UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
DOUTORADO EM EDUCAÇÃO

SILVANA HOLANDA DA SILVA

REFLEXÕES COM PROFESSORAS ACERCA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS COMO FUNDAMENTO DE REELABORAÇÃO DA PRÁTICA DOCENTE EM MATEMÁTICA

FORTALEZA- CEARÁ
2018

SILVANA HOLANDA DA SILVA

REFLEXÕES COM PROFESSORAS ACERCA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS COMO FUNDAMENTO DE REELABORAÇÃO DA PRÁTICA DOCENTE EM MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação. Área de Concentração: Formação de Professores.

Orientadora: Prof[a] Dr[a] Marcília Chagas Barreto.

FORTALEZA - CEARÁ

2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Universidade Estadual do Ceará

Sistema de Bibliotecas

Silva, Silvana Holanda da.
Reflexões com profesoras acerca da teoria dos campos conceituais como fundamento da reelaboração da prática docente em Matemática [recurso eletrônico] / Silvana Holanda da Silva. - 2018.
1 CD-ROM: il.; 4 ¾ pol.

CD-ROM contendo o arquivo no formato PDF do trabalho acadêmico com 176 folhas, acondicionado em caixa de DVD Slim (19 x 14 cm x 7 mm).

Tese (doutorado) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Fortaleza, 2018.
Área de concentração: Formação de professores.
Orientação: Prof.ª Ph.D. Marcília Chagas Barreto.

1. Formação continuada. 2. Educação matemática. 3. Estratégias. 4. Campo Conceitual multiplicativo. I. Título.

SILVANA HOLANDA DA SILVA

REFLEXÕES COM PROFESSORAS ACERCA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS COMO FUNDAMENTO DE REELABORAÇÃO DA PRÁTICA DOCENTE EM MATEMÁTICA

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Educação. Área de Concentração: Formação de Professores.

Aprovada em: 23 de fevereiro de 2018.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Marcilia Chagas Barreto (Orientadora)
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Prof. Dr. Dennys Leite Maia
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Paulo Meireles Barguil

Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil
Universidade Federal do Ceará – UFC

Prof. Dra. Maria José Costa dos Santos
Universidade Federal do Ceará – UFC

Juscileide Braga de Castro

Profa. Dra. Juscileide Braga de Castro
Universidade Federal do Ceará – UFC

A todos os docentes que se dedicam à sua profissão e acreditam na força de seu trabalho como poder transformador das pessoas na construção de um mundo mais justo e pacífico.

Aos alunos e alunas que tive o privilégio de ensinar (e aprender) durante essa jornada nos últimos quatro anos.

A meus pais, que sempre me incentivaram a estudar e a lutar por meus ideais.

A meu esposo e companheiro, Marcius, pelo incentivo, apoio e paciência nessa longa caminhada até aqui.

AGRADECIMENTOS

Durante o processo de construção desta tese, tive a felicidade de contar com pessoas colaboraram de modo singular para o êxito deste estudo. Quero agradecê-las imensamente, por, em algum momento, de forma direta ou indireta, ter contribuído com meu aprendizado ou ainda ter me encorajado a chegar até aqui. Agradeço sinceramente a cada um de vocês.

À minha orientadora, Professora Dra. Marcília Chagas Barreto, pela confiança, conselhos, e aprendizados a mim proporcionados. Minha eterna gratidão, respeito e amizade.

Ao professor Dr. José Aires de Castro Filhos, pelos aprendizados, conselhos e experiências proporcionadas durante esta trajetória da minha formação.

Às minhas amigas queridas, Larissa Elfísia, Ana Claudia Gouveia, Flavia Viana e Bárbara Pimenta por terem compartilhado comigo saberes, conselhos e suas amizades durante a realização deste estudo.

Às professoras Jasmim, Rosa, Margarida pela disponibilidade em participar desta pesquisa.

À professora Violeta pela disponibilidade em participar desta pesquisa, pelo exemplo de dedicação à docência e, principalmente, pelo apoio e articulação entre os docentes da escola.

À direção e coordenação da escola, *lócus* deste estudo, por acolher nossa proposta de formação, incentivando as docentes a participarem.

A Secretaria Municipal de Educação por autorizar a investigação empírica e me conceder horário parcial para os estudos do doutorado.

Aos membros do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino – MAES/UECE por me proporcionarem momentos de estudo e colaboração, em especial às bolsistas de iniciação científica: Gleiciane, Hosana e Alice por terem dado suporte nos encontros presenciais na escola *lócus* desta pesquisa.

A Rayssa Oliveira por ter compartilhado comigo os desafios de formar-se, formando-se.

À Coordenação do Projeto OBEDUC/E-MULT pela oportunidade de participar do referido projeto, proporcionando momentos ricos de formação e aprendizagem num processo de colaboração entre pesquisadores, estudantes de pós-graduação, estudantes de graduação e professores da rede pública.

Ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual do Ceará, pelos incentivos, ensinamentos e apoios concedidos.

Aos meus colegas da turma de doutorado (2014) pelo companheirismo e aprendizados compartilhados.

Aos professores da banca de qualificação: Prof. Dr. Antonio de Oliveira Barreto e Profa. Dra, Madeline Gurgel Barreto Maia pelas contribuições na fase inicial deste estudo.

Aos membros da banca examinadora: Prof. Dr. José Aires de Castro Filho, Prof. Dr. Paulo Meireles Barguil, Profª Drª Maria José Costa dos Santos, Prof. Dr. Dennys Leite Maia, pelas contribuições e disponibilidade em contribuir com este estudo.

A todos os meus familiares por acreditarem e confiarem em mim e por entenderem me momentos de isolamento necessários nesse período de realização desta pesquisa.

E principalmente agradeço a Deus, por ter me proporcionado conhecer todas essas pessoas que foram “luz” e “força” no meu caminho.

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo principal analisar as possíveis contribuições que um processo formativo, com viés reflexivo, ancorado no campo conceitual multiplicativo, agrega à compreensão docente sobre os procedimentos usados por estudantes na elaboração conceitual desse campo. Para alcançar esse propósito investigativo utilizamos os pressupostos teóricos de Geràrd Vergnaud no que concerne à teoria dos campos conceituais e as estruturas multiplicativas (1986), (1990), (1994), (1998), (1999), (2009) e (2012) e na ação do professor reflexivo ancorado por Pimenta (2014); (2012); Schön (1992); (2000) e Zeichner (1993); (2008); (2011). A partir de um estudo de natureza qualitativa interpretativista, configurado no método pesquisa-ação de Barbier (2007). A ação empírica consistiu em uma formação subsidiada pelos estudos sobre as estruturas multiplicativas com professores do Ensino Fundamental. Para tanto, teve como *lócus* uma escola pública municipal da cidade de Fortaleza. Para a coleta dos dados utilizou-se a observação participante, o diário de itinerância, as filmagens dos encontros formativos, questionários e uma entrevista reflexiva. Foram investigados 04 (quatro) sujeitos que participaram do processo formativo. Os resultados indicaram que a formação mediada pela ação-reflexão possibilitou avanços práticos e teóricos no entendimento da Teoria dos Campos Conceituais. Evidenciou-se a compreensão da diversidade de situações existentes no campo conceitual multiplicativo; os esforços das docentes em compreender os significados presentes nas estratégias de seus alunos como fonte de informações sobre o raciocínio dos estudantes; o processo de refletir a teoria sobre a prática propiciou mudança de percepção das docentes sobre o ensino da multiplicação e divisão. Por outro lado, foram evidenciados: a escolha por situações consideradas mais simples para resolução pelos alunos; o protagonismo docente sobrepondo-se sobre os momentos de aprendizagem dos alunos; lacunas conceituais sobre os elementos da Teoria dos Campos Conceituais. O estudo revelou que a formação continuada para docentes, no modelo ação-reflexão, constitui estratégia metodológica capaz de envolver o professor em seu processo formativo.

Palavras-chave: Formação Continuada. Campo Conceitual Multiplicativo. Estratégias. Educação matemática.

ABSTRACT

The main objective of this research is to analyse the possible contributions that a formative process, with reflexive bias, anchored in the multiplicative conceptual field, adds to the teacher understanding about the procedures used by students in the conceptual elaboration of this field. In order to achieve this investigative purpose we use the theoretical assumptions of *Geràrd Vergnaud* regarding the theory of conceptual fields and multiplicative structures (1986), (1990), (1994), (1998), (1999), (2009) and (2012). In the action of the reflective teacher anchored by (2014); and Santos (2012); Schön (1992); (2000) and Zeichner (1993); (2008); (2011). Starting from a study of qualitative and interpretative nature, configured in the research-action method of Barbier (2007). The empirical action consisted of a training subsidized by the studies on the multiplicative structures with teachers of the Elementary School. To this end, it had as a *locus* a municipal public school in the city of Fortaleza. Participant observation, itinerancy diary, filming of training meetings, questionnaires and a reflective interview were used for data collection. Four (4) subjects who participated in the training process were investigated. The results indicated that the training mediated by action-reflection allowed practical and theoretical advances in the understanding of the Theory of Conceptual Fields. Some data were evidenced during the research. First, the understanding of the diversity of situations in the multiplicative conceptual field. In addition, the efforts of the teachers to understand the meanings in the strategies of the students as a source of information about their own reasoning. Finally, the process of reflecting theory over practice led to a change in the perception of teachers about the teaching of multiplication and division. On the other hand, the following was also evidenced: the choice for situations considered of simpler solutions by students; the teaching prominence overlapping the learning moments of students; conceptual gaps on the elements of Conceptual Field Theory. The study revealed that ongoing training for teachers, in the action-reflection model, constitute a methodological strategy, capable of involving the teacher in his formative process.

Keywords: Teacher training. Multiplicative Conceptual Field. Strategies. Mathematical education

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AIEF	Anos Iniciais do Ensino Fundamental
BDTD	Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
EAD	Educação a Distância
E-MULT	Estruturas Multiplicativas
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MAES	Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino
OBEDUC	Observatório da Educação
PAIC	Programa de Alfabetização da Idade Certa
PAIC MAIS	Programa de Aprendizagem na Idade Certa
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNAIC	Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa
PNE	Planos Nacionais da Educação
PUC	Pontifícia Universidade Católica
RCN	Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil
UECE	Universidade Estadual do Ceara
UESC	Universidade Estadual de Santa Cruz
UFC	Universidade Federal do Ceará
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco
UFAL	Universidade Federal de Alagoas
UNDIME	União dos Dirigentes Municipais de Educação
UNICEF	Fundo das Nações Unidas pela Infância
SEDUC	Secretaria Estadual de Educação
SME	Secretaria Municipal de Educação
TCC	Teoria dos Campos Conceituais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

> *Quanto mais me capacito como profissional, quanto mais sistematizo minhas experiências, quanto mais sistematizo minhas experiências, quanto mais utilizo do patrimônio cultural, que é patrimônio de todos e a qual todos devem servir, mais aumenta minha responsabilidade com os homens.*
>
> *Freire, 2002*

Esta pesquisa insere-se no âmbito do ensino e da aprendizagem de conceitos matemáticos, uma vez que se pretende investigar como docentes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF) se apropriam de elementos do campo conceitual multiplicativo, emergidos após um processo formativo, e os utilizam para analisar procedimentos utilizados por seus alunos na resolução de situações do campo conceitual multiplicativo. A definição da temática desta pesquisa emergiu a partir de minhas experiências no magistério, seja como professora dos AIEF, ao longo de mais de vinte e cinco anos, tanto na rede pública quanto privada; seja ministrando cursos de formação continuada para docentes dessa etapa de ensino ou como professora na formação inicial. Nesse sentido, inevitavelmente, minha trajetória como professora dos AIEF influenciará na construção do campo epistêmico desse trabalho. Nesse aspecto, é possível que nosso olhar como pesquisadora se entrelace com o de professora, numa ação dialética entre teoria e prática, entre sujeito e pesquisa.

Essas experiências possibilitaram-me observar de perto as fragilidades relativas à compreensão de como ensinar Matemática apresentadas por docentes polivalentes. Tais dificuldades são amplamente conhecidas (NACARATO, 2009; SILVA, 2011, BARRETO, 2007) e são advindas tanto de falhas na formação inicial desse profissional como da insuficiência de oportunidades de superação dessas, em formações continuadas.

Quando tratamos especificamente do ensino da Matemática, a convivência com diferentes colegas professores, tem-nos mostrado a complexidade da relação dos docentes com essa disciplina, seja no plano didático, metodológico ou teórico. São reiteradas as queixas e relatos acerca de suas experiências negativas com a aprendizagem e ensino da Matemática, seja oriunda de seus processos formativos ainda como estudantes da escola básica ou como alunos de graduação.

Não obstante, entendemos que a formação inicial recebida por esses profissionais não oportunizou a fundamentação necessária para ensinar os conteúdos matemáticos presentes no currículo escolar, deixando lacunas conceituais, metodológicas e didáticas nesse campo de ensino. Apesar dos esforços, nas últimas décadas, nosso país ainda está distante de oferecer uma qualidade de ensino adequada, entre os fatores que contribuem para essa situação está a formação dos docentes (GATTI, BARRETO, ANDRÉ, 2011).

No cenário brasileiro atual, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), a formação dos professores para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental (AIEF) ocorre nos cursos de Pedagogia, em nível superior e ainda no curso Normal (nível médio) (BRASIL, Lei 9394, art. 1). Essa formação habilita o docente para exercer a polivalência, ou seja, lecionar todas as áreas do conhecimento neste nível de ensino. É provável que essa diversidade de áreas de atuação não seja plenamente contemplada no processo formativo inicial desses profissionais, ocasionando dúvidas que serão levadas para o campo de atuação.

Diante dessas dificuldades, o final do século XX foi marcado por mudanças na legislação educacional. A publicação da LDB, Lei nº 9394/96, possibilitou a formulação de um referencial curricular que viesse a consolidar a Educação Básica como um processo contínuo. Foi elaborado o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil – RCNEI (BRASIL, 1998) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ensino Fundamental e Médio (BRASIL, 1997: 1998). Esses dispositivos legais trouxeram como proposta ao currículo: a quebra da linearidade, introdução de temas transversais e da interdisciplinaridade. Essas orientações suscitaram novos direcionamentos na formação dos professores, trazendo à tona intensas discussões sobre a formação docente (NACARATO, 2000).

Visando atender a essa demanda, "[...] o poder público considera a formação como um processo contínuo de construção de uma prática docente qualificada e de afirmação, de identidade, da profissionalidade e da profissionalização dos professores" (GATTI, BARRETO, ANDRÉ, 2011, p. 49). Nesse mesmo aspecto Nacarato (2005) afirma: "[...] as pesquisas sobre formação de professores vêm apontando a importância da escola e do trabalho coletivo/colaborativo como instâncias de desenvolvimento profissional". (NACARATO, 2005, p. 176)

Concordamos com os autores e consideramos que essa perspectiva de formar o professor no seu campo de trabalho abre espaço para uma abordagem que auxilie o docente a refletir sobre sua própria atuação na prática de ensino.

No contexto escolar, a reflexão sobre a prática tem sido uma ação pouco vivenciada. As obrigações e rotinas diárias na escola não propiciam momentos de reflexão e auto-reflexão por parte dos professores a respeito de suas práticas pedagógicas, as quais possam contribuir para os propósitos e finalidades de seu trabalho. Paradoxalmente, essa situação contrapõe-se a dois aspectos distintos do cenário educacional. Primeiro no campo teórico, já que as ideias sobre professor reflexivo já vêm sendo largamente discutidas e apresentadas nos contextos de formação docente representadas por: Dewey (1933), Schön (1983, 1997), Freire (1973), Zeichner (2008), Pimenta (2012), entre outros. De acordo com Ghedin: "Um processo de reflexão significa um pensar sobre o modo de agir, sobre a ação e também pensar que no próprio momento que se está agindo registrar esta experiência em ação, torná-la significativa no sentido de atribuir sentido ao que fazemos". (GHEDIN, 2012, 31). Do mesmo modo, Schön (2000) alertou para a necessidade de articulação entre teoria e prática, no processo de reflexão-na-ação, com olhar para a epistemologia da prática. Esta se constitui nos saberes que são próprios da profissão docente. Schön (1997) distingue três tipos de reflexão: a reflexão na ação, a reflexão sobre a ação e a reflexão sobre a reflexão na ação. Esse processo auxilia o professor a entender os significados de sua própria ação, auxiliando-o a compreender os problemas e encontrar as soluções e orientar ações futuras.

O segundo aspecto diz respeito ao tempo que os professores dispõem para elaborar e pensar (ou repensar) sobre suas estratégias de ensino. Essa circunstância sempre foi uma queixa recorrente da categoria do magistério. No Brasil, somente em 2008 esse aspecto foi contemplado e oficializado com a Lei nº 11. 738[1] cuja regulamentação tornou obrigatória a dedicação de tempo pedagógico para os professores da Educação Básica em atividades sem seus alunos. A lei preconiza: "Na composição da jornada de trabalho, observar-se-á o limite máximo de 2/3 (dois terços) da carga horária para o desempenho das atividades de interação com os educandos" (BRASIL, 2008, p. 1, artigo 2º, Lei do PISO). Diante dessa determinação, restou ao professor 1/3 (um terço) de sua carga horária de trabalho para dedicar-se a outras

[1] Lei que regulamenta o piso salarial profissional nacional para os profissionais do magistério público da Educação Básica e estabelece o tempo mínimo de um terço da carga horária do professor a atividades sem discente.

atividades laborais que não sejam exclusivamente com alunos, abrindo assim possibilidades de tempo para que o professor reflita sobre sua prática.

Nesse ínterim, as redes públicas de ensino têm buscado cumprir essa determinação legal, destinando um terço da carga horária docente para atividades como: planejamento, participação em formações e tarefas outras inerentes ao cotidiano da ação docente.

Entretanto, ressaltamos que se por um lado a “Lei do Piso” trouxe um avanço no reconhecimento da necessidade de os professores disporem de tempo remunerado para o preparo das aulas, por outro lado, essa garantia trouxe uma fragmentação desse processo, uma vez que, sendo direito individual, a escola não conseguiu estabelecer o momento do encontro coletivo entre os pares. Especificamente no município de Fortaleza, lócus desta pesquisa, a Secretaria Municipal de Educação (SME) garantiu esse tempo para todos os professores lotados nas escolas. Contudo, esse tempo ocorre de modo solitário, pois na maior parte das escolas cada professor planeja sozinho. Diante dessas condições, acreditamos que as escolas não conseguem adotar mecanismos que propiciem aos professores a reflexão sobre sua própria prática de ensino.

Apesar desse contexto, consideramos que refletir sobre a prática, analisando as tarefas realizadas pelos alunos, pode ser uma ferramenta valiosa para o professor reelaborar suas ações de ensino. Nesse sentido, concordamos com Freire (1996) de que é necessário pensarmos sobre a prática para melhor compreendermos o que fazemos e assim prepararmo-nos para uma prática melhor. Tal situação configurou-se como um desafio para ser superado nas formações continuadas, uma vez que esses profissionais já passaram pela formação inicial.

No quadro de nossas experiências com o trabalho com a Matemática, soma-se nosso ingresso na pós-graduação em 2009 na qual tivemos a oportunidade de participar o Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) realizando estudos e pesquisas sobre a formação de professores que ensinam Matemática no Ensino Fundamental. Nesse cenário, construímos a dissertação de mestrado intitulada: Conhecimento de professores polivalentes em geometria: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica (SILVA, 2011). Nesse estudo, realizamos um levantamento das formações continuadas oferecidas aos professores dos AIEF no município de Fortaleza no período de 2001 e 2010.

Constatamos que as iniciativas de formação continuada dos professores lotados na Secretaria Municipal de Educação, nesse período têm partido do Governo Federal através do Ministério de Educação (dois cursos) e do Governo do Estado do Ceará (um curso). Ao município coube apenas a tarefa de executar tais modelos, seguindo as orientações oferecidas nas propostas. Naquele período, o município de Fortaleza não havia elaborado nenhuma proposta de formação continuada na área de Matemática para o nível de ensino enfocado neste trabalho, apesar de o executivo municipal ter autonomia para fazê-lo, de acordo com suas necessidades.

Naquele período, foram oferecidos os seguintes cursos que incluíam capacitação para a área de Matemática: na alçada do Estado, o Curso de Formação para Professores da Rede Pública de Fortaleza – EAD (2003-2005); de iniciativa federal, ofereceram-se o Pró-Letramento (2008) e o curso de Especialização em Docência nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (2008/2009), incorporando parte das orientações do Gestar I[2].

A primeira formação, Curso de Formação para Professores da Rede Pública de Fortaleza – EAD foi destinada aos professores polivalentes da rede pública de ensino. A formação aconteceu na modalidade a distância através de recursos multimídias, com carga horária de 100 horas, divididas equitativamente para as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, no período de setembro de 2003 a setembro de 2005. Foram inscritos 33.000 docentes em todo o Estado, vinculados à rede pública (municipal e estadual). Os dados relativos ao curso não foram preservados, nem tabulados por nenhuma das instituições comprometidas com o processo, não sendo possível, portanto, saber qual o contingente de aprovados-reprovados, tampouco o número de docentes atendidos, em cada uma das redes.

A segunda formação, Pró-Letramento aconteceu em 2008 com carga horária de 120h/a, das quais 60h/a foram destinadas à disciplina de Matemática. Em Fortaleza, participaram professores que estivessem em exercício nos anos iniciais do Ensino Fundamental das escolas públicas. Especificamente em Matemática, foram inscritos 166 professores no primeiro semestre e 211 no segundo, o que totalizou 377 professores participantes.

Por fim, a terceira formação, Especialização em Docência nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (2008/2009), contemplou todas as áreas dos anos iniciais do Ensino

---

[2] Formação proposta pelo Ministério da Educação destinada a formar todo o contingente de professores polivalentes da rede municipal de Fortaleza tanto em Português como em Matemática. Entretanto, ela não chegou a ser concretizada por decisão da SME.

Fundamental e foi iniciado em maio de 2008, com término em novembro de 2009 após a apresentação de trabalho monográfico. Teve carga horária de 480h/aula na modalidade presencial com apenas duas disciplinas voltadas para o ensino de Matemática: Concepção de Ensino e Conceitos Matemáticos Básicos no Ensino Fundamental (15h/a); Teoria e Prática no Ensino dos Números Racionais e Geometria (60h/a), complementadas pelas Oficinas Pedagógicas (15h/a).

Diante desse quadro de formações, nosso estudo indicou, à época, a escassez de oportunidades para os professores polivalentes avançarem em sua conceituação em Matemática. Essas formações não conseguiram atender a todos os professores lotados nos AIEF, já que as vagas oferecidas foram limitadas a uma quantidade bem inferior ao contingente desse nível de ensino.

Atualmente, a Secretaria de Educação Municipal de Fortaleza tem oferecido duas formações aos docentes dos AIEF, que incluem Matemática: Programa de Alfabetização da Idade Certa – PAIC e Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa – PNAIC. A primeira em parceria com o governo estadual do Ceará e a última em parceria com o Governo Federal.

O PAIC foi criado em 2007 pelo Governo do Estado do Ceará, por meio da SEDUC, em parceria com a UNDIME/CE, UFC, UNICEF[3] e os municípios cearenses. O Programa objetivou a formação de professores lotados nos 1º e 2º anos do Ensino Fundamental, visando exclusivamente a alfabetização em Língua Portuguesa. Em 2012, o Governo do Estado criou o PAIC MAIS, ampliando sua ação para atender aos professores que atuavam até o 5° ano de escolaridade, incluindo então a formação em Matemática, embora se mantenha a ênfase no ensino de Língua Portuguesa.

O PNAIC foi criado, em 2012, pelo Governo Federal, em parceria com Estados e Municípios, objetivando a formação do professor com atuação no 1º a 3º anos do Ensino Fundamental, de modo que se garantisse a plena alfabetização de todas as crianças brasileiras até oito anos. Na concepção do PNAIC, a formação para o trabalho com a Matemática está inclusa, uma vez que o processo de alfabetização inclui a alfabetização matemática.

As formações do PAIC e PNAIC acontecem concomitantemente, nos horários criados a partir da Lei do Piso, quando os professores utilizam parte de 1/3 do tempo contratual para atividades fora da sala de aula.

---

[3] União dos Dirigentes Municipais de Educação, Universidade Federal do Ceará e Fundo das Nações Unidas pela Infância.

Embora o processo de formação continuada dos professores dos AIEF para a Matemática tenha avançado, ao longo dos últimos 5 anos, ainda se percebe a necessidade de que essas iniciativas sejam replicadas, visando, principalmente a habilitar o professor a refletir sobre sua prática, e seus efeitos sobre a aprendizagem de seus alunos.

Para garantir a implantação das políticas de formação e valorização dos professores, os Planos Nacionais da Educação – PNE (2001-2010) e o PNE (2011-2020) – reforçaram a necessidade de aprimorar a formação dos docentes, tanto em formação inicial, quanto continuada. Nesse aspecto, os Planos contemplam:

> A implementação de políticas públicas de formação inicial e continuada dos profissionais da educação é uma condição e um meio para o avanço científico e tecnológico em nossa sociedade e, portanto, para o desenvolvimento do País, uma vez que a produção do conhecimento e a criação de novas tecnologias dependem do nível e da qualidade da formação das pessoas (BRASIL, PNE, 2001, p. 76).

No PNE 2011-2020, percebem-se avanços, ao enfatizar cursos a serem oferecidos aos professores, prevendo inclusive as condições de horários para que os professores possam realizá-los:

> A formação continuada por meio dos cursos de atualização/ treinamento oferecidos em horários de serviço, permite que o professor se atualize e esteja permanentemente fazendo a ligação entre teoria e prática, fundamental para o bom desempenho em sala de aula. (BRASIL, PNE, 2011, p. 94, 95).

A partir dessas orientações nacionais, foram surgindo vários modelos de formação, ancorados em diversos pressupostos metodológicos. Entendemos que o processo de formação continuada não é constituído somente pelos cursos de capacitação, mas também pelo que é vivenciado na prática de ensino. O professor necessita aprender muito do que ele deve ensinar, muitas vezes com os próprios alunos, com os livros didáticos, com colegas de trabalho, ou seja, os professores estão em constante busca de aprender, a partir de suas próprias experiências.

Sabemos que tais possibilidades não são simples de serem construídas, no contexto escolar, principalmente quando o assunto é discutir sobre a reflexão da ação no ensino da Matemática. Muitos dos que lecionam essa disciplinas nos AIEF vivenciaram, como alunos do Educação Básica, uma matemática carregada de formalismos dos conceitos, preocupação com o treino excessivo e repetição de procedimentos. Mesmo sem se darem conta, os professores repetem as mesmas práticas que estão na origem de sua aversão e insegurança ao ensinar os conteúdos matemáticos.

Nesse sentido, Lorenzato (2006, p. 3) afirma que: “[...] ninguém consegue ensinar o que não sabe, decorre que ninguém aprende com aquele que dá aulas sobre o que não conhece”. Portanto, se o docente tem dificuldade em assuntos que ele deverá ensinar, acreditamos que a formação continuada pode auxiliá-lo a superar tais obstáculos.

É inegável que as lacunas deixadas na formação dos professores, em relação aos conteúdos de Matemática, refletem em suas escolhas de ensino. Em suas práticas eles recorrem, na maioria das vezes, ao livro didático como o grande suporte de conhecimentos. Entretanto, essa ação não garante o domínio pleno dos conteúdos, tampouco abre possibilidades para a criação de metodologias e uso de representações diversificadas, adequadas às necessidades dos estudantes, indispensáveis à superação das dúvidas existentes no conjunto dos estudantes (SILVA, 2011).

A formação inicial do professor dos AIEF deveria oferecer o suporte necessário para dominar os conhecimentos, tanto da disciplina de Matemática como das outras disciplinas que integram o currículo dos anos iniciais. Entretanto, esses profissionais apresentam fragilidades oriundas desse processo formativo, que na prática refletem nas escolhas pedagógicas para trabalhar com essa disciplina (BARRETO, 2007).

As alegações acima foram constatadas nas pesquisas voltadas, para a realidade de Fortaleza, nos estudos de Sousa (2009), Silva (2011), e Pimenta (2014) as quais realizaram formações continuadas com docentes dos AIEF. Os três estudos comprovaram que esses professores apresentaram sérias lacunas, no que tange ao domínio dos conteúdos matemáticos. No estudo de Sousa (2011), verificaram-se as dificuldades das professoras relativas ao domínio conceitual do sistema de numeração decimal e das operações numéricas. A pesquisa de Silva (2011) apontou a falta de compreensão conceitual de conteúdos geométricos presentes no currículo do 1º e 2º ciclo de escolaridade, por parte das docentes investigadas. O trabalho de Pimenta (2012) constatou que as professoras enfatizam em seus planejamentos atividades nas quais é exigido o treino de regras e dos procedimentos algorítmicos, essas atividades, segundo as participantes da pesquisa, são “mais fáceis de planejar” e, portanto, exigem menos conhecimento.

Dessa maneira, compreendemos que as lacunas conceituais, compreensões equivocadas e metodologias impróprias emergem como um cenário profícuo para intervenções formativas. Com efeito, diante das lacunas de formação que subsistem do processo de formação inicial e das dificuldades enfrentadas na prática de sala de aula, no trabalho com a Matemática, ao professor resta aprender em seu *lócus* de trabalho e em formações continuadas que lhes sejam oportunizadas. Por outro lado, verificamos, que, na rotina diária, no cumprimento de deveres imediatos, mergulhado no processo burocrático da escola, raramente os docentes conseguem refletir sobre sua própria prática.

Em vista desses fatos, acreditamos que, mediante nossas constatações experienciais, o professor consolida seus conhecimentos na prática diária de sua profissão, num exercício contínuo de reflexão. “As transformações das práticas docentes só se efetivam na medida em que o professor amplia sua consciência sobre a própria prática”. (PIMENTA, 2000, p. 23).

Em outro contexto, pesquisadores franceses, diante do complexo quadro de falhas na educação matemática, que também caracterizava aquela sociedade, realizaram pesquisas com o objetivo de elaborar conceitos e teorias compatíveis com a especificidade do saber escolar matemático (PAIS, 2006).

Nesse sentido, Pais (2006) realizou um mapeamento no qual apresentou as principais tendências conhecidas da “Didática Francesa”. Em relação à prática docente, Pais (2006) evidenciou os seguintes pesquisadores franceses e suas respectivas teorias de investigação: Transposição Didática – *Chevallard* (1991); Obstáculos epistemológicos e didáticos – *Bachelard* (1938); Teoria das Situações Didáticas -*Brousseau* (1998); Teoria dos Registro de Representação Semiótica D*uval* (1995); Engenharia Didática-*Artigue* (1996) e a Teoria do Campos Conceituais elaborada por *Geràrd Vergnaud* (1981).

Neste estudo, optamos por tomar como aporte a Teoria dos Campos Conceituais, uma vez que ela propicia aprofundamento na discussão das operações matemáticas, as quais ocupam um amplo espaço no tempo curricular, durante os AIEF. Ao iniciar seus estudos de elaboração da Teoria, *Vergnaud* (1981) apontou uma crise no ensino da Matemática na França cujas causas estavam associadas à preparação insuficiente dos professores e à falta de continuidade na reflexão e experimentação que deveriam acompanhar as formações propostas aos docentes. Tal situação guarda semelhança com a realidade escolar brasileira, ainda na segunda década do século XXI. *Vergnaud* (1981) propôs como solução para esse quadro, rever a formação dos professores e as pesquisas de ensino.

Em seus estudos, Vergnaud (1991) considera que os conceitos matemáticos são organizados em campos conceituais, isto é, cada conceito se relaciona com uma variedade de conceitos que lhe dão sentido. Dessa forma, no âmbito da Aritmética, aprofundou a análise de dois campos conceituais: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas. É sobre este último que o presente estudo centrará sua atenção. Tal escolha deve-se ao fato de tratar-se de um conjunto de conceitos com incidência significativa no currículo escolar. Esse campo requer o uso de regras operatórias que envolvem a multiplicação e divisão ou a combinação de ambas. Fazem ainda parte deste campo conceitos como: fração, razão, proporção, porcentagem (SPINILLO, LAUTERT, 2006).

Desse modo, a presente proposta de pesquisa está voltada para formação continuada de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (AIEF) para ensinar os conceitos que compõem o campo multiplicativo. Destacamos que a opção pela formação dos professores dos AIEF, além de nossa vinculação profissional com esse nível de ensino, deve-se ainda ao fato de ser nessa etapa de ensino em que se dá a introdução aos conceitos pertencentes ao campo conceitual multiplicativo, considerado basilar para a construção de importantes conceitos matemáticos.

Importa registrar que este estudo é continuidade de uma pesquisa maior no âmbito do Observatório da Capes – OBEDUC, edital nº 15727/2012, proposto para ser realizado em rede, envolvendo instituições de três estados da Região Nordeste: Bahia, Ceará e Pernambuco. Desse modo integraram esse estudo as universidades: (UFC, UECE, UESC, UFPE, UPE e UFRPE)[4]. Ancorados nessa proposta investigativa é que guiamos nossos passos e construímos nosso próprio caminhar. Desse modo, optamos por focalizar nosso objeto de investigação na compreensão dos docentes sobre a TCC através de suas percepções dos procedimentos que seus alunos utilizaram para resolver problemas do campo multiplicativo.

Para tanto, almejamos responder à seguinte questão de pesquisa: Como docentes dos Anos Iniciais do Ensino do Ensino Fundamental (AIEF) se apropriam de elementos do campo conceitual multiplicativo, emergidos no processo formativo, e os aplicam para analisar as estratégias utilizadas por seus alunos, durante a resolução de situações problemas do campo multiplicativo?

A esse respeito, Gitirana *et al* (2014, p. 20) ressaltam: “É importante que o professor saiba diagnosticar as relações matemáticas que correspondem a cada uma das estratégias utilizadas pelo aluno”. Foi nessa perspectiva que encaminhamos esta pesquisa, pois corroboramos com o pressuposto de Gitirana *et al* (2014) de que esse conhecimento por

[4] Universidade Estadual de Santa Cruz .Universidade Federal do Ceará, Universidade Federal de Pernambuco, Universidade de Pernambuco e Universidade Rural Federal de Pernambuco.

parte dos professores pode auxiliá-los na elaboração de situações-problemas que ajudem os alunos a expandir seus conhecimentos e avançar no processo de aprendizagem.

Diante dessas ponderações, definiu-se como objetivo geral desta pesquisa:

Analisar as contribuições de processo formativo continuado, com viés reflexivo, para a compreensão de professores acerca do campo conceitual multiplicativo e da percepção dos procedimentos usados por seus estudantes na elaboração conceitual desse campo.

A partir desse propósito, foram pautados os seguintes objetivos específicos:

1) Identificar, através da reflexão docente sobre as experiências formativas com a Matemática, a relação dos saberes adquiridos com a prática de ensino dessa disciplina;

2) Investigar as contribuições de formação continuada sobre o campo conceitual multiplicativo para professoras dos AIEF visando a reelaboração de suas práticas;

3) Analisar a compreensão das docentes sobre os procedimentos utilizados por seus alunos na resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo.

Dessa maneira, para atender a esses objetivos elencados, fizemos a opção por utilizar neste estudo, a pesquisa-ação como método ancorado nos pressupostos de Barbier (2007), pois concordamos com suas posições em relação à utilização da pesquisa-ação como método de investigação. Para tanto, adotaremos "a abordagem em espiral", característica essencial do método de pesquisa-ação proposto pelo autor. Esse tipo de pesquisa implica: "[...] um efeito recursivo em função de uma reflexão permanente sobre a ação" (BARBIER , 2007, p. 117).

Nessas condições, selecionamos quatro professoras dos AIEF de uma escola pública municipal de Fortaleza para a concretização dessa pesquisa.

Diante do exposto, estruturamos a tese em sete capítulos. O primeiro é constituído por esta introdução, na qual apresentamos o problema de investigação, a delimitação teórica, o método de investigação assim como os objetivos da tese.

No segundo capítulo, Saídas e retornos à caverna: construindo o estado da questão, realizamos um levantamento sobre as pesquisas relacionadas à nossa temática de investigação. Para tanto, iniciamos com uma analogia à alegoria da caverna de Sócrates no intuito de instigarmos a busca por conhecimentos para além daqueles que já dominamos.

No terceiro capítulo, A teoria dos campos conceituais e as estruturas multiplicativas, realizamos um estudo sobre os pressupostos da Teoria dos Campos Conceituais especificando aspectos do campo que nos propusemos a analisar. Destacamos os principais aspectos elencados por *Geràrd Vergnaud* além das contribuições de pesquisadores brasileiros que têm contribuído para o avanço da teoria.

No quarto capítulo, Percurso metodológico da pesquisa, discutimos o paradigma e o método de pesquisa-ação proposto por Barbier (2007), sempre considerando a perspectiva de reflexão, necessária nesse tipo de pesquisa. Definimos o lócus, os sujeitos e os instrumentos utilizados na pesquisa de campo.

Para o quinto capítulo, Olhar reflexivo sobre a formação de professores, discutimos diferentes perspectivas acerca do termo professor reflexivo, na visão de teóricos que se debruçaram sobre essa temática. Apresentamos ainda um panorama das impressões que as docentes investigadas nesta pesquisa tiveram de uma formação anterior a que propusemos em nosso estudo, assim como uma reflexão das docentes sobre a relação delas com a Matemática.

O capítulo sexto, O reencontro das docentes com a teoria dos campos conceituais, é composto pela análise do processo formativo realizado com as quatro professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sujeitos desta pesquisa, sobre o Campo Conceitual Multiplicativo. Essa formação foi estruturada em três momentos, nos quais a reflexão foi uma marca constante: reflexão e planejamento; aplicação de atividades planejadas com os alunos; reflexão da atividade realizada.

No sétimo capítulo, Reflexões das professoras sobre as proposições das situações do campo multiplicativo e a resolução dos alunos, apresentamos a percepção das professoras, sujeitos desta pesquisa, acerca da resolução de situações-problemas do campo multiplicativo realizadas por seus alunos, em suas respectivas salas de aula.

Por fim, nas Considerações Finais, analisamos a apreensão da Teoria dos Campos Conceituais por parte das professoras participantes do processo formativo, seus avanços e limitações. Consideramos ainda os obstáculos vivenciados durante tal processo ressaltando a importância da reflexão sobre a prática docente para efetivamente aproximar as formações continuadas da prática docente em sala de aula.

2 SAÍDAS E RETORNOS À CAVERNA: CONSTRUINDO O ESTADO DA QUESTÃO

Só sei que nada sei, e o fato de saber isso,
me coloca em vantagem sobre aqueles
que acham que sabem alguma coisa.

2.1 ALEGORIA[5] DA CAVERNA

Iniciar as incursões sobre nossa temática de investigação nos causa hesitação e dúvidas sobre qual caminho trilhar sem nos perder no imenso labirinto de opções teóricas que encontramos à nossa disposição. Tomemos inicialmente o paradoxo das palavras de Sócrates apresentadas na epígrafe acima: “Só sei que nada sei, e o fato de saber isso, me coloca em vantagem sobre aqueles que acham que sabem alguma coisa”. Não saber por onde começar pode parecer, à primeira vista, que nos encontramos perdidos ou sem projeto definido. Entretanto, vejo como uma oportunidade de revisar trabalhos anteriores a este, cuja temática se aproxima de nossa intenção investigativa, e, dessa forma, ir clarificando nossas ideias.

Tal fato nos obriga a explorar o assunto, formulando e reformulando pressupostos iniciais de investigação. Apoiamo-nos ainda em Freire (1996. p. 53), quando afirma: “[...] inacabado, sei que sou um ser condicionado, mas consciente do inacabamento, sei que posso ir além dele”. Foi nessa forma de pensar que fomos avançando na construção de nossa pesquisa, sabendo que a cada apropriação de ideias, podíamos refletir sobre nossas escolhas, ora agregando novas concepções, ora abandonando antigos posicionamentos e avançando rumo às novas descobertas. Assim como afirma Guedin (2009, p.31): “O profissional que trabalha com o ensino não pode jamais abrir mão da reflexão, enquanto processo que pensa o próprio pensamento, portanto, uma tomada de consciência de si mesmo”.

Da mesma forma nos vem à mente o trecho da canção “Sampa” de Caetano Veloso: “[...] é que a mente apavora o que ainda não é mesmo velho [...]”. Ocorre às vezes ficarmos aprisionados às ideias que já temos consolidadas e considerá-las como verdades inquestionáveis. Tal postura chega a impedir que vejamos com clareza outras concepções que podem contribuir para ampliação de nossos conhecimentos.

---

[5] Alegoria: “[...] um engendramento de uma significação figurada, densa em relações, mas com características básicas de uma metáfora continuada ou de uma cadeia de metáforas”. (MACHADO, 2012, p.25)

Retornando à analogia da Alegoria da caverna de Platão[6], friso o significado dessa escolha. A palavra "alegoria" vem do Grego *allegoria*, "linguagem figurativa, descrição de um objeto com a imagem de outro", literalmente "ato de falar sobre outra coisa", de *allos*, "outro, diferente", mais *agoreuein*, "falar em público, falar abertamente", de *agora*, "reunião, assembleia".[7]

Isto posto, esclarecemos que, tal como um dos cativos, propositalmente liberto, fomos ao encontro da luz fora da caverna. Necessitamos sair das sombras impostas pelas ideias preconcebidas e descobrir novas visões acerca de nosso objeto de estudo. O conhecimento de outras concepções, contextos, metodologias, referências possibilitaram-nos enxergar nosso objeto de pesquisa de forma ampla e clara. Só então pudemos retornar à caverna e divulgar as descobertas.

Esclarecendo melhor essa analogia, o que tentamos explanar é que, na busca inicial de delimitar o objeto de pesquisa, não pudemos fazê-lo sem antes explorar os caminhos e trajetórias já trilhados por outros pesquisadores, para que, dessa forma, vislumbrássemos nitidamente as convicções, antes embaçadas, pela ausência de claridade. Somente dessa forma, pudemos compreender como construir nosso próprio caminhar. Sem correr o risco de repetirmos percursos já feitos por "exploradores" ou retornar para a "caverna" com percepções distorcidas do real, sem conseguir apresentar algo útil e confiável para aqueles que ainda se encontram lá. Assim como Descartes (2001), em seu discurso sobre o método, devemos estudar a nós mesmos e aplicar todas as forças para escolhermos os caminhos que devemos seguir.

Tais indefinições nos fizeram indagar sobre quais caminhos desejávamos trilhar, e para tanto, precisávamos compreender nosso objeto de investigação, entendê-lo com profundidade e estabelecer as relações possíveis entre esse objeto e nossa trajetória profissional, como afirmam Nóbrega-Terrien e Terrien (2010, p. 34):

> [...] deve-se levar em consideração a necessidade de desvelar que por trás do palco e da cena identificada como problema de pesquisa existe na trajetória de vida do estudante/pesquisador um sem número de ensaios, de erros e acertos, de encontros e perdas que envolvem diretamente sua subjetividade/objetividade.

---

[6] PLATÃO. O mito da caverna. A República" de Platão. 6° ed. Ed. Atena, 1956, p. 287-291. Disponível em http://livrosparatodos.net/livros-downloads/o-mito-da- caverna.html

[7] Disponível em http://origemdapalavra.com.br/site/palavras/alegoria/ (acesso em 15/08/2015).

Diante dessas inquietações, imergimos nos portais de busca acadêmica, na tentativa de encontrar trabalhos produzidos que nos ajudassem a clarificar a questão norteadora do nosso estudo investigativo.

2.2 EM BUSCA DA LUZ, SAINDO DA CAVERNA

Esses foram os primeiros passos em busca de conhecer e delimitar o objeto de investigação. Assim fazendo, foi preciso sair da comodidade de nossa “Caverna”, ir além das imagens e personagens cujas sombras estamos acostumadas a ver e ouvir. Tal ação nos remeteu à necessidade de entender como o tema encontrava-se configurado no âmbito maior das pesquisas realizadas por outros autores que o abordaram. Assim, saindo de nossa zona de conforto, ou seja, de nossa “Caverna”, partimos em busca de encontrar como outros pesquisadores analisaram a temática de investigação semelhante à que propúnhamos.

Nestas condições, iniciamos levantamento bibliográfico a fim de nos aproximar da temática e construindo nosso estado da questão. “Trata-se do momento por excelência que resulta na definição do objeto específico da investigação, dos objetivos da pesquisa, em suma, da delimitação do problema específico de pesquisa”. (NÓBREGA-TERRIEN, TERRIEN, 2011, p. 34)

Foi na busca de realizar essa delimitação, que fomos desvelando nosso objeto de investigação, conhecendo o caminho já trilhado por outros pesquisadores, e clarificando nosso próprio caminhar. Para tanto, consultamos os portais de pesquisas, disponíveis para consulta. Iniciamos pelo Portal CAPES[8], na busca de encontrar as dissertações e teses desenvolvidas, entretanto, esse repositório só disponibilizava trabalhos publicados a partir de 2011. Foi consultado assim o período 2011 a 2017. Por esta razão, ampliamos a busca temporal em outro repositório: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD)[9] para o período de 2004 a 2017. Finalizamos a consulta procurando artigos publicados em Periódicos usando o portal de Periódicos da Capes, focando o período de 2004 a 2017.

Nessas condições, selecionamos como descritor central de nossa busca, em todos os portais pesquisados, o termo: “Teoria dos campos conceituais”. Tal escolha justifica-se por essa expressão ser a âncora de nossa pesquisa, configurando-se como o referencial teórico

8 http://www.capes.gov.br/servicos/banco-de-teses.
9 Disponível em http://bdtd.ibict.br

basilar de nossa investigação. Ele foi o norteador de nosso objeto de investigação, o qual se encontra no âmbito da Educação Matemática.

Na consulta, encontramos 78 (setenta e oito) trabalhos relacionados ao descritor, dentre os quais, 47 (quarenta e sete) dissertações (mestrado acadêmico), 14 (quatorze) dissertações (mestrado profissional) e 17 (dezessete) teses de doutorado. Realizamos refinamento em nossa busca, agregando os descritores: formação de professores dos anos iniciais; campo conceitual multiplicativo. Nesta segunda análise, os trabalhos cujas investigações pautaram-se em áreas de conhecimento diferentes da Matemática foram eliminados.

Para esse primeiro recorte, analisamos os títulos, e num segundo refinamento, verificamos os resumos. Quando essas duas estratégias não nos permitiram ver o foco de investigação, averiguamos o trabalho completo. Ao final, restaram trinta e cinco (35) pesquisas que utilizaram a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) no ensino da Matemática.

Nessa etapa de levantamento, refinamos a busca para aqueles estudos que tinham como foco principal de investigação, problemas ou indagações relativas à formação de professores dos AIEF para o ensino da Matemática subsidiada pela TCC e as estruturas multiplicativas.

Feito isto, os resultados revelaram 3 (três) categorias recorrentes nos estudos realizados, quais sejam: Formação de Professores, Conhecimento do professores e Estratégias de Aprendizagem. Salientamos que quantificamos os estudos que tiveram foco nos AIEF. O quadro a seguir apresenta o resultado desse levantamento.

Quadro 1 – Teses e Dissertações sobre TCC encontradas BDTD (2004 a 2017) e portal da Capes (2011 a 2017)

Eixo temático	Quantidade	Foco nos AIEF e Estruturas Multiplicativas
1. Formação de professores	8	7
2. Conhecimento dos professores	6	6
3. Estratégias de Aprendizagem	20	3
TOTAL	34	16

Fonte: Elaborado pela autora

De acordo com as informações apresentadas no Quadro 1, encontramos oito (8) trabalhos que abordaram a formação de professores subsidiada pela TCC, todos com foco nos AIEF, mas somente sete voltados para as estruturas multiplicativas. Para a segunda categoria (conhecimento de professores), foram encontrados 6 (seis) trabalhos que se encaixavam no nosso perfil de busca. Para a terceira categoria encontrada (estratégias de aprendizagem) o quantitativo de trabalhos mostrou-se significativamente superior aos dois eixos anteriores, 20 (vinte) estudos voltados especificamente para análise empírica cujos sujeitos são os alunos. Apesar de ser o eixo com mais trabalhos encontrados, apenas três (3) deles estavam voltados para os AIEF. Não analisaremos tais trabalhos, tendo em vista que nosso foco de estudo se concentra na formação dos professores.

