorias teóricas são:

Conhecimento de conteúdo (CK) – O conhecimento sobre o assunto que deve ser aprendido ou ensinado. Os autores explicam, apoiados nas ideias de Shulman a obrigatoriedade de os professores conhecerem e compreenderem os assuntos que ensinam.

Portanto, conhecer os fatos, conceitos, teorias e procedimentos centrais em um campo é algo que deve compor o conhecimento do professor; Além disso, devem conhecer estruturas explicativas que organizam e conectam ideias; serem capazes de compreender demonstrações e provas sobre conteúdos curriculares, além da natureza do conhecimento abordado. O professor deve se manter informado sobre a investigação nos campos de conhecimento, de modo a promover a correta promoção de conceitos da área do conteúdo, evitando propagar imprecisões ou conceitos superados para seus alunos.

Conhecimento pedagógico (PK) – Categoria do conhecimento sobre os processos e práticas (ou métodos) de ensino. Ele engloba propósitos, valores e objetivos educacionais gerais. O PK compreende a generalidade de conhecimentos envolvidos nas questões de aprendizado do aluno, gerenciamento da sala de aula, desenvolvimento e implementação de plano de aula e avaliação do aluno. Além disso, é composto por técnicas ou métodos a serem utilizados conforme configurações de sala; Conhecimentos sobre a natureza do público-alvo; e das estratégias adequadas para avaliar a compreensão do aluno. É esse o conhecimento que permite ao professor perceber o processo de construção do conhecimento, a aquisição de habilidades e a formação de hábitos mentais e de disposições construtivas em relação ao aprendizado. A compreensão sobre a dimensão cognitiva da aprendizagem é integrada ao conhecimento pedagógico, sem prejuízo às dimensões sociais que interferem no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos em sala.

Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (PCK) - Conforme salientado anteriormente, é o conhecimento quanto as abordagens de ensino que se encaixam no conteúdo, aborda as maneiras como os elementos do conteúdo podem ser organizados para um melhor ensino. Esse conhecimento é diferente do conhecimento de um especialista de uma área, mas também do conhecimento pedagógico geral compartilhado pelos professores em todas as disciplinas. PCK é constituído pela representação e formulação de conceitos, técnicas pedagógicas, conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis de aprender, conhecimento do conhecimento prévio dos alunos e teorias da epistemologia. Envolve também o conhecimento de estratégias de ensino que incorporam representações conceituais apropriadas a fim de abordar as dificuldades e concepções errôneas do aluno, promovendo uma compreensão significativa. Também inclui o conhecimento do que os alunos trazem para a situação de aprendizagem, conhecimento que pode ser facilitador ou disfuncional para a tarefa de aprendizado em questão. Esse conhecimento dos alunos inclui suas estratégias,

concepções prévias (tanto “ineficazes” quanto produzidas instrucionalmente), equívocos que eles provavelmente têm sobre um domínio em particular, e potenciais aplicações errôneas do conhecimento prévio.

Conhecimento Tecnológico (TK) – São os que transforma-se mais rapidamente dentre os apresentados. Assim, qualquer definição de conhecimento tecnológico corre o risco de se tornar obsoleta em breve espaço de tempo. A definição de TK usada na estrutura da TPACK é próxima à da Fluência da Tecnologia da Informação (FITness), conforme proposto pelo Comitê de Alfabetização de Tecnologia da Informação do Conselho Nacional de Pesquisa¹¹ (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 1999). Eles argumentam que o FITness vai além das noções tradicionais de informática para exigir que as pessoas entendam a tecnologia da informação o suficiente para aplicá-la produtivamente no trabalho e em suas vidas cotidianas, e sejam capazes de reconhecer quando a tecnologia da informação pode ajudar ou impedir que um objetivo seja alcançado, adaptando-se às mudanças na tecnologia da informação. A aquisição da TK é alcançada quando o indivíduo é capaz de realizar várias tarefas diferentes usando a tecnologia da informação. Tal conceitualização da TK não pressupõe um “estado final”, mas, ao contrário, a vê em termos de desenvolvimento, evoluindo ao longo de toda uma vida de interação generativa e aberta com a tecnologia.

Conhecimento Tecnológico do Conteúdo (TCK) - os dois conhecimentos dessa interseção têm profundo relacionamento histórico e se relacionam como o progresso em campos como a Medicina, a História, a Arqueologia e a Física. Esse conhecimento resultante coincide com o desenvolvimento de tecnologias que permitiram a representação e a manipulação de dados de maneiras novas e produtivas. TCK é a compreensão da maneira pela qual a tecnologia e o conteúdo influenciam-se e restringem-se mutuamente. Os professores precisam dominar mais do que o assunto que ensinam, devem ter compreensão acerca da maneira pela qual o assunto (ou os tipos de representações que podem ser construídos) pode ser alterado pela aplicação de tecnologias específicas. Os professores precisam entender quais tecnologias adequam-se à aprendizagem do assunto em seus domínios e como o conteúdo dita ou talvez até mude a tecnologia.

Conhecimento Pedagógico Tecnológico (TPK) - aborda a compreensão de como o ensino e a aprendizagem podem mudar quando determinadas tecnologias são usadas. Isso

¹¹ Conselho Nacional de Pesquisa (National Research Council — NRC) é uma organização científica que trabalha como uma divisão das Academias Nacionais dos Estados Unidos, e produz relatórios de modo a promover o desenvolvimento da Ciência, Engenharia e Medicina (<http://www.nationalacademies.org/nasem/>)

inclui conhecer as possibilidades e restrições pedagógicas de uma gama de ferramentas tecnológicas, à medida que elas se relacionam com projetos e estratégias pedagógicas disciplinares apropriadas. Para construir o TPK, é necessária compreensão das limitações e vantagens das tecnologias e dos contextos nos quais elas funcionam. A compreensão das possibilidades da tecnologia e como elas podem ser aproveitadas, de maneira diferente e de acordo com as mudanças no contexto e nos propósitos é parte importante da compreensão da TPK. Esse conhecimento torna-se particularmente importante porque os programas de *software* mais populares não são projetados para fins educacionais. Assim, é necessário que o professor seja capaz de superar os usos comuns de tecnologias, reconfigurando-os para propósitos pedagógicos adequados.

O Conhecimento Pedagógico Tecnológico do Conteúdo (TPACK) é uma forma emergente de conhecimento que integra e vai além dos três componentes (conteúdo, pedagogia e tecnologia). Esse conhecimento é diferente do conhecimento de um especialista em tecnologia ou em pedagogia. O TPACK é a base do bom ensino com tecnologia e requer compreensão da representação de conceitos usando tecnologias; de técnicas pedagógicas que empreguem tecnologias de maneiras construtivas para ensinar determinado conteúdo; conhecimento do que torna os conceitos difíceis ou fáceis de aprender e como a tecnologia pode ajudar a corrigir alguns dos problemas que os estudantes enfrentam; conhecimento de como as tecnologias podem ser usadas para construir o conhecimento existente e desenvolver novas epistemologias ou fortalecer as antigas.

Para Mishra e Koehler (2006) a integração tecnológica no ensino e na aprendizagem deve promover o bom desenvolvimento dos conteúdos. O entrelaçamento ponderado das três principais fontes de conhecimento (tecnologia, pedagogia e conteúdo) implica o reconhecimento de que não existe uma solução tecnológica única que se aplique a todos os professores, conteúdos, e todos os cursos ou todas as visões de ensino. O ensino de qualidade requer o desenvolvimento situado de compreensão diferenciada das relações complexas entre tecnologia, conteúdo e pedagogia, e o uso desse entendimento para desenvolver estratégias e representações apropriadas específicas do contexto.

A integração da tecnologia produtiva no ensino precisa considerar as três questões não isoladamente, mas sim dentro dos relacionamentos complexos no sistema, definidos pelos três elementos-chave. Porém, tais definições propostas consideram o desenvolvimento em equilíbrio dinâmico impulsionado pelas decisões cabíveis, frente aos objetivos, às tecnologias

pedagógicas a serem utilizadas, e os conteúdos a ensinar. Do exposto, não se pode promover a hierarquização entre as categorias, uma vez que esses domínios se reconfiguram e influenciam mutuamente.

Por esse motivo é fundamental que os professores tenham consciência do quanto a decisão sobre o uso de uma determinada ferramenta tecnológica oferece restrições às representações que podem ser desenvolvidas e ao conteúdo que seja abordado, e então, refletindo em questões pedagógicas. O alerta parte da constatação de diversos pesquisadores quanto à percepção de que a tecnologia se insere em contextos específicos e que não faz sentido a concepção de um bom ensino sem a devida avaliação do diferencial que seu uso representa para o trabalho pedagógico relacionado ao conteúdo em questão (ALMEIDA; VALENTE, 2011; CYSNEIROS, 2010; PAPERT, 2002).

A reflexão sobre as relações destacadas demonstram que a incorporação de uma nova tecnologia pode implicar no tratamento de questões fundamentais sobre conteúdos e seu encaminhamento pedagógico. Percebe-se que atualmente, ainda representa tomada de decisões capazes de sobrecarregar até profissionais experientes, dado o esforço e o enfrentamento de desafios pessoais e profissionais, uma vez que levam a uma zona de risco na qual muitos professores não estão dispostos a adentrar (BORBA; PENTEADO, 2012).

A compreensão do TPACK pode explicitar elementos não tão óbvios, em casos de usos de tecnologias padrão ou “transparentes”, conforme denominação proposta por Fagundes (1986). Entretanto, quando são consideradas de modo consistente, tecnologias que venham a interromper a ordem já configurada no contexto profissional exigem que os professores reconfigurem os componentes de sua ação pedagógica.

Do exposto, tal sistematização permite identificar consequências potenciais da estrutura em transformação para a prática de professores, formadores de professores e pesquisadores educacionais. São relevantes, portanto, as interpretações de possíveis reestruturações que venham a emergir de experiências de desenvolvimento profissional de professores quando se contemplam mudanças na ação educacional.

No caso do ensino de conteúdos Matemáticos, Grandgenett, Harris e Hofer (2011) sistematizaram taxonomia de tipos de atividades que contemplam a integração entre tecnologia, pedagogia e conteúdo. A proposta dos autores auxilia a estruturação de intervenções e o plano instrucional *designando* as atividades por palavras ativas (verbos) para

concentrar o planejamento instrucional no que se espera que o aluno realize, ao invés de definir ações do professor. São sugeridas sete tipos de atividades: "Considerar"; "Praticar"; "Interpretar"; "Produzir"; "Aplicar"; "Avaliar" e "Criar" (GRANDGENETT, HARRIS e HOFER, 2011, p. 1, tradução nossa).

Tal sistematização veio posteriormente a ser complementada por outras discussões. Uma vez que a divulgação das categorias do TPACK, passaram a ter maior popularidade na comunidade científica mundial, sua implementação e o quadro teórico passaram ao campo de aplicação quase imediatamente. Além de favorecer à sistematização de elementos de análise quanto à implementação de tecnologias digitais no contexto de ensino e aprendizagem, o quadro conceitual passou a ser analisado em suas questões epistemológicas e metodológicas (ANGELI; VALANIDES, 2009).

Dessas discussões, o TPACK passou para a compreensão de dimensões de conhecimento do professor como um elemento a ser avaliado. As críticas feitas ao modelo eram centradas na constatação de que, além de se identificarem dimensões de conhecimentos, era necessário medi-los também. A partir da percepção sobre a impossibilidade de se estabelecerem escalas de medição, gradualmente foram se desenvolvendo estratégias para que se tornasse viável implementar um modo de se parametrizar o TPACK em domínios de conteúdo específicos.

Segundo Koehler *et al.* (2014), o interesse em dimensionar o TPACK representou notável mudança de uso da teoria. Segundo os autores, a partir do momento em que o TPACK deixou o domínio conceitual e chegou ao campo da formação, os pesquisadores se concentraram em testes empíricos capazes de assegurar o efeito de seus tratamentos baseados no quadro de referência. Assim, a questão de como capturar com precisão os níveis de compreensão em tópico relacionado a conteúdos específicos, tornou-se questão importante.

Foram destacadas técnicas que passaram a ser comumente utilizadas e os relatos de que instrumentos utilizados estavam apoiando a pesquisa, diversas delas passaram a se popularizar entre os pesquisadores (NIESS, 2011). O uso de medidas de auto-retrato, questionários abertos, avaliações de desempenho, entrevistas e observações, e o uso combinado destas técnicas foram compartilhadas.

Harris, Grandgenett e Hofer (2012) destacaram três tipos de coleta de dados: por autoavaliação, quando os professores respondem a entrevistas ou questionários; a partir da

observação direta; pela análise de registros de ensino, como planos de aula. Todos esses instrumentos e técnicas foram reconhecidos como válidos para a avaliação do TPACK e aplicados largamente em pesquisas em todo o mundo. Outros instrumentos e técnicas permanecem em uso no campo da pesquisa internacional e conforme foram propostos, suas limitações e possibilidades seguem discutidos atualmente, destacando-se ainda a importância que o debate amadureça na comunidade acadêmica, sendo natural que se desenvolvam outros instrumentos e que os pesquisadores são livres para o uso conforme suas necessidades (COX; GRAHAM, 2009; GRAHAM *et al.*, 2009; NAAZ; KHAN, 2018; YEH *et al.*, 2017).

Do exposto, compreende-se que o TPACK favorece à avaliação por meio de diferentes triangulações envolvendo dados recolhidos nas experiências de integração da tecnologia na sala de aula, em suas relações entre conteúdo, pedagogia, e tecnologia, conforme os contextos das aulas. Uma vez que a integração de tecnologia mostra-se apropriada, a partir da avaliação entre os agentes envolvidos, é possível variedade de interpretações sobre uma mesma experiência e a constatação de que em alguns casos houve o desenvolvimento do TPACK e em outros, não foi possível que se verificassem avanços. Tal multiplicidade é comum e o fato de não haver consolidação quanto a um instrumento desenvolvido com caráter generalizável para medição de desenvolvimento do TPACK, cabe ao pesquisador uso de instrumentos que considere mais adequados (ANDRADE; ALENCAR; COUTINHO, 2019; HERRING; KOEHLER; MISHRA, 2016; RONA; RAKES; NIESS, 2012).

2.3 A Teoria dos Campos Conceituais

A escolha da teoria dos campos conceituais como marco teórico para a presente pesquisa decorre de sua caracterização como teoria de interesse à didática do ensino de Matemática. Trata-se de uma teoria em desenvolvimento no campo da psicologia cognitiva, desde os anos 1980, aplicada em diversos campos, sendo reconhecida como quadro coerente de princípios capazes de explicitar as filiações e rupturas entre conhecimentos, considerando tanto o “saber fazer” quanto “saberes expressos” por meio de linguagem e sistemas simbólicos (VERGNAUD, 1996, p. 155).

Segundo essa teoria, o desenvolvimento de conceitos deve levar em conta que “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino” (VERGNAUD, 1996, p. 156). Decorrente imediata de tal afirmação é que se faz necessário atentar às formas pelas quais as ações dos sujeitos se organizam em função da adaptabilidade às oportunidades enfrentadas.

Segundo Vergnaud (1986, p. 76), “[...] as concepções dos alunos são modeladas pelas situações com que eles se deparam”. Além dos alunos, é importante destacar que essa afirmação é válida para todos os sujeitos. Os aspectos práticos e teóricos do saber se formam a partir de problemas a resolver, mediante o domínio das situações. Tais afirmativas fundamentam o uso dos termos situações, situações-problema ou problemas, aqui adotados como sinônimos, em referência às atividades realizadas ao longo da pesquisa.

Deve-se considerar que “[...] o conceito de situação não tem [para Vergnaud] o sentido de situação didática, mas o de tarefa. A ideia é que toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades específicas devem ser bem conhecidas” (VERGNAUD, 1993, p. 9). Assim, admite-se como objetivo prioritário em didática, a investigação, a análise e a classificação das situações-problema que conferem significação ao conceito, de modo que seja possível oferecer ao aluno maior variedade de relações e problemas e o aprofundamento epistemológico de um conceito quanto a sua função, ou os problemas aos quais esses conceitos respondem, e sua radicação, ou suas relações a outros conceitos de apoio.

A compreensão dos modos como os sujeitos procedem conduz à valorização da existência de variedade de estruturas de problemas possíveis e às operações de pensamento necessárias para tratá-las. Vergnaud (1996, p. 157) evoca a existência de uma categoria denominada “esquema” que corresponde à “organização invariante da conduta para uma dada classe de situações”. Assim, as situações podem ser distinguidas em: classes de situações para as quais o sujeito dispõe, no seu repertório, num dado momento do seu desenvolvimento, e em determinadas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação; e classes de situações para as quais o sujeito não dispõe, o que o obriga a reflexões, hesitações, tentativas abortadas, conduzindo-o, quer ao êxito, quer ao insucesso na resolução da tarefa.

Explica Vergnaud (1996) que se distingue o uso dos esquemas mediante os atos efetivados pelos sujeitos: na primeira classe de situações, as condutas adotadas são, em grande medida, automatizadas e organizadas por meio de um esquema único; na segunda classe, as condutas exigirão do sujeito um desencadeamento sucessivo de esquemas que competirão, passando por acomodações, descombinações e recombinações, favorecendo o processo de descobertas. O autor destaca que a distinção é apenas didática e que, de fato, todas as nossas condutas são formadas por partes automatizadas e partes de decisão consciente.

Tais considerações conduzem à compreensão da necessária exploração das condutas humanas, reconhecendo-as como manifestações que decorrem de complexos processos cognitivos. Em outros termos:

Uma vez que as condutas em situação assentam no repertório inicial dos esquemas disponíveis, não se pode teorizar de forma válida sobre o funcionamento cognitivo impedindo o desenvolvimento cognitivo. A teoria dos campos conceituais pretende resolver este problema crítico (VERGNAUD, 1996, p.161)

Tal afirmação remete à necessidade de se reconhecer que é em situação que os sujeitos podem lidar com as características dos esquemas constituídos. Conforme os mesmos se mostrem efetivos, pode-se contemplar possíveis automatizações ou, do contrário, quando são ineficazes, as experiências levam ao descobrimento de novos aspectos ou a desenvolvimento de estratégias inéditas ao sujeito sendo que, em situações incontornáveis, forçosamente se desenvolverão novos esquemas que venham a mostrar eficiência, frente aos resultados esperados.

Nesse contexto é que a teoria dos campos conceituais serve para a compreensão do que subjaz ao movimento de conceitualização que se desenvolve na interação entre diversos esquemas acionados mediante a ação dos sujeitos. Sua principal característica é enfatizar que, para a formação de um conceito, as mais simples situações terão relações com diversos conceitos e esses, por sua vez, podem estar presente em inúmeras outras situações, implicando em complexa rede, ou mais precisamente, em Campo Conceitual.

São muitas as possibilidades de combinações entre situações e conceitos. Assim, o autor recomenda a definição de unidades de estudo específicas para que a teoria favoreça à compreensão e ao sentido das conceitualizações em contexto (VERGNAUD, 1988). Tal delimitação deve, portanto, favorecer à compreensão mais clara dos principais elementos

presentes em determinadas situações e quais conceitos preponderam entre as possíveis relações que os sujeitos possam efetuar.

Da definição de esquemas apresentada – organização invariante da atividade para uma classe de situações – deve-se destacar que as condutas adotadas pelos sujeitos são passíveis de observação e de explicitação de uma estrutura invariante, a partir dos objetos envolvidos e pelos protocolos adotados. Do contrário, os esquemas seriam estereótipos e não condutas diferentes em função das variáveis apresentadas em cada situação, o que impediria a organização dos sujeitos e de seus pensamentos frente aos problemas enfrentados.

Vergnaud propõe uma síntese entre abordagem psicológica e didática dos conhecimentos, permitindo a compreensão da formação dos conceitos matemáticos. Para que tais ações sejam interpretadas, o autor recorre à definição de conceitualização como processo unificador entre desenvolvimento conceitual e de ação.

Para a Teoria dos Campos Conceituais, as situações dispõem referências para diferentes propriedades e conjuntos de esquemas que os sujeitos podem evocar. Esse conjunto forma trama complexa entre ações e conceitualizações que se efetiva na prática dos sujeitos. Deve-se considerar a tensão de não haver possibilidade de se contestar a verdade ou a falsidade de enunciados totalmente implícitos nem de se perceber quais aspectos são considerados sem o suporte de palavras, enunciados e tantos recursos linguísticos, indispensáveis para a conceitualização.

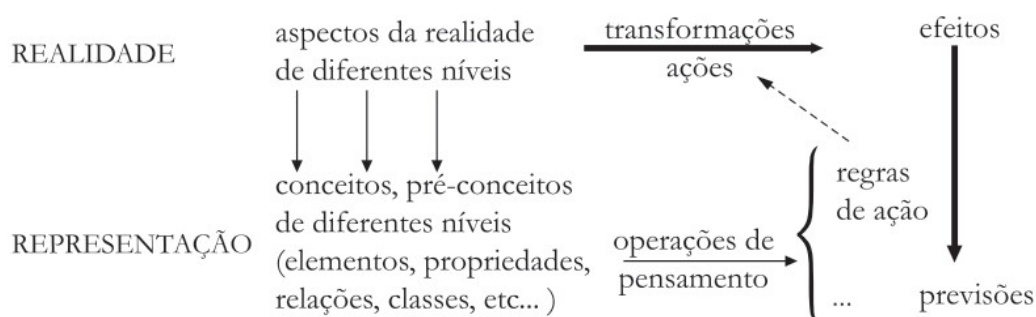
Esses fatos levaram Vergnaud (1997, 2009b, 2017) a definir uma terna de conjuntos que compõem um conceito: $C = (S, I, R)$. Em suas definições: S é o conjunto de situações, a partir das quais o sujeito, progressivamente, dá sentido ao conceito; I é o conjunto de invariantes que estruturam as formas de organização da atividade; R é o conjunto de representações linguísticas e simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que permitem representar as relações e os elementos constituintes da situação.

A terna proposta por Vergnaud assenta a necessidade de se considerar a aprendizagem da Matemática envolvendo não apenas o simbolismo ou as situações que podem ser apresentadas visando conteúdos específicos; para o teórico faz-se necessário considerar o sentido das situações e dos símbolos, considerando a ação do sujeito em situação que organiza sua conduta de pensamento.

Nesse contexto, os esquemas são o elemento dinâmico e funcional que comporta regras e favorecem à captação de termos da realidade, a fim de organizar a busca e o tratamento de informações. Assim, a Teoria dos Campos Conceituais considera que o funcionamento cognitivo do sujeito depende de seus conhecimentos implícitos e explícitos.

Tais conhecimentos desenvolvem-se na dinâmica de continuidades e rupturas, envolvendo formações de complexidade relativa às classes de problemas e procedimentos enfrentados, considerando as representações simbólicas como reflexos da realidade e instrumento de sua simulação. Dessa forma, os sujeitos possuem suporte para prever efeitos reais, “calcular” ações a executar, para provocá-las ou evitá-las em processos que envolvem sucessos e fracassos na busca de objetivos frente às situações. Sistemáticamente, Vergnaud apresenta:

Figura 5 - Relação entre realidade e representação



Fonte: Vergnaud (2009c, p. 299)

A figura 5 se desdobra no reconhecimento de diferentes níveis de apreensão da realidade pelo sujeito. Por sua ação sobre a realidade, ele desenvolve elaborações cognitivas de representação designadas conceitos e pré-conceitos. Esses, por sua vez, também apresentam diferentes níveis.

Na relação entre os planos da realidade e representação, considera-se que os sentidos atribuídos aos elementos da realidade se desenvolvem com apoio de operações de pensamento e ações, alternando-se a relação entre esses planos, em função de necessidades e regras de ação tomadas pelo sujeito. Dessa forma, para que as previsões que os sujeitos projetam sobre a realidade sejam verificadas como efeitos na realidade, ocorre complexo processo de estruturação entre situações reais e representações, em caminhos de duplo sentido. Neste trabalho considera-se com Vergnaud (1996, p.190) que:

Um conceito não assume a sua significação numa única classe de situações e uma situação não se analisa como o auxílio de um único conceito. É necessário, pois, estabelecer como objeto de investigação conjuntos relativamente amplo de situações e de conceitos classificando os tipos de relações, as classes de problemas, os esquemas de tratamento, as representações linguísticas e simbólicas e os conceitos matemáticos que organizam este conjunto.

Conforme anteriormente descrito, o termo situação é empregado como tarefa que compreende articulações complexas e imprevisíveis, podendo ser tomado como o que se efetua em contexto escolar cuja *designação* comum é problemas ou situações-problema. Tais situações possuem características e naturezas específicas, que abarcam níveis de dificuldades próprios e distintos, seja quanto aos aspectos conceituais ou cognitivos.

Dado o espaço dessa pesquisa, tal amplitude inviabiliza a observação das diversidades de campos conceituais existentes, o que levou à delimitação do foco de interesse para o campo das estruturas multiplicativas. Esse campo já foi amplamente discutido por Vergnaud e outros estudiosos como Nunes *et al.* (2005) e Gitirana *et al.* (2014) que distinguiram suas classes e as analisaram cuidadosamente, ajudando, desse modo, o desenvolvimento atual do conhecimento sobre o campo multiplicativo e uma maior delimitação das situações que lhe compõem.

Para organizar as possíveis situações que servirão de subsídio ao desenvolvimento das atividades empreendidas no campo investigativo desta tese, convém explicitar classificação das situações componentes do campo multiplicativo, o que está posto na próxima subseção.

2.3.1 O Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

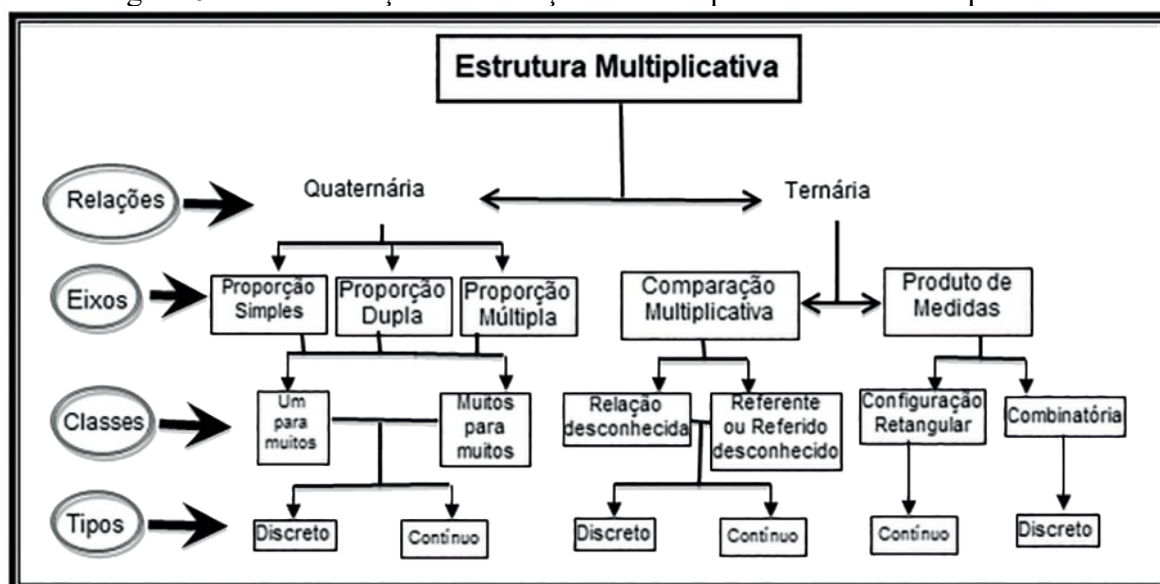
Apresentados os fundamentos da Teoria dos Campos Conceituais, esta seção aborda o Campo Conceitual específico que fundamentou a pesquisa desenvolvida. Trata-se do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, denominado neste capítulo por Campo Multiplicativo (CM). Em sua definição mais recorrente, Vergnaud (1996) o compreende como aquele formado por situações que envolvem operações de multiplicação, divisões ou combinações entre ambas.

Adota-se nesta investigação quadro específico para a classificação de problemas multiplicativos. Considerando a constante ampliação e refinamento da compreensão desse

Campo Conceitual, diversos pesquisadores propuseram classificações alternativas às situações apresentadas por Vergnaud (FRANCHI, 1995; MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016; NUNES; BRYANT, 1997; TAXA, 2001).

A pesquisa tomou como referência a classificação proposta por Magina, Merlini e Santos (2016) que revisaram as ideias centrais do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas apresentadas nos trabalhos iniciais de Vergnaud. Explicita-se essa opção a fim de viabilizar as análises e discussões relacionadas aos dados produzidos na pesquisa e para que o leitor perceba as características inerentes aos termos adotados nesta abordagem. A Figura 6 sintetiza a classificação das situações do CM.

Figura 6 - Sistematização das situações do Campo Conceitual Multiplicativo



Fonte: Magina, Merlini e Santos (2016, p.69)

Antes da descrição das situações, convém destacar como marco conceitual desse campo o fato de que “[...] nas situações envolvendo o raciocínio multiplicativo o que está em jogo é uma relação fixa (invariante) entre duas quantidades. Logo, toda situação multiplicativa envolve duas quantidades (de naturezas iguais ou distintas) e uma relação constante entre elas” (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014, p. 519). Portanto, é a percepção das relações envolvidas nas situações apresentadas que permite ao sujeito enfrentar os problemas multiplicativos, a partir da identificação das grandezas em relação e de suas medidas.

Na sistematização apresentada por Magina, Merlini e Santos (2016), o Campo Multiplicativo divide-se em relações quaternária e ternária. Santana e Lima (2017) explicam

que as Relações Quaternárias são compostas pelos eixos de Proporção Simples, Proporção Dupla e Proporção Múltipla. As Relações Ternárias são divididas em dois eixos: o da Comparação Multiplicativa e de Produto de Medidas. Destaca-se que as grandezas envolvidas nas situações, se passíveis de contagem, são caracterizadas como do tipo discreto; quando passíveis de mensuração e de representação por valores decimais (quantidade em metros, quantidade em quilogramas, valor em dinheiro...), são consideradas do tipo contínuo.

A relação quaternária é definida como uma ligação de “quatro elementos entre si”, e a ternária como uma ligação de “três elementos entre si” (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016; MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014; SANTANA; CASTRO FILHO; LAUTERT, 2017; VERGNAUD, 2009c).

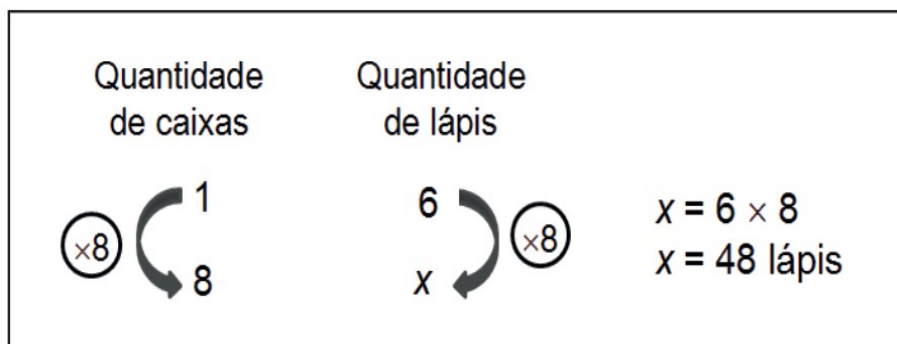
Para Vergnaud (2009c), a relação quaternária é importante, principalmente, por ser a partir dela que se costuma introduzir a multiplicação na escola. São situações frequentemente apresentadas na forma “a está para b assim como c está para d”. Nessas situações, a correspondência pode ser encontrada por dois invariantes: o primeiro, determinado por relação constante entre as quantidades, sem dimensão, denominada operador escalar (VERGNAUD, 1983, 2001, 2009c); o outro, centrado na ideia de relação também invariável entre as grandezas em jogo, o operador funcional (VERGNAUD, 2009b; VIANA; MIRANDA, 2016).

Por sua estrutura, as Relações Quaternárias estão associadas à proporcionalidade entre as grandezas envolvidas nos problemas. As estratégias de resolução devem envolver o uso de ambos os operadores, escalar e funcional, podendo-se optar por um deles, a cada vez.

As figuras 7 e 8 trazem exemplos¹² de resoluções com o uso desses operadores: “Se em uma caixa tem seis lápis, quantos lápis terão em oito caixas iguais a essa?” (SANTANA; LIMA, 2017, p.18).

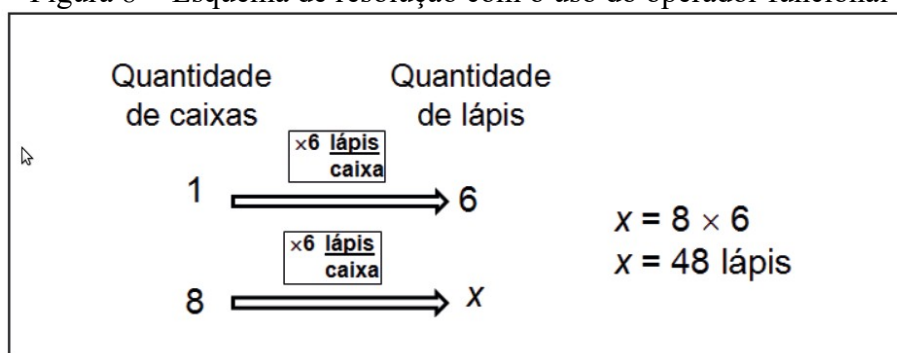
¹² Os exemplos utilizados nesta seção foram extraídos da publicação do projeto OBEDUC/E-MULT (SANTANA; LIMA, 2017), em que o autor teve a oportunidade de participar. Esses exemplos servirão de apoio à descrição teórica realizada na presente seção.

Figura 7 - Esquema de resolução com o uso do operador escalar



Fonte: Santana e Lima (2017, p.18)

Figura 8 - Esquema de resolução com o uso do operador funcional



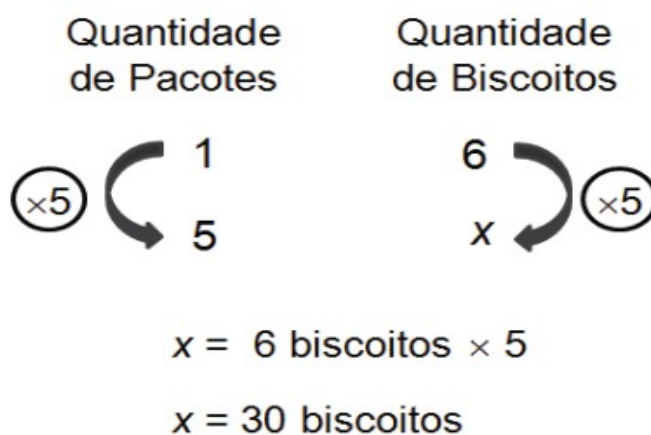
Fonte: Santana e Lima (2017, p.19)

As relações ilustradas entre os quatro elementos, duas quantidades de caixas e duas quantidades de lápis, e a explicitação dos operadores adimensional ($\times 8$) e funcional ($\times 6 \text{ lápis/caixa}$), favorecem a percepção de estratégias distintas para operacionalizar a resolução do problema. Para Santos (2012, 2015), o uso dos operadores apresenta duas vantagens: favorece à compreensão quanto ao porquê de se multiplicar uma quantidade pela outra (caixas e lápis), e o resultado expressar uma quantidade de lápis e não de caixas; diversifica os procedimentos de resolução para o problema. O uso dessas estratégias poderá favorecer o trabalho com conceitos componentes do currículo de anos avançados da escolaridade, a exemplo de funções.

Passemos então a discutir os eixos que compõem as Relações Quaternárias: proporção Simples, Múltipla e Dupla. Cumpre destacar que todas as proporções desse eixo podem apresentar situações nas classes um para muitos ou muitos para muitos, com tipos de variáveis discretas ou contínuas.

Eixo de Proporção Simples: São problemas de relação proporcional entre duas grandezas, envolvendo quatro medidas, que se relacionam por operações de multiplicação ou de divisão, entre as quais pode-se perceber a relação escalar ou funcional. O eixo de proporção simples comporta duas classes: um para muitos e muitos para muitos. A primeira associa uma unidade de uma grandeza com várias unidades da outra grandeza. No exemplo a seguir, é possível verificar a presença da unidade entre as quantidades em relação. Exemplo: “Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 24).

Figura 9 - Proporção simples, um para muitos



Fonte: Santana e Lima (2017, p.25)

Situações dessa classe são consideradas mais simples (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016), entretanto, podem levar à percepção equivocada de tratar-se de uma situação de relação ternária, caso não haja compreensão quanto as grandezas envolvidas na situação.

É possível identificar as quantidades envolvidas, sendo cada par de uma mesma grandeza (pacotes ou biscoitos). Temos, portanto, dois valores para cada uma delas. Ademais, é explicitada a razão, um conceito de número característico do Campo Conceitual Multiplicativo, dada como um valor adimensional ($\times 5$) que representa a quantidade de replicações que corresponde ao fator escalar (invariante operatório) que explicita a replicação ocorrida entre ambas as quantidades.

Santana e Lima (2017) destacam a relevância de se trabalharem variações dos problemas, mesmo os de classes mais simples. As autoras reafirmam a compreensão de Vergnaud (2003, 2009) quanto à necessária variação das situações trabalhadas com os alunos.

Na figura 10, a seguir, é possível verificar propostas de variação, conforme os exemplos: “(a) – Joana sabe que em um pacote há seis biscoitos. Ela tem 30 biscoitos. Quantos pacotes Joana tem?; (b) – Joana sabe que 30 biscoitos foram embalados igualmente em cinco pacotes. Ela tem um pacote. Quantos biscoitos Joana tem?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 26)

Figura 10 - Esquemas de resolução observando diferentes níveis de complexidade

Exemplo		Exemplo (a)		Exemplo (b)	
Quantidade de Pacotes	Quantidade de Biscoitos	Quantidade de Pacotes	Quantidade de Biscoitos	Quantidade de Pacotes	Quantidade de Biscoitos
1	6	1	6	1	x
5	x	x	30	5	30

Fonte: Santana e Lima (2017, p.26)

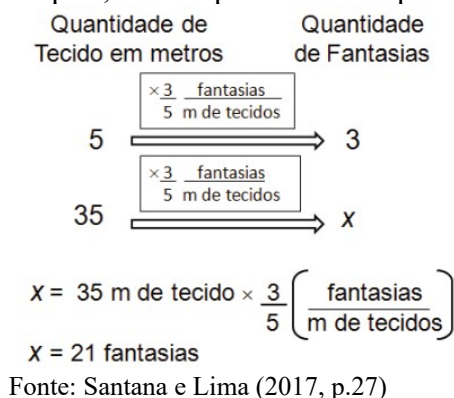
O trabalho com tais variações deve ser incentivado a professores e alunos. A figura 10 permite visualizar o potencial das alterações para a compreensão dos esquemas e estratégias que podem ser acionados pelos sujeitos. Daí é possível que se contemplem encaminhamentos mais adequados aos erros que os envolvidos venham a manifestar na resolução dos problemas, bem como que se compreendam o modo de operacionalizar tais situações. Tais práticas devem ser valorizadas ainda nos primeiros anos de escolarização. Desse modo, compreende-se a possibilidade de maior desenvolvimento conceitual, mediante as diferentes abordagens que os problemas podem receber.

Na classe muitos para muitos, pertencente ao mesmo eixo, a unidade não está expressa para nenhuma das grandezas da situação dada. Em outros termos, as medidas envolvidas na situação são todas diferentes de um. Tal característica demanda a identificação da razão entre as quatro grandezas apresentadas e dificilmente permitem o equívoco quanto a falsa classificação como uma relação ternária, diferentemente do que acontecia com a classe anterior. Magina, Merlini e Santos (2016) advertem que essa classe pode envolver dois casos distintos: o primeiro é aquele onde é possível transformar a relação muitos para muitos em um para muitos; e o segundo é o caso onde não é possível se chegar a tal relação, ou a operação não faz sentido.

A seguir, na figura 11, um exemplo de situação onde não é possível se obter a relação um para muitos, acompanhado do diagrama de representação da situação: “Para fazer

3 fantasias, são necessários 5 m de tecido. Ana tem 35 m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 27).

Figura 11 - Proporção simples, muitos para muitos: operadores escalar e funcional



Nesse exemplo, com uso do operador funcional, essa situação mostra-se complexa pois o operador é um número racional. Conforme o diagrama da figura 11, uma possibilidade para obter o número de fantasias é por meio da multiplicação entre a quantidade de metros de tecido adquirido, 35m, e o operador funcional $\frac{3}{5}$ fantasias/m de tecido.

Para a obtenção do resultado, faz-se necessário um conjunto de operações que pode levar o sujeito ao erro. Entretanto, isso não deve desestimular o trabalho com tais estratégias, uma vez que o mais importante no trabalho com o C.M. é a compreensão das relações entre as quantidades e a identificação da razão, novo invariante a ser apreendido. Situações como essa servem de expediente para o desenvolvimento cognitivo, quando confrontadas.

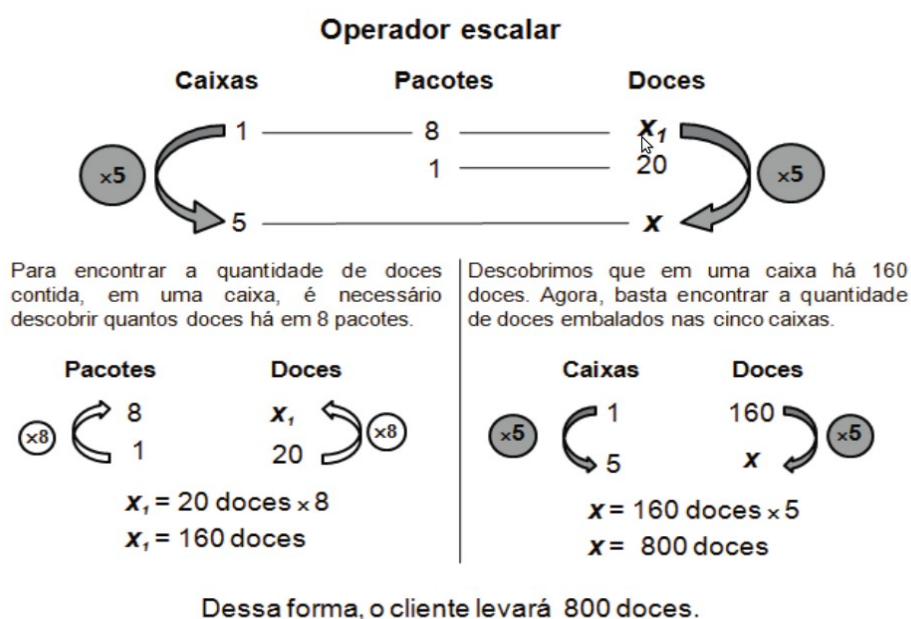
Maia (2016) comenta o uso da regra-de-três para a resolução dessa classe de problemas. Para o pesquisador, tal expediente pode reforçar a ideia de tratar-se de uma situação de relação ternária, gerando equívocos conceituais e procedimentais a evitar. Tal observação leva a valorizar ainda mais a relevância de se trabalhar intensivamente as variações que os problemas do C.M. podem apresentar, pois o desenvolvimento conceitual só ocorre diante da diversidade de situações e em longo período de tempo (VERGNAUD, 1997, 2009, 2013).

O eixo de proporção múltipla é composto por situações que envolvem várias proporções ou, pelo menos, duas proporções simples dependentes entre si. Logo, a modificação numa das quantidades implica necessariamente a alteração de todas as outras, presentes na situação. A dificuldade nesse tipo de problema decorre de tal dependência entre

as proporções, que trazem implicações para a compreensão dos invariantes operatórios presentes. Esse eixo se divide nas mesmas classes que o anterior: um para muitos; e a correspondência muitos para muitos, de modo que elas não serão expostas nos exemplos.

Dadas as explicações sobre tais classes ao longo da apresentação das situações de proporção simples, bem como sobre os tipos de variáveis, será privilegiada a apresentação de em exemplos ilustrativos dessa classe, nos eixos de proporção múltipla, classe um para muitos, a seguir. A figura 12, abaixo, ilustra o exemplo: “Dona Maria vende caixas com pacotes de doce. Em uma caixa, há oito pacotes. Cada pacote contém 20 doces. Se vender cinco caixas, quantos doces o cliente levará?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 31).

Figura 12 - Proporção múltipla



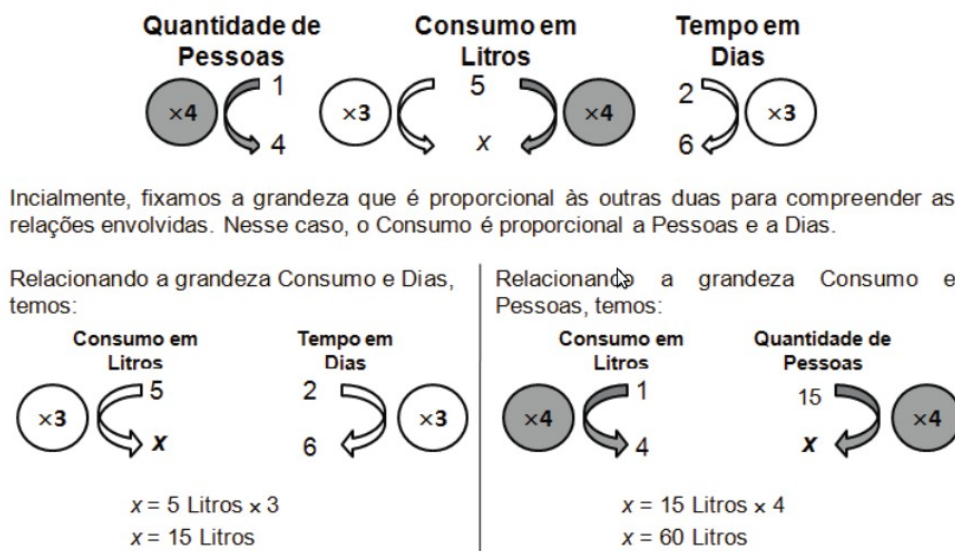
Fonte: Santana e Lima (2017, p.26)

A situação caracteriza-se como uma proporção múltipla uma vez que é desenvolvida a partir de duas Proporções Simples dependentes entre si (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016). Nela, a alteração na quantidade de pacotes implicará na alteração na quantidade de doces e caixas, conforme as proporcionalidades descritas.

Na relação entre pacotes e doces, tem-se que um pacote contém 20 doces. Na relação entre caixas e pacotes, é dado que uma caixa contém oito pacotes. Assim, calcula-se que há 160 doces em 8 pacotes e depois pode-se calcular que há 800 doces em 5 caixas.

O Eixo de Proporção Dupla é considerado por Magina, Merlini e Santos (2016) um tipo particular da Proporção Múltipla, envolvendo duas proporções simples compostas por três grandezas de diferentes naturezas. Entretanto, nesse eixo, duas dessas grandezas se relacionam com uma terceira, mas não entre si. Apesar da não haver dependência entre todas as variáveis, situações de proporção dupla também apresentam dificuldades próprias no contexto educacional. Na escola, tarefas desse eixo são denominadas “regra de três composta” e conduzem, com muita frequência, ao uso da fórmula o que pode gerar a incompreensão das relações entre as grandezas nas situações (LAUTERT; SCHLIEMANN; LEITE, 2017; VERGNAUD, 2009a). Como esse eixo permanece composto pelas mesmas classes já discutidas, o exemplo a seguir contempla apenas a classe um para muitos (figura 13): “Uma pessoa consome, em média, 5 litros de água em 2 dias. Quantos litros de água consumirá uma família composta por 4 pessoas em 6 dias?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 30).

Figura 13 - Proporção dupla, um para muitos
Operador escalar



Fonte: Santana e Lima (2017, p.30)

A representação da figura 13, acima, apresenta as três grandezas, mas as autoras advertem que nessa situação, apenas a grandeza consumo em litros é proporcional à quantidade de pessoas e à quantidade de dias, mas essas duas últimas não são proporcionais entre si.

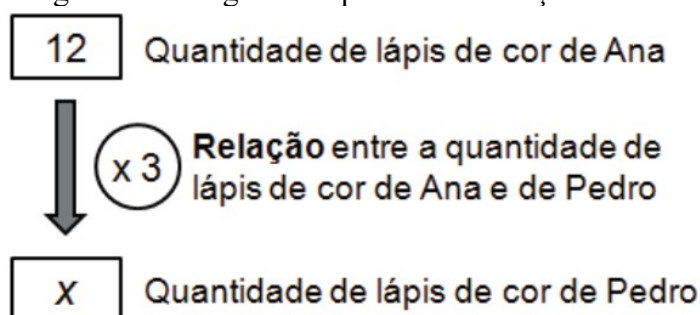
As operações expressas demonstram que a quantidade de pessoas, quando alterada (uma para quatro), interfere no consumo de litros de água, sem alterar a quantidade de dias. Já a alteração no número de dias (dois para seis) não repercute na alteração do número de pessoas. Concluída a discussão acerca dos eixos e classes das situações de Relações Quaternárias, passa-se a discutir aqueles componentes das Relações Ternárias.

Relações ternárias são baseadas na correspondência entre dois elementos que se integram para formar um terceiro elemento ($a \times b = c$). Segundo Vergnaud (2009c), é recorrente a introdução ao estudo das estruturas multiplicativas com o uso das Relações Ternárias sem, entretanto, a devida problematização quanto ao fato da maioria dos problemas do C.M. envolverem relação entre quatro elementos e as particularidades desses problemas, conforme apresentado até aqui. Ainda conforme o autor, uma vez que Relações Ternárias consistem na relação entre três quantidades, das quais uma é o produto das duas outras, tanto em termos de operação numérica quanto de relação dimensional, é necessário que se dedique atenção às complexidades dessas relações e às transformações inseridas nas situações de relação ternária. Santos (2012, p. 102) resalta alguns desses aspectos:

Por exemplo, multiplicam-se comprimento (medida linear) por largura (medida linear) e obtêm-se área (medida de superfície) ou, ainda, meninos dançarinos x meninas dançarinas produzindo pares de dançarinos. Em outras palavras, os dois elementos (quantidade de meninos e meninas) estão ligados por uma relação multiplicativa que resultará no número total de pares possíveis, isto é, o produto entre o conjunto de meninos (formado por três meninos) e o conjunto de meninas (formado por quatro meninas) resulta no conjunto de possíveis pares. No plano numérico temos: $x = 3 \times 4$ e no plano dimensional $x \text{ pares} = 3 \text{ meninos} \times 4 \text{ meninas}$.

A figura 14 a seguir, traz exemplo de resolução da seguinte situação pertencente ao grupo das Relações Ternárias: “Ana tem 12 lápis de cor e Pedro tem três vezes mais lápis de cor do que Ana. Quantos lápis de cor Pedro tem?” (SANTANA; LIMA, 2017, p.21).

Figura 14 - Diagrama explicitando Relação Ternária



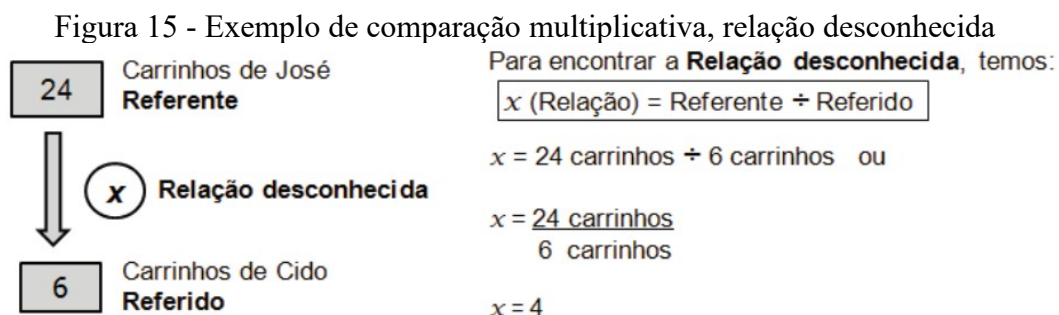
Fonte: Santana e Lima (2017, p.19)

Como pode ser visto no diagrama, essa situação envolve apenas três elementos. Assim, para descobrir a quantidade de lápis de cor que Pedro possui, é necessário identificar a quantidade de lápis de cor que Ana possui e a relação entre tais quantidades: três vezes mais.

As Relações Ternárias abrigam dois eixos, com duas classes cada um: eixo Comparação Multiplicativa (classes relação desconhecida e referido/referente desconhecidos); eixo Produto de medidas (classes configuração retangular e combinatória)

O Eixo de Comparação Multiplicativa abriga situações que envolvem comparação entre duas quantidades da mesma grandeza, entre as quais se estabelece a relação multiplicativa (GITIRANA *et al.*, 2014). A literatura considera que essas situações costumam ser trabalhadas, desde o início da escolarização, em questões sobre dobro, triplo, metade. Essas se configuram como protótipo dessa classe de situação, embora englobem também relações mais complexas.

No Eixo Comparação Multiplicativa, classe relação desconhecida têm-se os valores das grandezas tomadas por referente e referido e procura-se conhecer a relação que se estabelece entre eles. Nos termos de Santana e Lima (2017, p. 33), “O referente é a medida referencial para estabelecer a comparação entre os elementos. O referido é a medida que depende do referente. Entre o referente e o referido, a relação exprime, por exemplo, a ideia de ‘vezes maior’, ‘vezes mais’, ‘vezes menor’ ou ‘vezes menos’”. Tais elementos podem ser visualizados a partir do seguinte exemplo, com solução na figura 15: “Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 33).



Assim, a coleção de carrinhos de Cido é quatro vezes menor que a de José.

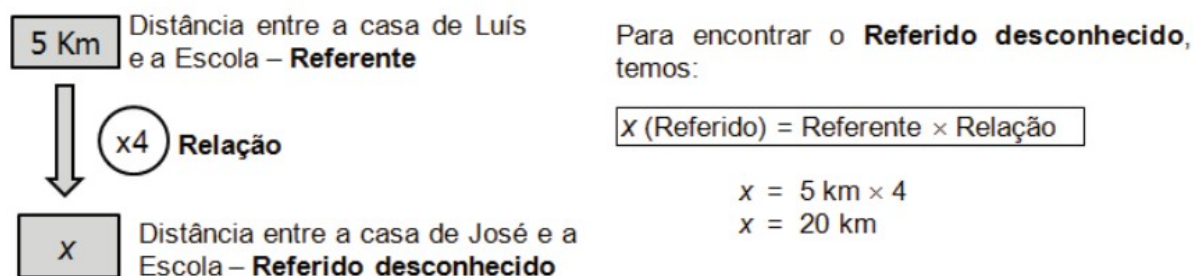
Fonte: Santana e Lima (2017, p.19)

A quantidade de carrinhos de José é o referente, pois é dela que partimos para buscar uma relação com a quantidade de carrinhos de Cido (referido). A relação desconhecida

entre tais quantidades, nesse exemplo é a razão entre o referente e o referido. Tem-se, portanto, que a coleção de carrinhos de Cido é quatro vezes menor que a de José.

Já a classe Referente/referido desconhecido, desse mesmo eixo, se caracteriza pela explicitação do valor da relação entre as duas quantidades, dentre as quais uma é desconhecida, conforme exemplo e solução na figura 16. Como exemplo, apresenta-se: “A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 34).

Figura 16 - Exemplo de comparação multiplicativa, referido desconhecido



A distância entre a casa de José e a Escola é de 20 km.

Fonte: Santana e Lima (2017, p.35)

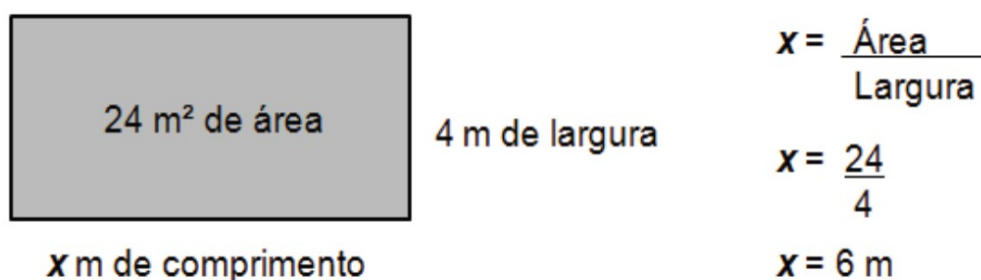
Nessa situação, são declaradas a relação e o referente, o que permite a comparação entre os elementos e a busca do referido, que é a medida da distância entre a casa de José e a Escola. Magina *et al.* (2014), Santos (2012) e Santos e Merlini (2018), asseveram que nesse eixo de situações estão presentes os problemas que podem representar os maiores níveis de complexidade, mesmo para estudantes experientes. Isso é atribuído à falta de congruência entre as palavras do enunciado e a as operações requeridas para sua resolução – vezes mais e vezes menos, por exemplo.

O último eixo a ser considerado, o Produto de medidas, é composto pelas classes: configuração retangular e combinatória. Magina, Merlini e Santos (2016), corroboram o que aponta Vergnaud (2009c), e afirmam que esse eixo envolve uma multiplicação, quando se busca uma medida-produto, conhecendo-se suas medidas elementares, ou uma divisão, quando interessa descobrir uma das medidas elementares que compõem uma medida-produto. Deve-se salientar que as duas classes desse eixo trabalham, cada uma, com um tipo de quantidade: contínua para a configuração retangular e discreta para a combinatória.

A classe configuração retangular vincula-se à ideia de figura retangular, a partir da composição baseada no plano cartesiano, considerado como a estrutura própria do produto

das medidas envolvidas. Na figura 17, a seguir, exemplifica-se essa classe e uma resolução ao problema: “A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m^2 . A largura é 4m . Qual é o comprimento em metros desse jardim?” (SANTANA; LIMA, 2017, p. 39).

Figura 17 - Exemplo de produto de medidas, configuração retangular



Fonte: Santana e Lima (2017, p.39)

Conforme a caracterização descrita nesta situação, identifica-se que as medidas apresentadas foram, uma de área, de 24m^2 e uma largura de 4m . Conforme descrito por Vergnaud, a área corresponde à medida-produto obtida pela multiplicação entre duas medidas elementares. Tal classe de situação poderia envolver a divisão, caso se soubesse a medida-produto (área) e uma medida elementar (largura), assim teríamos: $24\text{m}^2 \div 4\text{m} = 6\text{m}$.

A classe combinatória pode envolver o produto entre as quantidades de elementos de dois conjuntos para determinar a quantidade de elementos de um conjunto produto; ou a divisão, caso se conheça o conjunto produto e um dos dois conjuntos envolvidos. Merlini (2012, p. 85) ressalta que a ideia central dessa classe é a noção de produto cartesiano que pode ser representada por meio de uma tabela de dupla entrada (tabela cartesiana) por “justificar a estrutura matemática subjacente a essas situações”.

Um exemplo e sua resolução são apresentados a seguir na figura 18: “A lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche, é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral, francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíche?” (SANTANA; LIMA, 2017).

Figura 18 - Exemplo de produto de medidas, combinatória

	Pães		
	Leite	Integral	Francês
R	R ₁	(Integral, R ₁)	(Francês, R ₁)
e	R ₂	(Integral, R ₂)	(Francês, R ₂)
c	R ₃	(Integral, R ₃)	(Francês, R ₃)
h	R ₄	(Integral, R ₄)	(Francês, R ₄)
e	R ₅	(Integral, R ₅)	(Francês, R ₅)
i			
o			
			15 sanduíches

Fonte: Santana e Lima (2017, p.39)

Dadas as quantidades totais de tipos de sanduíches (medida-produto) e de tipos de pães (uma medida elementar), procura-se, conforme ilustrado na figura 18 acima, a quantidade de recheio (outra medida elementar). O processo de resolução implica na multiplicação ou divisão entre as grandezas medida-produto, 15 tipos de sanduíches, e a medida elementar 3 tipos de pães. Assim, $15 \text{ sanduíches} \div 3 \text{ tipos de pães} = 5 \text{ tipos de recheio}$.

Ao final desta subseção dedicada à apresentação das categorias básicas do Campo Multiplicativo, algumas considerações são necessárias. Conforme explicitado, muitas das situações aqui discutidas, ainda que presentes no cotidiano das crianças, ainda são pouco exploradas na escola (SANTOS *et al.*, 2014; VERGNAUD, 2009a).

Tal constatação ressalta a importância da mobilização dos agentes capazes de articular iniciativas que possam promover a integração entre o que se conhece no plano teórico sobre o tema em tela e as práticas de ensino efetivadas no trabalho docente com o Campo Multiplicativo. Essa integração deve considerar a adequação da abordagem pedagógica para o trabalho com os conteúdos curriculares específicos do C.M., reconhecendo que esses elementos podem sofrer mudanças ligadas aos recursos adotados por professores, conforme as possibilidades do contexto em que atuam.

Para tanto, o trabalho com o C.M. deve se voltar para a compreensão quanto a importância do desenvolvimento conceitual pelos alunos, a partir das elaborações em longa cadeia de problemas ou situações, cuja análise e tratamento demandem variedade de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão entre si. Por se tratar de campo que ainda não é amplamente conhecido em suas características epistemológicas pelos professores (CLARK; KAMII, 1996; VERGNAUD,

1996), compreende-se que muitas vezes são implementadas mudanças nas abordagens didáticas que recorrem à aplicação de Tecnologias Digitais, sem que, com isso, alterem efetivamente as atividades propostas, por exemplo, quando enfatizam a memorização de tabuadas ou a adoção de procedimentos centrados na realizações de multiplicações e divisões como se as mesmas fossem resultado exclusivo de sucessões de operações de adição e subtração, privilegiando-se a repetição de exercícios mecanizados.

É necessário, pois, atenção para a formação de professores da Educação Básica, particularmente nos anos iniciais, de modo a se promoverem mudanças que não inovem apenas nos recursos utilizados (BLIKSTEIN, 2013; PAPERT, 1985; VALENTE, 2005). Para que mudanças na atuação de professores possam ocorrer, é imprescindível que sejam proporcionadas oportunidades de acesso por meio de formações continuadas que possam favorecer a articulação com o uso das Tecnologias Digitais que crescentemente se fazem presentes no cotidiano das escolas.

Interessa, portanto, oportunizar a reflexão sobre os conhecimentos que os professores desenvolveram em suas trajetórias docentes, principalmente em relação ao C.M., aqui destacado. Desse modo, que identifiquem fatores que não lhes favorecem a adequada orientação de suas atividades sobre as prioridades a observar, bem como as mudanças que são capazes de promover no trabalho com o C.M., utilizando Tecnologias Digitais quando proporcionarem avanços para as atividades relacionadas ao ensino e à aprendizagem.

Apontadas essas considerações, buscou-se o que se apresentava disponível no âmbito da pesquisa acadêmica brasileira sobre formação continuada dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais, o ensino do Campo Multiplicativo e o uso da abordagem do TPACK. Os resultados obtidos são discutidos na subseção a seguir.

2.4 Estudos sobre o contexto do campo delimitado

Nesta subseção, buscou-se apreender e discutir o estado da produção científica brasileira, considerando os campos em cuja confluência se delimitou o objeto de pesquisa desta tese. Tal procedimento é exigido na elaboração da pesquisa científica, conforme Boote e Beile (2005b); Nóbrega-Therrien e Therrien (2004). Realizou-se um estudo do tipo “estado da questão”, dada a existência de um vasto conteúdo de produções acadêmicas nos três campos

de investigação aqui articuladas – Formação de professores, Educação Matemática e Tecnologia Educacional. Esse levantamento mostrou-se útil para o desenvolvimento da investigação, uma vez que:

A finalidade do “estado da questão” é de levar o pesquisador a registrar, a partir de um rigoroso levantamento bibliográfico, como se encontra o tema ou o objeto de sua investigação no estado atual da ciência ao seu alcance. Trata-se do momento por excelência que resulta na definição do objeto específico da investigação, dos objetivos da pesquisa, em suma, da delimitação do problema específico de pesquisa (NÓBREGA-THERRIEN; THERRIEN, 2004, p. 7).

Procedeu-se levantamento de pesquisas em nível de pós-graduação *stricto sensu* defendidas no Brasil e organizadas nos dois principais repositórios de pesquisas brasileiras: a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações - BDTD¹³ e o banco de teses e dissertações da CAPES¹⁴. Tais repositórios foram escolhidos pelo fato de representarem as principais iniciativas do Estado para fornecer acesso às pesquisas realizadas no Brasil. Convém destacar que tal delimitação deveu-se, ainda, pela restrição ao acesso às teses, dissertações e artigos registrados em repositórios internacionais. Uma vez que as buscas por trabalhos esbarraram constantemente em cobranças para fornecimento de textos integrais albergados em bases de editoras acadêmicas (MASIERO *et al.*, 2001), optou-se por não incluir tais buscas neste trabalho, dada a restrição de disponibilidade dos trabalhos localizados por meio do portal de periódicos CAPES/MEC¹⁵.

A partir dos resultados interpretou-se a produção científica, de modo a identificar características teóricas e metodológicas que pudessem referendar a significância desta proposta, bem como sua viabilidade em relação às possíveis demandas apresentadas pela comunidade acadêmica. A seguir apresentam-se as etapas adotados para o levantamento, a síntese dos trabalhos levantados e a análise de trabalhos de modo que se possa discutir o que já vem sendo produzido, bem como a relevância desta pesquisa de doutoramento.

2.4.1 Considerações sobre a sistematização da busca

Para a realização do levantamento buscou-se a padronização de termos de busca capazes de retornarem dados adequados à obtenção das informações referentes ao objetivo

¹³ Acessível em: bdtd.ibict.br

¹⁴ Acessível em: <http://bancodeteses.capes.gov.br>

¹⁵ Acessível em: <https://www.periodicos.capes.gov.br/>

estabelecido, qual seja, o de favorecer o acesso às pesquisas ligadas ao campo investigativo constituído. Optou-se pelo uso de termos específicos de busca para que fossem recuperados os termos compostos precisamente identificando-os pelo uso de aspas. Além disso, uma vez que as bases selecionadas interpretam buscas complexas por operadores booleanos¹⁶, o uso dos mesmos se mostrou uma oportunidade de simplificar a busca evitando-se o uso de ferramentas de filtragem das bases de dados que, além de impor maior trabalho ao pesquisador, não são padronizadas entre si. Além disso, por se tratar de bases de dados independentes, tal expediente favorece à identificação de trabalhos em duplicidade que possam ser retornados nas buscas e à identificação daqueles dados disponíveis apenas em uma base e, finalmente, aqueles trabalhos retornados mais de uma vez a partir do uso de termos de busca distintos.

Esse cuidado, portanto, pretendeu minimizar falhas na localização de registros decorrentes de problemas na entrada de informações, os quais decorrem, em parte, do fato de as bibliotecas e secretarias acadêmicas de instituições de pós-graduação e pesquisa, não conseguirem registrar as produções ali geradas. Isso resulta na falta de uniformidade nos dados sobre as produções, e afeta o trabalho do pesquisador que precisará criar suportes pessoais para organizar e, então, poder trabalhar com os dados recuperados, convertendo-os em informações úteis (YAMAKAWA *et al.*, 2014; HAYASHI *et al.*, 2007; MORAES; OLIVEIRA, 2010).

Nesse sentido, Moraes e Oliveira (2010, p. 73) chamam a atenção para a

[...] necessidade de uma legislação urgente sobre a obrigatoriedade de registro público da produção de teses e dissertações do país, de maneira padronizada, em texto completo sempre que possível e num único sítio. [Uma vez que] A oferta dessas informações é necessária para as revisões de literatura que precedem qualquer pesquisa, além de servir como índices quantitativos e qualitativos da produção acadêmica nacional.

Nesta pesquisa foram utilizados dois *softwares* para apoio à tarefa de sistematização desses dados: o Planilhas Google e o *Software Mendeley Desktop*. O primeiro é um programa incluído no pacote de *software*, baseado na *web*, oferecido pelo Google em seu serviço do Google Drive¹⁷. Com tal ferramenta foram formatados os registros obtidos das

16 Operadores booleanos são palavras que têm o objetivo de definir para o sistema de busca como deve ser feita a combinação entre os termos ou expressões de uma pesquisa. Na consulta realizada recorreu-se aos uso do operador “AND”, que restringe a pesquisa, equivalendo a expressão “com todas as palavras”, implicando em resultados contendo um termo e o outro; e o operador “OR” que amplia a pesquisa, equivalendo a “com qualquer uma das palavras”, resultando em resultados recuperados que devem conter um termo ou o outro (PUC-RIO, 2009)

17 Acessível em: <https://www.google.com>

bases de dados e organizados de modo a gerar tabelas dinâmicas para quantificação dos dados recuperados. Por se tratar de metadados¹⁸, os campos disponíveis sobre as pesquisas de pós-graduação, ainda que eventualmente tragam o acesso ao PDF da tese ou dissertação, são dados que descrevem esses trabalhos a partir de informações lançadas pelos sistemas de secretaria e biblioteca dos cursos de pós-graduação das universidades. Somente a partir da identificação dos trabalhos que podem interessar ao pesquisador, é possível realizar a leitura detalhada, mediante a busca e recuperação dos arquivos, no formato *.PDF, dos trabalhos identificados a partir de critérios previamente definidos para inclusão/exclusão.

O *Software Mendeley Desktop*¹⁹ funciona em combinação entre as versões *Desktop* e *web*. Seu uso permite a análise de artigos e documentos no formato *.PDF, mediante sincronização de arquivos entre as versões. Além disso, oferece monitoramento automático de diretórios, atualizando os arquivos do usuário. Desse modo, a cada novo arquivo salvo em seu diretório, ou mediante o uso de comentários, marcações ou anotações nesses arquivos, toda a base de dados mantém-se atualizada e disponibiliza para o usuário os arquivos com tais registros de modo imediato. Após as definições referentes às bases de dados e as ferramentas de suporte para avaliação do material recuperado, procedeu-se à seleção e análise do material, conforme apresentado na próxima subseção.

2.4.2 Definição de expressões de busca, critérios de inclusão e análise bibliométrica

A definição dos termos de busca considerou cada um dos campos de pesquisa. Os termos definidos foram usados em cada base isoladamente e os dados recuperados foram armazenados numa planilha, com campos de informação capazes de permitir a identificação da origem de cada informação.

Para o campo de Formação de professores o termo de busca definido foi “Teoria dos Campos Conceituais” AND “Educação Matemática” AND formação OR “práticas

18 Metadados podem ser entendidos como descrições de dados armazenados. Na definição do Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT), órgão nacional de informação, são “[...] dados que se referem a outros dados ou informações sobre outras informações. Um item metadado referencia certo dado, geralmente inteligível pelo computador. Metadados facilitam a compreensão e o entendimento, interligando significados de palavras com o objetivo de atribuir aos conteúdos na Internet um sentido perceptível pelo computador e pelas pessoas. Trata-se de um registro eletrônico, empregado no âmbito da web semântica, com informações que possibilitam a apreensão do sentido de um conteúdo sem que se faça a leitura completa” (IBICT, 2013).

19 Acessível em: <http://www.mendeley.com>

docentes”. A configuração dos termos pretendeu contextualizar a pesquisa conforme a área de concentração do Programa de Pós-graduação em Educação da UECE, bem como a linha e o eixo aos quais a pesquisa está vinculada.

Para Educação Matemática, o termo de busca definido foi “Estrutura multiplicativa” OR “estruturas multiplicativas”. A escolha decorreu da fundamentação teórica aqui adotada e o interesse, em particular pelo Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. O uso do mesmo termo no plural decorre das variações observadas na nomenclatura para *designar* esse Campo Conceitual na pesquisa nacional.

No campo de Tecnologia Educacional ficou definido como termo de busca o parâmetro “TPACK” OR “TPCK”, uma vez que a *designada* teoria foi inicialmente nomeada por TPCK. O termo é uma referência ao elemento central do objeto de estudo adotado nesta tese, conforme tratado até o momento, sendo sua aplicação contextualizada, neste caso, em uma formação continuada para o trabalho com o Campo Multiplicativo.

Na tabela 1, a seguir, exibe-se o quantitativo de trabalhos identificados, conforme os termos de busca e o tipo dos trabalhos. Neste quantitativo foram contabilizados trabalhos de diversas áreas, totalizando-se sessenta e três (63) áreas do conhecimento.

Tabela 1 - Pesquisas retornadas por repositório, termos de busca e por tipo de trabalho

BASE DE DADOS	TERMO DE BUSCA	DOUTORADO	MESTRADO	TOTAL GERAL
AMBAS	1*	4	9	13
	1 e 2	1	5	6
	1 e 3	1	0	1
	2**	6	18	24
	3***	18	17	35
AMBAS Total		30	49	79
BDTD	1	8	16	24
	1 e 2	3	10	13
	2	10	37	47
	3	11	22	33
BDTD Total		32	85	117
CAPES	1	6	31	37
	1 e 2	0	6	6
	2	2	20	22
	3	15	27	42
CAPES Total		23	84	107
Total geral		85	218	303

Legenda:

*“Teoria dos Campos Conceituais” AND “Educação Matemática” AND formação OR “práticas docentes”

** “Estrutura multiplicativa” OR “estruturas multiplicativas”

*** “TPACK” OR “TPCK”

Fonte: Elaborada pelo autor

Diante desse quantitativo, foram estabelecidos dois critérios de inclusão dos trabalhos: serem trabalhos das áreas das ciências humanas; e que, na área, haja mais de quatro trabalhos – teses ou dissertações. Essas definições se justificam pela valorização das pesquisas na área do conhecimento à qual o campo da formação de professores vincula-se e de modo a recuperar trabalhos em áreas com um indicador mínimo de produções. Sobre a quantidade mínima de produções, buscou-se delimitar as áreas onde as pesquisas sobre o tema investigado pudessem se caracterizar como uma reflexão recorrente de modo a favorecer uma maior consistência teórica e metodológica no conjunto de pesquisas encontradas.

Tais critérios reduziram o total de trabalhos para cento e oitenta e dois (182). A redução no quantitativo resultou em um substrato focado quanto a área de pesquisa delimitada e com um histórico de experiência que pudesse auxiliar na reflexão sobre as produções no campo investigativo que se desenhou. Os mesmos se caracterizaram conforme a distribuição por termo de busca e tipo de trabalho apresentados na tabela 2, a seguir:

Tabela 2 - Pesquisas por termos de busca e tipo de produção (após inclusão por área)

BASE DE DADOS	TERMO DE BUSCA	DOUTORADO	MESTRADO	TOTAL GERAL
AMBAS	1*	3	9	12
	1 e 2	1	5	6
	1 e 3	1	0	1
	2**	6	17	23
	3***	6	3	9
AMBAS Total		17	34	51
BDTD	1	2	3	5
	1 e 2	3	5	8
	2	9	36	45
	3	1	6	7
BDTD Total		15	50	65
CAPES	1	3	25	28
	1 e 2	0	6	6
	2	1	20	21
	3	3	8	11
CAPES Total		7	56	66
Total geral		39	143	182

Legenda:

*“Teoria dos Campos Conceituais” AND “Educação Matemática” AND formação OR “práticas docentes”

** “Estrutura multiplicativa” OR “estruturas multiplicativas”

*** “TPACK” OR “TPCK”

Fonte: Elaborada pelo autor

A realização da busca alertou o pesquisador para alguns aspectos. Em primeiro lugar, para concordar com a afirmação de Moraes e Oliveira (2010), segundo o qual repositórios dessa natureza devem ser tratados com a devida importância por cumprirem o papel de fornecerem indicadores para a avaliação da produção científica nacional.

Acima da praticidade que busca o pesquisador ao realizar um estudo sobre pesquisas nacionais, há que se reconhecer que tais informações são elementos fundamentais para orientar políticas de ensino e pesquisa, fomentar áreas do conhecimento estratégicas e captar lacunas da pesquisa, seja em âmbito institucional ou nacional. Diferentemente do sentido apontado Yamakawa *et al.* (2014), a disponibilização de ferramentas tecnológicas, bem como a formação de pessoal para o produtivo uso das mesmas, seja no contexto da pesquisa acadêmica ou da gestão da pesquisa institucional deve atender não apenas às demandas individuais dos sujeitos mas ao desenvolvimento da sociedade que financia a educação nacional, para que se aprimorem os mecanismos de acesso às produções científicas.

Foi observada também a relevância da busca complementar entre bases. Do total de trabalhos listados, considerados os critérios de inclusão, apenas 28% dos trabalhos encontravam-se disponíveis em ambas as bases consultadas. Caso houvesse sido utilizado exclusivamente um dos dois repositórios, seria ignorada a existência de aproximadamente 36% dos trabalhos que poderiam auxiliar no estudo.

Percebeu-se ainda muitas incongruências nos dados obtidos, o que imputa ao pesquisador o trabalho de identificação de trabalhos, listagem e depuração. Apesar dos avanços que tais bases de dados representam para o acesso a informações, demonstra-se que a tarefa se mostra laboriosa e inadequada pela quantidade de fatores que podem levar ao erro na catalogação empreendida, além de demandar conhecimentos e habilidade para uso de ferramentas informáticas que escapam à formação de pesquisadores.

Realizadas tais considerações, a classificação dos trabalhos segundo as áreas do conhecimento e instituições de ensino onde foram realizadas as pesquisas permitem reflexões relacionadas à importância desta tese. Uma vez organizados os dados, fica evidenciada a relevância do campo constituído pela expressiva quantidade de trabalhos encontrados.

Na tabela 3, a seguir, é possível perceber a variedade de campos do saber aos quais o objeto delimitado para esta pesquisa se estende, predominante nos estudos sobre Educação e Ensino:

Tabela 3 - Pesquisas conforme área e tipo de trabalho (após inclusão por área)

ÁREA	DOUTORADO	MESTRADO	TOTAL GERAL
EDUCAÇÃO	22	57	79
EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	1	5	6
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	14	47	61
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA	0	14	14
ENSINO DE CIÊNCIAS E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	1	4	5
ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA	1	3	4
ENSINO DE MATEMÁTICA	0	4	4
PSICOLOGIA COGNITIVA	0	9	9
Total geral	39	143	182

Fonte: Elaborada pelo autor

A tabela 3 evidencia que as áreas predominantes são: a da Educação, com 22 teses e 57 dissertações que representam 43% do total de trabalhos; seguida pela Educação Matemática com 14 teses e 47 dissertações que representam 34% dos estudos. Esse conjunto de 77% dos trabalhos catalogados caracteriza-se pela similaridade quantitativa na produção de teses e dissertações, o que leva a acreditar que o campo conduz estudos frequentes, mostrando-se consolidado. Apesar disso, tais estudos apresentam forte concentração regional, conforme a tabela 4.

