



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ
CENTRO DE EDUCAÇÃO
MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO**

SILVANA HOLANDA DA SILVA

**CONHECIMENTO DE PROFESSORES POLIVALENTES EM
GEOMETRIA: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS
REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

**FORTALEZA - CEARÁ
2011**

SILVANA HOLANDA DA SILVA

**CONHECIMENTO DE PROFESSORES POLIVALENTES EM
GEOMETRIA: CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE
REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Orientadora: Profa. Dra. Marcília Chagas Barreto.

**FORTALEZA - CEARÁ
2011**

S586c Silva, Silvana Holanda

Conhecimento de professores polivalentes em geometria: contribuições da teoria dos registros de representação semiótica / Silvana Holanda da Silva. — Fortaleza, 2011.

167 p.: il.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Marcília das Chagas Barreto

Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação.

1. Ensino da geometria. 2. Representações semióticas. 3. Formação de professores. 4. Conhecimento de professores. 5. Engenharia didática. I. Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação.

CDD: 516.007

SILVANA HOLANDA DA SILVA

**CONHECIMENTO DE PROFESSORES POLIVALENTES EM GEOMETRIA:
CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO
SEMIÓTICA**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre.

Aprovada em 06 de maio de 2011

BANCA EXAMINADORA

Prof^a Dr^a Marcília da Chagas Barreto - Orientadora
Universidade Estadual do Ceará

Prof^a Dra. Ivoneide Pinheiro de Lima – 1^a Examinadora
Universidade Estadual do Ceará

Prof. Dr. José Aires de Castro Filho – 2^o Examinador
Universidade Federal do Ceará

Dedico este trabalho aos meus pais,
meus primeiros e eternos educadores.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por sempre me mostrar novos horizontes a serem conquistados, dando-me forças para vencer novos desafios.

Aos meus pais, pelo carinho, incentivo e sacrifícios realizados para eu pudesse concretizar esse sonho.

Ao meu querido companheiro, Marcius, pelo amor, paciência, incentivo e zelo durante essa trajetória.

A minha querida orientadora, Dra. Marcília Chagas Barreto, por sua dedicação, competência, amizade e apoio incondicional.

Aos amigos do Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES) pelos conhecimentos compartilhados e solidariedade dedicada na concretização da oficina de formação desse trabalho, especialmente a Larissa, Dennys, Ana Cláudia e Erich.

Aos bolsistas da Prof^a Ivoneide, Renato e Jonathan, voluntários na formação realizada.

Aos professores do Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará pela valorosa partilha de seus conhecimentos em minha formação.

Aos amigos e amigas do mestrado das turmas de 2008 e 2009 com os quais compartilhei momentos de alegria e aprendizado.

A Joyce, pela atenção e carinho dispensados a cada um de nós.

Aos professores Dr. José Aires de Castro Filhos e Dra. Ivoneide Lima Pinheir valorosas contribuições feitas a esse trabalho.

Às amigas Auricélia Silva e Márcia Moraes pelo apoio e motivação demonstrados.

Às amigas Cristiane e Gina pela amizade, incentivo e apoio nos momentos de angústia.

Aos meus alunos nos quais encontro motivação para continuar aperfeiçoando as ações da docência.

É porque podemos transformar o mundo, que estamos com ele e com outros. Não teríamos ultrapassado o nível de pura adaptação ao mundo se não tivéssemos alcançado a possibilidade de, pensando a própria adaptação, nos servir dela para programar a transformação (FREIRE).

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Registros mobilizáveis na atividade matemática.....	33
Quadro 2 - Disciplinas do curso de Pedagogia voltadas para o ensino da Matemática (UFC e UECE).....	42
Quadro 3 - Formação das Professoras.....	66
Quadro 4 - Conteúdos de Geometria presentes nos livros didáticos.....	89
Quadro 5 - Sessões didáticas previstas.....	100
Quadro 6 – Confecção e exploração do tangran.....	102
Quadro 7 - Cálculo de áreas a partir do material concreto.....	103
Quadro 8 - Atividades de apropriação do Software GeoGebra.....	105
Quadro 9 - Construindo o conceito de área a partir do Geogebra.....	107
Quadro 9 - Exploração da malha quadriculada no GeoGebra para o trabalho com área	108
Quadro 10 - Relação entre área e perímetro.....	109