De modo geral, identificamos nessa "saída da caverna" grande incidência de trabalhos voltados para as estratégias de aprendizagem. Apesar do crescente número de pesquisas no âmbito da Educação Matemática, utilizando a TCC, em sua grande parte, enfatizaram as estratégias de aprendizagem dos alunos, investindo pouco nos estudos sobre a formação do professor e sobre a prática docente. Essa lacuna de investigações no campo da formação de professores dos anos iniciais utilizando a TCC reforça a relevância de nosso trabalho, cuja investigação pode auxiliar a compreender como os professores podem ampliar seus conhecimentos no que diz respeito ao campo multiplicativo.

Dessa maneira, na busca de compreender o tratamento dado pelas pesquisas a esse nível de ensino, tendo a Teoria dos Campos Conceituais como pressuposto teórico, e ainda refletir sobre em que aspectos nossa pesquisa se diferenciará dos trabalhos já realizados sobre a temática, selecionamos os trabalhos que se aproximaram de nossos critérios de busca no quadro a seguir.

Quadro 2 - Dissertações e Teses do eixo temático formação de professores (Continua)

Eixo temático	Títulos	Instituição	Ano	Nível	Autor
Formação de professores	Permanência de elementos da formação continuada acerca da teoria dos campos conceituais na prática de professora que ensina matemática	UECE	2017	Mestrado	OLIVEIRA, Rayssa Melo de
	Competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do ensino fundamental sobre as situações multiplicativas de isomorfismo de medidas	UECE	2016	Mestrado	CASTRO, Eliziane Rocha
	Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais	UFC	2016	Doutorado	MAIA, Dennys L.
	A formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais e as estruturas multiplicativas	UESC	2016	Mestrado	LIMA, Deborah C.

(Conclusão)

	Processos de formação colaborativa em foco no campo conceitual multiplicativo: um caminho possível com professoras polivalente	PUC/SP	2012	Doutorado	SANTOS, Aparecido dos
	As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais: um estudo de caso	PUC/SP	2012	Doutorado	MERLINI, Vera Lucia
	A (Re) Construção do conceito de dividir na formação dos professores: o uso do jogo como recurso metodológico	UFAL	2008	Mestrado	VASCONCELOS, Cheila Francett Bezerra Silva de

Fonte: Elaborado pela autora

O trabalho de Oliveira (2017) investigou a permanência de elementos de um processo formativo, acerca das estruturas multiplicativas, parte da Teoria dos Campos Conceituais, na prática de uma professora que ensina Matemática no 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de Fortaleza. Dessa maneira, os dados foram coletados após o término da referida formação. Para efetivar a pesquisa, a autora utilizou os seguintes instrumentos de coleta: a observação participante, o diário de bordo, a análise documental e as sessões reflexivas.

Oliveira verificou que houve avanços na prática da professora em relação a presença de elementos da TCC, verificando a proposição da diversidade de situações e a valorização, por parte da docente, das estratégias próprias de seus alunos. Por outro lado, observou lacunas conceituais presentes, tais como a ênfase nas situações de Proporção Simples; a ausência da utilização do diagrama vergnaudiano e a ênfase no trabalho individual dos estudantes. Por fim, Oliveira (2017) recomenda que as futuras formações continuadas de professores proponham o aprofundamento de conceitos, alinhando os papeis dos estudantes e professores na construção da aprendizagem.

O trabalho de Castro (2016) teve como objetivo analisar as competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do Ensino Fundamental sobre as situações multiplicativas de Isomorfismo de Medidas tendo como suporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais de *Geràrd Vergnaud.*

Para a efetivação desse propósito foi realizado um estudo de caso com duas professoras do 5º ano de Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública do Município de São Luís/MA. Castro (2016) realizou a coleta dos dados através de análise documental, observação participante das professoras e sessões reflexivas.

Os resultados desse estudo indicaram que os alunos são orientados a substituir seus esquemas próprios pelos algoritmos convencionais das operações. Por outro lado, as professoras demonstraram, durante as sessões reflexivas, interesse em compreender a TCC relacionando-a com suas práticas.

A pesquisa de Maia (2016) teve como objetivo analisar as contribuições de uma formação colaborativa, apoiada em tecnologias digitais, sobre a construção conceitual e pedagógica acerca de estruturas multiplicativas. O estudo teve como suporte teórico os fundamentos da TCC e o campo multiplicativo e os elementos da aprendizagem colaborativa. Para tanto, realizou uma pesquisa qualitativa ancorada no método de Pesquisa Colaborativa.

Os sujeitos de sua investigação foram três professoras-coordenadoras do Projeto Observatório da Educação (OBEDUC) no Ceará e os dados foram coletados durante uma formação colaborativa com suporte de tecnologias digitais realizada no âmbito desse projeto. A coleta dos dados foi realizada nas três etapas que compõem a pesquisa colaborativa: cossituação, cooperação e coprodução. Na primeira, foram feitas entrevistas virtuais preliminares e aplicado instrumento para registro de atividades planejadas e desenvolvidas pelos professores em sala de aula; na segunda, interações virtuais através do *facebook, Skype* e *WhatsApp*, em que se discutiam elementos da teoria, elaboravam-se atividades a serem aplicadas em sala de aula, discutiam-se os processos de sua aplicação, além dos conhecimentos tecnológicos para uso pedagógico; a terceira fase foi composta pelos conhecimentos desenvolvidos e pela produção de publicação, em conjunto com as professoras participantes.

Maia (2016) constatou, na fase inicial, que as escolhas das professoras quando propunham situações do campo multiplicativo, concentravam-se em problemas de Proporção Simples, Proporção Múltipla e Produto de Medidas com configuração retangular. Todas demonstraram dificuldades em relação ao ensino da Matemática, especificamente no que tange às estruturas multiplicativas. Nas fases seguintes de construção e reconstrução dos conceitos, realizadas com o suporte das mídias digitais, Maia (2016) promoveu a interação entre as participantes através de discussão compartilhada de proposição e classificação de situações do campo multiplicativo. Desse modo pode averiguar que o suporte das ferramentas virtuais compartilhados entre os participantes foram significativas para o avanço conceitual das concepções das professoras sobre os elementos presentes nesse campo.

Lima (2016), por sua vez, realizou seu estudo tendo em vista compreender e analisar os saberes mobilizados no processo formativo de professores que ensinam

Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As principais referências teóricas foram Geràrd Vergnaud (Teoria dos Campos Conceituais) e Maurice Tardif (Saberes Docentes).

Tal investigação focalizou uma professora polivalente do 5º ano de uma escola municipal localizada na região sul da Bahia. A coleta dos dados foi realizada durante a formação realizada pelo Projeto OBEDUC intitulada: Um estudo sobre o domínio das estruturas multiplicativas no ensino Fundamental. Os instrumentos usados foram observação, na formação e em sala de aula, a entrevista e anotações em diário de campo.

Como resultado de seu estudo, Lima (2016) apontou que, através da análise e reflexão acerca das situações, bem como da exploração do contexto social dos alunos, as professoras puderam desenvolver competências para propor situações que conectem a Matemática com a realidade do aluno. O estudo das estruturas multiplicativas trouxe novas percepções para trabalho das professoras, em sala com os alunos, destacando que o ensino desse conteúdo não está unicamente ancorado na resolução de operações matemáticas.

A pesquisa de Merline (2012) objetivou investigar as contribuições e os limites que um processo formativo, com dimensões colaborativas, proporciona à reflexão na e sobre a prática de uma professora das séries iniciais do Ensino Fundamental, no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo. Para alcançar esse propósito a autora realizou um estudo de caso ancorado nas ideias de Yin (2005) e Pontes (2006). Nessas condições, acompanhou uma professora da 3ª série em três momentos distintos: no processo formativo, na sala de aula e em entrevista semi-estruturada. Os dados foram coletados utilizando observação da participante nos encontros formativos, elaboração e aplicação de atividades relativas ao campo conceitual multiplicativo e entrevistas semi-estruturadas logo após cada encontro de formação.

Para Merlini (2012), os resultados apontaram as contribuições e limitações sob três pontos de vista: didático – a concepção de que a aprendizagem dos estudantes pode ser construída de forma compartilhada. Contudo, as discussões a respeito das situações que contemplaram a operação de divisão foram insuficientes; conceitual – o desenvolvimento da capacidade de categorizar situações segundo os eixos trabalhados do Campo Conceitual Multiplicativo, demonstrando equívocos na elaboração de proposições do campo multiplicativo; cognitivo – proporcionar aos estudantes a compreensão de diferentes situações multiplicativas, porém, observou-se que não foram propostas pela professora todas as situações presentes nas estruturas multiplicativas apresentadas na formação. Segundo Merline (2012), houve avanços na compreensão do campo conceitual multiplicativo por parte da professora, no entanto, afirma que é necessário mais tempo para ampliar os conceitos desse campo.

A pesquisa intervencionista do tipo colaborativa desenvolvida por Santos (2012) buscou compreender as contribuições que um processo formativo, pautado na espiral ação-reflexão-planejamento-ação, pode trazer para a reflexão na e sobre a prática de professoras polivalentes no âmbito do Campo Conceitual Multiplicativo. Os sujeitos desse estudo foram quatorze docentes dos AIEF de uma escola pública da rede estadual de São Paulo.

A coleta de dados foi realizada ao longo de dezesseis encontros, os quais foram divididos em duas etapas. Primeiramente na fase diagnóstica: instrumentos para elaboração de situações, instrumento para prognósticos de acerto/erro, instrumento para classificação das situações. Na fase dos encontros de formação: diário de campo do pesquisador, audiogravação, relatórios de atividades elaboradas e de aplicação dessas, instrumental para segunda elaboração de situações, instrumento de avaliação da formação pelas professoras.

Durante a fase diagnóstica, Santos (2012) identificou as concepções das professoras, em relação ao ensino e aprendizagem do campo conceitual multiplicativo destacando três aspectos: o conceitual, o didático e o cognitivo. No primeiro, constatou a preferência dos docentes para problemas de proporção simples. Na segunda, percebeu a valorização dos procedimentos numéricos em detrimentos dos conceitos. E, por último, verificou pequena variedade de situações e o fato de as docentes subestimarem a capacidade dos alunos em resolver os problemas.

No tocante à fase 2 da pesquisa, o estudo de Santos (2012) indicou que a formação realizada com as professoras contribuiu para sua aprendizagem em quatro dimensões: (a) na relação professor-estudante; (b) na relação professor-professor-pesquisadores/formadores; (c) no confronto entre a teoria e prática; e (d) na reflexão sobre a prática pedagógica.

A pesquisa desenvolvida por Vasconcelos (2008) investigou processo de formação continuada dos professores que atuam na 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental da rede pública estadual, da região metropolitana de Alagoas. O foco foi sobre as situações com ideias de cotição e de repartição, presentes nos problemas de divisão. Como referência teórica foram usados os estudos dos Campos Conceituais das Estruturas Multiplicativas de Gerard Vergnaud, além da construção de conceitos de Vygostky. Como recursos de coleta foram utilizados relatos orais e escritos dos professores sobre a compreensão das ideias de partição e cota presentes nos problemas de divisão.

Vasconcelos (2008) verificou que após as intervenções feitas na formação dos professores foram suficientes para reconstrução do conceito de dividir, por parte dos docentes participantes, os quais tiveram acesso à compreensão dos termos da divisão, e a inter-relação entre os problemas, as ideias de cotição e repartição e sua representação como um dos elementos da resolução de problema subsidiados pelo uso de jogos.

Ressaltamos o fato de que dentre esses sete estudos encontrados, seis foram de pesquisadores que integraram a Rede OBEDUC/E-Mult. Tal constatação nos levar a supor que o referido Projeto trouxe contribuições para a ampliarmos a compreensão do campo conceitual multiplicativo na formação de professores.

Diante do exposto, as pesquisas mencionadas apontaram que existem muitas lacunas na compreensão de conteúdos envolvendo o campo conceitual multiplicativo por parte dos professores. Sem esses esclarecimentos o ensino focalizando somente os algoritmos aparece de modo bastante recorrente na ação docente em sala de aula. Conforme constatamos, as pesquisas que abordam a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental utilizando a TCC como fundamentação voltada para a compreensão do campo conceitual multiplicativo pelos professores ainda são escassas, o que por sua vez, abre espaço para inserção deste estudo como temática relevante de investigação.

Ao pesquisarmos no Portal de Periódicos CAPES, utilizando os mesmos critérios de busca estabelecidos para a pesquisa das dissertações e teses. Assim, buscávamos artigos que contemplassem a formação de professores dos AIEF no campo conceitual multiplicativo. Realizando esse filtro, encontramos os três artigos a seguir.

Quadro 3 - Artigos encontrados no portal de periódicos Capes

Título	Autor (es)	Ano
Estratégias formativas: um elemento potencializador para ressignificação da prática docente	MERLINI, Vera ; SANTOS, Aparecido;Pinto MAGINA, Sandra	2017
O ensino de situações multiplicativas: constatações a partir dos atos de mediação docente	CASTRO, Eliziane Rocha BARRETO, Marcília Chagas BARRETO, Antonio Luiz de Oliveira NASCIMENTO, Francisco Jeovane do	2017
Formulação de Problemas Matemáticos de Estrutura Multiplicativa por Professores do Ensino Fundamental	SPINILLO, Alina Galvão LAUTERT, Sintria Labres BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa SANTOS, Ernani Martins dos SILVA, Juliana Ferreira Gomes da	2017

Fonte: Elaborado pela autora

No primeiro trabalho de Merline, Santos e Magina (2017) os autores realizam uma análise de um processo formativo com 14 docentes, visando identificar a ressignificação e a transformação da prática docente. Os dados apontaram que houve mudanças nas ações dos docentes em três aspectos identificados: gestão da sala de aula de Matemática; conhecimento didático e pedagógico do conteúdo e ressignificação do currículo.

O artigo de Castro *et al* (2017) teve como objetivo analisar os atos de mediação docente no ensino de situações multiplicativas no 5º ano do Ensino Fundamental, tendo como suporte referencial a Teoria dos Campos Conceituais. A pesquisa realizou um estudo de Caso recaindo sobre os atos de mediação de uma docente do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública do município de São Luís, Maranhão. Os resultados indicaram carência do trabalho voltado para os aspectos conceituais das operações de multiplicação e divisão, bem como revelam a proeminência da simbolização em detrimento da conceituação.

O trabalho de Spinillo *et al* (2017) teve como objetivo investigar como professores do Ensino Fundamental conceberam e formularam situações-problema inseridas no campo conceitual das estruturas multiplicativas. Foram analisados Trinta e nove professores do 1º ao 9º ano de escolas públicas e lhes foram solicitados a formular problemas matemáticos que pudessem ser resolvidos por meio de multiplicação e/ou de divisão. Os resultados indicaram que os sujeitos do estudo compreendiam o significado de uma situação multiplicativa e formularam problemas adequados, no entanto, não houve diversidade quanto à elaboração desses problemas. As pesquisadoras concluíram que os professores precisam de oportunidades que os auxiliem a ampliar o repertório de elaboração no âmbito das estruturas multiplicativas. É nesse âmbito, que nossa pesquisa pretendeu aprofundar, oferecendo momentos formativos ao docentes para que ampliem suas percepções sobre o campo multiplicativo e sejam capazes de reelaborar suas ações pedagógicas.

Do mesmo modo que as pesquisas de dissertações e teses foram produtos emergidos a luz das investigações do Projeto OBEDUC/E-Mult, esses artigos foram resultados do referido estudo.

2.3 O QUE DESCOBRIMOS FORA DA “CAVERNA”

Em nossas saídas da “caverna” descobrimos um significativo número de pesquisas abordando a Teoria dos Campos Conceituais. No entanto, a maioria desses trabalhos concentrou seus estudos com foco na aprendizagem dos alunos. Foram raras as incursões que tinham como sujeitos das pesquisas os professores.

Nessas aproximações, notamos que todos os trabalhos indicam lacunas conceituais por parte dos professores em relação ao conhecimento matemático. Dessa maneira, apesar de a Teoria dos Campos Conceituais se constituir como um potencial suporte no auxílio aos docentes, na compreensão de conceitos pertinentes à matemática, urge ainda investir com mais ênfase na sua apropriação por parte dos professores.

Em vista do levantamento bibliográfico realizado nesse Estado da Questão (EQ), foi possível mapear algumas referências constantes nos trabalhos analisados. Portanto, verificamos os construtos teóricos de *Geràrd Vergnaud* (1981, 1990, 1998, 2009, 2011) relacionados à Teoria dos Campos Conceituais com ênfase no campo multiplicativo. Da mesma maneira, identificamos outros pesquisadores brasileiros que se sobressaíram nesse campo de investigação, tais como: Franchi (1995), Nunes e Bryant (1997), Starepravo ((2010) Magina (2011), Santos e Merline (2012), Nunes *et al* (2014), Gitirana et al (2014), Magina, Santos e Merline (2014), Lautert e Spinillo (2006).

No tocante à formação de professores com foco na área de Matemática dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, localizamos os seguintes autores como referências basilares: Nóvoa (1982), Pimenta (1998), Ponte (2002) Nacarato (2009), (2011), Fiorentini e Lorenzato (2006), Lorenzato (2006).

Numa segunda categoria, de nosso interesse, professor reflexivo, constatamos os seguintes autores: Schön (1992), Sacristán (2002), (1993) Pimenta (2002), Ghedin (2002), Pimenta e Ghedin (2005), Zeichneir (2008).

Em decorrência desse levantamento, utilizamos esses autores e outros que contribuíram para o delineamento teórico de nosso propósito investigativo que se encontra no próximo capítulo.

Ressaltamos que nosso estudo representa um marco inicial no que se refere à formação docente na perspectiva do campo conceitual multiplicativo e a análise dos procedimentos utilizados pelos alunos dos AIEF, uma vez que não encontramos nenhum estudo que se contemplasse esse objeto de estudo.

3 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E AS ESTRUTURAS

A matemática é o alfabeto com o qual Deus
escreveu o universo.
Galileu Galilei

Neste capítulo, discutimos os conceitos basilares da Teoria dos Campos Conceituais que foram utilizados na realização desta pesquisa. A teoria foi desenvolvida por *Geràrd Vergnaud*, psicólogo e didata francês, a partir dos anos 1980, com vistas a dar resposta à crise na aprendizagem da Matemática naquele País. Na primeira seção, apresentamos os princípios fundantes dessa teoria, localizando-a na corrente pós-construtivista. Na segunda seção, encontram-se discutidos os aspectos atinentes ao Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas.

3.1 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Para compor a Teoria dos Campos Conceituais (TCC), *Geràrd Vergnaud* inspirou-se nos princípios da psicologia cognitiva pesquisada por *Piaget e Vygotsky*. Embora *Vergnaud* reconheça as contribuições significativas das concepções desenvolvidas por ambos os autores, no entanto, critica o fato de que tanto Piaget quanto Vygotsky não enfatizaram o desenvolvimento do conteúdo específico do conhecimento. Não obstante, afirma que os conceitos desenvolvidos pelos dois pesquisadores não foram capazes de compreender como a criança desenvolve o conceito em Matemática (*Vergnaud, 1994).*

Com efeito, Piaget interessou-se principalmente pela atividade do sujeito no mundo material, a interação sujeito-objeto, restringindo-se ao plano geral do pensamento, destacando que conhecimento é acomodação. *Vergnaud* ampliou essa posição, afirmando que “o sujeito se adapta às situações”, redirecionando o foco piagetiano das estruturas gerais do pensamento, para o estudo do funcionamento cognitivo do"sujeito-em-situação”, tomando como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do domínio do conhecimento (VERGNAUD, 1994).

Vergnaud notabiliza alguns conceitos desenvolvidos por Piaget, principalmente a noção de esquema. Para Piaget, os esquemas são estruturas cognitivas que permitem os sujeitos se organizarem e se adaptarem ao meio. Nessa mesma perspectiva, *Vergnaud* considera os esquemas como a organização invariante do comportamento, e afirma: “É nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos-em-ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória” (VERGNAUD, 1991, p. 134). Essa posição tem grande relevância em sua Teoria como veremos mais adiante.

No que se refere às convicções de *Vygostky, Vergnaud* reitera a grande ênfase às ideias relacionadas à interação da criança com o adulto, como uma atividade essencial para o desenvolvimento dela. Entretanto, *Vergnaud* considera esta concepção insuficiente para entender o plano geral das ações do sujeito em atividade. Por outro lado, reconhece a contribuição de *Vygostky* no que concerne ao papel da linguagem, interação social e da forma simbólica, atribuindo a esses elementos grande importância para o progressivo domínio de um campo conceitual.

Diante dessas ponderações, é primordial que o professor promova mediação entre seus estudantes e o conhecimento sempre levando em consideração a Zona de Desenvolvimento Proximal – ZDP. “Para o professor, a tarefa mais difícil é a de prover oportunidades aos alunos para que desenvolvam seus esquemas na zona de desenvolvimento proximal” (VERGNAUD, 1998, p. 181).

É a partir desses aspectos desenvolvidos por esses dois teóricos que *Vergnaud* buscou compreender a aprendizagem das competências complexas, enfatizando a análise do desenvolvimento especifico de conteúdos, o qual será o cerne da Teoria dos Campos Conceituais (TCC).

Isto posto, *Vergnaud* (1982) argumenta que o conhecimento está organizado em campos conceituais, cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Esses conceitos vão sendo construídos pelos indivíduos, não só na escola como também por meio de situações da vida prática e da resolução de problemas, cujo tratamento envolve conceitos, procedimentos e representações. Nestas condições, um campo conceitual pode ser entendido como:

> [...] um conjunto de situações e um conjunto de conceitos: o conjunto de situações cujo domínio progressivo pede uma variedade de conceitos, de esquemas, e de representações simbólicas em estreita conexão. O conjunto de conceitos que contribuem com o domínio dessas situações. (*VERGNAUD*, 2009, p. 29).

Para esse pesquisador, um Campo Conceitual tem como principal finalidade: "[...] fornecer um quadro que permita compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo por conhecimento, tanto o saber fazer como os saberes expressos" (VERGNAUD, 1991, p. 155).

Sobre esse aspecto, *Vergnaud* (1994) reitera que a aquisição do conhecimento se desenvolve no tempo e na interação adaptativa do indivíduo com as situações que vivencia. "O funcionamento cognitivo do sujeito em situação repousa sobre os conhecimentos anteriormente formados; ao mesmo tempo o sujeito incorpora novos aspectos a esses conhecimentos desenvolvendo competências cada vez mais complexas" (FRANCHI, 1999, p. 157). Essa complexidade no domínio de um campo conceitual exige experiência, maturidade e aprendizagem, sendo um processo progressivo requerendo um longo período de tempo (MOREIRA, 2002).

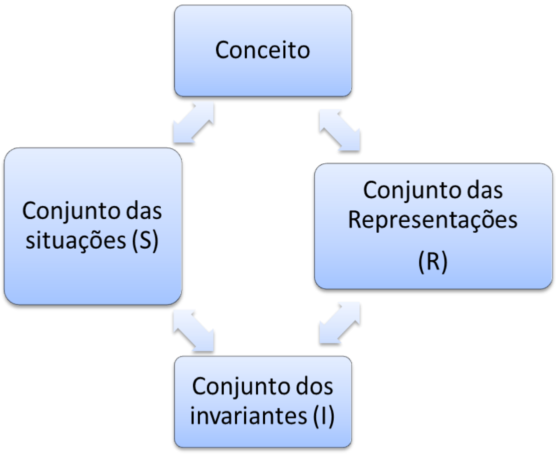
Diante do exposto, o campo conceitual pode ser entendido como um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição (VERGNAUD, 1982).

Em vista dessas ponderações, *Vergnaud* (1996) considera que a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) fornece elementos que podem auxiliar na compreensão das dificuldades dos alunos na sala de aula, obrigando que nos interessemos pelo conteúdo do conhecimento. Por essa razão, precisamos compreender como esses campos conceituais encontram-se descritos segundo as concepções de *Vergnaud.*

A TCC tem como cerne o desenvolvimento cognitivo da conceptualização. Para *Vergnaud* (1991), o conceito não se constrói isoladamente, mas em um campo com outros conceitos, não podendo ser reduzido à sua definição. "É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança". (VERGNAUD, 1990, p. 133). O autor ainda argumenta "Um simples conceito não se desenvolve normalmente isolado, mas em inter-relação com outros conceitos, através de vários tipos de problemas e com a ajuda de várias expressões e simbolismos" (VERGNAUD, p. 2, 1998).

Tais observações levaram *Vergnaud* a concluir que o conceito é o cerne do desenvolvimento cognitivo e a constituição deste depende da inter-relação entre três dimensões: Conjunto de situações (S); Conjunto de invariantes (I); Conjunto de representações simbólicas (R). Dessa forma, temos a tríade que dá sustentação à Teoria dos Campos Conceituais representada no esquema a seguir:

Figura 1 - Constituição do conceito – C = S, I, R



Fonte: Elaborado pela autora, baseado nas ideias de *Vergnaud*.

Cada um desses conjuntos de elementos desempenha um papel relevante na compreensão e desenvolvimento do conceito em Matemática. "Estudar o desenvolvimento e o funcionamento de um conceito, no decurso da aprendizagem ou quando da sua utilização, é necessariamente considerar estes três planos ao mesmo tempo" (VERGNAUD, 1990, p. 166). Considerando esse tripleto de elementos, achamos pertinente esclarecer as definições e características contempladas em cada um desses conjuntos, que juntos compõem o conceito.

Inicialmente, discutiremos os conceitos inerentes ao conjunto de situações. Vergnaud chama a atenção que conceito de situação, por ele utilizado, não é o mesmo de situação didática, mas sim o de tarefa: "[...] toda situação complexa pode ser analisada como uma combinação de tarefas, cuja natureza e dificuldades devem ser bem conhecidas" (VERGNAUD, 1991, p. 140). Dessa maneira, compreendemos que são as situações com as quais o sujeito se depara que determinam suas reações cognitivas e suas respostas.

Por trás da noção de situação, encontra-se a ideia de um sistema complexo que produz conhecimento específico para cada campo conceitual (OTERO, 1999). Da mesma forma, *Vergnaud* (1993) atesta que em uma situação existem vários conceitos envolvidos ao invés de um único conceito, ou seja, esse nunca aparece isolado. Daí a ênfase na diversificação das situações, pois é a partir delas que os conceitos terão significado.

Para Magina (2005) um conjunto de situações pertencente a um campo conceitual exige uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão, para provocar o domínio progressivo dos conceitos. Neste sentido, a escolha adequada das situações torna os conceitos significativos. Portanto, são as situações, e não os conceitos, a principal entrada de um campo conceitual. Vejamos, por exemplo, duas situações propostas nos problemas a seguir.

Quadro 4 - Problemas envolvendo situações multiplicativas diferentes

Problema 1	Problema 2
João sabe que em um pacote há 8 biscoitos. Ele tem 5 pacotes. Quantos biscoitos João tem?	João tem 40 biscoitos para distribuir igualmente em 5 pacotes. Quantos biscoitos cada pacote terá?

Fonte: adaptado do teste diagnóstico da pesquisa OBEDUC/E-Mult

Nesses dois problemas, há semelhanças e distinções entre eles. As medidas numéricas envolvidas são as mesmas (8 biscoitos por 5 pacotes, totalizando 40 biscoitos), mas as relações propostas nas duas situações impõem relações diferentes, o que por sua vez, determina raciocínio diferentes. Enquanto o problema 1 envolve uma replicação da quantidade 8, uma vez que, a cada pacote têm-se oito biscoito, mantendo-se a proporcionalidade constante obtemos a operação (8 x 5= 40); no segundo problema, a proporcionalidade continua presente, contudo, aparece a ideia de distribuição, pois pretende-se repartir o total quarenta em partes iguais, obtendo-se assim uma de divisão (40 : 5 = 8).

Apesar das semelhanças presentes nos problemas acima, existe uma situação diferente envolvendo as relações numéricas apresentadas. É nesse aspecto que *Vergnaud* (1990) postula que o aluno deve ser exposto a maior variedade de situações problema.

É visível a ênfase que *Vergnaud* dá às situações, afirmando que são elas que dão sentido ao conceito. Entretanto, para esse ter sentido, o sujeito precisa interagir com as situações e os seus significantes. Desse modo, o indivíduo evoca alguns esquemas para dar sentido a uma dada situação.

Para entendermos o segundo elemento componente da noção de conceito – os invariantes – é necessário perceber a relevância dos esquemas, dada por Piaget. *Vergnaud* considera-os basilares em sua teoria e estão estreitamente conectados com os invariantes. A ideia piagetiana é de que os esquemas estão no centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas, na assimilação e na acomodação. Portanto, o esquema refere-se à organização das ações realizadas pelos sujeitos, permitindo o tratamento sobre um dado conhecimento.

Piaget (1987) defende que a inteligência possui estruturas variáveis e funções invariáveis. Estas são chamadas de invariantes funcionais da inteligência. Funcionais, porque estão envolvidos no funcionamento da inteligência, e invariantes, porque qualquer que seja o momento evolutivo, sempre haverá assimilação do meio às atividades do sujeito e acomodação destas atividades às características impostas pelo objeto. As funções invariantes básicas são a organização e a adaptação, esta última, com seus dois componentes inter-relacionados – assimilação e acomodação (PIAGET, 1987).

Contudo, Vergnaud redireciona a noção de esquema de Piaget e insiste em que esse deve se relacionar com as características das situações às quais se aplicam. (MOREIRA, 2002). Nesse sentido, os esquemas são a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações. Daí decorre que é através de um conjunto de invariantes que se baseia a operacionalidade dos esquemas (VERGNAUD, 1998). Esses, por sua vez, sempre apresentam uma conceptualização implícita e são considerados frequentemente eficazes, no entanto, nem sempre eles são reconhecidos (VERGNAUD, 1996).

Finalizando a tríade, *Vergnaud* sustenta que além das situações e dos invariantes os sujeitos aprendizes precisam lançar mão das representações (VERGNAUD, 1998). Nesse sentido, reconhece a influência de Vygotsky no tocante ao uso da linguagem e da simbolização, atribuindo a essas, em conjunto com a interação social, um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento. Diante disso, explicitamos a definição de representação:

> R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, consequentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas. (MOREIRA, 2002, p. 7)

Vergnaud atribui à linguagem e à simbolização grande importância para o domínio de um campo conceitual. Nesse sentido, a linguagem serve para informar, representar e ajudar o pensamento, favorecendo a descoberta de relações e previsão de ações a realizar. Nesse aspecto, esclarece:

> A noção de representação está, como a noção de procedimento, no centro da psicologia científica moderna. [...] a noção de representação não se reduz à noção de símbolo ou de signo, uma vez que ela cobre também a noção de conceito: o estudo do número mostrará isso claramente, dado que a escrita simbólica do número é distinta do próprio número. (VERGNAUD, 2009, p. 18).

Desse modo, podemos inferir que são as representações utilizadas pelos sujeitos que explicitam o nível de elaboração conceitual em que eles se encontram. Em algumas situações seria impossível identificar essas construções conceituais se não fossem as representações utilizadas. Nesse processo, a linguagem e os símbolos (significantes) representam um instrumento de organização de experiências, um instrumento de conceptualização do real, ou seja, dos significados (FRANCHI, 1999).

Contudo, Vergnaud (1996b) reitera que a relação entre linguagem e pensamento não é tão simples. A linguagem exprime relações, mas é possível ter problemas de compreensão linguística, porém, é necessário construir uma representação conceitual da relação, nesse caso não é mais um problema de linguística.

Essas observações sobre a representação e a linguagem remetem a análise das noções adquiridas pelas crianças. Segundo, Vergnaud (2009), tais aquisições são obtidas através da análise das tarefas escolares, permitindo realizar uma análise das condutas das crianças através de seus erros e acertos. Para tanto, considera necessário que sejam revistos os procedimentos que elas utilizaram como forma de identificar as dificuldades encontradas e propor formas de remediar a situação. Para Vergnaud (2009, p.18), os procedimentos dizem respeito: "[...] aos meios utilizados pela criança, os caminhos que ela toma para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa dada tarefa escolar". Do mesmo modo, assevera que: "A análise dos procedimentos não é por si própria suficiente para esgotar a análise científica dos problemas colocados pelo ensino da matemática. Na verdade, são profundamente enraizadas na representação que ela faz". (VERGNAUD, 2009, p.18)

Passaremos a tratar no item a seguir, sobre os conceitos específicos do campo conceitual multiplicativo.

3.2 O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

Vergnaud (1998) aprofundou seus estudos acerca de dois grandes campos conceituais na aritmética: o campo conceitual das estruturas aditivas e o campo conceitual das estruturas multiplicativas. Embora a TCC tenha sido inicialmente criada para explicar os processos de conceituação desses dois campos, ela não é específica da Matemática. Para *Vergnaud* (1983) entender o campo conceitual permite propiciar o desenvolvimento dessas estruturas na mente do aluno ao longo de um longo período de tempo.

Primeiramente, consideramos pertinente estabelecer algumas distinções entre esses dois campos, já que existem continuidades e descontinuidades importantes entre eles.

No campo aditivo existe uma relação entre o todo e suas partes, envolvendo basicamente três esquemas de ação: juntar, separar e colocar em correspondência um-a-um (NUNES *et al,* 2005). Tais ações são, com frequência, utilizadas pelas crianças, muito antes de chegar à escola, favorecendo a continuidade da ação didática do professor.

Desse modo, o campo conceitual aditivo comporta um conjunto de situações nas quais envolve uma ou várias adições ou subtrações, além dos conceitos e teoremas que constituem essas situações.

> Constituem as estruturas aditivas os conceitos de cardinal e de medida, de transformação temporal por aumento ou diminuição (receber ou gastar 8 reais), de relação de comparação quantificada (ter mais 5 balas que), de composição binária de medidas (quantos são no total?), de composição de transformações e de relações, de número natural e de número relativo, de abscissa, de deslocação orientada e quantificada etc. (GONÇALVES, 2008. P. 102)

Outro aspecto a ser observado nesse campo é que as quantidades relacionadas são sempre de mesma natureza, como nos exemplos: 1) Tenho 6 bombons e ganhei 5 de minha mãe. Quantos bombons eu tenho? 2) Tinha R$ 11,00 e dei R$ 5,00 para meu irmão. Com quantos eu fiquei? É fácil perceber que nos dois casos as quantidades relacionadas pertencem a mesma grandeza, ou seja, no primeiro caso, opera-se com a medida “bombom” e na segunda com “reais”. Trata-se de um problema de composição de medidas na qual há duas partes que se combinam para formar um todo.

Diferentemente, quando se analisa o Campo conceitual multiplicativo, percebe-se que se estabelecem relações entre grandezas diferentes, conforme afirmam Nunes et al:

> Ao resolver problemas de raciocínio multiplicativo, estamos buscando um valor numa variável que corresponda a um valor dado na outra variável. A relação constante entre as duas variáveis é que possibilita a dedução na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo. (NUNES *ET AL*, 2005, p. 85).

Embora as estruturas multiplicativas se apoiem em parte nas estruturas aditivas, elas possuem uma organização peculiar que não fica restrita aos aspectos aditivos (VERGNAUD, 1983). Comparando o campo multiplicativo com o aditivo, Teixeira, Vasconcelos e Guimarães (2009) reconhecem o primeiro como de maior complexidade, advertindo que ele envolve o domínio de várias relações que ultrapassam a simples identificação da multiplicação como adição de parcelas iguais.

Essa é uma diferença significativa entre esses dois campos: o raciocínio aditivo baseia-se na ideia de que o todo é igual à soma das partes; enquanto no multiplicativo, os esquemas de ação não são tão simples, pois existe sempre uma relação entre duas variáveis distintas, envolvendo variáveis em relação constante entre si.

Diante desse quadro, é comum que os alunos dos anos iniciais de escolaridade tenham mais dificuldades em trabalhar com problemas desse campo conceitual em comparação com aqueles do campo conceitual aditivo. De acordo com Teixeira, Vasconcelos e Guimarães (2009): "[..] o princípio do campo conceitual multiplicativo é muito complexo e envolve o domínio de várias relações que ultrapassam a simples identificação da multiplicação como adição de parcelas iguais".

Dessa maneira, é na busca de explicitar os diferentes significados presentes no campo conceitual multiplicativo que discutimos os conceitos e relações presentes nesse campo conceitual. Faremos uma exposição subsidiada em *Vergnaud* (1983a), (1988), (1990), (1991), (1994), (1995), (1996a), (1998), (1999), (2007); e pesquisadores brasileiros que estudaram sua teoria, tais como: Nunes *et al* (2005), Nunes e Bryant (1997), Spinillo (2004, 2014), Magina, Santos e Merline (2014), Santos (2015).

No campo conceitual multiplicativo, os esquemas de ação são muito complexos, envolvendo sempre uma relação constante entre duas variáveis. Para Nunes *et al*. (2005, p. 85) "[...] a relação constante entre as duas variáveis é que possibilita a dedução na resolução de problemas de raciocínio multiplicativo". O que está em jogo no campo multiplicativo é o estabelecimento de relações entre quantidades, de variáveis diferentes, que são apresentadas na situação. Para a compreensão da estrutura e relações existentes no Campo Conceitual Multiplicativo é necessário que se perceba a complexidade dos elementos ali envolvidos. Dessa forma, passaremos a discutir as situações que compõem o Campo Conceitual.

A classificação das situações multiplicativas recebe nomenclaturas diferentes a partir da perspectiva desses pesquisadores que se debruçaram sobre essa teoria, quais sejam: Magina, Santos e Merline (2014); Nunes *et al* (2005); Gitirana *et al* (2014); Nunes e Bryant (1997); Santos(2015). Apesar das distintas ponderações, todos esses pesquisadores mantêm a similitude com os construtos de Vergnaud. Neste trabalho, as situações serão analisadas segundo classificação de Santos, Merline e Magina (2016), que as estrutura em relações, eixos, classes e tipos de grandeza.

As relações podem ser ternárias e quaternárias. Na primeira, tem-se uma relação entre duas quantidades que podem ser de natureza idêntica ou distinta, as quais quando operadas darão origem a uma terceira quantidade. Dito de outra forma, uma é o produto de duas outras, seja no plano numérico ou no plano dimensional. Já a relação quaternária implica no trabalho com quatro quantidades, envolvendo duas grandezas distintas, tomadas duas a duas. Os problemas abaixo ilustram as distintas relações:

Problema 1: Relação Ternária

Rita tem em seu guarda-roupa três saias: uma branca, uma azul e uma vermelha. Ela também tem três blusas: uma verde, uma amarela e uma preta. De quantas formas diferentes ela pode se vestir usando apenas essas opções?

Problema 2: Relação Quaternária

Um carrinho tem quatro rodas. Quantas rodas terão 12 carrinhos iguais a esse?

O Problema 1 guarda uma relação ternária, pois relaciona duas grandezas (saias e blusas), produzindo uma terceira (conjunto). Já no Problema 2, há a presença de duas grandezas (carrinhos e rodas), combinadas duas a duas. São duas relações binárias constituindo uma relação quaternária.

Vergnaud (2009) observa que, na escola, é recorrente a introdução do estudo das estruturas multiplicativas com o uso das relações ternárias (a x b = n). Para o autor, entretanto, a maioria dos problemas desse Campo envolve uma relação entre quatro elementos, suscitando a revisão do conceito de multiplicação usualmente apresentado aos alunos.

Cada uma das relações agrupa eixos distintos. Os eixos relativos às relações quaternárias são: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla; os relativos às relações ternárias são: comparação multiplicativa e produto de medidas.

Os problemas de proporção simples envolvem a ideia de proporcionalidade entre quantidades, relacionadas duas a duas, mantendo uma relação fixa entre as grandezas envolvidas (GITIRANA et al., 2014). O problema a seguir ilustra o eixo da proporção simples:

Problema 3 – Proporção Simples:

Um pacote de doces tem oito bombons. Quantos bombons há em cinco pacotes iguais a esse?

Percebe-se no exemplo que o aumento do número de pacotes aumentará proporcionalmente a quantidade de bombons, numa relação fixa de 1:8.

Já os problemas de proporção dupla envolvem mais de uma proporção simples, ao mesmo tempo. Neste caso, há grandezas que apresentam relação de dependência, enquanto outras são independentes, ou seja, mesmo alterando-se o valor de uma a outra permanece inalterada. O exemplo a seguir ilustra esse eixo:

Problema 4 – Proporção Dupla:

Uma família de seis pessoas consome 12 litros de água por dia. Se a mesma família receber quatro hóspedes durante sete dias, quantos litros de água serão consumidos?

Neste caso, há a presença de três grandezas (dias, pessoas, litros). Estabelece-se a relação entre pessoas e litros, uma vez que ao aumentar ou diminuir a quantidade das primeiras será provocada alteração na quantidade de litros. Percebe-se também a relação entre dias e litros, pois quanto mais dias, mais litros serão consumidos. Em contrapartida, não ocorre relação entre dia e pessoa, pois a alteração em um não terá que provocar alteração no outro.

O último eixo das relações quaternárias é o da proporção múltipla que também envolve duas ou mais proporções simples. A distinção com o eixo anteriormente comentado é que, neste caso, as grandezas mantêm relação de dependência entre si. Assim, se for alterado o valor de qualquer grandeza todas as outras serão alteradas, conforme exemplo a seguir:

Problema 5 – Proporção Múltipla:

Uma receita de panquecas tem rendimento para oito pessoas. Para isto ela deve ser feita com 1 xícara de leite, 2 ovos, 1 xícara de farinha de trigo. Para doze pessoas, que quantidades dos ingredientes devem ser utilizadas?

Para esse problema são utilizadas quatro grandezas (pessoas, xícaras de leite, ovos e xícaras de farinha) e ao alterar qualquer uma das grandezas, necessariamente, todas as demais serão modificadas, sob pena de alteração da receita.

Nessas condições os problemas contemplados nos eixos proporção dupla e múltipla são considerados como conceitualmente mais difíceis e de conquista tardia por parte dos estudantes (VERGNAUD,1993); GITIRANA *et al*, 2014). Embora sejam situações frequentes no cotidiano e sua solução possa ser obtida de forma intuitiva, tal familiaridade não garante o sucesso na resolução de situações formais, propostas pela escola.

O conceito de proporcionalidade, presente em todas as relações quaternárias, pode ser verificado nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. Trata-se de eixos destacados, inclusive pelos documentos oficiais que balizam a educação nacional, conforme se pode verificar no excerto: "o fato de que vários aspectos do cotidiano funcionam de acordo com leis de proporcionalidade evidencia que o raciocínio proporcional é útil na interpretação de fenômenos do mundo real" (BRASIL, 2001. p.34).

Diante dessa complexidade, o trabalho com tais eixos requer do professor formação conceitual aprofundada e domínio de metodologias.

Os três eixos que envolvem a ideia de proporcionalidade estruturam-se em duas classes de situações: um para muitos; muitos para muitos. Como todos envolvem relações quaternárias, na classe um para muitos, dentre as quatro quantidades presentes, uma tem o valor unitário. Na segunda classe – muitos para muitos – o valor unitário nunca está envolvido. Os problemas a seguir ilustram essas classes:

Problema 6 – classe um para muitos

Numa viagem de ônibus foi arrecado o valor de R$ 24,00. Se cada passagem custa R$ 2,40, quantos passageiros pagaram passagem nessa viagem?

Problema 7 – classe muitos para muitos

Um supermercado da cidade fez a seguinte promoção de iogurte: “Compre 10 iogurtes por R$ 8,00” Quanto custará 15 iogurtes?

No problema 6, sabe-se o valor unitário da passagem e, esse dado é utilizado para a sua solução, mantendo-se a relação fixa de a cada passagem acrescer-se o valor de 2,40. No Problema 7, a unidade não está envolvida na sua solução, pelo contrário, as grandezas presentes (iogurtes e reais) vêm mensuradas em conjuntos.

Enquanto a classe um para muitos é facilmente reconhecida em situações cotidianas, sendo mesmo considerada a porta de entrada do conceito de proporção (NUNES; BRYANT, 1997), a classe muitos para muitos envolve uma relação de proporcionalidade que apresenta maiores dificuldades de percepção por crianças pequenas (VERGNAUD, 2009).

No âmbito das relações ternárias, existem os eixos comparação multiplicativa e produto de medidas. Os problemas classificados no eixo de comparação multiplicativa envolvem três elementos: dois elementos de mesma natureza (referido e referente) e outro elemento (relação) que conecta os dois anteriores. Assim, de acordo com Vergnaud (2009), o referido é um valor total resultante da multiplicação de uma medida (referente) por uma Relação (vezes mais ou vezes menos).

É possível distinguir três classes no eixo de comparação multiplicativa: referido desconhecido, referente desconhecido e relação desconhecida. A partir dos exemplos a seguir, é possível verificar a distinção entre essas classes.

Problema 8 – referido desconhecido

João economizou 3 vezes mais que seu irmão Ruan. Sabendo que Ruan economizou R$ 10,00 quanto economizou João?

Problema 9 – referente desconhecido

João economizou R$ 30,00 e seu irmão, Ruan, economizou 3 vezes menos esse valor. Quanto economizou Ruan?

Problema 10 – relação desconhecida

João economizou R$ 30,00 e seu irmão, Ruan, economizou R$ 10,00. Quantas vezes mais João economizou do que Ruan?

No Problema 8, busca-se conhecer uma medida resultante (referido) da multiplicação de uma medida (referente) por uma relação, tem-se: referido = referente x relação. No Problema 9, busca-se descobrir uma medida (referente) que deve ser obtida a partir da divisão do referido pela relação de comparação "vezes menos", tem-se: referente = referido ÷ relação. No Problema 10, busca-se descobrir o valor da relação (vezes mais), a partir da divisão do referido pelo referente, tem-se: relação = referido ÷ referente.

De acordo com Santos (2015), situações como essas são encontradas no início da escolarização, na exploração dos conteúdos de dobro e metade, por exemplo. Este tipo de problema pode aparentar menor dificuldade para os alunos, no entanto, há situações que apresentam níveis de elaboração cognitivos complexos (SANTOS, 2014). Na análise de *Vergnaud* (2009), expressões linguísticas, como "três vezes mais", "quatro vezes menos", por seu baixo nível de congruência, podem induzir os alunos a realizarem a operação errada. Para Gitirana *et al* (2014), esse tipo de situação assemelha-se às estruturas aditivas pela presença da relação ternária, fazendo com que muitos estudantes recorram ao pensamento aditivo para resolver problemas dessa natureza.

O último eixo presente nas relações ternárias é o produto de medidas, cuja estrutura é explicada pela noção de produto cartesiano (VERGNAUD, 2009), envolvendo problemas relativos à área, volume, o próprio produto cartesiano, entre outros (VERGNAUD, 1983). O autor destaca que tais assuntos são de grande relevância para a compreensão do campo multiplicativo e que devem ser tratados de forma cuidadosa para auxiliar as crianças em sua compreensão (VERGNAUD, 2009). Nesse eixo estão envolvidas as classes: combinatória, que lida com elementos do plano numérico, e a configuração retangular, que lida com o plano dimensional.

O raciocínio combinatório é definido como: "[...] um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto". (BORBA; PESSOA, 2013. p. 2). Documentos oficiais que orientam os currículos dos anos iniciais do Ensino Fundamental ressaltam a importância dessa classe de problemas:

> Relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem. [...] Com relação à probabilidade, a principal finalidade é a de que o aluno compreenda que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos (BRASIL, 2001. P. 36).

> A combinatória é mais um significado da multiplicação. [...] associar a combinação de objetos de dois grupos considerando todas as possibilidades (SEDUC -CE, p. 128, 2013).