Tabela 4 - Distribuição de pesquisas conforme região (com critérios de inclusão por área)

Região	Frequência	Percentual	Percentual Acumulado
Centro-oeste	32	17.6	17.6
Nordeste	48	26.4	44.0
Norte	3	1.6	45.6
Sudeste	83	45.6	91.2
Sul	16	8.8	100.0
Total geral	182	100	

Fonte: Elaborada pelo autor

Constata-se que apenas a região Sudeste abrange 45.6% das pesquisas. Apesar de a região Nordeste ser a segunda maior em termo quantitativo de produção, ainda está quase vinte pontos percentuais abaixo do Sudeste. Essa disparidade se torna mais acentuada em relação às demais regiões. Essa configuração aponta para a importância de se desenvolverem estudos que extrapolem tal caracterização geográfica e favoreçam à reflexão sobre outras particularidades do campo de pesquisa, favorecendo a compreensão e a reflexão sobre as práticas e demandas específicas quanto ao ensino de Matemática e a formação de professores pedagogos para lecionar os conteúdos da disciplina.

Além da concentração por região destaca-se, a concentração por estados. Tal panorama deve ser problematizado, uma vez que a pluralidade de demandas apresentadas por um país extenso e variado culturalmente não pode ser devidamente explorada quando um

campo investigativo concentra aproximadamente 81% de suas investigações em quatro estados: São Paulo, Pernambuco, Distrito Federal e Bahia. A tabela 5, a seguir, apresenta a distribuição das investigações conforme o estado onde foram desenvolvidas.

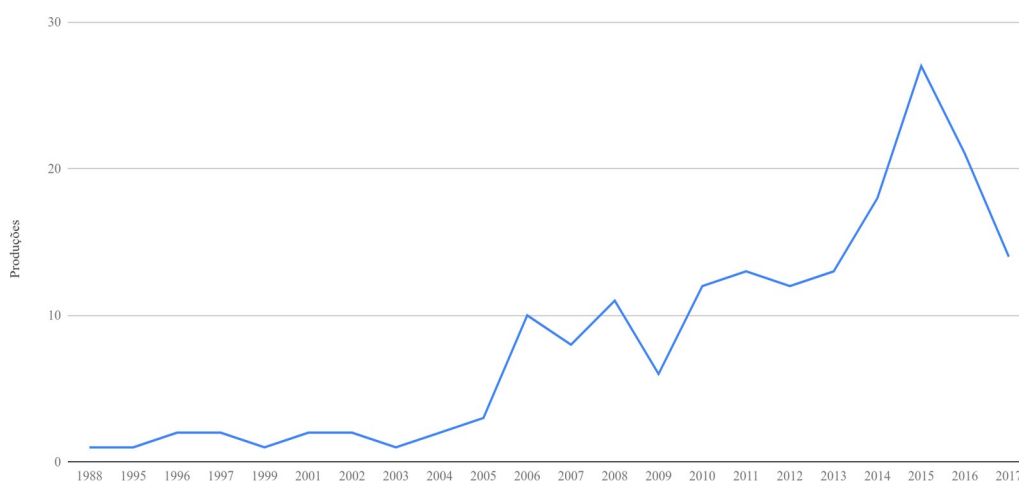
Tabela 5 - Distribuição de pesquisas conforme UF (com critérios de inclusão por área)

UF	Frequência	Percentual	Percentual Acumulado
AL	1	0.5	0.5
BA	10	5.5	6.0
CE	5	2.7	8.8
DF	31	17.0	25.8
MG	5	2.7	28.6
MS	1	0.5	29.1
PA	3	1.6	30.8
PB	3	1.6	32.4
PE	29	15.9	48.4
PR	6	3.3	51.6
RJ	1	0.5	52.2
RS	10	5.5	57.7
SP	77	42.3	100.0
Total geral	182	100	

Fonte: Elaborada pelo autor

Tais críticas não desconsideram as pesquisas realizadas ou o fato de que muitas delas, apesar de serem desenvolvidas em determinados estados, apresentam variedade no campo investigativo. Não se trata apenas de se ampliar o campo investigativo. É recomendável que se aproveite o potencial do campo de pesquisa para que outras regiões busquem investigar o tema e favorecer crescimento equalizado. O diagnóstico aponta uma oportunidade. Conforme a figura 19, o crescimento nesse campo, acentuado no período entre 2005 e 2015, mostra-se oportuno para investigações em contextos ainda não explorados.

Figura 19 - Evolução das produções no campo delimitado



Fonte: Elaborada pelo autor

Apesar do forte decréscimo na curva entre 2015 e 2017, é necessário ponderar que tal fenômeno, na verdade, decorra de uma característica técnica. Uma vez que o período de finalização da catalogação ocorreu no dia 09 de abril de 2018, a queda pode corresponder ao tempo para que os trâmites entre a defesa das produções e sua consolidação nas bases de dados possa acontecer. Logo, segue válido o apontamento sobre a oportunidade para o desenvolvimento de investigações sobre o tema.

É possível buscar a diversificação dos sujeitos envolvidos na pesquisa nacional. Um dos caminhos a aproveitar é a formação de pesquisadores, outro é a articulação de programas de pós-graduação e secretarias de Educação Básica, visando à promoção de formação continuada para docentes. Deve-se, inclusive, acrescentar como justificativa para ações dessa natureza, o cumprimento do disposto na lei Nº 13.005 de 2014, que estabelece o Plano Nacional de Educação - PNE, com vigência de 10 (dez) anos (BRASIL, 2014). Segundo a estratégia 5.6 de sua meta 5, cabe ao poder público:

[...] promover e estimular a formação inicial e continuada de professores(as) para a alfabetização de crianças, com o conhecimento de novas tecnologias educacionais e práticas pedagógicas inovadoras, estimulando a articulação entre programas de pós-graduação stricto sensu e ações de formação continuada de professores(as) para a alfabetização;

Portanto, percebe-se que a expansão do campo investigativo deve ser, além de preocupação acadêmica por parte de pesquisadores e programas de pós-graduação, medida estratégica para o avanço na aprendizagem dos alunos mediante a capacitação de professores. Dessa forma, tais oportunidades podem contribuir para a estratégia 12.4 relacionada à meta 12, de elevação da taxa de matrícula na Educação Superior.

Uma vez que o PNE declara estratégica a formação de pessoal mediante o fomento à “[...] oferta de educação superior pública e gratuita prioritariamente para a formação de professores e professoras para a Educação Básica, sobretudo nas áreas de ciências e matemática, bem como para atender ao déficit de profissionais em áreas específicas” (BRASIL, 2014), os levantamentos apresentados justificam maiores investimentos institucionais capazes de contribuir com a elevação da formação oferecida aos que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2.4.3 Análise do levantamento

Analisados os aspectos mediante a primeira parte do levantamento e os resultados decorrentes da análise dos metadados, é necessário que a pesquisa sobre o estado da questão se debruce sobre o conteúdo de trabalhos relacionados à presente tese. Nesse processo, pretende-se favorecer visão panorâmica sobre o estado do conhecimento no campo delimitado pelas questões principais relacionadas ao assunto (BELL, 2010; BOOTE; BEILE, 2005; NÓBREGA-TERRIEN; TERRIEN, 2010).

Para isso, procedeu-se o que Bardin (1995) denomina “leitura flutuante” das informações coletadas das bases de dados. Para a pesquisadora, trata-se de “[...] analisar e conhecer o texto, deixando-se invadir por impressões e orientações” (p. 96). Neste caso, realizou-se a leitura flutuante dos 182 trabalhos catalogados pelo pesquisador, a partir de seus títulos, palavras-chaves e resumos, organizados no Google Planilhas.

O processo permitiu selecionar os trabalhos que pudessem ter relação teórica ou empírica com o objetivo estabelecido para o estado da arte, qual seja, caracterizar as vertentes de formação de professores em referência ao TPACK e o ensino do Campo Multiplicativo nas pesquisas de pós-graduação brasileira. O trabalho de seleção levou em consideração as aproximações quanto aos sujeitos envolvidos e os objetivos delimitados, bem como temas oportunos de estudo, considerados os registros catalogados.

Trabalhos identificados com potencial para aprofundamento em relação à pesquisa, eram indicados na planilha como “relacionados”. A recuperação posterior da tabulação realizada, favoreceria a disponibilidade de informações capazes de auxiliar na procura pelos trabalhos na íntegra.

Tal recuperação, é importante destacar, foi efetuada mediante o uso de motores de busca, sejam os mesmos utilizados para o levantamento dos dados, ou outros repositórios institucionais ou comerciais. Os comentários sobre os aspectos dos repositórios, mencionados anteriormente, interferem fortemente na disponibilização das produções acadêmicas.

No caso de indisponibilidade do arquivo na base dados da CAPES ou da BDTD, optava-se por buscas diretamente no Repositório Institucional da Instituição de Ensino Superior (IES) onde o trabalho foi depositado. Caso não encontrado, utilizava-se a ferramenta de busca do Google. Persistindo tal indisponibilidade, procedia-se o contato direto com autor e orientador, solicitando o envio da versão do texto em arquivo *.PDF.

Apesar do protocolo estabelecido, em sete (07) entradas, não foi possível a obtenção do texto integral. Apesar do contato por e-mail, não houve retorno às solicitações por autores ou orientadores. Também não foi identificada nenhuma publicação de livro decorrente da elaboração da pesquisa, caso em que seria normal a guarda sob sigilo do trabalho. O registro desses trabalhos foi mantido para que conste como elemento do estado da arte e por haver a possibilidade de que tais trabalhos estejam disponíveis futuramente.

A partir do *download* dos arquivos de teses e dissertações, os mesmos foram cadastrados e sincronizados no *software Mendeley*. Tais arquivos foram salvos para facilitar a manipulação dos dados e para a preparação da fase de análise. Dado o objetivo pelo qual tal estudo foi realizado, considerou-se escolher um conjunto de produções capaz de fornecer um panorama sobre as perspectivas de formação de professores em referência ao TPACK e o ensino do Campo Multiplicativo em pesquisas de doutorado.

A escolha por pesquisas de doutorado justifica-se por: ser o resultado de alguém com um tempo maior no contexto de pesquisa e que, por desenvolver uma tese, teve um maior tempo para elaboração da pesquisa; tratar-se do nível de formação do pesquisador, no Brasil, onde busca-se elementos de originalidade para o desenvolvimento da pesquisa. Além disso, a escolha favoreceria a redução no número de produções a analisar, favorecendo a constituição fundamentada de um *corpus*²⁰.

A seleção das obras foi realizada respeitando duas regras conforme enunciadas por Bardin (1995, p. 98): a regra da homogeneidade seguindo um critério preciso de escolha, conforme relação ao objetivo do estudo, não apresentando singularidade fora deste critério; e a regra da pertinência, por consistirem em documentos adequados, como fonte de informação segura frente ao objetivo delimitado para esta análise.

Na tabela 6, a seguir, são listados os vinte (20) trabalhos selecionados para compor o presente estado da questão:

20 Estando o universo demarcado (o gênero de documentos sobre os quais se pode efectuar a análise) é muitas vezes necessário proceder-se à constituição de um corpus. O corpus é o conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos (BARDIN, 1995, p 96)

Tabela 6 - *Corpus* constituído para o “estado da questão”

TERMO DE BUSCA	TÍTULO	AUTOR	ANO
1*	Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças da 3ª série do Ensino Fundamental	Taxa, Fernanda de Oliveira Soares	2001
1	Processos cognitivos envolvidos na construção das estruturas multiplicativas	Guimarães, Karina Perez	2004
1	Formação continuada: um desvelar de saberes dos professores da Educação Básica em diálogos reflexivos sobre a estrutura multiplicativa	Barreto, Maria das Gracias Bezerra	2016
1	Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das Tecnologias Digitais	Castro, Juscileide Braga de	2016
1	Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em Tecnologias Digitais	Maia, Dennys Leite	2016
1	Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática: uma análise de materiais que expressam fases do currículo da Educação Básica	Soares, Maria Arlita da Silveira	2016
1 e 2**	O teorema fundamental da aritmética: jogos e problemas com alunos do sexto ano do Ensino Fundamental	Barbosa, Gabriela dos Santos	2008
1 e 2	A divisão e os números racionais : uma pesquisa de intervenção psicopedagógica sobre o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores	Neves, Regina da Silva Pina	2008
1 e 2	Identificação e análise de conhecimentos numéricos de pessoas jovens e adultas, em explicitações orais e escritas, de caráter cognitivo e metacognitivo	Tôrres, Patrícia Lima	2014
1 e 3***	Contribuições do Campo Conceitual Multiplicativo para a formação inicial de professores de matemática com suporte das Tecnologias Digitais	Carvalho, Rodrigo Lacerda	2017
2	As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais: um estudo de caso	Merlini, Vera Lucia	2012
2	Processos de formação colaborativa em foco no Campo Conceitual Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes	Santos, Aparecido dos	2012
2	Formação de professores sobre o Campo Conceitual Multiplicativo: referenciais teóricos em pesquisas	Alencar, Edvoneite Souza de	2016
2	A construção coletiva de uma práxis emancipatória em alfabetização matemática	Nascimento, Ana Maria Porto	2016
3	Grupo de estudos de professores e a apropriação de Tecnologia Digital no ensino de geometria: caminhos para o conhecimento profissional	Vieira, Edite Resende	2013
3	Elementos de uma comunidade de prática que permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de matemática na utilização do <i>software</i> geogebra	Baldini, Loreni Aparecida Ferreira	2014
3	A dialética dos conhecimentos pedagógicos dos conteúdos tecnológicos e suas contribuições para a ação docente e para o processo de aprendizagem apoiados por um ambiente virtual	Nakashima, Rosaria Helena Ruiz	2014
3	O uso pedagógico das tecnologias da informação e comunicação na formação de professores: uma experiência na licenciatura em matemática,	Cibotto, Rosefran Adriano Gonçalves	2015
3	A programação de computadores como meio para integrar diferentes conhecimentos: uma experiência com professores de matemática	Rocha, Ana Karina de Oliveira	2015
3****	A mobilidade tecnológico-educacional e suas dimensões no pronunciar de professoras de matemática	Barros, Gilian Cristina	2017

Legenda:

* “Teoria dos Campos Conceituais” AND “Educação Matemática” AND formação OR “práticas docentes” ; ** “Estrutura multiplicativa” OR “estruturas multiplicativas”; *** “TPACK” OR “TPCK”; **** Trabalho não disponível para *download*

Fonte: Elaborada pelo autor

A análise dos trabalhos permitiu a compreensão de características gerais e específicas, conforme os termos de busca utilizados. Portanto, a análise desses trabalhos será realizada a partir dos grupos aos quais fazem parte, destacando-se aspectos relacionados aos objetivos da pesquisa, as metodologias empregadas e os resultados encontrados.

No primeiro grupo, são discutidos os trabalhos retornados na busca por “Teoria dos Campos Conceituais” AND “Educação Matemática” AND formação OR “práticas docentes”. Conforme exibido na tabela 6, alguns trabalhos foram retornados mediante o uso desses termos conjugados. Para dar maior praticidade à análise, todos esses trabalhos foram incluídos na discussão referente a esse grupo.

O estado da questão referente ao termo ressalta a importância da aprendizagem discente quanto aos conteúdos Matemáticos relacionados ao Campo Multiplicativo, valorizando-se a dimensão cognitiva da aprendizagem e o papel que o docente desempenha nesse processo. Os trabalhos de Taxa (2001), Guimarães (2004), Barbosa (2008) e Tôres (2014), são ilustrativos quanto ao aspecto das relações entre Vergnaud e Piaget no campo de pesquisa, tanto na influência quanto ao objeto de estudo quanto na metodologia adotada, independentemente do nível e modalidade de ensino dos sujeitos envolvidos. São discutidas as relações entre a Teoria dos Campos Conceituais e os apontamentos decorrentes dos trabalhos de Piaget (PIAGET, 1970; PIAGET; INHELDER, 1975; PIAGET; SZEMINSKA, 1975) na psicologia da aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Tal influência se faz notar, inclusive, nas abordagens metodológicas adotadas nessas pesquisas que guardam forte relação com esse marco teórico e, ao mesmo tempo, fazem contrapontos à posição de Piaget e sua ênfase nas operações lógicas gerais na construção de conceitos apoiando-se nos estudos de (VERGNAUD, 1989). Contribuem, portanto, com resultados a observar nos encaminhamentos definidos neste trabalho quanto ao desenvolvimento conceitual.

Taxa (2001) desenvolveu uma pesquisa com o objetivo de investigar o desempenho escolar em Matemática, a solução de problemas aritméticos de produto cartesiano, níveis de abstração envolvendo múltiplos comuns e as operações combinatórias subjacentes à construção da estrutura multiplicativa por alunos do Ensino Fundamental. Metodologicamente realizou estudo fundamentado no método clínico com estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Seus resultados apontaram que alunos com melhor desempenho em Matemática também apresentam maiores níveis de abstração e tendência de progredir em operações combinatórias. Destacou que o melhor desempenho em Matemática

via princípio compensatório demonstrava um nível de abstração mais elaborado, ainda pautados em ações sem que houvesse, necessariamente, consciência do problema em questão. O recurso à correspondência termo a termo mostrou-se um “esquema de ação” importante para a análise das variadas estratégias utilizadas pelas crianças. Em problemas de produto cartesiano, estratégias eram elaboradas pelas crianças para conseguirem selecionar os dados pertinentes do problema e elaborar critérios que auxiliavam na busca do sistema combinatório.

Guimarães (2004) buscou compreender relações existentes entre os níveis de construção da noção de multiplicação e os níveis de generalização e como estes intervêm no desempenho dos sujeitos em situações que envolvem resolução de problemas de estrutura multiplicativa antes e após serem submetidos a situações lúdicas com o jogo de argolas. Seu estudo recorreu ao método clínico aplicado a alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Seus resultados demonstraram associação significativa entre os níveis de construção da noção de multiplicação pelos sujeitos. A autora verificou hierarquização entre níveis de generalização dos alunos e desempenho mais elevado na resolução de problemas de estrutura multiplicativa, naqueles que participaram e demonstraram êxito em situações lúdicas via jogo de argolas. A pesquisadora constatou que tais situações lúdicas representaram oportunidades diferenciadas, envolvendo estruturas multiplicativas capazes de favorecer melhor desempenho em atividades escolares dos sujeitos em níveis de generalização mais elevados, indicando o potencial das mesmas, se incorporadas ao repertório de tarefas desenvolvidas pelos docentes junto aos alunos.

Barbosa (2008) elaborou sua tese com o objetivo de estudar prática de intervenção na introdução do Teorema Fundamental da Aritmética (TFA²¹) e dos principais conceitos associados a ele com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa caracteriza-se metodologicamente como estudo quase-experimental e se desenvolveu com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. Seus resultados apontam modos como os estudantes criam esquemas próprios na construção de conceitos e a relação entre uma série de conceitos matemáticos, de modo implícito ou não, em suas ações. Destaca a necessária formação do professor para que possa criar condições que favoreçam aos alunos explicitar

21 Barbosa (2008, p. 17) aborda o teorema por sua importância para cotidiano e o estudo de conceitos no Ensino Fundamental e Médio. Segundo a autora, o teorema demonstra que “[...] todo número natural maior do que um pode ser decomposto de maneira única num produto de números primos, a menos na ordem de permutações dos fatores”. Alguns desses conceitos são: múltiplos e fatores de um número, critérios de divisibilidade, diferenciação entre primos e compostos e decomposição de um número em fatores primos.

esses conceitos, reconhecendo que a construção dos significados conceituais é processo não linear caracterizado por continuidades e rupturas. Logo, destaca o papel da variedade de situações no experimento para a promoção de generalizações e de extenso período temporal, pois assuntos associados ao TFA precisam ser trabalhados em vários momentos da vida escolar, para contribuir com seu avanço no reconhecimento a generalização de propriedades dos números inteiros.

Tôrres (2014) identificou e analisou a produção de conhecimentos matemáticos em diferentes graus de formalização e explicitação oral e escrita, de caráter cognitivo e metacognitivo. Recorreu ao método clínico no contexto de ação com estudantes da modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA). A pesquisadora constatou que esse grupo sofre influências do seu *lôcus* e das situações enfrentadas no cotidiano no modo de produção dos conhecimentos matemáticos escolares. Além disso, revela que os sujeitos trazem em suas mentes, durante a realização de tarefas matemáticas, mesmo na ausência do professor, regras que definem um contrato didático entre educador, pesquisador e educandos.

Neves (2008), Barreto (2016) e Castro (2016) situam formações a partir da intervenção do pesquisador. Situam aportes metodológicos orientadores de suas intervenções formativas junto a professores e alunos. As pesquisas diferiram quanto ao foco: Barreto (2016) e Neves (2008) investigaram grupos de professores e Castro (2016), alunos. Seus resultados apresentam dados sobre o aproveitamento dos sujeitos desses grupos quanto ao Campo Multiplicativo.

Barreto (2016) buscou compreender como o professor que ensina Matemática sabe, pensa, age e apropria-se dos conhecimentos matemáticos a serem ensinados na Educação Básica, com relação à estrutura multiplicativa, bem como o processo de ressignificação do conhecimento profissional em uma formação continuada. Nessa pesquisa-intervenção, com professores pedagogos e licenciados em Matemática, observou-se que as professoras, de forma gradativa, conseguem atribuir outros significados às práticas e aos saberes matemáticos próprios e dos alunos. Aponta também que formação continuada que assegure flexibilidade de momentos, diálogo entre os sujeitos, reflexão e análise das atividades dos alunos e das práticas pode promover mudanças na percepção sobre o uso de problemas por parte dos professores, além de favorecer a compreensão quanto aos erros procedimentais identificados em sala.

Reafirmando tal diagnóstico, Neves (2008) debruçou-se sobre o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores no tocante aos conteúdos curriculares da divisão e dos números racionais. Nessa pesquisa-intervenção articulou-se um grupo ainda mais heterogêneo que na pesquisa de Barreto (2016), apesar do foco nos docentes.

Foram constituídos dois grupos de sujeitos, um com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental, e outro composto por professores pedagogos, professores licenciados em Matemática e em outras licenciaturas, além de alunos de graduação dos cursos de Pedagogia e de licenciatura em Matemática. Foram realizados encontros de grupos focais e sessões de intervenção clínica junto a uma aluna, com gravações em vídeo a fim de se proceder a transcrição integral das interlocuções entre os sujeitos entre si e entre pesquisadora e sujeitos. A partir da análise de categorias dos “atos da fala”²² dos sujeitos a pesquisadora destacou a não linearidade do processo de conceitualização. Além disso, ressaltou que o conhecimento prévio dos sujeitos (alunos e professores) foi determinante nos processos de interação com o Campo Conceitual das estruturas multiplicativas. Inclusive para a percepção de obstáculos existentes.

A pesquisadora problematiza que a formação continuada permitiu observar que a Teoria dos Campos Conceituais contribuir para o acompanhamento e a análise das produções dos sujeitos, uma vez que possibilita observar que as situações dão sentido ao conceito, os invariantes operatórios constituem seu significado e que as representações simbólicas o seu significante. Entretanto este é apenas o início do que propõe tal teoria e ainda faz-se necessário avançar em pesquisas sobre os invariantes operatórios usados pelos alunos e procurar entender como, por que, e quando certa representação simbólica pode ajudar na conceitualização. Também destaca como prejudicial a organização curricular em “gavetas” que compõem séries e semestres que não auxiliam nos processos de conceitualização, por bloquearem a percepção de diferentes “redes” que ligam os conceitos. Sobre a postura dos sujeitos, comenta a resistência em discutir a prática de ensino em matemática e seus significados, uma vez que temem a exposição das fragilidades na formação. A pesquisadora denuncia, finalmente, que as formações inicial e continuada ainda se mostram incapazes de

22 Na análise da interação, e isto é fundamental para a proposta que endossamos, analisar os atos da fala significa dar conta das contribuições dadas pelos sujeitos na interação, do ponto de vista das regulações cognitivas e metacognitivas e, portanto, dos processos de construção e de atribuição de significados (FAVERO; MACHADO, 2007, p. 19)

articular as dimensões epistemológica, psicológica e social do ensino da disciplina, com vistas ao exercício da cidadania.

O trabalho de Castro (2016) teve como objetivo analisar as contribuições de metodologia desenvolvida, com suporte de Tecnologias Digitais, para o desenvolvimento do conceito de covariação presente nas estruturas multiplicativas. A pesquisadora, no contexto de uma pesquisa em rede²³, realizou uma intervenção com características de quase experimento junto a estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental. A metodologia avança frente as pesquisas apontadas até aqui.

Sua proposta alia o uso de Tecnologias Digitais em abordagem investigativa e pedagógica experimental, delimitando o conteúdo curricular determinado do Campo Multiplicativo. Seus resultados apontaram como estudantes submetidos à intervenção apresentaram, estatisticamente, desempenho superior quando comparados aos estudantes do grupo controle e demonstraram a eficácia da metodologia desenvolvida para a exploração do conceito de covariação.

Considera que houve modificação em esquemas, substituídos por outros mais elaborados, mesmo em situações conhecidas pelos estudantes do grupo experimental. Os resultados mostraram que as crianças passaram a perceber e diferenciar os conjuntos formados pelas medidas de mesma grandeza e definir as relações entre esses conjuntos (funcional) e dentro de um mesmo conjunto (escalar). O entendimento das relações, isto é, do invariante correspondente ao operador funcional e da relação escalar, revelou-se importante requisito para a compreensão da covariação. Apesar de não serem verificadas melhoras significativas na compreensão de grandezas entre os alunos, do ponto de vista de desempenho nos instrumentos aplicados para tal finalidade, aspectos qualitativos da avaliação apontam aspectos relevantes. Crianças com dificuldades em reconhecer as grandezas em uma situação, após a intervenção, passaram a identificar e estabelecer relações entre grandezas.

O centro da análise para resolução deixou de ser a execução de operações numéricas e passou para a busca das grandezas a suas relações. O desempenho em representações tabulares e gráficas foi significativamente superior no grupo experimental após a intervenção em todos os aspectos analisados, quais sejam, a interpretação de gráficos

23 O trabalho integra as ações da pesquisa aprovada e financiada pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por meio do Edital nº 049/2012 do Programa Observatório da Educação (OBEDUC), conforme referido anteriormente e a qual o autor desta tese participou da equipe.

lineares; a identificação de padrões em tabela; e a construção de gráfico. Nessa pesquisa considerou-se relevante o emprego de Tecnologias Digitais, relacionando-as ao desempenho dos estudantes que participaram da intervenção. Entretanto, destaca-se que o tal emprego mostrou-se significativo pelo estabelecimento de estratégias pedagógicas com foco na superação de dificuldades na visualização e a representação; na construção e produção de conhecimento; e na significação das ações efetuadas. Destacou-se o uso de recursos digitais variados, como o *software* Geogebra, o aplicativo *online* Cacao, o recurso digital Equilibrando Proporções, além do *WhatsApp*.

Ainda no contexto das ações da equipe OBEDUC/E-mult, duas outras investigações foram catalogadas nesse grupo. Se diferiram das demais por abordarem o uso de Tecnologias Digitais associado ao desenvolvimento profissional pelo estudo do Campo Multiplicativo. Foram as produções de Maia (2016) e Carvalho (2017). Metodologicamente, essas teses recorreram à pesquisa colaborativa, fundamentando necessidades de mudanças nas perspectivas de ações formativas na área da investigação, a exemplo do que apontaram os resultados de Barreto (2016) e Neves (2008). Além disso, outras inovações estão presentes nos trabalhos, a exemplo da inserção de Tecnologias Digitais na abordagem investigativa e pedagógica que experimentaram, em consonância com o trabalho realizado por Castro (2016).

O objetivo de Maia (2016) foi analisar as contribuições da formação colaborativa, apoiada em Tecnologias Digitais, sobre a construção conceitual e pedagógica acerca de estruturas multiplicativas. Participaram de formação continuada três professoras-coordenadoras do Projeto Observatório da Educação (OBEDUC) no Ceará, duas licenciadas em Letras e uma em Matemática, que atuavam em três escolas. A formação se desenvolveu presencialmente agregando-se atividades a distância com apoio em Tecnologias Digitais. O estágio de coprodução²⁴ ocorreu, prioritariamente, por meio das interações em comunidade no Facebook, encontros síncronos por Skype e assíncronos pelo *WhatsApp*.

No início da pesquisa diagnosticou-se que as professoras possuíam repertório de situações multiplicativas restrito a problemas de Proporção Simples, Proporção Múltipla e

24 A pesquisa colaborativa é composta por três etapas. A primeira, denominada cossituação, corresponde ao momento de sensibilização dos atores da escola e de definição do que efetivamente seria vivenciado na pesquisa, de acordo com as demandas dos professores participantes acerca das questões de pesquisa. A segunda etapa, chamada cooperação, corresponde ao processo de reflexão. O terceiro estágio, o da coprodução, constou em uma atividade da formação de produção científica a partir da contribuição de cada participante. Tal produção foi desenvolvida em momentos de construção coletiva de significados sendo submetida e aprovada para publicação no IV Seminário de Escritas e Leituras em Educação Matemática (SELEM).

Produto de Medidas com configuração retangular e que demonstraram dificuldades com aspectos didáticos da Matemática e sobre estruturas multiplicativas. As mesmas possuíam conhecimentos básicos acerca do Campo Conceitual Multiplicativo e manifestaram diferenças desenvolvidas ao longo do curso, o que se mostrou positivo para a constituição da aprendizagem colaborativa.

O pesquisador destacou como elementos positivos a parceria estabelecida entre as escolas e a Universidade para a produção de novos conhecimentos, além da postura das professoras como agentes da formação, não meras executoras de ações indicadas pelo pesquisador. As mesmas eram incentivadas a contribuir em reflexões coletivas e definirem adaptações de modo que as aprendizagens pudessem ser aplicadas no contexto real de sala de aula. A aplicação dessas situações, registradas como atividades escolares em vídeos e imagens, foram compartilhadas por *smartphones*. A partir do compartilhamento, tais atividades eram objeto de análise colaborativa de modo que pudessem relacionar os estudos e experiências práticas.

Dos conhecimentos desenvolvidos pelas professoras, destacou-se a capacidade de classificação de situações do Campo Multiplicativo, verificando-se como necessário maiores estudos sobre as estratégias de resolução discente, articulando-se às críticas de Neves (2008) quanto ao estágio das reflexões que a pesquisa acadêmica demonstra sobre a teoria dos campos conceituais. A construção e a reconstrução dos conceitos foi apontada pelo pesquisador como produto das interações desenvolvidas. As discussões, proposições, classificações e análises das situações colaborativamente, além da aplicação de situações com alunos em sala de aula e o registro do desempenho dos estudantes fomentaram transformações na e pela reflexão.

A prática de ensino agregada à produção de mídias digitais permitiram dinamizar a exposição das concepções dos participantes sobre o Campo Multiplicativo e o desenvolvimento de conhecimentos pedagógicos foi captado pelo pesquisador mediante as análises e interações demonstradas pelas professoras ao se depararem com as estratégias discentes. O pesquisador destacou que apesar da constituição do grupo de aprendizagem colaborativa apoiada em tecnologias prever uso de computadores *Desktop* e *notebook*, verificou-se que o principal dispositivo utilizado pelas professoras foram os *smartphones*. As demandas de encontros síncronos e assíncronos foram supridas a um só tempo pelo *app* de

mensagem *WhatsApp*, indiciando que o potencial de seu uso aliado a dispositivos móveis pode representar abertura a explorar no campo investigativo.

Carvalho (2017) em sua pesquisa analisou o processo de construção dos conceitos de estruturas multiplicativas e de função, por parte de futuros professores de Matemática, nos domínios conceitual e pedagógico, a partir do uso de Tecnologias Digitais. A pesquisa colaborativa desenvolveu-se com estudantes da Licenciatura Interdisciplinar em Ciências Naturais e Matemática. Seus resultados apontam que os participantes da pesquisa estão na fase do conhecimento comum do conteúdo o que representa, segundo o referencial adotado pelo pesquisador, que os mesmos, ao reconhecerem respostas erradas se limitam a buscar pelo resultado coreto de um problema.

A partir desse diagnóstico foi possível o estabelecimento de uma parceria entre os futuros professores e o pesquisador onde se efetivou um espaço para reflexão e a elaboração de conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem de funções com o suporte de Tecnologias Digitais, considerando o uso de objetos de aprendizagem e *softwares* mediante a elaboração, debate e compartilhamento de aspectos diretamente ligados ao ensino de Matemática. O estudo da teoria dos campos conceituais permitiu que os futuros docentes adquirissem uma melhor compreensão da relação entre grandezas e do conceito de covariação da função linear, conhecimentos que emergiram quando os futuros professores perceberam a importância das tecnologias na experimentação e no desenvolvimento de múltiplas representações. Isso demonstra uma relação apropriada entre tecnologia e conhecimento específico. A co-produção perpassou as outras duas etapas e caracterizou-se pela produção de conhecimentos manifestados nas atitudes dos estudantes.

Destaca-se que a pesquisa apontou para o TPACK, indicando que o referencial teórico pode favorecer pesquisas no âmbito da formação inicial de futuros de professores. Finalmente, o pesquisador denuncia que a formação na perspectiva apontada é insuficiente para que sejam eliminadas as limitações contextuais que o ambiente universitário enfrenta. Assim, para a transformação da realidade dos cursos de licenciaturas, outros esforços podem contribuir para que os resultados apresentados pelo autor da pesquisa sejam redimensionados no âmbito da formação inicial.

Esse primeiro bloco de pesquisas é concluído com o trabalho desenvolvido por Soares (2016). A pesquisadora teve como objetivo identificar e analisar o tratamento dado ao

conceito de proporcionalidade e a presença das estruturas multiplicativas centrais do raciocínio proporcional e da proporcionalidade no currículo planejado e em ação da Educação Básica, considerando as escolhas de um grupo de professores.

A pesquisa caracteriza-se metodologicamente como um estudo qualitativo que segue o modelo proposto por Thomas A. Romberg e que foi modificado por Lourdes de la Rosa Onuchic²⁵ para o desenvolvimento de pesquisas da Educação Matemática. Esse trabalho se desenvolveu junto a professores pedagogos e professores licenciados em Matemática. A análise dos dados mostraram que a maioria das estruturas multiplicativas do raciocínio proporcional constam nos materiais curriculares com foco no ensino dos conteúdos específicos. Entretanto, tais materiais não favorecem a explicitação das conexões da proporcionalidade como conceito unificador entre os conteúdos abordados. Ademais, esse conceito não é devidamente desenvolvido em seções de Álgebra, apresentando-se predominantemente em seções que abordam conceitos aritméticos e geométricos. Nas atividades propostas em livros didáticos e nos planejamentos, verificou-se que a conversão é enfatizada, dentre as transformações cognitivas, sendo explorada majoritariamente em um único sentido, o que se mostra restritivo à compreensão dos objetos matemáticos.

Em relação ao desenvolvimento do raciocínio proporcional, tanto as coleções de livros didáticos como os planejamentos das professoras evidenciaram o predomínio de repetições no que diz respeito à mobilização e articulação de conceitos e procedimentos, destacando-se ainda, pouca variação no uso de tipos de registros. Tais constatações apontaram que maiores investigações devem ser desenvolvidas de modo a se estimular outras possíveis abordagens no tratamento de proporcionalidade em livros de didáticos. Por fim, a autora aponta que investigações sobre possibilidades e limitações nas propostas de processos formativos para professores da Educação Básica voltados ao desenvolvimento do raciocínio proporcional são ainda mais necessárias frente aos achados da pesquisa.

No segundo grupo de trabalhos, são apresentados aqueles que foram localizados por meio da busca pelo termo “Estrutura multiplicativa” OR “estruturas multiplicativas”. Em referência ao termo, foram selecionados os trabalhos de Santos (2012), Merlini (2012), Nascimento (2016) e Alencar (2016). Os três primeiros autores, a partir de diferentes opções metodológicas, se caracterizam por centrarem a atenção no desenvolvimento profissional e

²⁵ Professora vinculada à UNESP, *campus* Rio Claro (SP), e Líder do Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP).

cognitivo de professores pedagogos. Já o trabalho de Alencar (2016) oferece um apanhado sobre os principais marcos teóricos que tem fundamentado pesquisas brasileiras na formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre o Campo Conceitual Multiplicativo. Portanto, esse conjunto de investigadores fornecem um panorama sobre a reflexão teórica e prática da formação de pedagogos para o trabalho com o Campo Multiplicativo.

A pesquisa de Santos (2012) teve como objetivo compreender as contribuições que um processo formativo, pautado na espiral ação-reflexão-planejamento-ação, podem trazer para a reflexão na e sobre a prática de professoras polivalentes no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo. A metodologia do espiral ação-reflexão-planejamento-ação foi proposta em um contexto com professores pedagogos. Seus resultados apontaram que a metodologia adotada contribuiu para a formação continuada, mediante a constatação da ressignificação e ampliação das concepções das professoras em relação ao ensino e à aprendizagem do Campo Multiplicativo, quanto aos aspectos conceitual, didático e cognitivo e em seu desenvolvimento curricular. Demonstrou-se o avanço da aprendizagem docente quanto as relações entre professores, estudantes e pesquisadores; no confronto entre a teoria e prática; e na reflexão sobre a prática pedagógica, a partir da análise compartilhada de práticas em sala de aula. Destacou-se que o modelo de formação voltado a um campo específico da Matemática foi capaz de extrapolar reflexões específicas quanto ao conteúdo, tendo a problematização compartilhada favorecido as práticas de sala. A formação continuada mostrou-se favorável à ressignificação e a transformação das práticas pedagógicas, conforme percebido no desenvolvimento das ações teóricas, práticas e reflexivas.

Merlini (2012) investigou as contribuições e os limites que um processo formativo, com dimensões colaborativas, proporciona no que tange à reflexão na e sobre a prática de uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo. A pesquisa promoveu um estudo de caso junto a uma professora pedagoga. Seus resultados apontaram contribuições e limitações sob três pontos de vista. Quanto ao aspecto didático, a autora afirma que a docente desenvolveu a concepção de que a aprendizagem dos estudantes pode ser construída de forma compartilhada, entretanto, diagnosticou-se a insuficiência quanto as situações de ensino que puderam ser desenvolvidas; No aspecto conceitual, a docente demonstrou capacidade de categorizar situações segundo os eixos do Campo Multiplicativo, apesar de erros na classificação em operações de divisão.

Sobre o aspecto cognitivo, percebeu-se o desenvolvimento quanto a importância de se compreenderem as relações estabelecidas nos problemas apresentados, sem que as estratégias de resolução partissem da identificação de palavras-chave para a solução do problema. Dessa forma, deve-se estimular no professor e nos alunos, a busca pelo desenvolvimento de outros esquemas cognitivos. Segundo a pesquisadora, os resultados demonstraram expansão dos conhecimentos no Campo Conceitual Multiplicativo por parte da professora, porém o tempo de realização da intervenção mostrou-se como um aspecto limitante para o desenvolvimento das aprendizagens em formação continuada.

Nascimento (2016) ao analisar o processo de construção de práticas pedagógicas quando as professoras participam, no contexto da escola, de estudos, reflexões e problematizações sobre alfabetização em matemática, e investigar como essas práticas se integram à formação continuada dessas professoras, reafirmou aspectos apontados pelas demais pesquisas descritas. Ao realizar uma pesquisa-formação junto a professores pedagogos e de licenciaturas variadas, além de estudantes de pedagogia, favoreceu a elaboração e o desenvolvimento de sequências de ensino voltados à aprendizagem matemática. Sua conclusão é de que a constituição de um espaço de problematização, reflexão, estudo e discussão sobre as práticas em Alfabetização Matemática configura-se como formação continuada em serviço das alfabetizadoras. Para tanto, destacou como significativa a elaboração de formações continuadas fruto de parceria entre a universidade e a escola, uma vez que a permanência intensiva da pesquisadora na escola potencializa as discussões coletivas e a prática em alfabetização matemática se converte em um espaço de trabalho e produção de conhecimentos sobre matemática, sobre seu ensino e sua aprendizagem. Uma vez integrados tais conhecimentos à formação continuada das alfabetizadoras, desenvolveu-se um movimento de ação-reflexão-transformação favorável à adoção, por parte dos sujeitos, de posturas autônomas e transformadoras da prática. Afirma-se, portanto, que tal abordagem favoreça uma prática emancipatória em alfabetização matemática.

O trabalho de Alencar (2016), diferencia-se dos demais abordados até o momento, sendo incluído por mostrar uma sistematização relevante para o campo discutido nesta tese. Sua pesquisa investigou os referenciais teóricos que sustentam pesquisas brasileiras, publicadas entre 1997 e 2015, a respeito da formação contínua de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre o Campo Conceitual Multiplicativo. Metodologicamente, trata-se de estudo de metasíntese qualitativa que teve como objeto

pesquisas acadêmicas nacionais. Na pesquisa destaca-se a busca por investigações no Banco de Teses da Capes por meio das expressões “Formação de Professores” e “Campo Conceitual Multiplicativo”.

A autora filtrou investigações que discorressem sobre a “Formação Contínua” e “Anos Iniciais”. Seus resultados apontaram semelhanças, diferenças e complementariedades dos referenciais teóricos mais abordados. Do processo, destacaram-se como principais marcos referenciados os teóricos Lee Shulman e Gérard Vergnaud. A metassíntese qualitativa do uso dos estudos de Shulman pelas investigações apontou que as pesquisas privilegiam as três categorias do conhecimento de modo semelhante ao que é apresentado por Shulman (específico, pedagógico e curricular). Além disso, destaca-se articulação de outras referências e esse marco teórico de modo a valorizar outros olhares sobre os conhecimentos de conteúdo e pedagógico, favorecendo uma abordagem reflexiva às formações dos professores. A metassíntese qualitativa do uso da teoria de Vergnaud pelas pesquisas, segundo a autora, mostrou semelhanças quanto às abordagens sobre a explicação da Teoria dos Campos Conceituais. É relevada a explicação do que caracteriza a Teoria de Vergnaud e iniciativas de inovação quanto a assuntos relacionados ao Campo Multiplicativo no ensino superior. Sua conclusão reafirma o que apontaram outros estudos explanados até aqui quanto sobre a necessidade de se realizarem mais estudos sobre essa temática, ressaltando que o uso dos referenciais teóricos apontados deve ser aprofundado.

Este último grupo de trabalhos, apresentam as pesquisas que puderam passar por análise a partir da aplicação do termo “TPACK” OR “TPCK”, neste levantamento. Conforme explicitado anteriormente na tabela 6, a pesquisa de Barros (2017) não foi localizada para acesso integral, motivo pelo qual não é analisado nesta seção. Quanto àqueles analisados, os textos de Vieira, 2013, Baldini, 2014, Nakashima, 2014, Cibotto, 2015 e Rocha, 2015 apontam para as perspectivas que o referencial teórico tem contribuído no campo delimitado. Esse grupo se caracteriza pela discussão sobre o potencial que o marco teórico do TPACK demonstra para a integração de tecnologias na formação de professores. O referido quadro teórico tem sido apontado como capaz de suprir uma demanda da pesquisa acadêmica sobre o assunto e os resultados apresentados a seguir fornecem alguns indícios sobre tal diagnóstico.

Em Vieira (2013) é analisado, em um grupo de estudos constituído na escola, o processo de apropriação de Tecnologia Digital no ensino de Geometria e o conhecimento profissional docente. O estudo qualitativo envolveu professoras pedagogas, sendo o único a se

debruçar sobre tais professoras no conjunto de pesquisas selecionadas. Seus resultados apontam que a constituição do grupo de estudos no locus escolar favoreceu a apropriação de Tecnologias Digitais e o desenvolvimento do conhecimento profissional docente. Foi possível constatar que as professoras demonstraram (re)construções de conceitos geométricos e a mobilização dos conhecimentos tecnológico (TK), tecnológico do conteúdo (TCK) e pedagógico tecnológico (TPK). É problematizado que limitações quanto aos conhecimentos do conteúdo específico se mostraram como elemento dificultador na interação dos sujeitos com os aplicativos, repercutindo na apropriação dos recursos disponibilizados ao longo do curso para o ensino de Geometria. Ressalta-se que a figura do líder do grupo como um mediador pedagógico foi um diferencial no grupo constituído e que proporcionou um ambiente facilitador para a aprendizagem das professoras. Nesta pesquisa, o autor considera que o processo de apropriação de Tecnologia Digital das professoras participantes está em fase de evolução. Dessa forma, só é possível afirmar que conhecimento pedagógico tecnológico do conteúdo (TPACK) se manifesta, quando apreendido, uma vez que tais sujeitos se apropriem efetivamente da tecnologia, o que não foi verificado ao término do curso.

Baldini (2014) investigou em sua tese, quais elementos da prática da Comunidade de Prática de Formação de Professores de Matemática (CoP-FoPMat) na utilização do *software* GeoGebra permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de matemática. Nessa pesquisa-intervenção, desenvolvida com alunos da licenciatura em Matemática, o TPACK entre os membros da comunidade foi assumido como perspectiva de caracterização dos conhecimentos mobilizados/constituídos. Essa experiência demonstrou que a integração das Tecnologias Digitais envolve a constituição de diferentes conhecimentos contemplados por esse referencial. Decorreu como fato da pesquisa que a integração entre os conhecimentos não se manifestou rapidamente na prática dos sujeitos, embora uma vez que que demandam negociações e tempo. Apesar disso, as análises evidenciaram que os membros da comunidade ampliaram seus conhecimentos profissionais e de uso de Tecnologias Digitais. Seus achados evidenciaram que é necessário maiores discussões investigativas que envolvam a elaboração/adaptação/escolha de tarefas apropriadas para o uso do GeoGebra ou de outra Tecnologia Digital, uma vez que os conhecimentos curriculares são centrados em uma perspectiva escolar baseada em atividades “lápiz e papel” para o ensino da disciplina. Destaca-se como algo positivo para a formação docente que os participantes da formação desempenhem papel ativo no processo, que sintam-se desafiados na

resolução de tarefas e possam partilhar experiências e erros sem constrangimentos. Dessa forma, suas estratégias podem ser valorizadas e favorecerem relacionamentos/interações baseadas em respeito, confiança, solidariedade e criatividade.

Em outro contexto, Nakashima (2014) teve como objetivo investigar as contribuições do conhecimento pedagógico do conteúdo tecnológico para as competências docentes e para o processo de aprendizagem apoiado por ambiente virtual. A pesquisadora realizou um estudo qualitativo. Os sujeitos que participaram da pesquisa eram professores do nível superior e estudantes de pós-graduação. Entre os resultados da intervenção, a autora destaca que, acima da estrutura e recursos tecnológicos, ficou evidenciado o alcance de resultados frente aos objetivos didáticos estabelecidos mediante a inter-relação com os estudantes e na relação dialética entre teoria e prática. O modelo TPACK, isto é, a perspectiva de articulação dos diferentes saberes favoreceu a orientação das reflexões necessárias para elaboração de propostas pedagógicas apoiadas por Tecnologias Digitais e fundamentou a importância do conhecimento docente em diálogo com o conhecimento discente, na seleção das tecnologias. Conclui-se que pesquisas na área podem favorecer uma compreensão aprofundada do tema e impulsionar a pedagogia apoiada por TDIC, com a finalidade de enriquecer experiências docentes e discentes.

Cibotto (2015) desenvolveu sua pesquisa a partir de uma abordagem qualitativa cujo objetivo foi analisar, na visão dos participantes uma Experiência Formativa, as contribuições e os limites da inserção do uso pedagógico das tecnologias na formação docente, para que sobre elas possam refletir e utilizá-las como instrumento didático na Educação Básica em sua futura atuação profissional. Os sujeitos participantes eram alunos da licenciatura em Matemática. Seus resultados apontaram potencialidades e limites no uso pedagógico de tecnologias por esses sujeitos, e ainda ressaltam a necessidade da vivência dos licenciandos no uso pedagógico das TIC para que se sintam à vontade em utilizá-las futuramente em suas carreiras. Tal constatação fundamenta-se na falta de preparo que os futuros professores manifestaram na capacidade para selecionar tecnologias e realizarem o planejamento de aulas; a falta de oportunidades para estudarem a utilização pedagógica de tecnologias na graduação, seja para lecionarem qualquer disciplina; os escassos exemplos de uso pedagógicos de tecnologias fornecidos pelos docentes universitários; a escassez de tempo para planejamento disponível para a prática pedagógica; e as limitações percebidas quanto a confiabilidade dos recursos tecnológicos disponíveis.

No último trabalho analisado nesse grupo de pesquisas, Rocha (2015) buscou compreender como ocorre o processo de integração entre os conhecimentos matemáticos, pedagógicos e tecnológicos por professores da Educação Básica, participantes do Observatório da Educação da CAPES/INEP. A pesquisa caracteriza-se metodologicamente como *design Experiment* que realizado com professores licenciados em Matemática. A pesquisadora constatou que a proposição das atividades do curso, voltadas para a criação de um *software* educativo na perspectiva construcionista, a integração dos conhecimentos acontece, inicialmente, entre a tecnologia (programação) e os conteúdos Matemáticos. Posteriormente, verificou que aspectos pedagógicos para o uso do recurso e preocupações sobre os conhecimentos dos alunos aos quais o *software* é direcionado passaram a ser considerados para que a aprendizagem do conteúdo pudesse ocorrer. O desenvolvimento de conhecimentos pedagógicos ficou evidenciado quando houve a percepção do cuidado quanto a esses aspectos. Finalmente, recomenda-se trabalhar a perspectiva de integração dos conhecimentos pedagógicos e tecnológicos com o conteúdo matemático desde a formação inicial dos professores. Tal recomendação decorre das fragilidades quanto aos conhecimentos nos domínio do conteúdo e da tecnologia por parte dos professores que atuam nas escolas. Isso denota que a formação dos profissionais tem resultado em professores com pouco domínio dos conteúdos que abordam em sala de aula, logo, com limitações quanto a percepção de quais tecnologias integrar para o trabalho junto aos alunos.

Ao final da apresentação das pesquisas analisadas, cumpre realizar uma síntese do panorama percebido neste estado da questão. Dessa forma, apresenta-se uma resposta sobre as perspectivas de formação de professores em referência ao TPACK e o ensino do Campo Multiplicativo em pesquisas de doutorado.

As pesquisas mostraram que a formação de professores que ensinam Matemática se caracteriza como um campo de estudos (ANDRÉ, 2010). Nele, o ensino e a aprendizagem de conteúdos do Campo Multiplicativo são assuntos frequentes e focos crescentes de estudo. Os pesquisadores têm buscado respostas capazes de apontar caminhos para a formação de professores, um dos principais elementos capazes de contribuir para avanços nesse campo, frente aos questionamentos lançados em todos os níveis e modalidades de ensino.

Ainda assim, a intensiva presença das Tecnologias Digitais, constatada em nossa sociedade, lança outras perguntas que, do exposto, demandam o cumprimento de outras reflexões e atitudes. Ao contrário do que se mostrou sobre o Campo Multiplicativo, a

discussão sobre o potencial que o marco teórico do TPACK representa para a integração de tecnologias na formação de professores que ensinam matemática para o ensino do Campo Multiplicativo não teve o devido mérito analisado na pesquisa acadêmica.

A partir dessa resposta, a presente tese comprova as justificativas apresentadas na seção introdutória e a importância desta proposta. O estado da questão mostra que, apesar de se constatar o desenvolvimento de pesquisas sobre formação inicial e continuada voltadas para a formação de professores para o ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais começarem a se desenvolver recentemente, tal campo não foi abordado na pesquisa brasileira a partir de um referencial voltado especificamente para o desenvolvimento da formação docente com base em um quadro integrativo de conhecimentos que considere as mudanças que o uso de tecnologias trazem à ação do professor para o ensino de conteúdos desse Campo Conceitual.

Conforme aqui demonstrado, mesmo as investigações sobre o TPACK voltadas ao ensino de conteúdos matemáticos, seu público principal é composto por professores formados ou alunos em curso de licenciatura em Matemática. Além desse grupo, os argumentos elencados até aqui comprovam a importância de se favorecer o atendimento à formação de pedagogos para a integração de tecnologias digitais em suas práticas de ensino dos conteúdos matemáticos. Dessa forma, pretende-se contribuir com os professores e seu trabalho docente a partir de um trabalho capaz de articular a colaboração entre pesquisadores da universidade e os professores das escolas. A presente subseção encerra a seção denominada Referencial teórico. Com base no conjunto de argumentos aqui apresentados, a próxima seção, denominada Percurso metodológico, descreve e fundamenta os encaminhamentos metodológicos delineados para a pesquisa de campo conforme o método designado para que sejam cumpridos os objetivos da pesquisa.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Nesta seção explicita-se a construção e o desenvolvimento dos aspectos metodológicos adotados, visando à consecução do objetivo da pesquisa. Explicitam-se os fundamentos paradigmáticos da investigação, bem como são apresentados os detalhes do contexto onde se realizou a investigação, além dos procedimentos empreendidos junto aos sujeitos envolvidos.

Em convergência quanto à problemática e aos objetivos retomados na seção anterior, os elementos a seguir são apresentados de forma fundamentada e servem para a melhor compreensão do contexto da pesquisa realizada.

3.1 Paradigma da pesquisa

O termo paradigma no contexto da pesquisa contempla conjunto básico de crenças e valores que determinam os princípios de compreensão do fenômeno investigado. Guba e Lincoln (1994), articulam o termo à visão de mundo do pesquisador, o que implica na definição da natureza e extensão das possíveis relações que o indivíduo é capaz de promover entre o todo e as partes do fenômeno analisado. Alves-Mazzotti (1996) identifica três dimensões que formam um paradigma: a natureza cognoscível do fenômeno, a relação entre conhecedor e conhecido, e a forma como o conhecimento é apreendido pelo sujeito que deseja conhecer.

Cumprе destacar a aproximação da presente pesquisa ao paradigma interpretativo, também denominado naturalista ou construtivista. Tal correspondência corrobora o que aponta Santos Filho (2007) quando explica que a pesquisa interpretativa concebe o homem como sujeito e ator do conhecimento construído, ao assumir papel de centralidade no significado que é adotado frente ao produto da interação social. Portanto, sob esse paradigma, deve-se reconhecer a verdade como relativa e subjetiva, uma vez que se desenvolve no plano da mudança, que advém do constante conflito presente na realidade, e da elaboração de significados pelos sujeitos nela envolvidos.

Implica afirmar que a abordagem adotada, do ponto de vista ontológico, compreende que as realidades são construídas em planos e locais específicos. Portanto, os

fenômenos são relativos e susceptíveis ao contexto determinado. Uma vez que o conhecimento é uma construção do indivíduo e assume-se que todo o desenho metodológico perpassa um determinado sistema de valores, crenças e contradições (BOGDAN; BIKLEN, 1994; GUBA; LINCOLN, 1994), compreende-se nesta configuração o predomínio do subjetivismo, em termos epistemológicos, como elemento marcante na pesquisa.

Por tais considerações, ressalta-se que o paradigma interpretativo adotado refuta a compreensão de ciência baseada na neutralidade e distanciamento entre o pesquisador e o fenômeno estudado. Guba e Lincoln (1994) apontam que essa rejeição se justifica principalmente pelas seguintes principais críticas à visão recebida, ou à tradição positivista, de práticas científicas: o peso da teoria nos fatos; a subdeterminação da teoria; o peso dos valores nos fatos; a natureza interativa da díade pesquisador/pesquisado.

Pelo peso da teoria nos fatos, compreende-se que as teorias que explicam determinados fenômenos e os fatos observados são interdependentes. Em outras palavras, os fatos só podem ser assim considerados dentro de algum arcabouço teórico, o que leva a não se considerar adequada a separação entre hipóteses e observações.

Sobre a subdeterminação da teoria, considera-se que não apenas os fatos são determinados pelo quadro teórico de quem os procura, mas que diferentes quadros teóricos podem ser igualmente apoiados pelo mesmo conjunto de "fatos". Os autores alegam a impossibilidade de que um conjunto coerente de fatos leve, por indução, a uma teoria única e inevitável de crença numa ciência que, por seus métodos próprios, atestaria uma veracidade absoluta.

O peso de valores nos fatos é o argumento relacionado à declaração de valor que se atribui aos fatos. Deve-se reconhecer na identificação e seleção de fatos, o exercício de um conjunto de valores que decorrem não apenas do fenômeno puro e do quadro teórico adotado mas, além disso, de um quadro de valor que o pesquisador e os sujeitos envolvidos empregam, o que compromete a defesa de posturas isentas frente aos fatos estudados.

O reconhecimento da natureza interativa do investigador inquirido em díade pauta a noção de que as descobertas são criadas por meio da interação entre inquiridor e fenômeno. No caso de estudos em Ciências Sociais, isso leva os pesquisadores a reconhecerem, em resultados de pesquisa, frequentemente, descrições plausíveis de processos de investigação ao

invés de descobertas da observação objetiva de como realmente são os sujeitos ou fenômenos em análise.

Conforme os argumentos apresentados, considera-se nesse estudo a possibilidade de existirem diversas construções teóricas e interpretações distintas sobre o mesmo fenômeno estudado. Por essa razão, convém destacar que não há uma maneira inequívoca de escolher a melhor teoria para ancorar os significados elaborados na relação entre sujeito e objeto de estudo. Explicita-se, ainda, a não neutralidade desta pesquisa e considera-se esse fato como elemento próprio do ato investigativo. Sendo a presente investigação um fenômeno de intercâmbio no campo das relações humanas travadas no contexto educacional, convém destacar as características próprias percebidas desde a definição da temática até as possibilidades de compreensão do fenômeno. Uma vez que o pesquisador analisa os fenômenos à luz dos valores aos quais se pauta em seu cotidiano pessoal, profissional e acadêmico, se reconhece a influência do mesmo sobre o objeto de pesquisa, mediante a interação natural que resulta da atividade humana de compreensão, inacabada e transitória por excelência, cujo objetivo pode ser expresso como um esforço para “[...] compreender e reconstruir as construções que as pessoas (incluindo o investigador) inicialmente mantêm, visando o consenso, mas ainda aberto a novas interpretações, à medida que a informação e a sofisticação melhoram” (GUBA; LINCOLN, 1994, p.113, tradução nossa). Do exposto, as seguintes subseções apresentam detalhes dos parâmetros estabelecidos nessa atividade.

3.2 Abordagem e método da pesquisa

A definição metodológica para a intervenção no campo assume relevância devido aos aspectos de rigor que a pesquisa acadêmica exige. É oportuno salientar que, em educação, assumem-se, em grande parte, enfoques e modos de fazer ciência próprios de outras disciplinas. Assim, as pesquisas em educação empregam:

Métodos [que] não devem ser considerados como um corpo simples e homogêneo de abordagens; pelo contrário, são tradições que, como as culturas, têm se modificado e desenvolvido ao longo da história em diversas disciplinas e possuem uma elevada variedade e pluralismo no seu interior (SANDÍN ESTEBAN, 2010, p. 145)

Nessa variedade de abordagens, a autora anuncia a abordagem qualitativa, que se caracteriza pela busca por descrição, compreensão e interpretação de fatos e fenômenos

presentes desde a problematização do estudo à definição dos processos de relacionamento com a realidade, buscando transformá-la. Na mesma perspectiva, Chizzotti (2005, p. 11) afirma que:

A pesquisa investiga o mundo em que o homem vive e o próprio homem. Para esta atividade, o investigador recorre à observação e à reflexão que faz sobre os problemas que enfrenta, à experiência passada e atual dos homens na solução destes problemas, a fim de munir-se dos instrumentos mais adequados à sua ação e intervir no seu mundo para construí-lo adequado à sua vida.

Portanto, a metodologia escolhida para esta pesquisa é considerada produção social da realidade, fruto da existência mediante a ação de seus agentes, logo aberta à possibilidade de (re)significação a partir das relações entre seus membros. Do exposto, cabe ao investigador a tomada de decisão quanto aos meios com os quais abordará a realidade, *designando* os instrumentos úteis à busca da consecução dos objetivos definidos.

O método utilizado neste trabalho é a pesquisa-ação, definida como “[...] prática que associa pesquisadores e atores em uma mesma estratégia de ação para modificar uma dada situação e uma estratégia de pesquisa para adquirir um conhecimento sistemático sobre a situação identificada” (DIONNE, 2007, p. 58). Tal método revela-se adequado à perspectiva de investigação aqui desenvolvida por meio da relação entre sujeitos em processo de formação continuada de professores. A pesquisa-ação aqui empregada visa a dar contribuição ao processo de formação de professores, agregando reflexão ao processo de ensino de Matemática.

Na mesma perspectiva de colocar a pesquisa-ação como método que provoca a modificação da realidade pesquisada, Sandín Esteban (2010), considerando especificamente a realidade socio-educacional, explica que esse método se desenvolve em um “espiral de mudança”, composto pelas seguintes fases: planejamento, ação, observação e reflexão. Essas fases não podem ser consideradas isoladamente, mas necessitam estar em articulação permanente. Esses momentos foram tomados por base para a estruturação da pesquisa, intervenção e análise de dados.

A fase do planejamento, também denominada pela autora como “identificação de uma preocupação temática e abordagem do problema” (SANDÍN ESTEBAN, 2010, p.175) consiste em identificar dificuldades ou carências que os sujeitos vivenciam em sua prática docente e que necessitam melhorar. Essas carências podem ser identificadas a partir da

reflexão do próprio grupo de professores; por intermédio de pesquisadores; também por meio de documentos referentes à realidade educacional vivenciada pelo grupo.

A fase da ação, ou elaboração do plano de atuação, é o momento de tomar decisões a respeito do que fazer, incluindo a consideração acerca dos recursos e das tarefas a serem desempenhadas pelos membros do grupo. Faz-se ali a explicitação da revisão da ideia geral inicial; elucidam-se os fatores que se pretende modificar para melhorar a situação instalada; negocia-se com pessoas externas ao grupo envolvido no processo; além disso, consideram-se os materiais e recursos em geral.

A fase da observação, também denominada desenvolvimento do plano e coleta de dados sobre sua implantação, se materializa como a etapa em que o grupo executa o plano de ação proposto na fase anterior. Sandín Esteban (2010) alerta para o fato de ser nesta etapa que se revelarão os problemas da ação em tempo real, necessitando de enfrentamento local e imediato para alteração e adaptação às necessidades do grupo.

A última fase é a da reflexão, interpretação de resultados, o que pode conduzir para processo de replanejamento. A partir da descrição detalhada do que foi efetivamente realizado, busca-se a compreensão da realidade para transformá-la, ressaltando os efeitos experimentados na realidade educacional. O corolário dessa etapa é a realização do relatório – nesse caso a elaboração da tese – como instrumento de sistematização do processo e da reflexão sobre o sentido da experiência vivida.

Antes de detalhar como aconteceu, nesta pesquisa, cada uma das etapas da “espiral de mudança”, faz-se necessário relembrar a vinculação do autor com a temática. Membro de grupo de pesquisa em formação de professores de Matemática, desde o período da graduação em Pedagogia, o autor participou de projetos de pesquisa que evidenciaram lacunas conceituais por parte dos docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Agregou-se a isso, o seu trabalho na UNILAB que revelou a carência de articulação entre as atividades desenvolvidas nessa IFES e as demandas das escolas de Educação Básica na região, preocupadas em estabelecerem estratégias que pudessem melhorar a prática dos professores e o desempenho dos alunos em avaliações do município onde se localiza um dos *campi* da Universidade – Acarape.

Realizando contato com professores do Município, alunos da UNILAB, eles demonstraram interesse por formação que conectasse a Matemática com a Tecnologia Digital,

como forma de melhorar o desempenho de professores e alunos. Assim nasceu a temática desta tese, a qual foi realizada nas etapas previstas por Sandín Esteban (2010), da forma como se passa a explicitar.

3.2.1 Fases, *Lócus*, sujeitos e instrumentos de coleta de dados da pesquisa

Nesta subseção optou-se por apresentar o detalhamento das fases da pesquisa-ação, em concomitância com as demais definições necessárias à realização da pesquisa. Assim é que, na fase do planejamento encontram-se detalhados o *lócus* e os sujeitos, pois tal definição foi fundamental para definir como seria realizado o trabalho de campo. Na fase de ação é possível verificar as decisões adotadas para o processo de formação dos professores, sujeitos da pesquisa, bem como o próprio desenvolvimento do curso. Na fase da observação estão detalhados os instrumentos de coleta de dados, em articulação com os objetivos perseguidos nesta investigação. Convém salientar que tais instrumentos, apesar de apresentados apenas nesta fase, foram também usados em momentos, ao longo das fases anteriores do desenvolvimento da pesquisa. Na fase de reflexão são enunciadas as categorias de análise e a ferramenta de suporte à análise de dados.

A pesquisa desenvolveu-se em um dos laboratórios de informática do *campus* dos Palmares, em Acarape. Participaram da formação 14 (quatorze) professoras: 06 (seis) que atuam no 2º ano; 06 (seis) do 5º ano do Ensino Fundamental; e (02) duas formadoras da equipe da SME que, por sua vez, atuam durante um turno como técnicas na secretaria e em contra-turno atuam em rodízio regular em salas de aula dentre as escolas do município, uma no 2º ano e outra no 5º ano. Neste trabalho, tais sujeitos terão seus nomes omitidos, em respeito à preservação de suas identidades, sendo todos *designados* pelos termos “S01”, “S02”, “S03”, até “S14”. Na interlocução com esses sujeitos, apresentadas nas próximas seções, a fala do pesquisador será indicada precedida pelo termo “Pesquisador” (UECE, 2020).

Esclarecido o método de pesquisa e suas fases, convém descrever o processo pelo qual outras definições foram fixadas. Com o desdobramento da organização articulada entre o pesquisador e a equipe técnica da SME, houve a identificação dos sujeitos que deveriam passar pela formação e das características mais adequadas, naquele contexto, para o

estabelecimento do lócus para a pesquisa-ação. Tais procedimentos foram realizados na fase de planejamento.

A fase do planejamento, desenvolvida entre março e junho de 2018, teve seu início a partir do contato do pesquisador com professores das escolas municipais, estudantes da UNILAB, no sentido de sondar o interesse de formação continuada para o ensino de Matemática com o uso de Tecnologias Digitais. As professoras revelaram ter interesse no tema e indicaram que tal proposta poderia ser encaminhada mediante visita às escolas. Após contato com as unidades escolares da região, ao longo do mês de março, as mesmas revelaram a necessidade de autorização por parte da Secretaria Municipal de Educação. A implementação desse tipo de iniciativa, que demandaria tempo para participação dos professores, só poderia ocorrer mediante autorização institucional.

Por reconhecerem como baixos os índices dos estudantes do município²⁶ e a carência na política de formação docente, a Secretaria Municipal de Educação solicitou, na última semana de março/2018 a apresentação de uma proposta de formação que abordasse o trabalho com o Campo Conceitual Multiplicativo. O pedido visava potencializar os estudos que a equipe de formação participava junto à equipe da Secretaria de Educação do Estado do Ceará (SEDUC) e que buscava subsidiar o trabalho desenvolvido pelos professores no segundo semestre de 2018. A equipe declarou ainda que considerava oportuno um trabalho que considerasse o uso de tecnologias, dada a existência de laboratórios de informática e outros equipamentos multimídias nas escolas pouco utilizados pelos professores para o ensino de Matemática. Quanto ao aspecto de uso desses equipamentos, cabem considerações sobre o contexto da rede municipal de ensino abordada antes de se apresentarem as demais fases implementadas.

Na fase de planejamento foram coletadas informações sobre o contexto da rede de ensino voltada ao atendimento dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Conforme relatado pela equipe da SME e os dados²⁷ do Censo Escolar/INEP 2017, como parâmetro de referência, a rede de Acarape atende a, aproximadamente, 1120 alunos entre o 1º e o 5º ano. Esses alunos estudam em turmas diurnas e vespertinas em oito escolas regulares, cinco em localidades

26 Segundo dados da prova brasil (disponíveis no portal www.qedu.org.br), classificados em 4 níveis de escala de proficiência: Insuficiente, Básico, Proficiente e Avançado, os dados do município para os anos 2011, 2013 e 2015, foram respectivamente, 20%, 11% e 33% de alunos com aprendizado considerado adequado (níveis proficiente e avançado).

27 Os dados referentes à matrícula inicial do ano de 2018 foram divulgados em outubro do referido ano. O município contabilizou 1092 alunos (Fonte: <http://portal.inep.gov.br/resultados-e-resumos>).

rurais e três na região urbana do município. Ademais, dentre essas, quatro escolas oferecem no, período noturno, turmas para os 125 alunos matriculados na modalidade de Educação de Jovens e Adultos (EJA).

As três escolas da região urbana dispõem de uma estrutura de equipamentos semelhante entre si. Possuem acesso à internet por meio de banda larga e um laboratório de informática com 32 computadores tipo *Desktop*. São disponibilizados ainda, para uso compartilhado entre os professores de cada escola, quatro *laptops* e um projetor multimídia para atividades pedagógicas, três aparelhos de DVD *player*, uma impressora e três televisores LCD de 40". As cinco escolas das localidades rurais gozam de uma estrutura diferenciada das escolas urbanas e entre si. Dessas, duas possuem acesso à internet por meio de banda larga e laboratório de informática com 32 computadores tipo *Desktop*. Além dessas duas escolas, uma terceira dispõe de três *laptops* e um projetor multimídia para atividades pedagógicas de uso partilhado, um aparelho de DVD *player* e um equipamento televisor LCD de 40". Duas dessas cinco escolas rurais não dispõem dos equipamentos e instalações elencados como recurso próprio da instituição escolar, apesar da informação que alguns professores usam equipamentos próprios ou emprestados quando julgam necessário.

A compreensão desse cenário foi relevante para apoiar a elaboração da proposta de formação continuada, com conteúdos que considerassem o contexto com que os sujeitos da pesquisa lidam cotidianamente. Assim, durante os meses de março a junho de 2018 foram realizados contatos telefônicos e reuniões presenciais que pudessem auxiliar na elaboração do plano de atuação dos sujeitos envolvidos nessa pesquisa-ação. Dos dados coletados, das discussões sobre calendário para a ação formativa e as negociações entre o pesquisador e a equipe da SME, por fim, efetivou-se uma proposta de formação de 20 horas-aula divididas entre atividades presenciais e a distância. As 10 horas presenciais foram previstas para ocorrer em dois encontros de 05 horas, separados por duas semanas, e as 10 horas restantes seriam reservadas para a execução de atividades a distância, conforme objetivos específicos da formação. Definiu-se que os encontros presenciais deveriam ocorrer no período da manhã, das 07h às 12h, o mesmo que já adotado em outros momentos de formação oferecidos aos professores.

Foram elementos que implicaram nas definições apresentadas, o reduzido quadro de docentes efetivos do município. Por esse motivo, o município não dispõe de pessoal para alocação temporária em turmas regulares e os momentos de planejamento pedagógico desses

sujeitos se mostra restrito para a realização de todas as atividades próprias ao planejamento de aulas e impeditivo para a liberação desses profissionais para a participação em cursos de formação. Ademais, a dispersão geográfica da região, agravada pela falta de transportes regulares para o deslocamento dos habitantes entre as localidades do município, segundo alegado pela equipe da SME, deveria ser considerada para a escolha de grupos de professoras que tivessem maior interesse no tema, o que levou às turmas de 2º e 5º ano pelo fato de contarem com pessoas que já haviam sido introduzidas ao estudo sobre as estruturas multiplicativas. Para contornar algumas decorrências desse contexto, e para que a intervenção pudesse atender ao maior número possível de professores, a SME solicitou que o *locus* para realização da investigação fosse a UNILAB.

Providenciou-se para tais encontros um laboratório de informática no *campus* dos Palmares, em Acarape, com equipamentos e configuração adequados à execução da formação. Além do ambiente contar com climatização e internet banda larga cabeada e por via redes sem fio, foram disponibilizados 38 computadores do tipo *Desktop* e um projetor multimídia integrado a uma lousa digital. Previu-se portanto a disponibilidade de recursos tecnológicos voltados para os objetivos pedagógicos da formação. Essa infraestrutura foi configurada de modo a favorecer um ambiente favorável à concentração das professoras nas atividades do curso com um maior potencial de possibilidades para apreensão, individual ou em grupo, dos conteúdos abordados.

Além da estrutura, o uso da IFES foi proposto por sua localização às margens da rodovia CE-060, principal via de acesso às localidades rurais. Devido à localização do prédio, o transporte de saída e de chegada economizaria tempo e garantiria o deslocamento dos professores para comparecerem ao posto de trabalho no período da tarde. Além dessas características, ressaltou-se a disponibilidade de serviços²⁸ para que os professores pudessem, ao chegar, tomar café da manhã e almoçar após a conclusão do encontro, antes de voltarem à sala de aula.

A quantidade de docentes foi determinada pela SME, mediante a *designação* de dois grupos. Um grupo composto por professores do 2º ano compareceria às segundas-feiras e

28 Cumpre declarar que, apesar do apoio institucional da SME e UNILAB, o pesquisador dispôs de recursos financeiros para a reprodução de cópias do material de referência para o estudo dos sujeitos da formação; entrega de conjuntos contendo pasta, caneta, lápis, papel e borracha; além de um valor simbólico de R\$50,00 para cada participante a título de retribuição com despesas gerais, considerando gastos com alimentação e uso de outros transportes para eventual locomoção entre o local da formação e as escolas onde as mesmas trabalhavam.

um outro grupo, composto por professores do 5º ano, participaria da mesma formação em encontros realizados às quintas-feiras. Tais providências permitiram que se instaurasse a efetiva fase de ação, ocorrida entre os dias 11 e 28 de junho de 2018.

A seguir, são descritas as atividades de cada um dos dois dias de formação, equilibrando-se o progresso das fases de ação e observação. Apresenta-se, para cada encontro presencial, a articulação entre os objetivos específicos da pesquisa e os assuntos abordados. Além disso, discute-se a relação entre as atividades executadas na formação e ocorrência da fase de observação a qual envolveu o emprego de técnicas de observação e coletas de dados.

Os dois grupos de professores foram submetidos ao mesmo plano de atividades. Portanto, considera-se que houve uma mesma formação para duas turmas distintas de docentes, uma do 2º ano e outra do 5º ano. As atividades do primeiro encontro, cujo planejamento é apresentado na figura 20, se desenvolveram conforme se passa a descrever:

Figura 20 - Quadro planejamento das atividades de formação (primeiro encontro)

Assunto	Objetivos	Atividades da Formação
Formação docente e o ensino de multiplicação e divisão	Refletir sobre a formação recebida para o ensino de Matemática ao longo da trajetória docente e contextualizar possíveis contribuições que teorias didáticas podem favorecer ao ensino de multiplicação e divisão	- Recepção e esclarecimentos iniciais. Preenchimento do TCLE e Questionário de perfil e conhecimentos dos professores (Apêndice A - Consentimento livre e esclarecido e Apêndice B – Questionário sobre formação e ensino) (~20 min) - Elaboração de problemas de multiplicação/divisão a partir dos conhecimentos docentes sobre o Campo Multiplicativo (Anexo A – Questionário de elaboração de problemas) (~60 min) - Apresentação, Leitura e discussão em grupo (~60 min) Textos de referência: Magina, Merlini e Santos (2016); Nova Escola (2007) e Nunes, <i>et al.</i>, (2005)
Intervalo (~20 min)		
Situações-problema e o ensino de multiplicação e divisão	Discutir o papel do uso de situações-problemas no ensino de multiplicação e divisão	- Resolução de Problemas multiplicativos conforme as estratégias conhecidas pelos professores (Anexo B – Questionário de resolução de problemas) (~60 min) - Discussão sobre os problemas resolvidos na visão dos professores e classificação conforme Magina, Merlini e Santos (2016) (~80 min)
Conhecimentos pedagógicos, tecnológicos e de conteúdo no ensino de multiplicação e divisão	Examinar impressões sobre os recursos empregados para o ensino de multiplicação e divisão	-ATIVIDADES A DISTÂNCIA (5 horas) - Apêndice C - Questionário sobre recursos de ensino

Fonte: Elaborada pelo autor

No momento de recepção, os sujeitos foram questionados sobre a programação proposta e foram explicitadas as características de abertura às demandas que tivessem a destacar. Aos professores que compareceram nas datas reservadas ao primeiro encontro de cada turma, foram salientadas a possibilidade de livre adesão à pesquisa mediante a assinatura de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE²⁹). Tal documento, é empregado de modo a garantir que os pesquisados estejam inteiramente informados do estudo que se inicia, e que seu consentimento expressa:

[...] anuência do sujeito da pesquisa e/ou de seu representante legal, livre de vícios (simulação, fraude ou erro), dependência, subordinação ou intimidação, após explicação completa e pormenorizada sobre a natureza da pesquisa, seus objetivos, métodos, benefícios previstos, potenciais riscos e o incômodo que esta possa acarretar, formulada em um termo de consentimento, autorizando sua participação voluntária na pesquisa (BRASIL, 1996b)

Foi explicado que os dados dos sujeitos seriam considerados para análise de modo a não identificá-los individualmente. Para participação na pesquisa foi empregado o seguinte critério de inclusão declarado a todos os presentes: haver assinado o TCLE, participar dos dois encontros presenciais e ser professor atuante nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Aqueles que não desejassem participar da pesquisa não seriam privados da formação sendo desnecessário que preenchessem documentos específicos relacionados à coleta de dados nas atividades.

Os professores de ambas as turmas demonstraram pronto interesse de participação como sujeitos da pesquisa. Questionados, justificaram a decisão pela oportunidade de fazer parte desse tipo de atividade, inédita para eles, até então. Mediante a resposta dos professores, houve a coleta do documento identificado como Apêndice A - Consentimento livre e esclarecido, preenchido e assinado por todos. Em seguida, os sujeitos foram convidados a responder um breve questionário.

Antes da explicitação das características do questionário referido, é relevante que sejam apresentadas algumas considerações sobre essa técnica de coleta de dados. Por

29 Desenvolvido segundo as orientações da resolução Nº 510/2016 do Conselho Nacional de Saúde. Segundo a norma, “as pesquisas em Ciências Humanas e Sociais cujos procedimentos metodológicos envolvam a utilização de dados diretamente obtidos com os participantes ou de informações identificáveis ou que possam acarretar riscos maiores do que os existentes na vida cotidiana, na forma definida nesta não serão registradas nem avaliadas pelo sistema CEP/CONEP”; A pesquisa não foi cadastrada na Plataforma Brasil e o respectivo conselho de ética da UECE destacando-se que, até a qualificação da presente tese, não se concretizou o previsto no Art. 29 da resolução que diz respeito à “implementação, acompanhamento, proposição de atualização desta Resolução e do formulário próprio para inscrição dos protocolos relativos a projetos das Ciências Humanas e Sociais na Plataforma Brasil, bem como para a proposição de projetos de formação e capacitação na área”(BRASIL, 2016)

questionário, adota-se nesta pesquisa a perspectiva conceitual de Gil (2018) que define o mesmo como a técnica de investigação composta por “[...] um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter um conjunto de informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, interesses, expectativas, aspirações, temores, comportamento presente ou passado, etc” (GIL, 2018, p. 121). Nesta investigação foram empregados cinco questionários, descritos ao longo desta sub-seção, sendo os mesmos compostos por questões fechadas e abertas. Gil (2018) define por questões fechadas aquelas que o respondente escolhe entre itens oferecidos pelo pesquisador e como questões abertas são aquelas em que se solicita ao sujeito que ofereçam suas próprias respostas.

O autor ainda procede outra classificação de questões, conforme o conteúdo das respostas. Nesta pesquisa são utilizadas duas de suas categorias: questões sobre fatos, que trazem conteúdos referentes a dados concretos e fáceis de precisar; e questões sobre atitudes e crenças, voltadas à obtenção de dados referentes a fenômenos subjetivos.