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Identificação de figuras.....	77
Figura 2 - Relação de igualdade entre as áreas hachuradas.....	78
Figura 3 - Decomposição da figura tentativa de solução P1.....	78
Figura 4 - Combinação de retângulos.....	80
Figura 5 - Configuração e reconfiguração de figuras.....	81
Figura 6 - Cálculo de área e perímetro.....	82
Figura 7 - Uso correto da representação figural e numérica.....	83
Figura 8 - Uso incorreto da representação numérica.....	84
Figura 9 - Representação figural incorreta de P6.....	85
Figura10 - Música e figura geométrica – 2º ano.....	91
Figura 11 - Desenho e identificação de partes - 1º ano.....	91
Figura 12 - Identificação de formas em obras de arte - 1º ano.....	91
Figura 13 - Representação de objetos do cotidiano.....	92
Figura 14 - Representação figural.....	92
Figura 15 - Representação concreta.....	93
Figura 16 - Atividades de identificação – 2º ano.....	93
Figura 17 - Atividades de identificação – 3º ano.....	93
Figura 18 - Etimologia do termo perímetro.....	94
Figura 19 - Representação figural e aritmética do perímetro.....	95
Figura 20 - Representação figural do conceito de área.....	95
Figura 21 - Representação figural do conceito de área.....	96
Figura 22 - Modelo de Tangram.....	101
Figura 23 - Identificação de semelhanças entre figuras geométricas.....	106
Figura 23 - Visualização, configuração e reconfiguração de figuras	

geométricas.....	108
Figura 25 - Modelo do Tangram usado na sessão 2.....	117
Figura 26 - Figuras alheias ao Tangram - P2.....	120
Figura 27 - Repetição formas do Tangram - P4.....	120
Figura 28 - Composição de novas formas geométrica (P1 P4, P6).....	121
Figura 29 - Malha quadriculada desenhada no quadrado.....	124
Figura 30 - Tela de abertura do GeoGebra.....	127
Figura 31 - Barra de menu do GeoGebra.....	128
Figura 32 - Barra de ferramentas do GeoGebra.....	128
Figura 33 - Conversão do registro discursivo para registro figural.....	132
Figura 34 - Registro figural e cálculo aritmético – P3.....	133
Figura 35 - Registro figural e cálculo aritmético – P4.....	134
Figura 36 - Percepção apenas de uma divisão - P5.....	134
Figura 37 - Ausência de percepção <i>gestaltista</i> – P2.....	135
Figura 38 - Igualdade perceptiva.....	136
Figura 39 - Percepção e cálculo	136
Figura 40 - Falha no cálculo de áreas.....	137
Figura 41 - Cálculo perceptivo de área P4.....	138
Figura 42 - Sobreposição de figuras no GeoGebra.....	138

RESUMO

Esta pesquisa objetivou analisar as contribuições do uso de diferentes representações semióticas – numérica, figural, concreta, discursiva e figural dinâmica – para a elaboração de conceitos geométricos por professoras polivalentes. Foi tomada como aporte a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, que considera as representações como parte fundamental da aprendizagem conceitual. O autor distingue dois níveis de apreensão das figuras geométricas: o primeiro nível, onde se opera o reconhecimento das diferentes unidades figurais que são distintas dentro de uma figura dada; e o segundo nível em que se efetuam as modificações mereológicas, óticas ou posicionais, possíveis das unidades figurais reconhecidas e da figura dada. A metodologia escolhida foi baseada na Engenharia Didática proposta por Michele Artigue. Essa opção metodológica justifica-se pela análise interna que ela propicia, comparando os resultados apresentados pelos sujeitos em suas diferentes fases. A Engenharia Didática realizada nesta pesquisa foi estruturada nas quatro fases previstas: na primeira fase (análises prévias) buscou-se subsídio para o tratamento do problema de investigação, a partir da avaliação da relação das professoras com a Geometria, bem como de conceituações em geometria das quais elas eram portadoras. Além disto, foi analisado o livro didático, no tocante à Geometria e suas representações. Na segunda fase (análise *a priori*) foram elaboradas as propostas da sequência didática, baseada nas lacunas conceituais percebidas junto às professoras, na fase de análises prévias. A terceira fase consistiu na aplicação da sequência didática (experimentação) com a utilização das diferentes representações, inclusive a figural dinâmica. Por fim, na fase de análise *a posteriori* e validação (quarta fase), foi confrontado o desempenho das professoras investigadas no desenvolvimento da sequência didática, levando-se em conta as ideias anunciadas na análise *a priori* e as hipóteses da pesquisa. As atividades realizadas utilizando diferentes representações para uma mesma situação possibilitaram que as docentes tivessem novos olhares para o trato com o desenho geométrico, para além da identificação de formas e contagem de figuras, constituindo o início de uma reflexão da prática docente relacionada ao ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Houve, entretanto, a permanência de lacunas conceituais que impedem que as professoras orientem bem seus alunos no trabalho com a geometria. Estas profissionais apresentaram, em grande parte, resistência ao trabalho com a Geometria, revelando concentrar suas escolhas pedagógicas na aritmética. Percebeu-se, ainda, que o livro didático não é usado de forma tão sistemática quanto afirmam as professoras, nem como apoio à sua prática didática em Geometria, nem para a aprendizagem dos conteúdos desta área.