A compreensão de problemas da classe combinatória é considerada condição para o entendimento de outros conceitos pertencentes ao campo conceitual multiplicativo para além de divisões e multiplicações, tais como: arranjos, combinação, permutações (BORBA, 2013). O exemplo a seguir contempla essa classe de problemas:

Problema 11 – Combinatória

Numa lanchonete são servidos três tipos de sanduíches (carne, frango e queijo) e quatro tipos de suco (laranja, manga, acerola, cajá). De quantas maneiras é possível obter um lanche diferente, contendo 1 suco e 1 sanduíche?

A solução dessa classe de problema pode ser buscada através da construção de uma tabela de dupla entrada, na qual cada uma das grandezas (sucos e sanduiches) seria colocada nos eixos vertical e horizontal da tabela, produzindo os 12 lanches possíveis. Outra possibilidade poderia ser um diagrama de árvore que apontasse as diferentes relações.

Embora seja considerada pelos pesquisadores da área e admitida pelos documentos oficiais como conteúdos relevantes para a elaboração de um campo conceitual tão importante quanto o das Estruturas Multiplicativas, Placha e Moro (2009) afirmam que problemas dessa classe não são encontrados facilmente no contexto da sala de aula, embora possam ser associados a outros assuntos na disciplina de Matemática.

Na última classe, a de configuração retangular, estão contidos os problemas de cálculo de área e volume. Magina, Santos e Merlini (2014) afirmam que se trata de situações em que as medidas são dispostas de forma retangular. Vergnaud (2009) adverte que nesta categoria encontram-se problemas de dimensão-simples (comprimento, largura) que podem ser calculadas de forma direta; problemas de dimensão-produto (área, volume), são dados de forma indireta, tendo as dimensões simples como intermediárias. A seguir, exemplos de problemas de Configuração Retangular de dimensão-simples e dimensão-produto:

Problema 12 – configuração retangular, dimensão simples

Qual a área de um terreno retangular que tem 30 metros de comprimento e 10 metros de largura?

Problema 13 – configuração retangular, dimensão produto

Qual a área do fundo de uma piscina que tem profundidade regular de 3,5m, sabendo que seu volume é de $105m^3$.

No Problema 12, está em jogo uma só grandeza (m), em duas medidas, que resultará em uma nova grandeza (m^2). Já no Problema 13 estão envolvidas duas grandezas (m, m^2) a partir das quais será produzida uma terceira grandeza m^3.

Trata-se também de um conteúdo valorizado nos documentos oficiais de organização curricular, para a constituição dos conhecimentos que compõem o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, quando recomendam: “[...] associar a multiplicação à sua representação em uma configuração retangular” (SEDUC-CE, p. 129, 2013).

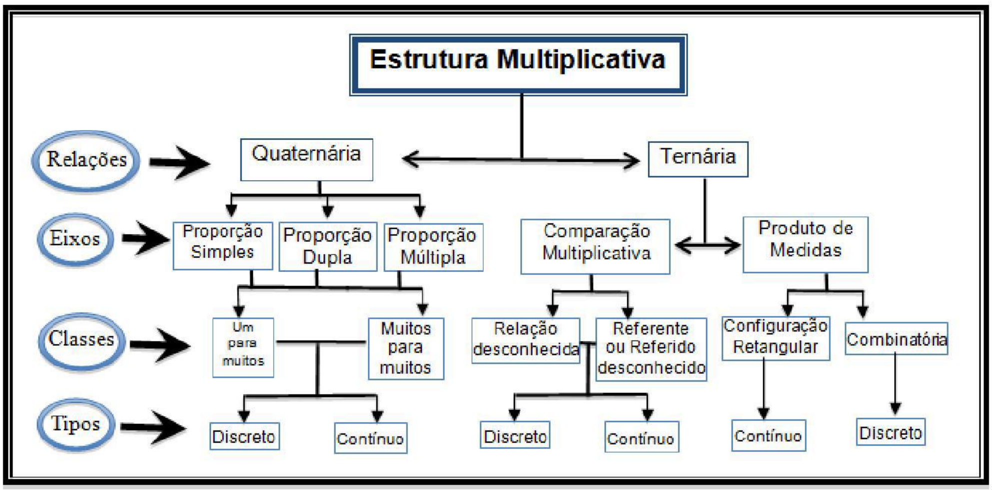
Um último aspecto a considerar na análise da constituição do Campo em estudo, são os tipos de Grandeza envolvidos: as discretas e as contínuas. Com as primeiras, é possível quantificar objetos específicos, como um sorvete ou oito chocolates. Já as grandezas contínuas são representadas por uma unidade padrão que não pode ser separada do objeto, como por exemplo: 5 metros de tecido, 3 quilos de arroz, 7 litros de leite.

Todos os eixos e classes que envolvem as relações quaternárias admitem o uso de ambos os tipos de grandeza. Na relação ternária, no eixo comparação multiplicativa e em todas as suas classes também podem ser utilizados os dois tipos de grandeza. Apenas no eixo produto de medidas ocorre uma posição divergente, pois a classe combinatória admite apenas grandeza discreta, enquanto a classe configuração retangular utiliza unicamente grandeza contínua (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2014).

Nunes e Bryant (2005) asseveram que problemas que envolvem grandezas contínuas apresentam maior dificuldade para as crianças, em razão de não ser possível separá-las do objeto. Os autores observam ainda que essas dificuldades são acentuadas quando os dois tipos de grandeza estão presentes em uma mesma situação.

Diante dessa discussão acerca do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, a figura a seguir apresenta a síntese das situações que o compõem:

Figura 2 - Classificação de Situações das Estruturas Multiplicativas



Fonte: Santos (p. 105, 2015)

Resta ainda discutir as operações que envolvem as diferentes situações componentes do campo conceitual das estruturas multiplicativas, segundo Magina, Santos e Merlini (2014): a multiplicação, a divisão por partes e a divisão em cotas(essas duas estão presentes apenas nos problemas de proporção). A multiplicação é o produto entre duas partes para compor um todo; a divisão por partes envolve a relação entre um todo a ser distribuído em partes iguais, em busca do tamanho de cada parte; a divisão por cotas também envolve o todo, mas tendo o conhecimento do tamanho de cada parte, busca o número de partes em que o todo deve ser dividido. Os exemplos a seguir ilustram essas variações.

Problema 13 – envolvendo operação multiplicação

A professora do 5º ano levou os alunos ao cinema. O ingresso individual custou R$ 8,00. Compareceram 25 alunos. Quanto foi gasto com ingresso?

Problema 14 – envolvendo operação divisão por partes

A professora do 5º ano levou alunos ao cinema. Compareceram 25 alunos. Foram gastos R$ 200,00 na compra de todos os ingressos. Quanto custou cada ingresso?

Problema 15 – envolvendo operação divisão por cotas

A professora do 5º ano levou os alunos ao cinema. Ela pagou R$ 8,00 por cada ingresso, totalizando R$ 200,00. Quantos alunos foram ao cinema?

No Problema 13, conhece-se uma parte (25 alunos), o valor da outra parte (8 reais) e procura-se o produto (quanto foi gasto); no Problema 14, conhece-se a quantidade de partes (25 alunos), o produto (200 reais) e procura-se o tamanho de cada parte (o valor de cada ingresso), o que impõe uma divisão; no Problema 15, conhece-se o tamanho de cada parte (8 reais), o produto (200 reais) e procura-se a quantidade de partes (quantidade de alunos), usando também a divisão.

Como foi possível evidenciar, o campo das estruturas multiplicativas compreende um conjunto de elementos, com múltiplas relações, que exigem, tanto de quem ensina quanto de quem aprende o trabalho com atividades que vão muito além da realização dos algoritmos de multiplicar e dividir.

Esses elementos foram considerados no processo de elaboração desta tese, presentes em todo o processo de formação das docentes. No próximo capítulo, está explicado o percurso metodológico adotado para tal realização.

4 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Nada de pesquisa sem ação,
nada de ação sem pesquisa
K. Lewin

Este capítulo explicita o percurso metodológico eleito para solucionar o problema de investigação, assim como atender aos objetivos desta pesquisa. Buscaremos esclarecer as concepções que moldaram este estudo, sintonizando o objeto da pesquisa com seus elementos teóricos e empíricos.

Considerando que as pesquisas em ciências humanas buscam explicações dos fatos que envolvem a realidade utilizando-se de informações cuidadosamente colhidas (CHIZZOTTI, 2014), cabe ao pesquisador estar atento ao contexto que pretende investigar, utilizando métodos e procedimentos apropriados ao campo e aos sujeitos participantes. Tais escolhas não são simples, pois as decisões tomadas devem construir um desenho metodológico que esteja sintonizado com uma dada realidade. Segundo Minayo (2009, p. 10): "[...] o campo científico é permeado de conflitos e contradições". Por essas razões é que buscaremos manter uma coerência entre os campos: teórico e prático.

Dito isto, passaremos a discutir os elementos teórico-metodológicos que subsidiaram esta pesquisa, quais sejam: o paradigma, a abordagem de pesquisa, o método de pesquisa, o *lócus* e os sujeitos, as técnicas de coleta de dados elencados para obter as respostas da investigação pretendida, bem como a técnica de análise que utilizaremos para interpretar os resultados obtidos.

4.1 OPÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS

O debate sobre os paradigmas utilizados em educação tem se pautado em três concepções, consideradas sucessoras do positivismo: pós-positivista, teórico crítico e construtivista. Esses modelos investigativos caracterizam as conquistas científicas universalmente reconhecidas, as quais forneceram um modelo de problemas e soluções aceitáveis pelos que realizam pesquisa (CHIZZOTTI, 2006).

Corroborando dessa mesma posição, Guba e Lincoln (1994) salientam que o termo paradigma pode ser compreendido como um conjunto básico de crenças que determinam os princípios fundamentais com os quais se pretende trabalhar. Representa a visão de mundo que define, para o pesquisador, a natureza e a extensão das possíveis relações entre o individual e o coletivo, o todo e as partes. “O paradigma de pesquisa define para seus pesquisadores sua identidade” (GUBA e LINCOLN, 1994, p. 4). Chizzotti (2014, p. 21) também destaca que “Os paradigmas caracterizam as conquistas científicas universalmente reconhecidas que, por certo período, fornecem um modelo de problemas e soluções aceitáveis pelos que praticam certo campo de pesquisa”.

Diante de tais concepções sobre paradigmas de pesquisa, para esta investigação, utilizaremos o tipo construtivista, também denominado interpretativo ou naturalista, por adotar uma posição relativista que permite múltiplos significados. Enfatiza-se o fato de nós seres humanos irmos sendo moldados pela convivência em sociedade. Nesse tipo de pesquisa, o investigador interage com o sujeito pesquisado: “[...] Sujeito e investigador são intérpretes e construtores de sentido” (USHER, 1996, p. 19).

Outro aspecto a ser considerado numa investigação é o tipo de abordagem que será utilizada, podendo ser quantitativa ou qualitativa. Apresentaremos as características de ambas para, em seguida, justificarmos nossa escolha.

Durante muito tempo, as escolhas metodológicas que permearam o campo da investigação científica foram pautadas pelas influências da ciência moderna[10], destacadamente aquelas de natureza quantitativa nas quais predominam: “[...] a descrição dos fenômenos através de uma linguagem matemática e forneceram ao cientista caminhos seguros para sua tarefa”. (FERREIRA, CALVOSO, GONZALES, 2002 p. 243). Tal opção apoiava-se na percepção de que a quantificação em uma pesquisa seria suficiente para desvelar uma realidade investigada, mesmo que para isso fosse necessária a redução da complexidade, recaindo no “paradigma da simplificação”. Nesse modelo, as observações sistemáticas tentam traduzir o mundo investigado através de formulações matemáticas, abstraindo as influências dos sujeitos e de seus valores.

Nesse tipo de pesquisa, existe rigor no estabelecimento das etapas. As hipóteses são elaboradas previamente e são confirmadas ou não no desenvolvimento da pesquisa. Outra

[10] De acordo com Ferreira, Calvoso e Gonzales (2002) a ciência moderna caracteriza-se por metodologias bem constituídas, principalmente seus métodos quantitativos bem definidos, permitindo a descrição dos fenômenos utilizando a linguagem matemática.

marca desse modelo de pesquisa é a utilização de instrumentos de "medição" na coleta de dados. Essa mensuração é transformada em números analisados estatisticamente. Há ainda um rigoroso controle na busca de regularidades e relações com o objeto estudado. Para esse enfoque, a generalização dos resultados utiliza a dedução (do geral para o particular), buscando explicação na lógica externa.

Entretanto, esse modelo não vem atendendo ao grande contingente de pesquisadores, principalmente aqueles ligados à ciência da educação. Para muitos, essa forma de fazer pesquisa não traduz a realidade vivida, pois desconsidera as interferências externas e não assimilam a essência do objeto. Nesse aspecto, a ciência moderna inicia um processo de crise, na qual seus métodos rigorosos são questionados quanto a sua eficácia em desvelar verdades inquestionáveis. "[...] aceitar um fundamento último para a verdade. Essa passa a ser considerada como múltipla, contextual, ligada às condições históricas e concretas do homem" (FERREIRA, CALVOSO, GONZALES, 2002, p. 243).

Diante de uma crescente onda de ceticismos em relação ao modelo tradicional, emerge a abordagem qualitativa no campo das ciências humanas e sociais, que pressupõe considerar o objeto, o sujeito e o conhecimento como elementos importantes no processo de construção. Assim, tais aspectos configuram-se como indissociáveis numa realidade analisada. A verdade deixa de ser uma só para ser múltipla e ligada ao contexto onde o conhecimento se deu e está historicamente localizado (FERREIRA, CALVOSO, GONZALES, 2002).

É nesse âmbito de discussão que as ciências humanas ganham espaço e emergem as discussões pautadas nos métodos qualitativos. Para essa forma de fazer pesquisa, passa-se a considerar relevantes as concepções epistemológicas emergentes e a re-contextualização, conforme Ferreira, Calvoso e Gonzales (2002, p. 249):

> A pesquisa qualitativa, em função da aceitação ampla da processualidade dos fenômenos sociais, passa a ser vista como uma situação na qual ocorrem processos de produção de sentido, em que pesquisador e participantes estão envolvidos e não, simplesmente, como uma situação onde processos externos ao observador estejam sendo representados de uma forma verídica.

Diante das distinções entre as duas abordagens apresentadas, optamos pelo segundo modelo, o qualitativo, pois consideramos que esse atende a nosso propósito investigativo, permitindo uma análise aprofundada da situação de formação docente analisada.

Quanto ao método de investigação, a pesquisa-ação foi a alternativa escolhida para atender aos objetivos inicialmente apresentados e às escolhas teórico-metodológicas. Justificamos essa opção por acreditarmos que esse tipo de método, com base empírica, pode ser concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo, no qual os pesquisadores e os participantes estão envolvidos de forma cooperativa e participativa, conforme se propôs no processo de formação docente que compõe esta tese. Neste ponto, a pesquisa-ação contribui para uma postura reflexiva dos sujeitos sobre suas ações na perspectiva de colaborar para uma mudança de um problema diagnosticado.

Outra razão dessa escolha, é a queixa corriqueira dos professores da Educação Básica sobre o distanciamento entre as pesquisas acadêmicas e a realidade da escola (PIMENTA, 2005). Muitos desses docentes acreditam que as pesquisas são realizadas tendo como único suporte as teorias sobre as diversas temáticas educacionais em detrimento da experiência docente no âmbito escolar. Pretendemos fazer contraposição a esse modelo, realizando um estudo no qual o sujeito pesquisador dialogue com os sujeitos que vivenciam a realidade a ser interpretada. A esse respeito, Dionne (2007) assevera que a pesquisa-ação pretende reduzir a distância entre teoria e prática, dando conta da distância que se criou, em vários campos, entre reflexão teórica e prática profissional.

Para Pimenta (2005), os sujeitos que se envolvem na pesquisa-ação fazem parte de um grupo com objetivos e metas comuns e estão interessados em um problema, num dado contexto, no qual atuam, desempenhando papeis diversos: pesquisadores universitários e demais pesquisadores (professores, no caso escolar).

Esse método de pesquisa oferece ainda a oportunidade de envolver os sujeitos investigados, sendo agentes participantes e co-autores das ações selecionadas, permitindo a busca conjunta de soluções para problemas encontrados. Acreditamos que a distância entre sujeitos e pesquisa possa ser superada com a utilização desse método, já que “pesquisa” e “ação” podem e devem caminhar juntas quando se pretende a transformação da prática (FRANCO, 2005).

No campo educacional, a pesquisa-ação é principalmente “[...] uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino” (TRIP, 2005, p. 445). Com efeito, é nessa perspectiva que se ambiciona aprofundar, firmando-se na integração entre prática e teoria, na busca de transformação da realidade escolar. Para Thiolent (2011), a pesquisa-ação permite planejar e conceber pesquisas cujos objetivos não se limitem a descrever ou avaliar o conhecimento, mas antecipar uma situação real chegando a delinear uma ideal.

Diante dessas reflexões, consideramos pertinente apresentar as diferentes perspectivas de pesquisa-ação na visão de pesquisadores que aprofundaram os estudos sobre esse método, tais como: Thiollent (2011), Dionne (2007) e Barbier (2007). As definições de pesquisa-ação divergem em alguns aspectos e assumem perspectivas diferentes dependendo da intenção investigativa. Entretanto, é possível identificarmos um ponto em comum entre elas: o desejo de mudança através de um processo interventivo.

Na visão de Thiolent (2011), o envolvimento na pesquisa, de todas as pessoas participantes do problema investigado é absolutamente necessário. O papel do investigador é fundamental no desenvolvimento desse tipo de pesquisa. Segundo Thiollent (2011, p. 15):

> [...] a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo.

Para Thiolent (2011), toda pesquisa-ação é também participativa. O autor ressalta o papel ativo dos pesquisadores acerca dos problemas encontrados, no acompanhamento e na avaliação das ações investigadas. Destacamos que Thiollent (2011) defende esse tipo de pesquisa como sendo uma estratégia metodológica e não como um método de pesquisa.

Na concepção de Dionne (2007) existe uma ambiguidade na pesquisa-ação: forma de pesquisa ou modo de ação? Para esse autor a pesquisa-ação preserva a distinção entre a abordagem científica e abordagem da ação em si mesma. “Ela tende a associar os dois processos, cada um deles guardando suas especificidades” (DIONES, 2007, p. 29). Dessa maneira, conclui que é possível utilizá-la como um método desde que seja desenvolvido com originalidade, conhecimento dos processos sociais de mudança e de desenvolvimento.

Para Barbier (2007), na pesquisa-ação o método é indissociável das estratégias de intervenção. O autor justifica que o “método é um auxílio à estratégia” e que pode ter seu rumo alterado em função das informações recebidas e dos imprevistos ocorridos.

Dessa maneira, fizemos a opção por utilizar neste estudo, a pesquisa-ação como método ancorado nos pressupostos de Barbier (2007), pois concordamos com suas posições em relação à utilização da pesquisa-ação como método de investigação. Para tanto, adotaremos “a abordagem em espiral”, característica essencial do método de pesquisa-ação proposto pelo autor. Esse tipo de pesquisa implica: “[...] um efeito recursivo em função de uma reflexão permanente sobre a ação” (BARBIER , 2007, p. 117).

Outra característica relevante é o fato de a pesquisa-ação nascer de um contexto específico, de um grupo com problemas, cabendo ao pesquisador constatar esse fato e auxiliá-lo na sua superação.

> [...] o pesquisador em pesquisa-ação não é nem um agente de uma instituição, nem um ator de uma organização, nem um indivíduo sem atribuição social; ao contrário, ele aceita eventualmente esses diferentes papéis em certos momentos de sua ação e de sua reflexão. Ele é antes de tudo um sujeito autônomo e, mais ainda, um autor de sua prática e de seu discurso. (BARBIER, 2007, p. 19)

Esse caráter ativo, desde a realização do diagnóstico, acompanhamento das ações e avaliação do que foi realizado, estabelece uma relação participativa com os sujeitos envolvidos. Barbier (2007) enfatiza a pesquisa-ação como uma ciência da práxis, na qual os investigadores atuam no local de investigação numa ação dialética com o objeto de investigação.

Barbier (2007) alerta para a variedade de pesquisa-ação, destacando quatro classificações: 1) pesquisa-ação *neolewiniana* – nesse modelo emprega-se um modelo experimental, no qual os atores estão no seu próprio campo e esperam a resolução de um problema que possa ser aplicado em seguida ao grupo; 2) consulta-pesquisa – refere-se à psicanálise *freudiana* buscando o desenvolvimento das relações, transferências e contratransferências entre o pesquisador analista e os atores; 3) ação-pesquisa – busca favorecer mudanças intencionais decididas pelo pesquisador; 4) experimentação social – ações inovadoras constituindo-se em si mesmas uma forma de pesquisa ação (BARBIER, 2007).

Diante desses esclarecimentos, consideramos que a ação-pesquisa adequa-se aos objetivos desta tese, uma vez que nós, enquanto pesquisadores, ao tempo em consideramos importante a participação dos sujeitos pesquisados na elaboração da própria pesquisa, fomos os proponentes do tema que foi discutido e trabalhado com o grupo.

4.2 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA-AÇÃO

Para a pesquisa-ação, Barbier (2007) propõe quatro temáticas centrais, as quais serão tomadas como norte para o desenvolvimento deste trabalho: 1) Identificação do problema e a contratualização[11]; 2) O planejamento e a realização em espiral; 3) As técnicas de pesquisa-ação; 4) A teorização, a avaliação e a publicação dos resultados**.**

Conforme já foi explicitado, esta pesquisa foi parte do projeto OBEDUC E-Mult, no qual realizaram-se formações de professores em escolas de três estados nordestinos. Desta forma, a efetivação da primeira temática proposta por Barbier – Identificação do problema e a contratualização – pode ser localizada ainda quando se iniciou a formação naquele projeto, quando foi necessário apresentar a proposta e estabelecer o contrato que determina as funções de cada um – pesquisadores e professores dos AIEF – as finalidades da ação e o código ético da pesquisa (BARBIER, 2007). A participação no referido projeto propiciou efetiva aproximação com o campo da pesquisa e percepção aprofundada dos problemas vivenciados na escola, no que diz respeito ao Campo Conceitual em análise. Para a contratualização da presente pesquisa selecionamos uma escola pública municipal de Fortaleza, dentre as que já haviam participado do Projeto OBEDUC/E-Mult. Nela, já havíamos identificado as dificuldades do grupo de professores dos AIEF em trabalhar com as estruturas multiplicativas, percebendo problemas em suas salas de aula. Fazendo recorte da pesquisa que deu origem a esta tese, realizamos uma nova contratualização, agora envolvendo apenas quatro professoras, selecionadas dentre as que haviam concluído o curso de formação OBEDUC/E-Mult e que, estando efetivamente em sala de nos AIEF, aceitaram participar deste estudo. Foi acordado, então, que a formação ocorreria no período de setembro a dezembro 2016, em encontros realizados na própria escola, quinzenalmente, no horário das 17h00 às 19h30 min. O curso de formação teve a duração de 40 horas.

A segunda temática – planejamento e realização em espiral – constituiu-se da estruturação do processo de formação, com seus objetivos parciais propostos, controlados e realizados, e por outro lado, avaliados (BARBIER, 2007). Foram realizados 6 encontros quinzenais, com atividades presenciais e a distância, seguindo a estrutura apresentada no quadro a seguir. Cada encontro presencial teve duração de 150 minutos, nos quais foram tratados os temas explicitados no quadro a seguir.

---

[11]Termo criado por Barbier a partir do termo *contractuel* que significa estabelecido por contrato.

(continua)

Quadro 5 - Cronograma da formação continuada

Data do Encontro	Assunto	Objetivos	Atividade Realizada
07/10/2016	Apresentação do projeto de formação.	Analisar as contribuições da formação OBEDUC/Emult	Relato das experiências na formação OBEDUC/E-mult; principais avanços e lacunas na compreensão e uso da Teoria Elaboração do calendário de encontros presenciais; *Atividade a distância* Leitura de referência: A teoria dos campos conceituais – capítulo 1(GITIRANA *et al*, 2014, p. 9 a 23: Repensando multiplicação e divisão – contribuições da teoria dos campos conceituais.
20/10/2016	A teoria dos campos conceituais	Discutir com os docentes elementos conceituais presentes na TCC	Iniciar discussão a partir de 3 situações distintas. (ver nos slides). O que os docentes conseguem perceber de distinções e semelhanças entre as 3 situações? (Que conceitos? Concepções? Símbolos? Competências?) Exposição dos slides seguida de discussão Atividade a distância: Distribuir cópia de problemas (proporção simples) resolvidos pelos alunos (testes diagnósticos aplicados selecionar problemas). Pedir que os professores analisem e identifiquem alguns elementos presentes. Trazer no próximo encontro para discussão) Texto de referência: Aspectos conceituais considerados por professoras quando da proposição de problemas do campo multiplicativo: Silva e Barreto, 2016 in Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores (Ernani, Lauter – Org.)
03/11/2016	Problemas de Proporção Simples	Compreender as características do eixo de proporção simples, identificando semelhanças e distinções, considerando a relação, classes, operações e grandezas presentes nesse eixo.	Pedir que as professoras relatem as observações feitas nos problemas de Proporção Simples distribuídos no encontro anterior. Sistematização do eixo de proporção simples – slides Atividade a distância - Distribuir cópia de problemas (comparação) resolvidos pelos alunos (testes diagnósticos aplicados selecionar problemas). Pedir que os professores analisem e identifiquem alguns elementos conceituais presentes nos

(conclusão)

			procedimentos executados pelos alunos (ficha). Texto de referência: Aspectos conceituais considerados por professoras quando da proposição de problemas do campo multiplicativo: Silva e Barreto, 2016 in Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores (Ernani, Lauter – Org.)
17/11/2016	Problemas de Comparação	Compreender as características do eixo de comparação multiplicativa, identificando semelhanças e distinções, considerando a relação, classes, operações e grandezas presentes nesse eixo.	Pedir que as professoras relatem as observações feitas nos problemas de comparação multiplicativa distribuídos no encontro anterior. Sistematização do eixo de comparação – slides Atividade a distância - Distribuir cópia de problemas (produto de medidas) resolvidos pelos alunos (testes diagnósticos aplicados selecionar problemas). Pedir que os professores analisem e identifiquem alguns elementos conceituais presentes (ficha)
01/12/2016	Problemas de Produto de medidas	Compreender as características do eixo de produto de medidas, identificando semelhanças e distinções, considerando a relação, classes, operações e grandezas presentes nesse eixo.	Pedir que as professoras relatem as observações feitas nos problemas de produto de medidas distribuídos no encontro anterior. Sistematização do eixo de produto de medidas – slides Atividade a distância – Elabore 3 problemas (um de cada eixo estudado) e aplique com seus alunos em sala de aula. (Registrar a resolução de cada aluno) Analise dos procedimentos utilizados por seus alunos; quais os significados desses procedimentos.
15/12/2016	Análise de procedimentos dos alunos	Refletir com os docentes os significados dos procedimentos utilizados pelos alunos, observando elementos da TCC.	Apresentação e reflexão dos problemas elaborados e aplicados com os alunos O que os procedimentos usados pelos alunos revelaram?

Fonte: Elaborado pela autora

Antes de iniciarmos a formação, aplicamos um formulário (Ver anexo 1)., previamente elaborado, visando coletar informações sobre o perfil das docentes, percepções delas em relação ao ensino da Matemática e sobre a importância da teoria na prática docente e na aprendizagem do campo conceitual multiplicativo. Esse instrumental foi aplicado individualmente no horário de planejamento de cada professora. Após a conclusão dessa primeira coleta, iniciamos os encontros formativos com as quatro docentes, sujeitos desta pesquisa.

Nosso objetivo com esses momentos formativos foi ampliar a compreensão das docentes no tocante à TCC com foco no campo multiplicativo. Para tanto organizamos a formação em quatro momentos: a) estudo teórico da TCC e a estrutura multiplicativa, b) elaboração de situações dos diferentes eixos da estrutura multiplicativa, c) aplicação dessas situações com os alunos, d) reflexão com as professoras acerca dos procedimentos que os alunos utilizaram para resolver as situações propostas.

Nos encontros, buscamos promover o desenvolvimento de estratégias que possibilitassem a expansão da apropriação do Campo Conceitual Multiplicativo, por parte das professoras. Assim, discutimos os fundamentos da TCC, com base nos textos selecionados e apresentados no quadro acima. Paralelamente, foram resolvidas e elaboradas situações do Campo Conceitual Multiplicativo. Essas situações eram aplicadas pelas professoras, em sala de aula, com seus alunos. O resultado dessa aplicação era discutido no encontro subsequente, de modo a ressaltar os elementos teóricos presentes naquela ação pedagógica e destacar a aprendizagem dos estudantes, a fim de avançar na compreensão da TCC. No processo de ação-reflexão, as professoras analisaram os procedimentos utilizados por seus alunos para os problemas.

Com essas ações, buscamos garantir a continuidade do modelo em espiral característico desse método: “de planejamento, de ação, de observação e de reflexão, depois de um novo planejamento da experiência em curso” (BARBIER, 2007, p. 60).

Para acolher a orientação de Barbier acerca da terceira temática, denominada técnicas de pesquisa-ação, levamos em consideração seu comentário, baseado em Grawitz, acerca de que é possível aplicarmos quaisquer técnicas usuais em Ciências Sociais numa pesquisa-ação, desde que sirvam para solucionar um problema (BARBIER 2007). Entretanto, é preciso considerar igualmente que a coleta de dados estabelece os limites para análise do estudo investigativo (CRESSWELL, 2010). Assim, foram utilizadas as seguintes técnicas: observação participante, filmagens, o diário de itinerância do pesquisador, análise de documentos e entrevistas reflexivas.

A observação participante, segundo Vianna (2003), é um recurso que permite ao observador ser parte dos eventos que estão sendo investigados, permitindo mergulho no campo e observação, de acordo com a perspectiva de um membro integrante da ação, sendo também capaz de influenciar o que observa graças à sua participação. Para Fiorentini e Lorenzato (2006), nesse tipo de observação, há um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada.

Utilizamos esse recurso durante o processo formativo para dialogar com as professoras, sendo ao mesmo tempo observador e agindo como formadora. Os momentos formativos foram filmados para posterior análise. Ao lado disto, as observações foram realizadas igualmente nos momentos reservados pela escola ao planejamento pedagógico. Dessa forma, realizamos uma “escuta sensível” do campo no qual os sujeitos atuavam, assimilando características do *lócus* onde trabalhavam, caracterizando-os, e aos acontecimentos que envolvem a ação docente. Segundo Barbier (2007) é fundamental numa pesquisa-ação que o pesquisador seja aceito pelo grupo que pretende examinar e estabeleça desde o início uma relação de confiança entre os membros.

Outra técnica que utilizamos foi o diário de itinerância. Este se refere a uma técnica bastante usual entre os pesquisadores em pesquisa-ação.

> Trata-se de um instrumento de investigação sobre si mesmo em relação ao grupo [...] apontamentos no qual cada um anota o que sente, o que pensa, o que medita, o que poetiza, o que retém da teoria, de uma conversa, o que constrói para dar sentido à sua vida. (BARBIER, p. 133, 2007).

Esse instrumento serviu para registrar tudo que se passou durante o processo investigativo: impressões, sentimentos, acontecimentos, dúvidas, angústias, tanto do ponto de vista do pesquisador como dos participantes. O diário de itinerância é considerado um diário de pesquisa quando representa um instrumento metodológico de investigação e aplicação numa transversalidade com o método de pesquisa-ação. (BARBIER, 2007).

Segundo Marconi e Lakatos (2017) o questionário é um instrumento de coleta formado por uma série de perguntas que devem ser respondidas pelos sujeitos sem a presença do pesquisador. Os instrumentos analisados no âmbito desta pesquisa foram: o formulário de constituição do perfil das professoras participantes da pesquisa, através do qual se buscou caracterizar a formação e o tempo de prática docente além de caracterizar a sua relação com a matemática e com as estruturas multiplicativas; Os instrumentais de atividade planejada e atividade desenvolvida (ANEXO A e B) foram usados para registrar as elaborações das situações propostas pelas docentes a seus alunos e registrar as observações feitas após a aplicação. Os registros de procedimentos de resolução de situações realizadas pelos alunos das professoras participantes. Neles encontravam-se os elementos destacados pelas professoras quando analisavam o núcleo válido e as lacunas dos procedimentos utilizados em sala de aula por seus alunos.

Finalmente, foi utilizada também a entrevista reflexiva. Esta é, com frequência, um dos instrumentos utilizados em pesquisas no âmbito das ciências sociais. Sua aplicação permite principalmente aprofundar o estudo, complementando outras técnicas utilizadas. De acordo com Szymanski (2011, p. 15) esse procedimento "[...] é um encontro interpessoal no qual é incluída a subjetividade dos protagonistas, podendo se constituir um momento de construção de um novo conhecimento, nos limites da representatividade da fala e na busca de uma horizontalidade nas relações de poder". Entendemos que essa horizontalidade entre o pesquisador (entrevistador) e os sujeitos (entrevistados), isto é, o tratamento entre pares, pode auxiliar na construção da reflexividade sobre o objeto investigado.

Foram realizadas duas etapas de entrevista reflexiva: antes e após o processo de formação. As reflexões foram sempre realizadas com o grupo. Na primeira entrevista refletiu-se com as professoras acerca das contribuições do projeto OBEDUC/E-Mult para a sua compreensão acerca da TCC e para o redimensionamento de sua prática docente. Na segunda entrevista, avaliaram-se as consolidações realizadas pela formação, os avanços e as dúvidas remanescentes. As entrevistas reflexivas auxiliaram na composição do movimento cíclico proposto por Barbier (2007): planejamento e ação, avaliação e teorização, retroação sobre o problema; planejamento e ação 2 e assim sucessivamente.

A quarta temática – teorização, a avaliação e a publicação dos resultados – consistiu na análise dos dados coletados cujos resultados estão publicados neste estudo investigativo. Este material visa contribuir para o avanço das percepções na formação dos professores dos AIEF, no que concerne ao ensino de Matemática.

O software NVivo[12] foi utilizado como apoio nas análises, especificamente nas entrevistas realizadas com as docentes. Este recurso trabalha com a noção de projeto onde os dados são armazenados e podem ser categorizados numa estrutura de "nós".

4.2.1 Lócus e Sujeitos da Pesquisa

Esta pesquisa foi desenvolvida em uma escola da rede pública municipal de Fortaleza localizada na periferia da cidade que oferece turmas do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Justifica-se tal escolha em virtude das seguintes características: interesse e

[12] Programa de análise de dados qualitativos disponível em: www.qsrinternational.com.

vínculo da pesquisadora como professora dos AIEF e seu consequente interesse em pesquisar esse nível de ensino; vinculação da escola com a Universidade Estadual do Ceará como campo de pesquisa, em experiências anteriores, ter participado da formação OBEDUC/E-MULT; aceitação da gestão e do corpo docente em participar da pesquisa e da formação; solicitação do grupo de professores na continuidade do processo de formação, devido ao reconhecimento de que subsistiam lacunas conceituais em relação à teoria; por fim, alto índice de professores efetivos (possuem vínculo estatutário) o que reduziu o risco de mudanças no quadro docente durante o tempo em que durou o estudo empírico.

Foram quatro os sujeitos participantes da pesquisa, todas do sexo feminino. Utilizamos nomes fictícios visando preservar seu anonimato e preservar a autenticidades das falas dos sujeitos. Desse modo, nesta pesquisa, denominamos cada docente pelos nomes: Jasmim, Rosa, Margarida e Violeta. O quadro a seguir apresenta perfil das docentes.

Quadro 6 - Características dos sujeitos da pesquisa

Professora	Nível médio	Graduação	Especialização	Tempo de Magistério na PMF	Tempo de Magistério Na escola	Carga horária	Ano em que leciona
Jasmim	Curso Normal ou Pedagógico	Pedagogia	Psicopedagogia	16 anos	16 anos	200h	2º ano
Rosa	Científico	Pedagogia	Psicopedagogia	9 anos	9 anos	200h	2º ano
Margarida	Curso Normal ou Pedagógico	Pedagogia	Gestão Escolar	16 anos	16 anos	200h	4º ano
Violeta	Curso Normal ou Pedagógico	Letras/Português	---------------	16 anos	16 anos	200h	5º ano

Fonte: Elaborado pela autora

Como podemos observar, esse grupo de professoras possui características homogêneas, em relação à formação, tempo no magistério na rede municipal e carga horária dedicada à escola onde lecionam. Somente uma professora não tem formação em Pedagogia, a professora Violeta que cursou a licenciatura em Letras/Português e também foi a única que não cursou curso de especialização. Destacamos que essa docente foi selecionada como professora coordenadora[13] do Projeto OBEDUC/E-Mult, e, portanto, participou de formações complementares com os pesquisadores e colaboradores do referido projeto.

---

[13] Esta foi uma ação do Projeto OBEDUC E-Mult na qual a equipe de pesquisadores e colaboradores selecionou um docente de cada escola para atuar como coordenador dos estudos e encontros de formação, para tanto, receberam um bolsa prevista no projeto.

Essa homogeneidade no perfil das docentes contribuiu para que os momentos de realizações das atividades empíricas fossem de cooperação entre as professoras colaboradoras e facilitaram os debates em torno das questões trazidas para as discussões. Igualmente, destacamos que as quatro participantes receberem uma bolsa financiada pela CAPES durante um período de dez meses, dando continuidade aos estudos sobre a TCC na escola, fato que gerou a pesquisa empírica desta pesquisa.

5 OLHAR REFLEXIVO SOBRE A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

O homem deve ser o sujeito da própria educação.
Não pode ser objeto dela.
(FREIRE; 2002)

Este capítulo é composto de quatro seções. Na primeira, realizamos levantamento sobre os significados do termo professor reflexivo na visão de diferentes teóricos que se debruçaram sobre essa temática, estabelecendo diálogo entre as diferentes concepções, em busca de definir a linha de reflexividade a ser adotada nesta pesquisa. Na segunda seção, caracterizamos a formação oferecida pelo projeto OBEDUC/E-Mult, analisando a atividade de encerramento do processo, buscando evidenciar quais os avanços e lacunas haviam sido provocados no grupo em relação à compreensão e ao uso da TCC. Essa percepção foi fundamental para a definição do problema e a contratualização prevista por Barbier (2007), que deu origem à formação efetivamente analisada nesta tese. Na terceira seção, traz a análise da formação ministrada aos sujeitos desta pesquisa, sua compreensão da teoria, assim como uma reflexão das docentes sobre a relação delas com o ensino da Matemática. E por fim, na última seção, buscamos apresentar os saberes mobilizados pelas docentes e preservados em suas práticas de ensino, durante um intervalo de oito meses no qual as professoras puderam pôr em prática o que aprenderam formação OBEDUC/E-Mult.

5.1 TORNANDO-SE PROFESSOR REFLEXIVO: CAMINHOS POSSÍVEIS

A tarefa de formar professores tem sido uma ação enredada de pressupostos teóricos e metodológicos. Tal fato vem se delineando desde a década de 1990 e intensificou-se com a promulgação da Lei 9394/96 que fixa Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBNE (1998)[14] (BRASIL, 1996), quer seja, em formação inicial, ou em formação

[14] De acordo com a Lei 9394/96 em seu artigo 61: A formação de profissionais da educação, de modo a atender aos objetivos dos diferentes níveis e modalidades de ensino e às características de cada fase do desenvolvimento do educando, terá como fundamentos:
1.a associação entre teorias e práticas, inclusive mediante a capacitação em serviço; 2.aproveitamento da formação e experiências anteriores em instituições de ensino e outras atividades.

continuada. Essas discussões têm divergido sobre quais aspectos devem ser considerados relevantes no processo de formação dos professores, entretanto, convergem para o fato de que é preciso um olhar mais minucioso para as ações docentes que se efetivam no contexto da sala de aula, como ponto relevante no processo formativo.

Partindo dessa premissa, consideramos que uma proposta de formação continuada para docentes, no contexto atual, deva proporcionar elementos que possam ser incorporados às práticas desses profissionais, considerando uma reflexão permanente sobre as experiências de sua prática de ensino. Segundo Betereli e Nacarato (2015), a formação continuada deve possibilitar as reflexões e a tomada de consciência da atividade docente.

Entretanto, tal expertise não acontece apenas com o acúmulo de conhecimentos ou um simples curso que apresenta nova teoria. Concordamos com Franco (2012) ao afirmar que a prática não se altera por decreto, estando sempre relacionada com as “[...] condições institucionais, as concepções de *habitus* e, mais comumente, as estratégias arraigadas de sobrevivência”. (FRANCO, 2012, p. 175)

Nessa perspectiva, Nóvoa (1995) reitera a necessidade de formação de professores construída dentro da profissão, destacando que essa deva conter um componente prático preponderante e estar voltada para aprendizagem dos alunos, situando-se no contexto escolar. Concordamos com Nóvoa e defendemos que a teoria e a prática devam caminhar juntas num processo dialético, utilizando, ora a reflexão da teoria sobre a prática, ora a reflexão da prática concomitante com a teoria.

Frente a esse posicionamento, optamos por revisitar os conceitos de professor reflexivo na visão de pesquisadores cujas investigações pautaram-se em compreender essa temática e seus desdobramentos na formação de professores. Destacamos neste capítulo as concepções de Schön (1983, 1992), Freire (1995), Pimenta (2002), Alarcão (2010) Nóvoa, Zeicher (1993). Nosso intuito é compreender como esse conceito foi sendo aprofundado por esses pesquisadores, na tentativa de não cairmos no senso comum e evitar nos apropriar de um termo apenas devido à sua grande utilização nas pesquisas acadêmicas.

As concepções defendidas por esses autores divergem em alguns pontos, mas têm em comum o fato de que a reflexão sobre a prática docente é uma ação que contribui para que o professor tenha uma participação mais ativa, colaborando para seu próprio processo formativo e desenvolvimento pessoal-profissional.

Apresentamos o contexto no qual emergiu essa formulação. A década de 1990 foi marcada por grandes reformas educacionais, desencadeando o surgimento de novas perspectivas teóricas dentre elas a de professor reflexivo difundido por Donald Schön. Suas ideias repercutiram em diferentes países a partir de então, influenciando diversas pesquisas e discursos de pesquisadores dentro e fora do Brasil, contribuindo para reformulação de modelos de formação de professores subsidiados por essa concepção teórica. (PIMENTA, 2012).

Schön declara que suas ideias não inéditas, podendo ser encontradas nas obras de escritores como *Léon Tolstoi, John Dewey, Alfred Schutz, Lev Vigotsky, Kurt Lewin, Jean Piaget, Ludwig Wittgenstein e David Hawkin*s (SCHÖN, 1992). Embora, cada um deles tenha pertencido a uma tradição de pensamento recorrente nos diferentes contextos de suas épocas é, no entanto, a partir dos estudos de *Schön* que as ideias de professor reflexivo ganharam evidência. Os anos 1990 trouxeram a efervescência das ideias de refletir sobre a prática, com o ideário das políticas democráticas no cenário educacional, repercutindo nos modelos formativos oferecidos aos docentes.

Zeicher (1993) situa essa tendência à existência de políticas de formação reflexiva do professor como uma rejeição às decisões que ocorrem no âmbito educacional, normalmente, de cima para baixo, sem a participação dos professores. Podemos situar esse cenário ao que Candau (2008) denominou de "perspectiva clássica" de formação continuada. Nesse modelo, as universidades são consideradas *lócus* de produção de conhecimento, desconsiderando aqueles construídos nas escolas. Do mesmo modo, podemos inferir que se assemelha à racionalidade técnica. De acordo com Sousa (2017, p. 77); "[…] esse modelo alcança a formação continuada, transparecendo em propostas de formação em que o professor não é reconhecido em seus saberes e em seu saber fazer, aprendizados decorrentes da prática".

Interessa-nos ressaltar que a prática docente é uma ação impregnada das concepções e compreensões que o professor adquire ao longo de sua trajetória no exercício do magistério.

Destacamos que essa construção de conhecimento se efetiva quando esta se realiza por meio da reflexão de suas ações e aceitação de novas ideias que possam ser incorporadas à sua prática. De acordo com Freire, (1996) na formação permanente de professores, o momento fundamental é o da reflexão crítica sobre a prática. Do mesmo modo, Alarcão (2010, p. 44) corrobora essa visão, afirmando: "A noção de professor reflexivo baseia-se na consciência da capacidade de pensamento e reflexão que caracteriza o ser humano como criativo e não como mero reprodutor de ideias e práticas que lhe são exteriores”.

Concordamos com a autora no fato de que a reflexão possibilita ao docente uma compreensão de seus atos, permitindo um aprimoramento constante de própria prática. Analogamente, apoiamo-nos em Freire (2002) segundo o qual o ato de educar exige impregnar de sentido o que fazemos a cada instante. Com efeito, entendemos que refletir sempre foi uma ação inerente a todos os seres humanos, e, nessa ação, buscamos aprofundar conhecimentos e práticas. Nesse mesmo sentido, Freire (1997) considera que agir e refletir são ações condicionadas ao comprometimento.

Nesse aspecto, o termo professor reflexivo ganhou destaque como tendência investigativa sobre a formação de professores (PIMENTA, 1999). Sobre esse termo, Schön (1992) debruçou-se sobre a compreensão da epistemologia da prática docente, destacando o professor como o principal agente de sua própria formação. Assim, Schön (1992) destaca a existência de três movimentos que circundam o termo professor-reflexivo, quais sejam: 1) do prático-reflexivo (conhecimento carregado de teoria); 2) da epistemologia da prática (o conhecimento intelectual do professor proporciona autonomia emancipatória); 3) da epistemologia da prática docente à prática da epistemologia crítica (o professor, num dado contexto histórico, dá sentido e significado ao seu trabalho). Esses três movimentos referem-se respectivamente a: refletir na ação, sobre a ação e a reflexão na ação. (SCHÖN, 1992)

Por outro lado, Pimenta (2012) reitera a contribuição da perspectiva da reflexão para a valorização da profissão docente. No entanto, critica a centralidade dada às práticas individuais e à ausência de critérios externos para a reflexão crítica. Outro ponto criticado por Pimenta (2012) é o uso generalizado do conceito de professor reflexivo sem considerar as bases políticas e ideológicas em confronto com as políticas de formação de professores no Brasil.

Pontuamos que apesar de considerarmos relevante o professor refletir sobre sua própria prática, esse ato por si só, não garante êxito em seu processo formativo, há que se considerarem outros fatores que interferem para esse avanço. “A reflexão [...] deve ser entendida numa perspectiva histórica e de maneira coletiva, a partir da análise e explicitação dos interesses e valores que possam auxiliar o professor na formação da identidade profissional [...]” (LIMA; GOMES, 2012)

Notemos que as contribuições de *Donald Schön* sobre o uso da reflexão na prática docente são indiscutíveis. Seus estudos subsidiaram outros pesquisadores que se debruçaram sobre esse tema, ampliando e reformulado os seus preceitos. Destacamos a abordagem de

Zeichner (1992) cuja ênfase pautou-se no fato de que o “saber na ação” diz respeito a usar na prática aquilo que se aprendeu na teoria.

Zeichner (1993) alerta para o fato de que os professores precisam exercer um papel ativo nas formulações das propostas de ensino. Destaca ainda que o conhecimento não é exclusivo das universidades, mas que bons professores produzem teorias também. Após quase três décadas de discussões sobre essa temática, ainda é bastante recorrente a desconsideração por parte dos pesquisadores pelos conhecimentos práticos de bons professores. “[...] muitas das investigações feitas no campo da educação permanecem uma atividade conduzida pelos que estão fora da sala de aula para os que estão dentro da sala aula”. (ZEICHNER, 1993, p. 17).