Ainda sobre as técnicas de coleta de dados, cabe ressaltar que a execução de atividades no curso previa o registro de dados que serviriam para a posterior efetivação da fase de reflexão, nos âmbitos da ação e da pesquisa. Neste estudo, além da técnica de coleta de dados por questionário, procurou-se a complementaridade da coleta de dados mediante o emprego da técnica de observação sistemática.

Conforme Gil (2018), essa técnica de observação é utilizada quando o pesquisador conhece aspectos do grupo de sujeitos a observar e há a possibilidade de se planejar uma orientação que possa definir o que será observado, conforme os objetivos da pesquisa, e categorias para a organização das informações. Tais condições estão presentes no contexto deste estudo. Portanto, os registros da fase de observação servirão para recuperar informações relevantes na fase de reflexão, mediante o apoio entre as técnicas de gravações em áudio e vídeo adotadas nesta investigação, além das anotações no diário de campo do pesquisador e as respostas aos questionários.

Bauer e Gaskell (2017) salientam a conveniência de se utilizarem os recursos dos atuais equipamentos digitais para assegurar os registros das ocorrências na pesquisa qualitativa. Tais registros, por permitirem a retomada das ações interpretadas, servem de elemento auditável e permitem integração a programas de análise de dados.

Considerada a proximidade do autor desta tese com o campo de investigação, as observações sistemáticas realizadas nos encontros presenciais foram definidas com base em duas categorias: atos e significados (GIL, 2018). Atos são ações temporalmente breves, segundos ou minutos, executadas pelos participantes nas atividades da formação. Os significados são produtos verbais e não verbais que direcionam essas ações. No contexto da técnica de coleta de dados, essas categorias apoiarão a interpretação dos conhecimentos dos professores mediante a combinação das diversas fontes adotadas.

Portanto, as respostas aos questionários e as observações registradas no diário de campo, junto às gravações em áudio e vídeo dos encontros de formação, formarão um conjunto de dados sistemático. Os mesmos serão analisados considerando-se sua inter-relação, de modo que esses elementos permitam aferir rigor e validade interna às conclusões decorrentes de triangulações entre as fontes de dados, os métodos de análise e a interpretação dos sentidos desses dados (GIL, 2018; SAMPIERI; CALLADO; LUCIO, 2013; THIOLENT, 2011).

Esclarecidas as características das técnicas de coleta, descreve-se o questionário correspondente ao Apêndice B – Questionário sobre formação e ensino. Esse primeiro questionário foi desenvolvido a fim de que fosse possível descrever um perfil dos professores quanto a atuação profissional e a formação dos mesmos.

Além desses aspectos, o questionário também recolheu informações quanto a conhecimentos didáticos e pedagógicos voltados ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa breve descrição cumpre a tarefa descritiva das técnicas empregadas sendo que as informações coletadas serão descritas e analisadas na seção Resultados e discussão.

Uma vez que não houve objeções ou observações que implicassem alterações à proposta de curso apresentada, o planejamento original foi respeitado e foram procedidas atividades a partir dos assuntos delimitados.

Os assuntos escolhidos para discussão nesse primeiro encontro foram: Formação docente e o ensino de multiplicação e divisão; Situações-problema e o ensino de multiplicação e divisão; e Conhecimentos pedagógicos, tecnológicos e de conteúdo no ensino de multiplicação e divisão. Esses assuntos dizem respeito às características do referencial teórico

adotado na pesquisa e foram delimitados de modo a promover ações que pudessem despertar o interesse dos sujeitos da formação.

Desse modo, buscou-se manter em vista os interesses e necessidades dos sujeitos, o método adotado, e os objetivos definidos frente a natureza do problema que justificou a realização dessa ação formativa (DIONNE, 2007; THIOLLENT, 2011). No plano resumido para a ação previu-se uma formação articulada em atividades que permitissem a reflexão fundamentada sobre o ensino de conteúdos do C.M. e a análise de situações que pudessem ser planejadas e desenvolvidas com os alunos, contando-se com o apoio de Tecnologias Digitais.

Evidentemente, tal apoio buscou a interface entre os conhecimentos categorizados pelo quadro TPACK e as situações do C.M. definidas na sistematização proposta por Magina, Merlini e Santos (2016). Portanto, os registros escritos produzidos nos documentos: Anexo A – Questionário de elaboração de problemas; Anexo B – Questionário de resolução de problemas; Apêndice C - Questionário sobre recursos de ensino e Apêndice B – Questionário sobre formação e ensino, serão analisados a partir das sete categorias de conhecimentos proposta por Harris, Mishra e Koehler (2009) e da identificação de situações do C.M. efetivada por Magina, Merlini e Santos (2016).

A triangulação das análises desses dados com dados advindos da observação sobre os atos e significados manifestados pelos professores permitirão uma maior segurança quanto a interpretação do que trazem e desenvolvem de conhecimentos os professores que participaram da formação. Para que os assuntos pudessem atender aos objetivos de formação para o professor e, ao mesmo tempo, atendessem aos objetivos específicos da pesquisa definidos para a presente tese. Tais referências foram sistematizadas no quadro da figura 21, a seguir:

Figura 21 - Quadro atividades, objetivos e técnicas de coleta de dados (primeiro encontro)

Atividade	Objetivo da ação	Objetivo da pesquisa	Técnica de coleta de dados
- Elaboração de problemas de multiplicação/divisão a partir dos conhecimentos docentes sobre o Campo Multiplicativo - Resolução de Problemas multiplicativos conforme as estratégias conhecidas pelos professores - Discussão e classificação dos problemas resolvidos na visão dos professores	Refletir sobre a formação recebida para o ensino de Matemática ao longo da trajetória docente e contextualizar possíveis contribuições que teorias didáticas podem favorecer ao ensino de multiplicação e divisão Discutir o papel do uso de situações-problemas no ensino de multiplicação e divisão	Mapear conhecimentos docentes sobre o campo das estruturas multiplicativas	Gravação (audio e vídeo) Apêndice B – Questionário sobre formação e ensino Observação e registro de impressões em diário de campo (posterior ao encontro) Anexo A – Questionário de elaboração de problemas Anexo B – Questionário de resolução de problemas
- Registro sobre atitudes e crenças relacionadas ao ensino de multiplicação e divisão	Examinar impressões sobre os recursos empregados para o ensino de multiplicação e divisão	Analisar elementos do conhecimento pedagógico manifestados em concepções sobre ensino, uso de recursos didáticos e avaliação no trabalho com o Campo Multiplicativo	Apêndice C - Questionário sobre recursos de ensino

Fonte: Elaborada pelo autor

As reflexões desenvolvidas pelos professores nos encontros presenciais, possuem repercussões diferenciadas por perspectivas distintas próprias do método adotado nesta pesquisa. No aspecto da ação elas se desenvolveram nos encontros de formação e seus desdobramentos privilegiam o âmbito local. As reflexões decorrentes da pesquisa ocorrerão ao final desta tese, visando um movimento de divulgação acadêmica, oportunizando uma reflexão no âmbito do campo investigativo.

Por parte da ação, os professores puderam refletir individualmente e em grupo, junto ao pesquisador. Tais reflexões serviriam aos professores para o desenvolvimento de conhecimentos que pudessem auxiliar na prática de ensino, seja na compreensão conceitual de conteúdos relacionados aos assuntos da formação, ou pela elaboração de conhecimentos próprios pelo intercâmbio com outros colegas (NÓBREGA-TERRIEN; MENEZES; TERRIEN, 2015; SCHÖN, 1992; SHULMAN, 2015; TARDIF, 2007).

A partir do momento que são estabelecidos canais de reflexão, é possível que os sujeitos do grupo de formação sejam sensibilizados por soluções originais a desafios

enfrentados pela escuta de outros docentes que, até aquela oportunidade, não puderam conectar práticas, ideias e fundamentações pedagógicas. Em práticas formativas que levam em consideração o protagonismo das comunidades de professores, são favorecidas interações e não o exclusivo direcionamento do agente universitário a levar um saber que será repassado a quem deles é desprovido (MIZUKAMI, 2004).

Nesse sentido, a atuação das formadoras da SME foi fundamental para o encaminhamento da fase de ação. Contando o apoio delas, o pesquisador pôde dedicar maior atenção à captação e registro de dados da pesquisa, garantindo-se a realização das atividades da formação e a manutenção do espaço de negociações e adaptações para encaminhamento de atividades. Carr e Kemmis (1986), Dionne (2007) e Sandín Esteban (2010) comentam como fundamental aos sujeitos envolvidos nesse método, atitudes que permitam definições de papéis e atividades distintas na perspectivas da pesquisa e da ação interligadas.

Pela própria atuação na secretaria e pela abertura à atuação no curso, as formadoras da SME assumiram a mediação entre os sujeitos da pesquisa e o pesquisador. Em oportunidades relacionadas às ações no curso desde o primeiro momento. Assim agiram mesmo antes da formação e ainda após sua realização, proporcionando reflexões e compartilhando experiências ligadas aos temas discutido. Ademais, buscavam tratar de negociações e definições no andamento dos encontros, mediando decisões e a execução de atividades de colegas sem prejuízo à participação das mesmas como sujeitos da formação.

Descritos os aspectos de desenvolvimento de ação e observação no primeiro dia, a seguir são abordadas as características do segundo dia de planejamento. A esta altura ainda é importante a concepção de que a pesquisa-ação, considerada um sistema aberto, segue passível à tomada de diferentes rumos no decorrer do seu desenvolvimento, em função das demandas encontradas. As concepções de Dionne (2007) e Thiollent (2011), quanto a esta abertura do método de pesquisa, reforçam a compreensão de que há um ponto de partida, que é a fase exploratória, e um ponto de chegada, relacionado à divulgação dos resultados, mas no intervalo sempre haverá uma multiplicidade de caminhos em função das diferentes situações diagnosticadas ao longo do processo.

Portanto, mais importante que o cumprimento do planejamento, Dionne (2007) alerta para as operações que respondem a estratégias diferentes empregadas nesse desenvolvimento. As operações do percurso de pesquisa no campo escolhido e as da ação

planejada, nesse caso uma formação continuada, apresentam várias semelhanças e correspondências, porém não se pode perder de vista que as finalidades e modalidades de ação possuem suas diferenciações.

Seguir a apresentação de elementos do percurso de investigação que se desenvolve no percurso da ação é significativo e remete ainda ao desenrolar concomitante das fases de ação e de observação. Com base nas experiências e atividades realizadas no primeiro encontro, os professores deram sequência às práticas de reflexão sobre o ensino de conteúdos do C.M. com o apoio de Tecnologias Digitais. Oportunizou-se um momento para que pudessem discutir sobre a natureza qualitativamente distinta que a ação com recursos digitais pode favorecer ao planejamento da ação docente e às propostas de apresentação de situações problemas aos alunos para que possam lidar com conteúdos do C.M..

Nessa perspectiva, o segundo dia de formação pretendeu desenvolver a percepção dos professores para a análise de situações que extrapolassem aquilo que trazem os livros didáticos ou as tradicionais atividades de ensino às quais esses docentes possam estar habituados. Para que as práticas de ensino possam receber modificações, conforme discutido até esse momento, oportunidades como essa não podem depositar suas esperanças na chegada de soluções que surjam de modo a resolver todos os problemas de ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, sem o efetivo engajamento dos professores, de modo que eles se apropriem dos diversos conhecimentos necessários à resinificação de sua prática profissional (CYSNEIROS, 2000; VALENTE, 2015). O quadro da figura 22, a seguir, expressa o plano proposto para as atividades do segundo encontro presencial.

Figura 22 - Quadro de planejamento das atividades de formação (segundo encontro)

Assunto	Objetivos	Atividades da Formação
Situações de ensino de multiplicação e divisão com apoio de Tecnologias Digitais	Utilizar Tecnologias Digitais para identificar estratégias de resolução de problemas do Campo Multiplicativo	- Vivência de atividades com Tecnologias Digitais envolvendo conteúdos do Campo Multiplicativo (~80 min): • Identificar: quantas fotos diferentes dois professores sentados em duas cadeiras podem tirar? E se forem três professores sentados em três cadeiras? (Anexo C – Foto a foto: situação combinatória) • Discutir: quais estratégias podem ser usadas para calcular os pontos obtidos? Qual a relação entre a quantidade de peças disponíveis no início do jogo e o máximo de pontos possíveis? (Anexo D – OA Bilhar holandês) • Desenvolver exemplos de situações com OA - Discussão sobre identificação das estratégias utilizadas para resolução das situações vivenciadas e apresentação da plataforma OBAMA para exploração de recursos digitais e uso da função de plano de aula colaborativo (Anexo E – Telas da plataforma OBAMA) (~60 min)
Intervalo (~20 min)		
Planejamento e avaliação de estratégias de resolução de situações-problema	Elaborar planos de aula para o trabalho com conteúdos do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais	- Exploração de recursos digitais e identificação de situações para o ensino de multiplicação e divisão (~ 60 min) - OBAMA - - Atividade em grupo: apresentação/discussão sobre os recursos e as situações encontradas (60 min) - Avaliação, encerramento e encaminhamentos do curso (~20 min)
Potencial de integração entre conhecimentos dos domínios pedagógico, tecnológico e de conteúdo	Identificar possíveis contribuições para o desenvolvimento de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo no planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais;	ATIVIDADE A DISTÂNCIA (5 horas): - Desenvolvimento de um plano de aula com recurso digital (cadastrado no OBAMA) visando o ensino de problemas do Campo Multiplicativo adequada ao nível de atuação do professor

Fonte: Elaborada pelo autor

As primeiras atividades realizadas nesse dia buscaram o uso de Tecnologias Digitais para que houvesse a problematização de uma determinada situação. Dada a restrição quanto ao tempo disponível para a formação, foram propostas duas situações aos professores, com base no material de leitura recomendado e entregue a todos os participantes no primeiro encontro. Uma envolvia o uso de dispositivos móveis e a outra a manipulação de recurso digital disponível na internet. Durante a execução das mesmas, os sujeitos foram observados a partir do instrumento desenvolvido para dimensionar os conhecimentos referentes ao quadro

teórico do TPACK, favorecendo a análise do que os sujeitos declaravam quanto ao uso de tecnologias e aquilo que efetivamente foram capazes de executar em tais situações (AKYUZ, 2018; GRAHAM *et al.*, 2009b, 2009a; NAAZ; KHAN, 2018; NIESS, 2013).

A situação proposta na atividade explicitada no Anexo C – Foto a foto: situação combinatória foi a primeira explorada. Como uma atividade inserida na fase de ação, os professores precisaram discutir o que havia de conhecimento do Campo Multiplicativo e compartilhar estratégias para resolverem a situação apresentada. Eles recorreram ao uso de seus aparelhos *smartphone* e de redes sociais para tentar solucionar os problemas apresentados. Além disso, dispunham de computadores do laboratório para reflexão e simulações de possíveis soluções, além de quadro branco e lápis e papel para apoio ao desenvolvimento da atividade. Suas manifestações foram acompanhadas pelo pesquisador que cuidava do registro e gravação de seus atos, bem como tratava dos registros de observação necessários, considerando o uso das Tecnologias Digitais envolvidas e os conhecimentos matemáticos que os professores mobilizavam em suas estratégias.

Encerrada a participação dos docentes na primeira atividade, os mesmos foram convidados a conhecer o Objeto de Aprendizagem (OA)³⁰ registrado no Anexo D – OA Bilhar holandês. Esse recurso consta em um desafio para os jogadores que devem elaborar estratégias, a partir das normas do jogo, de modo a arremessar suas fichas, equilibrando suas pontuações para obtenção do máximo de pontos possíveis. Os cálculos envolvem situações de proporcionalidade e a execução dessa atividade foi apoiada na manipulação em uma lousa digital, sendo os sujeitos observados pelo pesquisador à medida em que se manifestavam sobre o desafio apresentado.

Após as atividades descritas, os professores foram levados a realizarem atividades de navegação na internet e apresentados a repositórios de Tecnologias Digitais, entre eles, a plataforma Objetos de Aprendizagem para Matemática (OBAMA). Esse repositório em constante desenvolvimento, inicialmente albergava *links* para OA, classificados segundo os descritores para a área de Matemática da Educação Básica. Atualmente, vem implementando novas funcionalidades a partir de um sistema de compartilhamento, sincronização e armazenamento de planos de aula em nuvem, com potencial para auxiliar a prática pedagógica e o trabalho de desenvolvimento de sistemas (MAIA *et al.*, 2013; OLIVEIRA *et*

³⁰ Objetos de aprendizado são elementos de um novo tipo de instrução baseada em computador. Esses objetos podem ser reutilizados várias vezes em diferentes contextos de aprendizagem (PUC-RIO, 2009)

al., 2018). Nesta pesquisa, além da procura por OA, explorou-se o uso do recurso de elaboração de Plano de aula colaborativo.

Com essa ferramenta, os professores poderiam, além de encontrar OA para o ensino de conteúdos, realizar o planejamento de aulas de modo síncrono ou assíncrono com outros colegas, bastando que realize o *login* no repositório, crie um plano de aula e compartilhe-o com um outro usuário cadastrado no repositório. As telas de navegação estão disponíveis no Anexo E – Telas da plataforma OBAMA.

Os sujeitos foram orientados a efetuarem o *login* no repositório e, então, procederem experimentações de localização de OA para o ensino de conteúdos do C.M., classificação das situações identificadas nos OA e o uso do recurso de plano de aula. Como atividade a distância, os professores foram provocados a enviar ao pesquisador um plano que fosse adequado ao nível de seus alunos, mediante registro do plano na plataforma.

Tais foram as atividades planejadas para que os objetivos da ação fossem alcançados, a saber: Utilizar Tecnologias Digitais para identificar estratégias de resolução de problemas do Campo Multiplicativo; Elaborar planos de aula para o trabalho com conteúdos do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais; Identificar possíveis contribuições para o desenvolvimento de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo no planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais;

As fases de ação e observação favoreceram a implementação de um conjunto de atividades voltadas à captação dos possíveis processos de efetivação de conhecimentos. Tais fases ocorreram de modo a assegurar as dimensões de formação e de investigação propostas nessa pesquisa-ação, observando os elementos destacados por autores como Dionne (2007), Sandín Esteban (2010) e Thiollent (2011). Considerando o volume e a variedade de informações captadas nesses processos, destacando-se em primeiro plano a dimensão da formação, o ambiente foi sendo preparado para captar o que se realizou nesse contexto de modo que possibilitassem maiores elementos de análise e interpretação, contemplando-se a dimensão desta pesquisa apresentada.

Nesse segundo encontro, a pesquisa centrou-se na técnica da coleta de dados mediante a observação orientada. Ademais, o Anexo E – Telas da plataforma OBAMA foi solicitado como uma atividade individual a distância para os sujeitos, com o objetivo que os

mesmos pudessem favorecer a identificação de possíveis contribuições para o desenvolvimento de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo no planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais. O quadro da figura 23 sintetiza a relação implementada entre as atividades descritas, os objetivos que se articularam à sua realização e as técnicas de coleta de dados que serviram ao registro dos dados produzidos no segundo encontro de formação.

Figura 23 - Quadro atividades, objetivos e técnicas de coleta de dados (segundo encontro)

Atividade	Objetivo da ação	Objetivo da pesquisa	Técnica de coleta de dados
- Identificar: quantas fotos diferentes dois professores sentados em duas cadeiras podem tirar? E se forem três professores sentados em três cadeiras? - Discutir: quais estratégias podem ser usadas para calcular os pontos obtidos? Qual a relação entre a quantidade de peças disponíveis no início do jogo e o máximo de pontos possíveis ? - Explorar recursos digitais e uso da função de plano de aula colaborativo na plataforma OBAMA	Utilizar Tecnologias Digitais para identificar estratégias de resolução de problemas do Campo Multiplicativo Elaborar planos de aula para o trabalho com conteúdos do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais	Mapear conhecimentos docentes sobre o campo das estruturas multiplicativas; Identificar o conhecimento tecnológico de professores para o ensino do Campo Multiplicativo	Gravação (áudio e vídeo) Observação e registro de impressões em diário de campo (posterior ao encontro) a partir da realização das atividades com base em: Anexo C – Foto a foto: situação combinatória; Anexo D – OA Bilhar holandês; e Anexo E – Telas da plataforma OBAMA
- Desenvolver um plano de aula com recurso digital (cadastrado na plataforma OBAMA) visando o ensino de problemas do Campo Multiplicativo adequada ao nível de atuação do professor	Identificar possíveis contribuições para o desenvolvimento de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo no planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio de Tecnologias Digitais;	Analisar elementos do conhecimento pedagógico manifestados em concepções sobre ensino, uso de recursos didáticos e avaliação no trabalho com o Campo Multiplicativo	Anexo E – Telas da plataforma OBAMA

Fonte: Elaborada pelo autor

Conforme explicitado nesta subseção, optou-se por recorrer a diferentes técnicas de coleta de dados. As fontes diversas visaram o emprego de instrumentos para captação dos atos empreendidos na pesquisa, dada sua natureza qualitativa e suas demandas por uma atenção ao registro rigoroso e metódico dos dados que deve ser constantemente realizado ao

longo de cada fase empreendida (GIL, 2008; SANDÍN ESTEBAN, 2010; SAMPIERI; CALLADO; LUCIO, 2013).

Os instrumentos de coleta organizados sistematicamente, captaram a ação dos sujeitos em interação, considerando a realização de práticas nessa comunidade. Os itinerários de definição dos rumos tomados pela formação, desde sua proposta inicial, buscaram consonância com os objetivos da pesquisa destacando-se que é próprio do método de pesquisa adotado a distinção didática entre os objetivos em perspectivas de ação e de pesquisa (BARBIER, 2007; DIONNE, 2007; SANDÍN ESTEBAN, 2010; THIOLLENT, 2011). Portanto, a materialização desta tese se desenvolve como um ato ainda relacionado à formação, com o intuito de se efetivar a fase de reflexão quanto ao plano da pesquisa, conforme destacam os autores que fundamentam o método adotado. Instaurou-se a fase de reflexão sobre o processo vivenciado, a partir de análises das ações que os sujeitos da formação realizaram até o término do curso. Essa fase se estenderá até o momento de retorno com os resultados de defesa desta tese aos sujeitos envolvidos. Esse é o elemento que se faz fundamentalmente pedagógico para o grupo no método da pesquisa-ação (FRANCO, 2005). Além dos objetivos da investigação, os envolvidos no processo podem reverter a reflexão sobre a experiência em uma forma de redirecionamento de ações formativas. É possível que na comunidade criada, tenham ocorrido episódios tais como os criticados por Nóvoa e Popkewitz (1992) e Molina (2007), materializando-se a interrupção dos canais de diálogo frente aos professores participantes de pesquisa-ação. Eventualmente, é possível que em algum momento o investigador/formador, em nome do processo de investigação, tenha subordinado a dimensão da ação às suas necessidades e não ao desenvolvimento dos conhecimentos dos sujeitos envolvidos nesse complexo processo. Nesses casos, faz-se ainda mais significativa a cuidadosa análise dos dados obtidos em campo e seus desdobramentos.

A fase de reflexão trata da interpretação quanto ao trabalho desenvolvido na ação de formação voltada ao ensino de conteúdos do Campo Conceitual Multiplicativo com o uso de Tecnologias Digitais. Como produto dessa fase de reflexão serão apresentadas interpretações na seção de resultados e discussão do relatório de conclusão da tese em desenvolvimento. Os elementos apresentados corresponderão à compreensão daquilo que a triangulação entre os dados empíricos, os marcos teóricos adotados e a problemática desenvolvida para a orientação da pesquisa permitiram ao investigador identificar achados desta empreitada que conduzirão ao fechamento da presente tese. De modo a explicitar os

elementos que favorecerão a interpretação dos dados coletados, na próxima subseção serão abordadas a ferramenta de suporte para análise e as categorias adotadas para interpretação dos dados coletados.

3.2.2 Categorias de análise e suporte interpretativo

Nesta subseção sistematiza-se a relação entre os objetivos específicos desta pesquisa, os instrumentos de coleta de dados, as categorias de análise definidas a partir dos elementos discutidos no Referencial teórico e aquelas que emergiram do campo (BARDIN, 1995; MINAYO; DESLANDES; GOMES, 2009). Tal sistematização visa favorecer a visualização do percurso e a fundamentação da análise.

Como suporte para se atingirem os objetivos, considerou-se importante conhecer o perfil dos sujeitos, a partir das categorias formação inicial, formação continuada e atuação profissional das professoras participantes da pesquisa. Esses elementos permitiram fazer associação com a elaboração dos conhecimentos que se desejou avaliar a partir da participação dos sujeitos na formação oferecida, considerando o perfil de formação das professoras. Os dados para essa análise foram coletados por meio do instrumento apresentado no Apêndice B.

Para se alcançar o objetivo de Mapear os conhecimentos docentes sobre o campo das estruturas multiplicativas, consideraram-se as categorias analíticas³¹: tipologia de situações do Campo Conceitual Multiplicativo; e representações das situações (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016). Quanto às categorias empíricas buscou-se analisar: estratégias utilizadas no processo de resolução das situações; incidência de acerto/erro em cada situação. Os instrumentos de coleta de dados são apresentados no Anexos A e B.

Quanto ao objetivo de analisar elementos do conhecimento pedagógico manifestados em concepções sobre ensino, uso de recursos didáticos e avaliação no trabalho com o Campo Multiplicativo, foram contempladas as categorias: conteúdo curricular; diversidade de situações; definição de objetivos; método de avaliação; e uso de tecnologias.

³¹ Categorias analíticas são aquelas que retêm historicamente as relações sociais fundamentais e podem ser consideradas balizas para o conhecimento do objeto nos seus aspectos gerais. Elas mesmas comportam vários graus de abstração, generalização e de aproximação. As categorias empíricas são aquelas construídas com finalidade operacional, visando ao trabalho de campo (a fase empírica) ou a partir do trabalho de campo. Elas têm a propriedade de conseguir apreender as determinações e as especificidades que se expressam na realidade empírica (MINAYO, 2010, p. 194)

Os dados foram coletados por meio do Apêndice D e Anexo E. Além disso, foram consideradas interlocuções e observações registradas no Diário de campo e nas Gravações dos encontros de formação. Neste objetivo sintetizam-se as categorias do quadro teórico do TPACK (MISHRA; KOEHLER, 2006).

Finalmente, de modo a identificar o conhecimento tecnológico de professores para o ensino do Campo Multiplicativo, foram priorizadas as categorias: habilidade de uso de dispositivos móveis; conhecimento de objetos de aprendizagem; navegação em ambientes *web*. Os dados foram captados por meio da realização de atividades com os recursos apresentados nos Anexos C, D e E, os quais foram triangulados com os registros de áudio e vídeo dos encontros de formação, as respostas dadas pelos sujeitos coletadas pelo Apêndice C, além das anotações presentes no Diário de campo do pesquisador.

Complementarmente, eventuais atos e registros dos sujeitos que se mostraram pertinentes foram acrescentados à análise a partir de categorias *a posteriori* como complementação à análise realizada. Para a análise destas categorias, foram evocados teóricos relacionados ao campo investigativo conforme apresentados no referencial discutido nesta tese. Para o desenvolvimento da interpretação e os cruzamentos entre categorias analíticas e descritivas foi utilizado o *software webQDa*, cujas características são abordadas a seguir.

Com o volume de informações captadas, considerou-se necessária a adoção de um recurso que pudesse apoiar a análise dos dados qualitativos. Adotou-se como suporte para a atividade de interpretação desses dados, o *software* denominado *WebQDA*³² (COSTA; AMADO, 2018; COSTA; NERI DE SOUZA; NERI DE SOUZA, 2016). Trata-se de um *software* proprietário que funciona em nuvem, pertencente à categoria de apoio à análise de dados qualitativos, em tradução do termo original em inglês, *Computer Assisted Qualitative Data Analysis Software* (CAQDAS). *Softwares* dessa natureza, são crescentemente disponibilizados no mercado, dadas as demandas que o campo acadêmico vem exigindo das pesquisas nas ciências humanas, particularmente na educação.

Com o crescimento dos programas de pós-graduação no Brasil, pesquisas qualitativas em educação vêm buscando garantir análises que demonstrem maior qualidade e confiabilidade dos achados produzidos. Tal movimento tem levado à adoção de plataformas que busquem oferecer o suporte adequado à atividade de análise do que se vem produzindo, em particular nos cursos de formação dos investigadores. A comunidade científica considera

32 Para maiores informações, consultar o site dos desenvolvedores: <https://www.webqda.net/>

tal implementação positiva o recomenda esse tipo de ferramenta para a consecução dos objetivos de pesquisa, compatibilizando padrões de rigor e objetividade com a consistência das interpretações realizadas (ANDRÉ, 2001; LAGE, 2011; NERI DE SOUZA; NERI DE SOUZA; COSTA, 2015).

Devido ao grande volume de dados captados a partir dos instrumentos de coleta, conforme referidos na subseção anterior, buscar o apoio nas funcionalidades desses produtos pode significar, também, redução no tempo de codificação e análise. Do exposto, a implementação do *WebQDA* justificou-se nesta pesquisa por oferecer funcionalidades que favorecem a execução da análise do material levantado ao longo do processo de formação realizado junto aos sujeitos envolvidos.

Ademais, o uso desse tipo de *software* permitiu a realização de inferências interpretativas baseadas na análise de conteúdo desses registros. As medidas de organização para a análise foram adaptadas ao uso do suporte escolhido considerando que a “[...] descrição analítica funciona segundo procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens” (BARDIN, 1995, p.35).

Tomados os cuidados, nas fases de planejamento, ação e observação, para o desenvolvimento da fase de reflexão, o momento de análise desses dados buscou o uso dos expedientes favoráveis à eficiência do processo. Além disso, funcionalidades específicas oferecidas pelo programa viabilizaram a triangulação dos dados da pesquisa gerados na combinação de técnicas de coleta. Ressalta-se ainda que o programa escolhido é desenvolvido em língua portuguesa. Suas funcionalidades são constantemente atualizadas e, no período de utilização, estavam disponíveis as ferramentas exibidas na figura 24 a seguir.

Figura 24 - Tela inicial ou “dashboard” de configuração de análise de projeto



Fonte: <https://www.webqda.net/>

Na figura 24 apresenta-se o espaço de acesso e visualização global dos dados do projeto a analisar. Na parte superior, ao centro, visualizam-se totais das categorizações e dos dados inseridos no sistema. Na coluna à esquerda, são exibidos os seguintes menus: *Fontes*, subdivido nos itens *Fontes internas*, *Fontes externas* e *Anotações*; *Codificação*, que oferece as funcionalidades *Códigos livres*, *Códigos árvore*, e *Descritores* e *Classificações*; *Questionamento* com os itens *Palavras mais Frequentes*, *Pesquisa texto*, *Matrizes* e *Pesquisa código*; e, finalmente, o menu *Gestão* que envolve ferramentas nas opções *Utilizadores*, *Diário de Bordo* e *Fluxo de Trabalho*. É possível ainda visualizar o Mapa de Códigos criado pelo *software* a partir das codificações relacionadas e as entradas de anotações como conteúdos do Diário de Bordo de uso do sistema pelos usuários. Esse conjunto de elementos será descrito a seguir, sendo a imagem da tela inicial do *software* utilizada para indicar as funcionalidades utilizadas nessa fase de reflexão.

Na preparação do programa para a análise dos dados, o pesquisador utilizou as funcionalidades dos três menus principais: *Fontes*, *Codificação* e *Questionamento*. O menu *Fontes* serviu para que o pesquisador definisse os arquivos a utilizar a partir dos dados coletados na pesquisa de campo, os quais assumiram diferentes formatos – .pdf e .doc – de modo que fossem analisados da maneira mais favorável. Os desenvolvedores recomendam que sejam distinguidas três categorias de fontes de dados: *fontes internas*, para dados

provenientes da coleta do pesquisador, cujos arquivos, em seus formatos originais, são carregados diretamente no sistema, a partir de *upload*, respeitando-se o tamanho máximo definido pelo desenvolvedor³³ e a organização definida pelo pesquisador

Fontes Externas cumpre a função de vincular às ferramentas do sistema, aqueles arquivos armazenados em nuvens de servidores. Os arquivos trabalhados não ficam carregados diretamente no próprio *software*³⁴, necessitando da indicação do endereço que aponta para os mesmos em servidores externos, favorecendo, desse modo, o trabalho com arquivos acima do limites estabelecidos para armazenamento direto no programa, no caso desta pesquisa, vídeos de alta resolução e com duração entre trinta minutos e uma hora

As Anotações são entradas de texto, notas e comentários, que ficam gravadas no próprio *software* e são criadas a partir da entrada de informações que o pesquisador julgue relevante sobre determinado fragmento ou arquivo para manter organizados os dados que serão analisados na pesquisa. Optou-se por não utilizar tal funcionalidade na organização efetuada.

O menu Codificação permitiu a associação entre fragmentos dos dados coletados e categorias de análise definidas pelo pesquisador. As categorias, para o programa, são consideradas ideias-chave estruturantes, expressas em forma de palavras, frases ou temas (COSTA; AMADO, 2018). No *WebQDA*, é o próprio utilizador quem define, cria e interpreta essas ideias-chaves para a análise do seu *corpus* de dados disponibilizado por meio dos arquivos carregados. Nesse menu, os pesquisadores podem criar *Códigos livres*, *Códigos árvore*, *Descritores* e *Classificações*.

Códigos livres são categorias que não estão subordinadas a outras ideias-chave e podem servir como marcadores de conteúdos específicos não relacionados a aspectos teóricos. Nesta pesquisa, por exemplo, tais códigos foram usados para identificar expressões dos sujeitos relacionadas à ideia-chave “percepção sobre a Matemática” de modo a agrupar elementos textuais que carregassem mensagens sobre tal assunto.

Códigos árvore são aqueles que, conforme algum referencial teórico, apresentam hierarquização interna, ou que apresentam subordinação entre as categorias definidas. Sendo o

33 Durante o período de utilização do sistema nesta pesquisa, o desenvolvedor disponibilizava um espaço de armazenamento total de até 60Mb para o conjunto de arquivos do usuário, limitando-se a 20Mb o tamanho máximo individual para cada arquivo.

34 Nesta pesquisa, os vídeos decorrentes das gravações dos encontros foram armazenados em servidores da Google, utilizando-se o serviço YouTube (<https://www.youtube.com>)

referencial teórico do TPACK, o elemento escolhido para estruturar a análise dos dados coletados ao longo da formação, os conhecimentos elencados por Koehler e Mishra (2009) serviram de referência para elaboração da árvore de códigos, identificadas suas presenças nesses dados, mediante análise e interpretação dos dados coletados dentre os diferentes instrumentos definidos, conforme apresentados na seção anterior.

Os *Descritores* são códigos que possuem subordinação entre si, entretanto, tratam de categorias descritivas de única seleção. Por exemplo, a categoria Gênero subordina as categorias descritivas Masculino e Feminino. Nesta pesquisa, foram utilizados descritores para caracterização de conjuntos de dados, considerando os sujeitos que forneceram os dados específicos, bem como para distinguir, entre o conjunto de dados, a formação (pedagogia, outras licenciaturas ou não graduados), a atuação profissional (2º ou 5º ano) e o vínculo funcional das professoras (temporário ou efetivo), de modo que fosse possível relacionar aspectos dos dados coletados com tais características dos conjunto de dados dos sujeitos.

Classificações são “rótulos descritivos” afixados a um documento em sua totalidade. Servem para caracterizar fontes ou códigos. Tal caracterização pode auxiliar o pesquisador de modo a indicar que determinado arquivo de fonte, interno ou externo, possui características próprias que lhe diferenciam dos outros. Por exemplo, pode servir para distinguir instrumentos de coleta de dados, respostas de sujeitos específicos, ou evento de criação das informações, etc. Uma vez que os arquivos com os dados coletados pela participação dos sujeitos na pesquisa foram coletados individualmente em sua maioria, exceto pelos vídeos gravados em ângulo aberto para captar a maior área visual possível, o uso das classificações do *WebQDA*, para o conjunto de dados dessa pesquisa, mostrou-se desnecessário. O pesquisador optou, na análise desses vídeos, por utilizar apenas descritores e códigos livres e em árvore para separar os dados significativos da análise.

O menu *Questionamento* oferece funcionalidades relacionadas ao conteúdo dos dados disponíveis nas fontes, uma vez organizados e submetidos à codificação criada pelo pesquisador. Duas funcionalidades, *Palavras mais Frequentes* e *Pesquisa texto* permitem a realização de buscas no conjunto de dados disponíveis como texto. A funcionalidade denominada *Palavras mais Frequentes* fornece a contagem da ocorrência de termos, permitindo a tematização sobre aqueles recorrentes no documento fonte, por outro lado, a funcionalidade *Pesquisa texto* permite buscar palavras ou expressões específicas no *corpus* de dados. A funcionalidade *Matrizes* permite estruturar configurações retangulares ou

triangulares, a partir da codificação criada pelo pesquisador. Essa função permite o cruzamento de linhas e colunas, de modo a relacionar códigos interpretativos (códigos livres e códigos árvore) com códigos descritivos (classificações e descritores). Esse cruzamento foi utilizado nesta análise para gerar resultados numéricos em forma de matrizes, sendo possível a inclusão de um terceiro separador de relação entre as linhas e as colunas selecionadas, podendo ser do tipo lógico E (interseção), OU (inclusão) e NÃO (exclusão). Por exemplo, a partir da matriz de codificação entre tempo de profissão e nível de escolaridade, pode-se aplicar um operador de relação para obter a matriz que realize a operação lógica que filtre respostas de um ano de atuação específico. A funcionalidade *Pesquisa códigos*, que permite buscar as ocorrências específicas de um código, criadas a partir da codificação realizada, não foi utilizada nesta análise, uma vez que todas as definições e classificações foram realizadas exclusivamente por um único usuário do sistema, tornando dispensável o uso frente a quantidade de dados e códigos estabelecidos.

As funcionalidades relacionadas à administração dos dados disponibilizadas no menu *Gestão*, não foram aplicadas. Os itens *Utilizadores* e *Fluxo de trabalho*, são dedicados ao trabalho em rede, mediante compartilhamento dos dados da pesquisa, e para o registro de etapas realizadas no conjunto de dados para que diferentes usuários possam, de modo colaborativo, atualizar as atividades executadas em cada projeto, o que não foi efetivado na presente pesquisa. A funcionalidade *Diário de Bordo* permite registrar e gerenciar, no processo de análise de dados, vários tipos de tarefas como tomadas de decisões, procedimentos a executar, produções possíveis a partir dos dados classificados, etc. O diário de campo do pesquisador foi implementado no sistema WebQDa nessa funcionalidade “*Diário de Bordo*”, uma vez que tais anotações configuraram apoio para registro de convenções junto aos dados.

Esclarecido o conjunto de elementos apresentados, referentes às funções do programa adotado e da exposição sobre seu uso, diante da elaboração de categorias de análise para classificação dos dados coletados, faz-se necessária a exposição de aspectos referentes à interpretação desses dados.

A categorização dos dados foi realizada diretamente no ambiente do *WebQDA*, mediante o uso das ferramentas de codificação e tratamento oferecidas e pelo uso de fontes internas e externas. Desse processo, procedeu-se a criação de matrizes relacionadas a dados descritivos relativos aos sujeitos participantes da pesquisa, seus perfis de formação e conhecimentos iniciais registrados nos questionários aplicados nos encontros da formação.

Tais informações foram confrontadas com as manifestações orais e atitudes registradas nas filmagens e gravações de áudio, seja para confirmação ou refutação dos atos e significados declarados pelas docentes. Tais elementos permitiram a análise de conteúdo, definida como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (BARDIN, 1995, p. 42).

Essas técnicas tomaram os quadros teóricos abordados nesta tese, conforme apresentado nas seções anteriores. Portanto, os dados captados por meio dos instrumentos aplicados favoreceram a alimentação do sistema, cumprindo ao pesquisador o trabalho de analisá-los e classificá-los. Após esse processo, a interpretação dos núcleos de significado e descrição dos achados foram construídas. Conforme o desenvolvimento das interpretações mediante os cruzamentos entre categorias interpretativas e descritivas foi estabelecido, permitiu a elaboração de uma argumentação fundamentada sobre os conhecimentos dos professores, conforme os detalhes apresentados na próxima seção, denominada Resultados e discussão.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A presente seção traz a análise de dados segundo as categorias teóricas adotadas e os dados coletados a partir dos instrumentos descritos na seção anterior, utilizando o suporte do *software WebQDA*. A análise dos conhecimentos articulados pelos sujeitos é desenvolvida a partir da interpretação desses dados, bem como de seus atos e significados (GIL, 2018) frente às atividades realizadas durante a formação, considerando categorias analíticas e empíricas.

Opta-se pela discussão dos resultados de cada instrumento aplicado no desenvolvimento da ação, conforme relacionados nas tabelas 8 e 10, da seção percurso metodológico, referentes ao planejamento das atividades de formação, propostas para os encontros presenciais. Todos os dados analisados tiveram o uso autorizado pelos sujeitos participantes, segundo os termos expressos no Apêndice A - Consentimento livre e esclarecido, o instrumento de caráter ético desenvolvido para esta pesquisa.

As tabelas e quadros a seguir, em conjunto com elementos descritivos e sua análise interpretativa, fundamentada no referencial teórico abordado nas seções anteriores, permitem alcançar o objetivo da pesquisa. Portanto, favorecem a análise das contribuições de uma formação continuada para o desenvolvimento de conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo em atividades relativas ao Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais.

Mesmo com natureza interpretativa, esta tese trará elementos quantitativos complementares à análise de informações apreendidas no processo investigativo. Tendo em vista o campo social da pesquisa e o volume de dados captados nesse tipo de intervenção, o levantamento e a identificação das informações significativas quanto ao que se procura investigar apresenta-se como um procedimento necessário à compreensão do leitor. Para tanto, explicita-se a trajetória efetivada pelo investigador junto aos sujeitos da pesquisa na busca pelos objetivos estabelecidos em conjunto.

Ao tratar da apresentação dos resultados, destaca-se a sequência de proposição de atividades ao longo da formação e a natureza dos conhecimentos manifestados. A ordem da execução dessas ações pretendeu salientar os conhecimentos dos participantes, seja em suas práticas ou na manifestação desses conhecimentos quando expressos por meio de reflexões verbalizadas. Tal procedimento permitiu dar ênfase aos domínios de conhecimento mais

destacados, conforme a atividade em seus objetivos estabelecidos. Ressalta-se, porém, que os mesmos não podem ser abordados como conhecimentos exclusivamente de um dos domínios explicitados no quadro de referência destacado nesta pesquisa, nem hierarquizados, de modo a se estabelecer subordinação entre eles, dado que se trata de abstrações teóricas, conforme explicam Herring, Koehler e Mishra (2016, p. 04):

[...] todas as teorias e estruturas são abstrações que focam a atenção no quadro geral. A fraqueza deles, no entanto, é que, para entender esse cenário maior, eles geralmente evitam detalhes. Por serem construções de cima para baixo, as estruturas às vezes podem ser confundidas com realidade, em vez de representação abstraída da realidade. Assim, como estudiosos empíricos, precisamos entender o dualismo para desenvolver conflitos teóricos que nos permitam generalizar os casos e permanecer profundamente enraizados na realidade do mundo.

Do exposto, o referencial teórico adotado, serve para auxiliar na identificação de conhecimentos, a partir do quadro de referência do TPACK, na busca pela compreensão da relação entre o aporte teórico estabelecido e a expressão da realidade, no contexto de formação dos sujeitos que participaram desta investigação. A complexidade dessa atividade mostra-se um desafio mesmo para pesquisadores experientes, conforme vem demonstrando a literatura da área. Eles vêm recorrendo a diversas abordagens, desenvolvidas desde a apresentação da proposta desses autores (KOEHLER; MISHRA; YAHYA, 2007; VALANIDES, 2018).

Aqui, procedeu-se à análise pautada na triangulação entre os dados obtidos diretamente dos sujeitos, mediante diferentes instrumentos, a observação de seus atos registrados em vídeo e a interpretação do pesquisador considerando o referencial teórico adotado. Esse processo permitiu a classificação das manifestações dos sujeitos, visando sua descrição e interpretação, conforme o contexto em que foram captados. A partir disso, procedeu-se à análise da relação entre os mesmos, de modo a se estabelecerem traços característicos, capazes de favorecer à compreensão de concepções subjacentes às práticas desses docentes.

As próximas subseções explicitam o resultado de análises relacionadas à formação dos sujeitos da pesquisa para seu trabalho no ensino de Matemática e o desenvolvimento desses conhecimentos pedagógicos, tecnológicos e do conteúdo relativo ao Campo Conceitual Multiplicativo.

4.1 Os sujeitos, sua Formação, tempo e contexto de atuação

As práticas docentes são influenciadas, dentre outros fatores, pelas oportunidades de formação e experiências profissionais, processos que os professores desenvolvem a partir das diferentes experiências constituídas ao longo de sua trajetória de vida profissional (HUBERMAN, 2015). Uma vez que o trabalho com o Campo Multiplicativo envolve práticas e concepções que marcaram a relação dos professores desde os primeiros contatos com o conteúdo e as habilidades desenvolvidas pelo professor, a partir de sua formação inicial, é oportuno caracterizar elementos que marcaram a trajetória e a atuação desses sujeitos, de modo que se possa compreender aspectos que servem de base ao desenvolvimento dos conhecimentos dos professores no contexto da formação oferecida.

Uma vez que apenas profissionais do sexo feminino participaram da formação oferecida, são tratados, nesta subseção, aspectos da formação inicial, atuação profissional e tempo de docência dessas professoras. Dessa forma, o perfil dos sujeitos envolvidos dará suporte às análises dentre os objetivos específicos. Tal caracterização permite a análise das contribuições que intervenções dessa natureza podem representar para a trajetória dessas profissionais, no contexto da docência.

O primeiro conjunto de dados apresentado refere-se às informações coletadas a partir do Apêndice B – Questionário sobre formação e ensino. Inicialmente serão caracterizadas, considerando idade, ano de atuação e vínculo, além da formação inicial em nível médio e graduação.

Tabela 7 - Caracterização dos sujeitos por idade, ano de atuação, vínculo e formação

Sujeito	Idade	Ano de Atuação	Vínculo	Ensino Médio	Graduação
S01	29	5º Ano	Temporário	Científico	Pedagogia (L)
S02	31	5º Ano	Efetivo	Científico	Matemática (L) Pedagogia (LA)
S03	32	5º Ano	Temporário	Científico	Pedagogia (LA)
S04	45	2º Ano	Efetivo	Pedagógico	Pedagogia (L)
S05	48	2º Ano	Efetivo	Pedagógico	Pedagogia (L)
S06	25	5º Ano	Temporário	Científico	Humanidades (B) Pedagogia (LA)
S07	23	2º Ano	Temporário	Científico	Pedagogia(LA)
S08	35	5º Ano	Temporário	Científico	Pedagogia (L)
S09	55	2º Ano	Temporário	Pedagógico	Pedagogia (L)
S10	35	5º Ano	Temporário	Científico	Letras (LA)
S11	46	5º Ano	Temporário	Pedagógico	História (L)
S12	32	2º Ano	Temporário	Científico	Pedagogia (L)
S13	45	2º Ano	Temporário	Pedagógico	Pedagogia (L)
S14	48	2º Ano	Efetivo	Pedagógico	Pedagogia (L)

Legenda:

(L) – Licenciatura concluída; (B) – Bacharelado concluído; (LA) – Licenciatura em andamento

Fonte: Elaborada pelo autor

A tabela 7 evidencia que se trata de grupo heterogêneo quanto aos parâmetros destacados. A idade das professoras é variada, uma vez que registra desde professores com 23 anos de idade até com mais que o dobro dessa idade, isto é, com 55 anos. Essa dispersão indica que tais sujeitos podem ser classificados como pertencentes a diferentes gerações no que diz respeito ao uso da tecnologia, elemento que tem destaque neste trabalho. Tal dado remete às considerações de Prensky (2001) e Palfrey e Gasser (2011), no que diz respeito à disposição para interação que pessoas de diferentes gerações possuem com as tecnologias, distinguindo os sujeitos caracterizados entre nativos e imigrantes digitais.

Esses autores *designam* como nativos digitais, pessoas que nasceram e cresceram após as tecnologias digitais já estarem difundidas na sociedade, sendo aplicadas em diversos ramos das atividades humanas. Essa população manifesta fluência no trato com recursos digitais e, além disso, pensa e processa informações de forma diferente das pessoas de gerações anteriores. Tais gerações anteriores são denominadas imigrantes digitais, pois são pessoas que “[...] não nasceram digitais e que não vivem uma vida digital de maneira substancial, mas estão encontrando seu caminho no mundo digital” (PALFREY; GASSER, 2011, p. 45).

Se, conforme demarcado por Prensky (2001), considera-se como nativos digitais aqueles nascidos de meados da década de 1980 em diante, percebe-se que apenas 8 dos 14

sujeitos representam tal categoria nesta pesquisa. Uma vez que 06 professoras se encontram com mais de 35 anos de idade, a presença de imigrantes digitais é elevada, revelando um grupo em que quase metade das pessoas não apresenta, necessariamente, o potencial de habilidades que poderiam estar presentes entre nativos digitais. Além disso, deve-se considerar que o contexto onde tais sujeitos estão inseridos pode se mostrar restritivo quanto ao acesso e a identificação com culturas tecnológicas, o que traria resistências às mudanças em práticas de ensino consolidadas entre os mesmos. Em outros termos, além do fator idade, deve-se ter em vista que o uso de tecnologias se altera conforme as práticas culturais em que os sujeitos estão inseridos. Assim, mesmo nativos digitais podem se configurar como imigrantes em práticas específicas (MAIA, 2016).

Essa realidade é frequente em diversas sociedades, particularmente em países de economia emergente, como o Brasil, onde a industrialização e a popularização das Tecnologias Digitais só vieram a se desenvolver a partir da década de 1990. Nesse sentido, Almeida e Valente (2011) discutem que as políticas de formação de professores, considerando a mudança no perfil desses profissionais, têm se deslocado quanto ao caráter instrumental do uso das tecnologias dando ênfase maior às possibilidades de sua aplicação pedagógica. Corroborando tais transformações, a UNESCO (2012, p. 105), caracteriza que, crescentemente, se estabelece a composição de um novo mercado de trabalho o qual:

Se, por um lado, os nativos digitais possuem grande domínio das tecnologias, por outro, em sua maioria, precisam de mais foco no alcance da eficácia de suas funções. Da mesma forma, se, por um lado, em relação aos avanços tecnológicos, os imigrantes digitais agem de forma reativa, por outro são os maiores responsáveis pela geração de inovações e melhorias para produtos e serviços

Essa caracterização dos professores favorece interpretação melhor contextualizada, quanto aos aspectos de valorização de tecnologias no favorecimento dessas inovações que se possam implementar, considerando-se ainda o nível de ensino com o qual se ocupam. Levando-se em consideração que a TPACK tem como um de seus pilares o conhecimento tecnológico, a desenvoltura dos professores nessa área é fundamental.

Quanto ao ano escolar de atuação das professoras, cumpre lembrar que a presença exclusiva de docentes do 2º e 5º ano decorreu de escolha e indicação por parte da Secretaria Municipal de Educação do Município. Foram indicados 7 profissionais de cada um desses anos escolares. S2 e S14, formadoras pedagógicas da instituição, durante a fase de planejamento da pesquisa, afirmaram ser conveniente o trabalho junto a esse público, uma vez

que se atenderiam às turmas que seriam submetidas às avaliações de larga escala – SPAECE-Alfa e Provinha Brasil (COSTA *et al.*, 2018).

Suas considerações remetem à importância que essas avaliações assumiram como referenciais para o direcionamento das ações formativas, como apontam Gatti, Barreto e André (2011). Por outro lado questiona-se, com base em Fanizzi e Santos (2015), essa priorização nas políticas públicas de formação continuada desse público. Os autores questionam se as escolhas buscam a melhoria do ensino e da aprendizagem ou a elevação dos índices de desempenho dos alunos nas avaliações externas, lembrando que não há uma direta relação causal entre tais ocorrências. Eles consideram ainda que “[...] a lógica de instrumentalizar o professor para ensinar melhor de modo que o aluno realmente aprenda é diferente da lógica de lhe oferecer condições para que ele prepare seus alunos no enfrentamento das avaliações externas” (FANIZZI; SANTOS, 2015, p. 09).

Nesse sentido, pontua-se que mesmo quando interessados no desempenho dos alunos nesse tipo de avaliação, os agentes responsáveis devem dar maior relevância ao ensino e à aprendizagem promovidos, fato frequentemente desconsiderado. Apesar dessa consideração, tal definição de sujeitos favoreceu a oportunidade de se trabalhar na pesquisa com profissionais cujo campo de atuação se mostrou bem delimitado, considerando os diferentes anos escolares de atuação profissional. A distinção entre os grupos de docentes possibilitou diferenciar a percepção de conhecimentos das professoras, marcadamente o pedagógico (PK) e o pedagógico do conteúdo (PCK), conforme apresenta-se, posteriormente.

Outra característica investigada é a que diz respeito ao tipo de vínculo que essas profissionais estabelecem com o município. Esse vínculo institucional das professoras – efetivo ou temporário – foi considerado relevante por se tratar de parâmetro que pode auxiliar na percepção sobre a formação dos quadros da rede municipal. Oferecer formação continuada para professores com vínculo precário pode significar para o município, investimento que pode não lhe trazer benefícios, pensando-se em política de médio e longo prazos. O professor com vínculo precário pode afastar-se ou ser afastado da rede com mais facilidade que aqueles que já têm estabelecido o vínculo efetivo. Huberman (2015) alerta para a necessidade de investimentos para a constituição de quadros permanentes de pessoal. Desse modo institucionalizam-se os conhecimentos oferecidos nos processos formativos para que possam se constituir e circular de modo mais consistente nas escolas e no sistema educacional como um todo. Como é possível verificar na tabela 7, acima, apenas 4 das docentes têm

vínculo efetivo. Se considerarmos o 5º ano, aquele em que se fecha o ciclo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, apenas uma professora encontra-se nessa situação. Os processos formativos de natureza continuada, destacadamente os que têm sido implementados com a implantação do SPAECE-Alfa, correm o risco de não surtirem os resultados recomendados por Huberman (2015), no que ele denomina de “ciclo de vida profissional”, sendo desperdiçados com a saída de professores temporários da rede.

Três (03) professoras registraram, durante a formação, que as condições políticas na região têm provocado instabilidade funcional para as professoras e que isso interfere no encaminhamento de suas decisões quanto a carreira. Segundo uma dessas professoras:

[...] há muita rotatividade e interferência política pelo fato de haver indicação e não concurso para contratar as professoras. Aí a gente fica sem saber se os professores que estão aqui hoje vão continuar no ano que vem (S14)

O fato destacado quanto a esse aspecto é que dez (10) das professoras em questão, possuem vínculo profissional do tipo temporário. Seki *et al.* (2017, p. 4) afirmam que trata-se de profissionais que, por ação do poder público, estão sujeitos a um “[...] excessivo número de aulas; salários baixos e mesmo menores que os dos efetivos; aulas em várias escolas; disciplinas diferentes para o mesmo professor; conjugação de trabalho efetivo e temporário; outros trabalhos para complementar a renda, entre múltiplos desdobramentos pedagógicos e políticos”. Ademais, a rotatividade desses profissionais se torna mais grave quando eles sequer apresentam a devida formação inicial, conforme se passa a discutir.

A formação de nível médio dos professores indica que apenas 6 deles têm a formação no curso pedagógico, o que os habilitaria, mesmo que em caráter precário, para atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Conforme a LDB esse nível de ensino é admissível:

Art. 62. A formação de docentes para atuar na Educação Básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura plena, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na Educação Infantil e nos cinco primeiros anos do Ensino Fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade normal (BRASIL, 1996a).

Os professores que têm nível médio científico são 8. Desses, 3 cursaram a licenciatura em pedagogia, o que efetivamente os habilita para atuação na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, superando aquilo que a lei denomina formação mínima. Entretanto, 3 não têm formação superior, 1 é licenciado em matemática, e 1 é bacharel em humanidades. Assim, pode-se perceber que, do quadro docente participante da pesquisa,

apenas 9 estão dentro do que recomenda a legislação em vigor. Se analisarmos ainda a relação desses profissionais com a situação de vínculo, percebemos que dentre os 9 com formação regular, 6 têm vínculo temporário.

Convém ressaltar que a variedade no perfil de formação inicial das professoras que participaram da pesquisa acompanha as diferentes exigências de formação determinadas nos documentos que regem a educação nacional. Em sua publicação original, a LDB estipulou prazo de dez anos para que todos os professores fossem habilitados em nível superior, em sua admissão (BRASIL, 1996a), prazo esgotado em 2007. Antes de findo o prazo previsto, entretanto, o Plano Nacional de Educação (PNE) 2001-2010 estipulou metas sobre o tema, prevendo que, a partir de 2001 o Estado deveria:

17. Garantir que, no prazo de 5 anos, todos os professores em exercício na Educação Infantil e nas quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, inclusive nas modalidades de educação especial e de jovens e adultos, possuam, no mínimo, habilitação de nível médio (modalidade normal), específica e adequada às características e necessidades de aprendizagem dos alunos.

18. Garantir, por meio de um programa conjunto da União, dos Estados e Municípios, que, no prazo de dez anos, 70% dos professores de Educação Infantil e de Ensino Fundamental (em todas as modalidades) possuam formação específica de nível superior, de licenciatura plena em instituições qualificadas (BRASIL, 2001)

Constata-se que o PNE ampliou o prazo estabelecido pela LDB, por mais quatro anos e definiu apenas percentual de 70% de qualificação em nível superior para os professores desses anos escolares. Para o Brasil, constata-se que em 2012, em relação aos professores dos anos iniciais a meta não foi atingida por percentual mínimo, pois 68,2% deles estavam graduados em nível superior. Já com relação àqueles que atuam na Educação Infantil, apenas 56,9 conseguiram tal formação, conforme dados do resumo técnico do Censo da Educação Básica 2011 (INEP, 2012) exibidos nos gráficos da figura 25, a seguir:

Figura 25 - Percentuais por grau de formação na E.I e anos iniciais do E.F em 2011

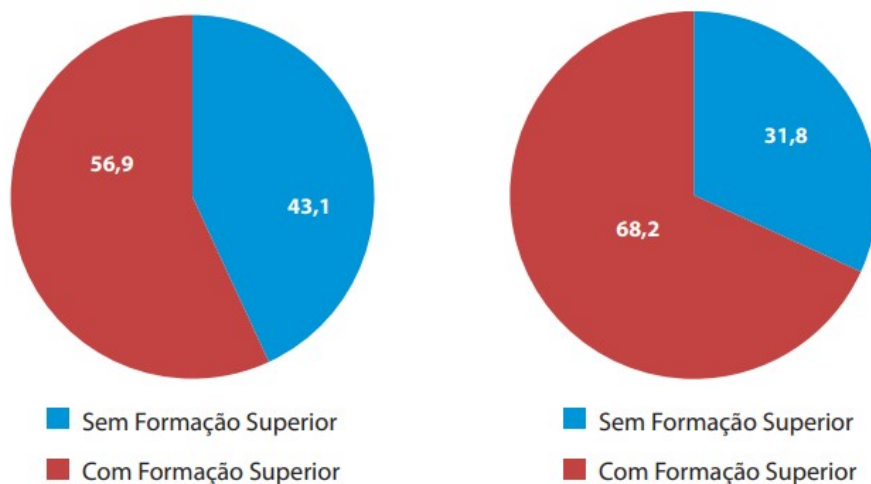


Gráfico 22 – Percentual de Docentes na Educação Infantil por Grau de Formação – Brasil – 2011

Fonte: MEC/Inep/Deed.

Gráfico 23 – Percentual de Docentes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental por Grau de Formação Brasil – 2011

Fonte: MEC/Inep/Deed.

Fonte: INEP (2012, p. 37)

Tais dados, entretanto, não resultaram na criação de estratégias capazes de enfrentar a complexidade da necessária elevação de formação inicial dos professores. Ao contrário, a pressão de prefeitos e governadores resultou na promulgação da lei 12.796, de 2013 (BRASIL, 2013a) que determinou a revogação do parágrafo 4º do artigo 87 da LDB onde determinava-se que “[...] até o fim da Década da Educação somente serão admitidos professores habilitados em nível superior ou formados por treinamento em serviço” (BRASIL, 1996a).

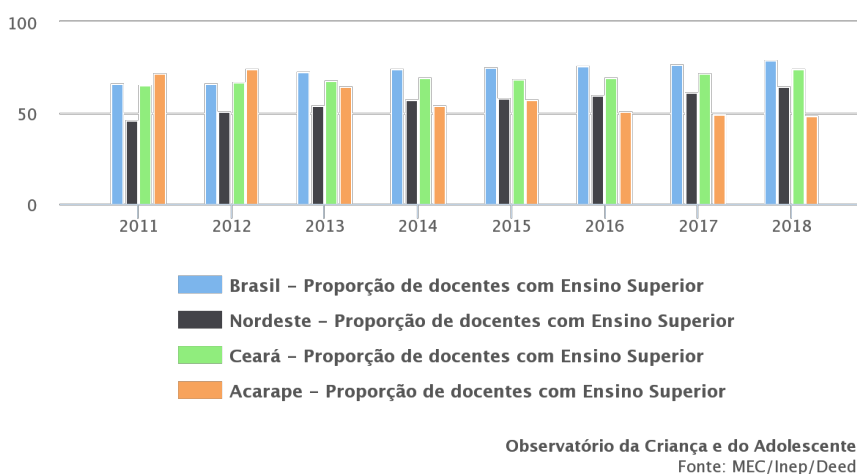
Prevaleceu a compreensão de que “[...] diante da significativa expansão de vagas na Educação Infantil, **a exigência de formação em nível superior para essa etapa, no curto prazo apresentado pela medida**, atinge sobremaneira as redes municipais de ensino, sem a devida análise de viabilidade de absorção desse impacto” (BRASIL, 2013b, p. 1, grifo nosso). Argumentava-se que os dezessete anos decorridos desde a promulgação da LDB foram insuficientes para a implementação da medida. Desde 2013, então, a legislação retirou dos municípios a pressão relativa à formação em nível superior desses professores, fazendo recair exclusivamente sobre os mesmos tal responsabilidade.

Apresentar formação de nível superior passou a se caracterizar como um diferencial entre os docentes interessados na atuação escolar, “[...] levando a que os trabalhadores competissem pela venda de sua força de trabalho” (SEKI *et al.*, 2017, p. 12). Verifica-se, então, a ocorrência de docentes que buscam formação como algo para assegurar-lhes competitividade em um sistema com ênfase na classificação por títulos e não como uma estratégia de habilitação para o mundo trabalho.

Essa interpretação mostra-se ainda mais consistente quando confrontados dados oriundos do censo escolar, fornecidos pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) (BRASIL, 2018). Percebe-se redução do percentual de professores formados em nível superior, no município de Acarape, desde 2013, quando se promulgou a lei 12.796, de 2013 (BRASIL, 2013a), conforme pode ser visto na figura 26, a seguir:

Figura 26 - Docentes no E.F com E.S. completo, por domínio administrativo

Proporção de docentes nos anos iniciais do Ensino Fundamental com Ensino Superior completo segundo localização (urbana e rural)



Fonte: BRASIL (2018)

A imagem acima permite visualizar o quanto o número de docentes com nível superior do município de Acarape regrediu desde 2013, ano da alteração quanto a exigência de formação em nível superior dos professores. Observe-se que antes desse ano, o município apresentava mais professores graduados do que o Brasil, o Nordeste e o Ceará.

De modo a ilustrar o quadro dos docentes que atuam no município, dentre os sujeitos da pesquisa, percebe-se a busca por formação em nível superior daqueles que não possuem nível médio pedagógico. Tendo-se em vista que cinco (05) dessas professoras, portanto mais de um terço dos sujeitos, ingressaram na docência sem terem realizado o curso de nível médio pedagógico, é revelador o movimento empreendido pelas docentes, no sentido de buscar formação superior, em seus itinerários de formação.

Até a realização da formação empreendida para a realização desta tese, S02 mesmo licenciada em Matemática, cursava Pedagogia na modalidade de Educação a Distância (EAD) em uma instituição privada com certificação em parceria com a Universidade Estadual Vale do Acaraú (UVA), buscando qualificação adequada à atuação nos anos iniciais. Registre-se que o esforço dessa professora independia da busca pela estabilidade profissional, visto que se trata de uma professora efetiva. No mesmo período, S03, S06 e S07 também buscaram realizar licenciaturas em Pedagogia. S03 e S07 cursavam, respectivamente, pedagogia na modalidade EAD na Centro Universitário Inta (UNINTA) e na Universidade Brasil. S06 buscou curso de pedagogia presencial na UNILAB. Diferentemente de S02, essas professoras, tinham vínculo temporário junto ao município, o que poderia implicar em seu desligamento das funções docentes, por não terem qualificação adequada. S10 buscou qualificação superior no curso de letras. Nota-se, portanto, que S10, mesmo depois que venha a concluir a graduação, ainda não estará habilitada para atuar junto as turmas que assumia naquele momento, uma vez que a licenciatura buscada a habilitará para atuação nos anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Entre essas cinco professoras, percebe-se fragilidade quanto a formação inicial. Apesar disso, é notável o esforço em tentar superar por conta própria, inclusive recorrendo a cursos a distância em instituições privadas, maior qualificação. Além disso, ressalta-se que a formação das professoras S02, S03 e S07 permite vislumbrar a presença de experiências de integração de elementos de tecnologias em sua formação, uma vez que são alunas de cursos na modalidade EAD, em que o uso dessas tecnologias se faz imprescindível.

Para compreender as características de integração de tecnologias, é oportuno considerar além da formação inicial, o tempo em que atuam na docência. Tais elementos permitem situar historicamente as influências recebidas, tendo como referência, também, as trajetórias que a Educação Matemática estabeleceu no Brasil (PASSOS; NACARATO, 2018). A tabela 8, a seguir, mostra tempo de formação e de atuação das professoras.

Tabela 8 - Sujeitos por tempo de conclusão de etapas de ensino e tempo de atuação

Sujeito	Tempo Conclusão Ensino Médio	Tempo Conclusão Graduação	Tempo Docência	Tempo Docência Acarape
S01	13(C)	2(P)	11	4
S02	16(C)	9 (NP)	14	6
S03	15(C)		11	3
S04	26(P)	13(P)	26	20
S05	27(P)	13(P)	26	21
S06	7(C)	1(NP)	3	3
S07	6(C)		3	3
S08	15(C)	4(P)	12	12
S09	37(P)	18(P)	24	2
S10	16(C)		10	2
S11	23(P)	7(NP)	18	7
S12	13(C)	1(P)	3	3
S13	22(P)	4(P)	28	28
S14	30(P)	18(P)	28	24

Legenda: (C) – Científico; (P) – Pedagógico/Pedagogia; (NP) – Não Pedagógica

Fonte: Elaborada pelo autor

A tabela 8 evidencia que o grupo de professores, que já se mostrou variado quanto a formação dos sujeitos apresenta, ainda, outras diferenciações quanto as fases em que se encontram na carreira, conforme classifica Huberman (2015). O autor divide a carreira docente em 5 fases: Entrada, Estabilização, Diversificação, Serenidade, Desinvestimento.

A fase de entrada é composta por dois estágios “sobrevivência” e “descoberta” e compreende os 3 primeiros anos de ensino. Nela encontram-se S06, S07 e S12. No estágio de “sobrevivência”, destacam-se elementos de confrontação com a complexidade da atuação profissional. No estágio de “descoberta” manifesta-se o entusiasmo inicial, a experimentação e a exaltação pelo fato de o professor sentir-se integrado a um corpo profissional. Segundo Huberman (2015, p. 39) “[...] a literatura empírica indica que os dois aspectos, o da sobrevivência e o da descoberta, são vividos em paralelo e é o segundo aspecto que permite aguentar o primeiro”. Assim, a participação de professores em processos de formação continuada podem potencializar a busca por elementos de inovação e mudanças da prática que os colegas de outras fases demonstram. Corresponde, portanto, às possibilidades de aproveitamento de oportunidades como aquelas que podem decorrer da utilização das tecnologias em suas práticas docentes ou mesmo para que partam para novas abordagens sobre conteúdos curriculares.

A segunda fase da carreira – de 4 a 6 anos – é a de estabilização no ensino. Ela envolve, simultaneamente, uma escolha subjetiva do sujeito pela carreira e a expectativa de um ato administrativo de nomeação oficial. Nesta fase destaca-se um sentimento de

competência pedagógica que se manifesta em consolidação amadurecida, tanto pessoal quanto institucionalmente. Não havia, entre os sujeitos pesquisados, nenhuma professora que estivesse incluída nessa fase. Tal quadro, eventualmente, pode estar relacionado às configurações adotadas no município para a contratação e formação de pessoal.

Entre 7 e 25 anos de atuação profissional, está a fase de Diversificação. Essa fase possui múltiplas facetas mas, em termos gerais é caracterizada pelo questionamento quanto ao balanço da vida profissional e a busca por novos estímulos, novas ideias e novos compromissos. Essa é fase em que se encontra o maior número de professoras – S01, S02, S03, S08, S09, S10, S11 – agregando metade das professoras do grupo em formação. Uma vez que o “pôr-se em questão” mencionado por Huberman (2015) é o traço característico dessa fase, o autor esclarece não haver consciência muito clara, por parte dos professores, quanto ao tipo de diversificação ou sobre o que está a ser posto em questão. Nessa etapa os professores se mostram abertos às experiências que possam ser percebidas como significativamente inovadoras.

Com efeito, trata-se de uma fase em que as tecnologias podem vir a oferecer outras abordagens aos aspectos desagradáveis das tarefas docentes ou, ainda às condições que as professoras enfrentam no trabalho docente como um todo. Esses docentes vivenciaram a docência em redes distintas da de Acarape, com exceção de S08. Portanto, nessa fase da carreira docente, é possível que a reflexão sobre o uso de tecnologias no ensino traga o contato entre culturas e objetivos distintos daqueles que estão estabelecidos no município.

Na fase de Serenidade se encontram 4 docentes: S04, S05, S13 e S14. Essa fase se caracteriza pela serenidade em situação de sala de aula, logo representa período em que os docentes estão menos vulneráveis às avaliações de outros colegas de atividade, entre os 25-35 anos de atuação profissional. São docentes com maior estabilidade na região, pois todos eles vivenciaram, no mínimo, 80% de suas carreiras na rede municipal de Acarape. Nesse grupo, a docente S13, embora já sendo classificado por Huberman (2015) como pertencente ao grupo da Serenidade, não tem vínculo efetivo com o Município, conforme a tabela 7.

Tal característica, apesar de destoar das outras três professoras, pode ter diversas justificativas que não caberiam maiores investigações neste estudo. O mais significativo para esta caracterização são as possíveis motivações e as contribuições que cada uma dessas docentes, em suas distintas fases de desenvolvimento profissional, podem representar para o

aproveitamento do grupo quanto à reflexão sobre o uso de tecnologias no contexto do ensino de Matemática. As professoras desse grupo, portanto, são aquelas que poderão melhor apontar como se constitui e se modifica a cultura escolar no município e, inclusive, apontar os principais aspectos a observar quanto ao objetivo de se promoverem modificações nas estratégias escolares.

Cumprе ressaltar, ainda, que no grupo não havia professores que se encontrassem na fase de “desinvestimento”. São professores entre 35-40 anos de prática docente e que partem para momento de desligamento das suas atividades, no aguardo da saída da profissão.

Apresentadas tais considerações, é oportuno salientar que esse grupo tão heterogêneo, conforme demonstrado, serviu de contexto à compreensão quanto ao desenvolvimento de conhecimentos relacionados ao ensino do Campo Multiplicativo com apoio de tecnologias digitais. Portanto, as análises a seguir pretendem favorecer à reflexão sobre as potencialidades e limitações materializadas no decorrer da pesquisa de campo, de modo que a interpretação do que se pôde registrar e analisar venha lançar luzes sobre o desenvolvimento de ações formativas capazes de atender aos anseios relacionados à elevação da aprendizagem no município.

A análise empreendida se desenvolverá a partir dos registros sobre os conhecimentos de conteúdo, tecnológicos e pedagógicos das professoras e serão detalhados, cada um deles, em uma das três próximas subseções. Ressalta-se que aqui foram analisados cada um dos três domínios de conhecimento em separado, por opção metodológica. A realização das atividades e o desenvolvimento dos conhecimentos, quando houve, ocorreu, efetivamente, de maneira articulada, uma vez que a TPACK aponta para o fato de que esses são domínios indissociáveis.

4.2 Conhecimentos de conteúdo do Campo Multiplicativo

Nesta pesquisa, buscou-se como um dos objetivos específicos, o Mapeamento dos conhecimentos docentes sobre o Campo Multiplicativo. A presente subseção se dedica a analisar os conhecimentos de conteúdo manifestados pelos professores, durante o período de formação, logo, conforme *designado* no quadro teórico do TPACK, ao domínio de CK - *Content Knowledge* (Conhecimento de conteúdo). Para tanto são apresentados elementos que

favorecem a percepção do conhecimento dos sujeitos da pesquisa sobre o assunto curricular delimitado, isto é o Campo Conceitual Multiplicativo.

Conforme discutido, tal conhecimento compreende a manifestação, por parte dos professores, de conhecimentos sobre os principais fatos e conceitos dentro do Campo Multiplicativo e as relações entre eles. Em outros termos, CK envolve a compreensão das estruturas, perguntas e processos relacionados ao trabalho com as situações do Campo Multiplicativo por parte dos docentes. É oportuno destacar que o conhecimento é um fenômeno complexo e sempre sujeito a modificações por toda a existência dos sujeitos em diferentes situações vivenciadas (KOEHLER; MISHRA, 2009; SHULMAN, 1987; VERGNAUD, 1997).

Do exposto, a análise empreendida visa fornecer elementos para a compreensão sobre como tais conhecimentos encontram-se estruturados pelos sujeitos da pesquisa e as modificações que apresentaram, mediante as atividades vivenciadas ao longo da formação oferecida. Foram consideradas as seguintes categorias analíticas³⁵: situações do Campo Conceitual Multiplicativo; e representações das situações (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016).

Quanto as categorias empíricas buscou-se analisar: as estratégias utilizadas no processo de resolução das situações; incidência de acerto/erro em cada situação. O instrumento de coleta de dados para compreensão diagnóstica do conhecimento de conteúdo foi o Anexo B – Questionário de resolução de problemas. A análise desses dados permitiu adaptações às ações do curso, uma vez que foram aplicados no início do primeiro encontro com as professoras, e a reflexão em conjunto com as professoras por meio das vivências experimentadas.

4.2.1 Desempenho na resolução de situações-problema

Feitas tais considerações, passa-se a discutir o desempenho das professoras nas atividades que foram propostas para diagnóstico acerca do conhecimento de conteúdo

³⁵ Categorias analíticas são aquelas que retêm historicamente as relações sociais fundamentais e podem ser consideradas balizas para o conhecimento do objeto nos seus aspectos gerais. Elas mesmas comportam vários graus de abstração, generalização e de aproximação. Elas diferem das categorias empíricas, que são aquelas construídas com finalidade operacional, visando ao trabalho de campo (a fase empírica) ou a partir do trabalho de campo. Elas têm a propriedade de conseguir apreender as determinações e as especificidades que se expressam na realidade empírica (MINAYO, 2010, p. 194)

(CK) do Campo Multiplicativo. Trata-se de um conjunto com 13 problemas³⁶ proposto aos 14 sujeitos. Portanto, foram analisadas as resoluções de 182 questões, considerando as categorias: incidência de acerto/erro; representações; e estratégias utilizadas no processo de resolução dessas situações. Inicialmente, são apresentados os dados de desempenho geral relativo à incidência de acerto/erro entre os sujeitos, conforme a tabela 9 a seguir:

Tabela 9 - Desempenho geral dos sujeitos por ano de atuação

SUJEITO	ANO	DESEMPENHO GERAL (DG)		
		CORRETO (C)	INCORRETO (I)	BRANCO (B)
S14	2º Ano	11	1	1
S09	2º Ano	10	3	0
S07	2º Ano	9	4	0
S12	2º Ano	7	5	1
S13	2º Ano	6	7	0
S04	2º Ano	5	8	0
S05	2º Ano	5	8	0
Sub Total 2º Ano		53	36	2
S02	5º Ano	11	1	1
S01	5º Ano	9	4	0
S03	5º Ano	9	3	1
S10	5º Ano	9	3	1
S11	5º Ano	9	3	1
S06	5º Ano	8	5	0
S08	5º Ano	7	4	2
Sub Total 5º Ano		62	23	6
TOTAL		115	59	8
TOTAL (%)		63,2	32,4	4,4

Fonte: Elaborada pelo autor

Entre as professoras, observaram-se 115 respostas corretas, ou 63,2% dos 182 problemas propostos. Foram apresentadas 59 (32,4%) respostas incorretas e 8 (4,4%) respostas em branco. Logo, no desempenho geral, 36,8% dos itens não foram resolvidos corretamente pelos sujeitos da pesquisa. Tal desempenho aproxima-se do que foi observado em alunos do 9º ano, conforme o estudo estatístico apresentado por Santana, Cazorla e Santos (2019) que se debruçou sobre dados de 3906 estudantes, identificando que os sujeitos não superaram os 60% de acerto.

O quadro do desempenho geral permite perceber que os dois grupos de professoras (2º e 5º ano) se mostram distintos quanto ao acerto nas questões, visto que o grupo do 2º ano teve acerto 17% menor que o do 5º ano. Percebe-se também que a quantidade de questões resolvidas incorretamente foi o elemento que se destacou como diferenciador

³⁶ Foi adotado nesta pesquisa o instrumento desenvolvido pela Rede de pesquisa OBEDUC/E-Mult (2013-2017).

entre os professores que atuam em anos diferentes, tendo o grupo dos professores do 2º ano registrado um maior índice a esse respeito: 36 questões respondidas incorretamente. Entretanto, o grupo do 5º ano deixou o triplo de questões em branco em relação ao do 2º ano, o que pode indicar que as primeiras tenham mais medo de cometer erros, quanto ao problemas do C.M., do que as últimas.

Tratando-se das respostas corretas as professoras do 2º ano mostraram maior amplitude quanto ao número de acertos que os do 5º ano. Entre as professoras do 2º ano os sujeitos responderam corretamente entre 5 e 11 questões enquanto os do 5º ano se concentraram entre 7 e 11 questões corretas. Entretanto, as professoras do 2º ano formaram dois grupos diferentes. Das professoras desse ano, quatro sujeitos, S07, S09, S12 e S14, apresentaram entre 7 e 11 questões corretas e as outras três professoras, S04, S05 e S13, responderam corretamente menos da metade das questões do instrumento. No grupo do 5º ano, todos os professores responderam corretamente a mais de metade das questões do Campo Multiplicativo, o que destaca a concentração do conjunto de resposta corretas, conforme o ano de atuação. Nesse grupo do 5º ano, a maioria dos sujeitos apresentou 9 respostas corretas, ou seja, um conjunto de professoras que responderam corretamente a 70% dos itens resolvidos.