PALAVRAS-CHAVES: Ensino da Geometria. Representações Semióticas. Formação de Professores. Conhecimento de Professores. Engenharia Didática.

ABSTRACT

This research aimed to analyze the contributions of the use of different semiotic representations - numerical, figural, concrete, discursive and figural dynamics - for the development of geometric concepts by junior class schoolteachers. These professionals were, in large part, resistance to work with geometry, revealing focus their pedagogical choices in arithmetic. Was taken as the theoretical elements of the semiotic representation registers theory, Raymond Duval, who considers the representations as a fundamental part of conceptual learning. The author have made differences between two levels of understanding of geometric figures: the first level, which operates the recognition of different figural units that are distinct among a given figure and the second level in the changes that take place mereological, optical or positional units possible figural and recognized the figure given. The methodology used was based on the Didactic Engineering proposal by Michele Artigue. This methodological choice is justified by the internal analysis that provides, comparing the results reported by subjects in different phases. The Didactic Engineering performed in this research was structured in four stages: the first phase (previous analysis) sought to benefit for the treatment of research problem, based on the evaluation of teaching effectiveness with Geometry, as well as the conceptual framework of their geometry understanding. Moreover, the schoolbooks has been analyzed with emphasis in geometry and its representations. The second stage (a priori analysis) has been developed based on the lack of geometry concepts of the teachers perceived, during the previous analysis. The third phase was the application of didactic sequence (trial) with the use of different representations, including figural dynamics. Finally, during the subsequent analysis and validation (fourth phase), was confronted the performance of the investigated teachers in the development of the didactic sequence, taking into account the points announced in the analysis and a priori hypotheses of the research. Activities has carried out using different representations for the same situation that enabled the teachers new insights for dealing with the geometric design, in addition to identifying ways and count figures, constituting the beginning of a reflection of teaching practice related to teaching Geometry in the early years of EF. However, the permanence of conceptual shortcomings that prevent good teachers can guide their students in working with geometry. There was noticed also that the schoolbook is not used as systematically as the teachers say, not even as support for their teaching practice in Geometry, neither for learning the content of this field.

Key words: Mathematics teaching, teacher specialization program, teaching practice, Knowledge of teachers, Semiotic Representation Registration.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DE LITERATURA.....	23
2.1	Os registros de representação semiótica: uma alternativa teórica..	25
2.2	Elementos da teoria dos RRS.....	26
2.3	O RRS na aprendizagem da geometria.....	32
3	FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL.....	37
3.1	Normatização sobre a formação inicial de professores polivalentes.....	37
3.2	A matemática nos cursos de formação inicial dos pedagogos.....	39
3.3	A formação do professor a partir da prática docente.....	42
3.4	Formação continuada em matemática dos professores polivalentes: cenário da Prefeitura Municipal de Fortaleza.....	65
3.4.1	Curso de formação para professores da rede pública – EAD.....	46
3.4.2	Pró-letramento.....	47
3.4.3	Especialização em docência nos anos iniciais do Ensino Fundamental.....	50
3.5	Formação de professores para o uso do computador.....	52
4	PERCURSO METODOLÓGICO: A ENGENHARIA DIDÁTICA.....	56
4.1	Fases da engenharia.....	59
4.2	Lócus e sujeitos da pesquisa.....	63
5	CONSTRUINDO A ENGENHARIA DIDÁTICA: CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE UMA SEQUENCIA DIDÁTICA.....	68
5.1	Análises prévias ou análises preliminares.....	68
5.1.1	Experiência e conhecimento das professoras investigadas no ensino de matemática.....	69
5.1.2	Percepções do conteúdo geométrico apresentado pelas professoras.....	76
5.1.3	O livro didático: instrumento de ensino e aprendizagem das professoras.....	85
5.2	Análise <i>a priori</i>	96
5.2.1	Identificando as variáveis de comando.....	97
5.2.2	Sessões didáticas previstas.....	99
5.3	Experimentação e validação.....	109
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	141
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	147