Zeichner (2008) nos chama a atenção para o fato de não cairmos na armadilha de usarmos o termo ‘reflexão’ sem o devido aprofundamento do que essa escolha significa, e em como ela pode contribuir para a melhoria da formação docente. Para Zeichner (2008), apesar de ter havido muitas formações ancoradas no perfil do professor reflexivo, elas contribuíram pouco para um real desenvolvimento do professor.

Zeichner (2008) critica explicitamente três aspectos enfatizados por Donald Schön. O primeiro deles é que a reflexão foi usada para que os professores refletissem sobre uma melhor forma de ensinar o currículo existente, melhorando a sua reprodução, ou seja, houve apenas o uso da racionalidade técnica tão criticada pelo próprio Schön. O segundo ponto é a ideia de separação entre a teoria e a prática, sendo a primeira exclusiva da universidade e a segunda dos professores. O terceiro aspecto critica a ênfase das reflexões dos professores sobre suas práticas de ensino desvinculadas das condições sociais da educação escolar.

Em vista desses posicionamentos, em torno do uso da reflexão na formação de professores, como perspectiva teórica, é consenso entre os pesquisadores que essa ação não pode acontecer isoladamente, mas no contexto coletivo dos professores, considerando tanto o cenário escolar (ALARCÃO, 2010) como o contexto mais amplo na qual a escola está situada (ZEICHNER, 2008).

É nesse sentido que Pimenta (2012) aponta algumas possibilidades de superação desses problemas encontrados com o uso recorrente da perspectiva teórica do professor reflexivo nas formações de docentes, quais sejam: a) partir da dimensão individual para uma de caráter público; b) partir da *epistemologia da prática para a epistemologia da práxis;* c) promover análise e problematização das práticas escolares; d) considerar que o desenvolvimento profissional é resultante das experiências de formação inicial e experiências coletivas, considerando as condições de ambas; e) valorizar a escola como espaço de formação que valoriza os professores e é capaz de articular conhecimentos científicos,

Particularmente, interessa-nos a ideia da passagem da *epistemologia da prática para a epistemologia da práxis.* Na visão de Pimenta (2012, p. 51): “[…] a construção de conhecimento por parte dos professores a partir da análise crítica (teórica) das práticas e da ressignificação das teorias a partir dos conhecimentos da prática (práxis)”. Assim, consideramos fundamental que as formações levem em conta os diferentes contextos vivenciados pelos professores, cercados de complexidades e instabilidades nos quais o profissional deve articular seus conhecimentos teóricos com os da experiência, criando e refletindo sobre sua ação pedagógica.

É nesse sentido que foi proposta a formação sobre o estudo das estruturas multiplicativas nos AIEF, buscando unir teoria e prática sob a égide do professor reflexivo. Não desconsideramos os outros elementos discutidos até aqui sobre esse tema, mas reconhecemos nossa limitação temporal quando da proposição da formação oferecida aos professores, diante de tantos desafios complexos que envolvem uma formação plena de professores.

Nessas condições, optamos por focalizar os encontros formativos na perspectiva da construção da *epistemologia da prática para a epistemologia da práxis.* Na visão de Pimenta (2012, p. 51): “[…] da construção de conhecimento por parte dos professores a partir da análise crítica (teórica) das práticas e da ressignificação das teorias a partir dos conhecimentos da prática (práxis)”. Diante dessas observações, delineamos a proposta de formação que atendesse a esse viés teórico.

5.2 PRIMEIRAS REFLEXÕES SOBRE O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

Nesta seção encontra-se descrita a formação OBEDUC/E-Mult e analisada a atividade de final de curso, através da qual se pretendeu destacar a percepção das professoras a respeito da TCC, depois de concluída essa primeira formação acerca da referida teoria.

O processo de formação realizado no Projeto OBEDUC/E-Mult, intitulado: Um estudo das estruturas multiplicativas no Ensino Fundamental. Foi durante a realização desse projeto que iniciamos a “identificação do problema e contratualização” recomendado por

Barbier (2007). Nessa etapa, foi possível aproximação com a escola de uma maneira geral e nos permitiu a percepção das práticas de ensino das professoras e de seu domínio acerca da TCC.

Tratava-se de pesquisa nos Estados da Bahia, Pernambuco e Ceará. No caso específico do Ceará, participaram quatro escolas, sendo duas na capital, Fortaleza; uma no município de São Gonçalo do Amarante e uma no município de Barreira. Todas as escolas participantes oferecem o Ensino Fundamental. Aqui os dados analisados dizem respeito à formação ministrada, durante o Projeto OBEDUC/E-Mult, em uma escola pública do município de Fortaleza, na qual, em etapa posterior, realizou-se a formação que deu origem a esta tese. Desta forma, esclarecemos que essa formação não foi ação inicial na qual as professoras desconheciam o campo conceitual das estruturas multiplicativas, mas que demos continuidade ao processo formativo sobre a mesma temática.

A formação OBEDUC/E-Mult foi estruturada num modelo em que as professoras pudessem aprender sobre o campo conceitual multiplicativo, e, ao mesmo tempo, fossem analisando as possibilidades de sua aplicação no contexto da sala de aula. Para tanto, a formação foi estruturada da seguinte forma: estudos teóricos com textos que tratavam da TCC, planejamento e elaboração de situações do campo multiplicativo, aplicação dessas situações com os alunos em sala de sala; discussão, na formação, sobre os resultados da aplicação das situações com os alunos. Nesses momentos, eram discutidas e analisadas as situações elaboradas e propostas, assim como os procedimentos de seus alunos, relacionando com a teoria em estudo.

A ação formativa do referido projeto ocorreu no período de maio a dezembro de 2015, tendo uma carga horária de 100h/a. Os encontros foram de frequência quinzenal, totalizando nove. Os mesmos foram acordados com os professores e a equipe pedagógica da escola (diretora e coordenadora) e ocorriam sempre no final da jornada de trabalho docente – das 17h00min às 19h30min.

A formação citada também foi ministrada pela presente pesquisadora. Participaram do processo, treze professoras, das quais oito concluíram o curso com êxito. O Programa realizado no curso encontra-se no quadro abaixo.

Quadro 7- Resumo da formação de professores OBEDUC E-Mult

Datas dos encontros	Assunto tratado	Atividade a distância
18/05/2015	Apresentação do Projeto E-Mult Contratualização da formação Apresentação da equipe de formadores e de professores cursista Apresentação de distintos problemas multiplicativos – Discussão inicial	Leitura do Texto: De vezes e de dividir. Revista Nova Escola[15]
01/06/2015	Apresentação da Teoria dos Campos Conceituais	Elaboração de problemas envolvendo o campo conceitual multiplicativo
03/08/2015	Apresentação da teoria dos Campos Conceituais	Leitura do texto: Magina, Santos e Merline (2014)
17/08/2015	Apresentação do esquema geral das estruturas multiplicativas Apresentação dos resultados dos testes diagnósticos realizados pelos alunos	Leitura do texto: Magina, Santos e Merline (2014)
31/08/2015	Apresentação do eixo de Proporção Simples	Leitura do texto: Magina, Santos e Merline (2014)
14/09/2015	Continuação do Eixo de Proporção Simples	Elaboração de Problemas do Eixo de Proporção simples
08/10/2015	Apresentação de Problemas do Eixo de Proporção simples elaborados e aplicados com os alunos pelas professoras	Leitura do texto de A. Santos
26/10/2015	Problemas do Eixo de Comparação	Leitura do texto de A. Santos
09/11/2015	Apresentação de Problemas do Eixo de Comparação elaborados e aplicados com os alunos pelas professoras	Leitura do texto de A. Santos
23/11/2015	Apresentação do Eixo de Produto de Medidas	Elaboração de Problemas do Eixo de Produto de Medidas
14/12/2015	Apresentação de Problemas elaborados e aplicados com os alunos do Eixo de Produto de Medidas	Avaliação do curso

Fonte: Elaborado pela autora

Como é possível verificar no Quadro 7, durante a formação foi dada maior ênfase às relações quaternárias no eixo de proporção simples (3 aulas). Não se trabalhou com as proporções duplas e múltiplas, fundamentalmente devido à limitação de tempo. Optou-se por iniciar a formação pela primeira classe por tratar-se de problemas efetivamente mais simples, usados com maior frequência em sala de aula (SANTOS, 2014). O seu tratamento nos pareceu mais adequado para introduzir as discussões acerca da TCC. Para o eixo de comparação multiplicativa foram dedicados 2 encontros para as duas classes que o compõem, mesma quantidade dedicada ao eixo Produto de medidas. É importante ressaltar que, mesmo não tendo havido encontros dedicados especificamente a algumas das classes, elas estiveram sempre contempladas nas leituras recomendadas e discutidas durante a formação. Embora

[15] Disponível em: http://novaescola.org.br/matematica/fundamentos/multiplicacao-divisao-428281.shtml

nossos dados não possam assegurar, nós podemos inferir que essa estruturação da formação teve consequências nas escolhas realizadas pelas professoras ao propor situações para seus alunos, conforme passamos a discutir.

A atividade final do curso foi a elaboração, por cada uma das professoras, de oito problemas do campo conceitual multiplicativo, contemplando os aspectos tratados sobre as estruturas multiplicativas: relações, eixos, classes, operações e grandezas. O objetivo dessa tarefa foi verificar o que as docentes conseguiram compreender e assimilar acerca dos aspectos conceituais relativos ao campo das estruturas multiplicativas, após o término dos encontros formativos nos quais apresentamos e discutimos a referida teoria.

Como no final do curso permaneciam oito professoras, esperávamos a elaboração de 64 problemas, mas nem todas conseguiram realizar a tarefa, alegando, dentre outros argumentos, indisposição física após um dia de trabalho exaustivo. Assim, recebemos apenas 45 problemas elaborados pelas professoras. Esses problemas nos forneceram indícios do domínio da teoria por parte das professoras, que foram importantes para a continuidade da formação.

A atividade realizada revelou o cuidado das professoras na elaboração das situações do campo multiplicativo, pois apenas 4 questões exibiram falta de algum dos elementos necessários à sua resolução. Podemos ilustrar essa falha com a seguinte situação proposta: "o salário mínimo atual terá aumento de 8%. Que valor terá o novo salário mínimo?" (Luana[16]). A proponente não percebeu que seria necessário anunciar o valor do salário vigente para que se pudesse obter a resposta desejada. Ao lado disso, ressalte-se que nenhuma das professoras propôs um problema no qual se exigisse apenas procedimento com o algoritmo como estratégia de aprendizagem da multiplicação e divisão, evidenciando que elas perceberam a importância das situações diversificadas para a compreensão desse complexo campo conceitual.

As atividades propostas pelas professoras revelaram a busca por articular majoritariamente as questões em torno de problemas que envolviam quatro elementos, isto é, as relações quaternárias. Tal achado reforça o que já foi demonstrado por Santos (2015) e desconstrói a ideia de que a multiplicação é trabalhada na escola a partir das relações ternárias.

As docentes optaram, em sua maior parte, pelas situações consideradas as mais

[16] Trata-se de um nome fictício atribuído a uma das professoras durante o processo de formação do projeto OBEDUC/E-Mult. Esses nomes foram modificados na fase da formação que deu origem aos dados discutidos nessa tese.

simples em cada grupo. No caso das relações quaternárias, todas envolvendo a construção do conceito de proporcionalidade, verificou-se o uso mais frequente do eixo de proporção simples, 32 situações dentre as 45 propostas. A proporção dupla e a proporção múltipla não foram contempladas por nenhum dos sujeitos investigados. Além disto, a opção recaiu preferencialmente sobre a classe um-para-muitos, visto que apenas 1 problema foi proposto na classe muitos para muitos.

Quando se consideram as relações ternárias e o eixo da comparação multiplicativa, a classe de maior dificuldade – a do referente desconhecido (GITIRANA, *et al*, 2014) – foi novamente a que menos fez parte das proposições das professoras. Dentre as 12 situações do eixo, apenas duas contemplaram a classe referente desconhecido.

Envolvendo o eixo produto de medidas foi elaborada apenas 1 situação, referente à classe combinatória. Nessa estava solicitada a tarefa de combinar duas partes conhecidas, em busca do produto. A relação inversa de, conhecendo-se o produto, procurar por uma das partes também não se fez presente em todo o conjunto de proposições. Paralelamente percebeu-se a exclusão da classe configuração retangular, que envolve o cálculo de áreas e volumes, considerada uma dificuldade para as professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, já constatada por Silva (2011).

No tocante à operação, as situações que exigiriam o uso da multiplicação também foram propostas em maior número do que aquelas que envolviam a operação de divisão, foram 26 e 18 situações, respectivamente. A literatura demonstra que as situações de divisão apresentam maiores dificuldades quando comparadas às de multiplicação (NUNES; BRYANT, 1997; CORRÊA; SPINILLO, 2005). Entre os tipos de divisão – por partes ou por cotas – esta última foi a menos utilizada, também esta considerada mais difícil (NUNES; BRYANT, 1997; SPINILLO; LAUTERT, 2006).

Finalmente, as dificuldades com as grandezas contínuas evidenciadas pela literatura (NUNES *at al*), foram evitadas nas situações propostas. Apenas 8 situações contemplaram as grandezas contínuas, enquanto 37 envolveram as grandezas discretas.

Dessa forma, infere-se que as professoras reproduziram nas proposições, majoritariamente, os aspectos mais trabalhados em sala de aula, durante a formação a elas oferecida. Assim sendo, constatou-se a necessidade de que novos estudos fossem realizados com o grupo, no sentido de aprofundar o domínio da TCC e seu uso na sala de aula, contribuindo para superar o que pode ser considerado apenas um aprendizado imediato.

O estudo de Oliveira (2017), realizado com uma das professoras participantes da formação do projeto OBEDUC, buscou analisar a permanência de elementos da referida formação em sua prática. A autora constatou que a professora não propunha para seus alunos situações ligadas a todos os eixos componentes do campo multiplicativo, centrando-se na classe de proporção simples. Foi observado também exploração de pouca variedade de representações, enfocando basicamente a representação numérica. O diagrama proposto por Vergnaud não foi usado em sala de aula.

A autora destaca o esforço da professora em valorizar as estratégias pessoais de seus alunos e tentar entendê-las, embora a apresentação de tais estratégias não fosse realizada pelos próprios estudantes, mas sim pela professora que selecionava aquelas que julgava mais relevantes.

Dessa forma a autora conclui que, embora o processo de formação tenha contribuído, trazendo elementos teóricos desconhecidos pela docente, existem ainda lacunas conceituais que não foram sanadas no processo formativo e demandam mais tempo para sua apropriação.

O trabalho de Oliveira (2017) reforça a nossa percepção de que a formação OBEDUC/E-Mult contemplou amplo leque de elementos conceituais do campo multiplicativo, mas vários aspectos foram menos explorados e as ações das professoras apontaram para a necessidade de aprofundamento. Todo esse processo de formação nos colocou em posição privilegiada em relação à realização daquilo que Barbier (2007) propõe como temática de "identificação do problema e contratualização", para a etapa da pesquisa que deu origem a esta tese. Essas reflexões foram levadas para a continuidade do estudo do campo conceitual com as professoras dessa escola, da qual tratamos na próxima seção.

5.3 A RELAÇÃO DAS DOCENTES COM A MATEMÁTICA: TRAJETÓRIAS E DESAFIOS

A discussão que travamos nesta seção é baseada nas informações obtidas na primeira entrevista reflexiva realizada antes dos encontros formativos e as informações coletadas através de questionário elaborado previamente. Nosso intuito foi compreender como foi construída a relação dessas docentes com a disciplina de Matemática. Para tanto, identificamos suas percepções, aprendizados e experiências com esse campo de ensino.

Solicitamos inicialmente que cada uma das quatro professoras relatasse como foi o início de sua trajetória no magistério. A intenção, *a priori*, era iniciar com um assunto que as deixasse à vontade, e desse modo, servisse de "aquecimento" para o prosseguimento das outras questões. Assim, consideramos os relatos para compreendermos a gênese dos obstáculos com a Matemática presentes desde a trajetória escolar e seu prolongamento durante todo percurso formativo dessas docentes.

É fato que antes de ingressarmos na carreira do magistério, todos nós já temos uma trajetória com a cultura escolar. A vida como estudante nos coloca em contato com colegas e com professores e suas diferentes práticas pedagógicas rumo ao desafio de construção de conhecimento. Nessa perspectiva Costa, Lima e Alves (2012) ressaltam a importância dessas experiências, ao afirmarem que a evocação dessas nos faz compreender, de forma mais ampla, nossas dimensões pessoais e profissionais, fatos que vão permeando a complexidade da profissão docente. Nessa mesma perspectiva, Therrien (2007) afirma que o saber da experiência pessoal e social decorrente das diversas vivências do professor constitui fonte de referência para sua profissão.

As falas aqui apresentadas revelaram que as professoras guardam semelhanças quanto ao início e tempo de magistério, identidade com a docência e valorização da profissão. Todas iniciaram suas incursões em sala de aula na adolescência, ainda como estudantes do curso pedagógico ou escola normal como podemos identificar nas falas abaixo.

> *Comecei essa profissão com 16 anos como auxiliar de sala. E com 1 ano e meio eu já assumi a uma sala de aula. Passei seis anos, depois me afastei pra me casar. (Rosa)*
>
> *Eu tenho 33 anos de sala de aula e comecei em escola particular, onde fiquei 17 anos sem carteira assinada. Hoje tenho dezesseis anos de prefeitura. (Margarida)*
>
> *Eu tenho 31 anos de magistério. Minhas irmãs todas são professoras. (...) No 3º ano já fui trabalhar numa escola [...] Onde fiquei quatro anos, depois fui pra outra e fiquei muito tempo. Depois fui pro ([17]) e fiquei vinte sete anos. (Jasmim).*
>
> *Comecei como a Margarida e a Rosa com dezesseis anos. Só que eu tive uns períodos em que fiz outros trabalhos em escritórios. (Violeta)*

Embora todas as professoras tenham iniciado suas experiências docentes na adolescência, houve uma interrupção na carreira docente de duas delas. Rosa aos 22 anos, retornando à docência 13 anos mais tarde. Já Violeta teve um curto período em que não exerceu a docência. Em ambos os casos, as docentes buscaram profissões que remunerassem

[17] Nome da escola *lócus* deste estudo.

melhor, pois a docência em escolas privadas pagava muito aquém das necessidades pessoais das mesmas.

Mudanças na vida pessoal de ambas também contribuíram para essa pausa na carreira. Vejamos os depoimentos a esse respeito.

> *Passei 6 anos, depois me afastei pra me casar. Procurei um emprego que me desse um retorno financeiro melhor. Naquela época, escola pagava muito pouco. (Rosa)*
>
> *As escolas pagavam menos do que um salário naquela época. Pagavam meio salário. Pra ganhar um tinha que ficar o dia todo. Trabalhei 3 anos em escritório, depois tive meu primeiro filho e fiquei um ano parada. (Violeta)*

Situando esses relatos no período em que essas experiências ocorreram (início da década de 1990), não havia uma política de valorização do professor, fato que só veio a ser pauta nas políticas educacionais com a publicação da Lei 9394/96 (LDB). Portanto eram práticas corriqueiras aceitar professores leigos e remunerar pouco pelo trabalho. Apesar dessa desvalorização salarial, as docentes tinham identificação com a profissão, o que as impulsionou a continuar exercendo o magistério, como notamos nas falas a seguir.

> *Mas em 2003 eu não aguentei ficar distante de sala de aula. Saí do escritório onde eu trabalhava e voltei pra faculdade de Pedagogia, pois era exigida nas escolas e eu só tinha o normal pedagógico. E nisso já são 29, entre aula particular e sala de aula. Pra mim é onde me sinto realizada, minha prática, é fazer com que eu tenha prazer em estar na sala de aula. (Rosa)*
>
> *Eu nunca tive dúvida sobre minha escolha como professora. Eu passei no concurso logo após concluir a faculdade de pedagogia. Então gostar do que a gente faz é bom e ainda ganhar dinheiro pra isso, ainda é melhor. A gente sabe que deveria ganhar mais, mas a satisfação de ver os meninos aprenderem é tão boa que compensa. (Margarida)*
>
> *Não gosto quando as pessoas fazem piada diminuindo nossa profissão eu tenho orgulho de dizer que sou professora. (Jasmim)*
>
> *Estou na mesma escola desde 2001. No 5º ano desde 2009. Já passei por todos os anos menos o Infantil. Mas me identifico muito com a faixa etária do 5º. Tenho paixão pelo 5º ano porque a linguagem deles se aproxima mais da nossa. Ás vezes me pego falando como eles, ouvindo as mesmas músicas. Já fui alfabetizadora numa época em que não havia xerox, livro. Os materiais eram quase todos feitos por nós. Naquela época os alunos chegavam na 1ª série (hoje 2º ano) fazendo garatujas sem reconhecer nem as letras. Era muita loucura pra entregar a turma lendo. A gente usava mimeógrafo a álcool. (Violeta)*

Esses depoimentos indicam uma identificação das quatro professoras com a profissão. Cada uma delas foi dando resinificado às suas experiências (mesmo que fosse em outras áreas fora do magistério) e aproximando-se do ofício docente. Tal postura corresponde ao que afirma Pimenta (1999) quando considera que essa identidade profissional vai sendo construída pelo significado que cada professor atribui à atividade docente no cotidiano: "[...] a partir de seus valores, de seu modo de situar-se no mundo, de suas histórias de vida, de suas representações de seus saberes, de suas angústias e de seus anseios, do sentido que tem em sua vida o ser professor." (PIMENTA, 1999, p. 19).

No tocante às experiências com a Matemática, identificamos nas falas, marcas negativas das docentes em relação a essa disciplina, muitas delas, ocorridas ainda enquanto estudantes da Educação Básica. São relatos de momentos de medo e angústia, que possivelmente causaram bloqueios em relação à aprendizagem da disciplina e sua rejeição, como percebemos nos depoimentos a seguir:

> *Eu sempre me considerei uma "burra" em Matemática. E acho que o que mais me travou foi a minha timidez. Eu era uma criança que não conseguia dizer nunca que não tinha entendido. Eu morria calada, tirava zero, mas não dizia nada. Eu não entendia. Não entendia Matemática e não entendia pra que aquilo servia na minha vida. Aquilo me dava náuseas nas aulas de Matemática. A minha professora era uma "carrasca"! (Margarida).*
>
> *Eu já fiquei de recuperação do 6º pro 7º, do 7º pro 8º, do 8º pro 9º (ainda na seriação antiga). Depois de 2 recuperações consecutivas em matemática, na 3ª vez (8ª série) meu pai não deixou eu fazer recuperação. Ele disse que como castigo eu ia repetir o ano porque ele dizia que tava jogando dinheiro fora (já que eu estudava em escola particular). (...) Gente, eu não entendia e por não entender eu não gostava. (Violeta)*
>
> *Eu passei a odiar Matemática no 5º ano porque travou muito. Quando começou a multiplicação a professora não deixava que a gente repetisse, por exemplo, ela perguntava quanto era "3x3" e eu repetia: 3x3? Ela dizia: eu não mandei você repetir eu mandei você dar a resposta. Seu tivesse com mão pra trás ela dizia: "Bota a mão pra frente"! E o meu nervoso é mexer nas mãos até hoje. Aquilo me dava um desejo de não ir pro colégio. Isso era na frente de todo mundo. Eu tinha que decorar a tabuada e eu não conseguia. Até hoje em situações que eu acho que estou sendo arguida eu travo. Eu repeti no 1º ano e foi em Matemática. Pra mim era coisa demais, informação demais. (Rosa)*
>
> *A Matemática na minha vida passou despercebida no fundamental 1, pois eu tinha um problema maior: eu não sabia ler! Eu só aprendi na 3ª série. E eu sempre ficava em turma que era considerada fraca, pois havia essa separação dos alunos. Eu sempre me considerei medíocre nessa fase escolar. (Jasmim)*

Como podemos observar a relação de aprendizado das professoras com a Matemática, ainda como alunas da Educação Básica, foi marcada por momentos de tensões, fatos demonstrados na intransigência dos métodos adotados por seus professores, relevando um desconhecimento de práticas pedagógicas que considerem o desenvolvimento cognitivo dos alunos como parte do processo de aprender. Com efeito, as metodologias e escolhas didáticas, no âmbito da educação matemática, ganharam ênfase a partir da década de 1980 sob a influência da escola francesa. “(…) deixou-se de considerar as dificuldades de aprendizagem da disciplina apenas como culpa de um dos dois principais atores do jogo pedagógico – o professor e o aluno. (SILVA, 2011, p. 15)”

Com muita frequência, a Matemática é uma área temida entre as disciplinas escolares, responsável por grandes índices de evasão e repetência. Esta resistência e as consequentes falhas na formação dos professores podem acompanhá-los para além da sua vida escolar, atingindo-os na vida profissional, como é o caso dos pedagogos desse estudo.

Por outro lado, apesar das experiências negativas no aprendizado da Matemática, por parte dessas docentes, é possível perceber que o desejo de aprender impulsionou-as a não desistir. Para tanto, encontramos em seus relatos a figura de um professor ou professora que apresentaram a Matemática sob uma ótica diferente dos anteriores. Vejamos como isso se configurou nas falas das docentes,

> *Eu tive uma professora no ano seguinte que o modo como ela explicava me fazia entender o que ela dizia. Eu entendia de tal modo que eu passei a ser monitora, coisa que antes eu não queria ver a aula. Eu nunca tive bons professores de Matemática, tive muitos professores de repetição. Ensinar a conta e repetir a conta. As tarefas que eu me lembre eram de arme e efetue, expressão numérica. (...) Então com essa Professora, que era a (**), com ela eu entendia a maneira dela ensinar e explicar, e, assim, passei a entender. (Violeta)*

> *E eu saí do colégio (**) pra repetir o 1º ano no colégio(**), um colégio menor, escola de bairro, e a professor (**), uma fada! Uma vez ela me chamou no quadro e eu comecei a chorar. Devia ter uns 15 ou 16 anos. Fiquei num pranto de choro porque eu travava e não conseguia. E ela foi me acalmando e eu dizendo que odiava essa matéria se eu pudesse não estudava mais ela, que aquela matéria não servia pra nada que ia ser psicóloga ou professora [...]e ela começou a me ensinar brincando, coisa que deviam ter feito comigo na infância. (Rosa)*

> *Eu aprendi Matemática depois da reprovação no 1º ano. Somente no (**) eu fui aprender. Deu um estalo em mim e comecei a estudar realmente. O professor que me reprovou foi o mesmo que me ajudou. Ele ficava depois da aula. Ele dizia que como é que ia ser professora sem saber Matemática? (Margarida)*

> *Eu sempre me considerei medíocre nessa fase escolar. Até que cheguei a 5ª série, era sistema de TV. Fiz até a 8ª série. Eu tinha dificuldade e procurava ficar na frente. Eu copiava tudo, eu só entendo copiando. A professora ficava fazendo crochê e os outros brincando, enquanto eu ficava lá na frente tentando entender alguma coisa. A professora depois dizia: (**) explica pros meninos aí [...] e eu acabei acreditando que eu sabia. (Jasmim)*

Nesses casos relatados fica evidenciado o papel determinante que um professor pode ter na aceitação e compreensão da Matemática. Durante muito tempo, essa disciplina foi usada como instrumento de coerção e intimidação dos alunos. Muitos professores consideravam-se “gênios” e tratavam os alunos como “seres inferiores” porque estes não tinham facilidade de compreensão dos conteúdos ensinados. Para esses professores, o problema do baixo desempenho, nessa área, era culpa exclusiva dos alunos que não aprendiam. Ou seja, não havia nenhuma responsabilidade deles sobre os altos índices de reprovação nessa disciplina. A didática e a metodologia para ensinar não eram reconhecidas como parte do processo de ensino e aprendizagem na rotina desses profissionais. A esse respeito Lorenzato (2006) posiciona-se:

> O sucesso ou fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e alunos (…) o papel que o professor desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos. (LORENZATO, 2006, p.01)

Essas concepções equivocadas, por parte de muitos docentes de Matemática, podem ter influenciado no posicionamento que muitos pedagogos, que hoje exercem a profissão, adotam em relação a essa área do ensino. Para Spinillo e Correa (2004), a visão estereotipada de que essa área é de difícil compreensão explica os grandes índices de fracasso e rejeição. Do mesmo modo, Silva (2011, p. 43) destaca:

> Muitos dos que exercem hoje as funções docentes vivenciaram, como alunos do ensino básico, concepções preconceituosas acerca da disciplina e carregam consigo essa visão para sua prática de ensino da Matemática. Mesmo sem se dar conta, os professores acabam repetindo as mesmas práticas antiquadas e errôneas que refletem sua aversão e insegurança ao ensinar os conteúdos matemáticos.

Podemos confirmar essa situação nas falas das professoras, quando questionadas sobre quais a razões das dificuldades delas em ensinar Matemática.

> *A forma como aprendi. Tendo que “engolir” regras e fórmulas. Uma professora, que me ensinou por quatro anos, intolerante que não permitia perguntas (questionamentos) ou dúvidas. (Rosa)*
>
> *Talvez pelo fato de ser canhota e sempre ouvir falar dessa limitação. Com isso, acabei por internalizar essas falsas "verdades". (Jasmim).*
>
> *Creio que um dos fatores para essa dificuldade é que se separavam muito uma operação da outra. Nunca nos foi ensinado uma como operação inversa da outra, ou seja, o erro vem de muito longe! (Margarida)*
>
> *Talvez por esses conteúdos terem sido trabalhados de forma isolada, sem estabelecer as conexões entre eles, ou pela abordagem não reflexiva e questionadora para se criar o conceito construindo o conhecimento. (Violeta)*

Como podemos notar as queixas na forma como as docentes aprenderam os conteúdos de Matemática são unânimes, o que confirma nosso argumento inicial de que os experimentos vivenciados na escola básica, no âmbito dessa disciplina, tiveram em grande parte, influência no posicionamento das nossas colaboradoras, sejam negativamente ou positivamente conforme demonstrado em seus depoimentos.

Diante dessas ponderações, constata-se a necessidade de realização de formações continuadas que fujam a essa tendência já vivenciada pelas professoras e nas quais elas possam aprender e atualizar-se, sempre relacionando suas experiências com os novos conhecimentos.

Nesse sentido buscamos saber quais as experiências de formação continuada, na área de Matemática, as docentes vivenciaram em sua trajetória profissional. O resultado encontra-se no quadro a seguir.

Quadro 8 - Cursos de Formação Continuada realizada pelas docentes

Professoras	Cursos	Ano
Jasmim	• Pro-Letramento[18] • Formação Continuada em Matemática[19] • OBEDUC/E-Mult • PAIC/PNAIC	• 2008 • 2003-2005 • 2015 • 2016
Margarida	• PAIC • OBEDUC/E-Mult	• 2013, 2014, 2015, 2016 • 2015
Rosa	• PM Maracanaú[20] • OBEDUC/E-Mult • PAIC/PNAIC	• 2008 • 2015 • 2014 e 2015
Violeta	• PAIC • OBEDUC/E-Mult	• 2013, 2014, 2015, 2016 • 2015

Fonte: Elaborado pela autora

Notemos a escassez de cursos de formação continuada para a Matemática, dos quais as professoras participaram. É de domínio público que se trata de área onde se manifestam problemas de aprendizagem, já constatados por avaliações externas, nacionais e internacionais. As professoras com prática de ensino em torno de 30 anos e com vínculo com a prefeitura entre 9 e 16 anos terem participado apenas desses cursos revela que o poder público não esteve dando a atenção necessária à formação, no sentido de proporcionar a

---

18 Programa de formação continuada de professores, para melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática nos anos iniciais do ensino fundamental" (BRASIL, 2008, p. 02). Aconteceu durante o ano de 2008, com carga horária de 120h/a, das quais 60h/a foram destinadas à Matemática. (SILVA, 2011)

19 Destinado aos professores polivalentes da rede pública de ensino, na modalidade a distância através de recursos multimídias. Carga horária de 100 horas, divididas equitativamente para as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, no período de setembro de 2003 a setembro de 2005. (SILVA, 2011)

20 Formação oferecida pela Secretaria Municipal de Maracanaú.

superação das lacunas de formação já manifestadas pelas docentes.

As formações estão concentradas no período posterior a 2013, quando o munícipio de Fortaleza aderiu ao Programa Nacional de Alfabetização na Idade Certa - PNAIC, criado pela Lei 12.801/2013, onde a Matemática tem espaço na formação dos professores. Observe-se, entretanto, que o referido Programa previu formação em Matemática para professores apenas do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental. Desta forma, por iniciativa do governo estadual, ampliou-se o programa PAIC (Programa de Alfabetização na Idade Certa), que previa formação apenas para 1º e 2º anos para Língua Portuguesa, transformando-o no PAIC^{+} (Programa de Aprendizagem na Idade Certa), através do qual se passou a oferecer formação em Matemática para professores do 1º ao 5º ano.

Diante desse cenário, consideramos que a formação continuada de professores em Matemática, na rede municipal de Fortaleza, tem encontrado espaço exíguo e precisa ser ampliado para atender às necessidades e carências já citadas pelas docentes e evidenciadas nas falas:

> *(...) ao ensinar 4º e 5º anos, sinto necessidade de maior preparo.* (Rosa)
>
> *Sinto dificuldade nas situações-problemas, no entendimento da operação que deverá ser feita. (Margarida)*
>
> *Tenho dificuldades nas situações-problemas que envolvam multiplicação e divisão; comparação de números racionais na forma decimal e fracionária; reconhecimento de diferentes representações de um mesmo número racional; Adição e subtração de fração com denominadores diferentes. (Violeta)*
>
> *Sinto dificuldade em trabalhar lateralidade – o sentido de direção: esquerda e direita. (Jasmim)*

Embora as professoras tenham registrado diferentes dificuldades com os conteúdos que devem ser trabalhados em suas salas de aula, percebe-se que elas estão mais concentradas nos conteúdos ligados ao bloco de número e operações, com exceção de Jasmim que citou conteúdos da geometria, talvez por sua longa vivência na Educação Infantil onde esse conteúdo tem grande enfoque nas orientações curriculares.

Essas dificuldades manifestas pelas professoras sujeitos desta pesquisa reafirmam o que a literatura vem constatando em muitos países. Há alto nível de fracasso no ensino da Matemática, provocando necessidade de repensar as formas de capacitar professores e como fazer os alunos aprenderem os conteúdos. Como resposta a esses problemas criam-se diferentes teorias que se encontram agrupadas no que se denomina hoje de tendências teórico-metodológicas, com forte expressão da escola francesa. Dentre essas teorias encontra-se a Teoria dos Campos Conceituais, cuja maior contribuição está voltada para os números e operações. Na próxima seção encontram-se discutidas as percepções das professoras acerca da TCC, antes que se iniciasse a formação, isto é, identificando conhecimentos mobilizados pelas docentes sobre o campo conceitual multiplicativo e seu uso na prática da sala de aula.

5.4 SABERES DOCENTES MOBILIZADOS SOBRE O CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

Iniciaremos esse tópico com uma citação de Tardif (2010. p. 21): “Ensinar é mobilizar uma ampla variedade de saberes, reutilizando-os no trabalho para adaptá-los e transformá-los pelo trabalho”. Concordamos com o pensamento de Tardif e consideramos que existem muitos aspectos a serem considerados nessa diversidade de saberes, dentre os quais estão aquelas situações que envolvem conflitos, imprevisibilidades e incertezas presentes na prática docente. Nesses casos, os saberes docentes adquirem significados e ampliam-se para além das técnicas e regras.

Esses saberes são mobilizados diariamente pelos professores nos espaços de sala de aula, exigindo conhecimentos, competências e habilidades, relacionando-os com as experiências de vida, trajetórias profissionais, relações com os alunos e outros atores da escola. Há que se considerar ainda que os saberes individuais se relacionam com o coletivo, constituindo o saber social. Essa relação é estabelecida no contexto de *socialização profissional* (TARDIF, 2010). Em suma:

> “[...] o saber dos professores não é um conjunto de conteúdos cognitivos definidos de uma vez por todas, mas um processo em construção ao longo de uma carreira profissional na qual o professor aprende progressivamente a dominar seu ambiente de trabalho, ao mesmo tempo em que se insere nele e o interioriza por meio de regras de ação que se tornam parte integrante de sua “consciência prática”. (TARDIF, 2010 p. 15)

Diante dessas ponderações, reconhecemos o valor dos saberes docentes, no âmbito de sua experiência profissional, entretanto destacamos que os mesmos precisam ser refletivos à luz de uma discussão teórica e situada numa rede de relações com outros professores, nas escolas, nos sindicatos e outros agrupamentos. (PIMENTA, 1999). Sobre esse aspecto Charlot (1997, p. 60) afirma: “Não há saber sem relação com o saber”.

Reconhecemos a importância dos saberes na constituição da profissão docente e que esses estão situados numa rede de relações que precisam ser levadas em consideração para que possam ser efetivamente mobilizados. Tardif (2010) apresenta uma tipologia na qual classifica saberes necessários à ação docente. São eles: saberes pessoais, saberes provenientes da formação, saberes curriculares, saberes da experiência. Entendemos que mobilizar esses saberes é fundamental no processo de mediação na formação dos professores. Por outro lado, o conhecimento que consolida o trabalho dos professores deve estar vinculado à sua prática. A esse respeito, pondera Zeichner (2008. p. 546): "Os professores precisam saber o conteúdo acadêmico que são responsáveis por ensinar e como transformá-lo, a fim de conectá-lo com aquilo que os estudantes já sabem para o desenvolvimento de uma compreensão mais elaborada".

Para esse tópico, buscamos identificar, através de dados das entrevistas realizadas com as professoras, que saberes sobre o campo conceitual multiplicativo foi efetivamente preservado pelas professoras e como a TCC esteve sendo utilizada na prática da sala de aula, uma vez que entre a formação oferecida no projeto OBEDUC/E-Mult e a formação que estávamos propondo houve um intervalo de aproximadamente oito meses. Para Tardif (2010) a competência profissional dos professores está relacionada com a sedimentação temporal e progressiva de suas experiências tendo um efeito cumulativo e seletivo dessas.

Ao discutirmos as contribuições que a formação OBEDUC/E-Mult havia trazido para a prática de ensino de Matemática, as respostas apontaram para dois aspectos distintos: o primeiro trata do rompimento de práticas pedagógicas que as professoras vivenciavam e que passaram a ser por elas consideradas equivocadas; o segundo diz respeito à valorização pelas professoras das estratégias aplicadas por seus alunos, quando da resolução das situações multiplicativas.

No que se refere ao primeiro aspecto, as participantes foram unânimes em afirmar que houve mudança considerável na forma de elas conceberem a Matemática. A visão do senso comum de que "a matemática é sempre exata", e, portanto, que somente a resposta esperada pelo professor é aceitável foi desacreditada. Do mesmo modo, a ideia de linearidade no ensino dos conteúdos foi desconstruída, como podemos constatar nas falas a seguir:

> *[...] acabava pensando que se o aluno não soubesse calcular, ele não sabia Matemática; se ele não soubesse armar e efetuar ele não sabia Matemática. Você acaba aprendendo a mesma coisa, né? (Rosa)*
>
> *Pra mim foi um divisor de águas o curso do OBEDUC, porque assim, até então mesmo com toda a didática e com todo o estudo, eu achava que a adição que tinha que ser primeiro depois subtração, multiplicação e divisão, sempre nessa ordem. (Margarida)*
>
> *A gente vai perguntando as coisas pros alunos e a gente só registra na lousa as respostas certas. Por exemplo, outro dia resolvi anotar as repostas erradas: um aluno diz "2" que não tem nada a ver, mas anotei; E fui perguntando pra eles de onde tinha vindo isso. Ele disse das calças e blusas. Então foi do nada que ele inventou, ele reconheceu as duas grandezas:*

> *calças e blusas. Então o aluno traz alguma coisa e a gente aproveita (Jasmim).*
>
> *Eu ensinava Matemática [...] Mas era assim, eles faziam certo, mas não sabiam porque era assim. Mudou muito, a questão das estratégias das intervenções. Antes quando eles não entendiam eu perguntava logo: o que é que você não entendeu? Já repeti mil vezes. Não aceitava que ele não entendesse pois já tinha explicado várias vezes. Quando eu começava a multiplicação eu pensava que ele tinha que aprender, pois a divisão vinha em seguida e ele tinha que aprender. Era essa coisa que a (**) falou de seguir uma ordem. Só pode aprender multiplicação se aprender adição. Pois é uma adição de parcelas iguais. A gente não trabalhava nem proporção nem combinatória (Violeta).*

Como pudemos constatar, as professoras reconheceram em suas práticas a presença ou ausência de elementos relacionados com a Teoria estudada. Foi possível perceber nitidamente o rompimento com algumas ideias preconcebidas, tais como: ensinar os conteúdos segundo uma ordem linear como ensinar adição e subtração para só depois ensinar multiplicação e divisão; ou ainda no fato de considerar apenas a resposta certa como o mais importante na avaliação dos alunos, desconsiderando todo o processo cognitivo presente nas estratégias representadas pelos alunos. Destacamos na fala de Violeta o uso de termos específicos da TCC, fato recorrente em vários relatos de sua prática. Essa ação pode ser efeito de sua participação como bolsista e professora coordenadora durante a formação OBEDUC/E-Mult.

De acordo com Gitirana *et al* (2014) o professor deve procurar entender os caminhos utilizados por seus alunos para realizarem tarefas solicitadas. “[…] eles podem seguir diferentes caminhos para produzir uma resposta correta [...]” (GIRTIRANA *et al*, 2014, p. 18). Nesse aspecto, esses autores enfatizam o papel do professor em criar condições para que o aluno avance nesse processo de desenvolvimento cognitivo.

Em relação à valorização das respostas dos alunos, pudemos reconhecer que as professoras passaram a olhar as estratégias dos alunos como uma fonte de informações importantes para suas ações como professora de Matemática, conforme pode ser constatado nas falas a seguir:

> *O que mais tem contribuído é me dar uma luz para chegar aonde eu quero. Antes eu dizia o que queria e o aluno não entendia, hoje como eu percebo a linha que ele está pensando eu consigo chegar aonde eu quero (Rosa).*
>
> *Aprendi com os meninos a trabalhar em cima do erro deles. Eu sei que a gente comete um erro que é dar mais atenção ao menino que sabe, enquanto outros você deixa pra depois quando eu tiver tempo, porque ele precisa de mais tempo. Quando eu tiver mais tempo, eu me dedico a eles (Margarida).*

> *O bom é que a gente vê como o aluno está pensando para a partir daí dar continuidade (Jasmim)*
>
> *Eu tava um dia corrigindo as provas e teve uma colega que disse: "porque tu não olha só as respostas, já que é só de marcar?" E eu disse: "porque quero ver como ele tá pensando". A valorização das estratégias, penso que é a coisa mais relevante. Tem menino que chega quase no acerto e por um detalhe na hora do cálculo, fez com que ele pensasse diferente. (Violeta)*

As análises das estratégias dos estudantes fizeram com que as professoras reformulassem suas concepções sobre os erros. Se antes a resposta certa era apenas o que interessava, essa compreensão foi modificada, como destacado nas falas a seguir.

> *O erro deles me faz repensar o que eu tinha pensado e reprogramar a própria aula (Rosa).*
>
> *O erro do meu aluno me ajuda a preparar a próxima aula. Já pensando na possibilidade de chegar nesse erro, eu digo que daqui pra frente [o aluno que errou] deve pensar de outra forma já que não deu certo da primeira vez daquele jeito. Eles questionam se pode fazer de determinadas maneiras e digo que sim, desde que chegue ao resultado (Margarida).*
>
> *Vou perguntando de onde eles tiraram esse número [...] Aquele outro[...]e a gente tem que valorizar isso. Algumas vezes não conseguem dizer de onde tiraram certos números e vou questionando até sair algo válido. Isso vai fortalecendo a coragem dele. Eles vão vendo que existem escolhas que eles podem fazer de mais de uma maneira e ainda estar certa a resolução (Jasmim).*
>
> *A primeira vez que a gente fez combinatória só um aluno acertou. Os outros mostraram suas estratégias, mas não tinha nenhuma certa. E na hora que eles vão explicar eles começam a perceber que tem alguma coisa errada. Eles olham o registro do caderno e é o mesmo da lousa. Eu gosto de trabalhar o erro com eles mesmos mostrando como resolveram. E os colegas vão acrescentando ideias de que algo tá faltando o que ajuda também a ele perceber (Violeta).*

Dessa maneira, as docentes confirmaram a necessidade de realizar intervenções a partir da análise das estratégias de seus alunos, principalmente aqueles que contêm erros. Importante, entretanto, ressaltar que na fala de Margarida subsiste a visão de que o erro do aluno deve indicar apenas que ele tem que mudar de estratégia, uma vez que aquela escolhida não havia funcionado. A professora não demonstrou considerar importante o porquê daquele insucesso, mas apenas a indicação de que o aluno estava no caminho errado. Essa ação não garante a compreensão ou avanço do aluno sobre a situação proposta. Tal fato suscita a necessidade de refletir sobre ações interventivas mais eficazes, o que por sua vez demanda um momento para planejar essa intervenção.

Essas constatações vão ao encontro do que Vergnaud (2009) denomina de análise de procedimentos, incluindo tanto a análise dos erros como dos acertos por parte dos alunos. Vergnaud (2009) afirma que mesmo os acertos contêm diversos caminhos que podem ser utilizados, podendo ser o mais simples ou o mais curto, o mais frequente. Quanto aos erros assevera que a necessidade de analisá-los é mais evidente ainda, pois permite saber as dificuldades enfrentadas pelas crianças, fornecendo meios de remediar a situação.

Constatados elementos da formação oferecida pelo OBEDUC/E-Mult que trouxeram modificações nas práticas de ensino das professoras, passamos no próximo capítulo a discutir as contribuições que o novo processo de formação trouxe para a consolidação do conhecimento e uso da TCC por parte das docentes.

6 O REENCONTRO DAS DOCENTES COM A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A teoria sem a prática vira 'verbalismo', assim como a prática sem teoria, vira ativismo. No entanto, quando se une a prática com a teoria tem-se a práxis, a ação criadora e modificadora da realidade.
Paulo Freire (1996)

Este capítulo tem o objetivo de analisar os encontros formativos acerca da TCC ocorridos com quatro professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e a percepção delas acerca da teoria. As análises das reflexões e produções geradas nesses momentos de formação focalizaram como as professoras compreendiam o desenvolvimento dos conceitos envolvidos no campo conceitual multiplicativo, e, ao mesmo tempo, incorporava-os à sua prática através da proposição de situações a seus alunos.

6.1 DISCUTINDO A PRESENÇA DE ELEMENTOS TEÓRICOS COMO BASE DA PRÁTICA DOCENTE

Realizamos seis encontros presenciais para a formação[21] de quatro professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nos dois primeiros momentos formativos, tratamos dos fundamentos basilares presentes na TCC, cujo entendimento consideramos necessário para o avanço na reflexão dos conceitos relativos ao campo multiplicativo. Além de nossos quatro sujeitos, participaram a diretora e coordenadora da escola, contudo a análise se concentrou nas docentes uma vez que as situações elaboradas nos encontros formativos deviam ser aplicadas com os alunos de cada professora e analisadas por elas. Por outro lado, destacamos a ênfase que as duas gestoras atribuíram às contribuições da formação para o avanço da escola no campo da aprendizagem matemática.

[21] Ver cronograma de planejamento no capítulo sobre o percurso metodológico

Em seguida, demos continuidade com três encontros de discussão teórica, um para cada eixo do campo conceitual multiplicativo: proporção simples, comparação multiplicativa e produto de medidas. Nesses momentos, além da discussão sobre as especificidades de cada eixo, as docentes planejaram, ao fim de cada encontro, duas situações pertinentes ao eixo estudado, preenchendo um instrumental elaborado para esse fim Por fim, o último encontro foi destinado a uma avaliação do curso.