Em termos de estatística descritiva, os grupos foram caracterizados conforme os seguintes elementos do quantitativo de respostas corretas: média, mediana, moda e desvio padrão. Tais elementos reafirmaram a percepção sobre a heterogeneidade entre os grupos, considerando o desempenho geral nas respostas corretas e a variabilidade entre os sujeitos que compõem os grupos. A disparidade entre média (7,6), mediana (7,0) e moda (5,0) no grupo do 2º ano implica em elevado valor de desvio padrão (2,4), isso significa que o grupo, além de diferenciar-se em desempenho do grupo do 5º ano, também se mostra diverso internamente quanto a essa característica. O grupo do 5º ano, inversamente, se mostra mais homogêneo internamente, demonstrando proximidade entre média (8,9), mediana (9,0) e moda (9,0) obtidas, com desvio padrão 1,2. Pode-se inferir que o desempenho mais alto do grupo do 5º ano esteja relacionado ao fato de tal grupo ter maior vivência com o Campo Multiplicativo em sua prática docente.

A variedade de situações resolvidas revelou distinção entre as professoras. Considerando-se que o questionário apresentado contemplava todos os eixos componentes do C.M., exceto proporção dupla e proporção múltipla, analisou-se o desempenho conforme os eixos a que correspondiam as situações apresentadas. Tal variedade é apresentada conforme

os eixos de classificação propostos por Magina, Merlini e Santos (2016). Na figura 27, são apresentados os dados quantitativos das respostas corretas (C), incorretas (I) e em branco (B) do total de respostas fornecidas pelas professoras, discriminando-se questão a questão:

Figura 27 - Síntese quantitativa de respostas ao instrumento diagnóstico

REL.	EIXO	CLASSE	SIT.	ENUNCIADO	RESP.		
					C	I	B
QUATERNÁRIA	PROPORÇÃO SIMPLES	UPM	Q01	Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?	14	0	0
		UPM	Q04	A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?	10	3	1
		UPM	Q08	Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?	12	2	0
		MPM	Q03	Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?	11	1	2
		MPM	Q06	Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?	5	8	1
		MPM	Q12	Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno ganha 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?	9	5	0
TERNÁRIA	COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA	REF. DESC.	Q2	A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?	14	0	0
		REL. DESC.	Q10	Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?	4	10	0
		REF. DESC.	Q13	Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?	2	10	2
	PRODUTO DE MEDIDA	CONF. RET.	Q05	Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?	13	0	1
			Q07	A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m ² . A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?	2	12	0
		COMB.	Q09	A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?	9	5	0
			Q11	Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?	10	3	1

Fonte: Adaptado pelo autor a partir de Santana, Cazorla e Santos (2019, p.156)

A figura mostra, entre as questões de relação quaternária, eixo proporção simples, 61 respostas corretas, dentre as 84 possíveis, correspondendo a 72,6%. As incorretas foram 19 (23%) e aquelas deixadas em branco foram 4 (4,4%). Já em relação a ternárias, tem-se 54 corretas, dentre as 98 possíveis, o que indica êxito em 59,3% das questões; 40 incorretas (40,8%) e 4 questões em branco (4%). Examinando por eixos, percebe-se que no eixo comparação multiplicativa houve 20 respostas corretas, atingindo percentual de 47,6%, enquanto as 20 questões respondidas incorretamente e as 02 em branco, juntas, resultaram no patamar de 52,4% das questões desse eixo. Finalmente, o eixo Produto de Medidas teve 34 (60,7%) respostas corretas, frente a 20 questões com resposta incorreta (35,7%) e 02 em branco (3,6%).

Tal resultado reforça o que Vergnaud (1996, p.174) aponta quanto a relativa facilidade para resolução de problemas quaternários, ao afirmar que “as relações de base mais simples não são as ternárias, mas quaternárias, porque os problemas mais simples de multiplicação e de divisão implicam a proporção simples de duas variáveis, uma relativamente à outra”. Portanto, os professores demonstraram melhor desempenho em questões de menor complexidade dentre as relações desse campo.

Estabeleceu-se ainda relação entre o resultado de desempenho das professoras com os dados apresentados por Santana, Cazorla e Santos (2019), de desempenho de estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental. Enquanto os estudantes alcançaram nas situações de Relações Quaternárias e Ternárias 63,1% e 48,6% de acerto, respectivamente, as professoras apresentaram 72,6% em quaternárias e 59,3 nas ternárias. A diferença de desempenho entre o grupo de estudantes e o de professores gira em torno de 10%, o que não se mostra suficiente para assegurar os elementos necessários à docência. Esse índice de distinção entre as professoras e os alunos concludentes do Ensino Fundamental, indica que a tripla função do professor destacada por Vergnaud (2009c) – proposição de situações, suporte em dificuldades e avaliação – tende a não ser executada adequadamente por esses profissionais.

O desempenho individual dos sujeitos, considerando a classificação das questões por eixo, pode ser visto na tabela 10, a seguir:

Tabela 10 - Desempenho geral dos sujeitos por ano e respostas por situação

SUJEITO	ANO	DG	RELAÇÕES QUATERNÁRIAS			RELAÇÕES TERNÁRIAS					
			PROPORÇÃO SIMPLES			COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA			PRODUTO DE MEDIDA		
			C	I	B	C	I	B	C	I	B
S14	2º Ano	11	6	0	0	1	1	1	4	0	0
S09	2º Ano	10	4	2	0	3	0	0	3	1	0
S07	2º Ano	8	5	1	0	1	2	0	2	2	0
S12	2º Ano	7	5	1	0	1	2	0	1	2	1
S13	2º Ano	6	3	3	0	1	2	0	2	2	0
S04	2º Ano	5	2	4	0	2	1	0	1	3	0
S05	2º Ano	5	2	4	0	2	1	0	1	3	0
Subtotal 2º ano			27	15	0	11	9	1	14	13	1
S02	5º Ano	11	6	0	0	1	1	1	4	0	0
S01	5º Ano	9	5	1	0	2	1	0	2	2	0
S03	5º Ano	9	5	0	1	1	2	0	3	1	0
S10	5º Ano	9	5	0	1	1	2	0	3	1	0
S11	5º Ano	9	4	1	1	2	1	0	3	1	0
S06	5º Ano	9	5	1	0	1	2	0	3	1	0
S08	5º Ano	7	4	1	1	1	2	0	2	1	1
Subtotal 5º ano			34	4	4	9	11	1	20	7	1
Total			61	19	4	20	20	2	34	20	2
Total (%)			72,6	22,6	4,8	47,6	47,6	4,8	60,7	35,7	3,6

Legenda:

DG: Desempenho Geral; C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco

Fonte: Elaborada pelo autor

Percebe-se na tabela que nenhum dos sujeitos obteve êxito em todas as 13 questões do questionário, apresentando-se desempenho máximo de 11 questões corretas. Os melhores resultados foram atingidos por S14 e S02, ambas técnicas da equipe pedagógica da SME, participantes regularmente de processos formativos oferecidos pela instituição. O desempenho dessas professoras é quantitativamente idêntico, inclusive quando se considera cada um dos eixos. Elas foram as únicas que obtiveram êxito em todas as questões dos eixos proporção simples e produto de medidas, apresentando erros no eixo comparação multiplicativa. As professoras de menor desempenho no segundo ano (S04 e S05) também tiveram idêntico desempenho entre si, não atingindo 40% de acerto. S09 foi a única professora que obteve êxito em todas as questões de comparação multiplicativa

Em relação aos sub-grupos, percebe-se que o desempenho das professoras do 5º ano foi maior que as do 2º ano, nos eixos proporção simples e produto de medidas, enquanto no eixo comparação multiplicativa, essa situação se inverteu, passando a 9 questões corretas no 5º ano e 11 questões corretas para o grupo do 2º ano. É possível constatar que a amplitude

do quantitativo de respostas corretas entre os sujeitos do 2º ano é significativamente mais elevada que as dos sujeitos do 5º ano. No eixo Proporção Simples, a amplitude é 4,0 contra 1,0; No de Comparação Multiplicativa 2,0 contra 1,0; Produto de Medida é 3,0 contra 1,0. Pode-se afirmar a partir desses dados que entre os sujeitos do 2º ano, existe um grupo com número de respostas baixo: S04 e S05, com apenas 05 acertos; com número de respostas mediano: S07, S12 e S13 com 6, 7 e 8 acertos, respectivamente; e com número de respostas alto: S09 e S14 com 10 e 11 questões corretas, nessa ordem. Já entre os professores do 5º ano, tal variação é menor, visto que o sujeito com menor desempenho, S08, apresentou 7 respostas corretas; os de desempenho mediano apresentaram 9 questões corretas, foram S01, S02, S10, S11 e S06; e os de alto desempenho resolveram corretamente 11 questões: S08 e S02.

É necessário destacar a homogeneidade entre os sujeitos do 5º ano. Cinco dentre os sete sujeitos que atuam nesse ano, apresentaram desempenho de aproximadamente 70% de respostas corretas. Tal resultado pode advir da própria atuação das professoras no 5º ano, talvez pela necessária interação com os livros didáticos. Conforme salientam Alarcão (2017) e Oliveira (2014), o livro didático mostra-se historicamente como recurso fundamental para a realização das aulas dos professores da Educação Básica, mesmo quando existem outras fontes de informação, e orienta a ação dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, professoras do 5º ano podem ter tido mais oportunidades de elaborar os conhecimentos de conteúdo do C.M., diferentemente das que atuam no 2º ano, uma vez que, em termos curriculares, este campo é pouco explorado no 2º ano.

4.2.2 Representações empregadas

Passa-se a discutir agora as representações empregadas pelas professoras para resolução das situações. Segundo Vergnaud (2009c), além de se ater ao desempenho que os sujeitos apresentam quando confrontados com problemas, é necessário que se analisem as representações mobilizadas por eles. Essa ênfase se manifesta pois “a elaboração de invariantes é instrumento decisivo na construção da representação: são os invariantes que asseguram à representação sua eficácia, permitindo-lhe preencher sua dupla função: de refletir a realidade; de prestar-se a um cálculo relacional” (VERGNAUD, 2009c, p. 308).

Do exposto, compreende-se com o autor que, dado serem os invariantes que dão à representação seu caráter operatório, a análise das representações pode revelar quais sistemas são privilegiados pelas professoras, de modo que seja possível vislumbrar que tipo de conceituação integra a organização efetuada pelas professoras nas resoluções (VERGNAUD, 2013). No trabalho com a Matemática compreende-se a importância das representações uma vez que, nas palavras de Vizolli e Soares (2016, p.93):

No ensino e na pesquisa – e em especial na educação matemática – temos de lembrar que estamos lidando com objetos, na maioria das vezes abstratos, algo que não é manipulável, pronto, acabado ou fisicamente observável e que, portanto, pode ter vários significados. Temos em nossas mãos estruturas ou relações que podem expressar diferentes situações ou fatos que não são acessíveis à percepção, necessitando de uma representação, que é a base da comunicação, uma vez que expressa o conhecimento que se tem de um objeto de estudo, constituindo-se em uma expressão escrita. Gráficos, símbolos, figuras, fórmulas, desenhos, conceitos e outros são representações significativas, uma vez que a sua utilização permite a comunicação entre as pessoas e as atividades cognitivas do pensamento, garantindo diferentes registros de representação para um mesmo objeto matemático.

Nesta pesquisa, as representações que os professores adotaram para alcançarem os resultados dos problemas foram classificados por tipos de registro, conforme os três tipos de encontrados: numérico, figural e diagrama. Considera-se Registro Numérico representações simbólicas que apresentam numerais e símbolos aritméticos para o tratamento das informações presentes nos enunciados dos problemas. Registros Figurais são representações pictográficas³⁷ que representam as relações entre as quantidades presentes na situação, zelando pela similaridade com o objeto representado. Os Registros em Diagrama são representações com organizações esquemáticas que visam à correspondência entre os termos, observando as quantidades postas em relação, sem aparência com o objeto representado. Houve ainda as respostas consideradas sem registro, aquelas questões em que os sujeitos apenas apresentaram a resposta numérica, o que induz a concluir que foi utilizado o cálculo mental. Em cada um dos tipos de registro, destacou-se o êxito que as professoras tiveram em cada questão, classificando as respostas entre Corretas, Incorretas e em Branco. Neste último grupo estão as resoluções em que o sujeito, esboçando ou não alguma resolução em determinado registro, não chegou a expressar a resposta à situação no campo onde era solicitada a resposta. Questões Sem Registro e em Branco são aquelas em que não foi esboçado qualquer registro de resolução e de resposta.

³⁷ A representação pictográfica é constituída por grafismos que ilustram tanto a numerosidade como a aparência dos elementos (LAUTERT; SPINILLO, 1999)

Tais esclarecimentos permitem discutir os registros utilizados a partir do desempenho geral e, em seguida, considerando tal desempenho conforme as relações presentes nas questões resolvidas. São apresentados, primeiramente, na tabela 11, os quantitativos conforme o tipo de registro adotado nas resoluções, e o desempenho geral das professoras:

Tabela 11 - Quantidade e tipos de registros utilizados nas resoluções das situações

	RN				RF				RD				SR			
	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total
Total	84	27	4	115	6	10	0	16	18	0	1	19	7	22	3	32
Total (%)	73	23,5	3,5	63,2	37,5	62,5	0	8,8	94,7	0	5,3	10,4	21,9	68,7	9,4	17,6

Legenda:

RN: Registro Numérico; RF: Registro Figural; RD: Registro em Diagrama; SR: Sem Registro

C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco

Fonte: Elaborada pelo autor

Os dados revelam que as docentes mobilizaram prioritariamente o Registro Numérico, visto que ele foi empregado em 115 das 182 respostas, 63,2%. Ainda no desempenho geral, o Registro Figural foi utilizado em 16 das resoluções, o que corresponde a 8,8% e o Registro em Diagrama foi contemplado em 19 resoluções, o que corresponde a 10,4%. Já as questões Sem Registro foram 32 (17,6%). Destaca-se que o segundo maior número tenha sido o de questões Sem Registros.

Posteriormente nesta subseção, os tipos de registros utilizados nas resoluções serão analisados em suas características. É oportuno, neste momento, discutir tal comportamento no desempenho geral das professoras uma vez que, conforme a configuração desta pesquisa, acredita-se que elas tenham apresentado respostas sem presença de registros no tratamento dos problemas recorrendo a cálculos mentais, o que também pode ser considerado como uma manifestação de Conhecimento do Conteúdo (CK). O desempenho em questões Sem Registro, ao apontar que os resultados conduziram a 22 respostas incorretas e 3 em branco, ou em 78,1% dessas ocorrências, demonstra fragilidade na habilidade de execução dos cálculos mentais empregados. Compreende-se esse desempenho como manifestação de limitações em conhecimentos do C.M..

Tal percepção se baseia na discussão apresentada por Thompson (2010) ao analisar o desenvolvimento da gama de estratégias usadas por indivíduos em cálculos mentais. Em seu trabalho, o autor alerta para a importância do desenvolvimento de estratégias com resultados eficientes nesses tipos de cálculo. Ao entrevistar sujeitos que resolveram problemas

por meio de cálculos dessa natureza, solicitando a manifestação das estratégias usadas, denominou por flexibilidade de cálculo mental a articulação entre quatro atributos recorrentes entre aqueles com maior sucesso em suas elaborações. Esses componentes são denominados pelo autor como: fatos, entendimentos, habilidades e atitudes.

Fatos, são conhecimentos de dados, títulos numéricos específicos. Exemplos são conhecimentos sobre dobros de números naturais; de múltiplos de 10; e conhecimento de tabelas de multiplicação e de divisão.

Por entendimentos, destacam-se conhecimentos sobre variadas propriedades do sistema numérico, esperados de alguém que tenha senso de número. Nessa categoria são ilustrados exemplos de compreensão sobre: as “propriedades de comutatividade ($3 \times 4 = 4 \times 3$), associatividade ($((3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5))$) e distributividade ($3 \times 24 = 3 \times 20 + 3 \times 4$)” (THOMPSON, 2010, p. 168, tradução nossa); a identidade multiplicativa, ou que multiplicar ou dividir por um não faz diferença; o inverso multiplicativo, ou seja, que divisões podem ser resolvidas usando um fato de multiplicação conhecido; uma vez que 3×4 termina em 2, o mesmo acontecerá com 13×14 ; numa multiplicação por seis, você pode multiplicar por três e depois dobrar; ou que numa divisão por quatro, pode-se dividir pela metade e depois pela metade novamente.

As habilidades são atalhos ou técnicas de economia de trabalho, como a realização de contas pela elaboração de agrupamentos sem contagem de recomposição, por exemplo: na operação $54 - 27$, procede a partição de 27 em $20 + 7$; Em seguida, subtrai a primeira parte (20) de 54, obtendo 34; Esse número é subtraído por um dos elementos que compõem o 7 ($= 4 + 3$), calculando $34 - 4 (= 30)$; Então, calcula-se a subtração entre as quantidades restantes, ou seja, $30 - 3 (= 27)$.

Por atitudes, ressalta a confiança como um ingrediente importante, mas negligenciado, no uso da estratégia mental. Por exemplo, tal elemento é percebido em pessoas que mudem uma ação relacionada a “não me lembro do método e não consigo resolver o problema” para uma mais positiva estruturada como “Não me lembro como meu professor fez, mas se eu ...”(THOMPSON, 2010, p. 170, tradução nossa). Conforme explica Thompson (2010), sujeitos que venham a dominar fatos e habilidades mas que não manifestem atitudes para correr riscos, dificilmente usarão tais fatos e habilidades em estratégia apropriada, o que poderá repercutir em seu desempenho.

O número de questões com resultado incorreto e Sem Registro, portanto, pode apontar limitada flexibilidade de cálculo mental entre os sujeitos da pesquisa. Conforme os elementos trazidos por Thompson (2010), infere-se que as atitudes frente às situações onde não houve registro de resolução, mesmo em casos onde se tenha alcançado respostas corretas, foram evitadas possibilidades de operacionalização dos conceitos que lhes pareciam adequados para resolução dos problemas. Em outros termos, infere-se que eventuais lacunas sobre fatos, entendimentos, habilidades ou atitudes relacionados às situações do C.M. podem ser fatores que impactaram negativamente no desempenho de seus cálculos mentais, o que acarreta prejuízo à competência matemática de realizar sequências de cálculos parciais adequados aos problemas em questão (THRELFALL, 2009). Essas considerações integram a análise do uso de registros empregados pelas docentes, discutindo as possíveis motivações para que tal número de ocorrências fosse o segundo em respostas às questões do C.M.. Retoma-se, portanto, a discussão sobre os registros no desempenho geral, considerando outros elementos ligados aos conhecimentos do conteúdo das professoras.

Quanto aos percentuais envolvendo o uso de Registros em Diagrama e Registros Figurais, respectivamente 10,4% e 8,8% entre as respostas apresentadas, considera-se que os sujeitos que recorreram aos Registros em Diagrama apresentaram desempenho significativo dentre os demais. Tendo sido o terceiro registro em quantidade, usado em 19 questões, o fato de não ocorrerem respostas incorretas quando empregado indica que seu uso, apesar de pouco frequente, favoreceu o desempenho das professoras, tendo sido abandonado em apenas um caso que não chegou a apresentar resposta à questão. Já no caso dos Registros Figurais, apresentado em 16 questões, o índice de respostas incorretas quando utilizados, demonstra que as professoras que recorreram aos mesmos não conseguiram tratar com eficiência as representações e suas relações quanto ao que solicitavam as questões.

Percebe-se que as professoras da formação recorreram, prioritariamente, aos sistemas de sinais convencionais da matemática, os Registros Numéricos, servindo-se preferencialmente de cálculos mentais, quando não recorrem a tais representações. Destacou-se que o domínio dos registros em diagrama mostrou-se eficiente em 94,8% dos casos. Diferentemente o uso de registros figurais conduziu a respostas corretas em apenas 34,5% das questões em que foi utilizado. O trabalho junto às professoras pode favorecer que elas superem dificuldades.

No desenvolvimento da formação, cuja discussão apresenta-se nas próximas subseções, foram propostas atividades com suporte em tecnologias digitais onde as professoras foram estimuladas ao uso desses registros. Na abordagem, sugeriu-se que as regras para o cálculo de pontuação de um jogo e o cálculo de arranjos em um problema fossem discutidos como maneira de se estimular a reflexão sobre os mesmos.

Outros detalhes sobre o uso dos registros pelos sujeitos podem ser apreendidos na análise questões em suas especificidades. A seguir são abordados o desempenho obtido nas questões, conforme as situações, tipos de registros utilizados e o desempenho dentre tais situações. De modo a se discutir esses elementos, são apresentados inicialmente as quantidades e os tipos de registros aplicados em questões de Relação Quaternária para, posteriormente, serem tratadas as questões de Relação Ternária. Do exposto, inicia-se a análise com os dados da tabela 12:

Tabela 12 - Quantidade e tipos de registros em situações de Rel. Quaternárias

RELAÇÃO				Eixo	Classe	Questão	RN				RF				RD				SR			
							C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total
QUATERNÁRIA	PROP. SIMPLES	UPM	Q01	14	0	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
		UPM	Q04	10	3	1	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
		UPM	Q08	12	0	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	2			
		MPM	Q03	4	1	1	6	2	0	0	2	5	0	1	6	0	0	0	0			
		MPM	Q06	3	4	0	7	0	2	0	2	2	0	0	2	0	2	1	3			
		MPM	Q12	2	4	0	6	1	0	0	1	5	0	0	5	1	1	0	2			
Total				45	12	2	59	3	2	0	5	12	0	1	13	1	5	1	7			
Total (%)				76,3	20,3	3,4	70,2	60,0	40,0	0,0	6,0	92,3	0,0	7,7	15,5	14,3	71,4	14,3	8,3			

Legenda:

PROP. SIMPLES: Proporção simples;

RN: Registro Numérico; RF: Registro Figural; RD: Registro em Diagrama; SR: Sem Registro

C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco

Fonte: Elaborada pelo autor

Considerando-se o eixo das proporções simples houve o uso de todos os tipos de registros. Nesse eixo, o Registro Numérico conduziu a 76,3% de acertos e 20,3% de erros. No Registro Figural houve 60% de acertos e 40% de erros. Como já comentado anteriormente, as professoras que optaram pelo uso de Registros em Diagrama chegaram à resposta correta em 12 questões (92,3%) e deixaram apenas uma (7,7%) em branco. As ocorrências Sem Registro foram 5 questões (71,4%) incorretas, 1 (14,3%) em branco e 1 (14,3%) correta. Na análise geral do desempenho em questões de Proporção Simples, portanto, as docentes obtiveram maior êxito em suas respostas quando recorrem ao uso de representações para a resolução.

Isso aconteceu em 60 das 77 questões com registro, ou 77,9%, dentro das questões com registro nas questões de Relações Quaternárias. Quando não utilizados registros, o número de questões corretas se inverte. Obteve-se apenas uma resposta correta (14,3%), frente a 5 resultados incorretos (71,4%), e 1 questão em branco (14,3%). Identificou-se entre as concepções das professoras, familiaridade ao lidarem com Registros Numéricos em problemas de proporção simples. Este foi o conceito mais desenvolvido entre elas, provavelmente por influência de sua característica prototípica.

Sugere-se que os sujeitos aqui abordados possuem limitação quanto a compreensão de invariantes capazes de favorecer a construção de representações eficazes, fora do Registro Numérico. Além disso, percebe-se que nessas questões de Proporção Simples, as professoras recorreram ao cálculo mental em 7 questões (8,3%), aplicando estratégias eficientes em apenas uma questão, o que permite supor a existência de limitações quanto a flexibilidade de cálculo mental ao lidar com essas situações (THOMPSON, 2010).

Importante ainda salientar que no eixo Proporção Simples houve distinção entre as classes Um Para Muitos (UPM) e Muitos Para Muitos (MPM). Nas questões da primeira classe (Q01, Q04 e Q08), só foram utilizados Registros Numéricos, à exceção de duas tentativas Sem Registro em Q8, que conduziram a respostas incorretas. Já na classe muitos para muitos (Q03, Q06 e Q12), apresentou-se emprego de todos os registros. No uso de Registro em Diagrama, exclusivamente, todas as tentativas levaram ao êxito.

Essa diversidade de registros pode decorrer da dificuldade inerente a tais problemas trazem aos professores da Educação Básica. Uma vez que o tratamento dessas situações mobiliza a organização de elementos conceituais pouco presentes no cotidiano de trabalho escolar com questões de Proporção Simples, é compreensível que a escassez de sua aplicação em sala de aula, como mencionado por alguns autores (GITIRANA *et al.*, 2014; MERLINI, 2012; SANTOS, 2012; SPINILLO *et al.*, 2017) tenha levado as professoras a recorrerem a registros não numéricos como forma de organização e compreensão das quantidades e relações estabelecidas.

Nesse movimento, entretanto, percebeu-se uma queda no percentual de acertos, saindo de 36 questões (85,7%) corretas na Classe UPM, para 25 questões (59,5%) corretas na Classe MPM. Ademais, as questões incorretas e em branco cresceram, respectivamente, de 5 (11,9%) para 14 (33,3%) e de 1 (2,4%) para 3 (7,1%) entre essas classes.

Esse resultado remete à importância da análise de erros conforme assinalada por Vergnaud (1986), como uma maneira de se interpretarem os propósitos que têm as argumentações e as representações simbólicas utilizadas, uma vez que tais usos podem servir de “ajuda eficaz, mesmo crucial, podendo também dar lugar a graves erros de interpretações” (VERGNAUD, 1986, p. 84). Essas concepções, erros e incompreensões manifestadas, foram importantes para auxiliar as professoras no domínio do C.M..

Conforme se passa a analisar, a resolução das professoras e o uso dos diferentes registros para a resolução de situações de Relação Quaternária, são exemplificados conforme as representações mobilizadas e o desempenho alcançado nas questões entre essas Classes. A influência entre esses elementos foram constatadas em pesquisas com professores da Educação Básica (MAIA, 2016; MERLINI, 2012; SANTOS, 2012; SILVA, 2018; SOUZA, 2015) e se mostraram presentes também nesta pesquisa, conforme a figura 28 a seguir :

Figura 28 - Rel. Quaternária; Cl. UPM; Resp. Correta

1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$6 \times 5 = 30$

Resposta: 30

RQ01S05_RN_C

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$4 \times 4 = 16$
 $4 \times 5 = 20$
 $4 \times 6 = 24$
 $4 \times 7 = 28$
 $4 \times 8 = 32$
 $4 \times 9 = 36$

Resposta: 9 mesas

RQ04S01_RN_C

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 12 \overline{) 12} \\ \underline{-12} \\ (0) \end{array} \quad 4 \times 3 = 12$$

Resposta: Custará 3 reais

RQ08S07_RN_C

Fonte: Elaborada pelo autor

Antes de se apresentar a discussão dos dados, cabe uma explicação. Ressalte-se que o código apresentado abaixo de cada recorte do protocolo foi utilizada pelo pesquisador para categorização das imagens. Na codificação adotada RQ01S05_RN_C, por exemplo, corresponde à Resposta da Questão 01(RQ01) do Sujeito 05 (S05), recorrendo-se a Registros Numéricos (RN) e apresentando resultado Correto (C).

Assim, os números das respostas variam de 01 à 13, o total de perguntas dos questionário. O número de identificação dos sujeitos varia entre 01 e 14. Quanto aos registros, conforme as legendas já apresentadas: RN: Registro Numérico; RF: Registro Figural; RD:

Registro em Diagrama; SR: Sem Registro. Finalmente, quanto ao resultado, a codificação pode ser: C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco. Tal esclarecimento permite explicitar a discussão dos dados apresentada a seguir.

Considerada a distinção entre a resolução dos problemas conforme as relações envolvidas, o instrumento de coleta de dados permite avançar nas reflexões conforme os eixos e classes dos problemas. Em Q01, Q04 e Q08, concentrou-se o uso de Registros Numéricos, observado em 95,2% dos registros de resolução. Em Q01, cujo resultado correto foi apresentado por todos os sujeitos, predominaram resoluções que evidenciaram o uso do algoritmo de multiplicação com o cálculo em linha, a exemplo do demonstrado por S05. Em Q4, além desse algoritmo, verificou-se a presença da “tabuada” de 4, por S01. Em Q08, presença de cálculos de divisão, seguidos por cálculos de multiplicação nos registros de S07.

Tais elementos se mostram relacionados a níveis básicos quanto a estruturação de conhecimentos do C.M.. Grossi (2001, 2003) estabeleceu sete níveis de gradação e complexidade nas compreensão dos sujeitos sobre a multiplicação, indo do mais básico ao mais complexo, na seguinte sequência: Adição (A), Potência (P), Tábua de Multiplicação (T), Multiplicação sem inversa (M), Divisão sem inversa (D), Multiplicação x Divisão (MD) e Fator primo (F).

No nível “A”, o sujeito compreende a multiplicação como uma adição repetida; No “B”, como uma repetição sucessiva de multiplicação pelo mesmo número; Os sujeitos no nível “T”, são aqueles caracterizados pelo pensamento de que um número é múltiplo de outro se está na tabuada deste; aqueles no nível M começam a perceber relação ternária, onde um múltiplo é visto como resultado de um número que multiplicado pelo outro resulte nesse múltiplo, sem que tal operação se relacione com a divisão. No nível D, a divisão passa a ser reconhecida como um parâmetro na relação entre um múltiplo, sem que esteja relacionada à operação multiplicativa. O nível seguinte, “MD” é marcado pela percepção que divisão e multiplicação são relacionadas, sendo uma o inverso da outra. Finalmente, no nível F, os sujeitos são capazes de identificar na fatoração quando os números são múltiplos entre si.

Como apontado por Grossi (2001, 2003), é comum que adultos transitem entre os níveis apresentados, conforme as experiências e aprendizagens que vivenciam na aprendizagem sobre o Campo Multiplicativo.

Nos casos das respostas dos sujeitos, percebeu-se que S01 está no nível 3 (T), pois “[...] vai multiplicando um determinado número pela sequência dos números naturais indefinidamente” (GROSSI, 2003, p.111) até que perceba a presença do número procurado para responder aos problemas. A autora assevera ainda que :

Até o nível “tabuada”, a multiplicação não se configura para o aluno como uma operação matemática, porque ele não a concebe como uma relação ternária. Para ele, não existem três elementos, só dois. Se 4 é divisor de 12, é porque $4 + 4 + 4$ é igual a 12. Existem só o 4 e o 12, o 3 não aparece. [...] Como a sequência dos números naturais 1, 2, 3, 4, aparece em todas as tabuadas, eles ignoram essa sequência e só consideram o número que preside aquela tabuada e o resultado. Nesse nível de entendimento, a relação ainda é binária. Ou seja, ainda não é uma operação (GROSSI, 2003, p. 112)

S05 encontra-se no nível 4 (M) e que S07 está no nível 5 (D). Neste último constatou-se a ocorrência execução do algoritmo de divisão, seguida pela execução da operação de multiplicação entre o divisor e o quociente da divisão realizada por algoritmo. Tal expediente demonstra que o sujeito realiza um cálculo adicional para “assegurar” o resultado. Constata-se pelos registros numéricos analisados, que os sujeitos da pesquisa, mesmo alcançando resultados corretos, ainda não se encontram no nível MD, onde Multiplicação e Divisão se mostra como operações inversas entre si.

Do exposto, tal apontamento demonstra que entre as docentes envolvidas na pesquisa, existem oportunidades para que possam avançar nas compreensões sobre as operações e conceitos implicados nesse campo.

Tal constatação desdobra-se na ocorrência de respostas incorretas que ocorreram, mesmo em questões de Classe UPM, consideradas como questões menos complexas no quadro de referência proposto por Magina, Merlini e Santos (2016). É perceptível a incompreensão de algumas professoras sobre as relações estabelecidas nas situações. Na figura 29, a seguir, são expostos exemplos de respostas incorretas entre Q4 e Q8.

Figura 29 - Rel. Quaternária; Cl. UPM; Resp. Incorreta

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$36 : 4 = 9$
 $9 \times 4 = 36$

Resposta: 36 mesas

RQ04S04_RN_I

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 48 reais

RQ08S05_SR_I

Fonte: Elaborada pelo autor

A leitura do enunciado das questões acima permite compreender que as professoras empregam números presentes no enunciado, mas não apresentam clareza sobre a referência e a relação que se estabelece entre as quantidades. Por esse motivo, chegam a resultados incorretos e, apesar de se verificar que em Q4 a professora emprega corretamente algoritmos de divisão e de multiplicação, não reconhece a referência das quantidades em jogo ao apresentar uma resposta inadequada; conclui que a escola precisará alugar 36 mesas, o número de convidados; O mesmo se pode afirmar em Q8, quando S05 responde que um litro de suco custa quatro vezes mais caro que 4 litros vendidos na promoção. Tais ocorrências podem ser resultado de falta de atenção ou desconhecimento, além da combinação entre esses fatores.

Os apontamentos realizados até aqui podem auxiliar na compreensão do uso de registros em situações mais complexas do C.M.. Uma vez que naquelas reputadas como mais elementares nesse campo, o índice de acerto se mostrou compatível ao que estudantes

manifestam ao sair do 9º ano, com amplo emprego de Registros Numéricos. A figura 30, a seguir, traz exemplos de respostas corretas às questões da Classe Muitos Para Muitos (MPM):

Figura 30 - Rel. Quaternária; Cl. MPM; Resp. Correta

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$35 : 5 = 7$
 $7 \times 3 = 21$

Resposta: 21 fantasia

RQ03S04_RN_C

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$\begin{array}{ccccccc} \square & \square & \square & 5 & \square & \square & \square & 5 \\ \square & \square & \square & 5 & \square & \square & \square & 5 \\ \square & \square & \square & 5 & & & & \\ \square & \square & \square & 5 & & & & \\ \square & \square & \square & 5 & & & & \end{array}$

Resposta: 21 fantasias

RQ03S08_RF_C

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$\begin{array}{l} 3 \rightarrow 5 \rightarrow 10 \\ 6 \rightarrow 5 \rightarrow 15 \\ 9 \rightarrow 5 \rightarrow 20 \\ 12 \rightarrow 5 \rightarrow 25 \\ 15 \rightarrow 5 \rightarrow 30 \\ 18 \rightarrow 5 \rightarrow 35 \\ 21 \end{array}$

Resposta: Podem fazer 21 fantasias

RQ03S01_RD_C

Fonte: Elaborada pelo autor

Na figura são apresentados usos de três diferentes tipos de registros em uma mesma questão (Q03), com resultado correto. Tal questão foi escolhida por ter sido a que apresentou maior desempenho e variação de uso de registros dentre as demais. Ilustra, portanto, a variedade de registros utilizados entre as questões da classe MPM.

No exemplo da figura 30 que envolve o Registro Numérico, mais uma vez se destaca a configuração do algoritmo em linha. Nesse exemplo a professora demonstra

segurança quanto a sequência de cálculos a realizar. Não apresenta cálculos além dos necessários para relacionar as quantidades envolvidas e chegar ao resultado buscado.

No caso em que a docente emprega Registro Figural, percebe-se a realização da composição de grupos de fantasias, relacionando-os à metragem de tecido para confecção de cada grupo. Assim, sua representação se mostrou eficiente para trazer à própria análise os elementos em relação e determinar o resultado correto.

No exemplo que apresenta o Registro em Diagrama, a professora constrói uma árvore de resultados parciais a cada novo elemento acrescentado ao par de 3 fantasias – 5 metros de tecido. Sua representação contabiliza as quantidades parciais dessas incorporações às quantidades estabelecidas inicialmente até chegar ao valor total de tecido disponível, estabelecendo que tal metragem permitiria a confecção das vinte e uma fantasias que registrou como resposta ao problema. Ainda na classe MPM a figura 31 ilustra exemplos das categorias de erros encontrados:

Figura 31 - Rel. Quaternária; Cl. MPM; Resp. Incorreta

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 1,66 \\ \times 3 \\ \hline 4,98 \end{array}$$

Resposta: R\$ 4,98

RQ06S07_RN_I

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 3 reais

RQ06S13_RF_I

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 5,01 reais

RQ06S05_SR_I

Fonte: Elaborada pelo autor

Nesses exemplos, destaca-se uso diversificado de representações. Entretanto, demonstrou-se que o emprego de algoritmos numéricos entre tais professores, se mostra como uma primeira possibilidade de resolução das situações – 70,2%, conforme apresentado na tabela 12 - mas que elas buscam mobilizar outros registros quando se encontram diante de desafio para o qual não parece ter ainda os esquemas necessários, o que foi observado em 21,5% das respostas analisadas.

As análises das questões de Relações Quaternárias discutidas até aqui oferecem a compreensão de aspectos relativos ao uso de Registros entre essas situações. Inicialmente, destaca-se o fato que o uso das diferentes representações identificadas se relaciona a índices de acerto e erro nas questões resolvidas. Entretanto, constatou-se que o elemento de maior interferência quanto ao êxito na resposta aos problemas é a adequada compreensão conceitual das relações entre as quantidades e variáveis em jogo.

Mesmo sujeitos com conhecimento sobre as operações aritméticas de divisão e multiplicação, envolvendo o uso de algoritmos ou com a habilidade de memorização de “tabuadas” demonstraram que tais elementos se mostram insuficientes à compreensão dos elementos significativos para a resolução de problemas elementares do Campo Multiplicativo do Eixo de Proporção Simples.

No caso das questões da Classe MPM, ainda pouco presentes no trabalho junto aos livros didáticos (LAUTERT; SANTOS; MERLINI, 2018; ALARCÃO, 2017), compreende-se que se faz necessário maior esforço junto aos professores da Educação Básica para que possam avançar entre conceitos do C.M.. Esse alerta é feito de modo que se possa modificar o ensino de tais conteúdos no contexto da educação escolar, uma vez que apenas o livro didático não se mostra devidamente variado frente a diversidades de situações que deve ser trabalhada junto aos estudantes.

Procede-se agora a análise das situações de Relações Ternárias. Inicialmente, são abordados os dados quantitativos das questões corretas, incorretas e em branco, conforme as categorias delimitadas na tabela 13, apresentada a seguir. A partir de seus dados, reflete-se sobre o emprego de registros entre as questões dos Eixos e Classes que compõem a mesma.

Tabela 13 - Quantidade e tipos de registros em situações ternárias

Relação	Eixo	Classe	Questão	RN				RF				RD				SR			
				C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total
TERNÁRIA	C.M	REF. DESC	Q02	14	0	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		REL. DESC	Q10	2	4	0	6	0	4	0	4	0	0	0	0	2	2	0	4
		REF. DESC	Q13	2	3	1	6	0	2	0	2	0	0	0	0	0	5	1	6
	PROD. MED	CONF. RET	Q05	11	0	0	11	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	2
		CONF. RET	Q07	1	7	0	8	1	1	0	2	0	0	0	0	0	4	0	4
		COMB	Q09	6	1	0	7	0	0	0	0	2	0	0	2	1	4	0	5
		COMB	Q11	3	0	1	4	1	1	0	2	4	0	0	4	2	2	0	4
	Total			39	15	2	56	3	8	0	11	6	0	0	6	6	17	2	25
Total (%)			69,6	26,8	3,6	57,1	27,3	72,7	0,0	11,2	100,0	0,0	0,0	6,1	24,0	68,0	8,0	26,6	

Legenda:

C.M: Comparação multiplicativa; PROD. MED: Produto de Medidas; REF. DESC.: Referente ou Referido

Desconhecido; REL. DESC: Relação Desconhecida; CONF. RET: Configuração Retangular; COMB: Combinatória

RN: Registro Numérico; RF: Registro Figural; RD: Registro em Diagrama; SR: Sem Registro

C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco

Fonte: Elaborada pelo autor

Dentre os Eixos das Relações Ternárias, também se manifestou a prevalência de questões que utilizaram Registros Numéricos. Dentre as 98 questões de Relações Ternárias, foram usados esses registros em 56 (57,1%) das resoluções. Houve 11 (11,2%) questões resolvidas com Registros Figurais; 6 (6,1%) com uso de Registros em Diagramas; e 25 (25,5%) resolvidas Sem Registro.

Detalhando-se a análise do uso dos registros, percebe-se distinções em relação a questões. De acordo com tabela 13, acima, Q2 foi a única questão resolvida por meio exclusivo de Registros Numéricos. Em Q10, Q13, Q05 e Q07, apresentou-se, além do uso de Registros Numéricos, Registros Figurais e respostas Sem Registros. As únicas questões em que se utilizou de Registro em Diagrama foram Q09 e Q11, registrando-se que em Q9 não foram identificadas respostas com Registros Figurais.

Além disso, aumentou o uso de registros que levaram a respostas incorretas, caso do uso de Registros Figurais e respostas Sem Registro, consideradas como resolvidas por meio de cálculo mental. Percebe-se, portanto, que apesar de haver maior variedade no uso de representações entre as resoluções de problemas de Relações Ternárias entre as professoras, tal variação não parece decorrer de maior habilidade de uso desses registros em situações

conceitualmente distintas. Pelo contrário, observa-se que, nesses casos, o nível de complexidade das questões levou os sujeitos a recorrerem a representações que lhes permitiam emitir resposta ao problema quando não se mostrava possível sua estruturação, em termos numéricos ou por cálculo mental.

Tal compreensão pode ser mais bem delimitada mediante a análise das resoluções conforme os Eixos e Classes das questões resolvidas. No Eixo de Comparação Multiplicativa, composto pelas questões Q2, Q10 e Q13, constatou-se diversidade no uso de registros e no desempenho obtido. Uma vez que Q2 e Q13 são problemas do Eixo e Classe - Produto de medidas; Referido Desconhecido – são analisadas inicialmente. Em seguida, apresentam-se considerações sobre Q10 e as particularidades das resoluções dessa Classe de questões.

Em Q2 as professoras utilizaram exclusivamente o Registro Numérico, em 100% dos casos com respostas corretas. Em Q13, as 2 (14,3%) questões com respostas corretas foram resolvidas por meio de Registro Numérico. Em 10 questões (71,4%), com resultado incorreto, as professoras recorreram aos demais tipos de registro, sendo 3 (21,4%) no Registro Numérico, 2 (14,3%) em Registro Figural e 5 (35,7%) Sem Registro. Houve ainda 2 (14,3%) questões em branco, uma que se iniciou com uso do Registro Numérico e outra Sem Registro, mas as docentes abandonaram a resolução. Conforme destacado anteriormente, nenhuma docente apresentou Registro em Diagrama, provavelmente devido à natureza da situação.

As representações utilizadas em Q10, de Classe Relação Desconhecida, apresentaram Registro Numérico em 2 (14,3%) questões corretas, sendo 2 (14,3%) outras questões corretas Sem Registro. Dentre as questões incorretas, foram 10 questões (71,4%) entre elas: 4 (28,6%) no Registro Numérico, 4 (28,6%) em Registro Figural e 2 (14,3%) Sem Registro. Nessa questão, não foram verificadas questões em branco.

Percebeu-se que a diversidade entre o uso de registros e desempenho entre as questões pode decorrer de suas configurações e a maneira como as professoras conseguem estruturá-las. Em Q2, a apresentação do problema conduz à operação de multiplicação enquanto em Q13 e Q10, diferentemente, é suscitada a operação de divisão.

Entretanto, os registros apontam que a mobilização das representações ocorrem conforme os conhecimentos de cada sujeito. Os exemplos na figura 32, a seguir, ilustram o uso de registros numéricos que os sujeitos utilizaram com as situações, tendo apresentado respostas corretas:

Figura 32 - Rel. Tern.; Eixo Comp. Mult.; Cl. Referente ou Referido Desc.; Resp. Correta

2) A distância entre a casa de Luis e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$5 \times 4 = 20$
 $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

Resposta: A distância é 20 quilômetros

RQ02S04_RN_C

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$6 = 24$ $24 \over 6 = 4$

Resposta: 4 vezes

RQ10S09_RN_C

13) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

18 000000000000000000

$18 : 3 = 6$

Resposta: 6 figurinhas

RQ13S09_RN_C

Fonte: Elaborada pelo autor

Na resolução de Q02 apresentada acima, a docente apresenta registros numéricos em linha, inicialmente, por meio de uma operação de multiplicação, seguida por uma operação de adição de parcelas repetidas. A realização do cálculo adicional pode ter cumprido a função de confirmação do resultado, indicando a aplicação da ideia que a multiplicação corresponde à somas sucessivas (GITIRANA *et al.*, 2014; GROSSI, 2001, 2003; MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014).

Em Q10 e Q13 houve a aplicação da operação de divisão, porém, partindo-se da divisão como relação inversa da multiplicação: em Q10, ao se estabelecer a determinação de

quantas vezes uma coleção é menor que a outra; e em Q13, a declaração de que havia 3 vezes menos figurinhas.

Percebe-se que ao lidarem com as Relações Ternárias, as professoras recorreram a registros numéricos, entretanto, não apenas para a execução de algoritmos. Nessas questões, o uso de números e outros símbolos denotam que a operação numérica foi realizada após uma configuração de elementos que lhes permitissem perceber o sentido da execução dessas operações. Tais registros podem significar itinerários que as professoras estabeleceram para compreenderem como as grandezas nesses problemas se relacionavam ou inconsistências quanto ao nível de conhecimento sobre as estruturas do Campo Multiplicativo necessárias nessas questões (GROSSI, 2001, 2003; THOMPSON, 2010). Os exemplos abaixo, na figura 33, exibem registros onde as professoras não conseguiram chegar à resposta correta, em dois tipos de registro diferentes – Numérico e Figural:

Figura 33 - Rel. Tern.; Eixo Comp. Mult.; Cl. Referente ou Referido Desc.; Resp. Inc.

13) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: hoje ele não tem nenhuma figurinha

RQ13S10_RN_I

13) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 18 figurinhas

RQ13S03_RF_I

Fonte: Elaborada pelo autor

Em ambos os casos, as professoras demonstraram não estabelecer o cálculo adequado para chegar à resposta procurada. Pelos registros compreende-se que as docentes buscam transformações de quantidades, características do campo aditivo (MAGINA *et al.*, 2001), não compreendendo tratar-se de Comparação Multiplicativa, operação ternária composta por dois elementos relacionados entre si, o que implica a identificação de um referente, um referido e uma relação (GITIRANA *et al.*, 2014; MERLINI, 2012). A figura 34, abaixo, destaca outros elementos dentre os registros de respostas essa questão:

Figura 34 - Rel. Ternária; Eixo Comp. Mult. Cl. Relação Desc.; Resp. Correta

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

24 / 6
24 4
6

A coleção de Cido é 4 vezes menor

Resposta: _____

RQ10S11_RN_C

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 4 vezes

RQ10S05_SR_C

Fonte: Elaborada pelo autor

Nesses exemplos as professoras conseguiram chegar à resposta correta. S11 realizando adequadamente o algoritmo da divisão, expressando reconhecer as relações ali estabelecidas e a resolução com Registros Numéricos. S05 chega à resposta correta, Sem Registro, o que induz a pensar haver sido realizado cálculo mental.

Outras considerações podem ser apresentadas a partir do que apresentaram as professoras na figura 35, abaixo:

Figura 35 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Relação Desc.; Resp. Incorreta

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

6x4
6x4
6x4
6x4

A coleção de Cido é 3 vezes menor do que a de José.

Resposta: 3 vezes

RQ10S01_RN_I

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 3 vezes

RQ10S08_RF_I

Fonte: Elaborada pelo autor

Nesses registros, destaca-se o uso de tabuada e de desenhos para resolução. S01 recorreu ao apoio da tabuada e, apesar de ter chegado ao termo $6 \times 4 = 24$, a percepção equivocada sobre a comparação fez com que a docente determinasse resposta incorreta. O mesmo ocorreu com S08 que ao desenhar todos os elementos do conjunto de carrinhos e agrupá-los em 6 unidades, não teve sucesso em operacionalizar a resposta correta, subtraindo uma unidade dos quatro conjuntos que agrupou, chegando à conclusão que a resposta à questão seria “3 vezes” menor. Nos dois casos, os sujeitos não percebem que o operador escalar 4, que representa a comparação (relação) entre os dois conjuntos de carrinhos, não é um numeral para operacionalização de um outro agrupamento, ou seja, não se realizaria nenhuma remoção do conjunto de carrinhos, apenas uma comparação, o que as levou ao resultado incorreto.

No conjunto de registros de resolução de Q5 e Q7, da Classe Configuração Retangular, percebeu-se que entre os professores a operação numérica e a resolução do algoritmo multiplicativo mostraram não representar dificuldade. Conforme verificável na figura 36, abaixo, mesmo entre aquelas que apresentaram resposta correta no aspecto numérico, não foi observado o devido rigor no aspecto dimensional.

Figura 36 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Conf. Retangular; Resp. Correta

5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

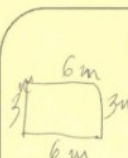
$3m \times 6m = 18m$

Resposta: $18m^2$

RQ05S14_RN_C

5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO



Resposta: 18 metros

RQ05S03_RF_C

Fonte: Elaborada pelo autor

Os exemplos acima demonstram que as professoras não deram relevo à utilização da medida – m^2 – no cálculo da área. S14 a utiliza no campo de resposta, entretanto no momento em que realiza os cálculos, a expressão permanece em metro linear. S03 parece não perceber que multiplicam-se não apenas os números, o que a leva a dar a resposta em metro linear. Cabe ressaltar que, segundo Vergnaud (2009c, p. 159), “[...] a área do retângulo é o produto da medida da largura pela medida do comprimento. Portanto, as medidas de superfície são expressas pelas unidades que são o produto das unidades de comprimento”. Nos exemplos com Q5, acima, as professoras podem ter obtido êxito em suas respostas,

entretanto partindo de conceitos diferentes e sem, necessariamente, estarem conscientes da relação de produto entre as unidades apresentadas no problema.

Os problemas com cálculo de área foram também percebidos em Q07. Seguem exemplos de diferentes registros que conduziram ao erro. Ver figura 37:

Figura 37 - Uso de diferentes registros; Resp. Incorreta

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m^2 . A largura é 4m . Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

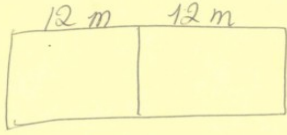
$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 4 \\ \hline 96 \end{array}$$

Resposta: 96 metros

RQ07S08_RN_I

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m^2 . A largura é 4m . Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO



Resposta: 12 metros

RQ07S13_RF_I

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m^2 . A largura é 4m . Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: 12^m comprimento

RQ07S07_SR_I

Fonte: Elaborada pelo autor

S08 busca o registro numérico e realiza o algoritmo da multiplicação entre as quantidades expressas no problema, sem observar que o produto entre área e largura se mostra inadequado para o cálculo de área. Ademais, desconhece os desdobramentos da operação

realizada quanto ao aspecto dimensional, uma vez que registrou o resultado em “metros” lineares.

S13 opta pelo registro no desenho e justapõe dois retângulos de comprimento igual a 12m. Ao que parece, em sua representação, a soma entre as dimensões assinaladas corresponderiam aos 24m² presentes no enunciado. S07, opta pelo que se classificou Sem Registro, limitando-se a indicar o resultado incorreto de 12m.

Tal desempenho pode estar relacionados às dificuldades quanto aos conhecimentos em Geometria dos docentes do Ensino Fundamental, considerando-se os impactos do movimento da matemática moderna no ensino dessa área e as mudanças curriculares brasileiras (NACARATO; PASSOS, 2003; SANTOS, 2014). Entretanto, é necessário considerar que em Q7, o resultado das professoras se mostrou 9 pontos percentuais abaixo do obtido por alunos do 9º ano (SANTANA; CAZORLA; SANTOS, 2019). Do exposto, deve-se considerar que o trabalho com o C.M. junto a esses sujeitos, deve enfatizar as Relações Ternárias fortemente, salientando-se os aspectos dimensionais das operações.

Na Classe Combinatória, a última do Eixo de Produto de Medidas. Foram utilizados diversificados registros. Os Registros Numéricos foram utilizados em 11 (39,9%) das resoluções, chegando-se a 9 (81,8%) respostas corretas, 01 (9,1%) incorreta e 01 (9,1%) resolução em branco. Os Registros Figurais foram utilizados em 02 (7,1%) das resoluções, sendo 01 (50,0%) correta e 01 (50,0%) incorreta.

Os Registros em Diagrama foram utilizados em 06 (21,4%) resoluções, levando a 100 % de respostas corretas. Finalmente, entre as resoluções dessa classe, 09 (32,1%) se configuraram como Sem Registros: 3 (33,3%) corretas, 6 (66,7%) incorretas e nenhuma com resposta em branco.

As questões Q9 e Q11, na figura 38, a seguir, apresentam exemplos de respostas corretas em diferentes registros:

Figura 38 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Comb.; Resp. Correta

9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ (10) 5 \end{array}$$

Resposta: 5 tipos

RQ09S03_RF_C

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

	A	B	C	D	E	I
Mari	x	x	x	x	x	x
Fabi	x	x	x	x	x	x
Lara	x	x	x	x	x	x
Suzi	x	x	x	x	x	x

Resposta: 24 casais

RQ11S02_RD_C

Fonte: Elaborada pelo autor

S03 optou pelo registro numérico, fazendo a divisão entre o número correspondente ao total de sanduíches pela quantidade de pães e obtendo a resposta esperada. S02 fez uso do diagrama, colocando as iniciais dos nomes dos meninos e fragmentos do nome das meninas em organização matricial, marcando as interseções com “x”. Provavelmente procedeu a contagem, chegando ao resultado correto.

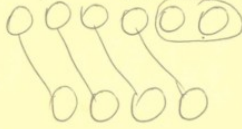
Em ambos os casos, as docentes demonstraram segurança no uso dos registros e clareza quanto à natureza das operações efetuadas, não deixando traços relativos a tateios e ensaios de solução. Mesmo no caso da aplicação do algoritmo da divisão, percebe-se que a docente não apresentou outros cálculos desnecessários, o que permite inferir que sua compreensão sobre as relações travadas nessa questão.

Com os exemplos apresentados na figura 39, a seguir, conclui-se a análise dos registros apresentados pelas docentes entre as resoluções efetuadas em situações do C.M.:

Figura 39 - Rel. Ternária; Eixo Prod. Med.; Cl. Comb.; Resp. Incorreta

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO



Resposta: 2 casais

RQ11S13_RF_I

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$6 \times 4 = 32$ $4 + 4 = 8$
 $4 + 4 = 8$
 $4 + 4 = 8$
 $4 + 4 = 8$

Resposta:

RQ11S08_RN_B

9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: um tipo de recheio

RQ09S07_SR_I

Fonte: Elaborada pelo autor

Fazendo uso do registro figural, S13 demonstra não compreender a composição de casais a partir do grupo de moças e rapazes. Em seu registro, pode-se verificar a correspondência um-a-um entre os sujeitos, até que se esgota o grupo das meninas. Talvez por carência de reversibilidade de pensamento, S13 não tenha percebido a possibilidade de desmontar um casal, recompondo novos casais com os participantes. A resposta dada é 2 casais. Talvez correspondendo à quantidade de sujeitos que ela não conseguiu parar.

S08 faz uso do registro numérico, realizando o algoritmo da multiplicação em linha, com resultado incorreto ($6 \times 4 = 32$). Apoiar-se também na realização das operações aditivas ($4 + 4 = 8$) presume-se que 4 é tomado do menor conjunto, o das moças. S08 parece

apresentar a mesma dificuldade em considerar a possibilidade de reverter um casal já formado para formar novo casal. Nesse caso, ela abandona as resoluções e não apresenta a solução para o problema.

No caso de S07, sua resposta pode ter decorrido da afirmação presente no enunciado do problema que diz: “para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio”. Assim S07 pode ter dado a resposta apenas transcrevendo este excerto, sem realizar cálculos, realizando atividade de interpretação de textos, onde se procura na escrita a resposta exata da pergunta. Demonstra, como suas colegas, incompreensão acerca da combinatória. Segundo Nunes e Bryant (1997) a complexidade desse tipo de situação reside na série de transformações entre quantidades dos distintos conjuntos básicos que é demandada no processo de resolução.

As análises apresentadas referentes às representações empregadas pelas docentes permitem caracterizar limitações quanto ao repertório de sistemas que os professores podem se servir de modo a auxiliar na compreensão de conceitos do campo multiplicativo. Conforme Silvestre e Ponte (2009), o raciocínio proporcional, por exemplo, envolve resolver diferentes tipos de situações, com abordagens e representações diferenciadas (textos, gráficos, tabelas, razões), não limitando-se o ensino em regras e procedimentos numéricos. Post, Behr e Lesh (1988) esclarecem ainda que, muitas vezes, o uso de algoritmos se mostra mal compreendido, o que se mostra pertinente em resoluções as quais essas professoras, mesmo se utilizando de registros numéricos, explicitam incompreensões sobre as relações multiplicativas existentes nos problemas do campo multiplicativo, considerando-se associações que envolvem aspectos de covariação de quantidades e a invariância entre essas quantidades.

Assim, o aprofundamento em reflexões sobre o uso de maior variedade de registros por parte das professoras se mostra oportuno. Particularmente, se mostra oportuno problematizações sobre automatismos relacionados ao uso desses registros numéricos no ensino de Matemática. A seguir, são apresentadas discussões sobre as estratégias identificadas entre as resoluções apresentadas como uma outra dimensão significativa dos conhecimentos do campo multiplicativo explicitados pelos sujeitos.

4.2.3 Estratégias Utilizadas

A última categoria empírica que será analisada nessa subseção trata das estratégias empregadas pelas professoras dentre as diferentes questões. Convém destacar que se toma por estratégia a construção passo a passo que os registros dos sujeitos permitem identificar em situações específicas, sem caráter generalizável. Em outros termos, são manifestações de conhecimentos mobilizados no complexo movimento de avanços e retrocessos que integram a conceitualização do sujeito conforme suas vivências pessoais e profissionais (FÁVERO, 2007; TOURMEN *et al.*, 2017; VERGNAUD, 1993). Desse modo, busca-se perceber aspectos em registros que estabeleçam possíveis relações mediante sua organização. Tal caracterização compreende que o conhecimento das situações, dos números e suas propriedades, das relações implícitas e explícitas, e da mobilização dos registros específicos acompanha a elaboração de estratégia e o conhecimento dos sujeitos ao resolverem problemas (CEBOLA; BROCARD, 2019; SERRAZINA; RODRIGUES, 2018; SFARD, 1991; SILVA, 2016; THRELFALL, 2009).

Tal análise, portanto, se mostra articulada ao desempenho dos sujeitos e às possibilidades que os registros adotados lhes favoreceram ao abordarem as questões propostas. Visa ainda situar, no conjunto de resoluções, estratégias que podem indicar o quanto seus conhecimentos se inserem no campo conceitual multiplicativo, de modo a contemplar as necessárias discussões sobre continuidades e rupturas entre os campos conceitos aditivo e multiplicativo (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014).

Os registros permitem afirmar que foram usadas estratégias diversificadas para a resolução dos problemas. Entretanto, tal variedade ainda se mostra reduzida frente as possibilidades que o campo oferece (GITIRANA *et al.*, 2014; MERLINI; SANTOS; MAGINA, 2017). Na análise dos registros foram identificadas três categorias: Estratégias Multiplicativas, Estratégias Aditivas e Estratégias Compostas. As estratégias multiplicativas foram as que conduziram à resposta por meio de multiplicações ou divisões. As Estratégias Aditivas foram aquelas onde os sujeitos realizaram operações de adição e subtração, individualmente ou combinadas, como meio para obtenção da resposta. Estratégias Compostas foram caracterizadas como aquelas onde havia combinações de operações do campo aditivo e multiplicativo para que o sujeito explicitasse sua resposta. Cabe destacar que as resoluções que não apresentaram registro referente à resolução dos problemas, ou que não

mostraram elementos que permitissem concluir como se chegou ao resultado foram categorizadas como de Estratégia Não Identificada. Após a análise geral no uso de estratégias, serão discutidas estratégias adotadas pelos sujeitos entre as questões conforme as relações das situações. Na tabela 14, abaixo, são apresentados os dados gerais referentes à identificação de estratégias:

Tabela 14 - Estratégias de resolução utilizadas nas resoluções das situações

	MT				NI				AD				CP			
	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total
TOTAL	85	14	3	102	11	36	5	52	13	5	0	18	6	4	0	10
TOTAL (%)	83,3	13,7	2,9	56,0	21,2	69,2	9,6	28,6	72,2	27,8	0,0	9,9	60,0	40,0	0,0	5,5

Legenda:

MT: Estratégia Multiplicativa; NI: Estratégia Não Identificada; AD: Estratégia Aditiva; CP : Estratégia Composta; C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco

Fonte: Elaborada pelo autor

As questões resolvidas por meio de Estratégias Multiplicativas constituíram a maioria, o que era esperado, considerando-se que todas as questões eram do campo multiplicativo. Tal estratégia foi identificada em 102 (56%) das 182 questões respondidas. O segundo maior número de ocorrência foi de registros com Estratégia Não Identificada que alcançaram 52 (28,6%) ocorrências. As Estratégias Aditivas foram apresentadas em 18 (9,9%) das resoluções. A última categoria em número de classificações foi a Estratégia Composta, que apareceu em 10 (5,5%) respostas. Como se pode constatar, as professoras do grupo pesquisado ainda podem ampliar seus conhecimentos sobre estratégias frente aos problemas multiplicativos, a partir de espaços como o implementado na formação oferecida.

Essa discussão se mostra oportuna para o ensino com base na integração entre conteúdo, pedagogia e tecnologia. Tal vertente de ação docente é sustentada pela consciência das relações que se reforçam mutuamente entre esses três elementos reunidos para desenvolver estratégias e representações apropriadas em contextos específicos no trabalho com conteúdos (ANGELI; VALANIDES, 2009; KOEHLER; MISHRA; YAHYA, 2007).

Além disso, o desenvolvimento do raciocínio matemático e da habilidade aritmética são duas habilidades distintas no domínio do pensamento matemático. A primeira diz respeito a qual operação aritmética correta será usada para resolver um problema específico e a segunda à realização de cálculos aritméticos com eficiência e precisão (NUNES *et al.*, 2012a, 2012b; SFARD, 1991; VERGNAUD, 1997). Para Nunes *et al.* (2012a) o ensino da aritmética deve considerar ambas como demandas cognitivas, que deverão ser enfrentadas

na solução de problemas. Mediante a análise de estratégias infere-se as relações que os sujeitos são capazes de realizar mentalmente, bem como aspectos de seu desenvolvimento conceitual, uma vez que:

Resolver um problema escolhendo o cálculo correto é um critério muito forte para a aquisição de conceitos. O pensamento operacional em matemática tem muito a ganhar ao ser testado e analisado através de resolução de problemas, porque um conceito que não é operacional não é realmente um conceito (VERGNAUD, 1979, p. 263, tradução nossa)

Para Vergnaud (1979) a organização das representações simbólicas deve ser pautada fundamentalmente na diferenciação de situações que não são iguais, embora elas cheguem à mesma equação numérica. Assim, as expressões $a + x = b$ ou $ax = b$ referem-se a muitas classes diferentes de problemas que não são completamente equivalentes. O desenvolvimento de um campo conceitual, como o multiplicativo, requer o entendimento de que essas equações podem representar problemas diferentes. Essa constatação reforça que um sistema simbólico se mostra muito abstrato se situações diferentes tiverem a mesma representação e que a discussão sobre o uso de estratégias se mostra como elemento relevante, tanto do ponto de vista cognitivo quanto pedagógico.

Dentro das estratégias analisadas foram considerados os índices de acerto e erro, bem como o de abandono de situações sem resposta. Essa análise demonstrada em termos de eficiência serve para a reflexão sobre fatores que interferem em seus resultados, podendo, inclusive interferir no ensino dos conteúdos desse campo. Dentre as questões resolvidas por meio de Estratégias Multiplicativas, 85 (83,3%) chegaram ao resultado correto, 14 (13,7%) levaram a respostas incorretas e 3 (2,9 %) fizeram com que os sujeitos não chegassem a apresentar resultado para as questões. As respostas com Estratégias Não Identificadas apresentaram 11 (21,2%) resultados corretos, 36 (69,2%) resultados incorretos e 5 respostas em branco. Os sujeitos que recorreram a Estratégia Aditiva apresentaram resposta correta em 13 (72,2%) registros, 5 (27,8%) questões com resposta incorreta e nenhuma em branco. As Estratégias Compostas chegaram a 6 (60%) questões corretas e 4 (40%) incorretas, igualmente, sem respostas em branco.

Passa-se a discutir a análise de uso de estratégias conforme as classes e eixos dos problemas. Primeiramente nas questões de Relações quaternárias, em seu único eixo de proporções simples e posteriormente entre os eixos de Produto de Medida e Combinatória em questões de Relações ternárias. A tabela 15 aborda o primeiro conjunto de questões:

Tabela 15 - Estratégias de resolução em questões de Relações Quaternárias

				MT				NI				AD				CP			
REL.	EIXO	CL.	Q	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total
QUATERNÁRIA	PROP. SIMPLES	UPM	Q01	12	0	0	12	0	0	0	0	2	0	0	2	0	0	0	0
		UPM	Q04	8	2	1	11	0	0	0	0	0	0	0	0	2	1	0	3
		UPM	Q08	12	0	0	12	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
		MPM	Q03	4	1	1	6	1	0	1	2	5	0	0	5	1	0	0	1
		MPM	Q06	4	3	0	7	0	4	1	5	0	0	0	0	1	1	0	2
		MPM	Q12	3	2	0	5	1	1	0	2	5	2	0	7	0	0	0	0
Sub total				43	8	2	53	2	7	2	11	12	2	0	14	4	2	0	6
Sub total (%)				81,1	15,1	3,8	63,1	18,2	63,6	18,2	13,1	85,7	14,3	0,0	16,7	66,7	33,3	0,0	7,1

Legenda:

MT: Estratégia Multiplicativa; NI: Estratégia Não Identificada; AD: Estratégia Aditiva; CP : Estratégia Composta; C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco

Fonte: Elaborada pelo autor

As estratégias mais utilizadas em questões de Relações Quaternárias foram, respectivamente, Multiplicativas em 53 (63,1%) estratégias, Aditivas em 14 (16,7%) resoluções, Não Identificadas em 11 (13,1%) respostas e Compostas em 6 (7,1%) resoluções. Evidencia-se que, para cada três questões onde os sujeitos recorreram a estratégias multiplicativas, há uma questão, aproximadamente, onde a estratégia adotada é aditiva. Tais relações evidenciam a forte ligação que as estratégias dos sujeitos ainda apresentam em relação ao campo aditivo. Para cada cinco questões resolvidas por meio de estratégia multiplicativa uma resposta foi obtida sem que se tornasse explícita a estratégia adotada. Essa relação pode ser problematizada quando as estratégias são analisadas conforme as classes do Eixo de Proporção Simples.

A classe de relação um para muitos ou o conjunto de respostas às questões Q1, Q4 e Q8 apresentaram estratégias predominantemente multiplicativas. Foram 35 das 42 questões, ou 83,3% delas. Após as estratégias multiplicativas vieram as estratégias compostas, em 3 (7,1%) questões e, por fim, empataram as estratégias aditivas e não identificadas, ambas com 2 (4,8%) questões. Quando considerado que nessa classe de situações, o índice de respostas correta foi de 36 (85,7%) questões, seguido por 5 (11,9%) incorretas e 1 (2,4%) em branco,

pode-se verificar como tendência que questões desse tipo sejam abordadas a partir de estratégias multiplicativa, levando a resultados corretos.

O mesmo resultado não foi verificado quanto as questões Q3, Q6 e Q12, da classe Muitos para Muitos. Entre elas, do total de 42 questões, 18 (42,9%) foram respondidas por meio de estratégias multiplicativas, 12 (28,6%) com estratégias aditivas, 9 (21,4%) por meio de estratégias Não Identificadas e 3 com estratégias compostas. Ocorreram 25 (59,5%) respostas corretas. As incorretas foram 14 (33,3%) e as em branco foram 3 (7,1%). Conforme discutido ao longo desta seção, as docentes demonstraram dificuldade para enfrentar as resoluções de situações multiplicativas em questões de Proporção Simples, Classe MPM. O índice de questões em branco foi três vezes maior que entre as questões da classe UPM.

Os elementos apresentados destacam, portanto, a dificuldade para compreensão de situações da classe muitos para muitos, talvez decorrente de sua escassez nos livros didáticos e outros materiais voltados ao ensino do Campo Multiplicativo (SANTOS, 2012; SANTOS *et al.*, 2014). Não se trata apenas de acionar a habilidade de realizarem cálculos numéricos, mas fundamentalmente de compreender a situação a responder, ou seja, seu domínio conceitual. No caso das Relações Quaternárias, ao sair de proposições envolvendo classe UPM e enfrentando questões de classe MPM, percebeu-se a diminuição em 40% no uso de estratégias multiplicativas.

Além disso, houve também redução de 26,2% na ocorrência de respostas corretas. As docentes, ao lidarem com situações com as quais não devem estar habituadas, buscaram as estratégias aditivas. Tal comportamento leva a supor que muitas acreditam que questões multiplicativas e aditivas são de mesma natureza e talvez não puderam acessar as diferenças entre os distintos campos. Infere-se que tal desconhecimento obstrua o processo de reflexão e resolução de ampla gama de questões junto a essas profissionais. Mostra-se preocupante o comportamento perante tal dificuldade, uma vez que foi possível constatar que o uso de cálculos mentais não se mostrou eficiente. Além disso, o abandono do processo de resolução se mostrou como elemento significativo.

Tais dificuldades conceituais acarretaram o índice de 17 questões (40,5%) de respostas incorretas ou em branco dentre as questões de classe MPM, frente a 6 (14,3%) questões incorretas ou em branco na classe UPM.

Analisadas as estratégias de resolução das situações quaternárias, quantitativamente, passa-se a analisar exemplos de uso de Estratégias Multiplicativas, buscando destacar a habilidade aritmética e o raciocínio matemático. Exemplos são discutidos a partir da figura 40, abaixo:

Figura 40 - Estratégias Multiplicativas (Resp. Correta; estruturação multiplicativa)

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 36 \cancel{4} \\ 36 \ 9 \end{array}$$

Precisará alugar 9 mesas.

Resposta: _____

RQ04S11_RN_C

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 4 \cancel{L} = 12 \text{ reais} \\ 12 \cancel{4} \\ - 12 \ 3 \\ \hline 100 \end{array}$$

Resposta: Cada litro de suco custa 3 reais.

RQ08S02_RN_C

12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{l} 15 \div 3 = 5 \\ 5 \times 4 = 20 \end{array}$$

Resposta: 20 pontos

RQ12S14_RN_C

Fonte: Elaborada pelo autor

Nas imagens acima, S11, S02 e S14 demonstram estratégia de cálculo numérico onde os sujeitos recorreram a estratégias multiplicativas. Destaca-se que, nesses casos, os registros das docentes evidenciam cálculos coordenados às situações multiplicativas resolvidas com resolução correta.

Em Q4, a divisão do total de convidados pela quantidade de convidados por mesa demonstra a compreensão que se busca o número de quotas que serão preenchidas conforme a quantidade definida. Em Q8, S02, explicita relação entre litros de suco e preço da promoção. Sua sistematização levou-a a realizar a divisão entre o valor total em dinheiro pela quantidade de garrafas de suco, conduzindo ao valor unitário procurado.

Em Q12, S14 procura quantas vezes foi dado o conjunto de 3 voltas. Em seguida multiplica o número de conjuntos (fator escalar determinado) pelo número de pontos, chegando à pontuação procurada. Nesses exemplos, destaca-se o uso de representações numéricas o que caracterizou as estratégias entre questões quaternárias, conforme apresentado.

Passa-se agora à análise de exemplos de uso de Estratégias Aditivas. Acredita-se que as mesmas foram levadas a tal expediente por não conseguirem estruturar em termos de produtos os números apresentados, buscando, em substituição, estabelecer expedientes de composição de conjuntos. Assim, recorreram a estratégias aditivas em problemas que ofereceram maior complexidade em sua resolução. Nesse movimento, chegaram a respostas corretas e incorretas, conforme apresentado na figura 41 a seguir:

Figura 41 - Estratégias Multiplicativas (Resp. Correta; estruturação não multiplicativa)

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 36 \overline{) 4} \\ - 36 \\ \hline 00 \end{array}$$

Resposta: 9 MESAS

$4 \times 1 = 4$
 $4 \times 2 = 8$
 $4 \times 3 = 12$
 $4 \times 4 = 16$
 $4 \times 5 = 20$
 $4 \times 6 = 24$
 $4 \times 7 = 28$
 $4 \times 8 = 32$
 $4 \times 9 = 36$

RQ04S12_RN_C

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ - 15 \\ \hline 00 \end{array}$$

Resposta: Ele precisará pagar 5 reais

$3 \times 1 = 3$
 $3 \times 2 = 6$
 $3 \times 3 = 9$
 $3 \times 4 = 12$
 $3 \times 5 = 15$

RQ06S10_RN_C

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 12} \\ - 4 \\ \hline 00 \end{array}$$

Resposta: Custará 3 reais.

RQ08S01_RN_C

Fonte: Elaborada pelo autor

No exemplo de estratégia utilizada por S12 em Q4, a professora efetuou o algoritmo da divisão tomando a quantidade total de convidados (36) e a quantidade de convidados que deveriam ocupar cada mesa (4). Em seguida, apresentou uma tabuada, destacando o numeral obtido no algoritmo de divisão.

O mesmo comportamento foi observado junto a resolução de S10 em Q6 e se mostrou em outras resoluções entre os participantes da pesquisa. Segundo Lautert e Santos (2017), tal comportamento quando observado em estudantes que estão se apropriando do campo conceitual multiplicativo, pode contribuir para que eles compreendam o agrupamento sem a necessidade de realizar a contagem.

Como estratégia docente, entretanto, compreende-se que a discussão apresentada por Grossi (2001) é corroborada nestes exemplos. Apesar das professoras atuarem em sala de aula, percebe-se que o domínio de agrupamentos ainda trata-se de um conhecimento em fase de desenvolvimento (Nível D).

Os exemplos apresentados explicitam que as professoras não associaram as operações de multiplicação e divisão entre si, o que justificaria a realização do algoritmo de multiplicação após a divisão efetuada para que se pudesse exprimir resposta aos problemas, apesar do resultado já se mostrar disponível. Ambos os apontamentos permitem, portanto, destacar a importância da compreensão das estruturas acionadas por sujeitos, mesmo quando aparentemente seu desempenho é exitoso, opinião compartilhada por Nunes e Bryant (1997) e Vergnaud (1979, 2009a).

Na estratégia de resolução de Q08 por S01, exibe-se mais uma ocorrência de registro da tabuada. Fica evidenciado que a professora, ao desenvolver a questão, opta por proceder o algoritmo da multiplicação em linhas, construindo a tabuada progressivamente. Uma vez que, chegando à terceira linha, percebe-se o valor apresentado no enunciado, o processo é concluído e a resposta ao problema é determinada. Aqui, o valor em que o numeral multiplicado por 4 corresponde a 12 foi adotado pela professora, pois, nesse caso, ela tratou dos números em uma relação binária, não reconhecendo a relação ternária que configura tal situação (GROSSI, 2001, 2003).

É importante destacar que o conhecimento e mesmo a eventual memorização de tabuadas não está fora dos contextos de produção dos conhecimentos sobre multiplicação. De acordo com Lima e Maranhão (2014), ao longo da história da Matemática e de seu ensino, tabuadas cumprem papel relevante na economia cognitiva em algoritmos, além de serem relevantes em usos sociais. Portanto, considera-se que o equívoco ocorre ao torná-la como foco do processo de ensino e de aprendizagem, inclusive de resoluções de problema, o que pode obstruir a compreensão dos sujeitos quanto às relações inscritas em problemas do Campo Multiplicativo.

Tais análises são complementadas pela análise de exemplos onde as professoras apresentaram Estratégias Aditivas. Conforme discutido acredita-se que as mesmas foram levadas à tal expediente por não conseguirem estruturar em termos de produtos os números selecionados, buscando estabelecer expedientes de composição de conjuntos para relacionar

os elementos apresentados. Assim, recorreram a estratégias aditivas em problemas que ofereceram maior complexidade na resolução. Nesse movimento, chegaram a respostas corretas e incorretas, conforme apresentado na figura 42 a seguir:

Figura 42 - Estratégias Aditivas (Rel. Quaternária; Eixo Prop. Simples; Cl. MPM)

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

3 fantasias → 5m de tecido
?
35 5 5 5 5 5 5 5
||| ||| ||| ||| ||| ||| |||

Resposta: 21 fantasias

RQ04S12_RN_C

12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

000 = 4 7 8
000 = 4 7 8
000 = 4 7 8
000 = 4 7 8
000 = 4 7 8
000 = 4 7 8
20

Resposta: 20 pontos

RQ06S10_RN_C

12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

3 x 4
15
15
15
15
60

Resposta: 60 pontos

RQ08S01_RN_C

Fonte: Elaborada pelo autor

A estratégia adotada por S02 ao resolver Q03 se desenvolveu a partir da sistematização em diagrama. Inicialmente a professora fez representação em língua materna relacionando o número de fantasias (3) à metragem necessária para confecção das mesmas (5 m). Em seguida, replica sete vezes o numeral 5, apresentando abaixo de cada numeral nova linha com 3, traços retornando à representação da quantidade de camisas confeccionadas. Ao

final desse processo, deixando entrever que S02 recorreu a adições sucessivas para compor a representação da metragem total indicada ao lado da fileira com os numerais, bem como para identificar o quantitativo total de fantasias representadas individualmente em grupos de três abaixo de cada numeral. Tal procedimento levou à resposta correta.

Em Q12, S12 elaborou um diagrama onde representava em linhas conjuntos com 3 círculos postos em correspondência com o numeral 4. Foram produzidas 5 linhas que, provavelmente foram inseridas em processo de contagem até que se produzissem tantos círculos, conforme o total expresso no enunciado. Após a última linha, foram realizadas somas parciais entre pares de 4 pontos, efetivando-se a operação final: $8 + 8 + 4 = 20$. Apesar de não se observarem símbolos aritméticos, a organização dos registros permitem inferir que sua estratégia se baseou em contagem e adições sucessivas, levando ao resultado correto.

Na resposta de S13 ao mesmo enunciado, constata-se outra estratégia aditiva, mas desta feita conduzindo a erro. Inicialmente, a docente organizou os primeiros números exibidos no problema, levando a entender que executaria o algoritmo da multiplicação. Entretanto, tal estratégia foi abandonada. Em seguida, a professora construiu coluna de quatro linhas com o numeral 15, o último elemento numérico presente no enunciado, apresentando ao lado esquerdo dessa coluna o símbolo de adição.

Ficou evidenciado que a professora realizou a soma entre as parcelas de 15 unidades sem que conseguisse compreender o significado que tais números assumiam no problema. Dessa forma, o resultado obtido não convergiu para o que se buscava o problema. Chama a atenção, ainda, a presença de quinze círculos onde se inscreveu o numeral 4, em relação à operação aditiva realizada. Nesse caso, explicitou-se que a Estratégia Aditiva conduziu a docente à resposta incorreta.