1 INTRODUÇÃO

A docência é uma profissão fascinante. O ofício de ensinar permite ao professor a oportunidade ímpar de contribuir para a evolução intelectual de seus alunos, acompanhando-os de perto em seu processo de apropriação dos conhecimentos. O docente tem a satisfação de poder, efetivamente, constatar os resultados de sua ação através de sua prática diária.

No tocante ao ensino da Matemática, é possível perceber a motivação e alegria das crianças da Educação Infantil com os assuntos que envolvem essa disciplina. Nesta fase do ensino é comum a diversificação das representações utilizadas para expressar os conceitos matemáticos, como, por exemplo, o material concreto, o desenho, a linguagem oral, dentre outros. No entanto, com o avanço da escolarização, esses recursos vão sendo substituídos por uma linguagem formal e mecânica, sem significado para os alunos, transformando a Matemática em algo distante de suas realidades, sem significado para os alunos, contribuindo para o aumento dos problemas na aprendizagem dessa área, que tendem a se acumular no decorrer dos estudos.

São muitos os fatores que interferem na ação docente, dificultando a concretização de processos de ensino eficazes, entre eles: muitas crianças com problemas de aprendizagem; insatisfação com a carreira; falta de apoio institucional ao professor; condições precárias de ensino; formação deficitária, tanto inicial quanto continuada dos professores. Por estas razões, esse estudo direcionou-se para a formação docente, na tentativa de compreender melhor os caminhos trilhados pelos professores em seu processo contínuo de formação, visando um melhor desempenho no âmbito da Matemática.

O contato com a Matemática na vida escolar sempre esteve marcado por

estereótipos e mitos, amplamente difundidos neste contexto. Por muito tempo, acreditou-se que esta área do conhecimento era destinada aos grandes estudiosos e gênios do assunto, sendo inacessível para a grande maioria dos leigos. A história da Matemática indica que grandes matemáticos dedicaram-se a descobrir os mistérios e desafios inerentes a este campo do conhecimento, propondo novas teorias que ajudaram a humanidade a avançar, superando os obstáculos epistemológicos que se apresentaram historicamente.

A tarefa dos matemáticos é diferente daquela destinada aos que exercem a função de docentes desta ciência. Dos primeiros, pode-se esperar a busca de demonstrações limpas com o uso de soluções, as mais econômicas e a utilização de uma linguagem predominantemente formal. Aos educadores matemáticos, ao lado do domínio dos conteúdos formalizados, cabe a preocupação com a didática e as metodologias de ensino, de modo a reconhecer as diversificadas condições de aprendizagem presentes em seu grupo classe, ponderar os caminhos plausíveis em cada etapa, para que seja possível dirigir os alunos rumo ao efetivo domínio da ciência Matemática.

As discussões acerca das dificuldades de ensino e de aprendizagem dessa ciência ganharam impulso com o advento da Educação Matemática, por volta dos anos de 1980, na escola francesa. Neste contexto, deixou-se de considerar as dificuldades de aprendizagem da disciplina apenas como culpa de um dos dois principais atores do jogo pedagógico – o professor e o aluno. O enfoque nas metodologias e escolhas didáticas ganhou destaque.

A partir desse novo paradigma, o foco na aprendizagem passou, então, a ser estudado e considerado relevante para o sucesso nessa disciplina, fazendo emergir o crescimento de pesquisas e estudos voltados para esse campo. A Educação Matemática cresceu de tal forma que no Brasil já se conta com uma associação especificamente voltada para esta área de estudo, denominada Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM¹, criada em 1988, com o objetivo de buscar meios para desenvolver a formação matemática de todo cidadão de nosso país.