O primeiro encontro formativo com as professoras teve como objetivo prioritário apresentar a estratégia metodológica dos momentos da formação pretendida, esclarecendo que nosso intuito era estudar a teoria, mas sempre acompanhada da reflexão acerca da prática, seguida de elaboração de situações para serem aplicadas com os alunos e novamente trazer a reflexão sobre essa última ação realizada. Essa estratégia visava fazer uma interlocução entre os conhecimentos da prática docente e os conhecimentos teóricos. Nossa preocupação foi refletir sobre as possibilidades de utilização da TCC para o avanço conceitual dos alunos, no que se refere ao campo multiplicativo.

Diante disso, ouvimos as professoras sobre a compreensão que elas tiveram da TCC relacionando com sua prática em sala de aula, após o intervalo de oito meses entre a primeira formação e o início desta. A gestora da escola destacou a contribuição da Teoria nos resultados de avaliações externas:

> *O momento anterior [a formação OBEDUC/E-Mult] foi importante pra nós na escola [...] analisando nossos indicadores [...] analisando o crescimento da escola com a Prova Brasil (2015) nós tivemos o IDEB de 6,5 sendo o 3º melhor resultado de Fortaleza. A anterior (2013) foi de 5,7. Isso tem uma parcela bem importante do curso passado, nas aulas de Matemática, em como os meninos já aplicando a Teoria de Vergnaud "lindamente" [...] Então eu queria encorajar aos professores a participar desse 2º momento de formação a se apropriarem desse conhecimento (*Gestora da escola)

Sabemos que existem outros fatores que podem ter influenciado o resultado da avaliação da escola, mas ouvir da gestão, da coordenação e professores o reconhecimento de que houve influência da formação nesse resultado nos encoraja a continuar acreditando nesse referencial teórico como uma possibilidade real de compreender o desenvolvimento de conceitos desse campo, contribuindo para a eficácia da ação docente. Além disso, a gestora e a coordenadora da escola participaram de todos os encontros formativos, apoiando e incentivando a participação dos docentes, como podemos constatar no depoimento a seguir.

> *Essa formação é importante pra gente entender como o aluno pensa. A formação colabora inclusive com a gente que tá fora de sala propor uma intervenção. Trouxe pra nós uma nova proposta. É tanto que quando chegou a notícia da continuidade curso eu fiquei animada e falei*

> *que era uma oportunidade pra quem estava em sala e pra quem estava fora também, porque a gente pode voltar qualquer hora. Nós somos professores. (*Coordenadora)

Esta fala revela o reconhecimento da necessidade de os docentes apropriarem-se da TCC para compreenderem como acontece o processo de desenvolvimento dos conceitos matemáticos pelos alunos, especificamente do campo conceitual multiplicativo, para que, a partir dessa compreensão, os professores consigam fazer intervenções visando o avanço de seus alunos nesse campo.

As discussões iniciadas acerca da TCC fizeram com que as docentes, mais uma vez apontassem para mudanças na sua forma de ensinar a Matemática, a partir do conhecimento da TCC. Elas passaram a considerar que a aprendizagem de um conteúdo não pode estar limitada ao ano escolar em que o estudante se encontra. Não é necessário considerar a linearidade no ensino dos conteúdos. Aspecto também destacado pelas docentes foi a valorização que passaram a dar às respostas dos alunos;

As falas das professoras Jasmim e Violeta, a seguir, evidenciam que elas passaram a perceber não ser necessário esperar que o aluno primeiro aprenda um conteúdo para dar prosseguimento a outro.

> *Uma das coisas que a gente compreendeu é que não precisamos esperar a hora certa pra ensinar um conteúdo, esperando que o aluno esteja pronto. A gente percebe isso em sala de aula e essa fundamentação nos deu esse conforto de que era possível, porque nós fizemos essa experiência (*Jasmim)
>
> *A teoria mudou minha forma de ver os conceitos. Como era tão restrito o que eu sabia. Ampliou minha visão. [...] o fato de pensarmos ser possível ensinar divisão só depois de ter dado multiplicação. Isso quebrou totalmente. Pois antigamente a gente só dava divisão no final. Então a gente tem consciência hoje de que se ele não está pronto agora, daqui a pouco ele vai estar. Não nos limitamos a ensinar uma operação só depois de dominar a anterior* (Violeta).

Essa quebra da linearidade para ensinar os conteúdos está explicitada pela professora Violeta, ao mencionar que antes da formação era comum entre elas seguirem uma ordem predeterminada para ensinar as operações aritméticas: primeiramente a adição, seguida da subtração, multiplicação, e por último a divisão.

Essa postura que as professoras indicam que estão em processo de superação, de acordo com ponderações de Lara (2011, p. 105), é fruto “[...] de uma visão tradicional historicamente construída de que os alunos não conseguem aprender a multiplicar sem antes saber adicionar, nem aprender a dividir sem antes saber subtrair e ter memorizado as *tabuadas*.” (grifos no original). Por outro lado, também revela que, mesmo decorridas duas décadas da publicação dos PCN (BRASIL, 1997), ainda se mantinha a mesma percepção de ordem e linearidade. O documento traz proposta de rompimento da linearidade dos conteúdos A fala da professora Rosa reforça essa visão:

> *Como que pode um menino do Infantil dividindo? Se ele nem viu o conteúdo ainda? A gente começou a desconstruir essa visão mais limitada. Porque a gente aprendeu assim. Só vai pra subtração depois da adição. Só pra multiplicação depois da divisão. E assim por diante[...] (Rosa)*

Do mesmo modo a professora Jasmim:

> *Realmente nos tirou da zona de conforto por que a gente tinha uma ordem que a gente seguia sempre: primeiro, a adição sem reserva, depois com reserva [...] Quando vocês falaram que a gente podia trabalhar multiplicação já na Educação Infantil*[22] *e eu comecei a aplicar na Educação Infantil e vi o resultado. Quando vocês me falaram. Isso me chocou, então eu resolvi fazer como desafio. É muito difícil descontruir uma ideia. A gente realizou a experiência e no início foi a maior confusão, mas depois a gente foi se estruturando.* (Jasmim)

Em ambos os casos, verificamos a presença de elementos da TCC, principalmente, no que tange a aceitação de que alguns conceitos podem levar bastante tempo para serem elaborados pelos estudantes. Vergnaud se refere reiteradamente à necessidade de trabalho “longo prazo” para construção de conceitos:

> [...] refere-se inevitavelmente a uma perspectiva de desenvolvimento: não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas, sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência. É a esse processo que a teoria dos campos conceituais se refere. *(VERGNAUD, 2011, p. 16)*

Por outro lado, *Vergnaud* também faz referência à existência de situações de “curto prazo”, considerando essas como [...] “aptas de serem propostas aos alunos em um ou outro momento do seu desenvolvimento, em função de competências já adquiridas ou parcialmente adquiridas” (VERGNAUD, 2011, p. 16). Nesse caso, trata-se daquelas situações em que os alunos já tenham alguns esquemas construídos anteriormente e, portanto, são agregados aos novos através dos processos de filiações ou rupturas. Nos dois casos, *Vergnaud* (2011) ressalta a função do professor no acompanhamento agindo como um facilitador e mediador.

A aceitação de que se necessita de longo tempo e de trabalho com diferentes situações para a elaboração de um conceito possibilitou que as docentes olhassem para as estratégias adotadas por seus alunos para além dos acertos e erros, culminando na valorização das diferentes representações apresentadas nas respostas dos alunos.

---

[22] Na ocasião primeira formação (Projeto OBEDUC) a professora Jasmim estava lotava numa sala de Educação Infantil V correspondente a faixa etária de 5 anos de idade.

> *Basicamente a melhor parte foi essa de não dar a resposta, ou a maneira de fazer, ou dizer logo a "fórmula". Na Matemática, a gente vê visivelmente a maturidade como eles saem* (Margarida).

A atenção da professora Margarida, no contexto da formação, voltou-se para o cuidado que devemos ter ao lançar um problema para ser resolvido e não antecipar a resposta ou os possíveis caminhos que possam facilitar a solução correta pelos alunos. Para ela, em muitos momentos, o professor, por diferentes razões: seja pelo pouco tempo, pois existem outras tarefas exigidas pela escola; seja por acreditar que possa estar ajudando ao aluno, ou até mesmo por impaciência na demora em obter a resposta, acaba por antecipar a resposta, retirando a possibilidade de os alunos criarem suas próprias estratégias.

Para Vergnaud (2009), é através da análise das tarefas dos alunos e de suas condutas que é possível analisar os acertos e erros. O autor destaca que os acertos indicam os procedimentos que a criança adotou para alcançar o objetivo da tarefa. No caso dos erros, analisá-los torna-se ainda mais relevante, uma vez que eles fornecem informações sobre as dificuldades enfrentadas pelas crianças e auxilia o professor a buscar novas formas de intervenção. Encontramos nas falas das docentes a presença dessas concepções.

> *A gente não valorizava alguns tipos de respostas [erradas] que a gente considerava em muitos dos exercícios que deveriam ser apropriados pra aquela série, 5º. Ano, pra aquela idade. Naquela série não podia mais acontecer [aquele tipo de erro][...] Assim, a partir do meio do ano[...] eu já esperava que eles usassem apenas algoritmos. Eu voltei a incentivá-los a fazer desenhos, e a partir dos desenhos eles construíram os algoritmos. (Violeta)*

Para Violeta, antes da formação, só era aceitável que os alunos do 5º ano apresentassem respostas com algoritmos. Os desenhos e esquemas, mesmo que conduzissem à resposta correta não eram considerados por ela como indicativos de compreensão do problema por parte dos alunos. Essa concepção mudou, segundo a professora, após os estudos da TCC. Atualmente, ela incentiva seus alunos a usarem representações diferentes dos algoritmos.

As falas das professoras Rosa e Jasmim demonstram como as professoras passaram a valorizar as diferentes formas de pensar dos alunos.

> *Em sala, a gente percebeu nos alunos, nas experiências que realizamos com eles como os alunos passaram a expressar mais o pensamento deles, explicando como eles raciocinam e eu acho isso encantador (*Jasmim).

> *Foi preciso ouvir como meu aluno pensa. Eu passo os desafios matemáticos e eles podem escolher o caminho que eles querem utilizar. Pode ser uma adição, uma subtração, uma multiplicação, pode ser bolinha, o que for[...] eu tenho ampliado meu olhar sobre meu aluno. Quando ele traz uma resposta, nem sempre ele*

> *consegue representar explicitamente o que ele está pensando, então peço pra ele falar com fizeram (*Rosa).

Como pudemos observar, esse entendimento sobre os indicativos que as respostas dos alunos podem fornecer aos professores surgiu com bastante ênfase na fala de todas as docentes e foi recorrente nos encontros seguintes. Para as professoras, as respostas de seus alunos revelam muito mais sobre a forma como ele está raciocinando sobre a situação apresentada do que um simples registro correto ou errado, como afirmaram Violeta, Jasmim e Rosa.

Um dos pontos destacados nesses procedimentos foi a visão construída pelas docentes a respeito do significado dos erros dos alunos. Esses deixarem de ser apenas um indicativo de que o aluno não aprendeu, passando a desempenhar o papel de subsídio à ação dos professores. Os erros passaram a ser vistos como hipóteses construídas pelos alunos na busca de uma solução. A análise das professoras acerca das estratégias adotadas pelos alunos será aprofundada no capítulo 7.

Dessa forma, destacamos a aceitação, por parte das docentes, da diversidade de procedimentos usados pelos estudantes. As docentes conseguiram perceber que nem todos usavam os registros numéricos, independentemente do ano escolar que estivessem cursando. Alguns alunos ainda precisavam desenhar, contar, numerar para entender a situação proposta.

As professoras registraram que, ao iniciarem o processo de apropriação da TCC, a reação do grupo acerca das ideias de multiplicação e divisão, proposta por Vergnaud, foi de desconfiança, pois elas já tinham concepções enraizadas em suas práticas. Violeta expressa essa percepção coletiva:

> *Inicialmente foi de negação. A gente não achava possível muita coisa que era trazida. Não pode [...]!!! (*Violeta)

A fala de Violeta, confirmada pelas outras professoras presentes, demonstra o quanto algumas ideias estavam consolidadas nas práticas docentes, como a ideia de linearidade, por exemplo. Assim, a formação trouxe o desafio de romper com esses paradigmas e apresentar uma visão diferente na forma de desenvolver o trabalho com o campo multiplicativo.

Outro aspecto acentuado pelas docentes foi a mudança da concepção de que para se iniciar o trabalho com a Matemática era preciso primeiro o aluno aprender a ler:

> *Acho que não foi nem de negação. Acho que foi mesmo como a gente pensava. A gente dizia: se ele souber ler [...] ele, né? Ele faz esse problema. A gente achava*

> *que ele só resolveria o problema se ele fosse bom na leitura. Nós tivemos que quebrar paradigmas nossos mesmos (*Coordenadora).

Essa é uma crença recorrente no discurso de muitos professores que ensinam Matemática. Fonseca e Cardoso (2005) afirmam que é comum professores acreditarem que seus alunos não sabem interpretar os problemas devido à dificuldade de interpretação de textos. Essa ideia já cristalizada na percepção dos professores tem sido corroborada em propostas de formação de professores que priorizaram a alfabetização e letramento da Língua Portuguesa como requisito para a aprendizagem da Matemática, como o PAIC, no caso específico do Ceará.

Machado (2011) se contrapõe a essa visão acerca da língua materna como pré-requisito para a aprendizagem da Matemática, afirmando que existem questões homólogas no ensino das duas áreas e que a Matemática "[...] deve revestir-se de características tão naturais quanto à da língua materna". (MACHADO, 2011, p. 93). No que diz respeito à alfabetização, Nacarato, Mengali e Passos (2009) destacam a importância da alfabetização matemática como exigência da sociedade contemporânea, alertando para a necessidade de um currículo para a área que transcenda o ensino de cálculos mecanizados. Sousa (2017) alerta para o numeramento matemático, como caracterizado por práticas sociais e da cultura matemática, embora faça uso da alfabetização matemática. NUNES; BRYANT (1997) afirmam que as exigências para numeralização do mundo de hoje devem preparar o indivíduo para ler criticamente informações numéricas e "[...] ser capaz de pensar sobre e discutir relações numéricas e espaciais, utilizando convenções [...] da nossa própria cultura" (NUNES; BRYANT, 1997, p. 19).

O trabalho acerca das diferentes situações que compõem o campo multiplicativo foi iniciado com a análise de três problemas distintos. Para essa análise, os professores foram subsidiados pela leitura prévia do texto de Gitirana, *et al* (2014), capítulo introdutório.

Quadro 9 - Atividade de introdução às situações multiplicativas

Problema 1	*Uma lanchonete oferece 3 tipos de pastel (carne, queijo e palmito) e 4 tipos de suco (laranja, uva, morango e acerola). Quantas são as possibilidades de escolha de um lanche composto por um pastel e um suco?*
Problema 2	*Em um jogo de basquete, Luiz acertou 4 arremessos de 3 pontos. Quantos pontos Luiz marcou nesse jogo?*
Problema 3	*A idade de Paulo é 3 vezes maior que a idade do seu irmão. Sabendo que o irmão de Paulo tem 4 anos, qual é a idade de Paulo?*

Fonte: Elaborado pela autora

As situações foram analisadas segundo suas características, semelhanças e diferenças, e níveis de complexidade; foram considerados também as previsões, por parte das professoras, acerca das estratégias que seus alunos utilizariam diante de tais situações.

No tocante às características das situações apresentadas, houve unanimidade em perceber que, embora todas as situações envolvessem uma operação de multiplicação, havia complexidades diferentes em cada problema apresentado. De acordo com a professora Violeta; “o cálculo numérico (3 x 4 = 12) em todos é o mesmo, mas o pensamento é outro”.

Violeta destaca, corretamente, que o problema 1 apresenta uma situação de combinatória. Relata ainda que quando apresentou a seus alunos do 5º ano uma situação da mesma classe, houve “confusão mental” por parte deles.

> *Quando eu fiz a primeira vez uma situação de combinatória com minha turma do 5º ano da tarde, eu dei a situação e li com eles. Sem interferência de perguntar. Apenas dei o exemplo da roupa que eu estava. Eu tenho essa blusa e essa calça. Eu posso vestir essa blusa com essa calça? Ou eu posso combinar essa calça com outras blusas? Eles disseram: “a blusa que a senhora tiver, a senhora pode botar com essa calça”. Eu disse: então vamos revolver isso aqui. E de 25 alunos [...] somente cinco fizeram. Porque a gente jura que eles fazem! [...] dessa situação de combinatória, eu tive um aluno que fez o desenho e acertou. Teve uma que fez uma tabela que eu fiquei muito admirada que ela fez uma tabela. Saindo fazendo uns “x” em todas as combinações uma a uma (sem eu ter sugerido). Os outros que acertaram encheram a lousa com as combinações possíveis: coxinha com suco de uva, coxinha com suco de… doze vezes… e outros 20 alunos não entendiam. Alguns vieram até a lousa e fizeram uma correspondência: pastel de carne com suco [...]e sobrava um. E muitos concordavam que era assim. E diziam que a Tia deve ter esquecido de botar um número porque tá faltando um. Mas a gente quando aplica a primeira vez esse tipo de problema eles sentem essa dificuldade.*

A fala de Violeta revela muitas preconcepções da docente sobre a resolução por parte de seus alunos em problemas de combinatória. Apesar de dizer que apresentou e não fez interferências, ela exemplifica e comenta os elementos envolvidos no raciocínio combinatório com um modelo concreto, no caso a sua combinação da roupa que estava usando – calça e blusa. Em seguida, ela fica desapontada com o resultado, pois, mesmo após sua explanação, a maioria deles não obteve êxito na resolução. Ela supunha que eles resolveriam a situação facilmente. Os poucos alunos que conseguiram resolver (cinco) apresentaram procedimentos que a surpreenderam, como o uso de tabela cartesiana[23], desenhos e diagrama de árvore. Os vinte alunos que erraram não conseguiram entender essa combinação e simplesmente fizeram uma correspondência um a um, formando 3 pares (entre pasteis e sucos) o que ocasionou a

[23] Para *Vergnaud* (2009), a tabela cartesiana é o esquema mais natural para representar esse tipo de situação.

sobra de 1 elemento. Supusemos que esses alunos haviam tido pouco contato com esse tipo de situação, fato confirmado pela docente em entrevista posterior.

A professora Jasmim concorda com as observações de sua colega Violeta acerca da situação 1, e completa:

> *A primeira situação é bem mais complexa, já envolve três, além de combinar ele vai ter a informação do pastel, a informação do suco e ele vai combinar para formar os pares. Fica uma coisa mais complexa. Se ela não tiver domínio da multiplicação ele vai sentir dificuldades nesse.*

Em relação ao problema 2, as professoras manifestaram a percepção de tratar-se do problema mais simples. A professora Violeta reconhece a existência de uma "relação fixa entre as variáveis: arremessos e pontos", característica presente em problemas de proporção simples, o que para a docente torna o problema mais fácil.

> [...] *cada arremesso vale 3. Então cada vez que ele arremessar vale 3 e continua sempre isso por 4 vezes seguidas.(Violeta)*

Por sua vez, Jasmim pressupõe que seus alunos do 2º ano utilizariam o pensamento aditivo como estratégia de resolução.

> *A segunda eu considero mais fácil. Talvez a criança conseguisse resolver com mais facilidade porque ela envolve duas coisas, no caso os acertos e os arremessos. Possivelmente no segundo, dos quatro arremessos, eles podiam botar 1, 2, 3, 4 arremessos e botar 3, 3, 3, fazendo a correspondência".(Jasmim)*

Sem ter analisado nenhum dos problemas, durante o primeiro encontro de formação, Margarida decide manifestar-se a respeito do problema 2, prevendo a estratégia que seus alunos poderiam adotar em sua solução:

Com relação ao problema 3, as professoras consideram que a expressão "vezes" facilita a resolução do problema, uma vez que induz ao uso da multiplicação, operação efetivamente requisitada no problema.

> *Tem a palavra vezes, né gente?(Violeta)*
>
> *Um aluno do segundo ano faria 3 parcelas iguais e resolveria com a adição. (Jasmim)*

A professora Rosa é voz dissonante com relação à percepção acerca do problema 3, e considera que seus alunos teriam dificuldade para compreendê-lo. Propõe então reelaboração para o problema:

> *No último problema (3), em vez de falar que a idade do Paulo é 3 vezes maior, a gente pode falar assim: "Paulo tem 3 vezes mais quantidade do dinheiro do que seu irmão e o irmão tinha 4 reais. Eles iam para o desenho das cédulas, tá?" (*Rosa)

A professora apoia-se na ideia de que o uso de situações próximas ao cotidiano dos alunos, as quais pudessem ser representadas mais facilmente por desenhos (como no caso de cédulas), auxiliariam os estudantes a entenderem a situação. De fato, valorizar o saber extraescolar e a cultura adquirida fora da escola pode auxiliar na construção da aprendizagem dos alunos (LOREZANTO, 2006). Por outro lado, existem muitas distorções referentes à ideia equivocada do uso de situações do quotidiano dos alunos. De acordo com os PCN (BRASIL, 2001, p. 25): "[...] trabalha-se apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno". O resultado dessa escolha pode levar a um empobrecimento do ensino dos conteúdos, já que nem sempre esses podem ser associados com as vivências dos alunos. Nesse sentido, Pais (2002) reafirma que existe um caráter pragmático das situações próximas à vivência dos alunos, que podem ser de natureza prático ou teórico. No entanto, não deve haver valorização excessiva daquelas em detrimento dessas.

Observamos nas falas das docentes o reconhecimento por parte delas das características distintas apresentadas em cada situação. Elas classificaram corretamente as situações e reconheceram as complexidades diferentes presentes em cada problema. Consideramos relevante resgatar essa percepção das docentes, uma vez que é através das situações que o sujeito confere significado para as operações de multiplicação e divisão. (VERGNAUD, 1983, 1991).

Uma vez percebido esses aspectos das situações, as participantes destacaram o papel do professor em reconhecer em suas próprias ações formas de mediar o desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca do campo multiplicativo. Desse modo, destacaram a reflexão do professor sobre as ações dos alunos como necessária para o avanço. Embora reconheçam essa necessidade, as docentes apontam, alguns problemas que interferem nessa prática no contexto da sala de aula.

> *Demora muito tempo pra ensinar a pensar. A nossa vida na sala de aula é tão corrida e somos tão cobrados que às vezes você se vê atropelando certos processos mentais dos alunos. (Violeta)*

Percebemos nessa fala a presença da interferência das exigências burocráticas feitas pelo sistema de ensino do qual a escola faz parte, interferindo na ação pedagógica do professor. Mesmo tendo consciência do tempo necessário para o desenvolvimento da aprendizagem, a professora Violeta reconhece que muitas vezes precisa acelerar o ritmo da aula para dar conta dessas exigências.

6.2 (RE)VISITANDO A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS EM NOVO PROCESSO DE FORMAÇÃO

No encontro subsequente, foram discutidos os seguintes aspectos da TCC, extraídos da leitura recomendada[24], dentre os quais destacamos:

- ✓ O conhecimento emerge a partir da ação sobre uma situação;
- ✓ Existem filiações e rupturas entre os conceitos;
- ✓ A ação precisa de uma reflexão para que se encaminhe para o desenvolvimento do conceito (reflexão sobre a ação);
- ✓ O conhecimento tem validade restrita;
- ✓ Um conceito pode levar um longo período para sua aquisição;
- ✓ Um conceito é desenvolvido através da integração de três conjuntos: situações, invariantes e representações;

O debate em torno desses tópicos evidenciou o domínio das docentes acerca da TCC sobre a qual está alicerçado o campo multiplicativo. A professora Violeta destaca as dificuldades de fazer o aluno refletir, para efetivamente tornar-se o sujeito de sua aprendizagem:

> *Às vezes a gente já ensina todo o processo. Pega isso, faz isso [...]o aluno vai e repete. Às vezes ele vem com a operação errada e a gente diz: "não é essa". Ele vai e apenas troca pela outra operação. [...] quando você vai fazer para fazer o aluno pensar demora muito mais tempo. Às vezes, a gente precisa de 2 ou 3 aulas pra concluir um assunto. (Violeta)*

A fala de Violeta revela o seu reconhecimento acerca da importância de o professor mediar o processo de construção da resolução da situação pelo aluno, sem dar pistas que facilitem a descoberta da resposta, esperando que o aluno construa esse caminho. O professor precisa estar atento a essa análise da resposta do aluno confrontando permanentemente com suas condutas e criando escolhas que possibilitem ao aluno avançar nesse processo (GITIRANA, et al, 2014).

---

[24] GITIRANA, Verônica *et al*, 2014: Capítulo 1: A teoria dos campos conceituais, p. 9 a 24. Repensando multiplicação e divisão: contribuições da Teoria dos campos conceituais.

Outro ponto discutido foi a identificação da validade restrita de um conhecimento, conforme podemos ver no depoimento de Violeta.

> *Apliquei o exemplo do texto com meus alunos: Que número multiplicado por 8 é igual a 2? Parecia que deu um nó na cabeça deles. Usei a mesma situação. Comecei perguntando que número multiplicado por 8 dá igual 2?. Os alunos me perguntavam se eu tinha esquecido algum número. "Porque desse jeito não pode resolver". Então fiz intervenção: Será que não pode? Que tipo de número nós conhecemos? Eles falaram "1, 2, 3…" Eu disse: sim, esses são os naturais. Que outro tipo de representação numérica nós trabalhamos no quinto ano? Eles responderam: "nós já vimos fração, [...] porcentagem…" Que outro tipo? [...] Até que eles ficaram pensativos, Instiguei-os a pensar mais em outras representações numéricas. Uma delas daria certo: Que situação da vida real isso aconteceria?. Alguém respondeu que com dinheiro. Um grupo que não tinha conseguido disse que 4 moedas de 25 centavos dava 1. Juntando mais 4 dá 2. O grupo que tinha respondido numericamente não tinha percebido isso. Um grupo disse que 8 moedas de 25 centavos dá 2 reais.*

O exemplo de Violeta confirma a ideia de que a validade dos conceitos é limitada. Na medida em que são explorados novos campos (no caso, novos conjuntos numéricos) alguns conhecimentos podem perder sua validade. No exemplo acima, a professora busca desfazer a percepção de seus alunos acerca de que o multiplicar sempre aumenta. Essa afirmação é verdadeira dentro do conjunto dos números naturais. Porém, quando se trata do conjunto dos números racionais esse entendimento não tem mais validade. (GITIRANA, *et al*, 2014).

A importância da necessidade de o aluno vivenciar experiência diferentes com os conceitos relativos ao campo multiplicativo foi evidenciada pela professora Rosa. Ela reafirma a mudança de sua percepção acerca do tempo necessário para a aprendizagem:

> *Uma coisa que lemos aqui é que o tempo da criança precisa ser respeitado. Uma criança pode aprender um assunto numa semana e outra pode precisar o ano todo para aprender. Outra coisa que aprendi, por exemplo, a adição. Tem criança que só vai compreender a adição quando ela estudar a multiplicação. Não adianta repetir o mesmo tipo de questão 15 vezes e isso não garante que ela aprenda, pois ela tem o tempo dela. Talvez se nós propusermos possibilidades diferentes, estratégias diferenciadas para o mesmo objetivo, vá funcionar muito mais do que a repetição. Eu percebo que na repetição a criança quer resolver todas as atividades do mesmo modo que resolver uma atividade que ela repetiu muitas vezes. Isso fica marcado na criança que ela imagina que para qualquer tipo de problemas aquilo vai ser a solução. [...]* Rosa.

Percebemos, na fala de Rosa, a valorização da vivência de experiências diferentes em substituição à repetição do mesmo tipo de problema várias vezes. Outro ponto destacado por ela é que essa repetição pode limitar a forma de os alunos pensarem, uma vez que essa ação não fornece a possibilidade de criar outras estratégias de resolução, visto que o aluno permanece condicionado a um tipo de procedimento para o qual foi treinado repetidas vezes.

Na discussão acerca de invariantes, as docentes manifestaram dificuldades em sua elaboração, de modo que a sua exploração ficou sob a ação da formadora. Para *Vergnaud* (1983), esses são entendidos como "os conhecimentos contidos nas estruturas". Buscamos associar esses invariantes com os elementos necessários para a resolução das três situações inicialmente apresentadas, associando a estrutura do pensamento organizado e dos conceitos envolvidos os quais dispomos para resolver cada situação. No entanto, não obtivemos comentários das docentes sobre esse item, possivelmente em vista da complexidade envolvida no entendimento dos invariantes operatórios. Elas não foram capazes de fazer o reconhecimento desses nas resoluções de seus alunos, muito embora, elas tenham sido capazes de prever como seus alunos resolveriam as situações. Em atividades posteriores na formação, retornamos a esse aspecto, em busca de superar essa falha elaboração conceitual por parte desse grupo de professoras.

Na discussão acerca das representações, a linguagem e o discurso têm um papel teórico e empírico de auxiliar na organização do pensamento, com tripla função: "Ajuda a designação e por isso a identificação dos invariantes objetos, propriedades, relações teoremas; Ajuda o raciocínio e a inferência; Ajuda a antecipação dos efeitos e dos objetivos, a planificação, e o controle da ação". (VERGNAUD, 1983)

Sobre esse aspecto, Violeta se posiciona:

> *Quando eles fazem prova, no 5º ano, eles são muito consolidados no algoritmo. Eu peço pra eles fazerem como ele pensou. Se foi contando nos dedos [...] mas como posso representar a contagem nos dedos? Na hora que eu for corrigir eu não vou saber como você pensou. Às vezes eles têm vergonha de fazer as bolinhas ou desenho. A gente tem que desmitificar que cálculo não é só número. (Violeta)*

Percebemos nesse depoimento, o entendimento por parte da professora de que o aluno pode utilizar de representações diversas para expressar o seu pensamento, desde o uso de contagem com partes do corpo, o uso de representações com desenhos até chegar ao uso de algoritmos.

Ao final desse encontro, distribuímos resoluções de problemas do eixo de proporção simples[25], por alunos do 2º ao 5º ano. Nosso objetivo era fazer as docentes

---

[25] Problemas resolvidos por alunos da escola participantes do teste diagnóstico realizado pelo Projeto OBEDUC/E-Mult

identificarem os elementos da TCC estudados, observando a presença da tríade nas respostas elaboradas pelos alunos.

Quadro 10 - Problemas de Proporção simples analisados pelas docentes

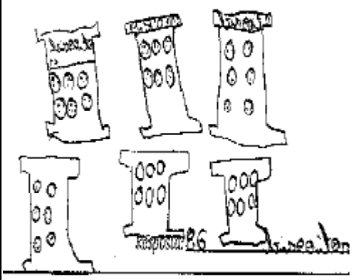
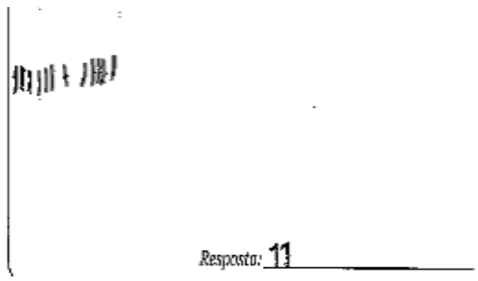
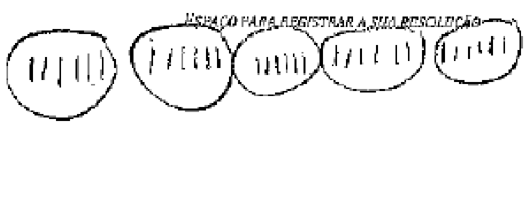
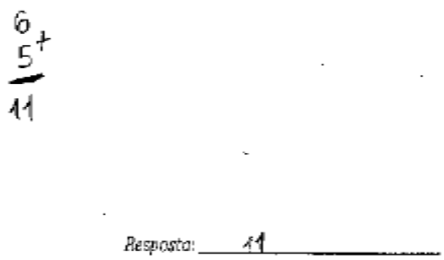
Problema 1 (um para muitos)	*Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana têm?*
Problema 3 (muitos para muitos)	*Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?*

Fonte: Teste diagnóstico projeto OBEDUC/E-Mult

Para o problema 1, as resoluções dos estudantes, a serem discutidas pelas professoras, foram selecionadas a partir de cinco procedimentos distintos usados pelos alunos[26]: agrupamento com desenhos (A1), soma com representação pictórica (A2), agrupamento com representação pictórica (A3), algoritmos da adição (A4), algoritmo da multiplicação (A5).

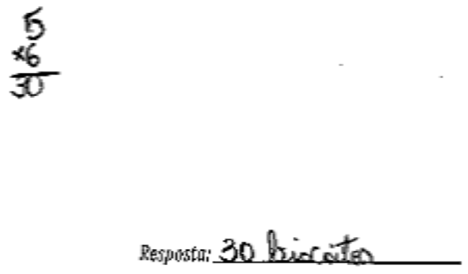
Nestas condições, as docentes observaram as seguintes resoluções para o problema 1 do tipo um-para-muitos.

Quadro 11 - Resolução de problemas um-para-muitos (continua)

 A1	 A2
 A3	 A4

[26] Denominaremos cada amostra de alunos pela inicial A (referente a aluno) acompanhado do número correspondente ao quantitativo.

(conclusão)



A5

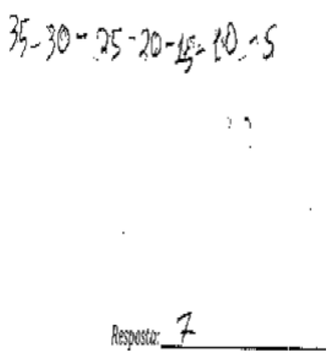
Fonte: Elaborado pela autora

Em sua análise, as professoras se prenderam, inicialmente, a julgar se o procedimento estava certo ou errado, se o estudante demonstrou que compreendeu ou não compreendeu a proposição. Conseguiram apenas realizar a descrição do procedimento do estudante, embora ressalte as representações utilizadas. A resposta de Jasmim, ilustra esse procedimento:

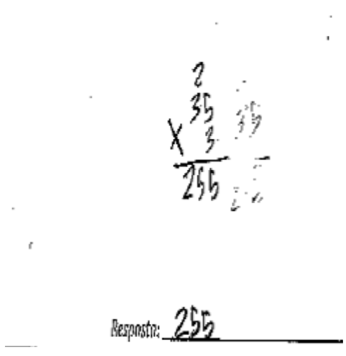
> *O aluno 1 demonstrou que compreendeu o problema. Ele fez representações pictóricas..*
> *O Aluno 2 mostrou não entender o problema, pois ele pegou as quantidades e representou com "pauzinhos" e depois juntou e deu o resultado, seja juntou 5+6 encontrou 11. (não usou números)*
> *O aluno 3: compreendeu bem o problema. Ela desenhou círculo representando cada pacote e tracinhos representando cada biscoito. (Jasmim)*

Para o problema 2, dada a ausência de respostas corretas nas resoluções dos estudantes, foram apresentadas as estratégias abaixo:

Quadro 12 - Procedimento com erro para problema de muitos para muitos (continua)

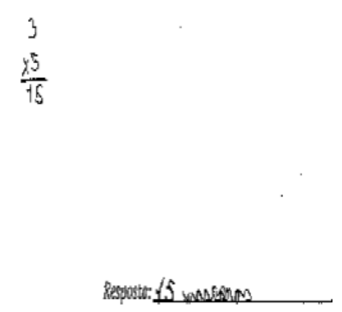


A6

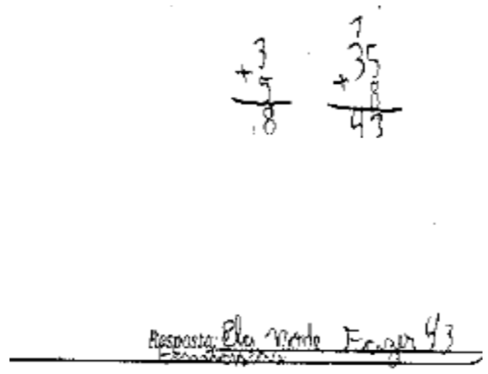


A7

(conclusão)



A9



A 10

Fonte: Elaborado pela autora

Diante da complexidade do problema 2, duas professoras se abstiveram de analisar as resoluções, as outras duas professoras apresentaram avaliações semelhantes. Elas ressaltaram que 3 alunos (A7, A9 e A10) apenas operaram com os números presentes no enunciado do problema. Suas análises se voltaram para a resolução de A6. Justificaram a dificuldade imposta pelo fato de não haver um valor unitário. Violeta tece as seguintes considerações:

> *Outro aluno, realizou uma multiplicação, mas multiplicou grandezas diferentes: multiplica tecidos por fantasia. 35m x 3 fantasias;*
>
> *Outro aluno fez a mesma coisa, mas multiplicou 5m tecidos x 3 fantasias.*
>
> *Outra estratégia analisada, mostra que o aluno não tem nenhuma maturidade com o assunto, ele não usou multiplicação, saiu somando aleatoriamente 3+5*
>
> *No procedimento de A6 pegou o número 35 que era o total de tecidos e foi tirando 5 foi pra 30 , tirou 5 foi pra 25[...]até chegar no 5 . Ele contou quantas vezes até chegar no 7. o que eu pude perceber é ele não fez a relação do que esse 7 representava na situação. Porque existe a relação do sete. Se aumentou sete vezes a quantidade de tecido aumenta 7 vezes o número de proporção na fantasia. Ele teria feito 3 vezes 7 também. Eu acho que ele entendeu que a relação de que para cada 5m ele faria fantasia, mas como o problema não tem o valor unitário, ele não conseguiu fechar o raciocínio dele. Nessa situação, o fato de não ter o valor unitário, dificulta a solução. (Violeta)*

Até aquele momento da formação, as professoras já evidenciavam valorizar as diferentes representações, considerando também a presença de grandezas distintas no problema. Na classificação das situações também é possível perceber o avanço por parte do conjunto das professoras, uma vez que todas perceberam tratar-se de situação de proporcionalidade, percebendo inclusive que o primeiro caso era da classe um para muitos, enquanto o segundo problema era da classe muitos para muitos.

6.3 AVANÇANDO NA COMPREENSÃO DOCENTE ACERCA DO CAMPO MULTIPLICATIVO

Nesta seção encontram-se analisadas as situações elaboradas pelas docentes, durante os encontros formativos em que abordamos os eixos proporção simples, comparação multiplicativa e produto de medidas.

6.3.1 Situações propostas no Eixo de Proporção Simples

No eixo de proporção simples, conforme já discutido no capítulo 3 desta tese, está em jogo o trabalho com quatro quantidades, envolvendo duas grandezas distintas, tomadas duas a duas. Para a retomada dessa discussão no processo formativo, foi considerado o texto de Silva e Barreto (2015), enfatizando a relação quaternária na qual há dupla relação entre as quantidades envolvidas.

Foi solicitado que cada professora elaborasse duas situações de proporção simples, deixando de livre escolha a consideração da diversidade de classes, operações e grandezas a serem contempladas. O quadro a seguir apresenta as situações elaboradas pelas professoras. Denominamos cada problema pela inicial P em maiúscula seguido da numeração em sequência.

Quadro 13 - Situações de proporção simples elaboradas pelas docentes

Professora	Problema
Rosa	*P1:Alice fará uma festa e ficou responsável pelos bolos. Em um bolo Alice coloca 3 xícaras de açúcar. Quantas xícaras de açúcar ela usará para fazer 7 bolos?*
	P2:Uma caixa tem 5 bolinhas. Quantas bolinhas teremos em 4 caixas iguais a essa?
Jasmim	*P3:Em um aquário há 4 peixes. Quantos peixes teremos em 3 aquários?*
	P4:Numa caixa há 10 lápis. Quantos lápis teremos em 3 caixas iguais a essa?
Margarida	*P5:No supermercado, Inês arrumou a prateleira com 25 bandejas de 12 ovos. Quantos ovos havia na prateleira?*
	P6:Maria tinha 645 livros para arrumar em 15 estantes da biblioteca onde trabalha. Quantos livros ela colocou em cada estante?
Violeta	*P7:Tenho 27 figurinhas, como sempre compro em pacotinhos de 3, quantos pacotinhos tive que comprar para obter as 27 figurinhas?*
	P8:Se dois litros de refrigerante enchem 8 copos. Quantos copos serão cheios com 6 litros de refrigerante?

Fonte: Elaborado pela autora

As 8 situações elaboradas pelas docentes foram todas consideradas pertinentes ao eixo de proporção simples. Percebemos a preferência por problemas da classe um-para-muitos (7 problemas); pela operação de multiplicação (6 problemas) e pela combinação de grandezas do tipo discreta-discreta (7 problemas).

Os problemas da classe um-para-muitos são considerados os mais simples entre as situações multiplicativas, sendo possível sua resolução ser realizada por crianças pequenas, de maneira intuitiva. A resolução é facilmente apoiada em desenhos. (NUNES; BRYANT, 1997). A concentração de problemas, majoritariamente, em torno de uma única classe de situações, contraria a proposição de *Vergnaud*, segundo o qual um conceito para ser construído e ampliado precisa ser vivenciado numa diversidade de situações. Tal compreensão não foi percebida nas elaborações das professoras desse estudo. A exposição dos alunos a um mesmo tipo de situação restringe sua amplitude conceitual, não contribuindo para que haja avanços na compreensão do campo conceitual multiplicativo. *Vergnaud* (2003) reconhece que superar essa limitação constitui-se ainda um dos grandes desafios ao magistério.

Vergnaud (2009) considera que a classe muitos para muitos envolve uma relação de proporcionalidade que apresenta maiores dificuldades de percepção por crianças pequenas. Dessa forma, a preferência dos sujeitos desta pesquisa pela classe um para muitos pode estar relacionada ao ano escolar no qual a professora leciona. Apenas a professora que leciona no 5º ano propôs a situação muitos para muitos, no problema P8 (ver quadro acima).

Com relação à operação a ser usada na resolução do problema, percebe-se que apenas Violeta (5º ano) e Margarida (4º ano) variaram as operações em suas proposições, criando, cada uma, um problema com divisão e outro de multiplicação. Novamente foram as professoras das turmas mais adiantadas a se posicionarem nessa variedade.

A utilização de grandeza contínua foi contemplada apenas por Violeta (5º ano), no problema P8. Os problemas que envolvem tal grandeza são também considerados de maior nível de dificuldade (NUNES *AT AL*, 2005).

Como foi possível perceber, a escolha das professoras, quando da elaboração dos problemas incide prioritariamente sobre aqueles elementos considerados, na literatura como facilitadores na resolução. O posicionamento das professoras até aquele momento da formação indicava ainda a necessidade de fazer avançar a sua percepção acerca da necessidade de trabalhar com o mais amplo espectro de variação das situações, desde os mais simples aos mais complexos, de modo que se proporcione oportunidades aos estudantes para efetivamente avançarem no domínio do campo multiplicativo. Esse posicionamento das professoras pode ter tido por base a visão do currículo linear, onde se acredita ser necessário iniciar os trabalhos pedagógicos por conceitos mais simples e, apenas após os estudantes terem domínio desses, é possível permitir que eles enfrentem novos desafios.

A atividade ora em análise foi realizada durante o terceiro encontro da formação. Até aquele momento não foi possível perceber que as professoras houvessem compreendido plenamente a relevância da diversidade de situações que precisam ser apresentadas a seus alunos.

Embora todos os problemas propostos tenham sido corretamente classificados como do eixo de proporção simples, alguns deles traziam imprecisões em seu enunciado. Em P1, quando, a partir da elaboração de 1 bolo, questiona-se sobre a elaboração de 7 bolos, o problema não esclarece que se trata de bolos iguais ao primeiro. Do mesmo modo em P3 faltou especificar que os 3 aquários seriam iguais ao primeiro. Por fim, em P8, faltou esclarecer que os copos que os 6 litros encherão têm a mesma medida do primeiro que foi cheio por 2 litros.

Essa foi uma falha de elaboração recorrente em vários momentos da formação na qual solicitávamos essa ação pelas docentes. Embora para a professora a proposição esteja clara com relação a essa igualdade, para um aluno essa compreensão pode não ser entendida assim.

6.3.2 Situações propostas no eixo de comparação multiplicativa

Nesta seção encontram-se analisadas as situações propostas pelas professoras no eixo de comparação multiplicativa, o qual é composto pelas classes: referido/referente desconhecido e relação desconhecida. As proposições encontram-se no quadro abaixo:

Quadro 14 - Problemas de comparação multiplicativa elaborados pelas docentes

Professoras	Problemas de Comparação
Rosa	*P9:Isabela tem oito anos. Sua prima tem o triplo de sua idade. Quantos anos tem sua prima?*
	P10:Gleilson tem 18 carrinhos. Paulo tem duas vezes menos do que ele. Quantos carrinhos Paulo tem?
Jasmim	*P11:Aline tem uma coleção com 8 anéis e sua irmã tem o dobro dos seus anéis. Quantos anéis tem a irmã de Aline?*
	P12:Paulo tem 10 anos e o seu pai tem 3 vezes a mais a sua idade. Qual a idade do pai de Paulo.
Margarida	*P13:Raquel tem 12 anos e sua avó tem 56. Quantas vezes Raquel é mais nova do que sua avó?*
	P14:Caio tem 9 anos. Sua avó tem 7 vezes mais que a idade de Caio. Qual a idade da avó de Caio?
Violeta	*P15:A idade de Pedro é 5 vezes maior que a idade de seu filho. O filho de Pedro tem 7 anos. Qual a idade de Pedro?*
	P16:Mário ganhou 15 bolas e Rosa ganhou 3 vezes menos bolas que Mário. Quantas bolas Rosa ganhou?

Fonte: Elaborado pela autora

Os problemas elaborados foram assim classificados: referido/referente desconhecido (multiplicação): P9, P11, P12, P14 e P15; referido/referente desconhecido (divisão): P10, P16; relação desconhecida (divisão): P13.

Neste eixo também os problemas foram propostos sempre considerando os elementos que tornam sua resolução mais simples. Foram cinco problemas que exigiam o uso da multiplicação, em busca de referido/referente, enquanto foram propostos apenas dois nessa classe que exigiam a divisão. Por outro lado, foi proposto um único problema na classe de relação desconhecida, o qual envolvia a divisão. Ressaltamos o fato de esses problemas serem muito próximos com os modelos apresentados na formação e o fato de concentrarem nas grandezas "idades".

Nesse caso, não se podem fazer inferências acerca da proposição de problemas com elementos mais complexos estar relacionado com o ano de atuação docente, pois professores que ministram o 2º ano fizeram uso da divisão. Esse comportamento pode ser fruto da desmistificação acerca da dificuldade da divisão para crianças pequenas, promovida a partir das discussões dos pressupostos da TCC.

6.3.3 Situações propostas no eixo Produto de Medidas

O eixo de produto de medidas é formado por duas classes de situações com características distintas. A classe configuração retangular envolve quantidades contínuas, enquanto a classe combinatória exige o tratamento com quantidades discretas.

Trata-se de eixo onde a literatura mostra que os alunos apresentam o pior desempenho, notadamente, os estudantes dos 1º, 2º e 3º anos (LAUTERT, CASTRO FILHO, SANTANA, 2017). As professoras Jasmim e Rosa consideraram que as dificuldades demonstradas pelos estudantes decorrem do fato de não ser conteúdo tratado nos primeiros anos da escolarização, como o 2º e 3º ano. Elas admitiram nunca terem trabalhado com essas situações, pois achavam que não era apropriado para seus alunos. As considerações das docentes não encontram respaldo nos documentos que regem o currículo das escolas em Fortaleza. A Proposta Curricular de Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental prevê a inclusão de tais conteúdos já no 3º ano: "Significados da multiplicação (3º ano): associar à multiplicação a combinação de objetos de dois grupos considerando todas as possibilidades; associar a multiplicação à sua configuração retangular". (SEDUC, 2013, p. 122).