Questões que servem de exemplo da presença de Estratégias Compostas são apresentadas na figura 43, a seguir:

Figura 43 - Estratégias Compostas (Rel. Quaternária; Eixo Prop. Simples)

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO



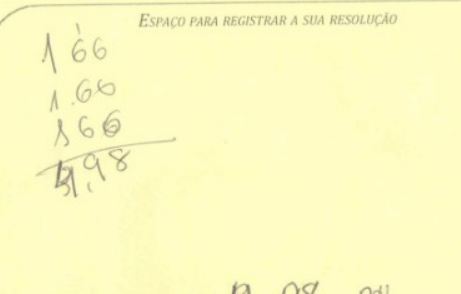
36 / 4
10 9

Resposta: 9 mesas

RQ04S03_RN_C

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO



1.66
1.66
1.66

4.98

Resposta: 4,98 R\$

RQ06S12_RN_I

Fonte: Elaborada pelo autor

S03, em sua estratégia de resolução em Q4 procedeu a representação figural de mesas com quatro cadeiras, pois desenhou um círculo representando uma mesa e desenhava quatro cadeiras ao redor. Essa estratégia, pode ter conduzido S03, à contagem, somas sucessivas ou multiplicação entre os fatores. A professora, paralelamente, realizou o algoritmo da divisão entre os números propostos, chegando à resposta esperada.

S12 em Q6 demonstrou haver realizado divisão entre o valor total de R\$ 15,00 cobrado pelas 9 caixas de suco, chegando à dizima – 1,666 – mesmo sem haver registro de tal operação. Em seguida, ela soma esse valor três vezes, chegando a 4,98. Portanto, o valor calculado a partir da Representação Numérica decimal aproximada a menor fez com que a docente não percebesse a situação na relação muitos para muitos entre o valor total a pagar e o total de garrafas na promoção, chegando ao resultado incorreto.

Quanto ao uso de Estratégias Não Identificadas, isto é as questões nas quais não houve registro de resolução, explicitando-se apenas a resposta, percebeu-se a forte incidência de resoluções incorretas (7/9), no âmbito das relações quaternárias. Dessa forma, ressalta-se que a importância da representação proposta por Vergnaud como um dos pilares do conceito. Quando as professoras decidem por não a usar ou não a utilizam por não saber, incorrem majoritariamente em erro. Considere-se finalmente que houve 2 questões deixadas sem qualquer resposta ou tentativas, isto é, aquelas consideradas em branco.

São apresentadas, agora, discussões sobre as estratégias mobilizadas pelas docentes, em questões de Relações Ternárias, conforme a tabela 16, abaixo:

Tabela 16 - Estratégias de resolução em questões de Relações Ternárias

				MT				NI				AD				CP			
REL.	EIXO	CL.	Q	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total	C	I	B	Total
TERNÁRIA	C.MM	REF. DESC	Q02	12	0	0	12	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1
		REL. DESC	Q10	2	1	0	3	2	6	0	8	0	1	0	1	0	2	0	2
		REF. DESC	Q13	1	1	1	3	0	9	1	10	0	0	0	0	1	0	0	1
	PROD. MEDD	CONF. RET	Q05	10	0	0	10	2	0	1	3	1	0	0	1	0	0	0	0
		CONF. RET	Q07	2	4	0	6	0	6	0	6	0	2	0	2	0	0	0	0
		COMB	Q09	7	0	0	7	2	5	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0
		COMB	Q11	8	0	0	8	2	3	1	6	0	0	0	0	0	0	0	0
Sub total				42	6	1	49	9	29	3	41	1	3	0	4	2	2	0	4
Sub total (%)				85,7	12,2	2,0	50,0	22,0	70,7	7,3	41,8	25,0	75,0	0,0	4,1	50,0	50,0	0,0	4,1

Legenda:

C.M: Comparação multiplicativa; PROD. MED: Produto de Medidas; REF. DESC.: Referente ou Referido Desconhecido; REL. DESC: Relação Desconhecida; CONF. RET: Configuração Retangular; COMB: Combinatória

RN: Registro Numérico; RF: Registro Figural; RD: Registro em Diagrama; SR: Sem Registro

C: Correta; I: Incorreta; B: Em Branco

Fonte: Elaborada pelo autor

As estratégias mais utilizadas em questões de Relações Ternárias foram: Multiplicativas em 49 (50,0%) estratégias, Não Identificadas em 41 (41,8%) respostas, Compostas em 4 (4,1%) e Aditivas em 4 (4,1%) resoluções. Os números destacam o crescimento do recurso às estratégias Não Identificadas.

No Eixo de Comparação Multiplicativa, as questões Q02 e Q10, de classe Referido ou Referente Desconhecido apresentaram estratégias predominantemente multiplicativas. Foram 15 (53,6%) respostas. As estratégias não identificadas foram 11 (39,3%), as Compostas foram 2 (7,1%) e não houve resposta por meio de estratégias aditivas. O índice de respostas corretas foi de 16 (57,1%) questões, seguido por 10 (35,7%) incorretas e

2 (7,1 %) em branco. Percebeu-se que o uso de estratégias multiplicativa se mostrou relacionado diretamente ao índice mais elevado de resultados corretos.

Por outro lado, Q13, a única questão da Classe de Relação Desconhecida, teve maior índice de estratégias Não Identificadas: 8 (57,1); estratégias Multiplicativas só foram efetivadas em 3 (21,4%) das resoluções; as Estratégias Compostas foram utilizadas em 2 (14,3%) resoluções e 1 (7,1%) questão foi resolvida por meio de estratégia Aditiva. Nessa classe, a relação entre estratégia e desempenho demonstrou que o elevado número de questões resolvidas por meio de Estratégias não identificadas levaram ao erro, uma vez que o número de respostas corretas foi de 4 (28,6%) questões e aquelas com respostas incorretas foram 10 (71,4%). Destaca-se que não houve respostas em branco.

Nas relações ternárias, portanto, reduz-se o uso das esperadas estratégias multiplicativas utilizadas em situações quaternárias. As estratégias não identificadas levaram as docentes a cometerem muitos erros (29/38) levando a reafirmar a importância da representação posta por Vergnaud (2009c). Pode-se inferir que a dificuldade que as professoras sentem diante das questões as levam a não estruturar estratégia escrita.

Em síntese, a Estratégia Multiplicativa foi a mais utilizada e mais eficiente em termos de obter a resposta correta aos problemas propostos. Mesmo assim, a atuação do conjunto de professores, exibiu limitações na base de conhecimentos de conteúdo, conforme se explicitou na análise realizada até aqui, nesta subseção. Foi com base nesses elementos que se procedeu a formação dos professores, cujos resultados passa-se a discutir.

4.2.4 Construção do conhecimento de conteúdo no processo formativo

Na fase de ação referente ao processo formativo, adotou-se o mesmo planejamento de atividades para ambos os grupos – 2º e 5º anos – e, no que diz respeito ao conhecimento de conteúdo (CK), foram vivenciadas as seguintes atividades: exposição dialogada sobre o C.M, com base em textos de referência³⁸; resolução de exemplos de situações-problemas em grupo, objetivando a explicitação e percepção por parte das professoras das diferentes relações existentes em cada uma das situações, conforme a *designação* recebida; e classificação de situações multiplicativas, por parte das professoras,

³⁸ Foram disponibilizados previamente às docentes os seguintes textos de referência: Magina, Merlini e Santos (2016); Nova Escola (2007) e Nunes *et al.*, (2005)

considerando as Relações e os Eixos do C.M., segundo a proposta de Magina, Merlini e Santos (2016).

A partir do processo de desenvolvimento dessas atividades, buscou-se analisar atos e significados (GIL, 2018) entre os sujeitos, percebidos ao longo das interações. Portanto, consideram-se ações temporalmente breves, em segundos ou minutos realizadas pelos sujeitos, mas que expressam aspectos dos conhecimentos dessas pessoas, por meio de produtos verbais e não verbais enredados nesses atos.

Nos momentos de exposição dialogada, a principal discussão teórica foi encaminhada a partir do texto de Magina, Santos e Merlini (2014). Por meio da apresentação de projeção de situações problemas do texto na lousa digital, realizaram-se as discussões no laboratório com o intuito de que categorias teóricas discutidas pudessem ser retomadas posteriormente pelas professoras.

As tecnologias digitais disponíveis no local onde se realizou a formação favoreceram a observação do modo como as professoras interagiam com tais recursos à medida que as discussões eram realizadas. Solicitou-se ao grupo do 2º ano que as questões apresentadas na figura 44 a seguir fossem resolvidas em conjunto:

Figura 44 - Exemplos de estratégias de resolução (Rel. Quaternária; Eixo Prop. Simples)

Problema 1	Problema 2	Problema 3
Dona Benta gasta 4 ovos para fazer 1 bolo. Ela quer fazer 3 bolos. Quantos ovos ela vai gastar?	Dona Benta gasta 4 ovos para fazer 1 bolo. Ela quer fazer 8 bolos. Quantos ovos ela vai gastar?	Dona Benta faz 35 bolos por mês e ela gasta 4 ovos em cada bolo. Quantos ovos ela gastará no mês?
4 ovos + 4 ovos + 4 ovos = 12	8 bolos X 4 ovos 8 X 4 = 32	$\begin{array}{r} 35 \\ \times 4 \\ \hline 140 \end{array}$

Fonte: Magina, Santos e Merlini (2014, p. 518)

Uma vez que o objetivo da discussão era aproximar as docentes das situações do C.M., o quadro da figura acima foi apresentado, inicialmente, com as estratégias de resolução cobertas. Pretendeu-se estimular o debate a partir do argumento dos autores ao explicarem que “[...] do ponto de vista cognitivo, os três problemas apresentados anteriormente têm o mesmo grau de complexidade, pois, em todos eles, a relação entre a quantidade de ovos usados em um bolo é conhecida, a única diferença são as variações numéricas envolvidas em cada um”(MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014, p. 519).

Informou-se que, após as manifestações das professoras, havia a possibilidade de comparar suas respostas ao que apresentava o artigo. Com isso, pretendia-se que as docentes expusessem suas estratégias de resolução e pudessem refletir, em conjunto, acerca de aspectos que lhes pareciam tornar semelhantes ou diferentes os problemas entre si. Todavia, entre as professoras do 2º ano, houve silêncio. Por mais que o pesquisador solicitasse manifestação, não houve participação voluntária de nenhuma delas, nem mesmo das professoras da equipe da SME. Algumas demonstraram não querer participar da atividade, inclusive chamando o pesquisador para mostrar interesse em desistir da formação:

S05: Vixe, professor... Não aguento mais resolver problemas... ((ri))... Eu não tenho mais forças

S04: Professor, eu já preenchi os papéis ((TCLE e Diagnósticos)) mas eu acho que não venho mais para o curso, não. Está muito complicado pra mim... Tá difícil de acompanhar.

Pesquisador: Calma... se você quiser usar papel e caneta, eu tenho.../

S04: Não! Eu posso ir embora? Ou então eu fico só aqui sentada, mesmo, e o senhor não me chame ((irritada)), por favor...

Pesquisador: Pronto! Fique e vamos conversando, ok?

S04: Ok!

Em suas falas, S04 e S05 demonstraram que o esforço para participarem da formação lhes pareceu demasiado. A queixa sobre o aspecto de carga cognitiva pareceu estranha ao pesquisador. Em suas experiências em aplicação de instrumentos idênticos, docentes em outras escolas e mesmo alunos entre 1º e 9º ano jamais haviam apresentado indisposição. Ao recorrer às formadoras da SME, elas alegaram que não queriam passar a responder naquele momento:

Pesquisador: Pessoal, vamos lá? Quem pode ajudar? Nossas colegas da SME, tem alguma coisa a dizer?

S02: Eu falo demais nas formações e eu ainda tenho que me poupar porque amanhã eu vou pra reunião na CREDE³⁹.. Bora pessoal?! ((apontando para S14))

S14: ((olhando para S02)) Se tu vai pra reunião, eu vou também!

S12: Professor, responda logo. A gente passa o dia inteiro aqui, viu? Tá tão bom, no ar-condicionado ((risos))

Pesquisador: Vamos fazer em duplas, então? Aí vocês podem discutir entre as duplas e/

S07 e S13: Não!

39 Órgão envolvido nas atividades administrativas da educação no município, “exercendo atribuições específicas no desenho do pacto colaborativo no ceará, as CREDE [coordenadorias regionais de desenvolvimento da educação] operacionalizam as políticas estaduais e contribuem para sua chegada à ponta do sistema. Instâncias mediadoras entre o Estado, Municípios e escolas desempenham papel ímpar no respeito às especificidades regionais no desafio educacional (VIEIRA; VIDAL, 2013, p. 1088)

Pesquisador: Gente, essa formação e essa discussão que eu quero trazer para vocês é para dizer: vamos pensar em coisas possíveis que a gente pode fazer juntos?

Mesmo frente ao pedido de colaboração, as docentes se mostraram irredutíveis. O pesquisador solicitou, então, que as professoras retirassem da pasta que haviam recebido o texto de referência ao qual poderiam acessar as estratégias de resolução dos problemas que estavam projetados. Três professoras abriram suas pastas e tiraram o artigo, apontando para o problema. As outras quatro, entretanto, não chegaram a acessar o material.

O pesquisador, então, realizou a leitura em grupo dos três problemas e das estratégias de resolução apresentadas pelos autores, dando destaque para os argumentos quanto a prática curricular de se trabalhar a adição, depois a subtração e, em continuidade, a multiplicação e a divisão, o que para Magina, Santos e Merlini (2014) guarda uma compreensão de fundo que multiplicar é adicionar parcelas repetidas.

Nas estratégias de resolução das questões, portanto, a gradação apresentada representava um encadeamento de práticas docentes relacionadas a essa concepção. Frente a tais argumentos, o pesquisador provoca as professoras e S04, que havia demonstrado interesse em desistir da formação, estabelece a seguinte interlocução:

Pesquisador: Alguém acha que dá para aprender a multiplicar e dividir sem aprender a somar e subtrair?

S04: Alguns dizem que a adição é a operação inversa da multiplicação...

Pesquisador: Alguns, quem?

S04: Alguns pesquisadores, né?

Pesquisador: Mas pesquisador também ignora muita coisa, viu?!?

S04: Mas como alguns dizem que a adição é a operação inversa da multiplicação, então a multiplicação depende da adição... A adição é a operação inversa da multiplicação... A multiplicação é a adição de parcelas iguais... né isso aí?

Tal provocação parece haver despertado o interesse da docente. Em sua fala, S05 demonstra aderir à crença da continuidade entre a adição e a multiplicação e que tal ideia lhe parece, além de coerente, embasada por pesquisadores. As demais professoras não pareceram reforçar sua ideia, entretanto, não se manifestaram em sentido contrário.

O mesmo problema, ao ser discutido com a turma de professoras do 5º ano, contou com a adesão de diversas delas simultaneamente. Uma proposta foi trabalhada a partir de diferentes interlocuções:

Pesquisador: Quem pode ajudar a resolver esses problemas?

S03: Aí na lousa?

Pesquisador: Sim.. aqui comigo, você pode vir?

S03: Deixa só eu resolver aqui de novo, aí eu vou..

Pesquisador: Resolver de novo?

S03: É. Eu resolvi de cabeça mas eu não sei se está certo, né? Aí eu quero anotar aqui primeiro para conferir.. Aí eu vou...

Pesquisador: Não! Vem fazer aqui porque aí a gente anota no quadro o que você quiser!

S03: Então, pronto! Coloca aí... (3×4) , (4×8) e (4×35) ...

Pesquisador: Só isso? Colocar só essas contas?

S03: E precisa de mais alguma coisa?

S11, S01: Não! Não precisa.

S02: Só se quiser deixar mais arrumado.

Pesquisador: Mais arrumado?

S02: Eu gosto de sempre deixar arrumado, assim

Pesquisador: Vem aqui no quadro explicar o que é mais arrumado?

S03: é com os cálculos?

S02: Não, olha, é deixando as coisas separadas... Tantos ovos... aqui ((aponta para o lado direito do quadro)), tantos bolos, aqui (aponta para o centro do quadro)

Pesquisador: Explica aqui?

Ao se dirigir ao quadro, S02 convidou S03 e S01 para acompanhá-la. A docente passou a explicar para as colegas que “[...] sempre separava os objetos para saber como fazer a conta” (S02), esboçando um diagrama para cada problema. Em seu raciocínio percebeu-se que S02, sem explicitar a nomenclatura teórica, demonstrou que buscava perceber as relações entre as variáveis que estavam em jogo e organizá-las antes de fazer “a conta”. Dessa forma, explicitou compreender a distinção mais elementar entre situações aditivas e multiplicativas apontada por NUNES *et al.* (2005), que diz respeito ao número de variáveis em jogo: uma na adição e duas na multiplicação.

Cabe destacar que S3 demonstrou que a estratégia de cálculo mental foi imediatamente acionada para resolução dos problemas, entretanto, não demonstrou segurança em suas respostas, declarando necessitar da realização de cálculos escritos para apresentar as respostas aos problemas, apesar da simplicidade das situações.

A solicitação realizada ainda por S03 e apoiada por S01 e S11 acerca de “Coloca aí... (3×4) , (4×8) e (4×35) ”, números presentes nos enunciados dos três problemas, deixa perceber o uso do algoritmo da multiplicação como a estratégia mais adotada pelas docentes, o que já havia sido percebido quando da análise do diagnóstico realizada anteriormente nesta subseção. Percebe-se assim que, mesmo com forte resistência à participação nas discussões e

para manifestações sobre o conhecimento do conteúdo estudado, as professoras demonstraram variedade entre suas estratégias adotadas para resolução – diagrama, algoritmo da multiplicação e cálculo mental.

Sobre os níveis de dificuldade entre os problemas, as professoras foram unânimes em afirmar que o problema 3 era o mais difícil, o que se pode perceber na afirmação de S03 “[...] muito mais difícil por que trabalha com três dígitos, e se o aluno não tiver muito cuidado, pode errar o resultado”. Mediante a visível preocupação quanto ao resultado, o pesquisador questionou o que mais, além do resultado, deve ser observado pelo professor quando alunos resolvem problemas no contexto de ensino. As professoras não responderam imediatamente. Houve, então, nova provocação junto à turma:

Pesquisador: Acho que todo mundo aqui tá preocupado com as respostas certas, porque a gente foi criado, na Matemática, entre o certo e o errado. E o certo, normalmente era do jeito que o professor fazia.... Então a gente trava se não houver o professor dizendo: faça assim!

S11: Mas professor, ainda tem professor que só quer a resposta se for daquele jeito da tela. Até toda a distribuição do problema... Só se for assim....

Pesquisador: então, além da resposta tem mais alguma coisa que é importante?

S11: a distribuição do problema?

Pesquisador: explique!

S11: se tá tudo certo, bem armado, com as contas alinhadas... é isso?

Pesquisador: alguém mais pode ajudar?

S02: Eu disse que gosto de sempre deixar arrumado, né? Então acho que deixar arrumado ajuda a responder certo... e as contas ficam alinhadas também.. então acho que a gente devia olhar os nossos alunos para ver se eles sabem organizar as respostas também, né?

S11: ((olhando para S02)) mas o que é que adianta arrumar se a resposta for errada?

Quanto ao aspecto da “organização” das respostas que S02 afirma orientar e exigir de seus alunos, é oportuno destacar que tal discussão remete à possibilidade que os sujeitos possuem para mobilização de conceitos por meio dos registros adotados. Segundo Vergnaud (2009c) é necessário ao professor estabelecer compreensão sobre as regras de ação adotadas pelos sujeitos, uma vez que algumas são objetos de simples condicionamentos, nos quais a representação não intervém, daí a relevância da análise das resoluções apresentadas, pois:

[...] procedimentos empregados pelas crianças não levam necessariamente à solução dos problemas abordados. Essas regras não algorítmicas não deixam de ser, por causa disso, menos importantes para o psicólogo e para o professor que procuram compreender o que a criança faz e onde ela está em seu fazer. Frequentemente, os procedimentos utilizados pelas crianças respeitam tão somente uma parte das propriedades das relações em jogo. É assim interessante analisá-los desse ponto de

vista, e não deixá-los de lado como “erros” a rejeitar. É raro as crianças cometerem erros grosseiros na utilização de informações presentes em uma dada situação; o mais comum é elas ignorarem algumas dentre essas informações, elas não as captarem e evidentemente não as tratarem. Contudo, seus procedimentos, embora insuficientes, revelam-se à análise mais inteligência e fecundidade do que se pode crer à primeira vista (VERGNAUD, 2009c, p. 312).

Dentre as professoras, a necessidade de observar a organização das respostas de seus alunos, ponderada por S02, se mostrou relevante. As docentes consideraram a imprevisibilidade das respostas dos alunos e que, talvez, fosse necessário, de fato, prestar maior atenção aos detalhes do que eles escrevem. Assim, a discussão leva à percepção da necessidade de uso de representações como forma de deixar claro para as professoras como cada estudante agiu durante a resolução.

Não se trata ainda da percepção do uso da representação como um dos elementos componentes do conceito, conforme adverte Vergnaud (1996). Entretanto, é um aspecto relacionado a tal necessidade e que se mostra como um elemento a ser explorado junto às docentes. Uma vez que as mesmas não desenvolveram a discussão sobre as vantagens ou desvantagens de se investir na compreensão quanto ao que representa organizar a resolução de um problema, deixaram explicitado em seus comentários que a simplicidade nas repostas e chegar ao resultado esperado é o que mais lhes parece relevante.

S11: Muitas vezes a gente leva uma situação, de uma maneira, que a gente achava ser bem fácil, né? E aí os meninos vão conseguir resolver essa questão... essa situação assim bem simples. De repente, eles resolvem aquela situação de uma maneira que você nem planejou, você nem escreveu, e ele adquiriu uma resposta. É difícil.. Isso que o professor tá fazendo com a gente? é uma situação inesperada. A gente não estava esperando um teste desse... aí de repente chega... e se a gente não tiver uma preparação com a nossa professora aqui ((apontando para S02)) ... aí a gente vai passar uma decepção!

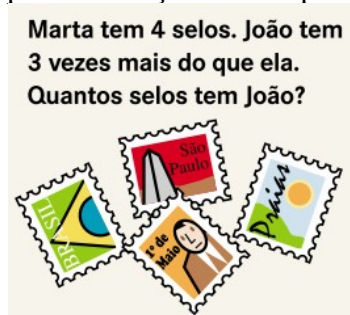
As discussões mobilizadas pela reflexão sobre os problemas apresentados, permitem inferir que entre as professoras há a percepção de que as situações do Campo Multiplicativo são continuidade das do campo aditivo. Suas concepções se mostraram fundadas em senso comum pedagógico (BARRETO, 2016) e curricular pautado em experiências e práticas profissionais vivenciadas sem maior reflexão sobre os elementos relevantes que as estratégias de resolução de problemas de seus alunos lhes poderiam permitir avaliar.

Percebeu-se que apesar de certas resistências iniciais, particularmente junto ao grupo do 2º ano, a discussão sobre a gama de elementos que precisam ser melhor compreendidas por esses profissionais para que possam expandir seus conhecimentos sobre o

C.M se mostrou de interesse junto ao grupo mas ainda caracterizada por incompreensões que acompanham essas professoras de modo profundo, gerando incômodo e resistência.

Encerrada a abordagem sobre os problemas de proporção simples que geraram a discussão inicial, procurou-se refletir a partir de outro problema do C.M., dessa vez, um de comparação multiplicativa. Tal situação-problema foi recolhida de um encarte especial de Matemática publicado pela revista Nova Escola (2007) em uma edição voltada ao trabalho de fundamentos do Campo Multiplicativo, material também disponibilizado às professoras e conforme o referencial adotado nesta pesquisa. A figura 45 a seguir exhibe o problema apresentado para as docentes:

Figura 45 - Exemplo de situação de comparação multiplicativa



Fonte: Nova Escola (2007)

Considerou-se oportuno levar a discussão sobre a comparação multiplicativa para os grupos de professoras, dada sua relevância para o trabalho de proporcionalidade e sua relação a conceitos tais como fator multiplicativo, razão e proporção (CEBOLA; BROCARD, 2019). Ademais, apesar de ser considerado por Magina, Merlini e Santos (2012) um conteúdo ainda pouco explorado na Educação Básica, os autores ressaltam que situações desse eixo estão presentes desde o início do Ensino Fundamental em relações de dobro, triplo e metade, e são definidas como prototípicas nas relações ternárias. Portanto, compreende-se que a reflexão sobre esse tipo de situação deve ser promovida junto às professoras que atuam ao longo de todos os anos iniciais do Ensino Fundamental para que os problemas do C.M. sejam mais bem caracterizados em sua variedade.

Entre o grupo de docentes do 2º ano a situação foi abordada diretamente pelo pesquisador, ao explicar a relação comparativa da situação. O tempo já utilizado para que as situações de proporção simples fossem discutidas, levou à decisão de apresentar as características desse eixo de situações, sem maior discussão entre os sujeitos. Esse expediente foi necessário para que se cumprissem as atividades planejadas com essas professoras.

Ainda revelando resistência, as professoras do 2º ano se recusaram a participar da discussão acerca das relações envolvidas no problema. Apenas S09 se manifestou em relação a esse problema de Comparação Multiplicativa:

Pesquisador: pessoal, essa situação trata de comparar alguma coisa?

S09: Não sei... acho que não.

Pesquisador: mas você pode dizer porque acha que não?

S09: Aí só está dizendo que tem três vezes mais... é só somar o que ele tem mais...

Pesquisador: vamos fazer no quadro?

S09: Não... olha... soma quatro mais quatro mais quatro... três vezes mais, não é?

Pesquisador: qual resposta você daria a essa situação?

S09: Eu deixaria em branco... ou então eu chutava... dá quatro vezes quatro se eu contar com o que Marta tem...

Pesquisador: Então dá 16?!

S09: Não! Tá dizendo que é três vezes mais, né? Professor, que negócio confuso... Essa questão tem resposta certa?

S09 reafirma a tendência do grupo em acreditar que a multiplicação é continuidade da adição. Neste caso ela afirma que é “só somar o que ele tem mais”. Entretanto, tal situação se mostra resistente ao tratamento aditivo, uma vez que teria que ser considerada a quantidade inicial, (4), três vezes, para somente depois ser possível proceder à adição. Por outro lado, nota-se que S09 não percebe que a quantidade de Marta não deve se juntar ao que João possui, pois são duas quantidades independentes sendo comparadas, daí ela afirmar que pode ser executado o cálculo “quatro vezes quatro se eu contar com o que Marta tem”. Essa situação se mostrou com uma estrutura desconhecida e que ofereceu muita dificuldade ao conjunto das professoras. Em sua manifestação, S09 decidiu expor sua percepção acerca da situação em análise, considerando-a como algo confuso, que possivelmente não teria resposta certa, o que a levaria a deixar tal questão em branco.

No grupo de professoras do 5º ano, houve quem demonstrasse perceber a situação como algo de fácil solução e distante do campo aditivo. S03 considerou ser questão de resolução, “tipo tabuada”, onde “[...] tem dois números. Basta pegar um ((número)) e multiplicar pelo outro direto, pronto... dá 12, nem soma... não tem nada a ver” (S03). Tal percepção é compreendida como aquela pautada, segundo Santos e Merlini (2018, p. 190), em uma “racionalidade técnica, em que a prática profissional consiste em uma resolução instrumental de problemas baseada na aplicação de técnicas”. As demais colegas se mostraram alheias a outras possibilidades de resolução ou mesmo de reorganização do

problema. S06 também considerou que, de tão direta a situação, não haveria necessidade de maiores comentários pois “só tem esses dois números e dizendo que é de vezes... é só saber a tabuada mesmo”. Quando questionadas, outras professoras não chegaram a se pronunciar sobre possíveis divergências quanto a visão apresentada pelas colegas S03 e S06. Pode-se inferir que o silêncio das participantes revela incompreensão das relações postas na situação, o que lhes coloca em posição evasiva. Desse modo evitam que seus comentários, que podem estar incorretos, sejam expostos. Tal postura é abordada por Thompson (2010) como uma limitação na flexibilidade para a realização de cálculos. O autor afirma ser necessário aos sujeitos, particularmente aos professores, a demonstração de atitudes de confiança para que venham a ser capazes de gerar estratégias apropriadas frente a situações abordadas.

Com o intuito de serem apresentados todos os eixos das situações de Estrutura Multiplicativa realizou-se, ainda no contexto de reflexão teórica sobre a atividade de resolução de problemas, a discussão sobre a situação exibida na figura 46, abaixo:

Figura 46 - Exemplo situação de Configuração Retangular

**Uma tabela tem 4 linhas e 3 colunas.
Quantas casas ela terá se os números de
linhas e de colunas forem duplicados?**

Fonte: Nova Escola (2007)

Trata-se de situação de produto de medida, da classe de configuração retangular. Essa classe abarca problemas cujos dados contínuos ou discretos se distribuem em linhas e colunas e é apontada como pouco explorada pelos professores e de difícil compreensão para os estudantes do Ensino Fundamental (BARBOSA, 2019; PLACHA, 2006; SPINILLO *et al.*, 2016). O exemplo envolve a percepção sobre a proporcionalidade entre as medidas da tabela original (4 linhas por 3 colunas) e as medidas da tabela que deverá ser elaborada, quando duplicadas as quantidades da tabela original. Quando apresentado o problema escrito, ainda que falando timidamente, uma das professoras se propôs a responder o problema:

S07: Então... é o dobro? 24!

Pesquisador: Opa! Então a tabela duplicada a partir dessa tem 24 casas, S07?

S07: É... quatro vezes três é doze. Duplicar é multiplicar por dois. Duas vezes doze é vinte e quatro...

Pesquisador: E as relações aqui? Pensando no aluno... como poderíamos explicar para ele essa comparação? Vamos fazer aqui no quadro, S07?

S07: Eu não! Vou não.

S09: Vai, S07.

Pesquisador: Vem, por favor. Se você não quiser vir sozinha, S07... S09 você pode vir com ela?

S09: ((olhando para S07))vamos!

S07: vamos, né?!

Durante o diálogo apresentado acima, nenhuma professora havia manifestado divergências na resposta apresentada por S07. Entretanto, percebeu-se que duas professoras, enquanto S07 e S09 se dirigiam para o quadro, realizaram cálculos utilizando caneta e papel procurando resolver o problema sem se manifestarem junto ao grupo. Em suas colocações, S07 demonstrou realizar cálculo mental multiplicativo envolvendo os elementos numéricos (4 e 3) e multiplicou-os. Depois de haver realizado a multiplicação dos componentes da primeira tabela, ela duplicou o resultado. Entretanto, o valor duplicado pela professora foi o do produto original entre a quantidade de linhas e colunas da tabela. Por essa estratégia, a docente explicitou maior ênfase às operações numéricas. Ela não percebeu que duplicar o produto é diferente de duplicar cada um dos fatores.

Ao chegarem no quadro, S07 apresentou diretamente os seguintes registros numéricos: $3 \times 4 = 12$ e $12 \times 2 = 24$. Após esses registros, estabeleceu-se o seguinte diálogo:

S07: ((olhando para o pesquisador)) tá certo?

Pesquisador: Você acha que tem algum erro?

S07: Acho que não. Não sei... tem?

S12: ((olhando para S09)) Ajuda aí!

S07: ((olhando para S09)) Tá errado, né?

S09: ((sorrindo)) Eu não sei... acho que tá...

Pesquisador: S09, você poderia tentar resolver de outro jeito?

S09: Como o senhor quer que resolva?

Pesquisador: Do jeito que você quiser.

S09: Eu acho que a conta é diferente. Eu faria outra conta ((começou a escrever no quadro))

S04: Professor, eu acho que a gente não aprendeu Matemática direito não.

Pesquisador: Que é isso! Quem aqui acha que não aprendeu Matemática?

S13: Eu acho que alguma coisa eu aprendi... Podemos dizer que a gente tem dificuldade. Acho que a Matemática não só se gera em torno apenas de multiplicação e divisão... A gente sempre teve dificuldade em alguns temas mas eu acho que a Matemática é muito mais ampla.

Pesquisador: E se a gente tem dificuldade, acho que esse apoio entre S07 e S09 pode ajudar. Se a gente tiver dificuldade mas não falar nada e nem tentar nada, a gente morre com aquela dificuldade, né?

S13: ((afirmando com a cabeça)) É... Tem isso, também...

Ao concluir os seus registros, a professora que estava escrevendo no quadro solicitou avaliação de sua resolução: “professor, eu acho que dá 48, olha aqui?!” (S09). Ela havia realizado um cálculo numérico em linha ($8 \times 6 = 48$). Entretanto, demonstrou compreender a configuração da tabela proposta pelo problema ao argumentar oralmente que: “[...] se o número de linhas e de colunas é duplicado, então, são oito linhas e seis colunas, né? A quantidade de casas da outra tabela, então, é 48?” (S09). S07 indicou concordar com o raciocínio da colega. Além dela, as duas outras que realizaram os cálculos sem se manifestarem junto ao grupo também sinalizaram afirmativamente com a cabeça, olharam para o pesquisador, indicando que o cálculo apresentado lhes parecia correto.

A postura das professoras nesse grupo demonstra insegurança na resolução do problema. Entretanto, pode-se perceber que S09, conseguiu retomar a proposição, chegando ao resultado correto, pois percebeu que a duplicação proposta no problema deveria ser realizada antes do produto. Outro aspecto de tal insegurança é a solicitação do parecer do pesquisador quanto aos procedimentos adotados e o resultado obtido. Tal insegurança para algumas, conforme apontado por S04, é percebida como falta de conhecimento sobre o conteúdo.

Entretanto, mesmo quando o pesquisador ressalta que a falta de conhecimento pode ser enfrentada por meio de auxílio mútuo entre as professoras, a reflexão sobre o estabelecimento de um ambiente de colaboração para superação de dificuldades não se desenvolveu. No comentário de S13, percebeu-se discurso de relativização das dificuldades demonstradas, argumentando-se que a Matemática é “algo muito mais ampla” sem, entretanto, demonstrar objetivamente os elementos dessa matéria, ou conhecimentos de conteúdo (CK), que seriam relevantes para o trabalho docente em outras dimensões, seja a de conhecimentos pedagógicos (PK) ou, ainda, conhecimentos tecnológicos (TK).

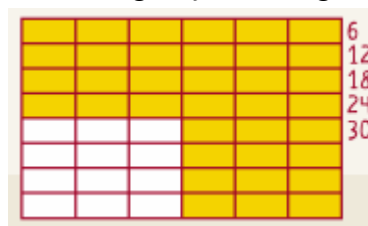
Os diálogos apresentados permitem afirmar que as professoras do 2º ano, apesar de compreenderem que uma operação multiplicativa favoreceria à solução do problema e demonstrarem conhecimento sobre a realização de cálculos multiplicativos, apresentaram dificuldade no estabelecimento da relação de dobro. Inicialmente, não perceberam que duplicar os fatores significa quadruplicar o produto. Tal dificuldade é análoga ao que se constata como dificuldade essencial entre os estudantes ao resolverem problemas aritméticos:

Pesquisas na área têm amplamente constatado que o tipo de operação matemática mobilizada no processo de resolução de problemas não se constitui no fator

essencial de dificuldade para as crianças. Esses fatores situam-se na ordem de grandeza e na natureza dos números (naturais, racionais...), na estrutura textual, no tipo de referentes numéricos (km, km/h, m); mas situam-se essencialmente nas operações de pensamento necessárias para estabelecer relações pertinentes entre os dados do problema. Pode haver uma grande defasagem no domínio pelo aluno de duas situações envolvendo as mesmas operações matemáticas e variáveis diferentes (FRANCHI, 2012, p. 194)

Quanto ao resultado alcançado por meio da discussão, 48, têm-se o quádruplo do número de casas da tabela original e não o dobro, conforme o pensamento inicial das mesmas. As professoras foram levadas a conferir a representação figural da tabela proposta no problema e perceberem que a discussão estabelecida girou em torno da dificuldade de percepção quanto aos elementos que foram duplicados no problema, as linhas e colunas. Para tornar mais explícita a visualização, optou-se por projetar a figura apresentada no material de referência, reproduzido na figura 47 a seguir:

Figura 47 - Representação da Configuração Retangular apresentada na formação



Fonte: Nova Escola (2007)

O fato da atenção inicial à realização de operações numéricas por parte de S07 não impediu o grupo de, por meio da discussão, perceber o equívoco na primeira resolução apresentada. Chamou a atenção que, apesar de o enunciado descrever a transformação de uma tabela em outra, com o dobro de linhas e colunas, não se apresentou nenhuma proposta de resolução por meio de registro figural junto as docentes do 2º ano. Ao visualizarem a tabela da figura 47, algumas professoras chegaram a declarar que o desenho poderia tê-las ajudado a compreender a resolução adequada. Segundo declarações:

S07: A gente se preocupou logo em fazer conta e dar a resposta sem nem pensar na tabela, né?

S13: Agora deu para ver que, dependendo do problema, é melhor não partir logo para o cálculo mas tentar entender o que tem nele. Com um desenho assim, por exemplo, a gente vê claramente que os cálculos às vezes podem atrapalhar

Pesquisador: Mas o problema não é o cálculo. Fazer os cálculos ajuda. Mas o que precisamos, com mais atenção, é compreender as relações estabelecidas em cada situação antes de fazer os cálculos.

As dificuldades para tal percepção indicam que o trabalho de interpretação e de elaboração de tabelas simples e de dupla entrada não se constitui como um conhecimento

devidamente estabelecido junto a tais professoras. A execução automatizada de algoritmos mostrou-se entre as professoras como o fator que não lhes permitiu visualizar as diferentes configurações das tabelas no problema. Apesar de se tratar de um conteúdo curricular estabelecido para o ciclo inicial do Ensino Fundamental desde a publicação dos PCN (BRASIL, 1997), infere-se pela experiência descrita que o mesmo não é trabalhado por aquelas que atuam no ensino de Matemática no 2º ano no município de Acarape. Percebe-se também que as professoras priorizam representação e estratégia vinculadas aos números e ao algoritmo. S07 e S13 perceberam a necessidade de percorrer outros caminhos e utilizar diferentes representações na resolução de problemas.

Entre as professoras do 5º ano percebeu-se outra abordagem ao problema. As docentes procederam a realização de tabelas (registros figurais) chegando ao resultado correto sem maiores dificuldades, apesar de não ser possível, uma vez que notadamente manifestaram suas resoluções por meio de cálculo mental, determinar se realizaram operações aditivas ou multiplicativas efetivamente. Quando questionadas sobre o que poderia ser considerado mais complexo na resolução do problema, foram apresentadas considerações variadas, entre as quais:

S02: Os meninos correm logo para multiplicar o quatro vezes três. Já estão muito condicionados, nem iam olhar para a tabela... Dariam só o resultado.

Pesquisador: Mas por quê? Que dificuldades eles teriam?

S06: Não prestam atenção, professor. Querem logo é dar uma resposta e “tchau”.

S01: Professor, eu acho que eles não teriam muita dificuldade, não. A gente trabalha muito com eles com cartazes, faz muita tabela com preços de produtos, organiza os valores... eles iam saber fazer sim. Talvez só dificultasse se fosse apresentado assim, sem maiores explicações, como tá nessa questão. Mas se a gente explicar que é o dobro, eles iriam fazer com a gente.

Na discussão realizada, as professoras não se detiveram centralmente à análise de dificuldades do problema. Percebeu-se que a configuração do problema e as relações estabelecidas nesse tipo de situação escaparam como objeto da prática de ensino que elas vivenciam, frente à ênfase sobre o comportamento dos alunos. Dessa maneira constata-se maior atenção ao que os alunos executam em sala do que nos aspectos cognitivos que interferem nos encaminhamentos para a resolução dos problemas. O comentário de S06 caracteriza os alunos como negligentes ou desinteressados, sem que se pudesse enfrentar reflexões sobre quais relações eles poderiam perceber no problema. No mesmo sentido, S02 constata condicionamentos que levariam os sujeitos a “não olhar” para a questão. Em ambas

as falas, não são articulados aspectos do problema, atribuindo-se visão negativa ao desempenho dos alunos, apontados como incapazes de resolverem os problemas por sua própria responsabilidade.

A partir dos apontamentos dirigidos aos alunos, o pesquisador indagou à professora se não seria esse um reflexo de como, “[...] às vezes nós mesmos demonstramos não dar muita atenção ao tratamento do problema e das variáveis apresentadas, valorizando apenas alcançar respostas corretas.” (Pesquisador). Não se desenvolveram maiores reflexões quanto a essa afirmação por parte das docentes. Apesar disso, elas demonstraram concordar com a afirmação, acenando positivamente com a cabeça.

Apresentando posicionamento divergente aos comentários das colegas, S01 explica que os alunos poderiam compreender o problema, uma vez que se trata de algo trabalhado em sala. Chama a atenção que sua declaração deixa implícita prática de apoio aos estudantes e, possivelmente, esforço para tornar as situações trabalhadas mais simples, chegando mesmo a resolver com eles alguns desses problemas em casos específicos. S01 ressalta a importância da explicação do professor antes da ação do estudante e a tentativa de realização coletiva, o que conduziria a resposta única. Dentro da discussão, destacou-se na fala de S01 que são implementadas ações considerando inovações pedagógicas como o recurso a situações que remetam ao cotidiano, bem como o uso de diferentes recursos tecnológicos não digitais (cartazes, tabelas de preços). Entretanto, percebe-se que a ênfase se volta à obtenção de respostas corretas sem uma maior compreensão quanto ao que, de fato, os alunos desenvolveram em aspectos cognitivos.

Apesar da compreensível preocupação da docente e da percepção que sua postura denote empenho para que os alunos encarem situações como a apresentada, convém destacar que a aprendizagem pelos alunos demandam que eles sejam os autores do trabalho de construção, organização e resolução dos problemas (BRASIL, 1997; NUNES; BRYANT, 1997; VAN DE WALLE, 2007; VERGNAUD, 2009a). Tal observação considera que o apoio do professor deve ocorrer de tal forma que possa trazer como consequências a aprendizagem e a compreensão dos fatos numéricos⁴⁰ presentes em cada atividade resolvida sem que o docente assuma o protagonismo nas resoluções.

40 Os fatos numéricos, também chamados de fatos fundamentais, referem-se às combinações numéricas aditivas e multiplicativas, nas quais ambos os fatores são menores que dez (VAN DE WALLE, 2009, p.191)

Percebeu-se, portanto, que as professoras demonstraram percepção pouco fundamentada do ponto de vista teórico sobre os problemas apresentados. Seus conhecimentos do conteúdo mostraram se sustentar na indiferenciação entre os campos aditivo e multiplicativo, chegando à afirmação de que a multiplicação é o contrário da adição. Apesar de algumas delas, como S02, apresentarem tendência de organização dos elementos apresentados pelos problemas, tal organização se mostrou orientada a facilitar a determinação dos números que deveriam compor as operações algorítmicas a efetuar, escapando-lhe a percepção quanto a importância de se estabelecerem as relações funcional e escalar dos operadores multiplicativos, particularmente quando professores atuam junto aos alunos (VERGNAUD, 2009a).

Do exposto, percebe-se que, inicialmente, as professoras ignoravam a diferença que existe entre os eixos de situação, escapando-lhes a percepção das relações que devem ser estabelecidas em cada um deles. Isso repercutiu em equívocos na abordagem e na resolução dos problemas. Além disso, a insegurança entre as docentes se mostrou como elemento dificultador para o estudo. Ao evitarem demonstrar explicitamente dificuldades e incompreensões em meio às colegas, juntamente ao pessoal da equipe pedagógica da SME, acabaram por restringir os possíveis aproveitamentos das discussões estabelecidas que poderiam refletir sobre o ensino desses conteúdos em suas atividades docentes.

Como forma de se aprofundar a compreensão sobre as situações multiplicativas, contemplou-se, finalmente, a atividade de classificação de situações a partir do esquema de Magina, Merlini e Santos (2016). Foram retomados os problemas apresentados para classificação, conforme o quadro de referência das autoras. Posteriormente foram abordados outras situações, propondo-se a caracterização das relações entre seus elementos para que se pudessem definir os procedimentos para obtenção das respostas. A reflexão provocada para iniciar o estudo sobre classificações foi a seguinte:

Pesquisador: Pessoal, vendo essas questões que resolvemos, vocês proporião abordar multiplicação e divisão na escola a partir de que momento?

S14: Desde a Educação Infantil.

Pesquisador: Desde a Educação Infantil, por quê? E como seria esse trabalho?

S14: Porque, assim, tem situações do cotidiano que a gente acaba utilizando a divisão. Por exemplo, quando eu atuava na Educação Infantil eu contava, por exemplo: fazer a junção de quantos meninos e quantas meninas para descobrir o todo... Aí a gente fala pra criança: se eu trazer um bolo, quantos pedaços eu tenho que fazer para que todo mundo coma? Então ao mesmo tempo eu estou fazendo divisão e fração sem precisar citar.

Pesquisador: Então você está dizendo que na Educação Infantil, você já fazia isso..

S14: É... Através da oralidade com sugestões de problemas que as crianças encontram... de tanto eu fazer isso, teve um dia que eu levei uma maçã do amor para fazer um bingo. O bingo seria de letras, não teria nada a ver com a aula de matemática. E um aluno me parou assim que me encontrou no caminho e disse: tia se uma pessoa ganhar, vai comer a maçã toda? Eu disse: é. Se dois ganharem, vai partir no meio e cada um come metade? Eu disse: é. Pois faz o seguinte... todo mundo quer provar... aí eu disse: e como é que eu vou fazer? tu vai lá na cozinha, pega uma faca e reparte um pedacinho para cada um... e eu disse: e o bingo das letras? Aí ele disse: aí quem ganhar, tu bate palma!!! ((risos))

Pesquisador: Alguém deseja fazer algum comentário adicional sobre como trabalhar multiplicação e divisão?

S09: Eu acho que algumas crianças possam assimilar, sim, mesmo sem ter o domínio da adição e da subtração. Como no caso como a colega [S14] citou aí, né?! O bingo da maçã... aí duas crianças ganharam. Aí o que é que nós vamos fazer? Nós vamos ter que dividir, vamos ter que partir no meio. Dá pra criança compreender que foi a divisão. Ela pegou a maçã, ela partiu em dois ou foi em três pedaços e ela pegou a maçã e dividiu: pra mim, pra ela e pra ela. Eu acho que dá pra criança assimilar mesmo sem ela compreender que um pedaço, mais outro pedaço, mais outro pedaço, forma a maçã. Entendeu? Mas ela foi no inteiro da divisão... Primeiro ela pegou o inteiro, dividiu para as três crianças e depois ela pegou aqueles pedaços, somou e juntou o inteiro novamente. Eu acho que dá para algumas crianças raciocinar.

Conforme o diálogo acima, S14 demonstra perceber naquele momento que o trabalho com multiplicação e divisão poderia acontecer desde a Educação Infantil, sem necessariamente estar preso à hierarquia entre as operações. S09, ao se manifestar sobre essa colocação, enfatiza as operações e vê a necessidade de que os estudantes percebam a inversão entre o ato de partir a maçã e o ato de recompô-la. Ela considera que não fazer essa reversão significa que se deve admitir que as crianças não compreenderam as relações entre os elementos apresentados no contexto descrito.

As duas professoras salientaram elementos necessários à compreensão das características das situações multiplicativas. Para que se estabelecesse a quantidade de “pedaços” da maçã, a recortar, é suficiente que o sujeito compreenda a igualdade entre as quantidades de alunos e pedaços. Desse modo, em termos matemáticos, a criança não adentraria necessariamente o campo multiplicativo, conforme compreenderam as professoras ao discutirem a situação apresentada.

Vale destacar que, de acordo com Nunes *et al.* (2005), o pensamento multiplicativo precisa focalizar a coordenação entre esquemas de correspondência e de distribuição, atividade essencial para que os alunos desenvolvam o raciocínio multiplicativo operatório. Logo, problematizou-se o equívoco nas constatações das docentes quanto aos aspectos conceituais envolvidos na situação que, conforme discutido, não favoreceria o

trabalho com divisão e fração junto ao aluno, uma vez que se trata apenas da variável quantidade de pedaços em correspondência termo a termo à quantidade de alunos.

Argumentou-se em diálogo com as professoras que mesmo ao compreenderem a existência de operações numéricas presentes no dia a dia, faz-se necessária maior clareza conceitual sobre as situações para que as oportunidades junto aos alunos possam ser devidamente aproveitadas no trabalho docente. Utilizando o exemplo apresentado, discutiu-se a possibilidade de que crianças assimilem a multiplicação e a divisão, mesmo sem domínio de adição e subtração e as demais colegas demonstraram concordar com essa posição.

Para que isso fosse possível, o pesquisador apontou que a argumentação de S09 sobre o exemplo de S14 com as maçãs traria diversos aspectos que poderiam ser mais bem explorados, realmente. Para isso, o conhecimento de conteúdo deve ser tratado como algo fundamental. Assim, a busca por indícios de apreensões conceituais, em situações junto aos alunos permitiria a identificação de situações envolvendo diferentes conceitos, o que ultrapassa a mera conferência de uma resposta certa ou errada em cálculos numéricos.

Considerando que as situações multiplicativas constituem elemento curricular presente nos anos iniciais, discutiu-se que, para as professoras estarem aptas a atestar os conhecimentos de seus alunos, deveriam tomar por base parâmetros explicitáveis, não apenas por ideias e valores que muitas vezes o professor carrega de modo quase intuitivo. Tal necessidade justificaria como oportuno, então, que se realizasse debate sobre expedientes teóricos que pudessem habilitá-las a procederem em suas práticas de modo coerente com avaliação dos conhecimentos que seus alunos apresentam quando resolvendo alguma situação do Campo multiplicativo.

Segundo apontam Nunes *et al.* (2015), faz-se necessário entre professores o estabelecimento de critérios para que possam ensinar crianças a resolverem problemas matemáticos, demonstrando aquisições conceituais objetivamente. Os autores asseveram que esse trabalho é potencializado quando docentes são capazes de perceber a presença de três elementos distintos nas situações apresentadas:

- 1 - se o problema envolve apenas transformação de quantidades ou relações entre quantidades também;
- 2 - se exige pensar apenas em relações diretas ou exige pensar em relações inversas; e ...
- 3 - se o problema envolve apenas relações necessárias entre quantidades ou envolve também relações contextuais (NUNES *et al.*, 2015, p. 44)

Para os autores, o elemento 1 está relacionado à configuração de problemas onde as operações impliquem transformações de quantidades (juntar, separar, colocar em correspondência um-a-um), ligadas às estruturas aditivas, consideravelmente mais fáceis para as crianças da escola primária; ou além dessas transformações tragam também relações entre quantidades, nesse caso destacam-se as situações multiplicativas. O elemento 2 foi caracterizado pela constituição de problemas diretos, que apresentam correspondência um a muitos entre as variáveis e indica-se o valor dos fatores; ou problemas inversos, onde um dos fatores e o produto estão presentes e se busca o outro fator. O elemento 3 se refere à existência de elementos que constituem a situação pela apresentação apenas daqueles que devem ser trazidos para o cálculo numérico ou se, além disso, estabelecem co-variações entre as quantidades, requerendo que a percepção permita a resolução do problema.

Realizadas considerações sobre esses elementos teóricos, as professoras foram divididas em três grupos. Um grupo com três professoras ficaria responsável pelos problemas de Proporção Simples da figura 44. Um segundo grupo, com duas professoras, responsável pelo problema de comparação multiplicativa da figura 45. O terceiro grupo ficando responsável pelo problema de Produto de Medida da figura 46.

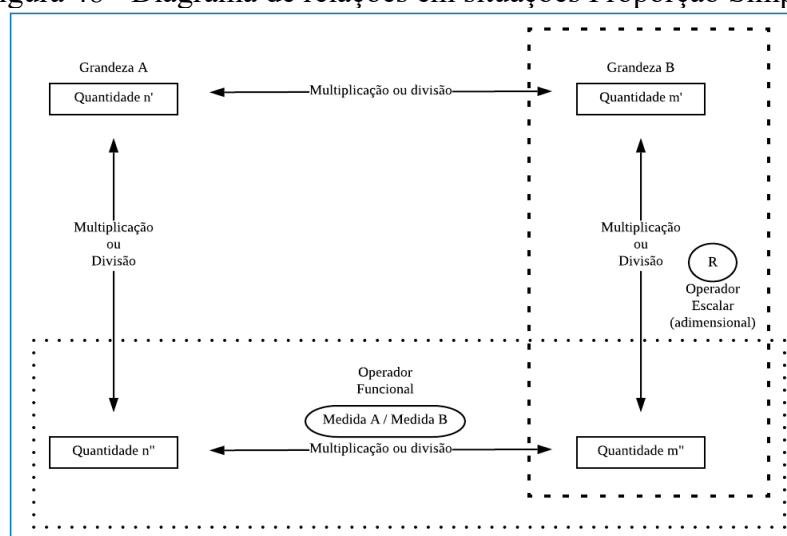
A cada grupo, solicitou-se que procurassem identificar características dos problemas: se o problema envolvia apenas transformação de quantidades ou relações entre quantidades também; se exigiria pensar apenas em relações diretas ou em relações inversas; e se o problema envolvia e apenas relações necessárias entre quantidades ou envolveria também relações contextuais. Após a formação dos grupos, explicou-se que as professoras teriam tempo para discutir cada questão em seus grupos e para registrarem suas considerações sobre os problemas que analisaram para, posteriormente, compartilharem suas impressões junto às demais colegas. Antes, entretanto, foi sugerido às professoras que procurassem analisar suas questões e escolhessem um entre os três diagramas apresentados a seguir, identificando de modo justificado aquele que seria mais adequado às relações presentes no problema analisado.

Considerou-se necessária a apresentação de representações que pudessem favorecer a distinção visual quanto as relações características em cada Eixo de situação do Campo Multiplicativo, o que se fez conforme as figuras 48, 49 e 50, as quais passaremos a discutir em seguida. Uma vez que todas as questões trabalhadas eram multiplicativas e foram adotadas de modo a viabilizar a discussão teórica junto as professoras, a análise proposta resumia-se à reflexão quanto a apenas um dos três elementos apontados.

Na discussão com o grupo, as professoras perceberam que, dos três fatores, apenas o de número 3 diferenciava as situações em discussão. Diante dessa constatação foram apresentados diagramas com vista a favorecer a compreensão quanto às relações contextuais estabelecidas entre as quantidades em cada questão.

A figura 48 apresenta representação das relações observáveis em problemas de Proporção simples. Destacam-se duas formas de resolução de problemas dessa natureza:

Figura 48 - Diagrama de relações em situações Proporção Simples

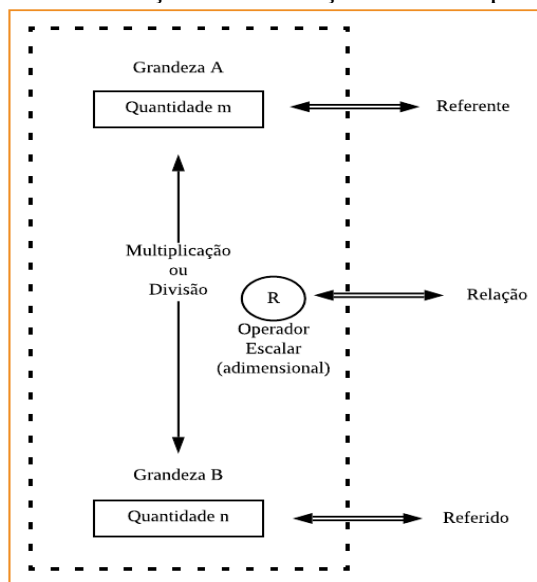


Fonte: adaptado pelo autor a partir de Gitirana *et al.*, (2014) e Vergnaud (2009c)

A partir da representação acima discutiu-se com as docentes a articulação entre pares de grandezas relacionadas nos planos numérico e dimensional. Destacou-se ainda que em termos de relação, distinguiram-se entre relações funcionais e escalares, exigindo-se a percepção quanto ao plano dimensional.

O diagrama da figura 49, a seguir, traz representação das relações em problemas de Comparação Multiplicativa. Nesta representação explicitou-se a necessária identificação dos elementos denominados referente, referido ou relação:

Figura 49 - Diagrama de relações em situações de Comparação Multiplicativa

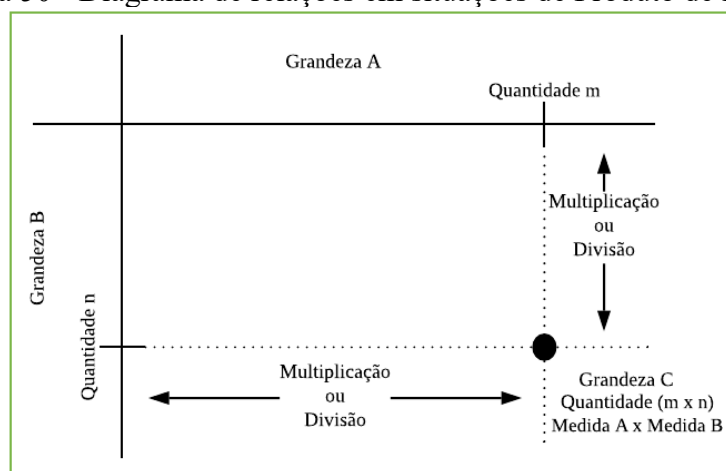


Fonte: adaptado pelo autor a partir de Gitirana *et al.*, (2014) e Vergnaud (2009c)

A partir da figura 49 destacou-se com as docentes que nesse tipo de situação não se poderiam identificar pares entre diferentes grandezas. Além disso, foi apontado como elemento perceptual mais pronunciado o estabelecimento de uma comparação entre dois conjuntos independentes por meio de um número adimensional que não comporia nenhum dos dois conjuntos.

Quanto ao último diagrama apresentado, conforme a figura 50, a seguir, explicitou-se a caracterização do Produto de Medida. Ao serem apresentadas a esta representação, as docentes foram conduzidas a perceber a existência de uma relação ternária:

Figura 50 - Diagrama de relações em situações de Produto de Medida



Fonte: adaptado pelo autor a partir de Gitirana *et al.*, (2014) e Vergnaud (2009c)

Decorrente da configuração deste tipo de situação, discutiu-se com as docentes o estabelecimento de grandeza distinta das outras duas que lhe deram origem. Ao mesmo tempo, essa grandeza deveria ser percebida como resultante do produto entre os planos numérico e dimensional. Habitadas a pensar prioritariamente nos cálculos, a necessidade de considerar a produção da nova grandeza (exemplo: $m \times m$ produzindo m^2) eventualmente poderia ser percebido como elemento de complexidade da situação.

Ao final da apresentação dos diagramas, às docentes do 2º ano, os grupos constituídos solicitaram alteração na atividade. Pelo fato de nunca haverem realizado o tipo de análise proposta, apresentaram a seguinte argumentação:

S04: Professor, não tem condições... Minha cabeça está doendo. Não entendi nada.

S05: Se a gente já viu a resposta... e tudo... pra quê complicar ainda mais?

S14: Gente, mas a questão é exatamente essa.. A gente erra porque não entende o que é que é pra fazer... faz a tabuada e pronto... chuta... Se a gente não aproveitar para entender, como é que vai poder mudar?

Pesquisador: Calma, pessoal, preferem fazer juntos? Vamos questão por questão?

S09: Professor, não dá tempo. Ainda temos que sair e até chegar na escola, e almoçar... Não dá tempo. Vamos deixar para a próxima aula, não é melhor?

S05: Não! Deixar para a próxima aula é pior. O senhor explicou, professor, agora é pensar em outros cursos desses, outros momentos... agora a gente tá numa época terrível e não tem cabeça para esse tanto de informação.

Pesquisador: Então se for para vocês analisarem em casa, tudo bem?

S04: Não professor! Eu não vou levar mais coisa do que já tem pra casa. Não tem perigo.

S14: Professor, vamos ver aqui como é que é isso, então... Dá tempo... A gente consegue.. vamos?

Pesquisador: Ok! Então cada grupo vem até aqui na frente e a gente faz juntos.

S05: Já tinha pedido para não ir na frente... o resto das pessoas, pode até ir... eu tenho vergonha.

Pesquisador: Entao, pessoal, eu acho que temos um impasse. Infelizmente vou precisar apresentar, né?

As falas das professoras levam a inferir, mais uma vez, que não se sentem seguras para expor suas ideias. No diálogo, S14 mostra-se sensibilizada quanto a necessidade de aprofundamento da discussão para que mudanças possam ocorrer em suas práticas, as quais ela reconhece como voltadas apenas à obtenção de respostas. Apesar disso, a resistência de S05, baseia-se efetivamente na ênfase à busca de respostas, como um fim em si mesmo. Ademais, S5 apresenta implicitamente crítica à sobrecarga à qual são submetidas professoras de turmas que se submeterão às avaliações externas – exatamente o 2º e 5º anos -, destacando que os momentos reservados para tais ações não se mostram devidamente articulados às

demandas do calendário escolar. Tais elementos, portanto, resultaram na não realização da atividade conforme proposto às professoras, encaminhando-se pelo pesquisador a exposição oral da análise que havia sido reservada aos grupos.

Entre as docentes do 5º ano, percebeu-se interesse na execução das análises. S02 manifestou-se no seguinte sentido:

S02: Que interessante, eu nunca tinha pensado nisso... Para mim a organização era mais para ajudar mesmo... mas eu agora estou vendo que tem mais coisas.

Pesquisador: Que tipo de coisa?

S02: Tipo, eu sempre me dei bem em fazer os cálculos... mas... São coisas nada a ver... mesmo que a conta seja a mesma. Mas se eu não sabia, como dava certo?

Pesquisador: Como assim?

S02: Nessas figuras, cada problema é como se fosse... Professor, não sei nem explicar.

Conforme o diálogo, a abordagem da variedade de situações do C.M. se mostrou inédita e provocadora para S02. Dentre as colegas, a professora demonstrou não possuir clareza quanto a configuração de cada situação. Porém, percebeu que quando realizava as operações isso não lhe impedia de obter respostas corretas, ou seja, considerar que seu resultado era o correto era a única maneira de avaliar o que compreendia na questão. A análise realizada pela professora em seu grupo e em debate com as demais, permitiu-lhe constatar que seu comportamento demonstrava forte condicionamento.

Vergnaud (2009c, p. 313) alerta quanto a necessidade de “[...] distinguir diferentes níveis de consciência das regras de ação, ou melhor, das ‘regras de produção das ações do sujeito’, posto que se trata exatamente, de fato, do conjunto das regras que engendram os comportamentos dos sujeitos em uma dada situação”. A fala de S02 permite inferir que percebeu carregar a crença na aprendizagem como um simples condicionamento de hábitos ou procedimentos, o que se mostra contrário ao que a teoria sustenta e o que efetivamente permite a observação dos conhecimentos do conteúdo abordado. Os comentários das demais professoras atuantes no 5º ano ratificavam a percepção de desconhecimento quanto aos conteúdos que trabalhavam, frente à importância dedicada à memorização de algoritmos e tabuadas.

Os elementos apresentados na presente subseção demonstram que as professoras ainda não atingiram nível de conhecimentos de conteúdo que se possa considerar satisfatório para desenvolverem o trabalho em sala de aula, de modo a propiciar a efetiva construção do

C.M. por parte de seus alunos. As mesmas apenas iniciaram aproximação ao estudo do Campo Multiplicativo, sendo identificadas limitações em termos de conhecimentos sobre as estruturas das situações do campo estudado. Demonstraram ainda que concepções, fatos, teorias e procedimentos foram incorporados pelas docentes apenas no limite do que lhes vem sendo apresentado por meio dos materiais didáticos adotados e práticas executadas por orientações da equipe pedagógica da SME.

Percebe-se que as professoras se mostraram dissociadas do fato central que deve compor o desenvolvimento do pensamento multiplicativo, qual seja, o da percepção das relações estabelecidas nos problemas entre os planos numéricos e dimensionais das grandezas envolvidas. Assim, tanto as docentes do 2º quanto as do 5º ano demonstram igualar em termos de conhecimento o uso de sistemas de representação e a compreensão dos significados que tais registros apresentam, o que se mostrou particularmente inadequado quando se trata de problemas de relação ternária.

Foi comum aos dois grupos de professoras a percepção de que o conhecimento sobre as relações do C.M além de relevante, é qualitativamente adequado para a resolução de problemas numéricos, sejam eles em contexto escolar ou não. É conveniente, portanto, que as professoras tenham maiores oportunidades de se apropriarem da reflexão fundamentada sobre os conhecimentos de conteúdo do Campo Multiplicativo, percebido como apropriado pelas docentes em meio a diversos elementos de incompreensão e automatismos que só podem ser reelaboradas constante trabalho e disposição para (re)elaborações quanto aos conhecimentos estabelecidos até o momento.

De acordo com o que preconiza o TPACK, tais resultados se relacionam a outros domínios de conhecimento. Na próxima subseção serão analisados os conhecimentos pedagógicos demonstrados pelas professoras antes e durante o processo formativo.

4.3 Conhecimentos pedagógicos em atividades do Campo Multiplicativo

Aborda-se, nesta sub-seção, conhecimentos pedagógicos (PK) com o objetivo de analisar elementos do conhecimento pedagógico manifestados em concepções sobre ensino, uso de recursos didáticos e avaliação no trabalho com o Campo Multiplicativo. A análise decorre da reflexão articulada entre as seguintes categorias empíricas: diversidade de situações; práticas de ensino; definição de objetivos; método de avaliação; e uso de recursos

de ensino. Os dados foram coletados pela aplicação dos instrumentos já apresentados na seção metodológica e *designados* como Anexo B – Questionário de resolução de problemas, Apêndice B – Questionário sobre formação e ensino e Apêndice C - Questionário sobre recursos de ensino. Além disso, a análise é complementada pela apresentação de interlocuções e observações registradas no Diário de campo e por meio de cravações dos encontros de formação.

Procede-se inicialmente a análise dos dados coletados no Anexo A. O instrumento é abordado como elemento diagnóstico e foi aplicado aos sujeitos antecedendo as discussões teóricas do curso. Em seguida, são discutidas reflexões sobre práticas docentes na disciplina registradas por essas professoras nos instrumentos Apêndices B e D. Cumpre destacar que os depoimentos apresentados por meio da atividade a distância bem como seus atos e gestos relacionados ao conhecimento pedagógico nas atividades do curso são analisados de forma complementar.

4.3.1 Desempenho na proposição de situações problema

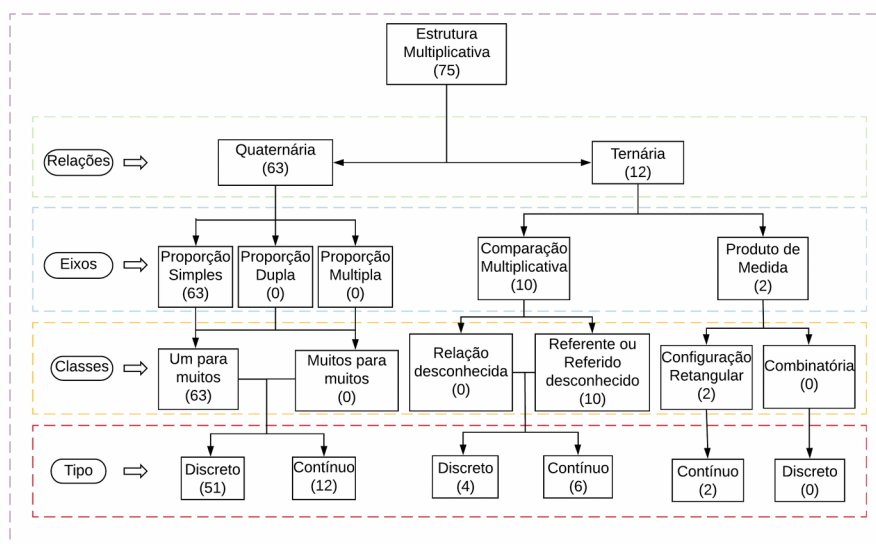
Após a apresentação do itinerário de análise dos elementos elencados para a análise de conhecimentos pedagógicos, aborda-se o diagnóstico referente aos dados coletados no Anexo A. Foram apresentadas 112 questões pelas professoras, pois cada um dos 14 sujeitos elaborou oito problemas de multiplicação ou de divisão. Sendo o contato inicial dos participantes com a TCC, os problemas do C.M. foram assim requisitados, de modo a tornar mais claro o conteúdo específico que seria trabalhado ao longo da formação. A partir do preenchimento dos instrumentos, as professoras foram esclarecidas quanto a esse aspecto. Cabe ressaltar que todas as professoras propuseram as 8 questões solicitadas.

As questões foram classificadas inicialmente entre válidas e não válidas. As questões válidas são aquelas que, quando analisadas, se mostraram claras e compreensíveis, com elementos suficientes para sua resolução. As questões não válidas foram as que se mostraram incompreensíveis ou sem possibilidade de resolução perante os elementos apresentados. Dessa forma, foram propostas 75 questões válidas e 37 questões não válidas.

O conjunto de questões válidas foi categorizado conforme as relações, eixos, classes e tipos de variáveis apresentados nos problemas. A figura 51, abaixo, apresenta a síntese quantitativa das questões válidas elaboradas, a partir do esquema definido como

referencial teórico para esta pesquisa quanto ao conteúdo definido (MAGINA; MERLINI; SANTOS, 2016):

Figura 51 - Classificação dos problemas válidos propostos pelos sujeitos da pesquisa



Fonte: Elaborada pelo autor

O conjunto de questões válidas caracterizou-se pela predominância de questões com Relações Quaternárias, correspondendo a 84% dessas questões. Chama a atenção o fato de todas essas proposições serem do Eixo de Proporção Simples. Tal concentração vem sendo percebida como recorrente em outros trabalhos que discutem a formação de professores para o trabalho com o C.M. (MAIA, 2016; MERLINI, 2012; MILAGRE, 2017; SANTOS, 2012). Em relação à Classe, percebe-se que Um para muitos também concentrou todas as proposições, não havendo nenhum caso da Classe Muitos para Muitos. O tipo Discreto foi contemplado em 81% das situações de toda a relação quaternária, enquanto o contínuo apenas 19%. A seguir, alguns exemplos desses problemas⁴¹ de relação quaternária, apresentados por sujeitos da pesquisa, professoras do 2º ano:

S04(P06)⁴²: Em um pé tem 5 dedos. Quantos dedos terão em 5 pés?

S04(P07): Um peru tem dois pés. Quantos pés terão 6 perus?

S05(P01): Um carro tem 4 rodas. Quantas rodas terão dois carros?

S05(P03): Uma galinha tem dois pés. Quantos pés terão 5 galinhas?

41 Os textos dos problemas estão transcritos conforme escritos pelas professoras

42 Na presente sub-seção, utiliza-se como índices “S” para sujeito e “P” para problema, respectivamente. As numerações com dois dígitos se referem à classificação adotada pelo pesquisador para diferenciação das professoras e ordenamento na apresentação dos problemas.

Os problemas acima apresentados devem receber algumas considerações. Inicialmente, considera-se a concentração dos problemas em um único eixo, conforme destacado. As proposições das professoras do 2º ano (S04 e S05) caracterizam-se por serem expressas em textos curtos e suas resoluções podem ser realizadas por multiplicação. Entretanto, é também possível que a solução seja atingida apenas com a adição de parcelas iguais, reforçando-se a continuidade entre o Campo Multiplicativo e o Campo Conceitual Aditivo, sem que se explorem as rupturas existentes (VERGNAUD, 1988, 1996)

Segundo Gitirana *et al.* (2014), compreende-se tal comportamento pelo fato de esses problemas representarem as situações multiplicativas prototípicas. Nesses casos, a resolução de questões remete à aparente operação de uma relação ternária, da forma $a \times b = c$, favorecendo estratégias de resolução por meio de adições sucessivas (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014). Tal percepção é reforçada à medida que novos estudos são publicados, reafirmando uma tendência de problemas dessa natureza persistirem como o principal, e em muitos casos o único, exemplo de situações do C.M. apresentado por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, constitui-se um elemento dificultador para a compreensão das relações próprias do C.M.. Exemplos de questões propostas pelas professoras do 5º ano, podem ser vistas a seguir:

S01(P03): Gabriela tem 20 sacos de maçãs, em cada saco há 15 maçãs. Quantas maçãs Gabriela tem ao todo?

S01(P02): Paulo ganhou de seu pai duas caixas de chocolates e em cada caixa tem 12 bombons, e ele terá que repartir entre ele e seus 3 irmãos. Quantos bombons cada criança irá ficar?

S08(P02): Um cachorro possui 4 patas. Quantas patas possui cinco cachorros?

S08(P08): Na sala há 20 alunos. A professora decidiu formar 4 grupos para resolver os problemas. Quantos alunos ficarão em cada grupo?

Percebe-se que, em alguns casos, se mantém a estrutura prototípica e envolvimento exclusivo da multiplicação, da mesma forma daqueles comentados anteriormente. Entretanto, foram observados problemas que envolvem textos mais longos, requisitam multiplicação ou divisão. Tais características se mostraram marcadamente entre sujeitos que atuam no 5º ano, ressaltando-se, ainda, o surgimento de questões envolvendo duas proporções simples. Cumpre salientar que essas professoras, mesmo apresentando tais variações, não se distanciam da ênfase dada à estrutura prototípica discutida.

Enfocando-se as questões das Relações ternárias, tem-se 16% das propostas válidas. Dessas, 83% são do eixo Comparação Multiplicativa e 17% são de Produto de

Medidas. Quanto a essas propostas, destaca-se que as duas classes de situação de cada um dos eixos das Relações Ternárias não foram contemplados. A classe Referido ou Referente desconhecido concentrou todas as proposições do eixo Comparação Multiplicativa, de forma que a classe Relação desconhecida não foi abordada. Da mesma forma, a Classe Configuração Retangular concentrou todas as proposições do eixo Produto de Medidas e nenhuma proposição contemplou a classe Combinatória. Novamente o tipo variável discreta foi majoritária, configurando 8 das 12 questões válidas.

Sobre o trabalho com Relações ternárias, desde o lançamento dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1997) , previa-se como importante o trabalho com as situações associadas ao que se poderia denominar multiplicação comparativa, configuração retangular ou ideia de combinatória desde o início do Ensino Fundamental. Desde então, Magina, Merlini e Santos, (2016, p. 74) constataram que tais situações se estabeleceram no contexto curricular, em que “[...] situações envolvendo a relação de dobro e de metade são exploradas e configuram-se como protótipo dessa classe de situação”. Apesar disso, verifica-se a escassez de propostas envolvendo Relações Ternárias entre as professoras do 2º ano. A única proposição entre os sujeitos do grupo do 2º ano veio de S02 que, além de ocupar a função docente, também atua como multiplicadora das formações oferecidas pelo Estado. Sua proposição pode ser vista a seguir:

S02(P08): Mariana tem 15 figurinhas no seu álbum. Para completar seu álbum, ela irá precisar do dobro. Quantas figurinhas no total Mariana irá precisar?

As relações ternárias são mais frequentes nas proposições das professoras do 5º ano (11 proposições). Elas mantêm, entretanto, a característica de explorar o conceito de situações prototípicas dessa classe, destacando-se termos como dobro, triplo e sêxtuplo. Apenas em um exemplo foi possível observar a expressão “vezes mais” que caracteriza as situações de comparação multiplicativa. A seguir exemplos de proposições das professoras do 5º ano.

S06(P03): Luciano comprou 3 pacotes de pirulitos contendo 50 pirulitos em cada pacote. João comprou o triplo de pacotes de pirulitos. Quantos pirulitos João comprou?

S10(P04): Danilo tem 18 anos e seu pai tem o sêxtuplo de sua idade. Quantos anos o pai de Danilo tem?

S10(P08): Renata tem R\$ 30,00 e Bruna sua irmã tem 3 vezes mais que Renata. Quantos reais Bruna tem? (P08; S10)

S14(P07): José entrou na brincadeira de bilas com 12 unidades e saiu da brincadeira com o triplo. No final da brincadeira, quantas bilas José levou?

A tabela 17, a seguir, apresenta a variação das proposições entre as situações, considerando cada um dos sujeitos desta pesquisa. No máximo duas classes foram propostas por cada um dos professores.

Tabela 17 - Variedade de situações válidas por sujeito e ano de atuação

Sujeito	Ano	Variação	A	B	C	Total Válidas
S14	2º Ano	2	6	1		7
S07	2º Ano	1	8			8
S12	2º Ano	1	6			6
S04	2º Ano	1	2			2
S05	2º Ano	1	6			6
S09	2º Ano	1	4			4
S13	2º Ano	1	3			3
S06	5º Ano	2	4	4		8
S01	5º Ano	2	7		1	8
S02	5º Ano	2	7	1		8
S10	5º Ano	2	1	4		5
S08	5º Ano	2	3		1	4
S03	5º Ano	1	2			2
S11	5º Ano	1	4			4
Total	-	-	63	10	2	75

Legenda:

A – Relações Quaternárias; Eixo Proporção Simples; Classe Um para muitos;

B - Relações Ternárias; Eixo Comparação Multiplicativa; Classe Referente ou Referido Desconhecido;

C - Relações Ternárias; Eixo Produto de Medidas; Classe de Configuração Retangular

Fonte: Elaborada pelo autor

É possível perceber que 57% dos sujeitos propuseram situações de uma só classe, nesse caso sempre a de Proporção Simples; enquanto 43% apresentaram variações entre duas classes somente. Ressalta-se, entretanto, que dois terços dessas questões de Relações ternárias foram apresentadas por apenas duas professoras, S06 e S10.

O fato de várias classes de situação não terem sido contempladas, ou terem sido contempladas apenas por alguns dos sujeitos, induz a pensar que o Campo Multiplicativo não vem sendo explorado em sua totalidade nas salas de aula em que essas professoras atuam. Vergnaud adverte para a necessidade de uso de todas as situações:

Um conceito não assume a sua significação numa única classe de situações, e uma situação não se analisa com o auxílio de um único conceito. É necessário, pois, estabelecer como objectos de investigação conjuntos relativamente amplos de situações e de conceitos, classificando os tipos de relações, as classes de problemas, os esquemas de tratamento, as representações linguísticas e simbólicas, e os conceitos matemáticos que organizam este conjunto (VERGNAUD, 1996, p. 190)

A constatação de que as professoras não variavam as situações, foi considerada na organização e andamento das atividades vivenciadas durante o curso de formação. Para Vergnaud “[...] há muitos tipos possíveis de atos de mediação a que o professor pode recorrer.

O primeiro ato de mediação possível do professor é a escolha de uma situação para os alunos (VERGNAUD, 2003, p. 36) Tal apontamento leva a compreensão que as reelaborações conceituais no campo estudado só podem se efetivar, mesmo entre docentes, mediante o estímulo ao trabalho com variadas situações-problema⁴³. Compreende-se que o conjunto das professoras tem percepção restrita quanto a variedade e a importância do uso de situações para lecionar tais conteúdos, o que se mostra como um ponto a ser desenvolvido junto as mesmas.