A Matemática é, com muita frequência, uma área temida entre as disciplinas

¹ Disponível em: <http://www.sbem.com.br/index.php>

escolares, responsável por grandes índices de evasão e repetência. Esta resistência e as consequentes falhas na formação acompanham muitos indivíduos, para além da sua vida escolar, atingindo-os na vida profissional. É o caso de muitos educadores que tentam fugir desta disciplina, optando por cursos da área de ciências humanas, talvez em decorrência de experiências ruins com a Matemática. Entre estes profissionais, podem-se localizar os formados nos cursos de Pedagogia, professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, responsáveis por todas as disciplinas do currículo escolar, inclusive a Matemática. Por terem sua prática docente caracterizada pela união de diversas áreas do conhecimento é que são denominados neste trabalho de professores polivalentes².

No que diz respeito à formação destes profissionais, Barreto (2007), Curi (2006) e Nacarato et al (2009) apontam para sérias lacunas, no que tange ao domínio dos conteúdos matemáticos. Neste aspecto, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs ressaltam que “parte dos problemas referentes ao ensino da Matemática estão relacionados ao processo de formação do magistério, tanto em relação à formação inicial como no que diz respeito à formação continuada” (BRASIL, 2001, p. 24).

Para a pesquisadora desta Dissertação de Mestrado, em sua trajetória docente, foram vivenciadas inúmeras situações em que ensinar determinados conteúdos matemáticos evidenciava carência de conceitualização plena. Tendo em vista que sua formação inicial foi realizada no curso de pedagogia, o qual contemplava, na época, carga horária diminuta para os conteúdos matemáticos, justifica-se a sua carência conceitual, mesmo de elementos da Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Muitos destes conteúdos foram aprendidos em sua prática de ensino, tendo como suporte principal o livro didático. Este se limitava, muitas vezes, à repetição de procedimentos. Esta situação motivou a busca por mais estudos na área, por parte da pesquisadora.

Em vista dos aspectos elencados, o interesse por esta pesquisa foi sendo delineado a partir de constatações e observações feitas durante uma longa trajetória profissional da pesquisadora. Inicialmente no exercício do magistério nos anos iniciais do Ensino Fundamental (totalizando quinze anos), aliada à prática como

²Professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que lecionam todas as disciplinas nesta etapa da Educação Básica (BARRETO, 2009).

professora de Informática Educativa (seis anos), função assumida em meados de 2005 até o presente momento.

Contudo, essa experiência docente não foi capaz de atender a toda a complexidade que envolve os caminhos do ensino de Matemática. Tampouco a formação continuada conseguiu preencher as lacunas conceituais para ensinar a disciplina. O ingresso da pesquisadora no Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES), vinculado ao curso de Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará (UECE), permitiu o aprofundamento de estudos sobre os processos de formação docente para ensino da Matemática, especificamente dos professores polivalentes, propiciando também a realização de trabalhos e pesquisas sobre essa temática.

A partir desses estudos, foi possível conhecer o referencial teórico que dá suporte a este estudo: as formulações de Raymond Duval, mais precisamente a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS). Acredita-se que esta teoria poderá dar grande contribuição ao ensino e aprendizagem da Matemática, trazendo para discussão o uso de diferentes registros de representação

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica parte do princípio de que a Matemática é uma ciência cujo objeto de conhecimento só se dá a conhecer através de suas representações. Assim, para que aconteça a aprendizagem matemática é preciso que o sujeito cognoscente seja capaz de coordenar, entre si, os diferentes registros de representação.

Essa disciplina é notadamente composta de uma linguagem formalizada própria, mas também faz uso de outros tipos de linguagem, dos quais professores e alunos se utilizam para representar os objetos matemáticos. Duval (1995) evidencia a matemática como uma linguagem, atribuindo importância fundamental às representações semióticas. Barreto e Sousa (2008, p. 2) destacam que as representações semióticas são entendidas como “produções constituídas pelo emprego de signos, utilizadas para expressar, objetivar e tratar as representações mentais, isto é, o conjunto de concepções de um indivíduo acerca de um objeto ou situação”. Nesta medida, esse estudo discute o papel das representações no âmbito da formação de professores polivalentes para o trabalho com a geometria.