Violeta e Margarida atribuíram parte das dificuldades das crianças em problemas que envolvem "área" ao fato de esse conteúdo ser ensinado somente usando a malha quadriculada. Essas professoras afirmaram que já trabalharam com essa classe de situações, mas de forma muito isolada, registrando inclusive a carência de problemas que a envolvam nos livros didáticos:

> *Depois que conheci essas situações, fui pesquisar nos livros didáticos e não encontrei muitos problemas desse tipo*. (Violeta)

Consideradas essas questões, as professoras passaram a elaborar problemas relativos ao eixo de produto de medidas, os quais se encontram no quadro abaixo:

Quadro 15 - Problemas de produto de medidas elaborado pelas docentes

Professoras	Problemas
Rosa	*P17:Maria tem dois shorts e três blusas. Quantos conjuntos diferentes Maria pode formar com essas peças de roupas?*
	P18:Na sala de aula tem 4 filas com 6 cadeiras em cada fileira. Quantas cadeiras há na sala de aula?
Jasmim	*P19:Um palhaço tem 2 chapéus e 3 gravatas. De quantas maneiras ele pode se apresentar sem repetir as combinações?*
	P20:Numa sorveteria tem 5 sabores de sorvetes e 3 tipos de casquinhas. Quantos sorvetes de uma bola podem ser oferecidos, sabendo que não podem repetir a combinação
Margarida	*P21:Vitória foi a um evento e queria usar roupas diferentes durante os dias. Ela tinha 6 blusas e 4 calças. Quantas possibilidades de roupas ela poderia considerar?*
	P22:Camila tinha 325 cadeiras no salão do teatro para organizar em 13 fileiras. Quantas cadeiras teria que colocar em cada fileira?
Violeta	*P23:A sala de aula do 5º ano tem 5 metros de largura e 6 metros de comprimento; Qual é área da sala de aula?*
	P24:Na aula de dança de forró, tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu e Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, e Susi). Se todas as moças dançaram com todos os rapazes, quantos casais diferentes foram formados?

Fonte: Elaborado pela autora

Esse foi o único eixo em que se detectou proposição de problemas que não correspondiam à sua classe. As professoras Rosa e Jasmim cometeram erros de classificação dos problemas (P18 e P22), não percebendo que não se tratava de uma relação ternária, mas uma relação entre quatro elementos, embora um deles estivesse subentendido. Trata-se de caso de proporção simples, uma vez que em ambas as situações existe uma correspondência invariável que fundamenta a ideia de proporcionalidade (NUNES *et al*, 2005).

Em P18, afirma-se "[...] tem 4 filas com 6 cadeiras em cada fileira. Quantas cadeiras há na sala de aula?". O problema fornece a quantidade de cadeiras em cada fila e procura pela quantidade total. Nessa situação, a proporcionalidade estabelecida pela relação funcional x6 permanece constante cada vez que for aumentado ou diminuído uma fila. Ressaltamos que esse tipo de problema envolve medidas numéricas e não dimensionais como ocorre nas situações de configuração retangular. Da mesma forma, em P22: "Camila tinha 325 cadeiras no salão do teatro para organizar em 13 fileiras. Quantas cadeiras teria que colocar em cada fileira?" Trata-se novamente de uma proporção simples da classe um para muitos, apenas considerando que se fornece a quantidade total de cadeiras, indagando-se pela quantidade de cadeiras em cada uma das filas. Infere-se que a disposição das cadeiras em fila, pode ter levado as professoras à falsa impressão de que se trata de uma organização retangular. Esses equívocos de classificação entre situações de configuração retangular e situações de proporção simples já foram analisadas por Souza (2015).

Nos problemas classificados corretamente, percebemos que cinco deles trataram de combinatória (P17, P19, P20, P21, P24) e apenas um de configuração retangular (P23). Como já pontuado pelas professoras, o conceito de "área" só era incluído no planejamento das docentes no trabalho com a malha quadriculada, fora de qualquer proposição de situação. Essa foi, possivelmente, a razão de a classe configuração retangular ter sido tão pouco contemplada nas elaborações das professoras.

No encerramento das discussões acerca da variedade de situações, classificadas em eixos e classes, as professoras retornam à discussão acerca das contribuições da TCC para a prática de ensino de Matemática. A fala de Rosa confirma essa posição:

> *No início da formação, a gente achou ruim porque no segundo ano, a gente acaba se bitolando no SPAECE, então a gente achava que tava perdendo tempo aqui.[...] o meu medo de Matemática me empedia de levar pros meninos campos que eles podiam estar brincando com a Matemática. E agora quando eu levo desafios maiores, que antes eu achava que era impossível deles fazerem, era frustrante. E hoje considero maravilhoso o desenvolvimento deles. O meu olhar mudou porque se hoje eu dou um problema, sei que eles são capazes de ir além. E antes eu não acreditava. Tinha medo de passar um desafio maior. A gente se limitava muita a*

> *fazer as mesmas perguntas de sempre (no segundo ano) sobre o texto. O meu olhar pra matemática hoje mudou muito. (*Rosa)

A importância da teoria é também ressaltada nos momentos de escolha dos livros didáticos:

> *Quando fomos escolher os livros didáticos de Matemática, a gente procurou aqueles que continham todas as situações que aprendemos aqui na formação. Foi difícil encontrar todas, mas chegamos a um que se aproximava, inclusive a gente comprou briga com o Distrito de Educação*[27]*, pois eles queriam que as escolas adotassem um único livro para todas. Mas a gente aqui da escola, bateu o pé, e indicamos a nossa escolha. (Violeta)*

Como podemos perceber, nas falas das professoras, houve uma mudança de postura delas em relação à contribuição da TCC em suas práticas. Até esse momento, vimos vários depoimentos que demonstram a escolha das docentes em incluir elementos discutidos durante essa formação em suas ações cotidianas, seja no planejamento de atividades, intervenções em sala de aula ou na escolha do livro didático.

No próximo capítulo, analisaremos o resultado da aplicação de todos esses problemas elaborados pelas docentes com seus alunos, focalizando o olhar dessas professoras para além dos acertos e dos erros, mas buscando caracterizar o modo como esses foram compreendidos. E, principalmente, como essa compreensão impactou na forma de as professoras mediarem o desenvolvimento dos conceitos relacionados ao campo conceitual multiplicativo junto a seus alunos.

[27] Órgão responsável por gerenciar as escolas de acordo com sua localização distrital no munícipio de Fortaleza. Em 2018 há o registro de seis regionais distritais.

7 REFLEXÕES DAS PROFESSORAS SOBRE AS PROPOSIÇÕES DAS SITUAÇÕES DO CAMPO MULTIPLICATIVO E A RESOLUÇÃO DOS ALUNOS

> *Un concepto no puede ser reducido a su definición, al menos si se está interesado en su aprendizaje y enseñanza. A través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver es como un concepto adquiere sentido para el niño.*
>
> *Vergnaud (1990)*

Neste capítulo, foi analisada a percepção das professoras, sujeitos desta pesquisa, acerca da resolução de situações-problemas do campo multiplicativo realizada por seus alunos, em suas respectivas salas de aula. Essas proposições foram elaboradas nos encontros formativos e aplicadas em sala de aula, por cada docente, na quinzena que antecedia cada encontro. Após a efetivação das situações, cada professora preencheu um instrumental[28] sobre as constatações delas a respeito dessa ação vivenciada. Essas observações eram trazidas para o encontro presencial e compartilhadas com o grupo de participantes da formação. O número de estudantes que resolveu os problemas ficou a critério de cada professora, dependendo da disponibilidade de cada uma em realizar essa tarefa. Assim, totalizamos 24 situações aplicadas contemplando os eixos de proporção simples, comparação multiplicativa e produto de medidas.

Desse modo, neste capítulo, utilizamos os instrumentais das atividades desenvolvidas pelas docentes, as transcrições das falas das professoras gravadas em vídeo durante os encontros formativos e os registros das resoluções dos alunos coletadas pelas docentes. Estes foram analisados unicamente para confirmar ou confrontar as reflexões das participantes, quando estas não eram suficientemente claras ou continham imprecisões de informações.

---

[28] Modelo de instrumental utilizado na Pesquisa OBEDUC/E-Mult para registrar o desenvolvimento das situações aplicadas aos alunos em sala de aula (Anexo B).

Quadro 16 - Quantitativo de alunos que resolveram as situações elaboradas pelas docentes

Eixo	Nº alunos/Professora				Total por eixo
	Jasmim	Rosa	Margarida	Violeta	
Proporção Simples	5	12	x[29]	23	40
Comparação Multiplicativa	10	10	15	18	53
Produto de Medidas	13	14	19	32	78
Total Geral	28	36	34	73	171

Fonte: Elaborado pela autora

Dessa forma, totalizaram-se 342 resoluções feitas pelos estudantes, uma vez que cada um deles resolveu duas situações propostas. Notemos que a quantidade da amostra de alunos que participaram da resolução das situações ficou a critério de cada docente, pois consideramos que as mesmas tinham realidades distintas, e, portanto, deixamos que elas escolhessem o momento e amostra mais apropriada para de acordo com as condições do contexto vivido por cada uma delas.

As reflexões feitas pelas docentes sobre suas observações e constatações, diante das proposições das situações feitas aos alunos e as estratégias utilizadas por esses para resolver os problemas, foram organizadas em duas categorias de análise: 1) Orientações para a resolução das situações pelos alunos e as expectativas das professoras em relação ao desempenho de seus alunos; 2) Significado atribuído pelas professoras aos procedimentos utilizados pelos alunos. A análise está apresentada dividida nos eixos da estrutura multiplicativa, trabalhados no processo formativo: proporção simples; comparação multiplicativa e produto de medidas.

7.1 ORIENTAÇÕES PARA RESOLUÇÃO DAS SITUAÇÕES E EXPECTATIVAS DAS PROFESSORAS EM RELAÇÃO AO DESEMPENHO DE SEUS ALUNOS

Para aplicar as situações foram tomadas diferentes decisões por cada professora. 1) com relação ao tamanho da amostra: aplicação para o conjunto da turma ou para pequeno

[29] A professora Margarida não recolheu os registros de seus alunos, para o eixo de proporção simples. Suas observações foram anotadas e trazidas para discussão no encontro presencial.

grupo; 2) organização dos alunos: em dupla ou individual; 3) orientações para a resolução: explicações prévias acerca do problema; proposição sem comentários prévios; resolução de uma situação-modelo[30]; 4) recursos usados quando da aplicação: texto dos problemas impresso; escrita dos problemas na lousa; uso de material concreto; leitura do problema proposto.

Rosa e Violeta solicitaram em todos os eixos que os alunos copiassem os problemas antes de resolvê-los. Enquanto, Jasmim e Margarida copiaram na lousa, contudo, pediram que os estudantes fizessem apenas o registro das suas soluções. Jasmim utilizou essa estratégia apenas no trabalho com o eixo de proporção simples, nos demais optou pela entrega de texto impresso. Percebemos as justificativas para essas escolhas nas falas das docentes, como podemos constatar a seguir.

> *Os alunos deverão tomar nota do problema em uma folha e buscarem a solução. Não era necessário copiar o problema, mas fiz a leitura. Pedi que eles resolvessem em dupla (Rosa).*
>
> *Apliquei com dez alunos. Copiei na lousa e li os problemas pra eles. Pedi que anotassem as respostas deles do jeito deles. Como eles pensavam (Jasmim).*
>
> *Lancei o desafio na lousa e pedi que eles resolvessem. Não pedi para copiar para não perder tempo (Margarida).*
>
> *Eu não fiz nenhum um tipo de intervenção enquanto eles resolviam. Eu não fiz nenhum questionamento. Dei o problema e pedi que eles copiassem e lessem sozinhos (Violeta).*

Percebemos que a estratégia de leitura dos problemas foi usada apenas pelas professoras do 2º ano (Rosa e Jasmim), enquanto as professoras do 4ºe 5º ano (Margarida e Violeta) deixaram a leitura sob responsabilidade de seus alunos.

Do mesmo modo, outra orientação específica das professoras do 2º ano foi a utilização de materiais concretos para representar as situações propostas.

> *Disponibilizei material concreto necessário e me certifiquei que as crianças entendessem o desafio. Pedi que eles resolvessem em dupla. (Rosa)*
>
> *Deixei que elas ficassem à vontade para usar material concreto caso precisassem. (Jasmim)*

Notamos que apesar da escolha das duas em usar o material concreto, houve uma distinção na forma de condução do mesmo. A professora Rosa quis garantir que os alunos entendessem a situação antes de começar a resolvê-la. Ela afirmou ter usado o material,

[30] Algumas docentes resolviam, antes de aplicar as situações propostas, um problema semelhante ao que seria aplicado.

representado as quantidades envolvidas no problema, para somente depois os alunos iniciarem seu trabalho. A professora não percebeu que com essa ação ela estava retirando do aluno a oportunidade de pensar sobre as relações que estão postas na situação que lhe foi apresentada. Isto é, o esforço cognitivo sobre os dados do problema foi em grande parte realizado pela professora. A professora Jasmim, por sua vez, apenas disponibilizou os materiais, caso seus alunos precisassem de suporte para representar a situação e auxiliar na resolução, deixando que eles escolhessem ou não esse recurso. A eficácia do uso do material concreto constitui um dos mitos em relação à aprendizagem da Matemática (MAGINA, 2005). Necessário relativizar os efeitos de tal uso, principalmente quando se trata do trabalho com crianças pequenas, nível em que os jogos são mais aplicados.

E por fim, destacamos que o essa tarefa foi realizada pelos alunos de Violeta, Jasmim e Margarida de forma individual. Apenas Rosa adotou o trabalho em dupla. A interação não foi aspecto considerado relevante na ação das professoras.

Para o eixo de comparação multiplicativa, as docentes seguiram utilizando esse padrão de orientação, embora tenham surgido novos elementos incorporados no momento da aplicação. Vejamos em suas falas como isso foi materializado.

> *Retomei a ideia de dobro na situação 1. Perguntei que operação podemos utilizar e propus situações. Entreguei os problemas (1 de cada vez para as crianças). [na situação 2] Orientei que resolvessem como achassem melhor: com desenhos, cálculo mental[...] (Jasmim).*
>
> *O problema foi lançado para a turma que pode dialogar e encontrar formas de buscar o resultado. Entreguei o problema 2 e refleti com eles sobre os termos: "duas vezes mais" e "duas vezes menos" Apresentei desafios antes de entregar os problemas. Primeiramente fiz a leitura do problema chamando a atenção de que a relação é PAI e FILHO. (Rosa)*
>
> *Passei a situação na lousa e dei vinte minutos para ser respondida, indo de cadeira em cadeira. Fui observando as estratégias usadas por cada criança. Repeti a orientação na situação 2. (Margarida)*
>
> *Nas duas situações, escrevi o problema no quadro e pedi que eles copiassem e resolvessem. Não fiz nenhuma intervenção durante esse processo. (Violeta).*

Jasmim e Rosa realizaram explicações prévias antes de aplicar os problemas com os estudantes. Embora a intenção tenha sido a compreensão plena, por parte do estudante, do que estava sendo pedida na situação, as professoras retiraram dos alunos a possibilidade de criar estratégias próprias, demonstrando seu entendimento a respeito da situação apresentada. A professora Rosa enfatiza o significado de termos (*"duas vezes mais" e "duas vezes menos*) que são chaves para entender as relações presentes no problema. Por sua vez, Margarida e Violeta repetiram os procedimentos adotados no eixo anterior, deixando para cada aluno, individualmente, as decisões acerca de suas soluções.

No último eixo, Produto de Medidas, as orientações das professoras Jasmim e Rosa se modificaram. A primeira resolveu um problema modelo antes de propor o que deveria ser aplicado com seus alunos. A professora Jasmim justificou essa ação devido ao fato de o eixo nunca ter sido trabalhado em sala de aula. Mesmo quando aplicou o problema que havia sido elaborado durante a formação (envolvendo sorvetes e casquinhas), o protagonismo ficou com a professora, que inclusive desenhou os elementos envolvidos no problema. A professora acreditou ter realizado apenas a apresentação do tema e ter deixado os alunos livres para resolver os problemas. Percebe-se, nessa postura, a manutenção da crença da professora de que todo conteúdo precisa primeiro ser ensinado pelos professores para somente depois ser exercitado pelos alunos:

> *Inicialmente na situação1, apresentei um problema envolvendo esse eixo e desafiei as crianças a encontrarem a solução. Na lousa, as crianças iam desenvolvendo as ideias e juntos analisamos através dos desenhos. Depois fomos transformando em cálculo. Na segunda situação, levantei com a turma 5 tipos de sabores de sorvete de que eles gostam e 3 tipos de casquinhas. Fiz os desenhos na lousa e eles escreveram as palavras. Entreguei os problemas digitados e os deixei livres para resolver (Jasmim)*

A professora Rosa, por sua vez, adota prática de trabalho individual. Embora adepta da interação entre as crianças, ela resolve experimentar o trabalho solitário em uma de suas questões, mas não trouxe qualquer justificativa para essa mudança de postura.

> *Lancei o problema 1 para as duplas para que juntos buscassem a solução. No problema 2, pedi que fizessem individualmente. (Rosa)*

As professoras manifestaram expectativas em relação ao desempenho de seus alunos, diante dessas questões. Novamente a discussão está apresentada com organização eixo a eixo.

No que diz respeito às situações do eixo de proporção simples, a expectativa foi positiva. Nenhuma docente esperou baixo desempenho de seus alunos, como podemos identificar a seguir.

> *Minha expectativa é de que 80% das crianças consigam êxito, não só no resultado, mas principalmente na estratégia que irão desenvolver, haja vista que o probleminha faz parte da nossa rotina. Sempre estamos organizando o material em sala. Nessa questão (1) eu tinha muita segurança de que eles fariam com muita facilidade porque já trabalhamos muito ultimamente a dezena (Jasmim)*
>
> *Eu espero que consigam chegar ao resultado desejado e que em caso de discordância recomecem, refaçam, revejam, em duplas, buscarem a resolução do mesmo (Rosa).*
>
> *Espero que os alunos consigam resolver usando estratégias pessoais, algoritmos, refletindo sobre os dados da situação (Violeta).*
>
> *Eu esperava que eles fossem direto* para *os cálculos Eu fiz assim [com números grandes] pra eles fazerem uma divisão mesmo [uso do algoritmo da divisão](Margarida).*

Essas falas demonstram que todas as docentes tiveram boas expectativas em relação à resolução das situações por parte de seus alunos, muito embora essas perspectivas tenham sido ancoradas em razões distintas. Para Jasmim, sua alta expectativa (80%) baseia-se no fato de que a situação faz parte da rotina, e que, inclusive a dezena (quantidade envolvida no problema por ela proposto) foi muito explorada em sua sala de aula. Mais uma vez, a professora demonstra acreditar que a elaboração conceitual se inicia com a explicação por parte do professor e o exercício por parte dos alunos.

Para Rosa, o segredo do sucesso na resolução desse problema está na resolução dos problemas em dupla. Para ela a discussão entre os alunos fará com que eles analisem a situação e cheguem a um acordo sobre a resposta. Necessário considerar a importância da cooperação entre alunos, mas associada à ação do professor para garantir o ponto de vista de cada criança. Nos termos de Vergnaud e Plaisance (2003, p. 70): “a cooperação entre alunos é tão espontânea e tão fecunda quanto à competição, contanto que o professor se certifique, porém, de que nenhuma criança perca a possibilidade e a competência de fazer valer seu ponto de vista”.

Violeta, embora seja a professora do 5º ano, onde normalmente a escola exige o formalismo dos algoritmos, aceita e incentiva as estratégias pessoais, acreditando que elas levarão seus alunos a melhores resultados.

Em contrapartida, Margarida (4º ano), demonstrando a valorização do uso dos algoritmos, afirma ter usado maiores números para que os alunos usassem somente os cálculos, tendo em vista que ela já havia ensinado o procedimento da divisão. O uso desse algoritmo já trabalhado em sala de aula permanece para a professora como elemento fundamental na resolução das situações. Isto desconsidera a ponderação de Vergnaud (2009), segundo o qual, é necessária a exploração do cálculo numérico mas também do cálculo relacional.

As expectativas das professoras, em relação às situações de proporção simples (Quadro 13, p, 109) apresentadas foram assim confrontadas com os efetivos resultados de seus alunos. Para os dez alunos de Jasmim (2º ano), para quem foram propostas duas situações da classe um para muitos exigindo multiplicação, em um dos problemas houve oito acertos, chegando a atingir a expectativa da professora. No segundo problema, envolvendo o uso da dezena, os acertos foram apenas quatro. Os estudantes não consideraram efetivamente a situação, valorizando apenas o termo dezena, e realizaram a atividade de decompô-la, da mesma forma como haviam feito na aula imediatamente anterior. Dessa forma, Jasmim percebeu que o trabalho com a quantidade não garante a compreensão da situação.

> *[...] eles desenharam as três caixas. E pegaram o numeral 10 e distribuíram nas 3 caixas. Uma colocou: 2 lápis + 3 lápis + 5 lápis que dá igual a 10 lápis. Entendeu? Outro botou: 4+4+2=10 lápis. E outra: 5+ 4+ 1= 10 lápis. Agora porque esse pensamento? Culpa nossa [...] porque nós trabalhamos recentemente o número dez, a gente trabalha a dezena. E nesse dia nós distribuímos 10 palitos para cada criança e pedimos que eles fizessem formas diferentes do resultado dar 10. Eles foram criando: 5+5; 4+6: ...adições que o resultado fosse 10. Então, eu acho que na hora em que eles viram 10. Eles já associaram a essa atividade. Teve aluno que já usa bem a multiplicação, mas se confundiu e fez dessa forma (Jasmim).*

Rosa aplicou os dois problemas da classe um para muitos, com doze alunos, e obteve níveis semelhantes de acertos (sete acertos para um problema e oito acertos para o outro problema). Trata-se de mais da metade de acertos, sem, no entanto, representar alto nível de acertos, principalmente se considerar que se trata do tipo de situação mais comum na sala de aula – a proporção simples.

Violeta aplicou os problemas com vinte e três alunos. Um deles era da classe um para muitos, enquanto o outro da classe muitos para muitos. No primeiro, vinte alunos acertaram, enquanto no segundo apenas quatro. A professora não havia previsto essa disparidade de acertos entre as questões, embora percebesse que se tratava de duas classes distintas. Sua crença na validade das estratégias idiossincráticas fez com que ela acreditasse que em ambos os problemas os alunos teriam bom desempenho.

A maior distância entre a expectativa da professora e o efetivo desempenho de seus alunos foi com a professora Margarida. Aplicando os problemas para quarenta e dois alunos, os acertos foram apenas doze no problema que envolvia multiplicação e 5 naquela que envolvia a divisão. O baixo desempenho pode ter se originado nos números maiores, conforme a professora diz que usou, mas pode também ter sido consequência da elaboração do problema: *No supermercado, Inêz arrumou a prateleira com 25 bandejas de 12 ovos. Quantos ovos havia na prateleira?”*. Nele estão considerados três elementos: ovos, bandejas e prateleira. Isto pode ter elevado o nível de dificuldade do problema, mas não foi considerado por Margarida. Ela comenta que durante a aplicação dos problemas ela indagava aos alunos: “a pergunta final, qual é? É quantos ovos ou quantas bandejas?” (Margarida). O seu segundo problema envolvia a divisão. Por ter trabalhado intensamente esse algoritmo em sala, a professora esperava bons resultados. Diante do resultado obtido, Margarida relata o que disse em sala para os alunos “esse número é muito grande para fazer de tracinho. [...] A maioria se perdeu” e acrescenta “eu fiz para eles fazerem uma divisão mesmo [...] apenas 5 acertaram. Fizeram o cálculo mesmo. E os outros fizeram um monte de coisas lá” (Margarida). Dessa forma reafirma-se a valorização do cálculo numérico e do uso do algoritmo, por parte da professora.

Essa concepção da docente é recorrente entre professores que acreditam que operar sobre os algoritmos da multiplicação e divisão é suficiente para entender os conceitos do campo multiplicativo. Essa maneira de tratar o ensino: “[...] reduz a matemática ao cálculo de algoritmos, ignorando que a matemática fornece modelos para representação e compreensão do mundo em que vivemos” (SPINILLO; CORREA, 2004, p 105). Trata-se de visão equivocada que reduz os conceitos somente às operações, não atribuindo à variedade de situações e às representações a contribuição para a construção dos significados. (VERGNAUD, 1990).

Em relação ao eixo de comparação multiplicativa (Quadro 14, p. 111), as expectativas foram as seguintes:

> *[Na Situação 1]minhas expectativas foram boas, pois ao retomar a ideia de dobro, houve participação e envolvimento, mas acreditava que a maioria utilizaria o esquema de representação do pensamento aditivo. Na situação 2, esperava entender o pensamento das crianças, para saber até onde eu poderia avançar (Jasmim).*
>
> *Esperava que eles usassem a soma para resolver na situação 1. Na outra esperava que eles separassem em quantidades iguais. Depois que elaborei, achei que a linguagem ficou pesada, mas deixei (Rosa).*
>
> *Como já algum tempo que eu faço trabalhos como esse tipo de situação, achei que iam fazer com mais facilidade (Margarida).*
>
> *Esperei que eles conseguissem resolver utilizando estratégias que deem conta do resultado (sabendo que esse tipo de situação foi abordada várias vezes) (Violeta)*

Em vista desses depoimentos, pudemos observar que as expectativas das professoras, de modo geral, continuaram positivas para as situações elaboradas para esse eixo, no entanto, essas perspectivas concentraram-se mais na forma como os alunos resolveriam os problemas, ou seja, concentraram-se mais nas possibilidades dos procedimentos que os alunos poderiam lançar mão para resolver cada proposição. Jasmim e Rosa consideraram que eles usariam o esquema aditivo, mesmo já tendo trabalhado a ideia de dobro com seus alunos. Margarida e Violeta julgaram que seria mais simples, pois as situações desse eixo foram bastante usadas com seus alunos. As considerações das professoras já foram consideradas por Gitirana *et al* (2014). Para os autores, esse eixo é composto por "tipos de problema que os estudantes dominam mais rapidamente". São situações bem próximas às aditivas [...] (GITIRANA *et al,* 2014, p. 45*)*

Para Jasmim, que elaborou ambos os problemas da classe referido/referente desconhecido, o desempenho foi de 8 e 6 acertos. O maior resultado pode ter sido obtido devido ao trabalho com o conceito de dobro envolvido no problema. Segundo a professora, tal conceito vinha sendo trabalho em sua sala. Maiores considerações acerca da análise das estratégias usadas pelos alunos serão feitas na próxima seção.

Rosa também elaborou dois problemas da classe referido/referente desconhecido. O primeiro requeria a multiplicação, enquanto o segundo exigia a divisão. No primeiro, o desempenho foi de 6 acertos, enquanto no segundo nenhum aluno chegou à resposta correta. A professora justificou a disparidade entre sua expectativa e o desempenho de seus alunos pela existência de seu erro na elaboração do segundo problema: "eu achei que a linguagem foi muito pesada para eles, difícil!" (Rosa). A professora reconhece também que a expressão "vezes menos" presente em sua proposta também é difícil.

Margarida propôs uma situação da classe relação desconhecida e uma da classe referido/referente desconhecido. Dos 18 alunos que participaram da atividade, 11 tiveram êxito na primeira e 13 na segunda. Embora os êxitos tenham ultrapassado a metade da turma, os resultados não corresponderam ao prognóstico da professora que considerava já ter trabalhado suficientemente a classe de situação em sala de aula.

Violeta propôs ambos os problemas da classe referido/referente desconhecido. Entretanto o primeiro exigia a multiplicação, enquanto o segundo, a divisão. O êxito no primeiro problema foi de 18 no grupo de 19 alunos. No segundo problema, apenas 6 alunos obtiveram êxito. Esse desempenho reafirma as considerações de Spinillo e Lautert, (2004) em relação à maior dificuldade para a divisão. O baixo desempenho nesse problema não era esperado por Violeta, visto que considerava a situação proposta bastante trabalhada em suas aulas, o que para ela, era um indicativo de que os alunos fariam com facilidade.

No tocante ao eixo de produto de medidas(Quadro 15, p. 113), identificamos as seguintes expectativas das professoras sobre o desempenho de seus alunos.

> *[Situação 1]Sinceramente considerei um grande desafio e esperei menos deles. [Situação 2] Como já tinha experimentado o problema 1 na lousa, achei que esse seria mais fácil. (Jasmim)*

> *Esperei que eles utilizassem desenhos e da soma de parcelas. Alguns acredito que somem os valores apresentados. Na situação 2. Espero que eles utilizem desenhos (mapa da sala) para resolverem. [...] Somente uma minoria deverá adicionar os valores no problema. (Rosa)*
>
> *Situação 1 e 2: Todas as vezes em que é duas partes eles vão direto aos cálculos. (Margarida)*
>
> *Espero que eles obtenham a grandeza área, multiplicando as grandezas de largura e comprimento, utilizando estratégias pessoais; que deem conta da situação1. Espero que os alunos formem pares e produzam outra grandeza, percebendo que para isso pode-se usar da repetição das grandezas moças e rapazes, formando pares distintos. (Violeta)*

Nesse eixo nos deparamos com expectativas distintas, considerando os dois grupos de professoras, as duas do 2º ano e as do 4º e 5º ano. As primeiras tinham dúvidas se seus alunos conseguiriam resolver as situações propostas, provavelmente por esse não ser uma classe trabalhada com frequência no segundo ano de escolaridade. As professoras do 4º e 5º anos mantiveram expectativas positivas, apoiadas no fato de já terem utilizado esse tipo de situação com seus alunos.

Os resultados apresentados pelos alunos de Jasmim superaram as suas expectativas, pois diante de dois problemas de combinatória, resolvidos por 16 alunos, houve 8 êxitos no primeiro e 9 no segundo problema. As ponderações acerca desse desempenho estão registradas na próxima seção, onde estão detalhadas as análises das estratégias dos alunos.

Já Rosa teve suas baixas expectativas confirmadas. O único problema elaborado pela professora, referente a este eixo (o outro problema foi eliminado por classificação inadequada, conforme já se discutiu no capítulo anterior), é da classe combinatória, em que se oferecem os elementos e se indagam sobre o número de composições possível. Apenas 2 alunos obtiveram êxito.

Margarida teve confirmadas as expectativas positivas, também no único problema proposto para este eixo. No grupo de 19 alunos, 17 obtiveram êxito. Margarida esperava que eles fossem diretamente para os cálculos, fato que se confirmou na maioria dos registros de seus alunos, entretanto m número significativo utilizou desenhos e diagramas de árvore como suporte aos cálculos.

A professora Violeta aplicou os problemas com 41 estudantes do 5º ano, o primeiro da classe configuração retangular e o outro da classe combinatória. Os resultados apontaram para 29 e 33 acertos, respetivamente. A professora previa que eles usariam estratégias pessoais, fato confirmado pelos registros dos alunos (desenhos, malha quadriculada, diagrama de árvore, tabelas e registros numéricos)

Na próxima seção, encontra-se a análise de como as professoras consideraram as estratégias realizadas por seus alunos.

7.2 SIGNIFICADOS ATRIBUÍDOS PELAS PROFESSORAS ÀS ESTRATÉGIAS DOS ALUNOS

A análise realizada nesta seção considera as reflexões feitas pelas professoras participantes sobre as estratégias utilizadas por seus estudantes, considerando os caminhos que foram trilhados pelas crianças, a importância das representações utilizadas. A consideração desses elementos se coaduna com o que advogam Gitirana at al: (2014) “Essa diversidade de procedimentos expressa as diferentes maneiras de raciocinar e de estabelecer relações entre os dados do problema, adotadas por aquele que o soluciona (aluno ou professor)”. (GITIRANA *et al*, 2014, p. 93).

Nesse contexto, *Vergnaud* considera que “[...] os meios utilizados pela criança, os caminhos que ela toma para resolver um problema ou atingir um dado objetivo numa determinada tarefa escolar são profundamente enraizados na representação que ela faz da situação”, sendo que “a representação não se reduz à noção de símbolo ou de signo, uma vez que cobre também a noção de conceito (VERGNAUD, 2009, p. 18).

Desse modo, para Vergnaud (2009, p. 18) “[...] a noção de representação e a noção de procedimento ocupam a mesma relevância no centro da psicologia científica moderna”. Por esta razão é que decidimos analisar as percepções das professoras, relacionando os conceitos com as representações. De acordo com Spinillo e Lautert (2006) “[...] o poder ou eficiência de um suporte de representação não reside no suporte em si, mas na sua relação com o conceito, em última instância com a situação apresentada” (SPINILLO; LARTERT, 2006, p. 67).

Mais uma vez a análise será realizada, mantendo as considerações eixo a eixo. Essa organização permite evidenciar que as análises das professoras acerca das estratégias dos estudantes se aprofundam, uma vez que avançam no processo de formação.

7.2.1 Eixo de Proporção simples

As estratégias aqui analisadas são oriundas da resolução dos problemas propostos pelas professoras e resolvidos pelos alunos que compuseram suas amostras. Retomaremos a apresentação dos problemas, já apresentados no capítulo anterior, buscando propiciar o acompanhamento, por parte do leitor, das reflexões analisadas. Buscamos evidenciar o olhar específico de cada docente, muitas delas determinadas pela sua prática docente, conforme considera (PIMENTA, 2012)

A professora Jasmim propôs os seguintes problemas para grupo de 10 alunos:

Quadro 16 - Problemas de Proporção Simples propostos pela Professora Jasmim

P3. No aquário há 4 peixes . Quantos peixes teremos em 3 aquários iguais a esse? P4. Numa caixa há 10 lápis. Quantos lápis teremos em 3 caixas iguais a essa?

Fonte: Elaborado pela autora

Observamos que a professora Jasmim classifica as estratégias de seus alunos em dois blocos: pensamento aditivo; pensamento multiplicativo. Durante o processo formativo foi discutido, com base em Magina; Santos; Merline (2014), a existência de diferentes níveis de estratégias usadas pelos estudantes: Nível 1 – incompreensível; Nível 2 – pensamento aditivo; Nível 3 – transição (aditivo para o multiplicativo); Nível 4 – pensamento multiplicativo. Esses níveis não foram consideram por Jasmim na análise por ela procedida.

Vejamos como Jasmim relata as estratégias analisadas para as duas situações propostas a seus alunos de acordo com esse agrupamento feito por ela.

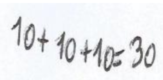
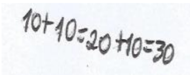
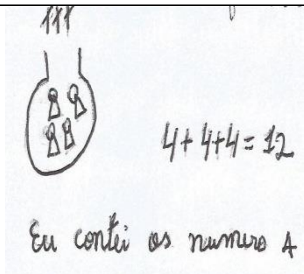
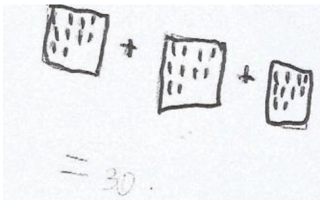
> *Na situação 1:Oito alunos usaram a adição: 4+4+4=12.*
> *Um aluno colocou só a resposta 12. Mas explicou como fez: Eu botei 8 numa mão e contei mais 4”, ou seja, usou a adição.*
> *Na situação 2: [...] aconteceu uma coisa que me chamou muito a atenção. Essa menina é tão boa [decepção] eu não esperava essa resposta [...] não aconteceu só com uma, mas com 4 crianças que pensaram assim. Elas usaram a adição, mas fizeram assim[...]eles desenharam as três caixas. E pegaram o numeral 10 e distribuíram nas 3 caixas.*
> *Uma colocou: 2 lápis + 3 lápis + 5 lápis que dá igual a 10 lápis. Entendeu? Outro botou: 4+4+2=10 lápis.*
> *E outra: 5+ 4+ 1= 10 lápis.*
> *Assim, pela adição, 2 crianças acertaram : 10+ 10+ 10= 30;*
> *Outra fez 20 + 10=30 foi agrupando. O que deu mais trabalho!*
> *Uma usou somente o desenho cada uma com 10 lápis e contou o resultado*
> *Eles ficaram bem abaixo do que esperei; mas achei interessante o pensamento deles porque não foi um pensamento solto. Somente um pegou os dados do problema e*

somou 10 +3. Erroneamente. Ela não se apropriou da compreensão do problema (Jasmim)

A professora demonstra não perceber que existe um estudante que demonstrou estar no nível incompreensível (MAGINA, SANTOS; MERLINE, 2014), visto que apenas adiciona as quantidades presentes no problema. Também não considerou o nível de transição, para o estudante que calcula “10 + 10 + 10 = 30”. O nível de transição (do pensamento aditivo para o multiplicativo) se caracteriza, segundo os autores, por [...] “somar várias vezes uma mesma quantidade, seja ela representada por ícones agrupados [IIII IIII IIII], ou numericamente [4+4+4=12]” (MAGINA; SANTOS; MERLINE, 2014, p. 528).

O quadro a seguir exemplifica cada uma dessas classificações feitas pela citada professora.

Quadro 17 - Procedimentoss dos alunos classificados como aditivos pela professora Jasmim

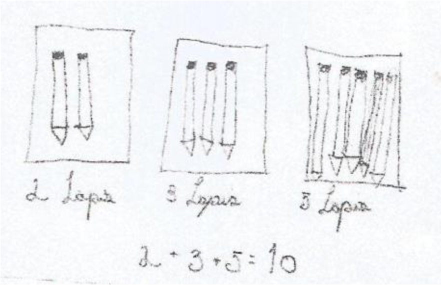
2A-1	2A-2	2A-3	2A-4
 Representação numérica	 Representação numérica da adição com reagrupamento	 Representação numérica com suporte de desenhos	 Represenção da adição com desenhos

Fonte: Elaborado pela autora

Diante do Problema 2 proposto por Jasmim, quatro alunos adotaram a estratégia constante no quadro abaixo:

Figura 3 - Estratégias de decomposição do algoritmo 10

2ªA-5



Fonte: Elaborado pela autora

Trata-se da decomposição na representação do desenho com apoio da língua materna, da dezena presente como dado do problema em conjuntos de diferentes quantidades e sua recomposição na representação numérica. A professora considerou tal estratégia "completamente ilógica" para a situação apresentada. A professora buscou entender o por quê da opção por essa estratégia, chegando à seguinte justificativa:

> *Nós trabalhamos a dezena recentemente. E foi bem recente esse dia. E nesse dia nós distribuímos 10 palitos para cada criança e pedimos que eles fizessem formas diferentes do resultado dar 10. Eles foram criando: 5+5; 4+ 6: ...adições que o resultado desse 10. Então eu acho que na hora em que ele viram 10. Eles já associaram a essa atividade. (Jasmim)*

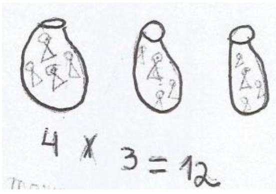
As crianças podem ter sido realmente induzidas pela repetição do uso do número 10, pois mesmo com a leitura do problema realizada pela professora, elas não valorizaram o outro elemento numérico presente no problema (o 3), prendendo-se exclusivamente ao 10.

Finalmente, mais uma estratégia foi usada por um dos alunos de Jasmim. A adição dos elementos numéricos expressos no problema: "10 + 3". A docente afirma que a criança "não se apropriou da compreensão do problema". De fato sua análise está correta, pois a aluna não explicitou, na operação realizada, o raciocínio presente no problema (MAGINA; SANTOS; MERLINE, 2014). Embora essa estratégia tenha sido a única em que um de seus alunos demonstrou nenhuma relação com a estrutura do problema, esse fato não foi alvo de suas preocupações, pois suas observações focalizaram os procedimentos com acertos e aqueles em que os alunos não interpretaram o problema, já que foram induzidos por atividade anteriormente feita com o algoritmo 10. No tocante à classificação das estratégias como pensamento multiplicativo, Jasmim identificou as seguintes oportunidades de uso apenas do algoritmo:

> *Na situação 1, teve um aluno que usou o pensamento multiplicativo com algoritmo mesmo: 4 x 3=12.*
> *Outro o usou o pensamento multiplicativo, mas ainda usou o apoio do desenho. Ele fez 4x3=12. Até porque eles já tinham aprendido o sinal da multiplicação, né? O símbolo. .*
> *Na situação 2: Um aluno usou números da multiplicação: 10 x 3 = 30;*

A professora Jasmim destacou ainda outros procedimentos vinculados ao que classificou como pensamento multiplicativo, conforme quadro abaixo:

Quadro 18 - Procedimentos classificados como pensamento multiplicativo - Jasmim

2A-6
 Representação numérica da multiplicação com suporte dos desenhos

Fonte: Elaborado pela autora

A professora destacou a estratégia de um de seus estudantes que usou o registro numérico da multiplicação com o suporte dos desenhos. Essa ação é considerada por Magina, Santos e Merline (2014) de grande valia para a materialização do pensamento, pois auxilia aos estudantes a tornar concreto aquilo que está escrito abstratamente.

A professora Rosa analisou as estratégias de seus alunos, a partir dos problemas de proporção simples, por ela elaborados, constantes no quadro a seguir:

Quadro 19 - Problemas de Proporção Simples propostos pela Professora Rosa

P2-Numa caixa tem 5 bolinhas. Quantas bolinhas teremos em 4 caixas iguais a essa? P1- Alice fará uma festa e ficou responsável pelos bolos. Em 1 bolo Alice coloca 3 xícaras de açúcar. Quantas xícaras Alice usará para fazer 7 bolos?

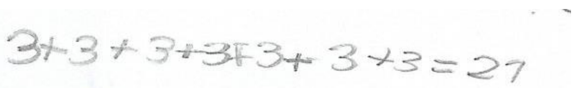
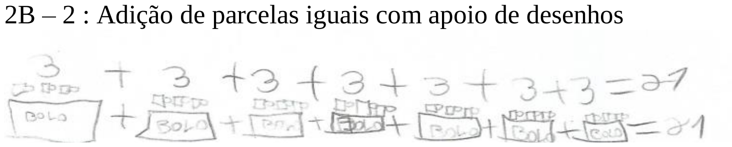
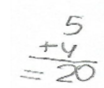
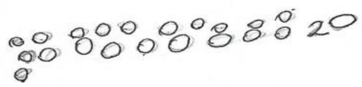
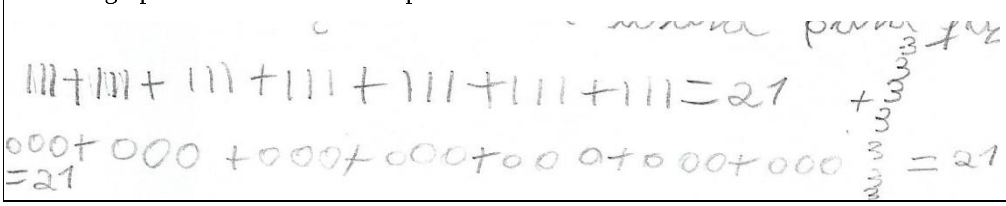
Fonte: Elaborado pela autora

Rosa classificou, entre os 26 procedimentos registrados por seus alunos, as seguintes estratégias. Registre-se que a professora não classificou as estratégias que haviam conduzido 10 dos alunos ao erro. Também não fez qualquer observação acerca dos 3 alunos que deixaram o problema sem solução. Assim, foram classificadas efetivamente 13 estratégias, conforme as categorias:

a) adição de parcelas iguais usando números e apoio de desenhos (4);
b) adição de parcelas iguais usando somente desenhos (4);
c) multiplicação somente com números (2);
d) multiplicação usando o registro pictórico (1);
e) incompreensível (2).

A professora Rosa constatou que a maior parte de seus alunos usou a estratégia da adição de parcelas iguais (8 em 13 respostas), sejam números com o suporte do desenho, apenas com registro numérico ou ainda somente com desenhos. Dois alunos realizaram a estratégia da multiplicação somente com números, mas ambos trocaram o símbolo da multiplicação, usando o símbolo (+) em vez de (x). Exemplos das estratégias destacadas por Rosa encontram-se no quadro a seguir.

Quadro 20 - Estratégias classificadas pela professora Rosa no eixo de proporção simples

2B-1 Adição de parcelas iguais somente com números 
2B – 2 : Adição de parcelas iguais com apoio de desenhos 
2B-3: Multiplicação usando somente números 
2B-4: Contagem com elementos pictóricos 
2B-5: Agrupamento com elementos pictóricos 

Fonte: Elaborado pela autora

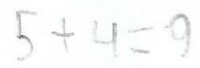
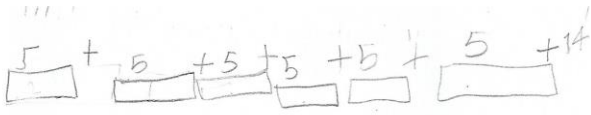
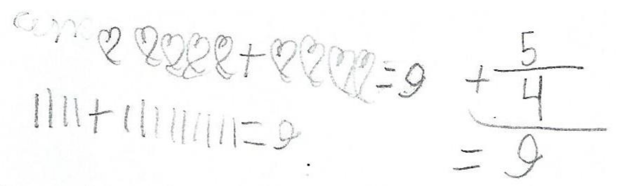
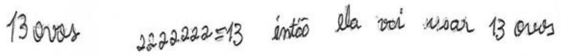
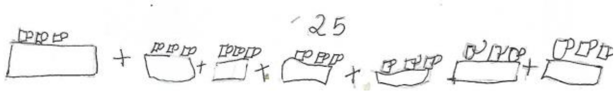
A professora analisou as estratégias observadas, voltando sua atenção e admiração para os alunos que já trazem mais elementos do conceito de multiplicação do que para aqueles que não o elaboraram ainda:

> *Na situação1: Eu me admirei que dois alunos foram direto pra multiplicação. Três alunos entenderam que era uma adição de parcelas (5+ 5+ 5+5)… e três alunos fizeram a adição com base em desenhos. Fizeram as 4 caixas com as 5 bolinhas cada uma e foram contando o total. Quatro alunos erraram o resultado; Na situação 2: sete alunos acertaram. Três fizeram pela adição de parcelas iguais. E quatro alunos pela adição com base nos desenhos. Fizeram os desenhos das xícaras*

A pouca importância dedicada ao erro dos estudantes, principalmente diante da quantidade de ocorrências (10 erros e 3 ausências de resposta em 26 proposições) demonstra que a professora segue a cultura no cenário educacional de valorizar apenas os acertos. O erro, durante muito tempo, foi considerado sinônimo de fracasso e usado como parâmetro para desqualificar aqueles não se encaixavam nos padrões de avaliação exigidos pelas instituições escolares. Essa tendência tem sido criticada nas últimas décadas. Muitos pesquisadores têm destacado a função do erro como um mecanismo de diagnóstico que oferece ao professor formas de intervenção didática.

De acordo com Cury (2013, p. 13): “Os erros são hipóteses legítimas baseadas em concepções e crenças adquiridas ao longo da vida escolar”. Nessa mesma perspectiva de valorização do erro Vergnaud (2009, p. 18) afirma: “[...] a análise do erro permite saber que dificuldades a criança enfrentou e permite determinar os meios de remediar essa situação”. Corroborando com esse posicionamento, Spinillo *et al* (2016, p. 189) afirmam: “Em educação matemática, podem-se identificar duas maneiras distintas de se conceber o erro. A primeira refere-se ao erro como indicador do conhecimento matemático apresentado pelo indivíduo em situação de avaliação; e a segunda, toma o erro como estratégia didática”. No quadro abaixo, exemplos de erros desconsiderados pela professora Rosa.

Quadro 21 - Estratégias com erro dos alunos da professora Rosa para o eixo de proporção simples

2B-6 	2B-7 
2B-8 	2B-8 
2B-9 	2B-10 

Fonte: Elaborado pela autora

As diferentes estratégias com erros apresentados acima confirmaram que a maior parte dos alunos da professora Rosa ainda se encontrava num nível bem elementar do pensamento multiplicativo, pois a maioria das estratégias dos alunos está concentrada nos níveis 1, 2, ou seja, no nível das estratégias incompreensíveis ou na fase aditiva.

A professora classifica ainda dois procedimentos como “engraçados”. Ela não ressaltou a diferença de nível de elaboração do conceito de multiplicação, entre os estudantes.