Entre as questões propostas, 33% foram consideradas como não válidas, isto é, aquelas que não apresentavam todos os elementos necessários à sua resolução. A tabela 15, abaixo, divide essas questões não válidas em duas categorias: situação multiplicativa inadequada e situação não multiplicativa. A primeira diz respeito àquelas cujo enunciado se mostra confuso, seja pela ausência de informações ou imprecisões na redação que levam a incompreensões do que se busca como solução do problema, embora perceba-se a intenção de aplicação da multiplicação ou divisão. A segunda categoria – questões não multiplicativas – é compotas por aquelas cuja estrutura não exige o estabelecimento das relações do Campo Multiplicativo (MILAGRE; SANTANA, 2016; SOUZA, 2015).

Conforme a tabela 18, a seguir, as professoras manifestaram dificuldades específicas para proposição dos problemas solicitados, independentemente do ano em que atuem.

43 Conforme salientado no referencial teórico, neste trabalho as situações-problema são analisadas considerando que uma “situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldade próprias é importante conhecer. A dificuldade de uma tarefa não é, nem a soma, nem o produto das dificuldades das diferentes subtarefas, mas é claro que o fracasso numa subtarefa implica o fracasso global” (VERGNAUD, 1996, p. 167).

Tabela 18 - Questões não válidas propostas pelas professoras

Sujeito	Ano	Situação Multiplicativa	Situação não	Total Não
		Inadequada	multiplicativa	Válidas
S03	5º Ano	6	0	6
S04	2º Ano	6	0	6
S13	2º Ano	5	0	5
S08	5º Ano	4	0	4
S09	2º Ano	4	0	4
S11	5º Ano	2	2	4
S10	5º Ano	2	1	3
S05	2º Ano	2	0	2
S12	2º Ano	2	0	2
S14	2º Ano	1	0	1
S01	5º Ano	0	0	0
S02	5º Ano	0	0	0
S06	5º Ano	0	0	0
S07	2º Ano	0	0	0
Total		34	3	37

Fonte: Elaborada pelo autor

Percebeu-se que 71% das professoras que participaram da formação demonstraram dificuldades em propor atividades do C.M 43% das docentes apresentou falhas em metade ou mais das questões propostas. Tal característica foi percebida igualmente entre professoras do 2º e do 5º ano (3 sujeitos de cada ano).

Em contrapartida, quatro professoras (29%) propuseram todas as questões válidas, dentre elas, uma professora do 2º ano e três do 5º ano. Evidenciaram, assim, maior proximidade com as operações que compõem o Campo Multiplicativo e maior percepção acerca dos elementos significativos que devem compor uma situação-problema. Os dados revelam a necessidade de se desenvolver junto a esse grupo estratégias para que a elaboração de questões resulte em enunciados compreensíveis e adequados para que possam desenvolver competências para resolução de problemas em diferentes situações, ampliando o repertório de estratégias de ensino que permitam seus alunos a superarem concepções errôneas dos conceitos trabalhados. Tal trabalho se torna ainda mais relevante uma vez que, conforme a BNCC, a elaboração de situações pelas crianças a partir do 1º ano do Ensino Fundamental é uma habilidade a ser desenvolvida.

A incidência de situações multiplicativas inadequadas é muito superior (92%) àquelas que não estão dentro desse campo, isto é aquelas classificadas como não multiplicativas (8%). Duas professoras do 5º ano propuseram questões não multiplicativas. A seguir, exemplos dessas duas categorias:

S10(P05): Maria ganhou um em suas vendas R\$ 385, Porém ela precisou dividir seu dinheiro com o marido, para ajudá-lo nas despesas da casa. Quanto Maria ficou, e quanto seu esposo recebeu?

S10(P07): Mamãe, fez bandeirinhas para enfeitar nossa rua, ela aprontou 538 bandeirinhas, como o tempo dela é corrido, ela pediu minha tia para ajudá-la e divide com minha tia as bandeirinhas para enfeitar a rua. Quantas bandeirinhas cada uma ficou?

S04(P05): Socorro comprou 20 pipocas para dividir com seus quatro irmãos. Quantas pipocas cada um irá ganhar?

S09(P03): Márcia ganhou 5 pacotes de selos de seu pai. Maria ganhou o dobro de pacote de selo de Márcia. Quantos Márcia ganhou?

S08(P07): A professora levou para a sala de aula uma pizza, na sala só havia 8 alunos neste dia. Quantas fatias cada aluno recebeu?

Nas questões acima, são ilustradas situações multiplicativas classificadas como inadequadas. O problema P5 apresentado por S10 não deixa claro na questão, se a quantia a dividir é apenas o valor ganho por Maria em suas vendas ou se haveria outro dinheiro a compor o valor total que seria dividido entre ela e o esposo.

No problema P7, a professora, ao elaborar seu enunciado, deixa dúvidas em relação à ajuda que a tia vai prestar. Se ela vai apenas pendurar as bandeiras já produzidas ou se vai também produzir mais bandeiras. No primeiro caso, estaríamos diante de uma proporção simples um pra muitos; no segundo caso, teríamos inicialmente uma composição de quantidade (campo aditivo) na qual necessitaria da explicitação da produção de bandeirinhas por parte da tia, para depois realizar uma proporção simples.

O problema 05 de S4 apresenta dubiedade quanto aos elementos que participarão da partilha, em ambos casos, a estrutura do problema de proporção simples seria o mesmo, alterando-se o valor numérico resultante da operação. O problema 03 de S09 se diferencia quanto aos demais exemplos pelo fato de, em sua pergunta, fazer referência ao valor declarado no enunciado quando, provavelmente, buscava levar o aluno a descobrir a quantidade de pacotes de selo que Maria havia ganho.

Já o problema P07 mostra-se impossível de resolução, uma vez que a quantidade de fatias a distribuir entre os alunos não é fornecida no enunciado. Os exemplos apresentados evidenciam pequenas imperfeições que poderiam ser dirimidas no momento de resolução da

situação, em sala de aula. Entretanto, diferem de imperfeições evidenciadas por situações da categoria não multiplicativa, conforme explicitado no seguinte enunciado:

S11(P05): Manuel tem 32 anos e seu irmão é mais velho 7 anos. Quantos anos tem o irmão de Manuel?

Pode-se perceber que no problema existem dois diferentes grupos formados pela idade dos sujeitos apresentados: o da idade de Manuel (32 anos) e o da idade de seu irmão (desconhecida). Além, disso, apresenta-se a relação entre ambas (uma diferença de 7 anos). Trata-se, portanto, de uma situação do Campo Conceitual Aditivo, classificado por Magina *et al.* (2001) como um problema de comparação de 2ª extensão. Tais situações se caracterizam por apresentarem referente e a relação, e buscarem o valor de um referido. Nesse caso, a resolução do problema implica a percepção de uma comparação entre os grupos de idade, partindo-se do valor conhecido, ou o referente (32 anos), que, quando subtraído do valor que é a relação entre os dois grupos (7 anos) fornece o valor do outro grupo, o referido.

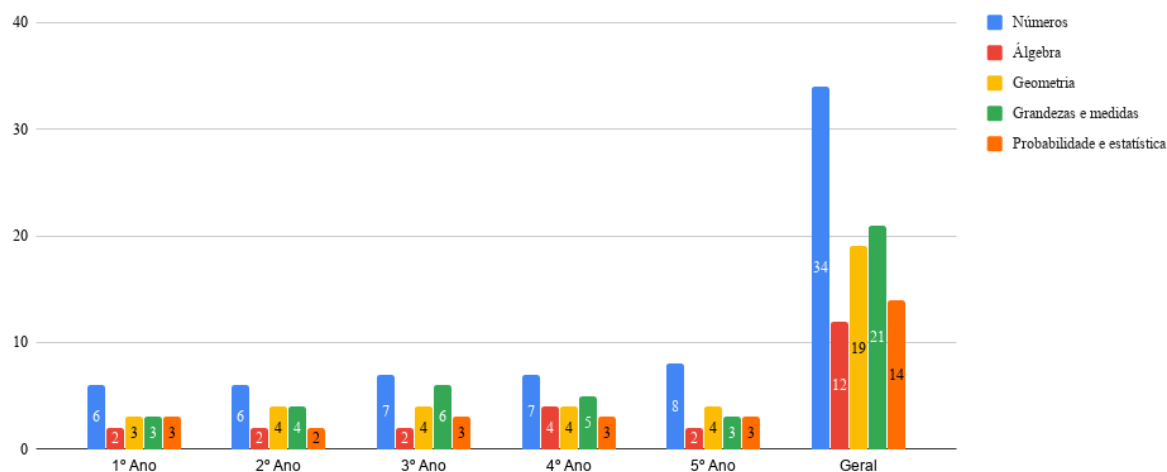
As operações aritméticas, segundo a proposta da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento orientador quanto aos conteúdos curriculares trabalhados na Educação Básica, estão previstas na unidade temática Números. A mesma visa “desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidades” (BRASIL, 2017, p. 224) .

Entre as ideias destacadas no documento está a de que o estudo dos campos numéricos se baseia em situações significativas as quais implicam a ênfase nos registros, usos, significados e operações. Assim, tais operações estão previstas no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental para que:

[...] os alunos resolvam problemas com números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita, envolvendo diferentes significados das operações, argumentem e justifiquem os procedimentos utilizados para a resolução e avaliem a plausibilidade dos resultados encontrados. No tocante aos cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras (BRASIL, 2017, p. 224)

Mesmo com tal relevância curricular, percebe-se que o conhecimento das professoras sobre tal conteúdo apresenta limitações. Os efeitos dessas limitações pode ser dimensionado de maneira mais precisa se consideradas as habilidades relacionadas a tal unidade temática, conforme explicitado na figura 52 a seguir:

Figura 52 - Quantitativo de habilidades por Unidade temática na BNCC



Fonte: Brasil (2017)

Pela quantidade de habilidades relacionadas à unidade temática Números do documento oficial, destaca-se a mesma como central do ponto de vista pedagógico para a disciplina. Ao apresentarem dificuldade para a proposição de atividades que tratem do Campo Multiplicativo, pode-se prever que a escolha de situações, o auxílio ao aluno e a avaliação dos conhecimentos desses estudantes, três atos do professor apontados por Vergnaud (2003) como os mais importantes, estarão também limitados. Entretanto, é necessário ressaltar que o caminho a trilhar, para que as professoras efetivamente operacionalizem o Campo Multiplicativo pode ser mais curto entre as que cometem falhas relativas às situações multiplicativas inadequadas, do que entre as que ainda não distinguem os campos e propuseram situações não multiplicativas. As primeiras formam a maior parte do grupo, o que leva à supor que maiores reflexões em serviço voltadas a aspectos pedagógicos que possam auxiliar significativamente em seu aperfeiçoamento nesse domínio de conhecimento.

Em síntese, as docentes apresentaram dificuldades para a proposição de problemas, considerando-se aspectos como variedade de situações, configuração conforme o campo estudado e a apresentação dos elementos necessários à resolução. A partir desses elementos passa-se a abordar outros elementos relacionados ao domínio pedagógico discutidos na formação oferecida, analisando-se os resultados obtidos na próxima subseção.

4.3.2 Construção do conhecimento pedagógico no processo formativo

As considerações sobre o diagnóstico realizado permitiram situar entre o grupo de professoras a relevância que aspectos pedagógicos assumem frente ao ensino. Portanto, buscou-se nas atividades do primeiro dia de encontro, o estabelecimento de reflexões a partir das observações sobre conhecimentos que as mesmas possuíam a esse respeito, articulando-se suas falas às ideias de Mishra e Koehler (2006) e Shulman (2015).

Para esses autores os conhecimentos genéricos válidos entre as disciplinas servem para o gerenciamento da sala de aula e atividades gerais de ensino e constitui-se como elemento indissociável ao conhecimento de conteúdo dos professores. As docentes do 2º ano se manifestaram apontando aspectos significativos quanto ao que compreendem como necessário sobre tais aspectos, relacionando-os às suas práticas de ensino:

Pesquisador: Como é que vocês aprenderam a Matemática? Como devemos ensinar matemática para que nossos alunos aprendam?

S05: Na minha época era na “decoreba”, né?

Pesquisador: “Decoreba”? E como era esse “decoreba”? Fale um pouquinho mais...

S05: Você tinha que memorizar... Por exemplo, a tabuada, tinha primeiro que memorizar, e aí a professora lhe colocava num cantinho para você dizer pra ela muito rápido, só naquela ordem mesmo

Pesquisador: Arguição?

S05: Era, tipo arguição!

Pesquisador: E era na mesma ordem sempre?

S05: Na sequencia.. na ordem, na mesma sequência... não tinha sequências alternadas, não! Na minha época era assim. Hoje a gente já pode proporcionar aos alunos trabalhar materiais didáticos, com reciclagem, tampinhas. Hoje eles têm mais oportunidades!

Pesquisador: Alguém pode complementar o que a [S05] falou? Que oportunidades nossos alunos tem a mais, atualmente?

S09: Eu queria só acrescentar o que disse minha colega. Eu também aprendi com decoreba, arguição, nem por isso eu deixei de aprender. Aprendi decorando, aprendi e pude levar para a minha vida, utilizar no meu dia a dia, muito bem, obrigado!

S05: É... eu também...

As experiências narradas por S05 demonstram uma relação com o ensino da disciplina marcado por elementos gerais de transmissão sequencial e memorização, verificadas por conferências orais de enunciação da tabuada. Em suas falas, tais elementos são *designados* pejorativamente com “decoreba”.

Tais princípios apontam para concepções do conhecimento formado, segundo Machado (2011, p. 34), como “um bem passível de acumulação, ou um material que

preencheria um reservatório – algo como um balde - previamente existente em cada ser humano, talvez inicialmente vazio”. Tais características implicariam em práticas fundamentadas em apreensões pelos sujeitos a partir de ordenamentos em uma hierarquia do mais simples ao mais complexo, segundo critérios subjetivos daqueles responsáveis pela determinação de conteúdos. Assim, conforme é possível deduzir na fala da docente, a força dessa concepção se mostra presente entre tais professoras, sendo vista de modo eficiente.

Na fala de S05 percebe-se uma iniciativa de abordar mudanças na linearidade do ensino e se introduzirem outros materiais, compreendendo-se que tais modificações refletiriam maiores oportunidades. Entretanto, a mesma não se pronuncia de modo mais contundente sobre essas modificações. Não demonstra compreensão sobre o que levaria a essas mudanças nem uma adesão efetiva a tais iniciativas que demarcam o que possa compreender como ensino atual, reafirmando, junto a S09, que o método utilizado em suas infâncias lhes permitiu aprender. Tal convergência é problematizada por S14:

S14: No meu caso, teve mais que isso. A escola ensinava de uma certa forma mas só que eu experimentava a prática, porque o meu pai era marceneiro. Então como ele me ensinava a tarefa de casa, eu costumava todos os dias ir para a oficina para ficar perto dele. Então eu via ele utilizando material... manipulando no concreto... então eu tive essa oportunidade de observar meu pai utilizando cálculos matemáticos para resolver as coisas na oficina e até a forma de brincar em casa também. A escola era de um jeito mas a minha vivência, tinha uma parcela também.

Pesquisador: e você acha que vendo-o fazer, você aprendeu também?

S14: De certa forma, sim. Algumas coisas eu aprendi por isso!

S13: Eu aprendi a Matemática muito na parte da teoria, não na prática. Hoje em dia a gente vê que nós, como professores, a gente se rebola para buscar jogos, para que nossos alunos possam aprender tanto na teoria como na prática.

Pesquisador: Mas o que é que você chama de teoria?

S13: Teoria que eu falo é na parte de aprender explicações e não de... como é que eu posso dizer... de praticar aquilo que a gente muitas vezes vê, vivencia.

Pesquisador: então você está dizendo que quando você estudou você aprendeu muito na teoria, ou seja, você fazia muitos exercícios...

S13: Você não experimentava com jogos o que viesse complementar aquela parte da teoria.

Pesquisador: Como a [S09] falou, você acha que aprendeu matemática?

S13: Eu acho que aprendi o básico do básico. Acho que aprendi o suficiente que a gente acha que dê para ter uma compreensão.

S13 e S14 destacam que além do que a escola lhes habituou frente ao trabalho pedagógico relacionado à disciplina, seu aprendizado não poderia ser considerado como resultado apenas da memorização. S14 manifesta compreender que as vivências de seu cotidiano na oficina do pai lhe permitiram aprender a partir do que denomina por manipulação

do concreto. S13 afirma perceber uma distinção entre conhecimentos teóricos e práticos dos conteúdos matemáticos que estudou, atribuindo ao uso de materiais concretos, denominados genericamente como jogos, uma conexão complementar entre os mesmos que, por princípio, se mostram distintos. Tais percepções demonstram que as mesmas compreendem, mesmo que intuitivamente, que os conhecimentos se elaboram “a partir de uma rede de significados em um espaço de representações, uma teia de relações cuja construção não se inicia na escola, e que se agrega, possivelmente, a uma proto rede inata” (MACHADO, 2011, p. 35).

Apesar dessa constatação, o conjunto de crenças discutido deve ser problematizado. Inicialmente, considera-se que as docentes, pela constituição de seus conhecimentos pedagógicos, perceberam que o ensino da disciplina passa por transformações visando a aprendizagem discente e isso pode ser considerado positivo. Entretanto, sem uma devida delimitação quanto a essas mudanças, percebe-se em suas falas elementos que apontam uma dubiedade entre conhecimentos teóricos e práticos, e não como diferentes domínios de um mesmo conhecimento (VERGNAUD, 2009c).

Os primeiros, ao que se pode inferir estariam contemplados por meio do trabalho pedagógico voltado à memorização. O segundo tipo, pelas experiências cotidianas e pelo acesso a materiais manipuláveis, sejam didáticos ou de uso no cotidiano dos sujeitos. Nesse sentido, a melhoria do ensino de Matemática poderia ser considerada como um processo resultante do trabalho com todos esses elementos. Tal percepção pode ser reafirmada nesse outro diálogo:

Pesquisador: Fora os jogos, podem citar outras coisas que ajudam a aprender matemática?

S14: Fórmulas! Mas eu não aprendi...

Pesquisador: Como assim? Você acha que as fórmulas ajudam a aprender matemática mesmo sem ter aprendido? Como é isso?

S14: Mesmo sem o conhecimento teórico, de acordo com o problema proposto, eu vou encontrar, tentar encontrar uma fórmula. Em um concurso, num vestibular, tinha os problemas e outra pessoa que conhecesse a fórmula ia fazer rapidinho. Eu não. Eu ia tentar compreender e encontrar soluções. Eu ia fazer um monte de rabisco até encontrar e eu conferia se tinha, ou não, aquela resposta para escolher. tais a

Pesquisador: Mas eu pergunto para vocês: uma pessoa que não aprendeu fórmulas pode aprender matemática?

S07: No Ensino Médio eu tive muitas dificuldades na Matemática. No Ensino Médio era complicado por que o professor enchia o quadro de atividade, de exercícios aliás, e na maioria das vezes não dava nem para resolver porque quando você terminava, ele estipulava um tempo. Era muito complicado e eu sentia muita dificuldade

Pesquisador: E no [Ensino] Fundamental, foi assim?

S07: Principalmente. Eu acredito que pelo fato de eu não ter feito um fundamental com uma base sólida, até porque na época os professores que ensinavam eles não eram formados. Eles tinha muita dificuldade em repassar. Eu digo isso porque hoje é uma pessoa do meu convívio. Eles tinham muita dificuldades, não tinham formação e eu acho que isso acabou repercutindo. Mas como eu não nunca tive uma iniciação, uma base bem feita, aí lá adiante eu senti dificuldade e eu meio que não consegui acompanhar aqueles que tinham uma base melhor.

S14 reafirma a separação entre fontes de conhecimentos matemáticos. Apesar de valorizar as aprendizagens que atribuiu à sua oportunidade em experiências cotidianas, trata fórmulas matemáticas como um conhecimento teórico desprovido de contextualidade, utilizado por sua capacidade de favorecer uma maior eficiência. Assim, demonstra perceber as formulas como produto teórico e de memorização, sem relacioná-las a sínteses relacionadas a conhecimentos concretos. S07 reforça a crença na memorização e na eficiência dessa abordagem denominada em suas falas como teórica. Entretanto, ressalta que tal abordagem é condicionadas pelos conhecimentos pedagógicos que os professores possuem para repassar aos alunos, reforçando a ideia do conhecimento como bem acumulável e transferível. Portanto, em suas falas, destaca-se o fato da docente lamentar que seus antigos professores, hoje colegas de profissão, não tenham passado pela adequada formação que pudesse favorecer um maior rendimento que tal perspectiva pedagógica encerra.

As docentes do 5º ano, nas discussões entre atividades do primeiro dia de curso, também reafirmaram tais concepções. Entretanto, trouxeram para o debate outros elementos que se mostraram relevantes na constituição de seus conhecimentos pedagógicos. Durante considerações sobre a importância de aperfeiçoamentos por meio de formações continuadas, uma das formadoras da SME manifestou entre suas percepções, a de que o aperfeiçoamento pedagógico deve observar elementos que extrapolam a prática pedagógica e a definição de objetivos a alcançar:

S02: Essa é a intenção [da discussão sobre conhecimentos pedagógicos]: da gente continuar avançando e melhorando nas avaliações externas. [...] Mas aí é onde a gente chega a cada ano e vê que precisa superar o que o aluno ainda não conseguiu nos anos anteriores. E aí tem essa quebra e a gente precisa recuperar... e ter esse cuidado... Aí quando, por exemplo, você falou em relação ao campo aditivo ser visto como a simplificação do campo multiplicativo... que a multiplicação é vista como a soma de parcelas iguais. Isso foi como eu aprendi e muitas vezes nós repassamos para os nossos alunos porque ainda não adquirimos ainda essa propriedade de reconhecer essa multiplicação [...] Eu acredito que nesse momento de discussão a gente vai trazendo algumas experiências... durante essa semana, nos acompanhamentos, a gente muitas vezes subestima. No momento das nossas relações, a gente, às vezes, subestima os alunos. A gente tinha um planejamento de fazer as crianças criarem as situações problemas e eu tive a oportunidade de participar de duas aulas com foco no planejamento que foi feito. E teve professores

que disseram: não, eu acho que eles não vão conseguir. Mas eu disse: vamos tentar, né? Vamos tentar... E nós, ela principalmente, ficamos surpreendidos pelas propostas que os meninos conseguiram aprender. Pelo vocabulário utilizado. E mostra, mais uma vez, o quanto a gente tem que explorar esse pensamento. E levar a criança a pensar e registrar esse pensamento dela para a gente poder melhorar e avançar para onde a gente precisa.

Portanto, S02 manifesta entre suas preocupações o trabalho pedagógico a ser realizado adequadamente em cada ano, demonstrando ter conhecimento sobre os conteúdos previstos no currículo e os objetivos apresentados. Entretanto, pondera que o trabalho com a turma específica do 5º ano, poderia ser melhor desenvolvido caso os docentes pudessem dedicar maior atenção aos devidos conteúdos daquele ano, caso não precisassem recuperar conteúdos não apreendidos em anos anteriores. Tais medidas, em seu discurso, se desdobrariam em melhores resultados em avaliações externas, o que se manifesta como uma preocupação na orientação de práticas que devem compor o planejamento docente.

Nessa perspectiva, dissemina-se como critério de ação docente não apenas os devidos conteúdos que os alunos seriam capazes de aprender. Percebe-se, também, influências explícitas relacionadas ao alcance de índices, levando tais métricas ao status de objetivo de ensino.

Tais avaliações externas, perseguidas pelas instituições de ensino crescentemente, tem muitas vezes desconfigurando o processo de ensino (COSTA *et al.*, 2018). Quanto a esse aspecto, marcadamente a partir da BNCC (BRASIL, 2017) tal movimento é percebido, de fato, por meio da efetivação de propostas e dinâmicas curriculares que contribuem para a padronização e reducionismo curricular. Dourado e Oliveira (2018, p. 41) apontam que:

A lógica da diversidade dá lugar a uma perspectiva de uniformização e homogeneização curricular, com a prescrição de currículo mínimo centrado em habilidades e competências, permitindo maior atrelamento da BNCC às avaliações externas. Além disso, observa-se subtração da autonomia, da diversidade e da localidade em detrimento da centralização curricular, cujos planejadores da política federal assumem as definições e os mecanismos de sua implementação por meio do financiamento, da gestão centralizada, da avaliação, da formação de professores, entre outros.

As expectativas de S02, entretanto, são que os professores encaminhem suas práticas observando tal movimento subordinado às orientações curriculares nacionais. Dessa forma, demonstra acreditar que os professores devem avaliar e reconhecer melhor os conhecimentos dos estudantes, para, a partir da ancoragem nos elementos das avaliações de larga escala, avançarem para alcançar resultados de desempenho como objetivos.

É oportuno salientar, entretanto, que alcançar tais objetivos não implica necessariamente em mudanças na perspectiva pedagógica percebida entre os sujeitos da pesquisa. É oportuno refletir sobre a busca por uma outra abordagem pedagógica voltada à aprendizagem discente. Portanto, concebe-se que o trabalho docente deveria se desenvolver a partir de situações baseadas na problematização e interessada na produção de sentido para os alunos. Logo, a busca por resultados não deve se sobrepor à constituição de uma ação pedagógica capaz de possibilitar novas representações do que seja uma aula de Matemática distinta daqueles padrões estereotipados apresentados pelas professoras, decorrentes do que se denomina “paradigma do exercício” (NACARATO, 2011, p. 175).

Os elementos apresentados pelas professoras permitem supor que as mesmas concebem a organização pedagógica de suas práticas relacionadas ao ensino de Matemática em um ambiente escolar tradicional. Nessa perspectiva os livros-texto ocupam papel central e o professor atua trazendo novos conteúdos que devem ser aferidos por métodos de avaliação instituídos.

Aos alunos cabe a resolução de exercícios propostos pelos professores, sendo o ato de corrigir e encontrar erros em resoluções, a atividade que caracteriza a estrutura geral da aula (ALRØ; SKOVMOSE, 2006; NACARATO, 2011). Compreende-se que as aulas tradicionais se desenvolvem também em uma atmosfera amigável, não relacionada apenas a aspectos negativos e estereotipados do ensino da disciplina, em que professores tiranizam os alunos.

S08: A escola que iniciei minha vida escolar, talvez não seja tão diferente de muitas outras escolas das comunidades de nosso município. Naquela época os professores eram indicados de acordo com as lideranças políticas, onde ficamos durante muito tempo com professores leigos, não tinha sequer Ensino Médio (Curso pedagógico), e na nossa escola até 1996 funcionou assim, somente com professores leigos. E ainda com pessoas que tinham apenas a 4ª série, era contratada para ensinar as crianças menores. Pois somente a partir de 1997, nossa comunidade recebeu professores mais instruídos, tendo pelo menos o 3º pedagógico. Cadeiras enfileiradas, quadro-negro e uma professora que sem muito preparo profissional nos conduzia.

S12: Jogos e materiais concretos não se utilizavam apesar de que independentemente da época, cultura e classe social os jogos e os brinquedos fazem parte da vida das crianças, ao brincar, jogar e manipular materiais pedagógicos diversos a criança trabalha a motricidade, a atenção, a memorização, a organização espacial, o raciocínio, a criatividade, a ansiedade, entre outros aspectos importantes para o desenvolvimento

S14: Apesar de alguns estudiosos apresentarem uma forma de educação mais inovadora, nossas escolas ainda viviam de métodos educativos muito tradicionais, onde o professor era o detentor dos conhecimentos e o os alunos meros reprodutores do que lhes era ensinado

Entretanto, apesar de certas qualidades identificadas nas aulas tradicionais, algumas observações devem ser discutidas. Mesmo em um clima amigável, as aulas tradicionais não podem ser consideradas pautadas no diálogo entre os sujeitos envolvidos, conforme apontam os depoimentos de S14 e S08. Convém ainda ressaltar que mesmo na abordagem tradicional de ensino é possível que estejam presentes elementos considerados como capazes de favorecer maior proveito em possibilidades pedagógicas que a conexão entre as qualidades de comunicação e as qualidades de aprendizagem permitem desenvolver, o que é percebido no comentário de S12.

Além das reflexões realizadas no local de encontro presencial, as docentes foram solicitadas a resumir aspectos relacionados ao ensino e a aprendizagem de multiplicação e divisão. Seus depoimentos foram analisados e são apresentados em articulação às questões discutidas em sala. Assim considerou-se a complementaridade entre tais informações conforme configurou-se o tempo disponibilizado para o curso. Os encontros presenciais foram dedicados principalmente para atividades práticas e discussões teóricas relacionadas ao trabalho com situações problemas e o uso de tecnologias digitais.

Assim, as docentes apresentaram alguns elementos reflexivos individualmente, sem que fosse necessário expô-las entre as demais colegas. Considerando suas experiências até aquele momento e as discussões sobre os conhecimentos pedagógicos voltados ao ensino de Matemática seus relatos passam a ser discutidos tomando a interpretação de seus comentários, tendo como norte elementos relacionados a avaliação sobre a aprendizagem discente e o uso de recursos de ensino. Percebeu-se que as respostas dos sujeitos tiveram enfoque diferenciado quanto os elementos considerados em avaliação:

S02: A resistência de alguns professores para experimentar e vivenciar novas teorias e colocá-las em prática com o uso da tecnologia ((dificultam a avaliação))

S14: O conhecimento do professor (teorias) ((facilitam a avaliação)) diante do que ele sabe para facilitar a aprendizagem do aluno, levando em consideração aos direitos da aprendizagem, bem como os conhecimentos já adquiridos dos alunos

S03: As vivências com a turma. Falta de interesse da turma ((dificultam a avaliação))

S08: ((faltam)) Metodologias para aplicar em sala para a divisão

S12: A falta de material didático concreto ((dificulta a avaliação))

As formadoras da equipe da SME, S02 e S14, apontaram dificuldades pedagógicas relacionadas às resistências por parte das professoras. Entretanto, as docentes S03, S08 e S12, apontaram elementos prejudiciais à avaliação ligados à disponibilização de recursos didáticos, desconhecimento de metodologias para o conhecimento sobre divisão, as

vivências com os alunos e a falta de interesse desses estudantes. Entre os sujeitos da pesquisa, portanto, destaca-se que a posição ocupada pelas professoras favorecem diferentes perspectivas quanto aos elementos percebidos para a execução de planejamento de ensino.

As professoras que atuam na equipe da Secretaria de Educação haviam declarado durante as etapas de planejamento e ação que possuem relativa autonomia sobre seus horários. Assim, dividem-se entre a elaboração de planejamentos para as escolas de modo centralizado, considerando “[...] o material adotado pelo município, os exames [externos] e o calendário escolar”(S02). Compreende-se que as práticas de planejamento e avaliação, portanto, apesar de se tornarem volumosas são executadas em um contexto distinto do que é apresentado às docentes em salas de aula.

Conforme já destacado, o grupo de docentes lotadas em sala de aula, em sua maioria, não foram formadas adequadamente para o ensino de Matemática, possuem vínculo temporário junto ao município e veem parte da carga horária tomada em atividades demandas pela gestão escolar para execução de tarefas em horários que deveriam ser reservados ao planejamento. Tal contexto, portanto, configura-se como uma complexa rede de interferências onde responsabilidades acabam sendo desconfiguradas, penalizando todos os elementos envolvidos e prejudicando o desenvolvimento de conhecimentos pedagógicos docentes, ao subtrair-se atribuições das professoras, mesmo que com sua aquiescência.

Rojó (2001, p.313), ao discutir orientações em documentos legais da Educação referentes ao planejamento, destaca que a atividade é prevista em seu caráter coletivo, reflexivo e contínuo voltado à formulação de metas e meios de verificação desejados pelos sujeitos nas instituições de ensino. A partir disso, entretanto, denuncia a falta de detalhamentos nos textos legais, levando à compreensão equivocada que a palavra tenha sentido em si mesma. Entretanto, os documentos orientadores analisados pela autora, transitam entre um papel *designado* ao planejamento e outro que apresenta o que tal documento não deve ser. Assim se desloca entre uma elaboração voltada à definição, seleção e organização de “conteúdos” em articulação às ações didáticas na escola, e outra concepção, que lhe caracteriza como uma tarefa burocrática, imposta pelas Secretarias para mero preenchimento de formulários que serão arquivados.

A partir de suas experiências com formação de professores a autora afirma que, na verdade, os docentes não percebem o planejamento como apenas uma burocracia a realizar.

Por outro lado, percebe-se que não possuem a devida autonomia para a realização de um planejamento efetivo. Em suas palavras:

Meus encontros com professores da rede pública têm mostrado um professorado preocupado em melhorar sua ação didática e em implementar novas e melhores orientações no processo de ensino-aprendizagem; quase sempre sem condições objetivas para fazê-lo – por exemplo, tempo escolar remunerado e reservado ao planejamento e à reflexão coletivos – e pouco formado para fazê-lo (ROJO, 2001, p. 315)

As considerações da autora se aproximam do que as docentes enfrentam, conforme percebeu-se no contexto da pesquisa. Nesse sentido, D'Ambrosio e Lopes (2015, p. 14) convidam à reflexão quanto a importância de:

[...] analisar nossas ações profissionais e avaliar se não temos privilegiado responder positivamente às políticas públicas e institucionais, sem perceber que podemos, colaborativamente, superar a crença nessa formação que prioriza o domínio do conteúdo matemático, em detrimento de uma formação mais global e plena

Infere-se que não há clareza e concordância quanto aos elementos que dificultam as atividades de planejamento e avaliação voltadas ao ensino de Matemática, considerando o conjunto dos sujeitos. Entretanto, destaca-se que tal construção é um processo complexo e envolve decisões eminentemente políticas conforme apontam diferentes autores (ALRØ; SKOVMOSE, 2006; D'AMBROSIO; LOPES, 2015; ROJO, 2001).

Tendo em mente tal contexto, registre-se ainda que entre as docentes, três professoras do 2º ano (S04, S05 e S07) e duas do 5º ano (S06 e S10) não apresentaram respostas sobre os assuntos nem se pronunciaram ao longo da formação. Apesar de solicitadas suas respostas, mesmo após o prazo estipulado dentro das atividades do curso, as docentes não responderam tal questionamento. A relutância pode derivar de diferentes aspectos ligados às suas atividades e condições profissionais, entretanto não foi possível investigar adequadamente tais circunstâncias de modo a se verificar devidamente a relação entre esses elementos.

Ainda quanto a aprendizagem e avaliação dos discentes, os aspectos apontados como importantes para aprendizagem de multiplicação e divisão se concentraram em temas delimitados. Inicialmente são consideradas as análises sobre as seguintes falas das professoras:

S01: Considero muito importante a vivência com material concreto possibilitando melhor aprendizagem.

S05: Que eles utilizem seu raciocínio lógico-matemático através do lúdico e para a prática.

S07: Trazer para a sala de aula conteúdos envolvendo o dia a dia dos alunos, se torna uma aula mais participativa, trabalhar com material concreto.

S03: Uso da Tabuada. O método que me ajudou bastante e que eu considero o melhor até hoje é a tabuada. Tem a parte de decorar mas o que você decora você acaba aprendendo, quando aprendemos algo fica fácil resolver qualquer situação problema.

S04: Podemos dizer que o uso do material concreto ou mesmo todo e qualquer material didático-pedagógico será apenas um meio facilitador para a construção de significados das noções matemáticas, não é o material didático que realiza a aprendizagem, mas a própria criança, pela reflexão que realiza com acompanhamento e a orientação do professor.

As manifestações sobre o material concreto remetem a uma discussão fortemente divulgada entre os professores do Ensino Fundamental desde o início dos anos 1990. Conforme aponta Nacarato (2005), desde essa época denunciava-se a existência do “mito do material manipulável”. Segundo Schliemann, Santos e Costa (1992, p. 99):

Frequentemente afirma-se que o ensino de Matemática na escola de 1º Grau deve ser feito a partir da manipulação de materiais concretos. O uso desses materiais é justificado com base numa interpretação simplista das características dos estágios de desenvolvimento cognitivo propostos por Piaget, afirmando-se que a criança no período das operações concretas somente poderia racionar a partir de objetos concretos.

As manifestações das professoras participantes da pesquisa, portanto, reafirmam que tal ideário se faz fortemente presente entre seus conhecimentos pedagógicos relacionados ao ensino de Matemática. Mesmo passado trinta anos, falas como a de S04 se mostraram como exceção entre o grupo, o que pode ser verificado nas falas de S01, S03, S05 e S07. As docentes ressaltam a importância do lúdico e da realização de atividades contextualizadas, considerando as práticas dos alunos. Tais concepções mostram-se relacionadas à ideia da presença do jogo no ensino. Apesar disso, as docentes não expressam aspectos pedagógicos relacionados a tais recursos, nem exemplificam jogos presentes no cotidiano desses alunos. A esse respeito, é importante salientar que:

O jogo como objeto, como ferramenta do ensino, da mesma forma que o conteúdo, carece de uma intencionalidade. Ele, tal qual o conteúdo, é parte do projeto pedagógico do professor. Ao utilizar o jogo como objeto pedagógico, o professor já tem eleita (ou deveria ter) uma concepção de como se dá o conhecimento. Esta concepção tem como elementos principais o papel reservado à interação como fator de desenvolvimento e as idéias de que o conhecimento evolui, de que o ensino deve ser lúdico e de que o objetivo final é o conceito científico (MOURA, 1992, p. 47)

Pode-se inferir, portanto, que a evocação do elemento lúdico visando a aprendizagem não se constitui objetivamente enquanto uma categoria teórica devidamente

compreendida pelas professoras. Tal afirmação se mostra ainda mais consistente, se consideradas as ideias manifestadas quanto a memorização que são destacadas pelas professoras. Assim, as ideias de uso de material concreto, de favorecimento da ludicidade e de contextualização conforme as experiências dos alunos se mostram concebidas como relevantes para a aprendizagem mas sem uma clara delimitação sobre o que tais elementos podem significar na efetiva aplicação em contexto escolar.

Tal compreensão é reforçada quando cruzadas outras afirmações, mostrando-se a presença de contradições quanto ao plano pedagógico. A respeito das interferências percebidas como prejudiciais à aprendizagem dos alunos, as professoras destacaram elementos que apontam para práticas contrárias às ideias apresentadas como relevantes para a aprendizagem discente:

S02: Um dos fatores que interferem na aprendizagem de multiplicação e divisão é a maneira como se propaga a ideia que é complicado e que só vai aprender se souber a adição e a subtração.

S06: Alguns conseguem compreender os problemas e resolvê-los facilmente (metade da turma), os outros são um pouco inseguros ou não conseguem interpretar os problemas, assim sendo têm um pouco mais de dificuldade para resolvê-los.

S07: A dificuldade é para identificar qual operação vão utilizar em cada situação.

S10: Muitas vezes o que nos interfere além das indisciplinas é que algumas crianças têm dificuldades e desinteresse por não ter tido uma base boa no ensino da matemática.

As declarações permitem afirmar que as práticas características desses sujeitos quanto ao ensino de Matemática em ambiente escolar se configura como tradicional. A presença de temores e inseguranças relacionados ao estudo da disciplina entre os alunos, além da percepção da falta de conhecimentos entre eles, na avaliação das professoras, encontram paralelo nas concepções pedagógicas que as próprias docentes destacam haver marcado suas trajetórias enquanto estudantes. Tais constatações levam à compreensão de possíveis elementos sobre as resistências que iniciativas de modificação pedagógicas podem enfrentar.

Do exposto, essas docentes percebem em seu trabalho, segundo suas falas, um trabalho dificultado pelo desinteresse dos estudantes frente ao ensino de Matemática. Pode-se supor que tal desinteresse venha, por vezes, a se manifestar como indisciplina perante o estatuto de práticas pouco motivadoras dadas as imprecisões quanto aos aspectos que devem modificar esse ambiente constituído. Pode-se supor que as imprecisões estejam relacionadas ao desconhecimento de fundamentos pedagógicos ou pela valorização daqueles princípios

apontados como de menor eficiência para o envolvimento do aluno, tal como a memorização de tabuadas e resoluções descontextualizadas de problemas.

Dessas considerações, discute-se alguns dos meios efetivados para realização da avaliação por essas professoras. Esses elementos dos conhecimentos pedagógicos se mostram relevantes por favorecerem o acompanhamento da apreensão conceitual de seus alunos. Segundo Moura (1992) a abordagem baseada em estratégias de resoluções de problemas permite ao professor intervir no processo educativo fazendo que cada indivíduo desenvolva sua capacidade de resolução, mostrando-se, por si mesmo, capaz de compreender a situação-problema apresentada e de arquitetar um plano passível de execução e avaliação crítica em termos dos resultados obtidos. No mesmo sentido, salienta-se que tal processo não é o que se percebe em contexto escolar:

A educação formal é baseada na mera transmissão de explicações e teorias (ensino teórico e aulas expositivas), no adestramento em técnicas e habilidades (ensino prático com exercícios repetitivos). Do ponto de vista dos avanços mais recentes de nosso entendimento dos processos cognitivos, ambas são totalmente equivocadas. Não se podem avaliar habilidades cognitivas fora do contexto cultural. Obviamente, a capacidade cognitiva é própria de cada indivíduo. Há estilos cognitivos que devem ser reconhecidos entre culturas distintas, no contexto intercultural e, também, na mesma cultura num contexto intracultural (D'AMBROSIO, 2005, p. 117)

Das colocações desses autores, pode-se compreender de modo relacional o que manifestam as docentes que participaram da investigação sobre processos avaliativos. Sobre os meios buscados entre seus alunos, as declarações apontaram para os seguintes aspectos:

S07: As dificuldades é para identificar qual operação vão utilizar em cada situação

S06: As faltas interferem bastante, assim como a falta de compreensão na leitura dos enunciados e também a indisciplina dos mesmos

S13: Com o uso de materiais concretos, jogos e desafios

As respostas se mostraram voltadas às estratégias de compreensão dos problemas e o uso de recursos didáticos para a avaliação. S07 comenta sobre a dificuldade de identificação de operações que os alunos possam perceber em situações problemas. S06 reafirma tal dificuldade, considerando a assiduidade dos alunos e apontando a indisciplina dos mesmos como algo que compromete a capacidade de aprendizagem dos alunos. S13 declara utilizar de materiais (materiais concretos e jogos) e estratégias (desafios), sem fornecer detalhes dos meios pelos quais avalia os conhecimentos desses alunos. É oportuno, quanto a tais aspectos destacar que:

Não se pode observar bem o que não está preparado para observar. Isso pressupõe que o conteúdo e as situações pelas quais esses conteúdos são transmitidos sejam analisados claramente com antecedência, para que possamos estar preparados para "ver" o significado dos eventos e comportamentos observados (VERGNAUD, 1982, p. 41, tradução nossa)

Inferre-se a partir das falas das professoras que se faz necessário um processo capaz de habilitar suas análises avaliativas de modo mais consistente frente aos conhecimentos de seus alunos. Para que seja possível se estabelecer um contexto de maior proveito frente aos esforços de ensino, as docentes podem se beneficiar a partir do momento que consigam delimitar com maior precisão os fenômenos significativos relacionados à aprendizagem discente, sem se deixar levar por ideias difundidas no meio escolar mas que muitas vezes comprometem a efetividade da ação docente, a exemplo da busca por termos ou palavras-chave ou o uso de recursos que por si possam assegurar a apreensão conceitual pelos alunos, descaracterizando a relevância da ação dos professores frente a alunos mobilizados pelo estudo de conteúdos específicos.

Tais oportunidades se tornam ainda mais explícitas mediante a análise do que deve ser considerado importante para a avaliação dos alunos segundo as professoras. Sobre a centralidade no processo avaliativo, as mesmas declararam:

S01: O elemento importante é quando eles executam as atividades com êxito

S06: A interpretação do problema é bastante importante para que possam buscar maneiras de resolução

S10: Mesmo tendo erros, posso perceber que eles tentaram resolver os problemas usando estratégias que foram usadas nas aulas e que rabisca tentando solucionar o problema proposto

S14: Considero que a compreensão da criança e suas estratégias são de suma importância para avaliarmos a resolução dos problemas por nossas crianças

S07: os alunos precisam compreender as situações, ter uma boa interpretação para assim conseguir resolvê-los

S01 apontou, entre outras docentes, a necessidade de se considerar a resposta correta aos problemas. Tal observação é adequada, porém deve ser compreendida como apenas um dos aspectos a observar. As falas de S06, S07, S10 e S14 complementam tal percepção a partir de outros aspectos que consideram adequados vislumbrar em suas resoluções tais como: interpretação textual; estratégias de resolução; e variedade de situações. Esses elementos, conforme discutiu-se até o momento, ressaltam aspectos da compreensão de conhecimentos relacionados ao Campo Multiplicativo. Cumpre ressaltar que tais elementos devem se constituir por meio do desenvolvimento dos alunos, cabendo aos docentes, cada vez

mais, investirem para que o êxito quanto a tais habilidades se constituam autonomamente. Assim os sujeitos não estarão restritos à repetição do que lhes foi apresentado por professores por meio de treinamentos voltados à memorização e automatismos algoritmos que não lhes sejam significativos ou mesmo compreensíveis (CLARK; KAMII, 1996; VERGNAUD, 1997).

Ao final do curso, constatou-se a presença de ambiguidade interna em suas concepções. Uma vez que os aspectos de conhecimento de conteúdo e pedagógicos foram explorados ao longo do curso, a presente subseção é concluída perante algumas considerações sobre os planos de aula apresentados pelas docentes como última atividade a distância. Chamou a atenção que dentre as 14 docentes, 08 efetuaram a entrega do plano solicitado. Dessas, apenas uma atuava no segundo ano.

Quanto aos planos apresentados, apesar de enfatizarem na formação a importância de jogos e recursos didáticos entre os conhecimentos pedagógicos, nos planos apresentados não se identificou a presença de nenhuma proposta de uso de jogo, fosse digital, ou não. Além disso, percebeu-se que as docentes desenvolvem atividades centralizadas no uso do quadro e exercícios de tabuada, consideradas tecnologias analógicas já naturalizadas no contexto escolar (FAGUNDES, 1986):

S03: Expor o conteúdo dando uma breve introdução, respondo na sala como se resolve a multiplicação e a divisão juntos. Falar um pouco sobre a divisão como partilha

S08: Professor apresenta no quadro a seguinte operação ($24 / 6 = ?$) Peça aos alunos para escrever a expressão em seu caderno e dê um tempo para as resoluções. Depois eles irão falar suas respostas.

S01: Exposição de tarjetas no centro da sala pedir que os alunos façam uma roda no chão. Então cada aluno irá escolher uma tarjeta e resolver o probleminha envolvendo tabuada de multiplicação

S06: O professor solicitará que cada aluno crie um problema para esta operação ($16 / 4 = ?$). Depois discutirão para saberem se são situações problemas de partição ou curtição

S02: A partir dos objetos relacionados pelo professor e com os grupos inicialmente formados, o professor pedirá que os grupos escrevam o enunciado de um problema utilizando os objetos propostos para a seguinte operação ($36 / 4 = ?$) a partir da elaboração dos alunos o professor fará as trocas dos enunciados entre grupos aguardando o tempo para resolver e pedir que compartilhem as situações problemas resolvendo-as na lousa e expondo no cantinho da Matemática.

Apesar de serem apresentadas propostas prevendo o envolvimento ativo do aluno, iniciativa que deve ser considerada em concordância quanto as orientações legais (BRASIL; 1997, 2017) para o que se deve realizar em atividades escolares, apenas S06 realizou

propostas nesse sentido. A outra proponente foi S02 que atua como formadora da SME. Portanto, conclui-se que estas professoras demonstram iniciar alterações em suas propostas frente a metodologia de trabalho preponderante no município. Dentre as propostas de atividade, também estiveram presentes indicações que as docentes elaboram seus problemas a partir do que o governo do estado vem realizando em termos formativos. Mostrou-se forte o uso do material de orientação do Programa Alfabetização na Idade Certa (PAIC⁴⁴).

Quanto ao uso de recursos, apenas S01 e S07 previram o uso de computador e projetor multimídia no plano proposto. Destaca-se que os recursos são empregados para projeção do professor, não havendo previsão de uso visando que os alunos sejam levados a efetivar suas atividades. Um exemplo desse uso é expresso no seguinte termo do plano: “Atividade - Expor na lousa, com *datashow*, questões relacionadas ao conteúdo”(S01).

Constata-se a possibilidade, junto a tais sujeitos, de busca por uma progressão em direção ao TPACK. Conforme explicam Niess *et al.* (2009), o surgimento de uma nova tecnologia exige repensar sua aceitação no ensino e aprendizagem de Matemática, envolvendo-se o conteúdo e as pedagogias trabalhadas também. Portanto, abre-se uma reflexão quanto ao que pode ser aprendido sobre o ensino de um tópico específico com uma tecnologia de modo que se procure uma disposição para que se enfrente o desafio de usar outra tecnologia, o que implica no ensino diferente da maneira como esses professores aprenderam, ou não, conceitos específicos de matemática.

Conforme discutido na presente seção, apesar de declararem compreender a organização, a avaliação e a abordagem de ensino a partir de concepções pedagógicas, evidencia-se como ponto crítico que seus conhecimentos se mostram caracterizados por práticas tradicionais de ensino de Matemática. Compreende-se que seus conhecimentos nesse domínio se mostram fortemente influenciados por experiências constituídas desde a fase estudantil, e levam as mesmas a desenvolverem conhecimentos no plano conceitual pedagógico tradicional que recai em ações que podem ser consideradas insuficientes para a devida apreensão de conteúdos.

Nesta perspectiva, não foi possível problematizar ao longo do curso incongruências percebidas entre os planos do pensamento e da ação pedagógica efetivos. Considera-se, portanto, que as atividades do curso apontaram elementos teóricos que

44 Criado no Ceará pela lei nº 14.026, de 17.12.07, trata-se de programa de cooperação técnica e incentivo para melhoria dos indicadores de aprendizagem nos municípios cearenses (VIEIRA; VIDAL, 2013)

mostraram limitações quanto a ação pedagógica das docentes. Percebeu-se a necessidade de modificação em suas concepções, implicando um realinhamento que permita uma adequada articulação entre discursos e práticas de modo original e autônomo, sem que seja fundamentado apenas em reproduções de materiais elaborados por terceiros.

Uma vez que mudanças dessas naturezas só podem se desenvolver por formações em médio ou longo prazo, considerando-se esforços e maiores estudos, os dados da tese indicam que a formação oportunizou apenas uma provocação frente ao longo caminho a ser percorrido junto a essas professoras. Por outro lado, considera-se oportuna e necessária a realização desses esforços para que ocorra uma (re)significação pedagógica nas práticas de ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o que se refletiria não apenas no ensino de conteúdos do Campo Multiplicativo.

As docentes alegaram, ainda, que outros contatos como esse seriam desejáveis. Porém, apontaram como fundamental que se estabelecessem outras configurações relacionadas a horários e local de realização. Convém destacar, entretanto, que as falas e discussões efetivamente apresentadas foram marcadamente influenciadas pelos pronunciamentos das professoras que atuam como formadoras da SME. Mesmo frente às discussões pedagógicas, as docentes que atuam especificamente em sala de aula demonstraram inibição para se pronunciar. Constata-se como necessária a promoção de maiores esforços para que seja possível compreender tais características desse silenciamento, o que não foi abordado como foco do presente trabalho pelas delimitações estabelecidas no planejamento. Esses elementos concluem o trabalho de análise dos conhecimentos pedagógicos, passando-se, na próxima sub-seção, à análise sobre o domínio de conhecimentos Tecnológicos (TK) no trabalho com as professoras.

4.4 Conhecimento de tecnologias em atividades Multiplicativas

Para Identificar o conhecimento tecnológico das professoras pedagogas para o ensino do Campo Multiplicativo, foram consideradas categorias empíricas definidas como: habilidade de uso de computadores móveis (smartphone) e fixos (*Desktop* e lousa digital); navegação em ambientes *web*; e uso de funcionalidades envolvendo objetos de aprendizagem. Os dados foram captados por meio da realização de atividades envolvendo diferentes tecnologias apresentadas a seguir.

As atividades voltadas para a apreensão do conhecimento tecnológico das professoras foram realizadas à medida que se discutiam aspectos relativos ao campo conceitual multiplicativo (conhecimento do conteúdo) e seu planejamento e vivência em sala de aula (conhecimento pedagógico). O trabalho foi iniciado com a organização das professoras em dois grupos, em cada uma das turmas (2º e 5º ano escolar). Elas foram convidadas a resolver uma situação problema utilizando o dispositivo smartphone. Entre os grupos elas deveriam, inicialmente, discutir o enunciado apresentado na figura 53 abaixo:

Figura 53 - Exemplo de situação combinatória

Três irmãos posam para uma fotografia.
Quantas fotos diferentes poderão ser
tiradas se eles se organizarem em
diferentes posições?

Fonte: Nova Escola (2007)

A questão apresentada se relaciona à análise combinatória que, segundo Pessoa e Borba (2010), envolve o raciocínio multiplicativo pois trata de grupos de possibilidades, a partir de uma ação sistemática que dê conta de atender à constituição de todas os agrupamentos possíveis. Tal problema foi apresentado às professoras de modo a contextualizar uma situação pouco explorada no Ensino Fundamental mas que poderia trazer elementos para que se pudesse discutir aspectos do uso de tecnologias digitais como suporte para a resolução de problemas. Seu uso, portanto, não se prestou à análise conforme as categorias analisadas nas subseção de conhecimentos de conteúdo, prestando-se precipuamente à discussão sobre o enfrentamento de situações desconhecidas pelos sujeitos.

O trabalho com as professoras do 2º ano, foi iniciado a partir da verificação de que todas as participantes portavam um smartphone. Justificou-se a realização de tal atividade por se mostrar acessível como meio de utilização da tecnologia em sala de aula. O pesquisador propôs o seu uso para o registro fotográfico da situação apresentada na figura 53. Com essa proposta, procurou-se efetivar a resolução por um meio diferente dos cálculos numéricos. Buscava-se vivenciar as diferentes possibilidades de realização do arranjo, com as professoras se fotografando nas diferentes posições. Isso desencadeou o seguinte diálogo:

Pesquisador: Vamos usar o celular? Tirar fotos?

S05: Professor, não quero sair daqui, não.

S06: Nem eu.

S12: Vamos pessoal! Vamos...

S07: Professor, a gente pode fazer aqui as contas e depois o senhor tira só as fotos?

Pesquisador: Não pessoal! Vamos lá... ((apontando para três cadeiras)) vamos juntos.

Como se pode constatar, houve a manifestação de resistência inicial para realização da atividade por parte de S05, S06 e S07. Entretanto, S12 se mostrou incentivadora para a realização da atividade. Tal incentivo, entretanto, se mostrou tensionado pela ênfase manifestada por S07 sobre a realização “das contas”. Segundo sua fala, uma vez que o problema poderia ser resolvido por meio da realização de contas, não haveria a necessidade de outras ações. Tal postura se articula à concepção do ensino tradicional de Matemática e ignora a importância cognitiva presente na variação de situações e diferentes formas de representação que o sujeito pode acionar para a resolução de problemas (VERGNAUD, 2009c). No diálogo destacado evidencia-se que a efetivação de práticas que envolvam a alteração do que é visto como suficiente, no caso a realização de “contas”, pode estar sujeito à não adesão e, conseqüentemente, ao desestímulo entre as professoras.

Destacou-se, portanto, a insistência de S07 para que a atividade fosse desenvolvida, particularmente pela possibilidade de uso do smartphone e a captura de imagens. S14 se mostrou aberta à participação, desenvolvendo a seguinte interlocução:

S14: Vamos pensar como no problema...

S07: Vamos... quem tira as fotos? Posso tirar?

S14: Ok. Professor, o senhor pode ficar aqui ((indicando uma das cadeiras)) para ela tirar as fotos? Vai precisar de mais gente...

S14 percebe que para vivenciar a situação, utilizando a fotografia, seria necessária a participação de 4 sujeitos. Três que vivenciariam o arranjo e um para realizar a fotografia. A organização dos participantes gerou discussão sobre as possíveis configurações, de modo que elas ocuparam posições distintas, mas sem estabelecer um sistema que pudesse levá-las a exaurir as possibilidades de posicionamento dos sujeitos para as fotos. Organizaram-se de diferentes modos nas cadeiras, sem que conseguissem estabelecer um ponto para iniciarem os registros. Para elas, era importante desvendar as respostas possíveis, isto é, a organização das professoras nas cadeiras para, somente depois de obtida a resposta correta, fazer uso da tecnologia para registro das respostas possíveis.

Evidenciou-se que as professoras demonstraram buscar a solução e, portanto, o uso do conceito matemático, antes de iniciar a utilização da tecnologia. Mishra e Koheler (2006) advertem que tal uso de tecnologias pouco acrescenta em termos de construção

conceitual. Ademais, Drijvers *et al.* (2010) ponderam que a participação de professores em formação continuada visando à incorporação de tecnologias ocorre durante uma intervenção específica, consistindo em experiência de aprendizagem complexa e inovadora com a qual, eventualmente, não há familiaridade. Tal falta de familiaridade pode, inclusive, ser agravada por um cronograma limitado para o aprendizado, prejudicando aspectos didáticos e as decisões adotadas pelos sujeitos. Conforme apresentado até aqui, deve-se considerar que tais efeitos também podem ter interferido na participação dos sujeitos.

Mediante tal dificuldade, as professoras desistiram de continuar buscando a resposta exaustivamente e retornaram para suas posições no laboratório. Elas não conseguiram perceber que as fotos poderiam ajudá-las a verificar se todas as posições haviam sido ocupadas por todos os sujeitos fotografados. Assim, a tecnologia não foi percebida como instrumento facilitador da situação proposta ou capaz de favorecer a compreensão conceitual sobre arranjo que a vivência apresentava.

Entre as docentes, houve a percepção de que a situação era, em relação a elas, “[..] difícil demais para o nível de conhecimento” (S07). De volta às suas posições, foi solicitado ao pesquisador que explicasse a resolução da atividade. Mesmo sendo estimuladas a utilizarem o quadro branco para que fossem realizadas tentativas em conjunto para identificação de estratégias de resolução, portanto utilizando-se de uma tecnologia não digital, tal solicitação foi negada. Tal comportamento permitiu observar que mesmo a mudança entre tecnologias que poderiam ser utilizadas fez com que as professoras procurassem abordar um conteúdo que se mostrou incompreensível. As professoras só se mostraram satisfeitas quando o pesquisador evidenciou como possibilidade de solução, a “fixação” de um sujeito em uma posição, alterando as posições dos demais, para que elas percebessem o conjunto de possibilidades. Dessa forma, a resolução da atividade foi deixada de lado pelas professoras e o uso de tecnologias não se efetivou como recurso de apoio para que abordassem a questão que se apresentou ao grupo.

Entre as professoras do 5º ano, dois trios se propuseram a realizar as fotos referentes à situação após a confirmação de que todas possuíam aparelhos smartphone próprios. Dificuldades semelhantes quanto à sistematização das diferentes posições a serem ocupadas foram percebidas. Entre essas professoras houve o uso da tecnologia para a produção das fotografias, embora as fotografias tenham sido realizadas de modo aleatório. Foi possível perceber que o smartphone levava as participantes a se preocuparem com a estética

nas fotografias sem relacionarem a sua função de suporte à resolução da situação proposta, ou seja, o emprego do recurso não foi percebido pelas professoras na sua dimensão pedagógica. Sem identificarem a resolução pretendida, as professoras desfizeram os dois trios iniciais e passaram a discutir a realização da atividade em um grupo único, gerando a seguinte interlocução:

S02: professor! A gente tem que tirar quantas fotos?

Pesquisador: Não posso dizer.

S06: Gente, eu tirei um monte de foto repetida, aqui... Elas contam também?

S03: São só 09?

S06: Não. Tem mais...

Pesquisador: Quando chegarem a um consenso, me avisem. Podem pensar à vontade.

As professoras demonstraram a preocupação com o cumprimento da orientação de resolução do arranjo com o uso de fotografias. Entretanto, não demonstraram conseguir estruturar um sistema que as levasse a concluir quantas eram efetivamente as possibilidades. Mesmo percebendo o fato de haver fotos idênticas que, portanto, deveriam ser eliminadas, isso não as encaminhou para a efetiva resolução. Questionavam-se a respeito da quantidade de fotos necessária, da validade de fotografias “repetidas”, e havia a intuição de que apenas 9 seriam suficientes, conforme perguntado por S03. Com isso elas passam a efetivamente explorar a tecnologia, observando as fotografias produzidas. Diante da constatação de que, entre as fotos, havia algumas repetidas elas descartaram 9 como resolução da situação mas não avançam para o estabelecimento de uma outra resposta, mesmo que provisória. Destaca-se que tal esforço é fundamental para a efetiva apreensão conceitual (VERGNAUD, 2009c) e que tal movimento deve ser estimulado de modo que os próprios sujeitos estabeleçam suas respostas aos problemas enfrentados. Ao abandonarem tal processo, porém, as professoras permitiram que uma frustração inicial bloqueasse a reflexão sobre a resposta obtida.

A tecnologia permitiu, ao oportunizar que se visualisassem fotos com arranjos repetidos, que as professoras descartassem a resposta inicialmente proposta por S03. Entretanto, ela não foi suficiente para conduzir o grupo à resposta esperada, isto é, as participantes não conseguiram exaurir as possibilidades do arranjo - seis. Diante dessa dificuldade, esse grupo de professoras abandonou a tecnologia e recorreu ao pesquisador, que naquele momento estava na função de professor, solicitando-lhe a explicação do problema. Desta forma, evidencia-se que as professoras se portaram como estudantes que buscam pela

resposta correta emitida pelo professor. Os nossos dados não permitem afirmar, uma vez que não se observou a sala de aula das professoras, mas é possível inferir que as docentes se pautam no paradigma da transmissão (SILVA, 2007), em que alguém que domina o conhecimento pode transmiti-lo a quem o ignora. Tal observação converge para o que apontam Robert e Rogalski (2005) sobre práticas cristalizadas apresentadas por professores.

Ao perceberem, enfim, que fotos ou posições repetidas na busca por uma solução indicaram ausência de sistematização no posicionamento do grupo, a cada fotografia, afirmaram que “[...] as relações do problema não foram compreendidas” (S02). Destaca-se que mesmo com o domínio da tecnologia necessário à realização da atividade – registrar fotos com o smartphone – as professoras não conseguiram usá-lo em termos de ação de aprendizagem, podendo-se projetar dificuldades semelhantes para sua práticas docentes evidenciando assim, a limitação na articulação entre os três domínios propostos pela TPACK. Esse quadro já foi explicitado por Voogt (2016):

O conhecimento das possibilidades de tecnologias específicas (Conhecimento Tecnológico) não é suficiente para ensinar com a tecnologia. Os professores precisam usar seu conhecimento tecnológico em conjunto com o conhecimento de conteúdo e o conhecimento pedagógico (VOOGT *et al.*, 2016, p. 36).

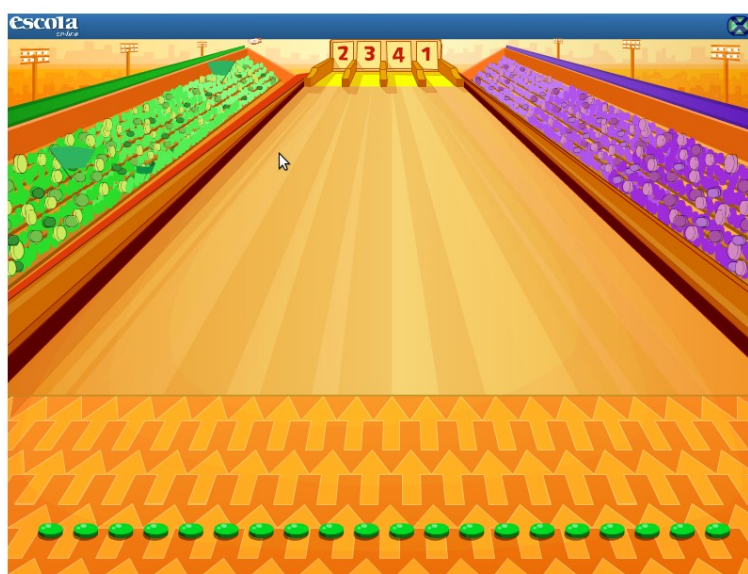
A partir disso, destacou-se, com base na teoria estudada, que a aplicação da tecnologia não está necessariamente relacionada com a facilitação da compreensão do conceito abordado. No caso da experiência vivenciada, demonstrou-se que não foi possível mobilizar as habilidades de uso de dispositivos móveis para se explorar o conceito de arranjo. As dificuldades percebidas entre as docentes permitiu-lhes refletir que o uso da tecnologia, em si, apesar de se mostrar como um diferencial que pode gerar curiosidade, não garante o domínio do conteúdo trabalhado. As dificuldades apontadas pelas docentes se dirigiram à situação que não se mostrava compreensível para elas. Tal resultado reafirma a necessidade de aprofundamento sobre as representações compreendidas pelos sujeitos para que a flexibilidade entre elas possa se expressar como domínio de conteúdo e favoreça o conhecimento sobre as ferramentas tecnológicas a utilizar para potencializar o ensino dos mesmos (MISHRA; KOELHER, 2006; VERGNAUD, 2009c).

Para a avaliação da habilidade das professoras para o uso de computadores fixos, vivenciou-se a atividade com o OA Bilhar Holandês⁴⁵. As docentes foram alertadas que os computadores do laboratório estavam ligados em uma tela específica onde se exibia um jogo

45 <https://novaescola.org.br/arquivo/jogos/bilhar/>

que seria utilizado em uma atividade de duplas. Os computadores exibiam a tela inicial do OA. O jogo consiste em cada membro da dupla desafiar o oponente a estabelecer estratégias de distribuição de pedras entre quatro casas, de modo a gerar a maior pontuação possível entre o número de pedras e o número da casa em que elas serão alocadas, conforme é possível verificar na tela do jogo apresentada na figura 54 a seguir:

Figura 54 - Tela do jogo (OA Bilhar Holandês)



Fonte: Nova Escola (2007)

As regras do jogo estão assim resumidas::

O tabuleiro tem linha de tiro em uma das extremidades e alvos na outra. Os alvos têm quatro compartimentos delimitados por três divisórias de madeira e são identificados com os números 2, 3, 4 e 1, nessa ordem. Para jogar, são necessários 30 discos de madeira para arremesso. Podem participar entre dois e seis jogadores. O objetivo é obter o maior número de pontos. O primeiro jogador desliza cada uma das peças em direção às casas numeradas, com a intenção de acertar todas elas nos alvos. Para isso, ele tem três chances. As que não entrarem voltam ao ponto de partida e podem ser lançadas novamente. Ao final, ele deve calcular seus pontos e arrumar o tabuleiro para o próximo jogador. As peças valem o número das casas onde entraram (casa 1 equivale a um ponto, casa 4 equivale a quatro pontos e assim por diante). Antes de fazer essa conta, porém, o jogador deve observar qual é o número comum de peças nas casas. [...] Se em todas as casas existirem pelo menos duas peças [...], as duas peças de cada casa passam a valer o dobro do que valeriam com a contagem inicial (NOVA ESCOLA, 2007)

As normas, portanto, explicitam a necessidade de uso da multiplicação para que se descubra o total de pontos de cada jogador. Essa atividade foi realizada mediante a manipulação do OA pelas professoras nos computadores fixos, em primeiro momento, e em seguida pela projeção do jogo em lousa digital disponível no laboratório.

As docentes demonstraram as habilidades necessárias para a manipulação do jogo na tela dos computadores fixos. Todas dominavam o uso do monitor, do *mouse* e do teclado alfanumérico, o que reafirma as considerações de Valente (1999) que há duas décadas já criticava as formações docentes com ênfase no domínio de periféricos (*hardware*) e alguns programas (*software*). Para o autor, o desafio consistia em como o professor poderia ser formado para utilizar o computador como ferramenta pedagógica, sendo o trabalho intensivo o de mudar as práticas de ensino por meio das tecnologias.

Os conhecimentos demonstrados se mostraram suficientes para que as professoras se envolvessem na manipulação do objeto de aprendizagem sem dificuldades de ordem tecnológica. Todas manipulavam as telas do jogo com o teclado e o mouse demonstrando familiaridade com tais tecnologias. Foi possível perceber interação entre os sujeitos e com a tecnologia a partir do jogo, conforme exibido na figura 55, a seguir:

Figura 55 - Transferência de habilidade de manipulação entre mídias digitais



Fonte: Elaborada pelo Autor

Nesse tipo de interação, conforme evidenciado na figura acima, foi percebido que entre os sujeitos se estabeleceu ainda a transferência de habilidade de manipulação, entre diferentes suportes digitais. Em suas ações junto ao OA, as professoras dirigem as mãos para as telas exibidas no monitor do *Desktop*, em busca de acioná-las de modo manipulativo, conforme podem realizar quando interagem com smartphones e outros dispositivos touch screen. Percebe-se nessa prática a transitivity manipulativa entre diferentes tecnologias de

que fala Marques (2017). Para o autor, a adoção de tecnologias touch screen tem afetado os mecanismos de formação, evocação e manipulação de imagens pelo cérebro humano e a construção de conhecimentos. Percebe-se nesse tipo de atos dos sujeitos uma manifestação resultante da profusão de usos dessas tecnologias na sociedade, o que pode se relacionar a formas de aprender que começam a ser investigadas a partir de diferentes abordagens multidisciplinares (BAIRRAL; CARVALHO, 2017). O pesquisador não foi solicitado a prestar suporte quanto ao uso do *Desktop*, durante a realização da atividade.

Embora tenham trabalhado com eficiência no *Desktop* para a exploração do OA, recorrentemente as professoras demonstraram necessidade de apoio para além do computador e seus periféricos. Utilizaram outras mídias durante a manipulação do jogo, recorrendo ao uso de papel e caneta como suporte para realização dos cálculos necessários à determinação do número de pontos de cada participante e, portanto, do vencedor. Tal conjugação entre mídias, conforme ilustra a figura 56, a seguir, se mostra como algo oportuno e favorece entre os sujeitos a formação de uma cultura digital, conectada à cultura preponderante no ambiente escolar - as práticas analógicas - em seu sentido agregador e não excludente entre práticas e recursos (ROJO, 2001).

Figura 56 - Conjugação entre mídias analógicas e digitais



Fonte: Elaborada pelo Autor

As professoras realizavam cálculos dos pontos obtidos nas duplas, mas ofereciam resistência em expor a sua forma de raciocínio. Diante dessa situação é que se iniciou a utilização da lousa digital para dar continuidade à exploração do OA Bilhar Holandês.

A lousa digital era um recurso declarado como conhecido pelo conjunto das professoras. Embora nenhuma delas tenha afirmado experiência com a lousa digital em sua

prática pedagógica, já tinham tido oportunidade de vê-la em funcionamento. O uso da lousa digital foi implementado de modo que ficasse evidente para o conjunto da turma, como estava sendo explorado o OA, na sua função de desenvolvimento do conhecimento multiplicativo, o que não havia sido possível na etapa de exploração do *Desktop*.

As professoras demonstraram compreender que a lousa digital se configurava conforme um computador, fazendo tal analogia. Dessa forma, apontaram que o equipamento estava ligado a um computador e a um projetor multimídia. Ademais, destacaram a existência dos periféricos referentes à manipulação da lousa (pincel e apagador):

S14: não sei se esse daí é daqueles que não precisa do computador. Mas acho que precisa por causa do data show aqui.

S14: Tem o mouse dele que é essa caneta

S05: tem um apagador mas não apaga tinta. Ele apaga o que tem na tela

Embora participantes de um meio educacional pobre em tecnologias, as professoras demonstraram ter conhecimento acerca do equipamento e interesse pelo recurso, embora reconhecessem estar fora de suas possibilidades no contexto escolar. O grupo do 2º ano assim se manifestou:

S07: Já pensou se tivesse uma lousa dessas na escola?

S07: É... Acho que se tivesse a gente também nem usava. Tem coisa que a gente pode usar e acaba nem usando também por que não dá tempo. Tem data-show, tem até televisão... Mas nem livro dá...

S05: Tem muito trabalho mesmo. Para fazer um negócio desses, os meninos iam ficar loucos e acabava a aula e ninguém fazia nada. Aí depois, ó...

As professoras manifestam interesse pela tecnologia, mas a consideram como algo que estabelecerá concorrência como os conteúdos a serem trabalhados. As falas de S05 e S07 permitem notar que não lhes parece possível trabalhar com recursos diversificados para a aprendizagem da Matemática. Sequer o livro está agregado à prática docente. Para elas, trabalhar com a tecnologia estimularia os estudantes, mas os afastaria daquilo que está agendado. Diante dessas considerações o pesquisador aventa a possibilidade de uso da tecnologia, mesmo que em caráter excepcional, o que é negado pela professora, conforme diálogo:

Pesquisador: Não é fácil lidar com tantas coisas mesmo... Mas será que não é possível separar algum momento para algo diferente?

S07: Professor, é difícil.

O depoimento de S07 permite perceber que a euforia em relação ao recurso tecnológico se converte em frustração. Ao argumentar a falta de estrutura e de tempo, a docente testemunha aspectos da precariedade no trabalho docente, entretanto, ela nada expressa a respeito de como a tecnologia poderia auxiliá-la a vencer os desafios postos no ambiente da sala de aula.

Nesse contexto os espaços para que professores e equipe escolar possam sair de sua zona de atuação, pautada em práticas de ensino tradicional, se mostram prejudicados. Conforme se pode perceber na intervenção de S05, há dificuldade de incorporar as tecnologias à prática, restando realizar apenas o cumprimento daquilo que já se mostra consolidado no contexto escolar. Por outro lado, a professora concebe o trabalho com a tecnologia, no caso a lousa digital, como algo distante do seu fazer pedagógico, quando afirma que se fosse utilizá-la “acabava a aula e ninguém fazia nada”(S05). Dessa forma, percebe-se que as resistências às inovações decorrem de uma inviabilidade estrutural que atinge as atividades de ensino como um todo. Além disso manifesta-se a persistência de perspectivas tecnocêntricas que prejudicam uma fundamentação adequada que possa direcionar o uso desses recursos, conforme Papert (1987) e Prado (1996) vêm denunciando há décadas.

Tal precariedade foi verificada nas falas entre professoras do 5º ano. Provavelmente, pelo fato de trabalharem curricularmente com conteúdos do campo multiplicativo, alguns sujeitos desse grupo se mostraram interessados em tomar nota de onde se encontrava o OA Bilhar Holandês e fotografar sua tela. Quando questionadas sobre tal motivação, estabeleceu-se o seguinte diálogo:

S01: Professor, eu anoto para poder depois ver se consigo fazer uma adaptação [...]
A gente não pode contar com a internet da escola muito, né? Mas sabendo que tem onde ver esse tipo de material, a gente pode transformar num jogo... fazer com papelão.. Adaptar pra nossa realidade.

Pesquisador: E é comum vocês fazerem isso?

S01: Demais...

A professora S01 demonstra interesse pelos recursos tecnológicos que acabam lhe servindo como referências para atividades, dadas as limitações do contexto onde atua que obrigam a trabalhar com adaptações em mídias analógicas. Ao manifestar interesse em realizar tal adaptação, mostra-se disposta a implementar recursos desconhecidos e isso revela um potencial que não deve ser ignorado e um elemento relevante para o desenvolvimento do

TPACK em suas práticas de ensino. Seu interesse e o conhecimento tecnológico que possui merecem o devido reconhecimento. Segundo Niess (2011) a capacidade de adaptação (decisão) dos professores levam-nos a adotar ou rejeitar o ensino e a aprendizagem de tópicos de conteúdo específico com uma tecnologia apropriada. A partir disso, entretanto, destaca-se que não é suficiente conceber a possibilidade de adaptação como estratégia a ser generalizada.

O estado brasileiro deve assegurar, conforme a atual BNCC, competências gerais aos alunos, entre elas a de “[...] utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas do cotidiano (incluindo as escolares) ao se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas” (BRASIL, 2017, p. 18). Dessa forma, é dever das instituições escolares promoverem os meios de cobrar a devida infraestrutura tecnológica prevista no texto legal como elemento necessário ao pleno exercício da cidadania e para a potencialização das aprendizagens, obrigação essa que, segundo os depoimentos das professoras, não vem sendo cumprido no Município.

Tais considerações são ainda complementadas pelo modo como as docentes lidaram com o jogo. O entusiasmo de manipulação do recurso foi percebido entre docentes específicas do 2º e 5º ano. S01, S03, S06 e S12 se mostraram interessadas em participar de rodadas de jogo quando utilizaram o *Desktop* e se mantiveram interessadas quando a simulação foi proposta por meio da lousa digital. Destaca-se como perceptível que mesmo aquelas inibidas em manipular o dispositivo entre as demais colegas estavam curiosas para presenciar tal aplicação.

As rodadas executadas, entretanto, demonstraram que o OA se mostrou atraente para o uso mas que as regras do jogo não foram observadas pelas docentes. Ao serem questionadas sobre as estratégias que adotariam para jogar, as professoras afirmaram: “Nem olhei. Professor, é muito enrolado. Explica aí pra gente”(S03). “Eu estava achando que era só para ver quem acertava mais nas casinhas mesmo. Depois não é só somar os pontos, não?” (S02).

Mediante tais colocações, as professoras revelaram não perceber a relação existente entre o OA e o Campo Conceitual Multiplicativo. Menosprezando as normas que estavam postas no próprio OA, elas imaginaram tratar-se de adição de pontos, conforme os “alvos” em que conseguissem colocar os discos. Dessa forma, pode-se perceber que a

distância que S05 havia previsto que ocorreria com seus alunos, entre o uso da tecnologia e o trabalho com o conteúdo, se manifestou entre as próprias professoras. Elas estiveram ligadas ao uso da lousa digital, em maior ou menor nível de envolvimento, enquanto se tratava apenas de brincar com o OA.

Ao serem instadas pelo pesquisador para observarem as regras, apenas as quatro professoras que estavam diretamente envolvidas no uso da lousa digital se concentraram na tarefa, visando compreender o sistema de pontuação a partir das regras. Para que tal compreensão se estabelecesse, observou-se a importância do uso de mídias analógicas - lápis e papel - para que realizassem ciclos de verificação e fixação quanto a compreensão necessária para o êxito no jogo. Essa atitude de uso do lápis e papel pode se relacionar ao desconhecimento das possibilidades de integração da lousa como ferramenta onde poderiam ter sido realizadas as anotações e onde está disponível uma calculadora que poderia ter sido acionada para apoio aos cálculos. Essas ferramentas não foram utilizadas pelas professoras, no manuseio do OA.

O conjunto de atividades desenvolvidas para que fosse possível avaliar a habilidade de uso de computadores móveis e fixos por parte das docentes, conforme apresentado até aqui, demonstrou que as docentes se mostram conhecedoras da variedade de recursos que podem ser utilizados em situações de ensino. Entretanto, a perspectiva do uso pedagógico de tais recursos se materializa como um obstáculo a ser superado. Se entre as docentes, ficou evidenciado o interesse pelo uso de tecnologias, independente das diferentes gerações que compunham o grupo em apreço (PRENSKY, 2001), percebeu-se também que todas se mostram ainda como imigrantes digitais quanto ao uso de tecnologias com finalidade educacional. Conforme destacado por Maia (2016) este é um desafio presente não apenas entre professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental em suas práticas escolares mas, também, nos cursos de formação inicial que realizaram. O autor reforça a ideia de que mesmo professores ainda em processo de formação na atualidade estão sendo submetidos à mesma carência de formação em tecnologia, o que projeta dificuldades futuras de efetivo uso pedagógico das tecnologias na escola.