Na busca de romper com a linearidade do currículo, os PCNs (BRASIL, 1997) trazem a proposta de estabelecer conexões entre a Matemática e outras disciplinas, além da organização dos conteúdos em blocos que se interligam. Desta forma, o documento propõe a organização do currículo para os anos iniciais do EF, em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Tais propostas tentam integrar os campos da matemática enfocados nesta parcela do Ensino Fundamental, isto é, a aritmética, e a geometria.

Em decorrência das ideias apresentadas pelos PCN (BRASIL, 2001), nos últimos anos, os livros didáticos têm buscado adequar-se aos princípios metodológicos do documento. Assim, já se percebe uma tentativa de integração entre a aritmética e a geometria, mesmo que, em alguns casos, tal integração consista apenas na colocação de unidades relativas à geometria intercaladas com aquelas voltadas para a aritmética. Este aspecto já apresenta a superação do problema de colocação da geometria, nos livros didáticos, como último conteúdo a ser ensinado (NACARATO, 2000).

Esse estudo optou por focalizar o campo da Geometria, por considerar seu papel relevante no desenvolvimento do pensamento lógico e intuitivo do estudante. Sobre essa questão os PCNs ressaltam:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive (BRASIL, 2001. p. 55).

No âmbito escolar, a geometria é tratada como uma área da Matemática que tem apresentado bastante dificuldade tanto para o ensino quanto para a aprendizagem, ou seja, tanto os professores têm encontrado dificuldades de ensinar, o que possivelmente reflete na dificuldade dos alunos em aprender. Esta situação, possivelmente intensificou-se a partir do formalismo instalado no Movimento da Matemática Moderna, cuja escolha curricular afastou o conteúdo geométrico da realidade dos sujeitos envolvidos, fazendo com que ela ocupasse pouco espaço no currículo escolar.

Nos últimos anos, no âmbito das pesquisas em Educação Matemática, têm

surgido avanços no que tange ao ensino da geometria, sendo apontada como a área da matemática em que maior volume de trabalhos e pesquisas tem sido apresentado em eventos científicos e em programas de pós-graduação. Tal fecundidade, entretanto, não teve ainda repercussão na sala de aula. Segundo Santos (2009), a carência de espaço pedagógico para a geometria, embora tenha sido denunciada amplamente nas últimas décadas por autores como Pavanello (1989), Fiorentini (2003) e Nacarato (2009), continua presente na prática dos professores da Educação Básica, principalmente dos professores polivalentes que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa ideia vai ao encontro ao pensamento de Bittar e Freitas (2005, p. 97) ao afirmarem que “a Geometria está praticamente ausente das salas de aula das escolas Ensino Fundamental e Médio”.

Segundo Grando (2009, p. 202) “A formação dos professores que ensinam Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental ainda se encontra deficitária, em termos dos fundamentos e da metodologia do ensino da Geometria”. A deficiência destes professores está relacionada ao seu processo de formação inicial, nos cursos de pedagogia, ou advinda da formação em nível médio pedagógico. Sem a preparação adequada, os docentes acabam por reduzir os conteúdos geométricos ou eliminá-los por completo de seu planejamento didático.

Outra tendência crescente é o uso do computador para ensinar Matemática. Sobre isso os PCNs, destacam: “Tudo indica que seu caráter lógico-matemático pode ser um grande aliado do desenvolvimento cognitivo dos alunos, principalmente na medida em que ele permite um trabalho que obedece a distintos ritmos de aprendizagem” (BRASIL, 2001 p.47).

Nesse mesmo sentido argumenta Mendes:

A informática, atualmente, é considerada uma das componentes tecnológicas mais importantes para a efetivação da aprendizagem matemática no mundo moderno. Sua relação com a Educação Matemática se estabelece a partir das perspectivas metodológicas atribuídas à informática como meio de superação de alguns obstáculos encontrados por professores e estudantes no processo ensino-aprendizagem (2009, p. 113).

Esta posição também é reforçada por Ponte (1997, p. 33), quando afirma que “As novas tecnologias podem ser simultaneamente uma ferramenta de trabalho e

uma fonte de ideias e de inspiração. O computador facilita extraordinariamente uma abordagem experimental e intuitiva da Matemática”.