> *Caso 1: A (**) disse pra mim: Tia, eu sei que se botar 3x7 dá a resposta, mas só sei multiplicar até 5. Eu posso escrever os números e fazer os pauzinhos? Eu disse que podia. Ela foi repetindo o número 3 sete vezes e fazendo os pauzinhos do lado.*
>
> *Caso 2:O outro caso foi do (**): “Tia, não são 7 bolos, então eu preciso de 7 ovos”. Eu intervi: “mas só em um bolo eu não vou precisar de 3”? Ele tentou de todo jeito, e no final, não tive tempo de olhar na hora. À tarde fui verificar e vi a resposta dele assim: “pega os ovos, quebra “tudim” na massa, mexe bastante, corta o bolo em sete pedaços[...] aí você tem o que você queria”[...] mas não deixou de usar uma estratégia dele. Acho que cansou de tentar pela Matemática e foi pra receita.*

No caso 1, a aluna precisou de um suporte (representação pictórica) para avançar na multiplicação e apenas consultou à professora se podia usá-la. Ela compreendia as relações que deveriam ser estabelecidas entre as variáveis e suas quantidades para chegar à solução.

No caso 2, o estudante demonstrou não perceber a relação de proporcionalidade estabelecida de 3 ovos para cada bolo. Mesmo a professora tendo reafirmado essa condição, isso não foi suficiente para que o aluno compreendesse e criou uma saída imaginária com os dados do problema.

As análises da professora Margarida a respeito das estratégias de seus estudantes tomaram por base os seguintes problemas:

Quadro 22 - Problemas de proporção simples - Margarida

P5. No supermercado, Inês arrumou a prateleira com 25 bandejas de 12 ovos. Quantos ovos ficaram na prateleira? *P6. Maria tinha 645 livros para arrumar em 15 estantes na biblioteca onde trabalhava. Quantos livros ela teve que colocar em cada estante?*

Fonte: Elaborado pela autora

Devido ao fato de a Professora Margarida não ter realizado o registro das resoluções de seus alunos, as análises aqui presentes tomaram por base os registros dos dois instrumentais (atividade planejada e atividade desenvolvida), onde estão registrados apenas as suas observações acerca do que estava planejado e de como foi a execução da atividade na sala, além de suas explicações no momento de formação, quando ela comentou a aplicação da atividade. Não há registro de estratégias de seus alunos

As estratégias foram assim categorizadas por Margarida: agrupamentos, repetição de parcelas e cálculo numérico com o algoritmo da multiplicação.

Em relação ao problema P5, Margarida afirma:

> *Aí teve aquele menino que a gente peleja, peleja e faz 25+ 25+ 25+25… e 12+ 12+ 12+ 12… e faz a repetição de parcelas… muitos fizeram assim contaram 12 25 vezes, repetindo as parcelas chegaram ao resultado.*
> *Outros foram agrupando 12 e 12=24; 12 e 12= 24; então pouquíssimos[[...]]*
> *12 alunos acertaram e fiz com quarenta e oito alunos (m e t); seis de manhã e o restante foi à tarde.*
> *A maioria usou a repetição de parcelas.*

A fala da professora revelou decepção com o desempenho de seus alunos (De 42 alunos 12 acertaram). Segundo seu ponto de vista, o erro por parte deles ocorreu porque usaram o procedimento errado (a adição de parcelas iguais ou agrupamento com bolinhas). Todavia, o que a professora não conseguiu perceber nessas estratégias é que grande parte dos seus alunos ainda estão em fase de transição do pensamento aditivo para o multiplicativo. Em outro momento, Margarida afirma:

> *Outros fazem com bolinhas e eu mando transformar em algoritmo. "transforma esse pensamento em continha, cálculos". Poucos conseguem. Quem insistiu em fazer desenhos de bolinhas se perdeu no caminho[...]*

A professora atribui mais importância ao procedimento algorítmico do que para as relações entre grandezas estabelecidas pelos alunos.

Formadora: alguns usaram o algoritmo da multiplicação?
Margarida: sim. Poucos, mas alguns fizeram. Porque eu não fiz a contagem, mas a minoria fez isso. Eles chegaram ao resultado, a maioria que tentou assim.

Essa fala confirma a crença da professora que o erro aconteceu devido à escolha dos alunos em usar os agrupamento de desenhos ou agrupamento de parcelas iguais.

A valorização do algoritmo manifesta-se na escolha de números elevados para operar na situação (25 x12), nesse sentido questionamos à professora:

Formadora: Eles já estudaram essas duas operações? (referindo-se à multiplicação e divisão por 2 algarismos)
Margarida: Já
Formadora: É possível que eles tenham fugido do cálculo da multiplicação por 2 algarismos por não dominarem ainda esse procedimento?
Margarida: Sim. Eles fizeram assim com adição chegando ao resultado, mas ainda se engancham na multiplicação por 2 números

Nosso intuito com esse questionamento era fazer a professora perceber que os alunos usaram os conhecimentos que estavam ao seu alcance. A maior parte deles demonstrou através das representações simbólicas, conhecer o esquema de correspondência um-para-muitos presentes na situação: 1 bandeja para cada 12 ovos. No entanto, a competência deles para operar com as informações contidas limitou-se ao agrupamento de desenhos e a soma de parcelas iguais. De acordo com Spinillo e Correa (2004, p. 107):

O entendimento que a criança tenha de determinado conceito matemático pode ser revelado não só pela utilização de representações simbólicas como o emprego de notações matemáticas, mas também das ações que realiza para resolver uma situação-problema.

Nessas condições, a mesma compreensão da professora Margarida se repete na análise das resoluções de seus alunos relativas ao problema P6. Tratou-se de um problema da mesma classe de situação, um-para-muito, porém agora ela propôs uma operação inversa da primeira, uma divisão. Vejamos a percepção da docente sobre os resultados que ela observou.

Eu fiz assim pra eles fazerem uma divisão mesmo e apenas cinco alunos acertaram: dois de manhã e três à tarde. Mas aí eles fizeram a divisão.
*Fizeram o cálculo mesmo. [*referindo-se aos que acertaram*].*
*E os outros [*aqueles que erraram] *fizeram um monte de coisa lá [...] um monte de bolinha. Até chegar no número imenso(645) com tracinhos. Menina, eu queria que você visse o desespero. E eu disse pra eles: 'esse*

> *número é muito grande pra fazer de tracinho. É muito grande'. E se perde no caminho. A maioria se perdeu, entendeu? Acaba pulando números[...]aí o resultado*

Note-se que nessa situação o resultado foi mais baixo ainda no que no anterior. No entanto, as crianças buscaram estratégias próprias para resolver o problema que não foram valorizadas pela docente. Mesmo os raciocínios errôneos fornecem um ponto de partida para o ensino de conceitos matemáticos no contexto escolar, incluindo aqueles mais complexos (SPINILLO; CORREA, 2004).

As análises de Violeta a respeito das estratégias de seus alunos em problemas de proporção simples foram realizadas a partir dos seguintes problemas:

Quadro 23 - Problemas de proporção simples propostos por Violeta

P7:Eu tinha 27 figurinhas e sempre compro pacotes com 3 figurinhas cada um. Quantos pacotes precisei comprar para obter as 27 figurinhas? *P8: Se dois litros de refrigerante enchem 8 copos. Quantos copos serão cheios com 6 litros de refrigerante?*

Fonte: Elaborado pela autora

A professora fez uma primeira classificação, separando os procedimentos em dois grupos: com acerto e com erro. Com relação aos primeiros, ela estabeleceu a seguinte categorização: a) cálculo com algoritmo da multiplicação; b) agrupamento com desenhos; c) uso do diagrama de *Vergnaud.* Em relação ao problema 7, Violeta assim se posiciona:

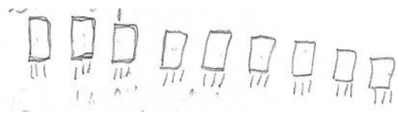
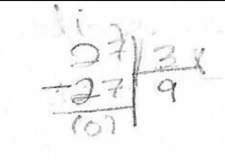
> *Dos vinte e três alunos presentes, vinte conseguiram fazer. Moleza!*
> *Dos vinte, a maioria, utilizou a divisão com o algoritmo da divisão direto. (27:3). Normal!*
> *Quatro alunos apresentaram o diagrama de Vergnaud. Fizeram aquele diagrama. Desses quatro, teve um que achou quatro na hora de fazer a relação, mas depois ele descartou e obteve 3. Não sei como ele pensou, mas conseguiu chegar ao resultado.*
> *Teve gente que usou a multiplicação. E teve gente que fez agrupamento de 3 em 3 até chegar no 27.*
> *E teve gente que fez no desenho. Desenhou um envelope com 3 figurinhas até chegar em 27.*

Percebemos na fala de Violeta que para ela essa situação proposta foi um problema de pouca dificuldade para seus alunos. Lembremos que se trata de alunos do 5º ano, portanto, já era esperado que os obstáculos conceituais para esse tipo de situação fossem menores do que para os alunos de anos anteriores.

De acordo com a fala de Violeta, não houve casos de adição de parcelas iguais, embora tenham surgido estratégias apoiadas unicamente no desenho. A maior parte dos alunos usou o cálculo com os algoritmos da multiplicação. A estratégia considerada pela professora como a mais complexa foi o diagrama de *Vergnaud*. Para Magina, Santos e Meline

(2014), trata-se de uma situação típica das relações quaternárias contendo uma dupla relação entre duas quantidades (no caso, pacotes e figuras). Além disso, amplia os procedimentos de resolução, podendo pensar no fator escalar multiplicativo como estratégia ou, ainda, no fator funcional. No quadro abaixo, exemplos de tipos de estratégias que conduziram os alunos ao acerto:

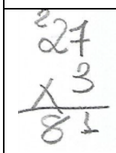
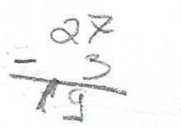
Quadro 24 - Procedimentoscom acertos identificados pela professora Violeta

5A-1 Estratégias apoiadas unicamente no desenho	5A-2 Cálculo com os algoritmos da multiplicação	5A-3 Diagrama de *Vergnaud*
		

Fonte: Elaborado pela autora

Uma vez que os alunos da professora Violeta demonstraram alto índice de acerto nos problemas propostos, para o segundo grupo de estratégias (com erro) foram registradas apenas os procedimentos constantes no quadro a seguir:

Quadro 25 - Estratégias com erro - Violeta

5A-4	5A-5	5A-6
		

Fonte: Elaborado pela autora

Diante dessas constatações Violeta fez as seguintes ponderações,

> *Agora aqueles que não conseguiram[...] fizeram estratégias completamente aleatórias. Simplesmente pegavam os números que tinham na situação e subtraíram ou somavam. Eles não conseguiam estabelecer uma relação. Uma das respostas fez 27-3 e deu 19. Não dá pra entender o que ela estava pensando.*

De fato, as estratégias 5A-5 e 5A-6 podem ser classificadas como incompreensíveis (MAGINA, SANTOS E MERLINI, 2014). Mesmo conduzindo ao erro, a análise da estratégia indica a necessidade de se propor situações que proporcionem o avanço deles no campo multiplicativo. Para a estratégia 5A-4, no entanto, não se trata de um procedimento aleatório, mas de uma inversão no uso da operação, configurando não mais um pensamento aditivo, mas uma transição dentro do pensamento multiplicativo.

Violeta percebeu que em P8 encontrava-se uma atividade de maior complexidade conceitual, pois tratava-se de uma situação de muitos-para-muitos. O número de acertos reduziu-se a quatro dentre os vinte e três participantes. Vejamos como Violeta reagiu a essa constatação:

> *Nessa situação, aí sim foi um problema [*com dificuldade*] [...]mas existia a proporção de a cada 2, 8, né? O que eu pensei? Que eles iriam fazer assim: a cada 2- 8; 2-8;2-8 [...]2, 2, 2[...]6. achei que seria assim!.*

Diante disso, a formadora questionou: “Alguém usou uma estratégia diferente dessa sua expectativa?”

> *Violeta: Sim. Foram quatro alunos que acertaram, dos 23. Dois usaram o diagrama de Vergnaud. E os outros dois agruparam. Eles colocaram 2 -8 copos; 2- 8 copos; 2- 8 copos, então encontram 6L que dava 24 copos.*

Quanto aos procedimentos com erro, vejamos o que Violeta percebeu.

> *Mas a maioria fez como se fosse calculando com 1 litro para 8 copos. E fizeram 6x8. Inclusive os melhores da sala fizeram assim 6x8. Depois que recolhi os problemas resolvidos, e respondi. Ele não acreditava que não tinha percebido isso.*

Conferindo as estratégias dos alunos, a maioria não obteve êxito no resultado final, mesmo assim, identificamos muitas aproximações com o pensamento multiplicativo. Como mostram os exemplos a seguir.

Quadro 26 - Procedimentos com erro analisados por Violeta

5A-10	5A-11
2 litros ——— 8 copos 6 litros ——— 48 copos? 8 x6 48	7 Litros 8 Copos, 9 Litros 10 Copos, 6 Litros 17 Copos.

Fonte: Elaborado pela autora

Segundo a reflexão de Violeta sobre os erros, de modo geral, foi: “Eles fizeram a relação de 1 litro para 8 copos e não de 2 litros para 8 copos”. Dessa forma, a professora percebe que seus alunos raciocinaram como se a situação fosse da classe um para muitos. A classe muitos para muitos traz muitas dificuldades. Essa compreensão é um domínio tardio mesmo em crianças entre 12 e 14 anos (NUNES; BRYANT, 1997).

Não obstante, chamamos a atenção para o comentário de Violeta: “Inclusive os melhores da sala fizeram assim 6x8”. Tal afirmativa demonstra a preocupação da docente para a escassez de acertos por parte desses alunos considerados “os melhores da sala”, desconsiderando que muitas das estratégias erradas continham elementos importantes que apontavam conceitos e teoremas desenvolvidos pelos estudantes.

7.2.2 Eixo de Comparação Multiplicativa

Para esta seção, situaremos as reflexões das quatro professoras sobre as estratégias realizadas sobre os problemas do eixo de comparação multiplicativa. Seguiremos com a mesma ordem utilizada no eixo anterior.

A professora Jasmim propôs os problemas constantes no quadro abaixo, a partir dos quais analisou as estratégias de seus alunos.

Quadro 27 - Problemas do eixo comparação multiplicativa propostos por Jasmim

P11. Aline tem uma coleção com 8 anéis e sua irmã tem o dobro dos seus anéis. Quantos anéis tem a irmã de Aline? *P 12. Paulo tem 10 anos e o seu pai tem 3 vezes a mais a sua idade. Qual a idade do pai de Paulo*

Fonte: Elaborado pela autora

Para as duas situações propostas, destacamos as seguintes ponderações feitas por Jasmim no tocante às estratégias de seus alunos. Inicialmente, a professora considera que o conhecimento prévio auxiliou no êxito dos alunos. Na realidade, a professora enfatiza o trabalho que ela realizou em sua sala a respeito do dobro. Em outras oportunidades já analisadas, Jasmim havia demonstrado a necessidade de trabalho com os alunos acerca de uma situação, para somente depois propor que eles resolvam problemas. Ela assim se expressa:

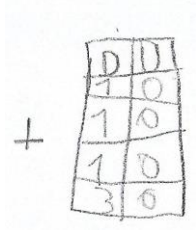
> *Então eu usei o dobro que já tinha sido trabalhado com eles. Já tinha feito revisão, já tinha resgatado com eles em outras atividades de dobro. Eu achei que eles estariam mais preparados. Quando fiz essa atividade, 8 crianças acertaram, dos 10. Eu esperava bons resultados e tive bons resultados. Porque já tínhamos trabalhado sobre as situações elaboradas. (Jasmim)*

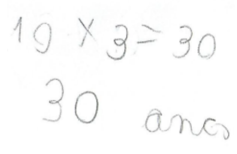
A professora considerou que as estratégias poderiam ser classificadas em três grupos: pensamento aditivo, pensamento em transição (aditivo para o multiplicativo) e pensamento multiplicativo, embora julgue que nenhum de seus estudantes demonstra nível de transição. A professora apresentou a classificação de acordo com Magina, Santos e Merlini (2014), demonstrando que considerou as discussões que ocorreram no processo de formação, a partir do referido texto.

> *Na situação 1, cinco crianças estão numa transição. Três crianças usaram o pensamento multiplicativo. (2x8=16) e duas erraram. Para a situação 2, duas resoluções foram erradas. Fizeram a mesma coisa do outro. 10+3=13. No pensamento aditivo. Três fizeram a soma. Em transição nenhum demonstrou estar. No pensamento multiplicativo. Fizeram só o cálculo mesmo. Eu pude perceber que as crianças que apresentaram o pensamento aditivo fizeram tanto através do desenho como através da conta de adição.*
> *Na situação 2, Das que acertaram, três usaram o pensamento aditivo. Usando apenas a operação de adição: 8+8. Duas crianças estavam em transição do aditivo pro multiplicativo. Elas não usaram o sinal da adição. Desenharam dois grupos. Eu não entendi bem se ela estava na adição ou multiplicação. Entendi que tinha sido bastante trabalhado.*

A seguir, exemplos dessas estratégias:

Quadro 28 - Estratégias dos alunos de Jasmim para o eixo de comparação





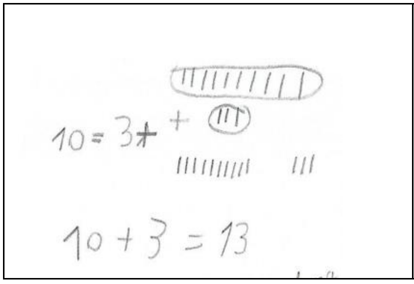
Fonte: Elaborado pela autora

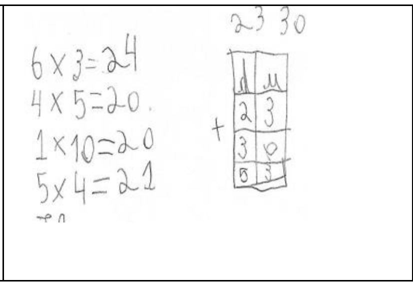
Mesmo mostrando influência do texto trabalhado, como nos referimos anteriormente, Jasmim não considera o nível 1, composto pelas estratégias incompreensíveis, preferindo tratá-las como erros. A esse respeito a professora destaca:

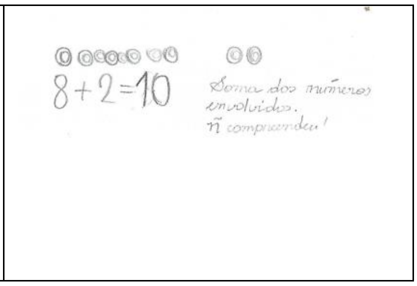
> *Na situação1, foram só duas crianças que erraram. Não foi um erro muito comum. Foi só esse de pegar os números do problema e somar. Sem demonstrar a compreensão pelo problema. Talvez seja a falta de leitura. Elas usaram o pensamento aditivo, mas somaram os números que apareceram no problema. No caso, o 8 e 2 que elas já tinha consciência que eram dois. Aí deu 10. O erro não foi muito grande. Persistiram as crianças que estavam com esse pensamento. Como se não tivesse evolução da parte delas.*
> *Na situação 2, duas resoluções foram incompreensíveis; uma ele colocou um monte de conta de multiplicar. 2x8, 3x5, 4x5=20. Quis mostrar serviço, mas não respondeu coisa nenhuma. Os números não faziam parte de nada. Ele sabia que era uma conta de multiplicação. Fez um monte de conta, mas nenhuma tinha relação com os números do problema. Outras dois erram. Fizeram a mesma coisa do outro. 10+3=13.*

O que nos desperta a atenção nos comentários de Jasmim são dois momentos. O primeiro quando ela atribui à falta de leitura como uma das possíveis causas do erro de seus alunos que somaram os dados do problema. Como esse fato já foi bastante discutido nos encontros formativos até aquele momento, acreditávamos que tal crença já estava desmitificada. Entretanto, essa "justificativa" está tão enraizada nas concepções docentes, que mesmo apresentando subsídios teóricos que contrapõem tal visão, ela sempre retorna ao cerne das discussões, quando se trata de entender a causa dos erro dos alunos.

Quadro 29 - Procedimentos com erros dos alunos de Jasmim – Comparação multiplicativa







Fonte: Elaborado pela autora

Outro fato relevante que novamente vem aparece nas fala das professoras é o fato de desconsiderar as informações que os erros oferecem para entender o pensamento de seus alunos. Jasmim ressalta as estratégias com acertos e para os erros pontua apenas que foi falta de compreensão, quando, na verdade, os procedimentos com erro revelam um nível conceitual ainda não adquirido pelo aluno.

Quadro 30 - Problemas de comparação multiplicativa elaborados por Rosa

P9: Isabela tem oito anos. Sua prima tem o triplo de sua idade. Quantos anos tem sua prima? P10: Gleilson tem 18 carrinhos. Paulo tem duas vezes menos do que ele. Quantos carrinhos. Paulo tem?

Fonte: Elaborado pela autora

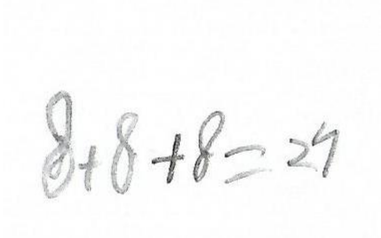
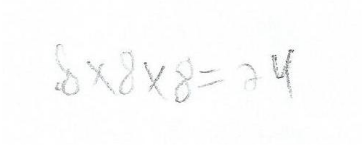
Rosa centraliza suas reflexões em dois aspectos: primeiramente nas estratégias com acerto e depois aquelas com erro. Para cada um desses pontos, ela descreve os procedimentos utilizados por seus alunos. Em outro momento, enfatiza o problema na linguagem usada na situação 2: "duas vezes menos" como principal justificativa da incompreensão por parte dos alunos, uma vez que todos erraram na resolução desse problema. Vejamos como isso se materializou em sua fala.

Primeiramente sobre os acertos, Rosa, afirmou que:

> *situação 1: Na sua grande maioria, eles acertaram (6 alunos de 10). Usando que o triplo era 3 vezes eles não usaram 3x8, mas repetiram o oito ou em números ou em bolinhas, ou tracinhos, obtendo o resultado esperado*.

Após essa fala, conferimos os registros, pois apesar da professora apontar seis respostas corretas, identificamos somente duas destas como compreensíveis. Os mesmos se encontram no quadro abaixo:

Quadro 31 - Procedimento com acerto dos alunos de Rosa - Comparação

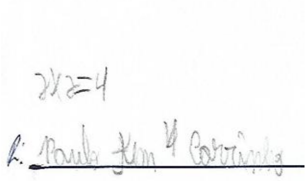
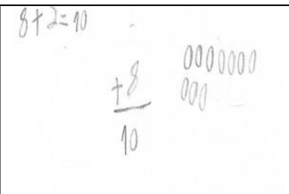
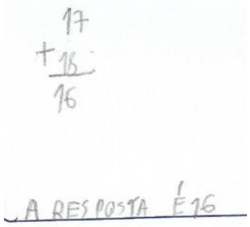
Fonte: Elaborado pela autora

No tocante aos erros, Rosa, declarou:

> *Aqui nessa resolução nenhum conseguiu acertar. (referindo-se à situação 2)*

Notemos que apesar do grande número de estratégias com erro, a professora restringiu suas observações descrevendo minimamente os procedimentos corretos e quantificando aquelas erradas. Vejamos alguns exemplos de estratégias erradas encontradas.

Quadro 32 - Procedimentos com erro para problemas de comparação - Rosa

Fonte: Elaborado pela autora

Diante dessa verificação, observamos que a maioria dos alunos ainda se encontra num nível de elementar de compreensão conceitual de situação de comparação multiplicativa. A partir dessa constatação a professora Rosa julga que o problema foi a linguagem usada na situação 2, na qual nem um aluno chegou à resolução correta. Vejamos o que disse a docentes sobre isso.

> *O segundo problema, eu percebi, na hora da aplicação um problema. Na forma como ele foi elaborado. Um erro na forma como ele foi elaborado por mim. Um erro não, mas ficou difícil pros meninos entenderem[...] Pra eles esse "duas vezes menos" ficou muito complicado. Eu achei que a linguagem foi muito pesada pra eles, difícil! Rosa*

De fato, alguns estudos já indicaram que essas expressões: "vezes mais", "vezes menos" pode induzir a alunos da primeira etapa do Ensino Fundamental a somar ou subtrair. Tal erro é indicativo de os alunos estão operando apenas sobre os números e não sobre a compreensão da situação presente no enunciado. (GITIRANA *et al*, 2014). Apesar de concordarmos com a professora, sobre esse aspecto, notemos que na situação 1 essa justificativa não se aplica, uma vez que não foi utilizado nenhuma expressão que causasse essa indução ao erro.

Quadro 32 - Problemas de comparação multiplicativa elaborados por Margarida

P13: Raquel tem 14 anos e a sua avó tem 56 anos. Quantas vezes Raquel é mais nova do que sua avó?
P14: Caio tem nove anos e sua avó é 7 vezes mais que a idade de Caio. Qual a idade da avó de Caio?

Fonte: Elaborado pela autora

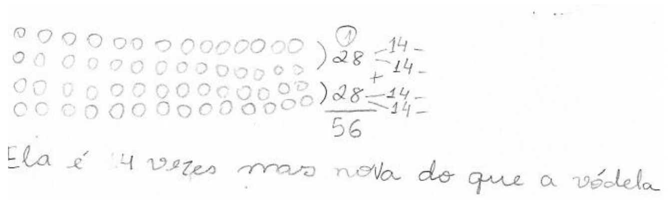
As considerações da professora Margarida concentraram-se em descrever alguns procedimentos dos alunos de forma generalista sem associá-los a elementos da teoria estudada nem ao nível de elaboração das estratégias utilizadas. Percebemos que a professora escolheu alguns registros que ela considera "interessante" a forma como foi representada. Nossa compreensão é de que tais procedimentos causaram-lhe surpresa, tanto nas estratégias com acerto como naquelas com erro.

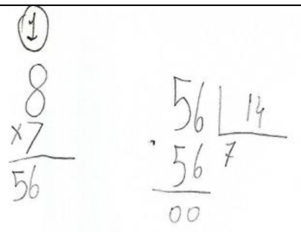
Vejamos alguns relatos de Margarida a esse respeito.

Comentários sobre estratégias com acerto

> *Eles usaram desenhos.. .coisa mais engraçada desse mundo! Olha[...] um monte de bolinhas[...]eles fizeram 14 +14+14.+14[...] a maioria foi direto pro cálculo. Teve menino que não demorou nadinha.*
>
> *Olha essa aqui: ela fez 14 + 14+ 14 +14 e chega ao total de 56. Para cada 14 ela conta enumera na ordem até chegara a conclusão que era 4 vezes.*
>
> *Chegando a conclusão de ela era 4 vezes mais velha por causa disso aqui(* mostrando a resposta*)*
>
> *Teve outra que achei bem legal que eles fizeram[...]esse aqui (apontando) encheu o papel de conta, ele foi procurando "as vezes". Ele fez: 14x2=28; 14x3=42; 14x4=56. Ele chegou a idade da avó depois da terceira conta de multiplicar.*
>
> *Ele foi por tentativa. Ou seja, entendeu!*

Quadro 33 - Estratégias com acerto para problemas de comparação- Margarida





Fonte: Elaborado pela autora

Comentários sobre estratégias com erro

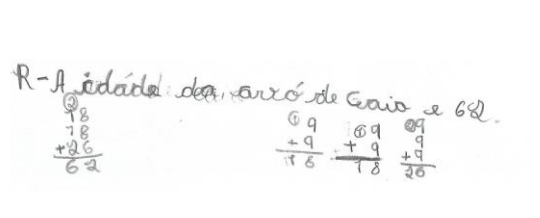
> *Agora teve menino que[...]me fez pensar: valha, de onde essa menina tirou isso? Coisas como ela é 500 vezes mais velha que a menina. Essas coisas que eu[...]não[...]valha[...]de onde ela tirou esse número? E ela foi me fazendo e fazendo essa conta. Me mostrando.*
>
> *Outro menino fez assim:*
>
> *14+14 +14+14= 28 e fez 14 x4=56. Ele viu isso. Na segunda ele foi direto pra multiplicação ou seja ela é 7x mais velho do que o que tem nove. Ficou 7x9=63. Ele botou um x no meio. Não soube armar, mas soube a tabuada.*
>
> *Teve três alunos que não fizeram nada.*

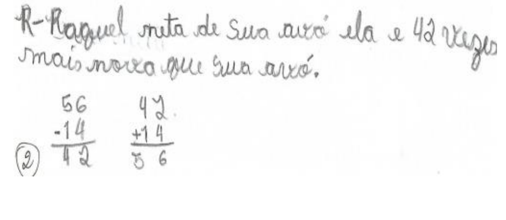
Para esses procedimentos com erro Margarida considera que a expressão: “Quantas vezes mais nova?” foi o que causou mais incompreensão por parte dos alunos, o que por sua vez resultou no erro. Embora a professora não consiga denominar que esse tipo de problema de comparação multiplicativa propõe que seja encontrada a relação entre o referente e o referido. Ela, de forma intuitiva, entende que esse tipo de problema é mais complexo do que aqueles que propõem encontrar o referente ou o referido. A fala a seguir trata dessa percepção.

> *Geralmente eu fazia: Quantas vezes a sua avó é mais velha que sua neta? Mas aí eu fiz assim: quantas vezes ela é mais nova? Só confundir um pouquinho, né[...]? Eu achei que eles fossem ter mais dificuldade porque quantas vezes é mais nova [...] mais difícil pra eles do que quando pergunto: Quantas vezes é mais velha porque aí eles vão direto pra multiplicação. Porque eles ainda confundiam a história de quantas vezes ela é mais nova.*

O quadro a seguir apresenta alguns desses procedimentos onde houve erro de resolução induzido pela expressão “quantas vezes mais nova”

Quadro 34 - Estratégias com erro para problemas de comparação- Margarida





Fonte: Elaborado pela autora

Nesses procedimentos, a escolha da adição foi uma opção induzida pelo termo “mais nova”. Essa é um erro comum em problemas desse tipo, quando os alunos ainda estão num nível de transição do pensamento aditivo para o multiplicativo. No entanto, a professora considera que a confusão por parte deles foi devido a expressão “mais nova” se fosse “mais velha”, eles teriam compreendido, pois segundo ela este é um termo conhecido pelos alunos, enquanto o utilizado no problema não.

Passemos agora a analisar as proposições de Margarida para esse eixo.

Quadro 35 - Problemas de Comparação multiplicativa elaborados por Violeta

P15:A idade de Pedro é 5 vezes maior que a idade de seu filho. O filho de Pedro tem 7 anos, qual idade de Pedro? P16: Mario ganhou 18 bolas e Rosa ganhou 3 vezes menos bolas do que Mario. Quantas bolas Rosa ganhou?

Fonte: Elaborado pela autora

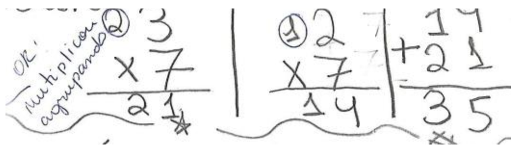
Para esses dois problemas, Violeta destaca as estratégias corretas, com adição e aquelas que usaram a multiplicação. Para os procedimentos com erro, aponta que alguns foram induzidos a somar pela expressão “vezes maior” e outros a subtrair pela expressão “vezes menos”. A partir das constatações dos procedimentos com erro, a professora Violeta realiza uma correção coletiva visando compreender como os alunos pensaram e entender como o pensamento com erro foi estruturado. E por fim, Violeta realiza uma autorreflexão sobre seu papel no desempenho dos alunos.

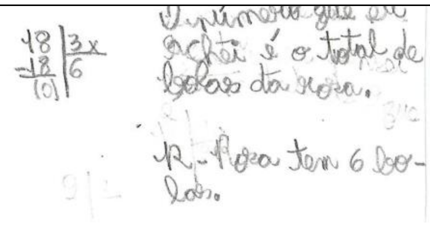
Examinemos tais observações nas falas a seguir.

> Na situação 1*, dos dezenove alunos, dezoito acertaram. Quase todos multiplicaram, menos um. Um agrupou. Ele disse: ah é de multiplicar. Mas na hora de resolver ele vira adição de parcelas iguais. Os outros 17 multiplicaram. 7x5=35, encontram[...]*
> Na situação 2**,** *Nessa situação, somente seis acertaram. Treze não conseguiram fazer. Os seis que acertaram, todos dividiram.*

Quadro 36 - Estratégias com acerto para problemas de comparação- Violeta

.



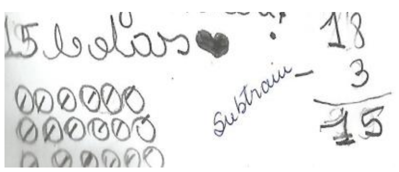


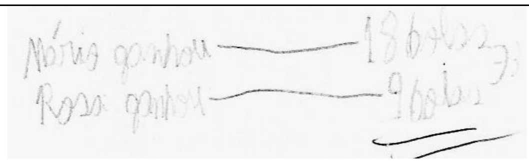
Fonte: Elaborado pela autora

Sobre as estratégias com erros:

> Na situação, a*penas um não conseguiu. Esse que não conseguiu, simplesmente pegou os números que não conhecia e somou. Como era "vezes mais", primeiro, ele somou.*
> *O segundo como era "vezes menos", ele subtraiu. Ele foi o único que não conseguiu resolver as duas situações. Sobre os erros encontrados. A subtração foi o procedimento mais comum.*
> *Teve dois alunos que fizeram assim: -3,- 3 e -3 (dava 9). A primeira vez que vi não entendi de onde ele tirou isso, mas depois fui percebendo na resposta do segundo aluno fez: 18-3, depois 15-3 e depois 12-3 e achou 9. Porque pra eles era assim que fazia (3 vezes menos) portanto tinha que subtrair 3 vezes de quinze. Os outros não fizeram 18-3.*

Quadro 37 - Estratégias com erro para problemas de comparação - Violeta





Fonte: Elaborado pela autora

Considerando essas observações feitas pela professora Violeta, percebemos que ela compreende que existe uma diferença de nível cognitivo entre a situação 1 e a situação 2. Enquanto no primeiro, a maior parte de seus alunos resolve facilmente uma multiplicação direta com o uso dos algoritmos dessa operação; no segundo, o fato dela propor um pensamento inverso a esse, impôs um grau de dificuldade maior a seus alunos, cujo pensamento operatório inverso não foi alcançado pela maioria dos estudantes. Contudo, esse quadro instigou a professora Violeta a investigar o motivo deles não conseguirem realizar essa inversão. Assim, ela realizou uma correção coletiva com a turma de alunos para buscar entender com o pensamento deles se estruturou para essa tarefa.

- **Atividade de correção coletiva da situação 2**

> *Os seis que acertaram dividiram e quando a gente foi fazer a situação na lousa. A primeira situação não teve muito que discutir. Eles acharam que era só multiplicar, muito fácil. Mas quando fui corrigir a segunda eles disseram: "mas tia, não tem menos? E eu questionei: sobre o "vezes"? Eles simplesmente descartaram o vezes e focaram no menos. Um aluno ainda disse: -Mas, eu tirei 3 vezes[...] Eles tirou 3x3, né? Já os que acertaram disseram: "-Mas 3 vezes menos é o contrário de 3 "vezes mais" se no primeiro onde tinha 3 vezes mais eu multipliquei, no segundo, tinha 3 vezes menos eu dividi".*
> *Até um aluno que tinha muita dificuldade de entender o que estava sendo pedido acertou o que me surpreendeu. Ele ainda fez uma subtração. Ele achou 18-3 que deu 15. Ele chegou pra mim e disse: "- Eu acho que não tá certo". Eu perguntei por que ele achava isso. Ele disse: se eu for fazer 15x3 não dá 18. Então ele refez e voltou com a divisão feita.*

O que percebemos nessa ação de Violeta na busca de achar de um diagnóstico para o erro de seus alunos é que acaba por promover um diálogo que favorece um ambiente de ensino-aprendizagem. De acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2009), a professora pode desenvolver um olhar para a sala de aula como um espaço institucional de produção do conhecimento.

Do ponto de vista da TCC, mesmo que de modo implícito, as explicações de seus alunos revelam teoremas que eles utilizaram para resolver o problema, como o caso do aluno de concluiu se na expressão "vezes mais" ele multiplicou, logo ele deveria dividir quando da expressão "vezes menos". Do mesmo modo, o aluno que chegou a conclusão que o 15 não caberia no outro se ele usasse o resultado de 18-3=15. Nesses dois exemplos, os alunos usaram as hipóteses ancorados nos esquemas que eles tinham para resolver o problemas, lançando mão de conceitos e teoremas que foram possíveis identificar pela provocação da docente em fazê-los expressar como raciocinaram; aqueles que não avançaram esbarraram na congruência[31] da linguagem usada no problema e foram induzidos a fazer uma subtração pela expressão: "vezes menos".

Para finalizar, Violeta atribui uma parcela de culpa no erro dos alunos no tocante à situação 2:

31

> *E eu acho que a grande parte do erro na situação 2 foi minha culpa por não proporcionar a eles essa experiência. A situação já tinha proporcionado pra eles, quantas vezes mais? Que eu acho que é mais comum na vida da gente mesmo. Aí quando eu joguei a primeira situação eu perguntei e se fosse vezes menos? Mas eu nunca fiz pra eles pensassem sozinhos. Então o grande erro foi a falta de experiência nesse tipo de situação. Violeta*

Essa percepção da professora revela um amadurecimento em analisar sua participação no processo de ensino-aprendizagem, reconhecendo que não trabalhou esse tipo de situação de comparação na qual o termo "vezes menos" fosse utilizado.

7.2.3 Produto de Medidas

Percepções da professora Jasmim

Quadro 38 - Problemas de produto de medidas elaborados por Jasmim

P19: Um palhaço tem 2 chapéus e 3 gravatas. De quantas maneiras ele pode se apresentar sem repetir as combinações? *P20: Numa sorveteria tem 5 sabores de sorvetes e 3 tipos de casquinhas. Quantos sorvetes de uma bola podem ser oferecidos, sabendo que não podem repetir a combinação?*

Fonte: Elaborado pela autora

Após a proposição dessas duas situações, a professora Jasmim apresentou suas observações sobre as constatações dos procedimentos registrados por seus alunos diante das proposições que lhes foram apresentadas. Tais percepções focalizaram os seguintes aspectos: explicações prévias sobre o tipo de situação a ser aplicada, demonstra frustração com o desempenho e dificuldade em trabalhar os conceitos desse eixo com alunos do 2º ano.

Com relação ao primeiro aspecto citado, compilamos a fala da professora na qual ela tenta explicar como uma situação envolvendo o pensamento combinatório pode ser resolvida.

.

> *Eu fiz uma situação com eles mesmos (atividade feita antes da aplicação da situação elaborada para registro). Eu disse:*
> *- Vai ter um desfile na escola e só pode entrar em pares. Ninguém pode entrar sozinho.*
> *Chamei 3 meninos na frente e 2 meninas(lancei a situação). Aí perguntei:*
> *-Gente, como pode ser esse desfile para nunca um par se repetir?*
> *A primeira resposta que ouvi foi: "- Ah, tia é muito fácil" Duas pessoas vão desfilar (se referindo a 2 pares) e outro (que sobrou) volta pra casa.*
> *Eu intervi:*
> *-Mas não tem duas meninas? Um menino não podia desfilar com uma e depois com a outra?*
> *Aluno: Mas a senhora disse que não podia repetir[...]*
> *-Não pode ser repetido o par, mas uma pessoa podia.*
> *E eles demoram a desmontar isso da cabeça. Então eu fui fazendo os pares. Depois eu perguntei se um menino não podia ir com outra menina. E eles continuaram*

> *dizendo que não podia. Quando eu já tinha dito que podia. Eles não queriam abrir mão dessa ideia. E eu falei desde o início pra não repetir. Então, eles foram fazendo. Eu perguntei quem queria representar na lousa. Eles colocaram P de Paulo e A de Ana e foram fazendo, o diagrama de árvore que chamam, né? E conseguiram fazer através do desenho. Eu perguntei se tinha outra maneira de fazer. Eles disseram que daquele jeito um menino com uma menina, outro menina com outra menina e sobrava um. E já que não iam entender[...] Eu disse:*
> *-Vocês sabiam que a gente pode resolver através de um cálculo? Se a gente não quiser representar com esse diagrama, que a gente chama de árvore, a gente pode fazer com os cálculos. Vocês sabiam disso?*
> *Eles disseram:- Não.*
> *-Pois é: 2x3=6 . Eu fui dando a pista pra ver se eles entendiam: Quantas meninas? Quantos meninos. Fui anotando [...] e perguntando qual a continha que com 3 e 2 vai dar seis. Eles disseram de "mais". Um disse:*
> *- Dá 5*
> *-E aquele menino que sobrou? Eu falei:*
> *- Vocês sabiam que toda continha de multiplicar dá pra resolver pela adição? Foram quantos pares? E eles foram fazendo.*
> *Eu mesma acabei induzindo às outras crianças a maneira de resolver a situação. Usei essa situação dos casais pra explicar antes[...]não queria usar a mesma que ia passar, senão eles iam lembrar [..]eu usei o exemplo dos casais pra entrar no conteúdo pra eles conhecerem o assunto.*

Achamos pertinente reproduzir essa explanação de Jasmim porque julgamos que houve muita influência dessa ação na forma como os alunos resolveram as situações propostas por ela. Embora o intuito da docente tenha sido o de esclarecer uma situação que ,segundo sua própria fala, era novidade para seus alunos. Ela acaba conduzindo os alunos à resposta. Primeiro, usa os mesmos algarismos do "problema modelo", no caso 3 e 2. Como os alunos não entendem a explicação dada por ela, acaba por revelar a operação 3x2=6, presente na combinação feita. Mesmo quando diz que os alunos que foram à lousa resolver conseguirem resolver corretamente, logo em seguida, afirma que eles não entenderam.

Malgradas essas explanações prévias, a professora, mesmo assim revela-se frustrada com o número de alunos que ainda errou mesmo ela tendo dado toda essa explicação antes. Vejamos essa constatação na fala a seguir.

> *Na situação 1, dos dezesseis que fizeram oito crianças acertaram. Depois da gente ter falado a aula toda sobre isso! Quatro erraram. Quatro tentaram[...]tentaram, mas não conseguiram fazer nada. Apagaram tudo que tinham feito.*

Essa atitude da professora revela uma prática entranhada na ação docente, a de responsabilizar exclusivamente o alunos pela não compreensão dos conteúdos que o professor ensinou . A esse respeito, Carraher (1992, p. 16) afirma: "[...]ao pensarmos ensinar bem sem que haja aprendizagem, a responsabilidade do fracasso recai sobre o próprio aluno".

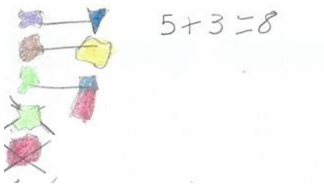
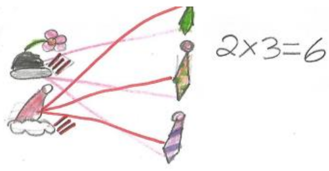
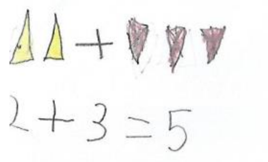
Dando continuidade, Jasmim destaca alguns procedimentos utilizados pelos alunos.

> *Na situação 1, eles foram desenhando chapéus de papai Noel (porque estava na época do natal). Ele foi ligando. Outro usou a adição. E assim foram fazendo.*

A segunda situação Eles fizeram assim (mostra os registros no papel feito pelos alunos). Desses 9 crianças acertaram, 4 erraram e 3 deixaram em branco.
Uns fizeram a árvore e a adição logo em seguida. Outros fizeram a multiplicação e outros não fizeram nada. Alguns fizeram a continha armada.

Os exemplos desses registros desses procedimentos encontram-se no quadro a seguir.

Quadro 39 - Procedimentos dos alunos de Jasmim para os problemas de produto de medidas

2A	2A	2A
		

Fonte: Elaborado pela autora

Notemos que no registro 2A identificamos uma estratégia usada pela docente como a correspondência uma um, acompanhada de uma soma numérica.

Por fim, Jasmim declara que esses conceitos presentes nas situações do eixo de produto de medida são difíceis para os alunos do 2º ano entenderem.

Acho que são conceitos complicados pra eles entenderem. Eu só fiz combinatória porque acho que dava pra fazer com material concreto. A configuração retangular eu achei muito complicado pra eles, mas vou tentar posteriormente. Jasmim

De fato, essas situações envolvem esquemas de ação bem mais complexos para as crianças desse ano escolar dominar. O que estava em jogo ao pedirmos que a professora aplicasse esse tipo de situação com seus alunos é justamente compreender como esses estudantes conseguem raciocinar com os elementos presente na situação. No entanto, identificamos uma preocupação excessiva da docente em fazer com que seus alunos tivessem êxito na resolução, o que acabou por comprometer o real nível de compreensão dos estudantes.

Percepções da professora Rosa

Quadro 40 - Problemas de produto de medidas elaborados por Rosa

Problema 17: Maria tem dois shorts e três blusas. Quantos conjuntos diferentes Maria podem formar com essas peças de roupas?

Fonte: Elaborado pela autora

Descreveremos as observações de Rosa para esse eixo, somente para a primeira situação. Como falamos anteriormente, a segunda situação[32] proposta por ela, não se configurou como um problema pertencente ao eixo de produto de medidas.

Isto posto, vejamos suas observações sobre os procedimentos de seus alunos.

> *Não fiz nenhuma prévia do assunto. Queria ver como eles iam resolver.*
> *Até que teve um que foi discutindo criou cores pras roupas (pois eu não tinha dado) e foi pegando um short com uma blusa, com outra blusa e outra[...]*
> *Até que os outros alunos foram pegando isso também.*
> *Mas teve crianças que combinavam um short com uma blusa e outro short com outra blusa e eliminava um. E diziam que só tinha 2 conjuntos.*

Diferente de sua colega do 2º ano, Rosa não fez explicações antes de aplicar o problema com as crianças, pois segundo ela mesma, queria ver como os alunos resolveriam essa situação. De acordo com seu relato, houve somente dois procedimentos utilizados, um representado por (3+2=5) e outro pela operação (3+3=6). Nesses dois casos, a percepção da professora Rosa restringiu-se a dizer que eles utilizaram a soma. Percebemos que não está claro, para a própria professora o que essas somas significaram, pois em nenhum momento há em seu relato relação entre a ideia de combinar elementos do conjunto blusa com cada elemento do conjunto short para formar um novo conjunto de traje completo. A fala a seguir revela essa contradição.

> *A grande maioria foi pela linha de raciocínio correto, só que na soma.*
> *Alguns, mesmo fazendo o desenho, porque viram os outros fazendo, somaram as peças 2 + 3 =5.*

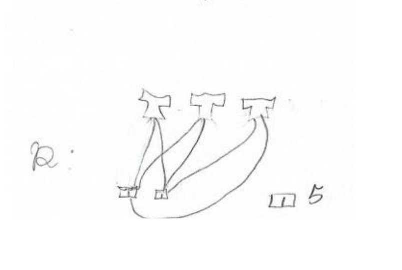
Na primeira afirmação de Rosa há uma inconsistência que não condiz com a realidade dos registros obtidos, uma vez que não identificamos esse raciocínio correto com ela afirma que a maioria realizou, já que somente um aluno encontrou o resultado correto.

Nesse caso, é provável que Rosa tenha tido, ela própria, dificuldade de compreensão do raciocínio combinatório envolvido. Vejamos alguns exemplos de estratégias usadas por seus alunos.