Segundo Mishra e Koehler (2009, 2011), além da manipulação de recursos disponibilizados diretamente, é importante que os docentes sejam capazes de selecionar aqueles que possam lhes servir didaticamente. Tal conhecimento, portanto, exige conhecimentos tecnológicos relacionados à navegação em diferentes repositórios que possam

ser incorporados pelos professores para o ensino de conteúdos específicos. Para que tal intento seja alcançado, portanto, é particularmente significativo que os professores possuam conhecimento sobre busca, seleção e uso de recursos em repositórios disponibilizados na internet. Atribui-se ao professor, portanto, o papel de curador:

Curador, que escolhe o que é relevante entre tanta informação disponível e ajuda a que os alunos encontrem sentido no mosaico de materiais e atividades disponíveis. Curador, no sentido também de cuidador: ele cuida de cada um, dá apoio, acolhe, estimula, valoriza, orienta e inspira. Orienta a classe, os grupos e a cada aluno. Ele tem que ser competente intelectualmente, afetivamente e gerencialmente (gestor de aprendizagens múltiplas e complexas). Isso exige profissionais melhor preparados, remunerados, valorizados. Infelizmente não é o que acontece na maioria das instituições educacionais (MORAN, 2017, p. 27)

Para que tal curadoria de recursos possa ser efetivada, portanto, é necessário assegurar, entre outras condições, que os docentes possuam o conhecimento tecnológico relacionado a tal prática.

Para avaliar a habilidade de navegação em ambientes *web*, foi proposta uma atividade que consistiu em acessar endereço disponibilizado em três modalidades distintas de endereçamento virtual, conforme figura 57 abaixo:

Figura 57 - Modos alternativos de endereçamento à internet



Fonte: Elaborada pelo Autor

Essa atividade foi proposta às professoras e iniciada com os computadores desligados. Na oportunidade buscava-se verificar se ainda subsistiam quaisquer dificuldades relacionadas ao acionamento dos computadores para o uso. Não houve necessidade de suporte da parte do pesquisador às docentes. De modo autônomo, todas foram capazes de estabelecer a condição inicial de uso dos computadores, apresentando a área de trabalho do sistema

operacional. Dessa forma reafirmou-se o que Valente (1999) já advertira quanto ao fato de os professores já possuírem conhecimentos básicos de operação dos computadores, como ligar e desligar o equipamento para uso, devendo-se investir em outras habilidades.

Advertiu-se o grupo de que se tratava de três maneiras distintas de exibir o mesmo endereço eletrônico (padrão, encurtado e Código QR), e que era possível escolher entre eles aquele que se mostrasse mais adequado. Apesar de aparente simplicidade da atividade proposta, ressalta-se sua significância, dada a difusão dos navegadores de internet, ou *web browser*, entre os usuários da rede mundial de computadores (BUTLER *et al.*, 2010). Tais *software*, são tecnologias sofisticadas tanto quanto outras e, conforme discutido junto às professoras, demandam conhecimentos específicos dos sujeitos para serem efetivamente utilizados.

Apesar de os principais navegadores da atualidade implementarem interfaces sem muitos elementos visuais de modo a direcionar a percepção dos usuários diretamente para o campo de busca, percebe-se que tal operação não pode ser considerada uma decisão simplesmente decorrente de aspectos técnicos. Do contrário, carrega fundamentos políticos e operacionais minuciosamente determinados. Em se tratando do uso de tecnologias digitais, esse tipo de aspecto não deve ser desconsiderado, uma vez que:

[navegadores e outros *software* são programas que] permitem aos usuários procurar recursos disponibilizados por outros em uma comunidade unida por uma rede cuja infraestrutura básica permanece inalterada há 25 anos. Mas é claro que essa perspectiva resumida falha em explicar por que a primeira dessas tecnologias transformou o mundo, onde as outras permanecem apenas ferramentas de nicho para uma pequena população de techno-conhecedores. Só podemos entender esse fenômeno inspecionando como eles são diferentes, e não como são iguais. Na medida em que nosso trabalho em tecnologia matemática aspira à influência educacional em escala significativa, e não apenas ao prazer de pequenas elites tecnológicas pré-qualificadas, primeiro temos que admitir que o design é importante - que o design específico é importante - e , segundo, desenvolver um discurso muito mais rico para a análise de design [de *software*] (BUTLER *et al.*, 2010, p. 432)

Foi possível identificar a influência do design do navegador quanto aos conhecimentos de uso dessa tecnologia. Caracterizou-se o conjunto de professoras em três grupos, diferenciando-as quanto ao domínio da ferramenta de navegação *web*. No primeiro grupo estavam aquelas docentes que não demonstraram habilidade de reconhecimento do *browser* de acesso à internet. Ele era formado pelas professoras do 2º ano – S04 e S05 – e na turma do 5º ano – S08 e S11. Nos computadores utilizados estavam disponíveis o Firefox e o Google Chrome, com seus ícones visíveis na tela, mas elas não os identificaram como

ferramenta de navegação. Elas ficaram inativas, esperando que o pesquisador percebesse tal dificuldade e se dirigisse até elas, prestando-lhes as informações necessárias ao acesso.

Já no segundo grupo estavam as professoras, S09, S12, do 2º ano; e S10 do 5º ano, que identificaram o *browser*, acessando a tela inicial do navegador. Deparando-se com a página inicial do navegador, essas professoras não conseguiram diferenciar a funcionalidade da barra de endereço, confundindo-a com a funcionalidade do motor de busca do Google. Essa possibilidade gerou dúvidas entre essas professoras quanto ao campo de entrada onde colocar o endereço. As que optaram por colocar o endereço diretamente no motor de busca se depararam com uma listagem de endereços, a partir da qual tinham necessidade de fazer uma opção acerca do endereço pretendido. Elas não conseguiram fazer escolha pelo endereço adequado e solicitaram a intervenção do pesquisador para apontar-lhes o link específico, ficando à espera, sem adotarem ação por conta própria. O pesquisador esclareceu que o acesso à página exige a colocação do endereço diretamente na barra de endereço do navegador, explicitando a diferença entre as funcionalidades ressaltadas. Após esta distinção, essas docentes efetuaram o acesso ao endereço desejado sem dificuldades adicionais.

S13 e S14 do 2º ano e S01, S02, S03, S06 do 5º ano, compuseram um terceiro grupo de pessoas que executou a busca pelo endereço diretamente na barra. Com a tarefa realizada em curto espaço de tempo, essas professoras utilizaram a disponibilidade da internet para acessar redes sociais e e-mail, enquanto o pesquisador estava dando suporte às participantes com dificuldades de realizar a atividade.

O conjunto das professoras, após superação das dificuldades comentadas anteriormente, fez opção pela configuração curta, isto é, <https://tinyurl.com/ppt-acarape>. Quando questionadas, as docentes do terceiro grupo argumentaram que a escolha se devia ao fato de que teriam menos chance de errar na cópia de seus caracteres. As demais, embora tenham utilizado o mesmo endereço, se sentiram intimidadas para argumentar. Dessa maneira, é possível inferir que as professoras percebiam a necessidade da exatidão do endereço e que um lapso em apenas um carácter provocaria fracasso na busca. Recorrer ao endereço mais curto, portanto, foi reconhecido como a maneira mais eficiente de alcançar o objetivo de navegação proposto.

Indagadas a respeito de como sabiam tratar-se de endereço da *web*, S09 e S06 afirmaram reconhecer pela presença dos caracteres “https://”, de forma que estavam assim

identificados os dois primeiros endereços propostos. Entretanto, em relação ao uso do QR Code, apenas S02 e S06, ambas do 5º ano demonstraram saber que também se tratava de forma de acesso a endereços *web*, sendo que apenas S06 realizava efetivamente o uso de tal maneira de acesso.

Apesar de todas demonstrarem saber ligar os computadores e manusear o mouse sem dificuldades e de modo adequado, não requerendo nenhum tipo de suporte para navegar no sistema operacional, constatou-se uma grande distinção entre as habilidades digitais⁴⁶ dos sujeitos quando analisada a navegação em ambientes *web*. Junto às docentes do 5º ano, percebeu-se um quantitativo menor de dificuldades relacionadas às habilidades discutidas até aqui. Nesse grupo de docentes, inclusive, uma delas demonstrou conhecer o uso do código QR, demonstrando para as colegas como utilizá-lo em seu dispositivo *smartphone*:

S06: Professor, estou até emocionada que eu finalmente vou poder usar esse negócio uma vez na vida.

Pesquisador: Você pode mostrar pra gente como é que faz?

S06: eu tenho vergonha...

Diante da constatação de que apenas S06 tinha domínio do uso do leitor do QR Code foi proposta a instalação do aplicativo nos celulares das demais participantes, uma vez que todas portavam um *smartphone*. Diante das dificuldades de acesso à internet, pois a rede sem fio da universidade estava indisponível devido manutenção, S06 e S02 afirmaram que para a realização da instalação, necessitariam do acesso à internet móvel (4G). Dessa forma, elas demonstraram ter conhecimento da relação entre a operação de instalação do app e o acesso à internet. As demais ficaram na expectativa do que haveria de acontecer. A carência da região para o trabalho com a tecnologia foi novamente reafirmado, uma vez que a instituição não ofereceu as condições necessárias para a realização da atividade e as professoras não dispunham de acesso a redes móveis em seus dispositivos. Dessa forma, o pesquisador orientou, em caráter precário, a partir do seu próprio celular, sobre como executar um protocolo de instalação de app em dispositivos móveis, e proceder a leitura do QR Code a partir do app instalado. Essa realidade condiz com o que foi revelado pelo Comitê Gestor de Internet (CGI.BR, 2019) no que diz respeito à fragilidade das condições das escolas rurais,

46 Tradução do termo “digital skills” definido como um conjunto de habilidades digitais do século XXI caracterizado por quatro fatores: “(1) o domínio das aplicações de TIC para resolver tarefas cognitivas no trabalho; (2) habilidades que não são orientadas pela tecnologia, pois não se referem ao uso de nenhum programa de software específico; (3) habilidades que apoiam processos de pensamento de ordem superior; e (4) habilidades relacionadas a processos cognitivos que favorecem a aprendizagem contínua dos funcionários (VAN LAAR et al., 2017, p. 578, tradução nossa)

em especial, sobre a disponibilidade de redes e dispositivos adequados para o uso das tecnologias. Segundo a entidade, a falta de infraestrutura para acesso à internet nas regiões fora de grandes centros urbanos (43%), e o alto custo da conexão (24%) foram os principais motivos citados pelos responsáveis para que as escolas não contassem com conexão.

Do exposto, evidenciou-se que parte das limitações dos conhecimentos tecnológicos quanto a navegação em ambientes *web* pelas docentes está associada a limitações contextuais. Uma vez que:

[...] para que, primeiramente, os professores possam desenvolver um maior nível de competência na apropriação das tecnologias, a fim de que se tornem melhores mediadores do uso que seus alunos fazem desses recursos, a conectividade e a disponibilidade das TIC nas escolas são condições necessárias, ainda que não suficientes para este fim (CGI.BR, 2019, p. 145).

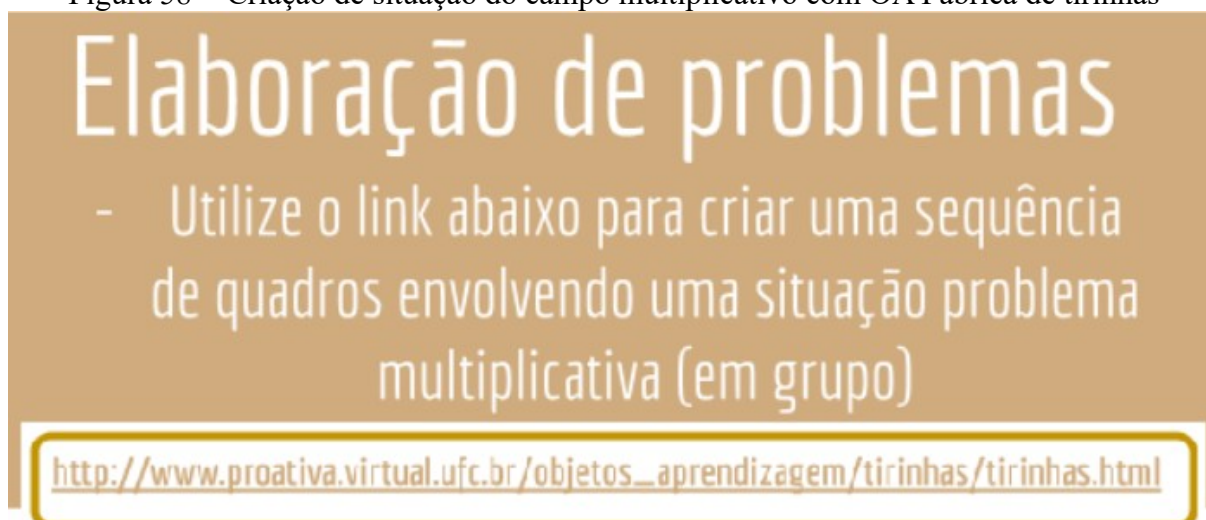
Portanto, para que o uso de tecnologias e o desenvolvimento das habilidades relacionadas às mesmas possam se constituir, é necessário que tais recursos estejam devidamente disponibilizados. A partir de então é que os conhecimentos de várias especificidades que não estão necessariamente relacionadas aos domínios pedagógicos ou de conteúdos podem se desenvolver e favorecer a ação docente (PAPERT, 2002; KOEHLER *et al.*, 2014; SAMPAIO; COUTINHO, 2014; VAN LAAR *et al.*, 2017).

A literatura tem destacado a importância da habilidade de navegação em ambientes *web*, apontando uma série de conhecimentos de tecnologia (TK) que são necessários à prática docente, tais como: utilizar um dispositivo, escolher e utilizar um navegador da Internet e estabelecer estratégias simples de busca (SMART, FINGER, SIM, 2016). Cumprindo esses requisitos básicos, outros conhecimentos seriam necessários para avaliar informações com um olhar crítico capaz de encontrar os materiais mais adequados ao que deseja implementar em sala de aula. Para os autores, é necessário saber a melhor maneira de usar sua tecnologia para compartilhar o recurso escolhido com seus alunos, como manusear um dispositivo periférico para execução do recurso escolhido, como selecionar e operar um dispositivo de saída, tais como impressoras ou projetores, e, finalmente, saber operar o programa necessário para reprodução do efeito planejado em sala de aula.

A reflexão sobre a navegação em ambientes *web* foi acionada, no processo formativo ora em análise, para introduzir aspectos relacionados ao suporte que Tecnologias Digitais têm prestado crescentemente em pesquisas educacionais, sendo valorizado inclusive na Educação Matemática buscou-se evidenciar possibilidade de a *web* contribuir para o

trabalho com o campo multiplicativo. Dessa forma, procedeu-se a aproximação entre o conhecimento tecnológico (TK) e o conhecimento de conteúdo (CK) de que falam Koehler e Mishra (2009). A atividade contemplou o uso do OA denominado Fábrica de Tirinhas⁴⁷ para a elaboração de pequenas histórias ilustradas que contemplassem o campo em apreço. A atividade presente na figura 58, abaixo, foi realizada em duplas:

Figura 58 - Criação de situação do campo multiplicativo com OA Fábrica de tirinhas



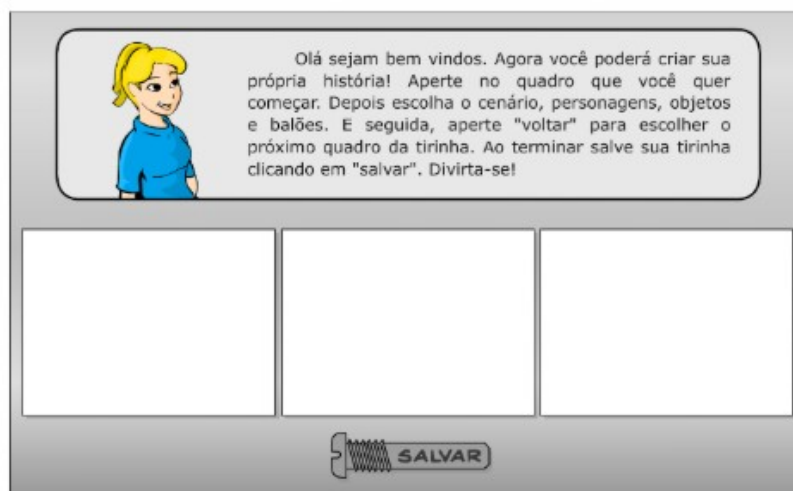
Fonte: Elaborada pelo Autor

A atividade objetivou a exploração de uma tecnologia digital, através da qual é possível a criação de pequenas narrativas que podem envolver diferentes conceitos curriculares. No caso, solicitava-se que a tirinha gerada estabelecesse, em três quadros, relações envolvidas na proposição de uma situação do campo multiplicativo.

A figura 59, a seguir, exibe a tela inicial (a) e a tela de edição (b) acionada pela seleção de cada quadrinho. Após a conclusão do primeiro quadrinho, ao clicar no ícone voltar (b), abre-se a possibilidade de construção dos quadrinhos subsequentes, até que salvando compõe-se a tirinha com os três quadros:

47 https://proativa.virtual.ufc.br/objetos_aprendizagem/tirinhas/tirinhas.html

Figura 59 - Fábrica de tirinhas: tela de edição da tirinha (a) e do quadrinho (b)



(a)



(b)

Fonte: Elaborada pelo Autor

O uso do OA se inicia por meio da implementação do roteiro proposto pelo usuário, utilizando as ferramentas de edição disponíveis, selecionando os elementos dentre as opções em cada aba (personagem, balões, cenário e objetos). Para isso ele precisa deter ou desenvolver conhecimentos tecnológicos da ordem de: acesso ao endereço; seleção e arrasto dos elementos; definição de apresentação dos elementos com ferramentas de espelhar, sobrepor, sobpor, ampliar, reduzir e deletar. Além disso o usuário deve fazer a seleção dos balões de fala, de acordo com a mensagem a ser expressa.

Tais conhecimentos estão relacionados ao necessário aprofundamento que o uso de tecnologias requer, a que se referem Smart, Finger e Sim (2016). Além de chegarem até o

OA em um ambiente *web*, os demais conhecimentos vão contextualizar e dar sentido à implementação, conforme o conteúdo trabalhado e as possibilidades oferecidas pela tecnologia selecionada.

No exemplo presente na figura 60 abaixo, realizada pelo autor, encontra-se uma tirinha que contempla uma situação de comparação multiplicativa:

Figura 60 - Exemplo de situação problema elaborada no OA Fábrica de Tirinhas



Fonte: Elaborada pelo Autor

A montagem da tirinha presente na figura 60, acima, foi realizada em sala com as professoras. A partir da tela de configuração de cada quadro da tirinha, as professoras puderam visualizar como elaborar cenários a partir de um roteiro previamente definido. Segundo Lima *et al.* (2018) colocar sujeitos em grupos de aprendizagem é uma prática que favorece o trabalho colaborativo, criando ambiente propício à formulação de perguntas, bem como a discussão de ideias, a exploração de propostas de resoluções e a reflexão sobre pensamentos e experiências entre os envolvidos. Os autores se fundamentam na perspectiva teórica denominada Aprendizagem Colaborativa com Suporte Computacional (STAHL; KOSCHMANN; SUTHERS, 2006) constituída a partir de um ramo das ciências da aprendizagem que se interessa sobre como as pessoas podem aprender em grupo com o auxílio do computador.

A proposta para as professoras foi que elas definissem elementos (roteiro, personagens, cenários e balões de fala) para comporem sua tirinha que ilustrasse uma situação envolvendo um problema de multiplicação e/ou divisão. Não se determinou qual situação deveria ser contemplada. O engajamento das professoras na atividade proposta foi acompanhado pelo pesquisador que se revezava entre a supervisão da atividade e o suporte frente às dúvidas e dificuldades enfrentadas. No desenvolvimento da atividade, a atenção das docentes foi dedicada exclusivamente à manipulação das ferramentas do OA, sem observarem a produção conforme proposto.

Entre as professoras do 2º ano, nenhuma das duplas desenvolveu a tirinha completamente. A dificuldade inicial demonstrada foi a própria elaboração do roteiro. S04 e S05 mostraram-se incomodadas pela necessidade de criar autonomamente o seu exemplo de atividade. Elas assim se expressam:

S05: professor, não tem como já virem as questões já feitas nas tirinhas?

S04: tem uns exemplos que a gente possa baixar?

Seus questionamentos demonstraram interesse pela obtenção de modelos prontos, sem que precisassem manipular o OA. Tal expectativa se mostrou frustrada frente à perspectiva que possuíam do recurso ao manifestarem como desejável que “[...] podia trazer já feito pra gente usar em sala” (S05). Percebeu-se ainda que não houve, por parte da dupla, interesse em manipulação das ferramentas de edição.

Outras posturas foram observadas entre as demais docentes do 2º ano. S07, S09, S12, S13 realizaram diversas manipulações por meio das ferramentas do OA demonstrando que não tiveram dificuldades quanto ao uso do mouse para manipulação. Contudo, as duas duplas ficaram restritas a uma única cena das três que seriam necessárias para o desenvolvimento da tirinha. Embora com maior trato com as ferramentas do OA, essas duplas também não conseguiram articular um roteiro de situação conforme solicitado. Quando indagadas sobre como seria a tirinha que pretendiam desenvolver, fizeram as seguintes afirmações:

S09: agora não tenho nenhuma ideia do que colocar aqui, não.

S12: vamos dar uma volta para pensar, depois a gente vê melhor...

S13: a gente pode ver se tem alguma coisa no livro que dê certo trazer pra cá?

Em suas falas, S09 e S12 demonstraram que não haviam estabelecido um roteiro para a tirinha; Além disso, apesar do tempo reservado na atividade, percebeu-se que tal necessidade de criação não lhes estimulou a elaborarem situações a implementar por meio do OA. S13, entretanto, propôs-se a utilizar o livro didático como fonte de inspiração para a elaboração da tarefa solicitada. Reforça assim a percepção já confirmada pela literatura (MERLINI, 2012; SANTOS, 2012) de que os professores tomam como base de sua prática docente aquilo que está prescrito no livro didático. Tal configuração permite inferir que essa visão, apesar de valorizar a interação entre mídias, se assenta em uma cultura de reprodução do que venha elaborado por terceiros, cabendo ao professor o papel de emissão de propostas externas ao seu contexto de ensino (SILVA, 2007).

Destaca-se que a elaboração dos três quadrinhos necessários para a consecução da atividade, não tenha sido realizada por nenhuma professora do segundo ano. Elas ficaram presas à elaboração do primeiro quadrinho, restringindo o uso das funcionalidades do OA à mudança de cenários, personagens e objetos que podiam ser deslocados, mas sempre dentro do mesmo quadro. Evidenciaram assim a dificuldade na manipulação do OA, no quesito de navegação entre os quadrinhos, que não se encontram expostos para edição de uma só vez. Tal dificuldade pode se relacionar ao design implementado pelos desenvolvedores que não se mostrou devidamente intuitivo às professoras. Desse tipo de dificuldade, evidencia-se uma limitação quanto ao nível de letramento digital⁴⁸ das mesmas que pudesse lhes habilitar a realizar a exploração do recurso aqui explicitado.

Entre as docentes do 5º ano, percebeu-se a repetição da dificuldade já descrita em relação à manipulação do OA. Entretanto, nesse caso, o diálogo entre os membros das duplas foi mais intenso, levando duas duplas a expressarem o roteiro que deveria orientar a elaboração da tirinha, conforme os excertos abaixo:

S10: uma situação onde a gente colocava duas crianças... uma com duas bolas, outra com seis bolas... aí no final uma pessoa perguntando quantas bolas uma criança tinha a mais que a outra. Poderia ser?

S06: a gente pensou em uma situação de idade. Colocava dois personagens e um teria o dobro da idade do outro. Poderia ser tamanho também.

O roteiro proposto por S10, embora seja adequado para o desenvolvimento da tirinha em três quadros, conforme o OA, percebe-se que se trata de uma situação do campo aditivo, uma comparação de quantidade. As professoras não perceberam a incompatibilidade com o campo multiplicativo para o qual havia sido solicitada a atividade, além de envolverem situação prototípica (MAGINA *et al.*, 2001), isto é, aquelas mais simples, cujo domínio ocorre frequentemente antes que as crianças ingressem no ambiente escolar. Isso exhibe o distanciamento entre a situação criada e o nível de problemas que são trabalhando com as crianças às quais tais situações seriam propostas, alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

O roteiro proposto por S06, embora não detalhe como seriam organizados os personagens nos três quadrinhos, prevê a realização de situação do campo multiplicativo – Relação ternária do eixo de Comparação Multiplicativa (MAGINA, SANTOS, MERLINI, 2016). Tal proposta, apesar da hipótese não ter sido confirmada junto aos sujeitos, pode estar

48 Segundo Freitas (2010, p. 339) letramento digital corresponde a um “[...] conjunto de competências necessárias para que um indivíduo entenda e use a informação de maneira crítica e estratégica, em formatos múltiplos, vinda de variadas fontes e apresentada por meio do computador-internet, sendo capaz de atingir seus objetivos, muitas vezes compartilhados social e culturalmente”.

relacionada ao exemplo apresentado às docentes e se manifestar como uma expressão de execução de atividade conforme o que lhes foi apresentado, o que reforça a limitação quanto ao uso dos conhecimentos tecnológicos de modo criativo por parte dos usuários em questão.

Mesmo diante da elaboração do roteiro, as professoras manifestaram dificuldades na manipulação do OA. Essa foi realizada de maneira aleatória, de modo que uma participante afirma: “[...] a gente mexeu, o senhor viu, né? Mas aí a gente nem lembrou mais o que tinha que fazer mesmo” (S11). A professora buscava transpor os elementos demonstrados na atividade realizada pelo pesquisador (conforme a figura 7) para a sua própria tirinha. Entretanto, a limitação quanto aos conhecimentos tecnológicos relacionados à navegação nas funcionalidades do OA não lhe permitiu explorá-las com sua parceira de dupla. Além disso, convém destacar que as professoras não adotaram cuidados básicos quanto à execução da atividade como o armazenamento do trabalho realizado. Uma das duplas declarou haver perdido todo o trabalho realizado. Segundo S01: “[...] eita professor, a gente não entendeu que ia precisar salvar e fechou aqui” (S01).

A realização da atividade permitiu perceber limitações quanto a apreensão das funcionalidades do OA em destaque. Mesmo com a possibilidade de realizarem a proposta de modo colaborativo, não se observou iniciativa de engajamento entre as professoras de modo que fossem superadas limitações relacionadas à dificuldade na navegação entre as telas do OA de modo que a atividade proposta fosse executada devidamente. Tal elemento pode haver implicado nas dispersões observadas.

A limitação do tempo reservado à formação fez com que a atividade fosse concluída sem que se oportunizasse a devida reflexão sobre os elementos aqui apontados. Tal constatação não invalida a experiência. Sua descrição pode ser considerada como referência quanto a maiores cuidados que devem estar previstos em atividades, sob pena de se realizarem propostas pouco produtivas do ponto de vista da aprendizagem.

Como atividade final da formação, as professoras foram convidadas a utilizar três funcionalidades da Plataforma OBAMA: o motor de buscas no Repositório de Objetos de Aprendizagem para Matemática; o cadastro na plataforma e; a funcionalidade para produção de planos de aula.

Ainda utilizando o *browser*, as docentes deveriam buscar acessar a plataforma por meio de seu endereço eletrônico apresentado em tela projetada, utilizar o motor de busca por

OA da plataforma, realizar o cadastro na plataforma e, finalmente, explorar a ferramenta de planejamento de aula para posterior compartilhamento de suas produções. As atividades realizadas anteriormente favoreceram a construção de conhecimento tecnológico de modo que todas as docentes não tiveram dificuldade para acessar o endereço procurado.

Segundo S05 declarou ao ser solicitada para procurar o repositório “[...] o programa já tá aberto então agora é só colocar esse endereço para ir direto pro site, né?”. Em sua fala, a docente demonstra haver compreendido que o *browser* seria o *software* adequado para chegar ao endereço apontado. Além disso, demonstrou segurança quanto ao uso da barra de endereço e que protocolo seguir para acessar à plataforma.

Entre todas as docentes o acesso foi realizado de maneira eficiente, o que reforça que as habilidades de navegação e leitura são “camadas diferentes de letramento (seja no papel, seja na tela)” que devem ser trabalhadas de modo a se retroalimentarem (RIBEIRO, 2009, p. 93). Uma proposta que se mostra acessível e necessária à formação de professores, como a aqui apresentada.

Quanto ao repositório da plataforma OBAMA, foi solicitado às docentes a busca por meio de filtros que catalogam OA segundo assunto, nível de ensino, tema curricular, tipo de dispositivo a utilizar e descritor - este definido de acordo com os Parâmetros Nacionais Curriculares (PCN). As docentes demonstraram compreender o uso do mecanismo de filtros disponibilizados na plataforma. Entretanto, enfrentaram dificuldades para navegação, prejudicada por instabilidades de acesso à internet na instituição.

As docentes, unanimemente, afirmaram desconhecer repositórios de recursos educacionais disponíveis na internet, inclusive a plataforma OBAMA. Elas ainda destacaram que foi útil ter conhecimento sobre a ferramenta da plataforma uma vez que “[...] muitas vezes a gente não tem muito onde procurar material pra ensinar conteúdo de Matemática” (S14). Realizada a exploração dos OA localizados se destacaram possibilidades de uso dos recursos entre as docentes do 5º ano:

S01: a gente pode mostrar pro aluno o jogo e chamar pra jogar com a gente

S03: tem tabuada e a gente nem precisa ficar escrevendo toda vida

S10: tem como fazer adaptação para cartolina e outros materiais para ficar em sala

Entre as falas acima, compreendeu-se, entretanto, que o conhecimento tecnológico desenvolvido entre as docentes se mostra integrado à perspectiva pedagógica que tende a reafirmar a centralidade da ação docente na transmissão de conteúdos fechados. A proposição

do uso do jogo com a professora, conforme afirma S01, é limitadora dado que se propõe o uso pela professora com um único aluno e sem pensar em possibilidades com o restante da turma. Ademais, S03 reafirma a ênfase sobre a transmissão de conteúdo, ao se referir à importância do uso da tecnologia para a aprendizagem da tabuada. S10 reafirma a possibilidade de uso da tecnologia digital para viabilizar propostas de adaptações utilizando-se de materiais analógicos frente às limitações de acesso às tecnologias digitais enfrentadas nas escolas.

Após a exploração da ferramenta de busca que lhes permitiu acessar diferentes OA, nenhuma professora se referiu quanto ao uso de OA de modo a propiciar que seus alunos pudessem manipular as tecnologias. Dessa forma, restringem-se as possibilidades para que a tecnologia se mostre como elemento capaz de alterar aspectos da pedagogia tradicional que marca o ensino de Matemática (ALRØ; SKOVMOSE, 2006).

Para o cadastro na plataforma, havia três procedimentos possíveis: por meio de login e senha pré-existente na rede social Facebook, por meio de login e senha de conta Gmail ou por cadastro direto na plataforma. As professoras não conseguiram realizar o cadastro naquele momento, uma vez que não lembravam com precisão os dados necessários. Dado que percebem que tais serviços ficam configurados em dispositivos específicos, dispensam a memorização dessas informações. S08 assim se referiu a essa situação: “[...] professor, eu não tenho como lembrar dessas senhas não. Fica tudo salvo no computador, no celular. Peço pro meu marido essas coisas”. Dessa forma, a professora demonstra seu distanciamento do mundo tecnológico, reafirmando o preconceito, já detectado por Ramos e Figueiredo (2018), de que a tecnologia é área preferencialmente masculina.

Falhas na internet e na plataforma comprometeram a realização do cadastro direto por parte dos sujeitos. S09 destacou que “[...] eu pedi o cadastro mas não recebi o email de confirmação para entrar. Estou esperando”. Entretanto, sem o cadastro não havia como se implementar o uso da funcionalidade de plano de aula da plataforma, por cada um dos sujeitos.

A solução para melhorar a navegabilidade na internet foi diminuir o tráfego de dados por meio de uso de apenas um computador que passou a ser manuseado pelo pesquisador. Dessa forma, passou-se a assumir a postura instrucionista e as professoras ficaram no aguardo das explicações. Embora conscientes dessa limitação, conforme afirmação

de uma das participantes “[...] professor, precisa de mais tempo porque num exemplo desse que fica com a internet ruim.. prejudica, né?” (S06), as professoras afirmaram ter compreendido a funcionalidade de criação de plano de aula.

As participantes S07, S12 e S14, docentes do 2º ano; e S01, S03, S06 e S12, do 5º, se manifestaram quanto ao interesse de exploração da ferramenta para a elaboração de planejamentos online na plataforma. Segundo S01: “[...] isso me parece muito interessante porque eu nunca pensei em fazer planejamento com outra pessoa, sabe?” A professora conseguiu perceber a diferenciação qualitativa que a implementação da tecnologia lhe permitiria adotar. Com ela, a integração com os pares seria possível, aspecto que ela jamais previra.

Segundo Valente (2005) tal movimento é o que os envolvidos no trabalho de uso de tecnologias no ensino devem promover de modo que os participantes de formações se envolvam em um uso substantivo em educação. O uso substantivo diz respeito às implementações que modificam o conteúdo e forma de interação entre os sujeitos envolvidos por meio de uma tecnologia específica.

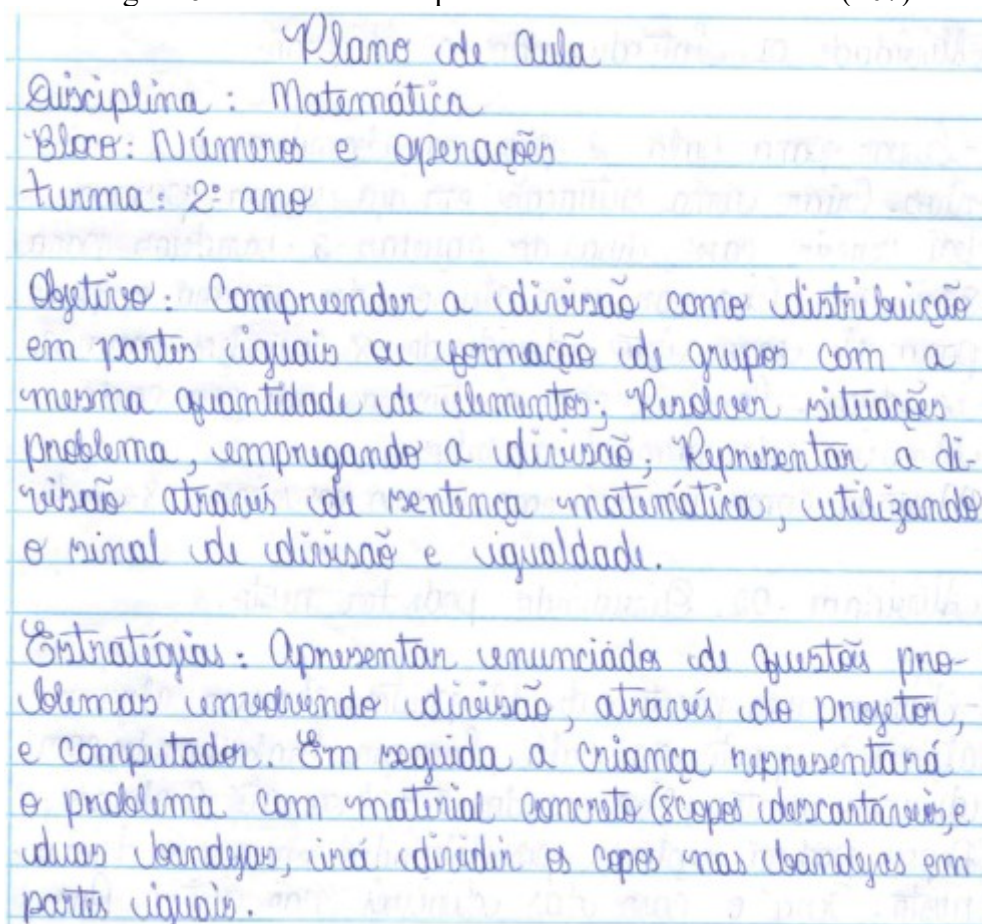
Apesar de afirmarem compreender o processo de cadastro e compartilhamento de plano de aulas por meio da plataforma, as docentes não realizaram o uso da mesma para a execução da atividade proposta ao final do curso. Conforme estabelecido, elas deveriam desenvolver um plano de aula, visando ao ensino do Campo Multiplicativo por meio da plataforma OBAMA.

Depois da demonstração do uso da plataforma, pelo pesquisador, as docentes deveriam realizar seu próprio planejamento, em atividade remota. Nenhuma das participantes realizou o planejamento através da plataforma OBAMA. As professoras S3, S6, S8, S11 e S7 fizeram seus planejamentos utilizando lápis e papel. Foi o grupo que manifestou maiores limitações quanto ao uso da tecnologia, uma vez que após utilizarem esse procedimento rudimentar, ainda sentiram necessidade de apoio por parte de S2. Esta é que se responsabilizou por fotografar todos os planos e enviá-los por email para o pesquisador.

Dessa forma, o grupo não apenas manifestou dificuldades para utilizar a plataforma OBAMA, mas também demonstrou limitações quanto ao uso de tecnologias mais difundidas socialmente, o que retrata a exclusão digital de que falam Pretto e Assis (2010). Se tal quadro é um elemento que sugere dificuldades para a efetiva participação social dos

indivíduos, quando se considera tratar-se de professoras, o nível de gravidade se acirra, uma vez que é delas que se espera a introdução das crianças no uso pedagógico das tecnologias. A figura 61, a seguir, ilustra um desses planos produzidos em folha de caderno:

Figura 61 - Plano de aula produzido em folha de caderno (S07)



Fonte: Elaborada pelo Autor

S1 e S2 também não fizeram uso da plataforma OBAMA, preferindo utilizar o modelo de planejamento disponibilizado, por email, pela SME. Uma vez que S2 assume a função de técnica na Secretaria ela é a responsável por disponibilizar tal formulário para o conjunto das docentes. Assim ela o utilizou digitalmente e o enviou para o pesquisador, via email. S1 preferiu imprimir o formulário e preenchê-lo manualmente, após o que ela o escaneou e também o enviou por email para o pesquisador.

A figura 62, a seguir, ilustra um exemplo de plano de aula produzido com base no formulário:

Figura 62 - Recorte de plano de aula segundo modelo da SME



**GOVERNO DO
ESTADO DO CEARÁ**
Secretaria da Educação



Governo Municipal de Acaraú
Construindo o novo tempo
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO



PLANO ESTRUTURANTE DE MATEMÁTICA – ENSINO FUNDAMENTAL I				
Escola:			Período: 1º () 2º (x) 3º () 4º ()	
Professor (a): [REDACTED]				
Turma: 3º () 4º () 5º (x)	Turno: M (x) T ()	Horário: 1º (x) 2º ()	Semana: () 1ª (x) 2ª () 3ª () 4ª () 5ª	
			Aulas: (x) 120 min () 100 min	
BLOCOS: Números e Operações (x) Espaços e formas () Grandezas e Medidas () Tratamento da Informação ()				
Essas aulas possibilitarão trabalhar o Descritor: D20 PROVA BRASIL				

Fonte: Elaborada pelo Autor

Embora seja possível perceber nessas duas docentes indícios de autonomia quanto ao uso de recursos digitais, como o uso de email, scanner, e arquivos de escritório, ressalta-se que os mesmos estão inseridos em uma perspectiva de uso da internet correspondente ao que se propunha trabalhar ainda nos finais do século XX. É necessário destacar que tais conhecimentos se mostram distantes do que propugnam os teóricos do uso das tecnologias na educação, desde Papert (1987), até as críticas apresentadas por Mishra e Koehler (2006).

Os planos produzidos reforçam as limitações quanto aos conhecimentos tecnológicos que tais professoras apresentam. A infraestrutura do município, necessária ao uso da tecnologia, é precária o que pode estar na base de tal distanciamento. Com deficiências de uso social da tecnologia, essas professoras demonstram estar distantes da possibilidade de inserção das mesmas em ações de ensino. Mantêm-se afastadas da escola as possibilidades do trabalho de letramento digital e do desenvolvimento de conhecimentos tecnológicos por parte da comunidade escolar.

Pelo conjunto de dados aqui apresentados conclui-se que, entre os domínios de conhecimento analisados, o relacionado às tecnologias mostra-se isolado dos demais. Ao demonstrarem incipientes conhecimentos tecnológicos, as professoras permitem entrever que os mesmos se desenvolvem principalmente de modo não integrado às suas práticas de ensino.

Dessa forma, percebe-se que são necessárias medidas contundentes voltadas ao aprofundamento dos conhecimentos que orientam as práticas e discursos dos sujeitos que atuam no município, de modo a que sejam integrados conhecimentos tecnológicos, pedagógicos e de conteúdo, conforme relacionados segundo o referencial adotado nesta pesquisa.

A presente sub-seção permite constatar que o conhecimento tecnológico não tem se constituído como campo relevante para as atividades das docentes analisadas. O discurso proferido pelas professoras acerca da importância da tecnologia e da sua possibilidade de encantamento dos estudantes, não correspondeu a seu envolvimento na realização das atividades para tal fim, realizadas durante o processo formativo. Evidencia-se assim, o que pesquisadores apontam sobre o desalinhamento entre as práticas de ensino e as concepções de uso de tecnologias em todo o mundo (NATIONAL RESEARCH COUNCIL, 2004).

As professoras não conseguiram ainda perceber as possibilidades geradas pela seleção e adaptação de tecnologias para fins educacionais. Fundamentalmente apoiam-se em uma concepção simplista quanto aos elementos envolvidos em propostas de uso desses recursos. Dessa forma, pode-se considerar que o uso de tecnologias em contexto educacional ainda tem um longo caminho a ser percorrido para que deixem de se configurar como inovações conservadoras que, segundo Cysneiros (1999, p. 15) implica em utilizar uma “ferramenta cara [...] para realizar tarefas que poderiam ser feitas, de modo satisfatório, por equipamentos mais simples”.

Portanto, reafirma-se a avaliação de separação desse domínio dos fundamentos adotados pelas professoras investigadas no presente estudo. Tal configuração, além de trazer desdobramentos sobre aspectos pedagógicos, considerado o atual contexto profissional, também pode influenciar aspectos de profissionalização desses sujeitos. Mesmo diante do quadro de existência de 8 professoras consideradas nativas digitais, uma vez que nascidas a partir de meados dos anos 1980, o seu envolvimento com a tecnologia se mostra em equivalência aos migrantes digitais quanto aos domínios de habilidades digitais crescentemente requisitadas no século XXI. Tais resultados convergem para aqueles apresentados por Maia (2016).

Os elementos até aqui destacados serão abordados em termos conclusivos na última seção desta tese. Passa-se, portanto, à seção de Conclusão com elementos do que foi apreendido nesse processo, apontando-se para futuros estudos e perspectivas de aprendizagem que possam se desenvolver no campo investigativo.

5 CONCLUSÃO

O trabalho com a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no município de Acarape, objetivou revelar aspectos de seu desenvolvimento de conhecimentos de conteúdo, pedagógicos e tecnológicos em formação continuada. Ao serem apresentadas as conclusões da pesquisa, mostra-se significativo, inicialmente, destacar aspectos contextuais do presente estudo, relacionados ao ensino de conteúdos do campo multiplicativo com suporte de Tecnologias Digitais.

Demonstrou-se que a formação inicial entre os sujeitos que atuam no 2º e 5º ano no município sofre influência direta das orientações legais relacionadas às contratações de professores. As modificações ocorridas no texto da LDB desde sua promulgação se mostram articuladas à relativização da exigência de nível superior para o ensino nos anos iniciais do Ensino Fundamental, podendo estar na base da redução do número de professores licenciados atuando no município. Percebeu-se que quase metade das professoras que participaram da pesquisa não possuíam, até aquele momento, adequada formação para a prática docente. O percentual de formados em nível superior mostra-se decrescente, o que indica que o município tem tomado por referência os padrões mínimos exigidos pela lei, no que diz respeito à formação. Desde as mudanças quanto ao estabelecimento de um parâmetro mínimo de formação em nível superior e a ampliação do prazo para que todos concluíssem essa formação, houve prejuízo à elevação da capacitação inicial desses profissionais. No Município onde ocorreu a pesquisa o número de docentes com nível superior tem sofrido quedas desde 2013, reduzindo-se significativamente.

A pesquisa permitiu perceber que as iniciativas para o aperfeiçoamento em serviço dessas professoras também carecem de maiores reflexões. Limitações quanto a regularidade na oferta de formações voltadas ao ensino de Matemática, a devida liberação das docentes para que se dediquem às formações continuadas e o estabelecimento de propostas realizadas no próprio contexto escolar são aspectos que podem favorecer um maior aproveitamento dessas oportunidades, mas que não vêm sendo observados.

O trabalho docente decorrente dos contratos temporários que regem o vínculo profissional da maioria dessas professoras implica em condições precarizadas de trabalho e formação que merecem ser problematizadas. O fato de as professoras passarem anos e até décadas sem vínculo efetivo junto ao município faz com que elas não tenham direito a ascensão funcional decorrente de aproveitamento das formações continuadas de que

participam. Além disso, seus contratos podem ser alterados constantemente por se tratar de sujeitos fortemente dependentes de decisões políticas de contratação, permanência e atuação. Isso permite que elas sejam desligadas a qualquer período, removidas das escolas de lotação e sejam desviadas de funções propriamente pedagógicas por diversas demandas, sem grandes possibilidades de contestação. Tal quadro pode vir a desinteressar as docentes de participarem de processos formativos, o que pode auxiliar a percepção sobre a resistência manifesta pelas professoras, durante o processo formativo aqui em pauta.

Compreendeu-se que a formação continuada se configurava distintamente entre as docentes: uma ação voltada principalmente para a ascensão funcional dos servidores de carreira do município, dando acesso à qualificação e decorrentes vantagens financeiras; ou diferencial de empregabilidade por especificidades de formação àquelas que não possuem tal perspectiva de desenvolvimento da vida profissional com vínculo permanente. Em ambos os casos, percebe-se como prejudicado o potencial de elevação da qualidade que o trabalho docente pode sofrer por oportunidades de formação em serviço, já que a ação pedagógica não se mostra devidamente privilegiada.

As docentes manifestaram que sua concentração nas atividades previstas no processo formativo é disputada por outras tarefas profissionais. Essa disputa ao longo do curso se materializou por meio de chamadas das escolas, em busca de informações; em atrasos na chegada e antecipações na saída; e outras desconfigurações da participação esperada, conforme o cronograma estabelecido. Ressalta-se que o desvio do foco de atenção nessas oportunidades voltadas às práticas de ensino e aprendizagem em seus espaços de atuação pode reduzir os impactos que se espera que essas ações gerem.

O fato de as formações serem realizadas na sede do município, de forma centralizada, implica em deslocamentos obrigatórios que, em alguns casos, geram problemas relacionados à locomoção dessas professoras e trazem indisposição para sua efetiva participação. Essa característica foi preservada na formação em foco, por ter sido uma das condições postas pela SME, além do fato de as escolas não disporem de infraestrutura para comportar os grupos de professoras, principalmente no tocante à tecnologia digital. Considera-se que o estabelecimento de formações elaboradas e executadas na própria instituição onde as docentes atuam podem trazer maior engajamento e disposição às professoras, trazendo maior aproveitamento para tais profissionais.

O conjunto de elementos apresentados possibilita melhor compreensão da participação das professoras nas atividades do processo formativo. Conforme discutido, o engajamento nas atividades propostas para a formação foi marcada por elementos de resistência ao processo proposto mas, também, avanços que podem modificar seu trabalho com conteúdos do Campo Multiplicativo.

Dado que as resistências enfrentadas foram percebidas diferentemente entre os sujeitos da pesquisa, conforme os domínios de conhecimento abordados, convém que sejam apresentadas conclusões sobre o processo de desenvolvimento que partilharam. Assim, convergências e distanciamentos quanto ao que apontam outras pesquisas sobre a formação em serviço de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental puderam ser observados neste trabalho, trazendo contribuições para o campo de investigação delimitado. As docentes em seu conjunto demonstraram que, ao longo do curso, em meio a resistências e descobertas foram capazes de estabelecer construções particulares envolvendo a (re)elaboração de seus conhecimentos.

Quanto aos conhecimentos de conteúdo, percebeu-se entre as professoras insegurança e vergonha em demonstrar perante outras colegas eventuais dificuldades e lacunas quanto ao campo multiplicativo. Professoras com poucos ou muitos anos de docência manifestaram tais lacunas, levando a afirmar que elas não encontraram oportunidades para superação de limitações no contexto de atuação profissional, o que implica que suas dificuldades interferem na abordagem de conteúdos que não lhes parecem devidamente compreendidos.

Tanto o grupo do 2º quanto do 5º ano apresentaram lacunas na elaboração dos conceitos, o primeiro grupo mais que o segundo. A justificativa apresentada pelas primeiras para o fato de não precisarem dominar o campo multiplicativo - esses conteúdos não fazem parte do currículo de suas turmas, daí, portanto não são trabalhados nos livros didáticos adotados - se choca com a realidade do município, onde se percebe a alteração de lotação entre as professoras. Elas consideram que se trata de conceitos muito complexos para os alunos de suas turmas.

É também necessário ressaltar que a formação continuada oferecida pela SME, segue essa mesma perspectiva, ao prever o trabalho com conteúdos, exclusivamente conforme o ano de atuação do docente. Dessa forma, tanto professores quanto gestores deixam de contemplar formação mais ampla, esquecendo da necessidade da compreensão da unidade

temática números, para além daquilo que vai especificamente trabalhar com seus alunos. Além disso, deixam de considerar que um profissional que está atuando em um momento no 2º ano pode ser transferido para 4º ou 5º ano, necessitando portanto de domínio conceitual para trabalhar tais conteúdos. Essa postura de desconsiderar o trabalho com o CM no 2º ano vem em desacordo com o que já apregoavam os PCN (1997) e que foi reforçado na BNCC (2017), além de ferir os princípios da teoria e o que atestam as pesquisas da área.

Tal resistência, apesar de apresentada com menor intensidade, também foi observada junto às docentes que lecionavam no 5º ano. Elas, embora com maior conhecimento a respeito das operações de multiplicação e divisão e seus correspondentes problemas, demonstraram desconhecimento acerca da existência de um campo que agregasse esses conceitos. Dessa forma, consideravam que as operações eram conceitos isolados. Não conheciam a existência de variedades de situações do campo multiplicativo, fazendo com que julgassem não se tratar de conteúdo do 5º ano e, portanto, elas não tinham necessidade de aprendê-las.

Embora não tenha sido objeto deste estudo a avaliação do material didático fornecido pela prefeitura, o desconhecimento da variedade de situações componentes do CM, por parte das participantes, deixa entrever que tal material não tem contemplado o que preconiza a Teoria dos Campos Conceituais, isto é a variedade de situações e de representações.

Durante o processo foi possível perceber avanços, mesmo que discretos, na superação da ideia de que o trabalho com as operações do campo multiplicativo só podem ser abordadas depois do trabalho das operações com o Campo Aditivo, o qual deve ser tratado nos primeiros anos. Necessário ainda que o trabalho formativo permaneça, ao longo dos anos oferecendo oportunidades para que essas docentes elaborem essa necessidade e criem estratégias de ensino para as crianças menores. Até o momento percebeu-se que a concepção das professoras do 2º e do 5º anos se aproxima, pois todas se voltam para seguir a organização curricular, no que diz respeito à hierarquização das operações. Assim, elas delegam à SME a decisão do que trabalhar a cada momento.

Definir tempos consecutivos para o trabalho entre campo aditivo e campo multiplicativo contraria o que apontam a teoria dos Campos Conceituais e as pesquisas do campo da psicologia cognitiva em Educação Matemática. Ademais contrariam as orientações curriculares estabelecidas pelo Ministério da Educação desde a publicação dos PCN de 1997,

que preconizavam o trabalho com o campo multiplicativo em todo o Ensino Fundamental. Assim, percebe-se que essa visão acerca da organização curricular não advém dos documentos oficiais e deve estar vinculada à tradição de organização do ensino das operações – adição, subtração, multiplicação e divisão – na sequência, o que vem sendo repetido pelas docentes.

Quanto ao conhecimento de conteúdo do Campo Multiplicativo, as professoras demonstraram avanço na percepção da existência dos diferentes eixos em que se organizam as situações. Assim elas se iniciaram na percepção da importância de conhecer e trabalhar com seus alunos nessa variedade. As diferentes representações, também passaram a ser consideradas como importantes para a apreensão conceitual, de modo que o desenho e os diagramas tiveram a sua importância recuperada, ao passo que a algoritmização teve sua importância relativizada. O cálculo mental que era considerado atividade de importância menor passou a ser visto como uma estratégia possível na resolução dos problemas propostos, participando do desenvolvimento da aprendizagem.

A pequena duração do curso não permite afirmar que tais aprendizagens tenham se consolidado. Isso foi percebido tanto pelo formador quanto pelas professoras participantes, que destacaram a necessidade de mais oportunidades de discussão e aprofundamento do tema. Reconhece-se que a superação de concepções, consolidadas ao longo da escolarização das docentes, exige tempo e investimento. Destaca-se como conservação de concepções o fato de não ter sido percebida a ruptura existente entre o campo multiplicativo e o aditivo. Isso fez com que professoras tenham permanecido percebendo a multiplicação como soma de parcelas repetidas, portanto, mais próxima do campo aditivo do que como um componente do campo multiplicativo, juntamente com a divisão. Portanto, o trabalho com o Campo Multiplicativo se mostra carente de maiores esforços que dêz respeito à exploração de situações, invariantes e representações que são a base da conceitualização relativa ao referido campo.

As resistências ligadas ao domínio de conhecimento pedagógico se mostraram envolvidas com o desafio de alterarem concepções e práticas sedimentadas ao longo de sua formação e pelas práticas profissionais a que estão subordinadas. Durante o curso, constatou-se que as docentes se mostravam relativamente satisfeitas com suas práticas, mesmo quando percebidas como restritas a apenas uma parte das situações que envolviam os conteúdos do Campo multiplicativo. Ideias como o trabalho baseado em memorização - “decoreba” na fala de algumas das professoras – e a prática de resolução de tabuadas, foram percebidas como o

fundamento dos conhecimentos valorizados pelas professoras. Assim, o ensino de algoritmos para resoluções de problemas era trabalhado como o próprio conteúdo conceitual,

Os conhecimentos pedagógicos das docentes se mostraram inicialmente relacionados à preocupação, sobretudo, em favorecer aos estudantes o domínio da realização correta dos algoritmos das operações. Nessa perspectiva, o cálculo mental e as estratégias de contagem diferenciadas se mostrariam como limitações a corrigir por trabalho intensificado, conforme a abordagem descrita.

Tanto docentes do 2º quanto do 5º ano demonstraram compreender a importância da proposição de problemas no contexto pedagógico do ensino de Matemática. Mesmo nessa perspectiva, percebeu-se que elas demonstraram dificuldades para executar tal atividade. Pode-se afirmar que o grupo apresenta limitações pedagógicas relacionadas à elaboração de problemas. Tal situação pode ser justificada pelo trabalho fortemente pautado pela reprodução do que se apresenta no livro didático ou pela execução de propostas que não foram elaboradas pessoalmente, mas pela equipe da SME.

Em relação ao desenvolvimento do trabalho em sala, as docentes alegaram conhecer materiais para o ensino de Matemática e considerá-los importantes para a aprendizagem. As professoras demonstraram desconhecimento de elementos de história do ensino de conteúdos específicos e de fundamentos teóricos em torno de materiais manipulados e de tecnologias digitais, mas afirmam que tais recursos são importantes em sala de aula. Entretanto, nas análises dos planejamentos de aulas realizados pelas docentes não se percebeu a proposição de uso de tais materiais pelos alunos. A presença da tecnologia foi manifestada apenas no uso do data show para que as professoras pudessem apresentar às turmas os conteúdos e as atividades a executar. Assim o papel principal continua sendo realizado, em sala, pelo professor, deixando o aluno mais próximo da posição de expectador. Permaneceu a ênfase sobre a proposição de atividades com base em papel, caneta, tabuada, tarjetas e cartazes.

Registrou-se que a equipe pedagógica da SME efetua planejamentos de modo a tentar contribuir com o desempenho de estudantes frente aos exames externos. Pode-se inferir que tais práticas podem estar provocando o descomprometimento das professoras com o desenvolvimento dos conhecimentos pedagógicos necessários à realização do planejamento e da gestão de sala de aula. Assim, as professoras se convertem em executoras de planos de

ensino genéricos, desconectados do contexto específico vivenciado junto às turmas que administram.

As professoras do 2º ano foram resistentes a analisar essa postura da SME, preferindo manter-se em silêncio, mas também se negando a entregar a tarefa solicitada de elaboração de plano de aula. Já as do 5º ano destacaram práticas de adaptações e reorganizações do que era apresentado no livro didático, bem como ao que lhes chegava por meio da equipe pedagógica da SME. Assim, este grupo de professoras manifestou seu potencial de trabalho pedagógico independente. A tensão entre cumprir o plano determinado pela instância superior ou elaborá-los de forma autônoma, permite pensar que a atuação docente pode estar sendo obstruída, acarretando prejuízo a uma das principais fontes de conhecimentos pedagógicos, a prática docente cotidiana.

Do exposto, compreende-se que entre as professoras da pesquisa, existe disponibilidade para enfrentar desafios de mudar as práticas que já estão consolidadas. Entretanto, tal possibilidade é condicionada à mudança nas condições de trabalho pedagógico frente às iniciativas de formação. Para as docentes, as aprendizagens conseguidas em processos formativos não têm sido adotadas para a modificação efetiva de suas práticas de sala de aula; por um lado devido à exiguidade de tempo dedicado a cada tema. Esta foi uma das críticas feitas ao processo ora em análise. Por outro lado, porque os temas relevantes para a formação estão vinculados àqueles cobrados nas avaliações externas, o que nem sempre corresponde às necessidades das professoras.

As professoras em fase de entrada na profissão se mostraram com maior interesse em superar suas dificuldades quanto aos conhecimentos sobre inovação e mudanças em práticas de ensino. Destacou-se o interesse em mudar práticas a que elas foram submetidas quando estudantes. Entre as docentes em fase de Estabilização percebeu-se evitarem buscas por novos estímulos e ideias para o trabalho que deve lhes parecer já consolidado. Entre docentes na fase de Serenidade verificou-se pouco entusiasmo e certa acomodação ao que fazem em suas salas de aula. Exceto por S14, que atua como formadora da SME e demonstra buscar mudanças possíveis e necessárias, as demais professoras antecipam o desinvestimento na carreira, buscando a conclusão de suas trajetórias profissionais.

Percebe-se que entre os sujeitos da pesquisa privilegia-se o ensino tradicional de Matemática. As práticas tradicionais para essas professoras são vistas como consolidadas na área escolar, de maneira geral. Mesmo passível de críticas, tal abordagem se mostra como a

possível no contexto explicitado, sendo suficiente que se busquem maneiras dinamizadas pelo uso de materiais e técnicas que tornem as aulas mais atraentes. O curso ora oferecido foi, exceto para as formadoras da SME, a primeira oportunidade de discussão teórica para problematizarem as concepções de ensino e aprendizagem do campo multiplicativo.

Do exposto, ficam explicitados aspectos que devem ser enfrentados na esfera de políticas educacionais do município. Por essa frente, mostra-se fundamental para o desenvolvimento dos conhecimentos pedagógicos das professoras do município o estabelecimento de estruturas capazes de justificarem esforços pessoais para que essas profissionais possam efetivamente se comprometer com mudanças substanciais quanto ao que se encontra estabelecido no campo escolar.

Junto às docentes, percebeu-se ao final da formação que o estudo serviu para revisão de princípios de ensino que até então eram vistos como corretos e naturais. Frente a isso, percebeu-se baixa auto-estima quanto as possibilidades de aprendizagem. Tal percepção permite destacar que por vezes as docentes não arriscam modificações no trabalho pedagógico desenvolvido como uma maneira de evitarem se envolver em abordagens que venham a lhes trazer algum tipo de embaraço frente aos alunos, colegas professoras ou outros sujeitos que podem implicar em indisposições políticas, comprometendo a manutenção de seus empregos.

Destacou-se como elemento de maior relevância entre as docentes, outra percepção sobre as características das situações de multiplicação e divisão. A compreensão sobre o significado de Relações Ternárias e Quaternárias foi a que se mostrou mais evidente, sendo que o trabalho com os Eixos de Proporção Simples, Comparação Multiplicativa e Produto de Medida foi visto como muito denso para que pudessem efetivamente se dizerem compreendidos. De fato a teoria dos Campos Conceituais requer idas e vindas às diferentes situações, o que não foi possível no período disponibilizado pela SME. Outro fator que lhes pareceu relevante, mas que permaneceu incompreensível dentro do tempo das discussões, foi a mudança do foco no trabalho com números para a consideração da relação entre grandezas e suas medidas.

A exiguidade de tempo para o aprofundamento nos conceitos do CM e sua efetiva aplicação pedagógica em sala de aula, não permitiu que se vencesse a resistência das professoras e projeta para o futuro próximo a permanência de estratégias em que elas se sentem seguras.

Quanto ao conhecimento tecnológico, destaca-se o isolamento entre esse domínio e os outros dois trabalhados no curso. Dentre os sujeitos da pesquisa, prevalece a noção de que práticas com Tecnologias Digitais são equivalentes em termos cognitivos ao uso de materiais analógicos. Assim, este foi o domínio de conhecimento que se mostrou menos inserido nas práticas dos sujeitos da pesquisa.

Mesmo os conhecimentos sobre uso de tecnologias para fins pessoais, tais como as redes sociais, o e-mail e as ferramentas de busca na internet se mostraram limitados entre os sujeitos, fossem nativos ou migrantes digitais. As atividades necessárias para acessar essas tecnologias eram, com frequência, realizadas por familiares ou pessoas próximas às professoras. Talvez devido ao fato de o município não ter serviços de telefonia móvel e internet eficientes, as pessoas se mantenham com costumes já superados em localidades que contam com maior disponibilidade de tais serviços.

Assim, práticas profissionais pautadas em habilidades digitais e nas possibilidades colaborativas que as tecnologias permitem, não se mostram sequer ventiladas entre a maioria das professoras, no contexto de sua atuação profissional. Embora as escolas disponham de laboratórios, a internet nem sempre está disponível, o que habitua as professoras a converterem materiais natos digitais em materiais manipuláveis, retirando-lhes toda a riqueza de movimento, interação e intercâmbio possível.

Dessa forma, as professoras não se mostraram interessadas em maiores adaptações e desenvolvimentos ligados ao domínio tecnológico. Entretanto, destacaram a importância de passarem, a partir dessa experiência, a conhecer repositórios onde pudessem pesquisar atividades a serem vivenciadas em suas salas de aula. Embora considerando esta informação relevante, elas permaneciam pretendendo manter-se dependentes de outrem para efetivamente executarem suas buscas.

Assim, a conclusão da presente pesquisa demonstra que a construção de conhecimentos referentes aos domínios de conteúdo, pedagógico e tecnológico demanda investimento de tempo, recursos e estímulos ainda não confirmados na política de formação do município de Acarape. Antes de se vislumbrar a efetiva integração tecnológica, visando ao ensino do campo multiplicativo, é necessário que se cumpram diversos processos concatenados, contemplando-se dimensões pedagógicas, administrativas e políticas para que maiores avanços nesse processo possam se constituir.

Do conjunto de dados analisados, concebe-se que o desenvolvimento do TPACK junto ao corpo docente deve estar alinhado a objetivos institucionais precisos. Portanto, mudanças consistentes só poderão se materializar mediante um projeto que efetivamente procure mobilizar as esferas de decisão em torno de um plano comum, qual seja, o da reformulação de objetivos e meios desejados para a educação municipal. Ademais, mostra-se imprescindível o estudo e o investimento na formação docente, prevendo-se ações de médio, curto e longo prazo.

No curto prazo, considera-se a possibilidade de serem realizados encontros de estudo e programas voltados à fundamentação teórica para a mudança sustentável de conhecimentos, por parte do corpo docente. Em médio prazo, considera-se que as professoras precisam ter oportunidades para entender a importância e vivenciar os domínios de conhecimento que compõem o TPACK, de modo a favorecer o ensino que contemple, a um só tempo, as questões vinculadas aos conceitos componentes do CM.; considerem a organização da ação docente vinculada aos conceitos e ao nível dos estudantes; e finalmente saibam usar em proveito seu e do grupo de alunos as funcionalidades da tecnologia. Em longo prazo, presume-se que o conjunto dessas ações deve contribuir para práticas colaborativas, de modo que os profissionais da Educação Básica, em conjunto com os da Universidade, saibam construir conjuntamente caminhos que conduzam à elevação da elaboração conceitual dos alunos, para além de desempenho em avaliações de larga escala.

Do exposto, futuras pesquisas podem se articular nas diversas derivações que a execução das atividades acima sugeridas podem demandar no processo de integração entre os domínios destacados. Prevendo-se o surgimento de tecnologias digitais nos próximos anos, bem como as modificações de Tecnologias Digitais atuais, estas alterações poderão servir de fundamento para contínuas pesquisas sobre práticas educacionais voltadas ao ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Dessa forma, considera-se possível que sejam investigadas maneiras focadas, situadas, autênticas e personalizadas para o desenvolvimento dos domínios de conhecimento de conteúdo, pedagógico e tecnológico, na perspectiva iniciada no presente trabalho sem que se abandonem as atenções ao contexto profissional que se mostra fundamental para o alcance dos avanços pretendidos em educação.

A presente pesquisa permitiu perceber que o quadro apresentado demanda um trabalho sistematizado de longo prazo para a formação docente em serviço a fim de que mudanças possam se efetivar. Compreende-se que a devida apropriação de elementos

relacionados ao ensino dos conteúdos do campo multiplicativo em particular, bem como o trabalho com outros conteúdos da Matemática, é o caminho para permitir ao docente melhor capacitação para suas atividades de ensino..

REFERÊNCIAS

AKYUZ, Didem. Measuring technological pedagogical content knowledge (TPACK) through performance assessment. **Computers & Education**, online, 2018. DOI: 10.1016/j.compedu.2018.06.012. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360131518301556>. Acesso em: 7 ago. 2019.

ALARCÃO, Clara Machado da Silva. **As ideias da multiplicação em diferentes níveis do currículo nos anos iniciais do Ensino Fundamental: encontros e desencontros**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/23480>.

ALENCAR, Edvoneete Souza De. **Formação de professores Campo conceitual multiplicativo: Referenciais teóricos em pesquisas**. 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: [https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/19667/2/Edvoneete Souza de Alencar.pdf](https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/19667/2/Edvoneete%20Souza%20de%20Alencar.pdf).

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini De; VALENTE, José Armando. **Tecnologias e currículo: trajetórias convergentes ou divergentes?** São Paulo: Paulus, 2011.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini De; VALENTE, José Armando. Pensamento computacional nas políticas e nas práticas em alguns países. **Revista Observatório**, Palmas, v. 5, n. 1, p. 202–242, 2019. DOI: <http://dx.doi.org/10.20873/ufp.2447-4266.2019v5n1p202> Programa.

ALMEIDA, Patrícia Cristina Albieri De; BIAJONE, Jefferson. Saberes docentes e formação inicial de professores: implicações e desafios para as propostas de formação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 33, n. 2, p. 281–295, 2007.

ALRØ, Helle; SKOVMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ALVES-MAZZOTTI, AJ. O debate atual sobre os paradigmas de pesquisa em educação. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 96, p. 15–23, 1996. Disponível em: http://educa.fcc.org.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0100-15741996000100002&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 22 jan. 2013.

ANDRADE, Mariel José Pimentel De; ALENCAR, Anderson Fernandes De; COUTINHO,

Clara Maria Gil Fernandes Pereira. O TPACK e a taxonomia dos tipos de atividades de aprendizagem : frameworks para integração da tecnologia na educação. **Revista Educação e Cultura Contemporânea**, Rio de Janeiro, v. 16, n. 43, p. 169–189, 2019. Disponível em: <http://periodicos.estacio.br/index.php/reeduc/article/viewArticle/5907>. Acesso em: 8 set. 2019.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso De. Pesquisa em educação: buscando rigor e qualidade. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, v. 113, n. 1, p. 51–64, 2001. DOI: 10.1590/S0100-15742001000200003. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-15742001000200003&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 8 jul. 2019.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso De. Formação de professores: a constituição de um campo de estudos. **Educação**, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174–181, 2010.

ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso De. Espaços alternativos de formação docente. *In*: GATTI, Bernardete Angelina; JUNIOR, Celestino Alves da Silva; MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti; PAGOTTO, Maria Dalva Silva; SPAZZIANI, Maria de Lourdes (org.). **Por uma revolução no campo da formação de professores**. São Paulo: Editora Unesp, 2015. p. 97–115.

ANGELI, Charoula; VALANIDES, Nicos. Epistemological and methodological issues for the conceptualization, development, and assessment of ICT-TPCK: Advances in technological pedagogical content knowledge (TPCK). **Computers and Education**, online, v. 52, n. 1, p. 154–168, 2009. DOI: 10.1016/j.compedu.2008.07.006. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compedu.2008.07.006>. Acesso em: 8 set. 2019.

ARAÚJO, Jussara de Loiola; BORBA, Marcelo de Carvalho. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. *In*: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 25–45.

ARTIGUE, Michèle. The Future of Teaching and Learning Mathematics with Digital Technologies. *In*: HOYLES, Celia; LAGRANGE, Jean-Baptiste (org.). **Mathematics Education and Technology - Rethinking the Terrain**. New ICMI Study Series New York and London: Springer, 2009. p. 463–475. DOI: 10.1007/978-1-4419-0146-0_23. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-0146-0_23. Acesso em: 7 ago. 2018.

BAIRRAL, Marcelo; CARVALHO, Mercedes (ORG.). **Dispositivos móveis no ensino de Matemática: tablets e smartphones**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019.

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira. **Elementos de uma comunidade de prática que**

permitem o desenvolvimento profissional de professores e futuros professores de Matemática na utilização do software GeoGebra. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000193921>.

BALL, Deborah Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey C. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, online, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008. DOI: 10.1177/0022487108324554. Disponível em: <http://jte.sagepub.com/content/59/5/389>. Acesso em: 6 fev. 2019.

BARANAUSKAS, Maria Cecília Calani; MARTINS, Maria Cecília; ASSIS, Rosangela De (ORG.). **XO na Escola: construção compartilhada de conhecimento - lições aprendidas.** Campinas, SP: UNICAMP/NIED, 2012.

BARBIER, René. **A pesquisa-ação.** Brasília: Liber Livro, 2007.

BARBOSA, Gabriela dos Santos. **O teorema fundamental da aritmética: jogos e problemas com alunos do sexto ano do ensino fundamental.** 2008. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <https://sapientia.pucsp.br/handle/handle/11358?mode=full>.

BARBOSA, Gabriela dos Santos. Conceitos e teoremas-em-ação de estudantes do sétimo ano em problemas de configuração retangular. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 12, n. 28, p. 168–185, 2019. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/9464>. Acesso em: 3 fev. 2020.

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1995. DOI: 10.1017/CBO9781107415324.004. Disponível em: http://books.google.com/books?id=AFpxPgAACAAJ%5Cnhttp://cliente.argo.com.br/~mgos/analise_de_conteudo_moraes.html#_ftn1. Acesso em: 9 jun. 2015.

BARRETO, Marcilia Chagas. Desafios aos pedagogos no ensino de Matemática. *In*: SALES, José Albio Moreira De; BARRETO, Marcilia Chagas; NUNES, João Batista Carvalho; NUNES, Ana Ignez Belém Lima; FARIAS, Isabel Maria Sabino De; MAGALHÃES, Rita de Cássia Barbosa Paiva (org.). **Formação e Práticas Docentes.** Fortaleza: EdUECE, 2007. p. 243–254.

BARRETO, Maria das Graças. **Formação continuada: um desvelar de saberes dos professores da educação básica em diálogos reflexivos sobre a estrutura multiplicativa.** 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-graduação em Educação

Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2016. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=4652404#.

BARROS, Gilian Cristina. **A mobilidade tecnológico-educacional e suas dimensões no pronunciar de professoras de Matemática**. 2017. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

BAUER, Martin W.; GASKELL, George. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Rio de Janeiro: Editora Vozes, 2017.

BELL, Judith. **Doing Your Research Project: A guide for first-time researchers in education, health and social science**. 5. ed. New York: Open University Press; McGraw-Hill Education, 2010.

BLIKSTEIN, Paulo. Digital Fabrication and ‘Making’ in Education: The Democratization of Invention. In: WALTER-HERRMANN, Julia; BÜCHING, Corinne (org.). **FabLabs: Of Machines, Makers and Inventors**. Hannover: Transcript Publishers, 2013. p. 1–21. DOI: 10.1080/10749039.2014.939762. Disponível em: <https://tltl.stanford.edu/sites/default/files/files/documents/publications/2013.Book-B.Digital.pdf>.

BLIKSTEIN, Paulo; WORSLEY, Marcelo. Children are not Hackers: Building a Culture of Powerful Ideas, Deep Learning, and Equity in the Maker Movement. In: PEPPLER, Kylie; HALVERSON, Erica Rosenfeld; KAFAL, Yasmin B. (org.). **Makeology: makerspaces as learning environments (volume 1)**. New York and London: Routledge - Taylor & Francis Group, 2016. p. 64–79.

BLIKSTEIN, Paulo; ZUFFO, Marcelo Knörich. As sereias do ensino eletrônico. In: **Educação on-line: teorias, práticas, legislação e formação corporativa**. São Paulo: Loyola, 2003. p. 25–40.

BOGDAN, Robert C.; BIKLEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1994.

BOOTE, David N.; BEILE, Penny. Scholars Before Researchers : On the Centrality of the Dissertation Literature Review in Research Preparation. **Educational Researcher**, online, v. 34, n. 6, p. 3–15, 2005. Disponível em: <http://edr.sagepub.com/cgi/doi/10.3102/0013189X034006003>. Acesso em: 9 ago. 2018.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática**. 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa. Formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática na escolarização inicial Initial and continuing education of teachers who teach Mathematics in initial schooling O presente texto tem como objetivo discutir pesquisas que se referem tanto. *Zetetiké*, Campinas, SP, v. 25, n. 1, p. 94–134, 2017.

BRASIL. **Lei Nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Brasília: Casa Civil, 1996. a. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm. Acesso em: 5 maio. 2020.

BRASIL. **Resolução Nº 196 de 10 de outubro de 1996. Aprova Diretrizes e Normas Regulamentadoras de Pesquisas Envolvendo Seres Humanos**. Brasília: Ministério da Saúde. Conselho Nacional de Saúde., 1996. b. Disponível em: http://bvsms.saude.gov.br/bvs/saudelegis/cns/1996/res0196_10_10_1996.html. Acesso em: 4 jun. 2020.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (1ª a 4ª série)**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

BRASIL. **PARECER CNE/CP 9/2001. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena**. Brasília: Ministério da Educação, Conselho Nacional de Educação, 2001.

BRASIL. **PARECER CNE/CP Nº 5/2005**. Brasília: Conselho Nacional de Educação, 2005.

BRASIL. **LEI Nº 12.796, DE 4 DE ABRIL DE 2013. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para dispor sobre a formação dos profissionais da educação e dá outras providências**. Brasília, DF. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2013/Lei/L12796.htm.

BRASIL. **MENSAGEM Nº 119, DE 4 DE ABRIL DE 2013. Veta parcialmente, por contrariedade ao interesse público, o Projeto de Lei nº 5.395, de 2009**. Brasília, DF: Casa Civil, 2013. b. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2011-2014/2013/Msg/VEP-119.htm.

BRASIL. **Lei Nº 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências.** Brasília.

BRASIL. **RESOLUÇÃO No 510, de 07 de abril de 2016.** Brasília, DF: Ministério da Saúde, Conselho Nacional de Saúde, 2016. Disponível em: <http://conselho.saude.gov.br/resolucoes/2016/Reso510.pdf>. Acesso em: 1 jun. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. **Relatório do 2º Ciclo de Monitoramento das Metas do Plano Nacional de Educação.** Brasília, DF: INEP, 2018. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/informacao-da-publicacao/-/asset_publisher/6JYIsGMAMkW1/document/id/1476034.

BUTLER, Douglas; JACKIW, Nicholas; LABORDE, Jean-Marie; LAGRANGE, Jean-Baptiste; YERUSHALMY, Michal. Design for Transformative Practices. *In*: HOYLES, Celia; LAGRANGE, Jean-Baptiste (org.). **Mathematics Education and Technology - Rethinking the Terrain.** New ICMI Study Series New York and London: Springer, 2010. p. 425–437. DOI: 10.1007/978-1-4419-0146-0_21.

CARR, Wilfred; KEMMIS, Stephen. **Becoming Critical: Education, Knowledge and Action Research.** New York and London: Routledge - Taylor & Francis Group, 1986.

CARVALHO, Rodrigo Lacerda. **Contribuições do campo conceitual multiplicativo para a formação inicial de professores de matemática com suporte das tecnologias digitais.** 2017. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2017. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/22155>.

CASTRO, Juscileide Braga De. **Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais.** 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. DOI: 10.1017/CBO9781107415324.004. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/15908>.

CASTRO FILHO, José Aires De; SILVA, Maria Auricélia da; MAIA, Dennys Leite (ORG.). **Lições do Projeto Um Computador por Aluno: estudos e pesquisas no contexto da escola pública.** Fortaleza: EdUECE, 2015.

CEBOLA, Graça; BROCARD, Joana. Estratégias, Representações e Flexibilidade na

Resolução de Tarefas de Comparação Multiplicativa. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 33, n. 64, p. 568–590, 2019. DOI: 10.1590/1980-4415v33n64a06. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2019000200568. Acesso em: 2 fev. 2020.

CGI.BR. **Pesquisa sobre o uso das tecnologias de informação e comunicação na escolas brasileiras : TIC educação 2018**. São Paulo: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2019. Disponível em: https://cetic.br/media/docs/publicacoes/216410120191105/tic_edu_2018_livro_eletronico.pdf. Acesso em: 10 out. 2019.

CHIZZOTTI, Antônio. **Pesquisa em ciências humanas e sociais**. 5ª ed. São Paulo: Cortez, 2005.

CIBOTTO, Rosefran Adriano Gonçalves. **O uso pedagógico das Tecnologias da Informação e Comunicação na formação de professores: uma experiência na licenciatura em Matemática**. 2015. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2015. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/2375?show=full>.

CLARK, Faye B.; KAMII, Constance. Identification of multiplicative thinking in children in grades 1-5. **Journal for Research in Mathematics Education**, online, v. 27, n. 1, p. 41–51, 1996. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/749196>. Acesso em: 10 out. 2019.

COSTA, António Pedro; AMADO, João. **Análise de conteúdo suportada por software**. Aveiro: Ludomedia, 2018.

COSTA, António Pedro; NERI DE SOUZA, Francislê; NERI DE SOUZA, Dayse (ORG.). **Investigação Qualitativa: Inovação, Dilemas e Desafios. Volume 1**. Aveiro: Ludomedia, 2016. v. 1 DOI: 377490/14.

COSTA, Maria Rosilane da; COLARES, Getuliana Souza; SOUZA, Eryck Dieb; ANDRADE, Wendel Melo; NASCIMENTO, Francisco Antônio. As avaliações externas no Estado do Ceará, o SPAECE- ALFA : embates e dilemas. In: V CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO 2018, Olinda. **Anais [...]**. Olinda

COX, Suzy; GRAHAM, Charles R. Using an elaborated model of the tpack framework to analyze and depict teacher knowledge. **TechTrends**, online, v. 53, n. 5, p. 60–69, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11528-009-0327-1>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11528-009-0327-1>. Acesso em: 8 jun. 2019.

CRECCI, Vanessa Moreira; NACARATO, Adair Mendes; FIORENTINI, Dario. Estudos do estado da arte da pesquisa sobre o professor que ensina Matemática. **Zetetiké**, Campinas, v. 25, n. 1, p. 1–6, 2017.

CURI, Edda. **A Matemática e os professores dos anos iniciais**. São Paulo: Musa Editora, 2005.

CYSNEIROS, Paulo Gileno. Novas tecnologias na sala de aula: melhoria do ensino ou inovação conservadora? **Informática Educativa**, online, v. 12, n. 1, p. 11–24, 1999. Disponível em: [%3C!--1. Art PC vol 12-1.pdf--%3E%3Ca href=%22/LinkClick.aspx?fileticket=_fMVANLZ5kM%3D&tabid=439&mid=1385&forcedownload=tru. Acesso em: 8 jun. 2019.](http://rie.uniandes.edu.co/LinkClick.aspx?fileticket=_fMVANLZ5kM%3D&tabid=439&mid=1385&forcedownload=true)

CYSNEIROS, Paulo Gileno. Iniciação à Informática na Perspectiva do Educador. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, Porto Alegre, n. 7, 2000. Disponível em: <https://br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/view/2255>. Acesso em: 7 jun. 2019.

CYSNEIROS, Paulo Gileno. **Interação, tecnologias e Educação**. Curitiba.

D'AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasandin. Insubordinação criativa: Um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 1–17, 2015. DOI: 10.1590/1980-4415v29n51a01. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2015000100002&script=sci_abstract&lng=pt. Acesso em: 11 nov. 2019.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99–120, 2005.

D'AMORE, Bruno; FANDIÑO PINILLA, Martha Isabel. Rileggere un articolo pubblicato nel 2000 con occhi del 2018 : Che cosa resta , che prospettive sono state raggiunte , che traguardi sono ancora lontani ? **La matematica e la sua didattica**, online, v. 26, n. 1, p. 29–55, 2018. Disponível em: <http://www.incontriconlamatematica.net/portale/rivista/81-rivista-la-matematica-e-la-sua-didattica-anno-anno-26-aprile-2018-numero-1>. Acesso em: 4 maio. 2019.

DIONNE, Hugues. **A Pesquisa-ação para o desenvolvimento local**. Brasília: Liber Livro Editora, 2007. v. 16

DOURADO, Luiz Fernandes; OLIVEIRA, João Ferreira De. Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os impactos nas políticas de regulação e avaliação da educação superior. In: AGUIAR, Márcia Angela da S.; DOURADO, Luiz Fernandes (org.). **A BNCC na**

contramão do PNE 2014-2024 : avaliação e perspectivas. Recife: ANPAE, 2018. p. 38–43.

DRIJVERS, Paul; DOORMAN, Michiel; BOON, Peter; REED, Helen; GRAVEMEIJER, Koeno. The teacher and the tool: Instrumental orchestrations in the technology-rich mathematics classroom. **Educational Studies in Mathematics**, online, v. 75, n. 2, p. 213–234, 2010. DOI: 10.1007/s10649-010-9254-5. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s10649-010-9254-5.pdf>. Acesso em: 6 set. 2020.

FAGUNDES, Léa da Cruz. **Psicogênese das condutas cognitivas da criança em interação com o mundo do computador.** 1986. Tese (Doutorado em Psicologia) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, São Paulo, 1986.

FANIZZI, Sueli; SANTOS, Vinício de Macedo. Políticas públicas de formação continuada de professores dos anos iniciais em matemática: uma experiência da Secretaria Municipal de Educação de São Paulo. *In*: VI SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2015, Pirenópolis. **Anais [...]**. Pirenópolis DOI: 10.11606/T.48.2015.tde-17112015-130743. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-17112015-130743/>.

FÁVERO, Maria Helena. Paradigme personnel et cham conceptuel: implications pour les situations didactiques. *In*: MERRI, Maryvonne (org.). **Activité humaine et conceptualisation: Questions à Gérard Vergnaud.** Toulouse: Presses Universitaires du Mirail, 2007.

FÁVERO, Maria Helena; MACHADO, Conceição de Maria Couto. A tomada de consciência e a prática de ensino: uma questão para a psicologia escolar. **Psicologia: Reflexão e Crítica**, Porto Alegre, v. 16, n. 1, p. 15–28, 2007. DOI: <https://dx.doi.org/10.1590/S0102-79722003000100004>. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/26054>. Acesso em: 8 set. 2018.

FIORENTINI, Dario. Professor que ensina matemática como campo de estudo na perspectiva das teses de doutorado. *In*: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sérgio. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3ª ed. Campinas: Autores associados, 2009.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes; FERREIRA, Ana Cristina; LOPES, Celi Espasandin; FREITAS, Maria Teresa Menezes; MISKULIN, Rosana Giarretta Sguerra. Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos da pesquisa brasileira. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, n. 36, p. 137–160, 2002.

FIorentini, Dario; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglion; LIMA, Rosana Catarina Rodrigues De (ORG.). **Mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática: período 2001 - 2012**. Campinas, SP: FE/UNICAMP, 2016. v. 1

Fioreze, Leandra Anversa. **Atividades digitais e a construção dos conceitos de proporcionalidade: uma análise a partir da Teoria dos Campos Conceituais**. 2010. Tese (Doutorado em Informática na Educação) - Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/19011>.

FRANCHI, Anna. **Compreensão das situações multiplicativas elementares**. 1995. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1995.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a Teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). **Educação Matemática: uma (nova) introdução**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2012. p. 189–232.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pedagogia da Pesquisa-Ação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483–502, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1517-97022005000300011>. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ep/v31n3/a11v31n3>. Acesso em: 4 jul. 2018.

FREITAS, Maria Teresa. Letramento digital e formação de professores. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 26, n. 3, p. 335–352, 2010. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0102-46982010000300017>. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982010000300017. Acesso em: 6 maio. 2020.

FUNDAÇÃO CARLOS CHAGAS. **Formação continuada de professores : uma análise das modalidades e das práticas em estados e municípios brasileiros**. São Paulo: Fundação Victor Civita, 2011.

GARDNER, Howard; SHULMAN, Lee S. The professions in America today: crucial but fragile. **Dædalus**, online, v. 134, n. 3, p. 13–18, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1162/0011526054622132>. Disponível em: <https://www.mitpressjournals.org/doi/abs/10.1162/0011526054622132?journalCode=daed>. Acesso em: 5 jun. 2018.

GATTI, Bernardete Angelina. Educação, escola e formação de professores: políticas e impasses. **Educar em Revista**, Curitiba, v. 29, n. 50, p. 51–67, 2013. DOI: 10.1590/S0104-40602013000400005. Disponível em: <https://revistas.ufpr.br/educar/article/view/34740>. Acesso em: 8 jun. 2019.

GATTI, Bernardete Angelina; BARRETO, Elba Siqueira de Sá; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso De. **Políticas docentes no Brasil: um estado da arte**. Brasília: UNESCO, 2011.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2018.

GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra Maria Pinto; SPINILLO, Alina Galvão. **Repensando multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais**. São Paulo: PROEM, 2014.

GRAHAM, Charles R.; BURGOYNE, Nicolette; CANTRELL, Pamela; SMITH, Leigh; CLAIR, Larry St.; HARRIS, Ron. TPACK development in science teaching: Measuring the TPACK confidence of inservice science teachers. **TechTrends**, online, v. 53, n. 5, p. 70–79, 2009. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11528-009-0328-0>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs11528-009-0328-0>. Acesso em: 8 jun. 2019.

GRANDGENETT, N.; HARRIS, Judi; HOFER, M. **Mathematics Learning Activity Types**. 2011. Disponível em: <http://activitytypes.wm.edu/MathLearningATs-Feb2011.pdf>. Acesso em: 10 jul. 2018.

GROSSI, Esther Pillar. Psicogênese e aprendizagem do conceito de múltiplo. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA - GÉRARD VERGNAUD: O CAMPO CONCEITUAL DA MULTIPLICAÇÃO 2001, São Paulo e Porto Alegre. **Anais [...]**. São Paulo e Porto Alegre: GEEMPA, 2001. p. 27–32.

GROSSI, Esther Pillar. A didática das provocações. In: GROSSI, Esther Pillar (org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2003. p. 107–118.

GUBA, Egon G.; LINCOLN, Yvonna S. Competing Paradigms in Qualitative Research. In: DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. (org.). **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks: Sage, 1994. p. 105–117.

GUIMARÃES, Karina Perez. **Processos Cognitivos Envolvidos na Construção de Estruturas Multiplicativas**. 2004. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004. Disponível em: http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/CAMP_5050407f25e11bd0e44fc7f937ef2e4b.

HARRIS, Judi; GRANDGENETT, Neal; HOFER, Mark. Testing an Instrument Using Structured Interviews to Assess Experienced Teachers' TPACK. **Proceedings of Society for Information Technology & Teacher Education International Conference 2012**, online, p. 4696–4703, 2012. Disponível em: <http://digitalcommons.unomaha.edu/tedfacproc/15/>. Acesso

em: 6 maio. 2019.

HARRIS, Judith; MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. Teachers' Technological Pedagogical Content Knowledge and Learning Activity Types: Curriculum-based Technology Integration Reframed. **Journal of Research on Technology in Education**, online, v. 41, n. 4, p. 393–416, 2009. DOI: 10.1207/s15326985ep2803_7. Disponível em: http://www.jcu.edu/education/dshutkin/readings/Harris_2009_TPACK.pdf. Acesso em: 3 fev. 2018.

HASHWEH, Maher. Chapter 6 Pedagogical Content Knowledge: Twenty-Five Years Later. In: CRAIG, Cheryl J.; MEIJER, Paulien C.; BROECKMANS, Jan (org.). **From Teacher Thinking to Teachers and Teaching: The Evolution of a Research Community**. Melbourne: Emerald Group Publishing Limited, 2013. p. 115–140. DOI: 10.1108/S1479-3687(2013)0000019009. Disponível em: [http://dx.doi.org/10.1108/S1479-3687\(2013\)0000019009](http://dx.doi.org/10.1108/S1479-3687(2013)0000019009).

HAYASHI, Maria Cristina Piumbato Innocentini; HAYASHI, Carlos Roberto Massao; SILVA, Márcia Regina da; LIMA, Maycke Young De. Um estudo bibliométrico da produção científica sobre a educação jesuítica no Brasil colonial. **Bíblios**, Tacna, v. 8, n. 27, p. 1–18, 2007. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2281795.pdf>. Acesso em: 9 jun. 2018.

HERRING, M. C.; KOEHLER, M. J.; MISHRA, Punya (ORG.). **Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPACK) for educators**. 2. ed. New York and London: Routledge, 2016. DOI: 10.4324/9781315771328.

HILL, Heather C.; SCHILLING, Stephen G.; BALL, Deborah Loewenberg. Developing Measures of Teachers' Mathematics Knowledge for Teaching. **The Elementary School Journal**, Chicago, v. 105, n. 1, p. 11–30, 2004. DOI: 10.1086/428763. Disponível em: <http://www.journals.uchicago.edu/doi/10.1086/428763%5Cnhttp://www.jstor.org/stable/10.1086/428763%5Cnhttp://about.jstor.org/terms>. Acesso em: 6 jun. 2018.

HUBERMAN, Michaël. O ciclo de vida profissional dos professores. In: NÓVOA, António (org.). **Vidas de professores**. Coleção Ciências da Educação 2. ed. Porto: Porto Editora, 2015. p. 31–61.

IBICT. **Gerenciar metadados - IBICT**. 2013. Disponível em: http://wiki.ibict.br/index.php/Gerenciar_metadados. Acesso em: 17 jun. 2020.

INEP. **Censo da educação básica: 2011 – resumo técnico**. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2012. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/resumos_tecnicos/

resumo_tecnico_censo_educacao_basica_2011.pdf.

KERELUIK, Kristen; MISHRA, Punya; FAHNOE, Chris; TERRY, Laura. What Knowledge Is of Most Worth: Teacher Knowledge for 21st Century Learning. **Journal of Digital Learning in Teacher Education**, online, v. 29, n. 4, p. 127–140, 2013. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1010753.pdf>. Acesso em: 5 jul. 2018.

KOEHLER, Matthew J.; MISHRA, Punya. **Introducing TPACK Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge TPACK for Educators** New York and London Routledge - Taylor & Francis Group, , 2008. DOI: 10.1080/17439884.2011.549829.

KOEHLER, Matthew J.; MISHRA, Punya. What is Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK)? **Contemporary Issues in Technology and Teacher Education**, Waynesville, NC, v. 9, n. 1, p. 60–70, 2009. DOI: 10.1016/j.compedu.2010.07.009. Disponível em: <http://www.citejournal.org/volume-9/issue-1-09/general/what-is-technological-pedagogical-content-knowledge/>.

KOEHLER, Matthew J.; MISHRA, Punya; KERELUIK, Kristen; SHIN, Tae Seob; GRAHAM, Charles R. The technological pedagogical content knowledge framework. In: SPECTOR, J. Michael; MERRILL, M. David; ELEN, Jan; BISHOP, M. J. (org.). **Handbook of research on educational communications and technology**. 4. ed. New York: Springer, 2014. p. 101–111. DOI: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-3185-5_9. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4614-3185-5_9.

KOEHLER, Matthew J.; MISHRA, Punya; YAHYA, Kurnia. Tracing the development of teacher knowledge in a design seminar: Integrating content, pedagogy and technology. **Computers & Education**, online, v. 49, n. 3, p. 740–762, 2007. DOI: 10.1016/j.compedu.2005.11.012.

LAGE, Maria Campos. Os softwares tipo CAQDAS e a sua contribuição para a pesquisa qualitativa em educação. **ETD: Educação Temática Digital**, Campinas, v. 12, n. 2, p. 42–58, 2011.

LAUTERT, Sintria Labres; CASTRO FILHO, José Aires De; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos (ORG.). **Ensinando multiplicação e divisão do 1º ao 3º ano**. Itabuna: Via Litterarum, 2017.

LAUTERT, Sintria Labres; SANTOS, Ernani Martins dos; MERLINI, Vera Lucia. Resolução de problemas de divisão de proporção simples por estudantes do 3º e 5º anos. In: VII SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2018, Foz do Iguaçu. **Anais [...]**. Foz do Iguaçu: SBEMPR, 2018.

LAUTERT, Sintria Labres; SCHLIEMANN, Analúcia Dias; LEITE, Anna Bárbara Barros. O uso da regra de três e a compreensão das relações em problemas de proporção múltipla. *In: II COLÓQUIO INTERNACIONAL SOBRE A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS* 2017, Porto Alegre. **Anais** [...]. Porto Alegre

LAUTERT, Sintria Labres; SPINILLO, Alina Galvão. Como crianças representam a operação de divisão: da linguagem oral para outras formas de representação. **Temas em Psicologia**, São Paulo, v. 7, n. 1, p. 23–36, 1999. Disponível em: <http://pepsic.bvsalud.org/pdf/tp/v7n1/v7n1a03.pdf>. Acesso em: 9 jun. 2017.

LESH, Richard; POST, Thomas; BEHR, Merlyn. Proportional reasoning. *In: HIEBERT, James; BEHR, Merlyn J. (org.). Number Concepts and Operations in the Middle Grades*. Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics, 1988. p. 93–118.

LIBÂNEO, José Carlos; PIMENTA, Selma Garrido. Formação de profissionais da educação: visão crítica e perspectiva de mudança. **Educação & Sociedade**, online, v. 20, n. 68, p. 239–277, 1999. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0101-73301999000300013>. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-73301999000300013&lng=pt&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 9 jun. 2019.

LIMA, Gabriel Loureiro; MARANHÃO, Maria Cristina de Souza Albuquerque. O caso da memorização de tabuadas de multiplicação. **Ensino da Matemática em Debate**, São Paulo, v. 1, n. 1, 2014. DOI: 10.1017/CBO9781107415324.004. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/19792>.

LIMA, Mixilene Sales Santos; NASCIMENTO, Karla Angélica Silva do; CASTRO FILHO, José Aires; LIMA NETO, Clodomir Silva. Aprendizagem colaborativa com suporte computacional: o uso de aplicativo colaborativo no Ensino Fundamental. **Educação e Cultura Contemporânea**, Rio de Janeiro, v. 15, n. 40, p. 43–63, 2018. DOI: 10.5935/2238-1279.20180047. Disponível em: <http://periodicos.estacio.br/index.php/reeduc/article/viewArticle/1910>. Acesso em: 2 fev. 2019.

MACHADO, Nílson José. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. 7. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; GATIRANA, Verônica; NUNES, Terezinha. **Repensando adição, subtração: contribuições da teoria dos campos conceituais**. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; MERLINI, Vera Lucia; SANTOS, Aparecido dos. A estrutura multiplicativa à luz da teoria dos campos conceituais: uma visão com foco na aprendizagem.

In: CASTRO FILHO, José Aires De; BARRETO, Marcilia Chagas; BARGUIL, Paulo Meireles; MAIA, Dennys Leite; PINHEIRO, Joserlene Lima (org.). **Matemática, Cultura e Tecnologia: perspectivas internacionais**. Curitiba: CRV, 2016. p. 65–82.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTOS, Aparecido *dos*; MERLINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517–533, 2014. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000200016>. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=251031473016>. Acesso em: 29 set. 2015.

MAGINA, Sandra; MERLINI, Vera Lúcia; SANTOS, Aparecido *dos*. A estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. **3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEMAT**, Fortaleza, 2012.

MAIA, Dennys Leite. **Aprendizagem docente sobre Estruturas Multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em Tecnologias Digitais**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Brasileira, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016. Disponível em: <http://www.repositorio.ufc.br/handle/riufc/21156>.

MAIA, Dennys Leite; SILVA, Francisca Wellingda Leal da; PINHEIRO, Joserlene Lima; BARRETO, Marcilia Chagas; CARDOSO, Nassara Maia Cabral; BATISTA, Paulo César da Silva; OLIVEIRA, Rayssa Melo De. Projeto OBAMA: levantamento e classificação de Objetos de Aprendizagem de Matemática. *In*: I ENLECE – ENCONTRO DA LINHA DE EDUCAÇÃO, CURRÍCULO E ENSINO 2013, Fortaleza. **Anais [...]**. Fortaleza

MARCELO, Carlos. Desenvolvimento profissional docente: passado e futuro. **Sísifo: revista de ciências da educação**, Feira de Santana, v. 08, p. 7–22, 2009. DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ICCSIT.2009.5234982>. Disponível em: <http://dialnet.unirioja.es/servlet/dcart?info=link&codigo=2951760&orden=222165>. Acesso em: 9 jun. 2018.

MARQUES, Wagner. Multinumeramentos em smartphones com telas da neurociência. *In*: BAIRRAL, Marcelo; CARVALHO, Mercedes (org.). **Dispositivos móveis no ensino de Matemática: tablets e smartphones**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2019. p. 87–111.

MASIERO, Paulo Cesar; BREMER, Carlos Frederico; COLETTA, Teresinha das Graças; LIRANI, Maria de Lourdes Rebucci; KONDO, Rogério Toshiaki; ARAGÃO, Antonio C.; MOSCONI, Elaine Paiva; SALEM, Aziz Donizzetti Cavaleiro. A Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da Universidade de São Paulo. **Ciência da Informação**, Brasília, v. 30, n. 3, p. 34–41, 2001. DOI: 10.1590/s0100-19652001000300005. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-19652001000300005. Acesso

em: 30 maio. 2020.

MERLINI, Vera Lucia. **As potencialidades de um Processo Formativo para a Reflexão na e sobre a Prática de uma Professora das Séries Iniciais: um Estudo de Caso**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10912>.

MERLINI, Vera Lucia; SANTOS, Aparecido dos; MAGINA, Sandra Maria Pinto. Estratégias formativas: um elemento potencializador para ressignificação da prática docente. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 19, n. 1, p. 121–140, 2017. DOI: 10.23925/1983-3156.2017v19i1p121-140. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/27598>. Acesso em: 9 mar. 2018.

MILAGRE, Pedro Henrique. **Proporção simples: análise de situações elaboradas por professores em um processo formativo**. 2017. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2017.

MILAGRE, Pedro Henrique; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. Situações de proporção simples elaboradas por professores. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016. p. 1–8.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. **O Desafio do Conhecimento: pesquisa qualitativa em saúde**. 12. ed. São Paulo: Hucitec, 2010.

MINAYO, Maria Cecília de Souza; DESLANDES, Suely Ferreira; GOMES, Romeu. **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. 28. ed. Petrópolis-RJ: Editora vozes, 2009.

MIRANDA, Guilhermina Lobato. Limites e possibilidades das TIC na educação. **Sísifo: Revista de Ciências da Educação**, Feira de Santana, v. 1, n. 3, p. 41–50, 2007. Disponível em: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2361096>. Acesso em: 9 ago. 2019.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J. Technological Pedagogical Content Knowledge: A Framework for Teacher Knowledge. **Teachers College Record**, online, v. 108, n. 6, p. 1017–1054, 2006. DOI: 10.1111/j.1467-9620.2006.00684.x. Disponível em: <https://www.learntechlib.org/p/99246/?nl=1>. Acesso em: 6 maio. 2017.

MISHRA, Punya; KOEHLER, Matthew J.; HENRIKSEN, Danah. The seven trans-disciplinary habits of mind: Extending the tpack framework towards 21st century learning. **Educational Technology**, online, v. 11, n. 2, p. 22–28, 2011. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/44429913>. Acesso em: 10 out. 2016.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. Aprendizagem da docência: algumas contribuições de Lee Shulman. **Educação**, Santa Maria, v. 29, n. 02, p. 33–49, 2004. Disponível em: <https://periodicos.ufsm.br/reveducacao/article/view/3838>. Acesso em: 8 jun. 2018.

MOLINA, Rinaldo. **A Pesquisa-Ação / Investigação- Ação no Brasil: mapeamento da produção (1966-2002) e os indicadores internos da pesquisa-ação colaborativa**. 2007. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-25072007-150643/pt-br.php>.

MONAGHAN, John; TROUCHE, Luc; BORWEIN, Jonathan M. Mathematics Teachers and Digital Tools. *In: Tools and Mathematics: Instruments for learning*. sci-hub.tw/10.1007/978-3-319-02396-0_15Switzerland: Springer, 2016. v. 110p. 357–384. DOI: 10.1007/978-3-319-02396-0. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-02396-0>.

MORAES, Alice Ferry De; OLIVEIRA, Telma Maria De. Experiências relacionadas ao levantamento de teses e dissertações. **Inf. & Soc.**, João Pessoa, v. 20, n. 1, p. 73–81, 2010.

MORAN, José Manuel. Educação híbrida: Um conceito-chave para a educação hoje. *In: BACICH, Lilian; NETO, Adolfo Tanzi; TREVISANI, Fernando de Mello (org.). Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação*. Porto Alegre: Penso, 2015. p. 27–45.

MOURA, Manoel Oriosvaldo De. O Jogo e a Construção do Conhecimento Matemático. **Ideias**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 45–53, 1991. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/ideias_10_p045-053_c.pdf. Acesso em: 10 dez. 2014.

NAAZ, Shibli; KHAN, ZebunNisa. Measuring the Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) of Pre-service Teachers in Relation to Their Gender and Stream. **American International Journal of Research in Humanities, Arts and Social Sciences**, online, v. 22, n. 1, p. 50–55, 2018. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED605078.pdf>. Acesso em: 6 out. 2019.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 9, n. 9–10, p. 1–6, 2005.

NACARATO, Adair Mendes. Práticas pedagógicas e Educação Matemática. *In: FONTOURA, Helena Amaral da; SILVA, Marco (org.). Práticas Pedagógicas, Linguagem e Mídias: Desafios à Pós-graduação em Educação em suas múltiplas dimensões*. Rio de Janeiro: ANPED Nacional, 2011. p. 163–177.

NACARATO, Adair Mendes. A parceria universidade-escola: utopia ou possibilidade de formação continuada no âmbito das políticas públicas? **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 66, p. 699–716, 2016. DOI: <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-24782016216636>. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782016000300699&lng=pt&tlng=pt%5Cnhttp://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782016000300699&lng=pt&nrm=iso&tlng=en. Acesso em: 12 ago. 2017.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda Leme da Silva; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (ORG.). **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

NACARATO, Adair Mendes; PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni. **A geometria nas Séries Iniciais: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

NAKASHIMA, Rosária Helena Ruiz. **A dialética dos conhecimentos pedagógicos dos conteúdos tecnológicos e suas contribuições para a ação docente e para o processo de aprendizagem apoiados por ambiente virtual**. 2014. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-01102014-134609/>.

NASCIMENTO, Ana Maria Porto. **A construção coletiva de uma práxis emancipatória em alfabetização matemática**. 2016. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2016. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/22789>.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Being fluent with information technology**. Washington, DC: National Academies Press, 1999.

NATIONAL RESEARCH COUNCIL. **Learning and Instruction: a Strategic Education Research Partnership research agenda**. Washington, D.C: The National Academies Press, 2004.

NERI DE SOUZA, Francislê; NERI DE SOUZA, Dayse; COSTA, António Pedro (ORG.). **Investigação Qualitativa: Inovação, Dilemas e Desafios. Volume 2**. Aveiro: Ludomedia, 2015.

NEVES, Regina da Silva Pina. **A divisão e os números racionais: uma pesquisa de intervenção psicopedagógica sobre o desenvolvimento de competências conceituais de alunos e professores**. 2008. Tese (Doutorado em Psicologia) - Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2008. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/5256>.

NIESS, Margaret L. Investigating TPACK: Knowledge growth in teaching with technology. **Journal of Educational Computing Research**, online, v. 44, n. 3, p. 299–317, 2011. DOI: <https://doi.org/10.2190/EC.44.3.c>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/10.2190/EC.44.3.c>. Acesso em: 5 jun. 2013.

NIESS, Margaret L. Central component descriptors for levels of technological pedagogical content knowledge. **Journal of Educational Computing Research**, online, v. 48, n. 2, p. 173–198, 2013. DOI: <https://doi.org/10.2190/EC.48.2.d>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.2190/EC.48.2.d>. Acesso em: 9 jun. 2015.

NIESS, Margaret L.; DRISKELL, Shannon; HOLLEBRANDS, Karen. Preface. *In*: NIESS, Margaret; DRISKELL, Shannon; HOLLEBRANDS, Karen (org.). **Handbook of Research on Transforming Mathematics Teacher Education in the Digital Age**. Hershey PA, USA: IGI Global, 1991. p. xxv–xxxii.

NIESS, Margaret L.; RONA, Robert N.; SHAFER, Kathryn G.; DRISKELL, Shannon O.; HARPER, Suzanne R.; JOHNSTON, Christopher; BROWNING, Christine; ÖZGÜN-KOCA, S. Asli; KERSAINT, Gladis. Mathematics Teacher TPACK Standards and Development Model. **Contemporary issues in technology and teacher education**, Waynesville, NC, v. 9, n. 1, p. 4–24, 2009.

NÓBREGA-TERRIEN, Silvia Maria;; TERRIEN, Jacques. Trabalhos Científicos e o estado da questão: reflexões teórico-metodológicas. **Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 15, n. 30, p. 5–16, 2004. DOI: <http://dx.doi.org/10.18222/ae153020042148>. Disponível em: <http://publicacoes.fcc.org.br/ojs/index.php/ae/article/view/2148/0>. Acesso em: 6 dez. 2012.

NÓBREGA-TERRIEN, Silvia Maria;; TERRIEN, Jacques. O estado da questão: aportes teórico-metodológicos e relatos de sua produção em trabalhos científicos. *In*: **Pesquisa científica para iniciantes: caminhando no labirinto**. Fortaleza: EdUECE, 2010. p. 33–51.

NÓBREGA-TERRIEN, Silvia Maria; MENEZES, Eunice Andrade de Oliveira; TERRIEN, Jacques. A reflexividade como busca de sentidos e significados: contribuição na formação dos saberes docentes. **Educação em Foco**, Juiz de Fora, v. 18, n. 25, p. 171–199, 2015.

NOVA ESCOLA. **Atividades de campo multiplicativo: Encarte Especial Matemática**. 2007. Disponível em:

<https://nova-escola-producao.s3.amazonaws.com/2vaCfXYQ6yvszA6KcbyrZwKu6NfWpPC9WctkeYX9v3Nvr5SHghrySKvGRChA/atividades.pdf>. Acesso em: 11 jun. 2018.

NÓVOA, Antônio; POPKEWITZ, Thomas S. (ORG.). **Reformas educativas e formação de professores**. Lisboa: EDUCA, 1992.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; BARROS, Rossana; SYLVA, Kathy. The relative importance of two different mathematical abilities to mathematical achievement. **British Journal of Educational Psychology**, online, v. 82, n. 1, p. 136–156, 2012. a. DOI: 10.1111/j.2044-8279.2011.02033.x. Disponível em: <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/22429062/>. Acesso em: 9 abr. 2015.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; EVANS, Deborah; BELL, Daniel; BARROS, Rossana. Teaching children how to include the inversion principle in their reasoning about quantitative relations. **Educational Studies in Mathematics**, online, v. 79, n. 3, p. 371–388, 2012. b. DOI: 10.1007/s10649-011-9314-5. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-011-9314-5>. Acesso em: 11 jun. 2016.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; GOTTARDIS, Laura; TERLEKTSI, Maria-Emmanouela; EVANS, Deborah. Can we really teach problem-solving in primary school? **Mathematics Teaching**, online, v. 246, n. May, p. 44–48, 2015. Disponível em: <https://www.atm.org.uk/Mathematics-Teaching-Journal-Archive/75482>. Acesso em: 9 jun. 2017.

NUNES, Terezinha; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; MAGINA, Sandra Maria Pinto; BRYANT, Peter. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

OLIVEIRA, Amanda Maria Domingos De; BATISTA, Samuel Dantas; NASCIMENTO, Ítalo Hortiz do; AZEVEDO, Débora Karoline Silva De; LIMA, Rodrigo Rodrigues Melo De; OLIVEIRA, Nelson Ion De; MAIA, Dennys Leite. Processo de Desenvolvimento de Uma Ferramenta Destinada à Elaboração de Planos de Aula de Forma Colaborativa. In: III CONGRESSO SOBRE TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO (CTRL+E 2018) 2018, Fortaleza. **Anais [...]**. Fortaleza p. 392–403.

OLIVEIRA, Eliana Gomes De. **Raciocínio Combinatório na resolução de problemas nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo com professores**. 2014. Dissertação

(Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11012>.

OLIVEIRA, Rayssa Melo De. **Permanência De Elementos Da Formação Continuada Acerca Da Teoria Dos Campos Conceituais Na Prática De Professora Que Ensina Matemática**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2017. Disponível em: <https://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=83284>.

PALFREY, John; GASSER, Urs. **Nascidos na era digital: entendendo a primeira geração dos nativos digitais**. Porto Alegre: Artmed, 2011.

PALIS, Gilda de la Rocque. O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 12, n. 3, p. 432–451, 2010. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/4288>. Acesso em: 7 jun. 2015.

PAPERT, Seymour. **Logo: computadores e educação**. São Paulo: Editora brasiliense, 1985.

PAPERT, Seymour. Information Technology and Education: Computer Criticism vs. Technocentric Thinking. **Educational Researcher**, online, v. 16, n. 1, p. 22–30, 1987. DOI: <https://doi.org/10.3102/0013189X016001022>. Disponível em: <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.3102/0013189X016001022>. Acesso em: 12 jun. 2015.

PAPERT, Seymour. Hard Fun. **Bangor Daily News**, Maine, 2002. Disponível em: <http://www.papert.org/articles/HardFun.html>.

PASSOS, Cármen Lúcia Brancaglioni; NACARATO, Adair Mendes. Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 32, n. 94, p. 119–135, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1590/s0103-40142018.3294.0010>. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/ea/v32n94/0103-4014-ea-32-94-00119.pdf>. Acesso em: 5 maio. 2019.

PERRENOUD, Philippe; THURLER, Monica Gather; MACEDO, Lino De; MACHADO, Nílson José; ALLESSANDRINI, Cristina Dias. **As competências para ensinar no século XXI: a formação dos professores e o desafio da avaliação**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2002.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança**. Rio de Janeiro: Zahar Editores,

1970.

PIAGET, Jean; INHELDER, Barbel. **Gênese das estruturas lógicas elementares**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PIAGET, Jean; SZEMINSKA, Alina. **A gênese do número na criança**. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

PIMENTA, Selma Garrido. Formação de professores: identidades e saberes da docência. *In*: PIMENTA, Selma Garrido (org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. Saberes da docência7. ed. São Paulo: Cortez, 2009. p. 15–34.

PIMENTA, Selma Garrido (ORG.). **Didática e formação de professores: percursos e perspectivas no Brasil e em Portugal**. 6ª ed. São Paulo: Cortez, 2011.

PIMENTA, Selma Garrido; ANASTASIOU, Léa das Graças Camargos. Educação, identidade e profissão docente. *In*: **Docência no Ensino Superior**. São Paulo: Cortez, 2002.

PINHEIRO, Joserlene Lima. **Formação continuada online de professores de Matemática para o trabalho com adição e subtração**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2014. Disponível em: <https://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=84356>.

PLACHA, Kelly Cristine. **A solução de problemas de produto de medidas de crianças da 3ª série do Ensino Fundamental e a intervenção do professor**. 2006. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito. **O uso do computador na formação do professor: um enfoque reflexivo da prática pedagógica**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação a Distância, 1996.

PRENSKY, Marc. Digital Natives, Digital Immigrants Part 1. **On the Horizon**, On the Horizon. online, v. 9, n. 5, On the Horizon, p. 1–6, 2001. DOI: 10.1108/10748120110424816. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1108/10748120110424816>. Acesso em: 21 nov. 2012.

PRETTO, Nelson De Lucca; ASSIS, Alessandra. Cultura digital e educação: redes já! *In*: PRETTO, Nelson De Luca; SILVEIRA, Sérgio Amadeu da (org.). **Além das redes de colaboração: internet, diversidade cultural e tecnologias do poder**. Salvador: EDUFBA, 2008. p. 75–83. Disponível em: <https://play.google.com/books/reader?id=KTMnAAAAQBAJ&hl=pt-BR&lr=&printsec=frontcover&pg=GBS.PP1.w.0.0.0.3>.

PUC-RIO. **Operadores Booleanos**. 2009. Disponível em:
<http://www.dbd.puc-rio.br/wordpress/?p=116>. Acesso em: 9 jun. 2019.

QUIRINO, Jesus Reinaldo Alves. **Um Panorama Das Pesquisas Em Formação Continuada De Professores De Matemática No Programa Obeduc (2010 – 2015): Uma Caracterização Da Reflexividade Docente**. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2017. Disponível em:
<https://repositorio.ufms.br:8443/jspui/handle/123456789/3104>.

RAMOS, Suellen Barros; FIGUEIREDO, Karen da Silva. Uma Taxonomia dos Tipos de Preconceito Enfrentados por Mulheres na Área de Tecnologia. *In: XII WOMEN IN INFORMATION TECHNOLOGY (WIT) 2018*, Natal. **Anais [...]**. Natal: Sociedade Brasileira de Computação, 2018. DOI: <https://doi.org/10.5753/wit.2018.3390>. Disponível em:
<https://sol.sbc.org.br/index.php/wit/article/view/3390>. Acesso em: 5 jun. 2020.

RIBEIRO, Ana Elisa. Navegar sem ler, ler sem navegar e outras combinações de habilidades do leitor. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 25, n. 3, p. 75–102, 2009. DOI:
<http://dx.doi.org/10.1590/S0102-46982009000300005>. Disponível em:
http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-46982009000300005&lng=en&nrm=iso. Acesso em: 2 abr. 2020.

ROBERT, Aline; ROGALSKI, Janine. A cross-analysis of the mathematics teacher's activity. An example in a French 10th-grade class. **Educational Studies in Mathematics**, online, v. 59, n. 1–3, p. 269–298, 2005. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-005-5890-6>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-005-5890-6#citeas>. Acesso em: 6 maio. 2018.

ROCHA, Ana Karina de Oliveira. **A programação de computadores como meio para integrar diferentes conhecimentos: uma experiência com professores de Matemática**. 2015. Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015. Disponível em:
<http://repositorio.pgsskroton.com/handle/123456789/3468>.

ROJO, Roxane Helena Rodrigues. Modelização didática e planejamento: Duas práticas esquecidas do professor? *In: KLEIMAN, Angela B. (org.). A Formação do Professor: Perspectivas da Lingüística Aplicada*. Campinas: Mercado de Letras, 2001. p. 313–335.

RONAU, Robert N.; RAKES, Christopher R.; NIESS, Margaret L. (ORG.). **Educational Technology, Teacher Knowledge, and Classroom Impact: A Research Handbook on Frameworks and Approaches**. Hershey, PA: Information Science Reference, 2012.

SAMPAIO, Patrícia; COUTINHO, Clara Maria Gil Fernandes Pereira. Integração do TPACK

no processo de ensino/aprendizagem da matemática. **Revista Paideia: Revista Científica de Educação a Distância**, online, v. 6, n. 10, p. 1–20, 2014. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/32804>. Acesso em: 8 jun. 2016.

SAMPIERI, Roberto Hernández; CALLADO, Carlos Fernández; LUCIO, María del Pilar Baptista. **Metodologia da pesquisa**. 5ª ed. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANDÍN ESTEBAN, Maria Paz. **Pesquisa qualitativa em Educação: fundamentos e tradições**. Porto Alegre: AMGH, 2010.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; CASTRO FILHO, José Aires De; LAUTERT, Síntria Labres (ORG.). **Ensinando multiplicação e divisão no 4º e 5º ano**. Itabuna: Via Litterarum, 2017.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; CAZORLA, Irene Mauricio; SANTOS, Ernani Martins dos. Desempenho de estudantes do ensino fundamental em situações de estruturas multiplicativas. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 8, n. 15, p. 147–168, 2019.

SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; LIMA, Débora Cabral. Capítulo I. In: SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos; CASTRO FILHO, José Aires De; LAUTERT, Síntria Labres (org.). **Ensinando multiplicação e divisão no 4º e 5º ano**. Itabuna: Via Litterarum, 2017. p. 15–44. DOI: 10.1007/s00158-012-0835-z.

SANTOS, Aparecido dos. **Processos de formação colaborativa com foco no Campo Conceitual Multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalentes**. 2012. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10904>.

SANTOS, Aparecido dos. Princípios da teoria dos campos conceituais para compreensão das estruturas multiplicativas. In: **Formação de Professores e as Estruturas Multiplicativas**. Curitiba: Appris, 2015. p. 91–135.

SANTOS, Aparecido dos; MERLINI, Vera Lucia; MAGINA, Sandra Maria Pinto; SANTANA, Eurivalda Ribeiro dos Santos. A noção de divisão para quem não aprendeu a divisão. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 38–64, 2014. DOI: <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2014v7n2p%25p>. Disponível em: <https://revista.pgsskroton.com/index.php/jieem/article/view/76>. Acesso em: 8 jun. 2015.

SANTOS, Edilene Simões Costa dos. **A construção do conceito de área e procedimentos**

para sua medida no quinto ano do ensino fundamental: atividades fundamentadas na história da matemática. 2014. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/22223>.

SANTOS, Edméa Oliveira dos. A cibercultura e a educação em tempos de mobilidade e redes sociais: conversando com os cotidianos. *In*: FONTOURA, Helena Amaral da; SILVA, Marco (org.). **Práticas Pedagógicas, Linguagem e Mídias Desafios à Pós-graduação em Educação em suas múltiplas dimensões.** Rio de Janeiro. p. 75–98.

SANTOS FILHO, J. C. dos. Pesquisa quantitativa versus pesquisa qualitativa: o desafio paradigmático. *In*: SANTOS FILHO, J. C. dos; GAMBOA, S. S. (org.). **Pesquisa educacional: quantidade-qualidade.** 6ª ed. São Paulo: Cortez, 2007. p. 13–59.

SANTOS, Mariana Oliveira; MERLINI, Vera Lucia. A Formação Continuada de Professores dos Anos Iniciais em Relação à Comparação Multiplicativa. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 11, n. 25, p. 175–195, 2018. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/2322>. Acesso em: 12 nov. 2018.

SCHLIEMANN, Analúcia Dias; SANTOS, Clara Melo dos; COSTA, Solange Canuto da. Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos. *In*: ALENCAR, Eunice Soriano De (org.). **Novas Contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino e Aprendizagem.** São Paulo: Cortez Editora, 1992. p. 97–117.

SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. *In*: NÓVOA, Antônio (org.). **Os professores e a sua formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 77–92.

SEKI, Allan Kenji; SOUZA, Artur Gomes De; GOMES, Filipe Anselmo; EVANGELISTA, Olinda. Professor temporário : um passageiro permanente na Educação Básica brasileira. **Praxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 12, n. 3, p. 1–18, 2017.

SERRAZINA, Lurdes; RODRIGUES, Margarida. Formação de professores e desenvolvimento do sentido do número. *In*: CARNEIRO, Reginaldo Fernando; SOUZA, Antonio Carlos De; BERTINI, Luciane de Fatima (org.). **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: práticas de sala de aula e de formação de professores.** Coleção SBEM ; 11Brasília, DF: SBEM, 2018. p. 137–161. DOI: 10.24220/2318-0870v22n2a3638.

SFARD, Anna. On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. **Educational Studies in Mathematics**, Amsterdam, v. 22, n. 1, p. 1–36, 1991. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00302715>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00302715>. Acesso em: 10 out. 2014.

SHIN, Tae S.; KOEHLER, Matthew J.; MISHRA, Punya; SCHMIDT, Denise A.; BARAN, Evrim; THOMPSON, Ann D. Changing Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) through Course Experiences. *In*: GIBSON, Ian; WEBER, Roberta; MCFERRIN, Karen; CARLSEN, Roger; WILLIS, Dee Anna (org.). **Proceedings of SITE 2009--Society for Information Technology & Teacher Education International Conference**. Charleston, SC, USA: Association for the Advancement of Computing in Education (AACE), 2009. p. 4152–4159. Disponível em: <https://www.learntechlib.org/noaccess/31309/>.

SHULMAN, Lee S. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. **American Educator**, Stanford, CA, v. 15, n. 2, p. 4–14, 1986. DOI: 10.3102/0013189X015002004. Disponível em: <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>. Acesso em: 11 maio. 2015.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, Massachusetts, v. 57, n. 1, p. 1–23, 1987. DOI: <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>. Disponível em: <https://hepgjournals.org/doi/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>. Acesso em: 5 set. 2012.

SHULMAN, Lee S. Conhecimento e ensino: fundamentos para a nova reforma. **Cadernos Cenpec**, São Paulo, v. 4, n. 2, p. 196–229, 2015. DOI: 10.18676/cadernoscenpec.v4i2.293. Disponível em: <http://cadernos.cenpec.org.br/cadernos/index.php/cadernos/article/view/293>. Acesso em: 9 jun. 2017.

SHULMAN, Lee S. **Biography**. 2018. Disponível em: <http://www.leeshulman.net/biography/>. Acesso em: 6 maio. 2019.

SHULMAN, Lee S.; SHULMAN, Judith H. How and what teachers learn: A shifting perspective. **Journal of Curriculum Studies**, online, v. 36, n. 2, p. 257–271, 2004. DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/0022027032000148298>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/0022027032000148298>. Acesso em: 6 jun. 2015.

SILVA, Cília Cardoso Rodrigues da. Flexibilidade de cálculo mental nas operações de multiplicação e divisão. *In*: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016.

SILVA, Maria Célia Leme da; VALENTE, Wagner Rodrigues. Uma breve história do ensinar e aprender matemática nos anos iniciais: uma contribuição para a formação professores. **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v. 15, n. Número Especial, p. 857–871, 2013.

SILVA, Silvana Holanda da. **Reflexões com professoras acerca da Teoria dos Campos Conceituais como fundamento de reelaboração da prática docente em Matemática**. 2018.

Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2018. Disponível em:
<https://siduece.uece.br/siduece/trabalhoAcademicoPublico.jsf?id=84119>.

SILVA, Marco. A docência presencial e online o desafio comunicacional da cibercultura. **Revista galego-portuguesa de psicoloxía e educación: revista de estudos e investigación en psicología y educación**, online, v. 14, n. 1, p. 79–91, 2007. Disponível em:
<https://ruc.udc.es/dspace/handle/2183/7073>. Acesso em: 3 fev. 2020.

SILVESTRE, Ana Isabel; PONTE, João Pedro da. Resolução de problemas de valor omisso: análise das estratégias dos alunos. In: XIX ENCONTRO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 2009, Vila Real. **Anais [...]**. Vila Real: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação - Secção de Educação Matemática, 2009. p. 1–14. Disponível em:
http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/atas_EIEM_2009.pdf. Acesso em: 1 fev. 2020.

SMART, Vicky; FINGER, Glenn; SIM, Cheryl. Developing TPACK: Envisioning Technological Pedagogical Reasoning. In: HERRING, M. C.; KOEHLER, M. J.; MISHRA, Punya (org.). **Handbook of technological pedagogical content knowledge (TPACK) for educators**. 2. ed. New York and London: Routledge, 2016. p. 53–62.

SOARES, Maria Arlita da Silveira. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática: uma análise de materiais que expressam fases do currículo da Educação Básica**. 2016. Tese (Doutorado em Educação nas Ciências) - Programa de Pós- Graduação em Educação nas Ciências, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2016. Disponível em:
<https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/xmlui/handle/123456789/4963>.

SOUZA, Emília Isabel Rabelo. **Estruturas multiplicativas: concepção de professor do ensino fundamental**. 2015. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Programa de Pós- Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015. Disponível em:
https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2476999#.

SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Sintria Labres; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; DOS SANTOS, Ernani Martins; DA SILVA, Juliana Ferreira Gomes. Formulação de Problemas Matemáticos de Estrutura Multiplicativa por Professores do Ensino Fundamental. **Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 928–946, 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2017000300928&script=sci_abstract&tlng=pt.

SPINILLO, Alina Galvão; SOARES, Maria Tereza Carneiro; MORO, Maria Lucia Faria;

LAUTERT, Sintria Labres. Como Professores e Futuros Professores Interpretam Erros de Alunos ao Resolverem Problemas de Estrutura Multiplicativa? **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, Rio Claro, v. 30, n. 56, p. 1188–1206, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a18>. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2016000301188&script=sci_abstract&tlng=pt. Acesso em: 9 jun. 2019.

STAHL, Gerry; KOSCHMANN, Timothy; SUTHERS, Dan. Aprendizagem colaborativa com suporte computacional: Uma perspectiva histórica. In: R. K. SAWYER (org.). **Cambridge handbook of the learning sciences**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2006. p. 409–426. Disponível em: http://gerrystahl.net/cscl/CSCL_Spanish.pdf in Spanish, http://GerryStahl.net/cscl/CSCL_Portuguese.pdf.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 8ª ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2007.

TAXA, Fernanda de Oliveira Soares. **Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do Ensino Fundamental**. 2001. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/handle/REPOSIP/251215>.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

THOMPSON, Ann D.; MISHRA, Punya. Editors' Remarks. **Journal of Computing in Teacher Education**, online, v. 24, n. 2, p. 38–64, 2007. DOI: 10.1080/10402454.2007.10784583. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/10402454.2007.10784583>. Acesso em: 12 out. 2016.

THOMPSON, Ian. Getting your head around mental calculation. In: THOMPSON, Ian (org.). **Issues in teaching numeracy in primary schools**. 2. ed. New York: Open University Press; McGraw-Hill Education, 2010.

THRELFALL, John. Strategies and flexibility in mental calculation. **ZDM - International Journal on Mathematics Education**, online, v. 41, n. 5, p. 541–555, 2009. DOI: 10.1007/s11858-009-0195-3. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11858-009-0195-3.pdf>. Acesso em: 9 maio. 2016.

TÔRRES, Patrícia Lima. **Identificação e análise de conhecimentos numéricos de pessoas jovens e adultas , em explicitações orais e escritas , de caráter cognitivo e metacognitivo** **Identificação e análise de conhecimentos numéricos de pessoas jovens e adultas , em explicitações ora**. 2014. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós- Graduação em

Educação, Universidade de Brasília, Brasília, 2014. Disponível em: <https://repositorio.unb.br/handle/10482/16401>.

TOURMEN, Claire; HOLGADO, Otilia; MÉTRAL, Jean-françois; MAYEN, Patrick; OLRÉ, Paul. The Piagetian Schème: a Framework to Study Professional Learning Through Conceptualization. **Vocations and Learning**, online, v. 10, n. 1, p. 343–364, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12186-017-9174-y>. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12186-017-9174-y>. Acesso em: 19 mar. 2017.

UECE. **Guia de normalização de trabalhos acadêmicos**. 3. ed. Fortaleza: Dados eletrônicos, 2020. Disponível em: <http://www.uece.br/biblioteca/wp-content/uploads/sites/27/2020/03/GUIA-UECE-2020-FINAL.pdf>. Acesso em: 2 maio. 2020.

UNESCO. **Desafios e perspectivas da educação superior brasileira para a próxima década 2011-2020**. Brasília: UNESCO, CNE, MEC, 2012.

VALANIDES, Nicos. Technological tools: From technical affordances to educational affordances. **Problems of Education in the 21st Century**, online, v. 76, n. 2, p. 116–119, 2018. Disponível em: http://www.scientiasocialis.lt/pec/node/files/pdf/vol76/116-120.Valanides_Vol.76-2_PEC.pdf. Acesso em: 6 fev. 2019.

VALENTE, José Armando. **O computador na sociedade do conhecimento**. Brasília, DF: Ministerio da Educação, Secretaria da Educação a Distância, 1999.

VALENTE, José Armando. **A Espiral da Espiral de Aprendizagem: o processo de compreensão do papel das tecnologias de informação e comunicação na educação**. 2005. Tese (Livre-docência) - Instituto de Artes, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005. Disponível em: <http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/284458>.

VALENTE, José Armando. Um Laptop Para Cada Aluno: promessas e resultados educacionais efetivos. In: ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini; PRADO, Maria Elisabette Brisola Brito (org.). **O computador portátil na escola: mudanças e desafios nos processos de ensino e aprendizagem**. São Paulo: Avercamp, 2011. p. 1–10.

VALENTE, José Armando; FREIRE, Fernanda Maria Pereira; ARANTES, Flavia Linhalis; D'ABREU, João Vilhete Viegas; AMIEL, Tel; BARANAUSKAS, Maria Cecília Calani. Alan Turing tinha Pensamento Computacional? Reflexões sobre um campo em construção. **Tecnologias, sociedade e conhecimento**, Campinas, v. 4, n. 1, p. 7–22, 2017. Disponível em: <http://www.nied.unicamp.br/ojs/>.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Que formação matemática para o professor dos primeiros anos escolares? **Formação Docente**, Belo Horizonte, v. 07, n. 13, p. 73–84, 2015. Disponível em: <https://revformacaodocente.com.br/index.php/rbpfp/article/view/123>. Acesso em: 8 jun. 2016.

VAN DE WALLE, John A. **Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally**. 6. ed. Boston: Pearson Education, 2007.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VAN LAAR, Ester; VAN DEURSEN, Alexander J. A. M.; VAN DIJK, Jan A. G. M.; HAAN, Jos De. The relation between 21st-century skills and digital skills: A systematic literature review. **Computers in Human Behavior**, online, v. 72, p. 577–588, 2017. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.03.010>. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0747563217301590>. Acesso em: 9 jun. 2018.

VERGNAUD, Gérard. The Acquisition of Arithmetical Concepts. **Educational Studies in Mathematics**, Boston, v. 10, n. 2, p. 263–274, 1979. Disponível em: http://www.jstor.org/stable/3482017?seq=1&cid=pdf-reference#references_tab_contents.

VERGNAUD, Gérard. Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education: Some Theoretical and Methodological Issues. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 3, n. 2, p. 31–41, 1982. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/40248130>. Acesso em: 9 set. 2015.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative Structures. In: LESH, Richard; LANDAU, Marsha; BELLIN, Harry (org.). **Acquisition of Math Concepts and Processes**. New York: Academic Press, 1983.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, Lisboa, v. 5, n. 1, p. 75–90, 1986. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.12/2150>. Acesso em: 8 jun. 2017.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative Structures. In: HIEBERT, J.; BEHR, M. (org.). **Number Concepts and Operation in the middle grades**. London: Lawrence & Erlbaum Associates, 1988. p. 141–161.

VERGNAUD, Gérard. «La formation des concepts scientifiques. Relire Vygotski et débattre avec lui aujourd’hui». **Enfance**, Paris, v. 42, n. 1–2, p. 111–118, 1989. Disponível em:

http://www.persee.fr/doc/enfan_0013-7545_1989_num_42_1_1885. Acesso em: 6 jun. 2018.

VERGNAUD, Gérard. Teoria dos Campos Conceituais. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA 1993, Rio de Janeiro. **Anais [...]**. Rio de Janeiro: UFRJ Projeto Fundação – Instituto de Matemática, 1993. p. 1–26.

VERGNAUD, Gérard. A teoria dos Campos Conceituais. *In*: BRUN, Jean (org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155–191.

VERGNAUD, Gérard. The nature of mathematical concepts. *In*: NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter (org.). **Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective**. Hove and New York: The Psychology Press, 1997. p. 5–27.

VERGNAUD, Gérard. Invariantes quantitativos, qualitativos e relacionais. *In*: SEMINÁRIO INTERNACIONAL SOBRE DIDÁTICA DA MATEMÁTICA - GÉRARD VERGNAUD: O CAMPO CONCEITUAL DA MULTIPLICAÇÃO 2001, São Paulo e Porto Alegre. **Anais [...]**. São Paulo e Porto Alegre: GEEMPA, 2001. p. 19–25.

VERGNAUD, Gérard. A gênese dos campos conceituais. *In*: GROSSI, Esther Pillar (org.). **Por que ainda há quem não aprende? A teoria**. 1ª ed. Petrópolis-RJ: Vozes, 2003. p. 21–60.

VERGNAUD, Gérard. O que é aprender? *In*: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (org.). **A aprendizagem Matemática na perspectiva da Teoria dos Campos Conceituais**. Curitiba: Editora CRV, 2009. a. p. 13–35.

VERGNAUD, Gérard. The theory of conceptual fields. **Human Development**, online, v. 52, n. 2, p. 83–94, 2009. b. DOI: <https://doi.org/10.1159/000202727>. Disponível em: <https://www.karger.com/Article/Abstract/202727>. Acesso em: 9 mar. 2018.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a Matemática e a realidade : problemas do ensino da Matemática na escola elementar**. Curitiba: Editora da UFPR, 2009. c.

VERGNAUD, Gérard. Conceptual development and learning. **Revista Currículum**, San Cristóbal de La Laguna, v. 26, n. 1, p. 39–59, 2013. Disponível em: <https://curriculum.webs.ull.es/?p=731>. Acesso em: 9 jun. 2015.

VERGNAUD, Gérard. **O que é aprender? O iceberg da conceitualização. Teoria dos campos conceituais TCC**. Porto Alegre: GEEMPA, 2017.

VIANA, Odalea Aparecida; MIRANDA, Juliene Azevedo. O raciocínio proporcional e as estratégias de resolução de problemas de valor omissivo e de comparação. **REVEMAT**, Florianópolis, v. 11, n. 1, p. 194–213, 2016. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n1p194>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11n1p194>. Acesso em: 8 jun. 2016.

VIEIRA, Edite Resende. **Grupo de estudos de professores e a apropriação de tecnologia digital no ensino de Geometria: caminhos para o conhecimento profissional**. 2013. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em: <https://repositorio.pgskroton.com/handle/123456789/3476>.

VIEIRA, Sofia Lerche; VIDAL, Eloisa Maia. Construindo uma história de colaboração na educação – a experiência do Ceará. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 34, n. 125, p. 1075–1093, 2013.

VIZOLLI, Idemar; SOARES, Maria Tereza Carneiro. Registros orais e escritos: um estudo com alunos e professores de educação de jovens e adultos aos solucionarem problemas de proporção-porcentagem. In: BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Mérciles Thadeu (org.). **Ensinar e aprender: possibilidades para a prática educativa**. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 85–117.

VOOGT, Joke; FISSER, Petra; TONDEUR, Jo; VAN BRAAK, Johan. Using theoretical perspectives in developing an understanding of TPACK. In: HERRING, M. C.; KOEHLER, M. J.; MISHRA, Punya (org.). **Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge (TPACK) for Educators**. 2. ed. New York and London: Routledge, 2016. p. 33–52. DOI: 10.4324/9781315771328.

YAMAKAWA, Eduardo Kazumi; KUBOTA, Flávio Issao; BEUREN, Fernanda Hansch; SCALVENZI, Lisiane; CAUCHIK MIGUEL, Paulo Augusto. Comparativo dos softwares de gerenciamento de referências bibliográficas: Mendeley, EndNote e Zotero. **Transinformação**, Campinas, v. 26, n. 2, p. 167–176, 2014. DOI: 10.1590/0103-37862014000200006. Disponível em: <http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=edssci&AN=edssci.S0103.37862014000200167&lang=es&site=eds-live>. Acesso em: 9 jun. 2018.

YEH, Yi Fen; HSU, Ying Shao; WU, Hsin Kai; CHIEN, Sung Pei. Exploring the structure of TPACK with video-embedded and discipline-focused assessments. **Computers and Education**, online, v. 104, n. 1, p. 49–64, 2017. DOI: 10.1016/j.compedu.2016.10.006. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360131516301920>. Acesso em: 8 jun. 2016.

APÊNDICE A - CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Prezado(a):

Você está sendo convidado para participar como voluntário(a) em uma pesquisa que tem o seguinte tema: “Conhecimentos no contexto de formação continuada para o planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais”. Esta pesquisa tem como objetivo principal compreender o desenvolvimento de conhecimentos profissionais por pedagogos no contexto de formação continuada para o planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais, tendo em vista uma formação continuada junto a professores do município de Acarape-CE. Caso aceite fazer parte da mesma, você, juntamente com os demais participantes responderão duas atividades relacionadas a problemas que envolvem o raciocínio multiplicativo. A sua participação será de grande valor, podendo contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática para estudantes do Ensino Fundamental. Você não é obrigado(a) a participar, tendo total liberdade para discordar ou desistir da participação em qualquer momento que desejar. Caso participe, você também terá a liberdade para pedir esclarecimentos sobre qualquer dúvida que tiver.

Como pesquisador responsável por esta pesquisa, comprometo-me a manter em segredo todos os dados confidenciais, bem como de indenizá-lo se porventura sofrer algum prejuízo moral ou físico por causa de sua participação.

Então, se está claro para você para que serve essa pesquisa e se concorda em participar da mesma, pedimos que assine este documento.

Nossos sinceros agradecimentos por sua colaboração.

PROF ME JOSERLENE LIMA PINHEIRO

Responsável pela pesquisa

Telefones para contato: (85) 999265238 | 988373692

E-mail: lenopinheiro@unilab.edu.br

PROFA DRA MARCILIA CHAGAS BARRETO

Orientadora

Eu, _____, RG _____, aceito participar das atividades da pesquisa “Conhecimentos no contexto de formação continuada para o planejamento de atividades de ensino do Campo Multiplicativo com apoio em Tecnologias Digitais”. Fui devidamente informado(a) que responderei as questões que nos forem propostas nos instrumentos de pesquisa. Foi-me garantido que posso desistir da pesquisa a qualquer momento, e que os resultados serão tratados confidencialmente.

Local: _____ Data: _____

Assinatura

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ - UECE

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO – CURSO DE DOUTORADO

Endereço: Av. Dr. Silas Munguba, 1700 - Campus do Itaperi, Fortaleza - CE, 60741-000

Contatos: ppge@uece.br, Telefone: (85) 3101.9918, <http://www.uece.br/ppge2>

Horário de Funcionamento: Segunda a Sexta-feira de 8:00 às 12:00h e de 13:30 às 17:00h

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SOBRE FORMAÇÃO E ENSINO

1. DADOS GERAIS

- 1. 1 Endereço de e-mail
- 1. 2 Nome completo
- 1. 3 Ano de nascimento (Inserir ano no formato AAAA)
- 1. 4 Escola onde atua
 - 1. 4.1 Vínculo com o município
- 1. 5 Carga Horária de trabalho (Horas Mensais)
- 1. 6 Ano que leciona atualmente
 - Educação Infantil
 - 1º Ano
 - 2º Ano
 - 3º Ano
 - 4º Ano
 - 5º Ano
 - Outro:
- 1. 7 Outros anos que já tenha lecionado anteriormente
 - Educação Infantil
 - 1º Ano
 - 2º Ano
 - 3º Ano
 - 4º Ano
 - 5º Ano
 - Outro:
- 1. 8 Ano de ingresso na docência (Inserir ano no formato AAAA)
- 1. 9 Tempo de atuação docente no Município de Acarape (Há quantos anos ensina no município?)

2. FORMAÇÃO

2. 1 NÍVEL MÉDIO

- Curso Normal
- Pedagógico
- Científico
- Outro:
- Ano de conclusão:

2.2 GRADUAÇÃO

2.2.1 Graduação concluída (Curso concluído, Instituição, Ano de conclusão) - Indique todas as graduações concluídas. Se não tiver graduação, escreva "Não se aplica". Quando tiver mais de uma graduação concluída apresentá-las. Ex: (Pedagogia - Licenciatura, UECE, 2000), (Matemática - bacharelado, UFC, 1997), (Pedagogia - licenciatura, UNILAB, 2017)

2.2.2 Graduação em andamento (Curso em andamento, Instituição, Ano de ingresso) - Indique todas as graduações em andamento. Se não estiver cursando nenhuma graduação, escreva "Não se aplica". Quando tiver mais de uma em andamento, apresentá-las. Ex: (Pedagogia - Licenciatura, UECE, 2016), (Matemática - bacharelado, UFC, 2017), (Pedagogia - licenciatura, UNILAB, 2018)

2.3 PÓS-GRADUAÇÃO (LATO E/OU STRICTO SENSU)

2.3.1 Pós-Graduação concluída (Curso concluído, Instituição, Ano de conclusão) - Indique todas as graduações concluídas. Se não tiver graduação, escreva "Não se aplica". Quando tiver mais de uma graduação concluída apresentá-las. Ex: (Pedagogia - Licenciatura, UECE, 2000), (Matemática - bacharelado, UFC, 1997), (Pedagogia - licenciatura, UNILAB, 2017)

2.3.2 Pós-Graduação em andamento (Curso em andamento, Instituição, Ano de ingresso) - Indique todas as graduações em andamento. Se não estiver cursando nenhuma graduação, escreva "Não se aplica". Quando tiver mais de uma em andamento, apresentá-las. Ex: (Pedagogia - Licenciatura, UECE, 2016), (Matemática - bacharelado, UFC, 2017), (Pedagogia - licenciatura, UNILAB, 2018)

2.4 CURSOS DE FORMAÇÃO CONTINUADA (DIVERSAS ÁREAS)

2.4.1 Cursos de formação continuada concluídos nos últimos anos (Carga horária, Curso concluído, Instituição, Ano de conclusão) - Indique os cursos concluídos. Se não tiver graduação, escreva "Não se aplica". Quando tiver mais de uma graduação concluída apresentá-las. Ex: (12h, Educação Ambiental, UECE, 2015), (15h - Gêneros textuais e alfabetização, UFC, 2016), (20h, Educação para a Paz, 2017)

2.5 CURSOS DE FORMAÇÃO CONTINUADA NA ÁREA DA MATEMÁTICA

2.5.1 Cursos de formação continuada concluídos nos últimos anos (Carga horária, Curso concluído, Instituição, Ano de conclusão) - Indique os cursos concluídos. Se não tiver graduação, escreva "Não se aplica". Quando tiver mais de uma graduação concluída apresentá-las. Ex: (12h, Números e operações, UECE, 2015), (15h - Didática da matemática, UFC, 2016), (20h, jogos e brincadeiras para o ensino de Matemática na Ed. Infantil, 2017)

3 ENSINO DE MATEMÁTICA

3.1 Com que frequência você usa dos recursos abaixo para o planejamento e para o ensino de conteúdos da Matemática (Não disponível / Não uso, Anualmente, Semestralmente, Mensalmente, Semanalmente ou Diariamente)

Livros Didáticos
Jogos/Experiências
Projektor/Computador
Material Manipulável ou concreto
Lousa/Cartazes
Redes Sociais / Sites especializados
Grupos de estudo entre professores
1/3 da Carga Horária

3.2 Dentre os elementos relacionados ao ensino de Multiplicação/Divisão, o que você considera dificultar o seu planejamento?

4 APRENDIZAGEM E AVALIAÇÃO DOS ALUNOS

4.1 Quais aspectos você considera mais importantes para que seus alunos aprendam multiplicação e divisão? Quais aspectos interferem na aprendizagem de multiplicação e divisão por seus alunos?

4.2 Como você avalia o desempenho de seus alunos quanto aos problemas de multiplicação e divisão propostos? Quais os elementos considerados mais importantes para a avaliação de resolução executada por eles?

APÊNDICE C - QUESTIONÁRIO SOBRE RECURSOS DE ENSINO

- a) Como foram minhas aulas de multiplicação e divisão? Conteúdos, materiais e métodos que marcaram minha Educação Básica;
- b) O avanço e a popularização das Tecnologias Digitais pode me ajudar a ensinar multiplicação e divisão? Quais vantagens e desvantagens consigo perceber se penso no uso de tecnologias para o ensino desse conteúdo no Ensino Fundamental?

ANEXO A – QUESTIONÁRIO DE ELABORAÇÃO DE PROBLEMAS

Nome: _____ Nº _____

Elabore, nos espaços abaixo, oito problemas distintos envolvendo multiplicação e/ou divisão (a seu critério).

Prob. 1:

Prob. 2:

Prob. 3:

Prob. 4:

Prob. 5:

Prob. 6:

Prob. 7:

Prob. 8:

ANEXO B – QUESTIONÁRIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Nome: _____	
	Nº: _____ 1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem? ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO Resposta: _____
2) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola? ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO Resposta: _____	12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou? ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO Resposta: _____
3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer? ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO Resposta: _____	13) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje? ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO Resposta: _____

- 6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

- 7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem 24m^2 . A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

- 10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

- 11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

- 8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

- 9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

- 4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

- 5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

ESPAÇO PARA REGISTRAR A SUA RESOLUÇÃO

Resposta: _____

ANEXO C – FOTO A FOTO: SITUAÇÃO COMBINATÓRIA

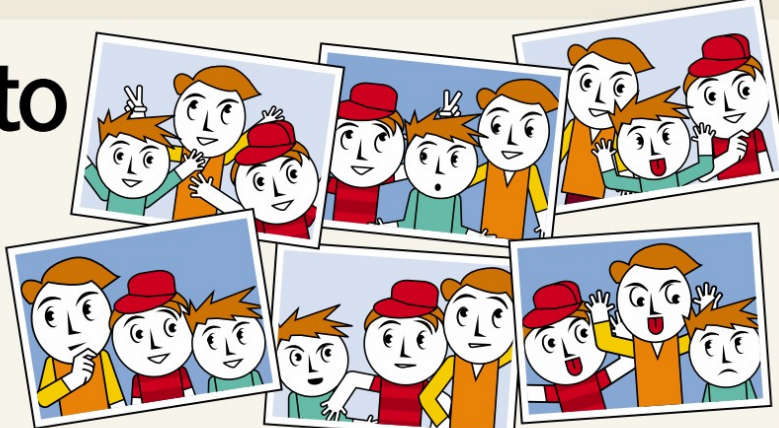
Foto a foto

4º E 5º ANOS

CONTEÚDO
■ Combinatória.

DESENVOLVIMENTO
Três irmãos posam para uma fotografia. Quantas fotos diferentes poderão ser tiradas se eles se organizarem em diferentes posições?

INTERAÇÃO DOS ALUNOS COM A ATIVIDADE
Embora o enunciado remeta à análise combinatória como o da montagem dos sanduíches (pág. 79), não se pode simplesmente multiplicar dois fatores (3 irmãos x 3 posições = 9 fotos). Esse problema é mais complexo, pois exige a interpretação das restrições da demanda: quer-se encontrar o número máximo de combinações diferentes



entre os irmãos. Para resolvê-lo, a criança geralmente faz notações das possibilidades no papel (com um diagrama de árvore, por exemplo), mas terá de atentar para não repetir as combinações já registradas.

INTERVENÇÃO DO PROFESSOR
A atividade pressupõe uma discussão entre os alunos sobre as estratégias de resolução e os registros feitos no papel.

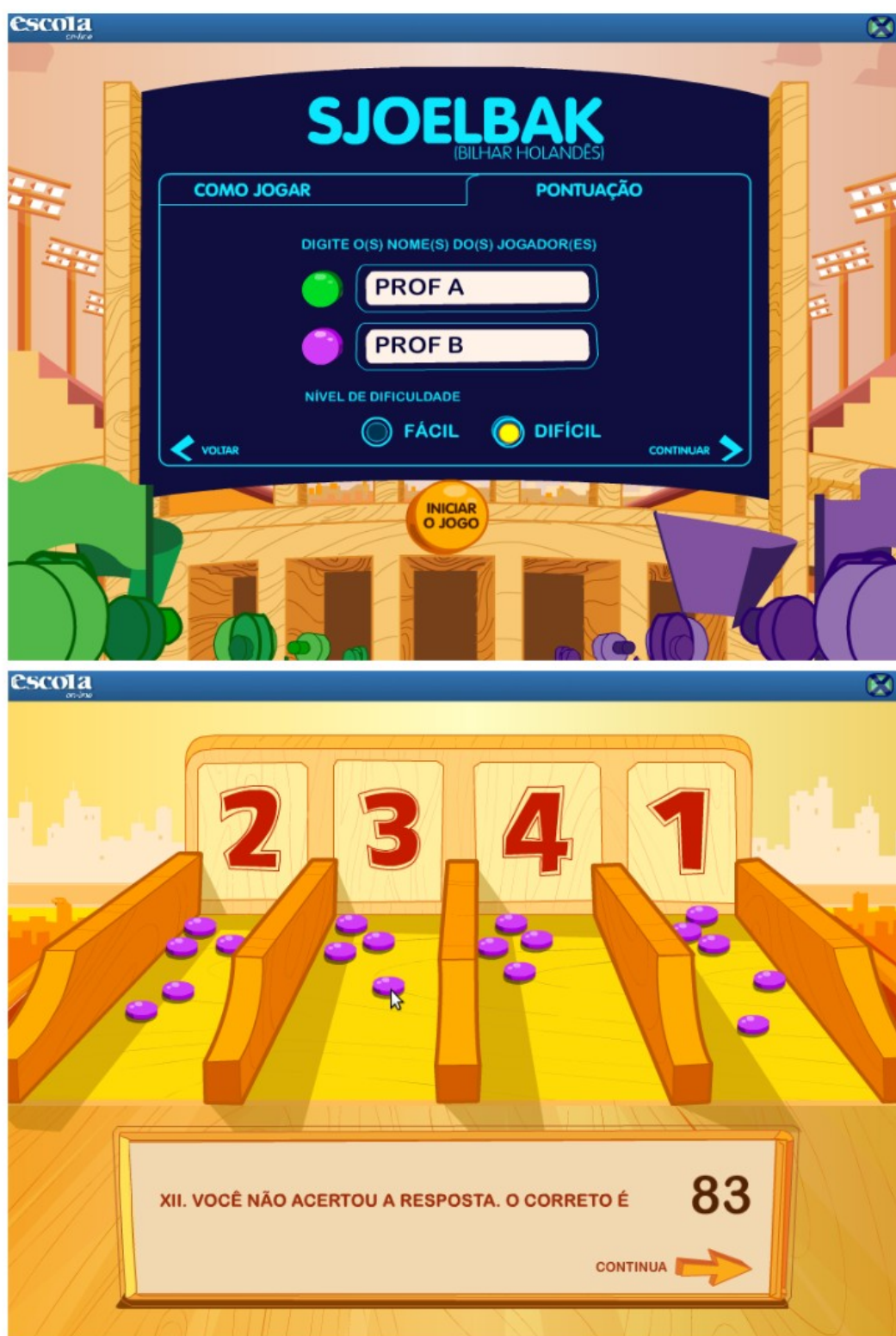
A contagem de resultados parciais e a separação das possibilidades em grupos – todas as opções se o caçula aparecer à esquerda da foto, por exemplo – são algumas estratégias eficazes. Depois da socialização de procedimentos, é hora de trazer a discussão para a linguagem da multiplicação. Pergunte se o que eles fizeram pode ser escrito como uma multiplicação. Quem teria uma ideia?

ILUSTRAÇÕES: CELLUS

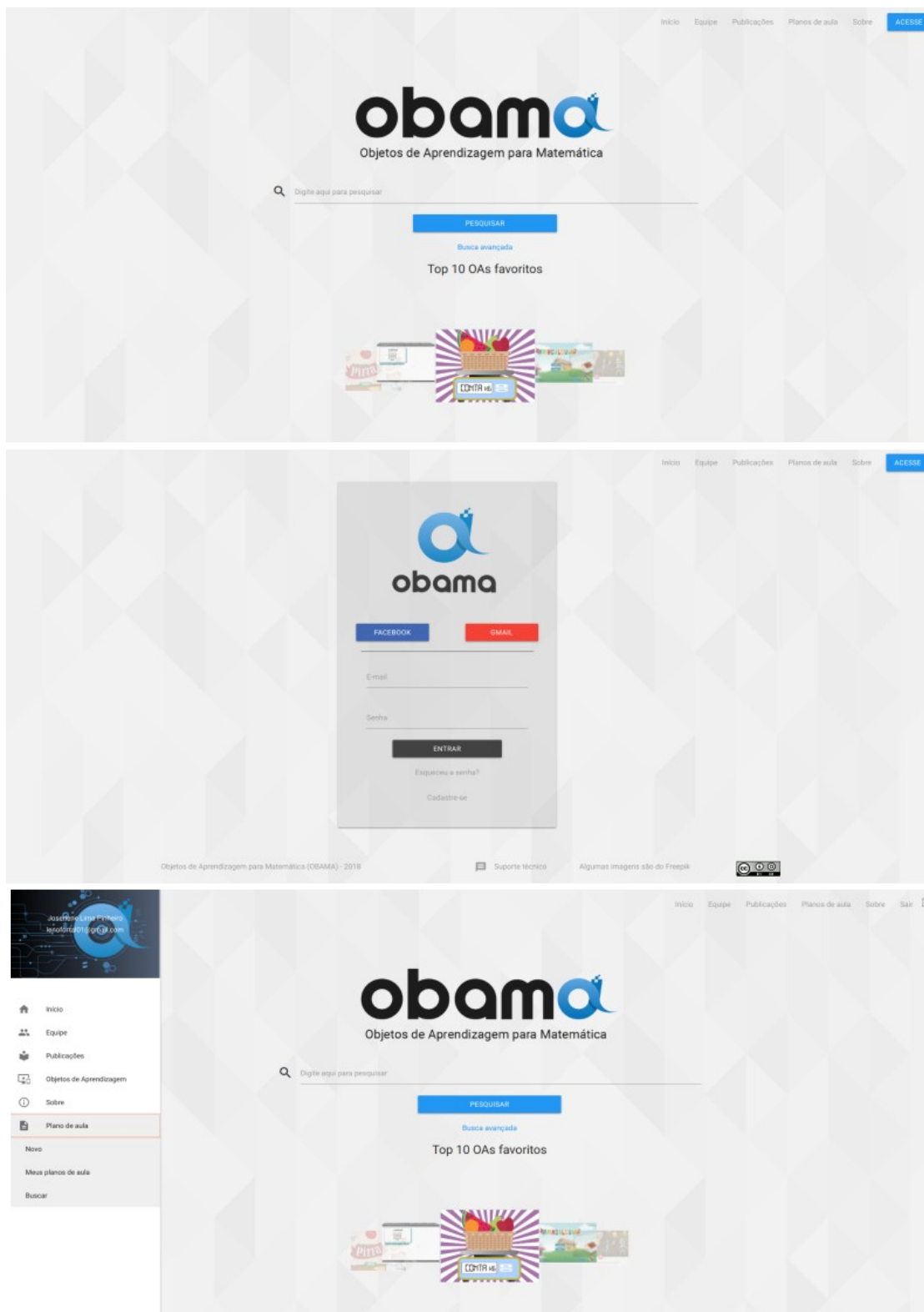
Fonte: (NOVA ESCOLA, 2007)

ANEXO D – OA BILHAR HOLANDÊS





ANEXO E – TELAS DA PLATAFORMA OBAMA



Fonte: <https://obama.imd.ufrn.br/>

obama

Dados do plano de aula

SALVAR RASCUNHO COMPARTILHAR

PASSO 1 PASSO 2 PASSO 3

Qual o nome da instituição a que se destina este plano de aula?*

Escreva uma frase curta que defina sua aula.*

A qual ano do ensino este proposta de aula melhor se aplica?*

2º Ano - ANOS INICIAIS

Quanto tempo (em minutos) você acha necessário para a aplicação deste plano de aula?*

AVANÇAR

Objetos de Aprendizagem para Matemática (OBAMA) - 2019

Supporte técnico Algumas imagens são do Freepik

obama

Dados do plano de aula

SALVAR RASCUNHO COMPARTILHAR

PASSO 1 PASSO 2 PASSO 3

Font Size Color B I U G

ONLINE (1)

Josefene Lima Pinheiro

obama

Dados do plano de aula

SALVAR RASCUNHO COMPARTILHAR

PASSO 1 PASSO 2 PASSO 3

Qual o nome do OA?

LABIRINTO DA TABUADA (MULTIPLICAÇÃO)

MATEMÁTICA CALCULADORA

MATEMÁTICA CARRO

MATEMÁTICA FOGUETE

MATEMÁTICA NATAÇÃO

MATEMÁTICA SKATE

OA selecionado

Fonte: <https://obama.imd.ufrn.br/>