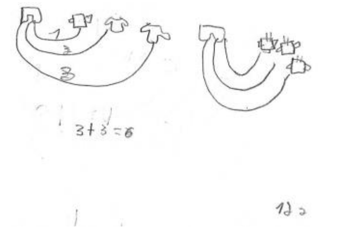
---

[32] Problema 2 descartado: Na sala de aula tem 4 filas com 6 cadeiras em cada fileira. Quantas cadeiras há na sala de aula?

Quadro 41 - Procedimentos dos alunos da professora Rosa nos problemas de produto de medidas



2B



Fonte: Elaborado pela autora

Percepções da professora Margarida

Quadro 42 - Problemas de produto de medidas elaborados por Jasmim

P21: Vitória foi a um evento e queria usar roupas diferentes durante os dias. Ela tinha 6 blusas e 4 calças. Quantas possibilidades de roupas ela poderia considerar?

Fonte: Elaborado pela autora

Esclarecemos que Margarida, assim como Rosa, também elaborou um problema de proporção simples, achando tratar-se de um problema de configuração retangular. Desse modo, descartamos suas observações respeito deste por não se tratar de uma situação do eixo de produto de medidas.

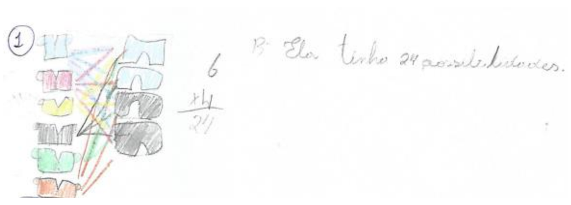
A professora Margarida realizou a descrição das estratégias que ela conseguiu identificar como sendo: correspondência com os desenhos das blusas e calças, os que não fizeram com desenhos (referindo-se aqueles que usaram somente o cálculo e dois alunos erraram (como 17 alunos acertaram, sobraram dois que deixaram em branco).

O trecho de sua fala a seguir confirmam tais afirmativas.

> *As respostas deles foi, pela minha insistência de fazer combinatória em sala, eu sempre faço. Muitos deles fazem a correspondência, desenhando blusas e calças, fazendo a ligação, mas eu mando eles transformarem em cálculos depois.*
> *Muitos deles não fizeram. Depois de terminar os desenhos foram colocando a resposta. Muitos usaram desenhos.*
> *Teve um menino que fez uma resposta bem interessante. Porque eu acho tão sem graça eles irem direto pro cálculo, que é o certo, né? Ele desenhou e pintou uma blusa de cada cor. Uma calça de cada e as linhas que ligavam eram da cor de cada blusa. Então ele contou depois e deu o tanto certo. Depois ele transformou em cálculo de número e botou a resposta. Dessa situação, 17 meninos acertaram.*

Destacamos o fato de a professora afirmar que os resultados corretos refletem o trabalho recorrente com esse tipo de situação na sala de aula. Novamente, percebemos a ênfase nos resultados e não na apropriação dos significados que estão implícitos nesse tipo de situação.

Quadro 43 - Estratégia do eixo de produto de medidas - Margarida



Fonte: Elaborado pela autora

De fato, todos os alunos encontraram o resultado correto. É provável que os estudantes já estavam acostumados a esse tipo de situação, como declarou a docente, e assim, responderam sem grandes dificuldades.

Percepções da professora Violeta

Para esse eixo, Violeta teve um total de 41 participações dos estudantes, totalizando 82 procedimentos analisados. Os problemas elaborados encontram-se no quadro a seguir.

Quadro 44 - Problemas de produto de medidas elaborados por Jasmim

P23:A sala do 5º ano tinha 5m de largura e 6m de cumprimento. Qual seria a área da sala do 5º ano? *P24:Na aula de dança de forró, tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu e Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, e Susi). Se todas as moças dançarem com todos os rapazes, quantos casais diferentes foram formados?*

Fonte: Elaborado pela autora

Em suas observações, Violeta inicialmente realizou ponderações sobre o motivo da escolha das situações propostas. Em seguida, segue a linha de observação feita nos eixos anteriores, distinguindo as estratégias com acerto e depois aquelas com erro. E, por último, argumenta sobre a inclusão desse tipo de problema no rol de atividades a serem propostas do quinto ano, uma vez que não faziam parte de suas escolhas antes de conhecê-las na 1ª formação OBEDUC.

Vejamos suas considerações sobre a escolha de cada situação.

> *Na situação 1, eu fiz uma situação do eixo de produto de medidas da classe de configuração retangular, envolvendo o cálculo de área. Eu segui o mesmo esquema das situações que a gente estava olhando. Sem fazer nem um tipo de desenho porque a gente estava até discutindo que eles são muito acostumados a calcular área e perímetro sempre na malha quadriculada. Então, eu já coloquei a situação sem nenhum tipo de figura. Eu coloquei na sala do 5º ano, usei inclusive as medidas reais da sala pra gente trabalhar.*
>
> *Na situação 2, a gente fez de combinatória. Eu usei a mesma situação que tinha nas análises (refere-se ao teste diagnóstico feito pelo OBEDUC). Eu fiz justamente pra*

> *saber como eles se saiam, já que nos testes os erros foram muitos. Na época que vocês aplicaram o teste (em 2014) a gente quase não trabalhava combinatória), a gente ficava muito detida ao livro, que não trazia, ou ao PAIC que também não trazia esse tipo de situação.*

O que Violeta está esclarecendo é que as duas classes de situações pertencentes a esse eixo não eram incluídas, com frequência, em suas rotinas de planejamento de atividades, tanto para os problemas de configuração retangular quanto pra os problemas de combinatória. Em relação ao primeiro, explica que esse tipo de problemas (a busca da medida da área de uma figura) é trabalhado com outra perspectiva, usando a malha quadriculada como recurso. Esta é uma das especificações presentes no descritor[33] da Prova Brasil, para o 5º ano do Ensino Fundamental e também do SPAECE.

Outro cuidado demonstrado pela professora Violeta foi avaliar se seus alunos atuais tiveram melhor resultado aqueles que participaram do teste diagnóstico da pesquisa OBEDUC em 2014[34]. Essa preocupação, na verdade, se tratava de uma tentativa de confirmar se, após a inclusão desses problemas com sua turma atual (2016), o resultado foi melhor do que a primeira vez, quando Violeta admitiu que não trabalhava esse tipo de situação.

Como podemos averiguar, nos registros dos alunos (2016), os dados confirmam um significativo número de acertos, superior ao resultado do teste OBEDUC (2014) feito com os alunos do quinto ano. Essa evolução pode ter sido resultado da opção da professora em propor problemas do eixo de produtos de medidas para seus alunos.

> *Na situação1, alguns alunos optaram por usar a malha quadriculada de tanto estarem habituados a fazerem a malha eles foram fazendo [...] fizeram 5 linhas 6 colunas[...]*
> *Alguns foram direto na multiplicação, 5x6. Nós já tínhamos comentado sobre a fórmula com eles.*
> *Aqueles meninos que tem uma memória mais apurada usaram a fórmula.*
> *Na segunda, usei a mesma situação de 6 rapazes e 4 moças pra saber quantos pares. Eu tive mais êxito nessa situação. Na primeira, dos 41 alunos, 29 acertaram. e na segunda, que esse de combinatória. 33 acertaram.*
> *A maioria fez ou árvore das possibilidades ou fez uma tabela. Poucos fizeram a multiplicação direta.*

Nas falas de Violeta, conseguimos identificar as seguintes estratégias usadas por seus alunos e apontadas por ela: para o primeiro problema, o uso da malha quadriculada para

---

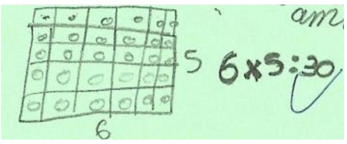
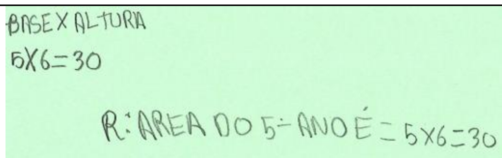
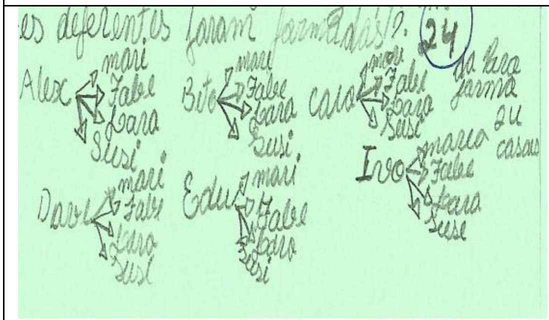
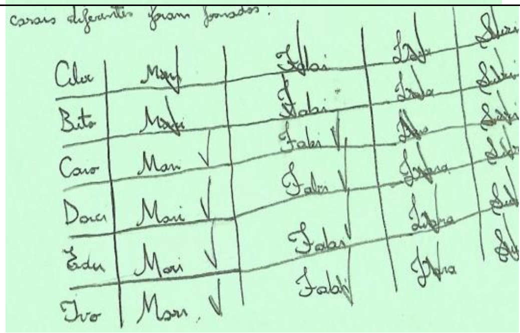
[33] Descritor exigido pela Prova Brasil e Spaece para esse conteúdo: D12 - Resolver problema envolvendo o cálculo ou a estimativa de áreas de figuras planas, desenhadas em malhas quadriculadas.

[34] Os resultados dos alunos do quinto ano referente ao teste OBEDUC/2014 para os problemas de produto de medidas referentes às duas classes de situações foram: configuração retangular (34) e combinatória (05). Total de participantes: 66)

encontrar o cálculo da área, cálculo numérico com os algoritmos da multiplicação, uso da fórmula para encontrar o cálculo da área. Para o segundo problema, Violeta apontou os seguintes procedimentos: a árvore das possibilidades, uso de uma tabela e, cálculo numérico com os algoritmos da multiplicação.

Esses procedimentos revelam uma variedade de representações utilizadas pelos alunos para encontrar a solução, indicando que a grande maioria dos alunos consegue entender os conceitos e teoremas presentes nas duas classes de situação apresentadas a eles. Ao mesmo tempo, por trás dessas estratégias, há o trabalho da professora subjacente a esses procedimentos. Vejamos alguns registros dos alunos que confirmam as observações de Violeta.

Quadro 45 - Estratégia com acertos dos alunos de Violeta no eixo de produto de medidas

Fonte: Elaborado pela autora

A caracterização de cada uma desses procedimentos aparece nas observações da professora Violeta, tanto nos problemas de combinatória como nos de configuração retangular.

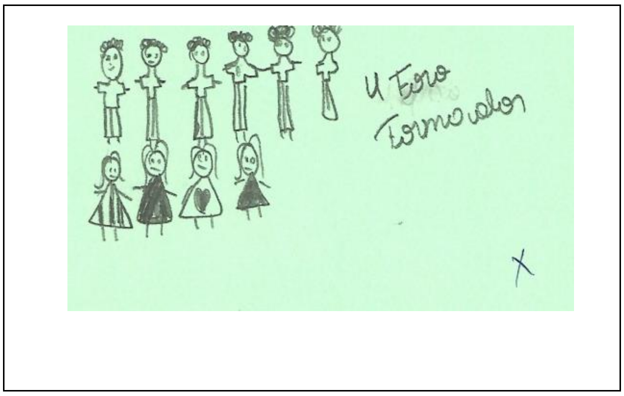
No tocante às estratégias com erro, Violeta fez a seguintes observações:

> *Alguns confundiram com perímetro e somaram 6+6+5+5 e acharam 22. Mas isso foi a minoria.*
> *Os que erram quiseram associar um rapaz a uma moça. Então só conseguiam fazer 4 casais. Eles não usaram a questão de usar a comutativa de misturar só fizeram associação.*

Em suas percepções, a professora Violeta consegue identificar exatamente a falha na compreensão conceitual por parte dos alunos. Primeiramente, na confusão entre área e perímetro apresentada por muitos alunos. Na segunda situação, percebemos uma compreensão equivocada dos estudantes, pois esses não conseguem estruturar o teorema mais complexo de associar cada elemento do primeiro conjunto com cada um dos segundo, formando assim um casal.

Vejamos algumas dessas estratégias abaixo.

Quadro 46 - Estratégias com erro para problema de produto de medidas - Violeta



Fonte: Elaborado pela autora

Nesse sentido, enfatizamos a necessidade dos professores compreenderem e analisarem os erros de seus alunos, pois essa ação permite ao docente “[...] identificar a natureza da dificuldade que impede a compreensão adequada” (GITIRANA *et al*, 2014, p. 94). Estamos convencidos que essa ação permite que os docentes compreendam a raiz das dificuldades de seus alunos e entendam que os alunos seguem etapas de desenvolvimento dos conceitos em tempos diferentes. Esse entendimento, por parte dos docentes, permite-lhes que sejam elaboradas aulas que promovam o avanço conceitual de um nível para outro.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegamos ao final de nosso percurso investigativo e retornamos ao nosso propósito de estudo: Analisar as contribuições de processo formativo continuado, com viés reflexivo, para a compreensão de professores acerca do campo conceitual multiplicativo e da percepção dos procedimentos usados por seus estudantes na elaboração conceitual desse campo. Para efetivarmos essa intenção de pesquisa, realizamos uma pesquisa-ação sintonizada com as ideias preconizadas de professor reflexivo e subsidiada pela Teoria dos Campos Conceituais de *Geràrd Vergnaud.*

Diante disso, evocamos os objetivos específicos propostos no início deste estudo, no intuito de aferirmos se os mesmos foram alcançados ou não. Da mesma forma, apresentamos uma síntese dos resultados encontrados e nossas conclusões sobre esses achados.

Isto posto, nosso primeiro objetivo específico foi identificar, através da reflexão docente sobre as experiências formativas com a Matemática, a relação dos saberes adquiridos com a prática de ensino dessa disciplina. Consideramos que a prática docente como é uma ação impregnada das concepções e compreensões que o professor adquire ao longo de sua trajetória no exercício do magistério. Buscamos evidenciar que essa construção de conhecimento efetiva-se quando esta se realiza por meio da reflexão de suas ações no contexto escolar, e, dessa forma, abre espaço para a aceitação de novas ideias que possam ser incorporadas à sua prática.

Diante desse propósito, realizamos levantamento sobre os significados do termo professor reflexivo na visão de diferentes teóricos que se debruçaram sobre essa temática, estabelecendo diálogo entre as diferentes concepções, em busca de definir a linha de reflexividade a ser adotada nesta pesquisa. Após essa ação, analisamos a formação oferecida pelo projeto OBEDUC/E-Mult a qual se propôs a usar o modelo ação-reflexão.

Na referida formação, identificamos a ênfase dada às relações quaternárias nas quais se encontra o eixo de proporção simples, ocupando três encontros de discussão para esse eixo. Constatamos que não foram tratadas com as docentes os eixos de proporções duplas e múltiplas. Essas escolhas forma priorizadas pelos formadores por duas razões: a primeira devido à limitação de tempo e outra em razão desses conteúdos (proporções duplas e múltiplas) não comporem a proposta curricular dos AIEF para Matemática. Entretanto, verificamos nessa opção, o impacto direto nas escolhas das docentes quando propuseram majoritariamente problemas de proporção simples, seja por tratar-se de problemas efetivamente mais simples, usados com maior frequência em sala de aula ou devido a ênfase recebida no processo formativo ao qual elas foram primeiramente submetidas.

Nesse caso, foi possível evidenciarmos, que após decorridos oito meses da referida formação, alguns elementos foram incorporados à prática das professores e outros ainda necessitam de mais aprofundamento, pois ainda apresentam lacunas na compreensão pela docentes. Através da análise de situações do campo multiplicativo propostas pelas professoras, após essa primeira etapa formativa, identificamos a busca por articular majoritariamente as questões em torno de problemas que envolviam quatro elementos, isto é, as relações quaternárias. Nesse sentido, as docentes optaram, em sua maior parte, pelas situações consideradas as mais simples em cada grupo. No caso das relações quaternárias, verificou-se o uso mais frequente do eixo de proporção simples na classe um-para-muitos. Essa escolha das professoras é um reflexo dos aspectos mais trabalhados em sala de aula, durante a formação a elas oferecida.

Por outro lado, percebemos o cuidado na elaboração das situações multiplicativas. As docentes buscaram contemplar todos os elementos necessários à compreensão. O número de situações desconsideradas (quatro) foi muito baixo, comparado com o total elaborado (quarenta). Outro aspecto observado foi a aceitação das docentes de que elas desconheciam todas as situações multiplicativas trabalhadas durante a formação.

Outro ponto que destacamos positivamente foi a reflexão das professoras sobre a relação delas com a Matemática ainda como estudantes da Educação Básica, configurando-se como uma relação permeada de conflitos, medos e autoritarismos. As histórias são semelhantes e marcadas por momentos de tensões, fatos demonstrados na intransigência dos métodos adotados por seus professores, relevando um desconhecimento de práticas pedagógicas que considerem o desenvolvimento cognitivo dos alunos como parte do processo de aprender. Apesar dessas experiências negativas no aprendizado da Matemática, por parte dessas professoras, é possível perceber que o desejo de aprender impulsionou-as a não desistir. Em suas falas fica evidenciado o papel determinante que um professor teve na aceitação e compreensão da Matemática por parte de todas elas.

Por fim, as docentes refletiram sobre dois aspectos que impactam diretamente em suas escolhas pedagógicas: a primeira trata do rompimento de práticas pedagógicas que as professoras vivenciavam e que passaram a ser por elas consideradas equivocadas; o segundo diz respeito à valorização pelas professoras das estratégias aplicadas por seus alunos, quando da resolução das situações multiplicativas. A esse respeito, foi desconstruída a visão do senso comum de que “a matemática é sempre exata”, e, portanto, que somente a resposta esperada pelo professor é aceitável. Igualmente, o rompimento com a ideia de linearidade no ensino dos conteúdos foi desconstruída por essas professoras.

Para o nosso segundo objetivo: Investigar as contribuições de formação continuada sobre o campo conceitual multiplicativo para professoras dos AIEF visando a reelaboração de suas práticas. Observamos muitos avanços conceituais e pedagógicos presentes nas escolhas, falas e planejamento das docentes.

Com relação ao tratamento dos eixos, evidenciamos no de proporção simples a preferência por problemas da classe um-para-muitos; pela operação de multiplicação e pela combinação de grandezas do tipo discreta-discreta. Pudemos inferir que as docentes privilegiaram um mesmo tipo de situação restringindo o desenvolvimento de conceitos a esse tipo de situação. Apesar das docentes afirmarem que compreenderam que a proposição da diversidade de situações contribui para que o aluno amplie seus conceitos, essa percepção não se materializou em suas proposições de problemas para seus alunos.

Para o eixo de comparação multiplicativa, as análises das situações elaboradas indicaram que os problemas que propuseram a busca de uma medida (referente/referido) constituíram a maioria na escolha das docentes, com destaque para os casos em que é solicitado uma multiplicação (referido desconhecido). Somente uma das situações elaboradas buscou saber qual era a relação presente na situação. Durante as discussões sobre esse eixo foram apontadas pelas docentes que as expressões “vezes mais”, “vezes maior”, “vezes menos” e “vezes menor” são as causas dos problemas de compreensão por parte de seus alunos, pois segundo as professoras estão muito relacionadas com as operações de adição e subtração. Esses problemas com a compreensão foram acentuados pelas professoras do 2º ano, pois de acordo com elas seus alunos não conseguem entender a relação imposta por essas expressões. Por outro lado, essa dificuldade é superada nas crianças maiores de 4º e 5º ano.

Para o eixo de produto de medidas, as situações que prevaleceram foram a da classe de combinatória. Evidenciamos que esse assunto é pouco explorado pelas professoras do 2º ano e 4º ano, conforme afirmaram essas docentes. Essa justificativa contrapõe novamente um dos preceitos trabalhados na formação e abordado na TCC, na qual conceito deve ser trabalho numa diversidade de situações.

Notabilizamos que houve avanços significativos na compreensão de conceitos pertinente a TCC, especificamente no campo multiplicativo, no entanto, a busca pelas situações da classe de situações mais simples em cada eixo, apareceu na maior parte das proposições feitas. Há que se destacar que o grupo de professoras, sujeitos deste estudo, lecionava em turmas de anos escolares diferentes, e, acreditamos que as escolhas estavam relacionadas com a identificação de cada professora com o ano de escolaridade a qual cada uma delas encontrava-se lecionando na ocasião da pesquisa empírica.

Nosso terceiro objetivo específico contemplou: analisar a compreensão das docentes sobre os procedimentos utilizados por seus alunos na resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo.

Antes de realizar as análises, as docentes explicitaram como ocorreu a aplicação de cada situação em sala de aula e ainda relataram suas expectativas em relação ao desempenho de seus alunos. Com relação à aplicação identificamos estratégias que podem ter interferido nos resultados, pois houve muita explicação prévia e atividade preparatória antes da resolução. Notamos nessa ação preocupação excessiva das docentes (Jasmim e Margarida) para que seus alunos obtivessem êxito na resolução, embora tenhamos deixado evidente que nossa não era avaliar o nível de desempenho dos alunos. Por outro lado, houve docentes que manteve uma posição de neutralidade na aplicação dos problemas (Rosa e Violeta).

As professoras revelaram ainda suas expectativas em relação ao desempenho e possíveis procedimentos que seriam adotados por seus alunos. De modo geral, todas tiveram previsões otimistas para o desempenho de seus alunos, com destaque para o primeiro eixo tratado, proporção simples, seguido do eixo de produto de medidas (classe de combinatória) e comparação multiplicativa. Por outro lado, frisamos que houve previsões que não foram confirmadas na resolução pelos alunos, principalmente aqueles em que o professor propunha duas situações de classes diferentes, ou seja, quando era proposta uma situação de pensamento inverso ao primeiro problema. Percebemos que essa constatação provocou um “desequilíbrio” na concepção docente na forma de perceber a importância de variar as situações para a construção dos conceitos por parte dos alunos.

Desse modo, evidenciamos na análise dos procedimentos dos alunos feita pelas professoras para as situações elaboradas, aspectos da elaboração conceitual, hipóteses cognitivas e nível de pensamento no qual esses estudantes se encontravam. Ressaltamos que essas percepções foram sendo ampliadas à medida que avançávamos no estudo da TCC e o campo multiplicativo. Desse modo inicialmente, constatamos que professoras conseguiram identificar, analisando os procedimentos realizados, a partir das representações explícitas desses alunos, alguns níveis do pensamento estruturado pelos alunos: incompreensível, transição do aditivo para o multiplicativo, pensamento aditivo, pensamento multiplicativo. Verificamos que alguns momentos a classificação de pensamento aditivo foi confundida quando os alunos realizaram a soma com os algoritmos do problema. Percebemos ainda uma supervalorização das estratégias com acerto em detrimento daquelas com erro, uma vez que as docentes selecionavam quase sempre as estratégias com acerto para exemplificar seu comentário. Tal fato evidencia que parte das professoras ainda desconsideraram as informações que os erros oferecem para entender o pensamento de seus alunos. Outro aspecto evidenciado é a crença de que a solução pelo algoritmo da multiplicação podem sanar os erros cometidos pelos alunos como foi o caso da professora Margarida. O uso do diagrama de *Vergnaud* foi apontado somente na resolução dos problemas dos alunos do 5º.

Observamos que, apesar de avançarmos em discussões sobre os elementos que estão envolvidos nos conceitos, o grupo retoma os argumentos equivocados sobre a causa dos erros, enfatizando que eles residem má interpretação dos problemas ou na falta de atenção dos alunos aos dados do problema.

Evidenciamos a inclusão dos problemas de combinatória do eixo de produto de medidas, nas escolhas docentes. Para esse eixo, identificamos uma mudança em relação ao tratamento dado à análise das estratégias com erro apresentadas pelos alunos. Evidenciamos a presença desses procedimentos nas reflexões das professoras, ganhando espaço nas discussões, fato que não foi contemplado nas analises dos eixos anteriores. Outro aspecto evidenciado nesse eixo foi a constatação das professoras que após inserido em suas proposições para os alunos situações desse eixo, com ênfase nos problemas de combinatória, houve por parte dos alunos, um avanço considerável, uma vez que na formação anterior as docentes afirmaram que não usavam esse tipo de situação, o que confirmou-se no fraco desempenho dos alunos nas primeiras elaboração dessa classe.

De modo geral, pudemos averiguar avanços por parte de todas as professoras no que tange à compreensão da TCC e inserção desta em suas ações didáticas. Entre elas, citamos notadamente o reconhecimento por parte das docentes na valorização das diferentes etapas de construção dos conceitos pelos alunos representados nos seus procedimentos. As professoras reconheceram diferentes níveis de estratégias e compreenderam a importância de valorizá-las, mesmo aquelas com erro. Muito embora, percebemos a valorização dos procedimentos com acertos em detrimentos daqueles com erro.

Outro aspecto positivo foi a proposição de situações que contemplaram os três eixos da estrutura multiplicativa, fato não observado no diagnóstico da primeira formação ministrada pelo Projeto OBEDUC/E-Mult.

E suma, podemos considerar que houve avanços na compreensão da TCC que foram impactaram nas escolhas das docentes em propor atividades a seus alunos que contemplasse os elementos presentes nas situações multiplicativas. Entretanto, reconhecemos que não se trata de uma teoria de simples compreensão para as professoras. Por esta razão, demanda mais tempo para seu aprofundamento.

Desse modo, algumas fragilidades permaneceram tais como: valorização das estratégias com acertos em detrimento daquelas com erro; classificação errônea de nível de estratégias apresentadas pelos alunos; ênfase na estratégia com algoritmo (como a mais correta); crença na falta de interpretação do problema como explicação para o insucesso na resolução; utilização de modelos de resolução pelos docentes antes dos alunos resolverem.

Essas constatações suscitam novas investigações, mas, de modo geral, consideramos que a construção de conhecimento, na prática docente, efetiva-se quando esta se realiza por meio da reflexão de suas ações e aceitação de novas ideias que possam ser incorporadas à sua prática. Diante disso, consideramos que formações futuras adotem o modelo no qual os professores possam repensar seus atos pedagógicos associados ao conteúdo que se deseja ensiná-los. Sem essa associação, corremos o risco que não haver nenhuma ressignificação da prática.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Ingéniere didactique. Recherches em didactique dês mathématiques. Grenolbe. **La Pensée Sauvage - Éditions**, v. 9, n. 3, p. 381- 308, 1988.

BARBIER, R. **a pesquisa-ação**. Brasília: Liber, 2007.

BARRETO, M. C. Desafios aos pedagogos no ensino de Matemática. In: SALES; J. A. M. de; BARRETO, M. C., NUNES, J. B. C.; NUNES, A. I. B. L.; FARIAS, I. M. S. de; MAGALHÃES, R. de C. B. P. **Formação e Práticas Docentes**. Fortaleza: EdUECE, 2007, p. 243-254

BERGHEM, Cristina Dalva Van: **Um retrato de aprendizagem em educação matemática:** professoras dos anos iniciais do ensino fundamental em processo de inovação curricular. 2011. 205f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

BORBA, Rute Elizabete de Sousa; PESSOA Cristiane Azevedo S. Pessoa. Estudos de Raciocínio Combinatório. In: BORBA, Rute Elizabete de Sousa; MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira Monteiro. **Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática**. Recife: UFPE, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC, 2001.

______. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação**. Brasília: MEC, 2001.

______. Ministério da Educação. **Plano Nacional de Educação**. Brasília: MEC, 2011.

______. Ministério da Educação. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996**. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasilia: MEC, 1996.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação.** Brasília: MEC; SEB; DICEI, 2013.

______. Ministério da Educação. **Lei n° 11.738**, **16 de junho de 2008**. Estabelece o Piso salarial dos Professores. Brasília: MEC, 2008.

______. Ministério da Educação. **Referenciais Curriculares da Educação Infantil**. Brasília: Ministério da Educação. , 1998.

CARRAHER,T N; CARRAHER, D W; SCHLIEMANN, A.D. **Na vida dez, na escola zero:** os contextos culturais de aprendizagem da matemática. São Paulo: Cortez, 1988.

CHARLOT, Bernard. **Da relação com o saber:** elementos para uma teoria. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

CASTRO, Eliziane Rocha. **Competências conceituais e didáticas de professores do 5° ano do ensino fundamental sobre as situações multiplicativas de isomorfismo de medidas**. 2016. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2016.

CASTRO, Eliziane Rocha, BARRETO, Marcília Chagas, BARRETO, Antonio Luiz de Oliveira; NASCIMENTO, Francisco Jeovane do. O ensino de situações multiplicativas: constatações a partir dos atos de mediação docente. **Cad. Pesquisas,** São Luís, v. 24, n. 2, mai./ago. 2017.

CEARÁ. Governo do Estado. Secretaria de Educação. **O trabalho pedagógico na área com foco no desenvolvimento de habilidades:** considerações sobre a prática em sala de aula. Secretaria de Educação. Fortaleza: SEDUC-CE, 2013.

CHIZZOTTI, Antonio. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. 6. ed. Petrópolois, RJ: Vozes, 2014.

CORREA, Jane; SPINILLO, Alina Galvão. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças In: PAVANELLO, Regina Maria. (Org.). **Matemática nas série iniciais do ensino fundamental**. São Paulo: SBEM, 2004

CRESSWELL, John W. **Projeto de Pesquisa:** métodos qualitativos, quantitativos e mistos. Porto Alegre: Artmed, 2010.

DIONNE, Huggues: **A pesquisa-ação para o desenvolvimento local**. Tradução de Michel Thiollent. Brasília: Liber Livro, 2007.

FERREIRA, Ricardo Franklin; GALVOSO, Genilda Garcia; GONZALES, Carlos Batista Lopes Universidade São Marcos. Caminhos da Pesquisa e a Contemporaneidade. **Psicologia: Reflexão e Crítica,** v. 15, n. 2, p. 243-250, 2002,

FIORENTINI, D; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FRANCHI, Anna: Considerações sobre a teoria dos campos conceituais In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Educação matemática:** uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. Pedagogia da Pesquisa-Ação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

______. Educação e Mudança. 26. ed. São Paulo: Paz e Terra. 2002.

GATTI, Bernardete Angelina, BARRETO; Elba Siqueira de Sá; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo de Afonso. **Políticas docentes no Brasil:** um estado da arte. Brasília: Unesco, 2011. p. 25-40.

GHEDIN, Evandro. professor reflexivo da alienação da técnica à autonomia crítica. In: PIMENTA, Selma Garrido; GHEDIN Evandro (Org.). **Professor reflexivo no Brasil:** gênese e crítica de um conceito. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

GITIRANA. V.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S. M.; SPINILLO, A. **Repensando multiplicação e divisão:** contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2014

GUBA, E. G.; LINCOLN, Y. S. Competing paradigms in qualitative research. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Eds.). **Handbook of qualitative research**. Thousand Oaks, California: SAGE, 1994. p. 105-117

LAUTERT, S. L. **As dificuldades das crianças com divisão:** um estudo de intervenção. 2005. 150f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva) - Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.

LIMA, D. C. **A formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais e as estruturas multiplicativas**. 2016. 115f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Educação:** alegorias, tecnologias, jogo, poesia. São Paulo: Cortez, 2012.

MAGINA, S. A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental. Contribuições teóricas da psicologia. **Educar em Revista,** Curitiba, n. 1, p. 63-75, 2011, 2011.

MAGINA, Sandra; SANTOS, Aparecido dos; MERLINE, Vera Lúcia.: O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciênc. Educ**., Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

______. Estratégias formativas: um elemento potencializador para ressignificação da prática docente. [S.l.:s.n.], 2017.

MAIA, Dennys Leite. **Aprendizagem docente sobre estruturas multiplicativas a partir de uma formação colaborativa apoiada em tecnologias digitais**. 2016. 201f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

MARCONI, Marina de Andrade, LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos da metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2017.

MERLINI, V. L. **As potencialidades de um processo formativo para a reflexão na e sobre a prática de uma professora das series iniciais:** um estudo de caso. 2012. 206f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

MINAYO, Maria Cecília de Sousa: O desafio da pesquisa social In: DESLANDES, Suely F.; GOMES, Romeu; MINAYO, Maria Cecília de Sousa (Org.). **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. 28. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2009.

NÓBREGA-TERRIEN, S. M.; TERRIEN, J. O estado da questão: aportes teórico-metodológicos e relatos de sua produção em trabalhos científicos. In: FARIAS, I. M. et al. **Pesquisa científica para iniciantes:** caminhando no labirinto. Fortaleza: EdUECE, 2010.

MOREIRA, Marco Antonio. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e pesquisa nessa área. **Investigações em Ensino de Ciências,** v. 7, n. 1, p. 7-29, 2002.

Nacarato Adair Mendes. **A formação do professor que ensina matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006

_______. **A formação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação:** currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando geometria. 2000. 216f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Campinas, Campinas, 2000.

NACARATO, Adair Mendes, MENGALI, Brenda L. da Silva, PASSOS, Carmem Lúcia Brancaglion: **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** tecendo novos fios do ensinar e aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

NUNES, Terezinha; CAMPO, Tânia M. M; Magina, Sandra; Bryant, Peter: **Educação Matemática:** números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, Rayssa Melo de. **Permanência de elementos da formação continuada acerca da teoria dos campos conceituais na prática de professora que ensina matemática**. 2017. 112f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2017.

OTERO, M. R. Psicología Cognitiva, Representaciones Mentales y Enseñanza de las Ciencias. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 4, p. 2, 1999.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa: Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PIMENTA, Bárbara. **Reflexões à luz da teoria dos registros de representação semiótica acerca das práticas dos professores que ensinam Matemática**. 2014. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2014

PIMENTA, Selma Garrido: Pesquisa colaborativa na escola- uma maneira de facilitar o desenvolvimento profissional de professoras. In: ALADA, Marin (Org.). **Formação Continuada**. Campinas, SP: [s.n.], 2014.

PIMENTA, Selma Garrido; GHEDIN Evandro. **Professor reflexivo no Brasil:** Gênese e crítica de um conceito. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

PIMENTA, Selma Garrido. Pesquisa-ação crítico-colaborativa: construindo seu significado a partir de experiências com a formação docente. **Educação e pesquisa,** São Paulo, v. 31, n. 3, p. 521-539, set./dez. 2005

PLAISANCE, Èric, VERGNAUD, Gèrard. **As ciências da educação**. São Paulo: Loyola, 2003.

PONTE, J. P. **Concepções dos professores de matemática e processos de formação**. [S.l.:s.n.], 2001. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92>. Acesso em: 15 ago. 2015.

SANTOS, Apararecido dos. **Formação de Professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

SANTOS, Aparecido dos. **Processo de formação colaborativa com foco no Campo Multiplicativo:** um caminho possível com professoras polivalentes. 2012 189f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

SCHÖN, Donald. A. **Educando o Profissional Reflexivo:** um novo design para o ensino e a aprendizagem. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: Artmed, 2000.

______. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. **Os professores e sua formação.** Lisboa: Dom Quixote, 1992.

SILVA, Silvana Holanda. **Conhecimento de professores polivalente em geometria:** contribuições da teoria dos registros de representação semiótica. 2011. 145f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2011.

______. Aspectos conceituais considerados por professoras quando da proposição de problemas do campo multiplicativo. In:_____. **Diálogos sobre o ensino, aprendizagem e a formação de professores:** contribuições da psicologia da educação matemática. Rio de Janeiro:Autografia, 2016.

SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de. **Experiência de Formação de professores das séries iniciais da escolarização:** a matemática e as representações semióticas. 2009. 178f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2009.

SOUSA, Ana Claudia G. de. **Formação docente e letramentos:** conhecimentos mobilizados em um grupo interdisciplinar de professores. 2017. 178f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, RG, 2017.

SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Síntria Labres. O diálogo entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a educação matemática. In: MEIRA, Luciano L.; SPINILLO, Alina Galvão (Org). **Psicologia cognitiva:** cultura, desenvolvimento e aprendizagem. Recife: UFPE, 2006. p. 25-50.

SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Sintria Labres; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa SANTOS; Ernani Martins dos SILVA; Juliana Ferreira Gomes. A Formulação de Problemas Matemáticos de Estrutura Multiplicativa por Professores do Ensino Fundamental, 2017. **Bolema,** Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 928-946, dez. 2017.

SPINILLO, Alina Galvão; MAGINA, Sandra. Alguns. ‘mitos’ sobre a educação matemática e suas consequências para o ensino fundamental. In: PAVANELLO, Regina Maria. **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental.** [S.l.:s.n.], 2004.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis. RJ, Vozes, 2010.

TEIXEIRA, Leny R. M.: VASCONCELOS, Mônica: GUIMARÃES, Sheila Denise: A resolução de problemas multiplicativos de produto de medidas In: BITTAR, Marilena; MUNIZ; Cristiano Alberto (Orgs.). **O que é aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais.** Curitiba: CRV, 2009

THERRIEN, J.; NÓBREGA-THERRIEN, S. “Os trabalhos científicos e o estado da questão: reflexões teórico-metodológicas”. **Estudos em avaliação educacional,** v.15, n.30, jul./dez. 2004.

THIOLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2011.

TRIPP, David: Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa,** São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005.

SZYMANSKI, Heloísa; Entrevista reflexiva: um olhar psicológico sobre a entrevista em pesquisa In: SZYMANSKI, Heloísa; ALMEIDA, Laurinda Ramalho, PRADININI, Regina Célia. **A entrevista na pesquisa em educação**: a prática reflexiva. Brasília: Liber Livro, 2004.

VASCONCELOS, Cheila Francett Bezerra Silva de. **A (Re) Construção do conceito de dividir na formação dos professores:** o uso do jogo como recurso metodológico. 2008. 148f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de alagoas, Maceió, Alagoas, 2008.

VERGNAUD, G. Multiplicative Structure. In: LESH, R.; LANDAU, M. (Eds.). **Acquisition of Mathematics Concepts and Processes.** [S.l.]: Academic Press Inc, 1983, p.127-174.

VERGNAUD, G. A Comprehensive Theory of Representation for Mathematics Education. **Journal of mathematical behavior**, v. 17, n. 2, p. 167-181, 1998.

VERGNAUD, Geràrd. O que é aprender. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ; Cristiano Alberto (Orgs.). **O que é aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. Curitiba: CRV, 2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. O longo e o curto na aprendizagem matemática. **Educar em revista**, Curitiba, n. 1, p. 15-27, 2011. .

VERGNAUD, G. A La théorie des champs conceptuels. **Recherches en didactique des mathématiques,** v. 10, n. 13, p. 133 -170, 1990.

VERGNAUD, G. **Multiplicative structures**. London: Academic Press, 1993.

USHER, Robin. Textuality and reflexivity in educational research. In: SCOTT, D.; USHER, R. **Understanding educational research.** Londres: Routledge, 1996. p. 33-51.

VIANNA, Heraldo Marelim. **Pesquisa em educação**: a observação. Brasília: Plano, 2010.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Questionário elaborado sobre o perfil das professoras

1. Identificação

2. Nome			
2.1 Ano/série que leciona	1.2Carga horária de trabalho	1.3 Outro Ano/série que já lecionou: o 1º ano o 2º ano o 3º ano o 4º ano o 5º ano o Ed. Infantil	

2.Formação

2.1 Nível Médio	o Curso normal ou pedagógico o Científico o Outro. Qual?	2.2Nível Superior (Graduação) o Sim . Curso:________________ o Não	2.3 Pós-Graduação (Especialização) o Sim Curso:________________ o Não
2.4 Tempo de docência	2.5 Tempo de docência na PMF __________________	2.6 Realizou ou realiza cursos de extensão na área de Formação em Matemática? o Sim o Não Qual?	2.7 Em caso afirmativo, no item 2.6, especifique qual ou quais cursos realizou. I-______________________ Ano: _______ II-______________________ Ano: ______ III- _____________________ Ano: _______ IV -______________________ Ano: _______

3. Preferências para ensinar Matemática

3.1 Qual bloco de conteúdo você tem mais dificuldade para ensinar aos alunos? o Espaço e forma o Números e operações o Grandezas e medidas o Tratamento da informação o Todos o Nenhum
Justifique sua escolha

3.2 Especifique alguns conteúdos do bloco que você escolheu no item 3.1 que você encontra dificuldades para ensinar aos alunos

3.3 Na sua opinião, quais as razões dessas dificuldades?

3.4 Numere de 0 a 7 os recursos didáticos utilizados por você para ensinar os conteúdos de Matemática de acordo com a incidência de uso(quanto maior o número, maior a utilização) Obs: caso você não tenha utilizado, indique 0 (zero)
Livros ____ Material manipulável ou concreto____ Jogos____ Computador____ Projetor___ Lousa digital_____ Outro_____

4. Aprendizagem dos alunos

4.1 Que aspectos você considera importantes para que seus alunos aprendam Matemática?
4.1 Que fatores, na sua opinião, interferem na aprendizagem de seus alunos em Matemática?

5. Avaliação

5.1 Que aspectos você considera mais importantes quando você avalia um problema resolvido por seus alunos?

APÊNDICE B – Roteiro para entrevista com as professoras

Antes de tudo gostaria de agradecer a vocês por participarem desta pesquisa. Meu nome é Silvana Holanda, professora da rede pública municipal e pesquisadora da UECE. Esta pesquisa é parte de minha tese de doutorado em educação da UECE e tem como objetivo **Analisar as contribuições de processo formativo, com foco no campo conceitual multiplicativo, para que professores compreendam os procedimentos utilizados por estudantes na resolução de problemas do campo conceitual multiplicativo.**

1. Primeiramente gostaria que cada uma se apresentasse e falasse sobre seu percurso profissional, tempo de magistério, como foi a escolha da profissão, quando iniciaram. Por que escolheram essa profissão...?
2. Qual a sua concepção de educação e qual o papel da escola?
3. Como é a sua rotina de planejamento de vocês? Vocês se reúnem com outros colegas? Com que frequência? Vocês refletem entre si questões comuns? A escola propicia momentos de reflexão sobre as práticas educativas?
4. Falem como é a experiência de vocês no ensino matemática? É fácil? Difícil? Como vocês preparam suas aulas?
5. Como vocês viam o ensino da matemática antes de participar desse processo formativo?
6. Como esse processo formativo contribuiu para sua compreensão de conceitos matemáticos?
7. O que as estratégias utilizadas por seus alunos na resolução na resolução de problemas de estrutura multiplicativa revelaram para você? E como isso contribuiu para sua prática de ensino?
8. Que aspectos da TCC vocês incorporaram na prática de ensino de vocês?
9. Para você como o erro dos alunos é percebido? O que eles significam para vocês? Como ele é tratado?
10. Você percebe diferenças nas estratégias com erros realizadas pelos alunos? Quais?
11. Como o erro pode auxiliar o professor a planejar uma prática interventiva?
12. Especificamente sobre o campo conceitual multiplicativo, quais foram os erros mais comuns de seus alunos na resolução de problemas proposto por vocês?

ANEXOS

ANEXO A – Relatório de atividade planejada

RELATÓRIO DE ATIVIDADE – planejada

Escola Parceira:____

Município:______________________________ Estado:____________________________

Relatório nº _______ Ano escolar do grupo _____________ Data _____/_____/______

Título da atividade 1: ____

Situação 1:

Conceitos principais a serem trabalhados: ____

____

____

Desenvolvimento da aula: ____

____

____

____

Expectativas do professor em relação ao desempenho dos estudantes: ______________________

____

____

____

ANEXO B – Relatório de atividade desenvolvida

RELATÓRIO DE ATIVIDADE – desenvolvida

Escola Parceira:____

Município:_____________________________________ Estado:______________________

Relatório nº ______ Ano escolar do grupo _____________ Data _____/_____/______

Nº total de estudantes participantes:____________

Houve diferença entre a estratégia planejada e a que foi efetivamente realizada? ☐ SIM ☐ NÃO

Se SIM, o que mudou e porque:____

____

Quantos estudantes acertaram: (a) a situação 1? ___ (b) a situação 2?____ (c) a situação 3? ____

Quais os esquemas de resolução encontrados? ____

____

____

Tipos de erro encontrado: ____

____

____

Como foi trabalhado o erro dos estudantes? ____

____

____

Você classificaria esta atividade como:

☐ Péssima ☐ Ruim ☐ Razoável ☐ Boa ☐ Ótima

Por quê? ____

____

____

____

ANEXO C - Teste diagnóstico realizado com os alunos – pesquisa obeduc/E-MULT

1) Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos Joana tem?

2) A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de José e a escola?

3) Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasias ela pode fazer?

4) A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?

5) Rute quer mudar o piso do quarto dela. Este quarto tem 3m de largura e 6m de comprimento. Quantos metros quadrados, de piso, Rute precisa comprar?

6) Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar?

7) A área do jardim da casa de Vera é retangular e tem $24m^2$. A largura é 4m. Qual é comprimento em metros desse jardim?

8) Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco?

9) A Lanchonete do Ernani vende 15 tipos de sanduíches. Para cada sanduíche é usado apenas um tipo de pão e um tipo de recheio. Tem 3 tipos de pão (leite, integral e francês). Quantos tipos de recheio são necessários para fazer todos os tipos de sanduíches?

10) Cido tem uma coleção de 6 carrinhos e José tem uma coleção de 24 carrinhos. Quantas vezes a coleção de Cido é menor do que a de José?

11) Na aula de dança de forró tinha 6 rapazes (Alex, Beto, Caio, Davi, Edu, Ivo) e 4 moças (Mari, Fabi, Lara, Suzi). Todas as moças dançaram com todos os rapazes. Quantos casais diferentes foram formados?

12) Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou?

13) Ontem Tonho tinha 18 figurinhas. E hoje ele tem 3 vezes menos. Quantas figurinhas ele tem hoje?

ANEXO D - Termo de consentimento livre e esclarecido do professor

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO DO PROFESSOR

Prezado(a) Senhor(a):

Você está sendo convidado para participar como voluntário(a) em uma pesquisa que tem o seguinte tema: **"Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental"**. Esta pesquisa tem como objetivo investigar e intervir na prática de professores do Ensino Fundamental no que tange às Estruturas Multiplicativas, baseados no modelo de formação "ação-reflexão-planejamento-ação", tendo em vista a formação de um grupo com características colaborativas. No caso de aceitar fazer parte da mesma, você vai fazer parte de um grupo colaborativo de professores que vão investigar e discutir sobre as suas práticas de sala de aula num movimento de planejamento, desenvolvimento de ações e reflexões constantes.

A sua participação será de grande valor, podendo contribuir para a melhoria do ensino e aprendizagem de Matemática para estudantes da Educação Básica. Você não é obrigado a participar, tendo total liberdade para discordar ou desistir da participação em qualquer momento que desejar. Caso participe, você também terá a liberdade para pedir esclarecimentos sobre qualquer dúvida que tiver.

Como pesquisadores responsáveis por esta pesquisa, prometemos manter em segredo todos os dados confidenciais, bem como de indenizá-lo se porventura sofrer algum prejuízo moral ou físico por causa de sua participação.

Então, se está claro para você para que serve essa pesquisa e se concorda em participar da mesma, pedimos que assine este documento. Nossos sinceros agradecimentos por sua colaboração.

____
Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana
Coordenadora do Projeto
Telefone para contato: (73) 3680-5657

____
Pesquisador(a) responsável pelo
Núcleo _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ da rede

Eu, ____________________________________, RG ________________, aceito participar das atividades da pesquisa **"Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental"**. Fui devidamente informado(a) que eu participarei do grupo colaborativo. Foi-me garantido que posso desistir da pesquisa a qualquer momento, e que os resultados serão tratados confidencialmente.

_________________, ____/____/_____
Local Data

____
Assinatura

Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/UESC
Endereço: Campus Soane Nazaré de Andrade, Rodovia Jorge Amado, Km 16, Bairro: Salobrinho. Torre Administrativa - 3° andar. CEP: 45662-900. Ilhéus-Bahia Contatos Fone: (73) 3680-5319. Email: cep_uesc@yahoo.com.br e cep_uesc@uesc.br
Horário de Funcionamento: Segunda a Sexta-feira de 8h00 às 12h00 e de 13h30 às 16h00.