Outros pesquisadores, como Ponte (2009), Papert (2008), Pais (2006) e Kensky (2007) defendem que o uso do computador como uma importante ferramenta de ensino, devendo ser incorporada às práticas pedagógicas do professor em sala de aula.

No que tange à Geometria, os recursos informáticos disponíveis atualmente podem estimular a busca de estratégias pedagógicas favoráveis à construção do conhecimento na área, para além do vem quem fazendo a escola (GRAVINA, 2001).

Nesse estudo, considerou-se o uso da tecnologia como uma estratégia relevante na análise das representações utilizadas pelas docentes participantes, embora este não seja o foco principal da pesquisa.

Para a efetivação deste trabalho, realizou-se uma sequência didática com seis professoras polivalentes de uma escola da rede municipal de ensino. A identidade dessas docentes foi preservada e, para efeito de análise dos dados, serão denominadas de P1, P2, P3, P4, P5 e P6. Desta maneira, as informações coletadas terão como base os elementos da Engenharia Didática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, conforme será explicitado adiante.

A opção metodológica para esse estudo foi a Engenharia Didática, uma vez que esse método tem como finalidade analisar as situações didáticas, investigando as diferentes relações entre professor, alunos e conhecimento, no intuito de desencadear uma série de ações voltadas para o ensino e aprendizagem de um conteúdo específico (PAIS, 2002).

A Engenharia Didática prevê a realização da pesquisa estruturada em quatro fases distintas, as quais devem ser articuladas para que se torne possível avaliar os efeitos da experimentação:

1ª fase – análises prévias;

2ª fase – concepção e análise *a priori*;

3ª fase – experimentação;

4ª fase – análise *a posteriori* e validação.

Na primeira fase, foram buscados subsídios para o tratamento do problema de investigação, através das seguintes ações: caracterização dos sujeitos desta pesquisa; avaliação do livro didático adotado na escola *locus* da pesquisa (principalmente no tocante ao uso de representações semióticas diferenciado); diagnóstico das dificuldades que as professoras demonstravam em relação a conceitos básicos da geometria (tais como o reconhecimento figural, identificação das propriedades de configuração e reconfiguração, conceito de área e perímetro, bem como seus cálculos, o uso de representações figurais para solução de um problema dado).

Na segunda fase foram elaboradas as propostas da sequência didática baseadas nos resultados obtidos na fase preliminar e aplicadas na fase de experimentação. Por fim, na fase de análise *a posteriori*, foi investigado o desempenho do grupo de professoras no desenvolvimento da sequência didática, levando-se em conta as ideias anunciadas na análise *a priori* e as hipóteses da pesquisa.

Em vista dos aspectos apresentados pautou-se como questão central desse trabalho a seguinte formulação: Que contribuições o uso de diferentes representações semióticas traz para a apreensão de conceitos geométricos, por parte de professores polivalentes? A partir desta foi definido como **objetivo geral** analisar as contribuições do uso de diferentes representações semióticas para a elaboração de conceitos geométricos por professores polivalentes.

Em decorrência do objetivo geral proposto foram delineados os seguintes objetivos específicos:

1. Identificar lacunas conceituais das professoras relativas aos conteúdos geométricos presentes nos anos iniciais do Ensino Fundamental;
2. Destacar a diversidade de Representações Semióticas presentes no livro didático adotado na escola alvo;
3. Caracterizar as concepções prévias dos professores acerca de conceitos geométricos;
4. Evidenciar as contribuições da sequência didática, com uso de diferentes

representações semióticas, para a construção conceitual em geometria, por parte das professoras,

As reflexões geradas neste estudo estão organizadas em quatro capítulos, além da introdução e da conclusão.

No primeiro capítulo, intitulado “Fundamentação teórica e revisão da literatura” é apresentado o referencial teórico que dá suporte a este trabalho, abordando os principais elementos presentes na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, notadamente aqueles ligados ao pensamento geométrico como apreensão figural e modificações figurais.

No segundo capítulo, denominado Formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino foi feita uma abordagem sobre a formação de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Considerou-se a normatização da formação inicial desses profissionais; o enfoque dado à Matemática nos currículos dos cursos de Pedagogia; a formação continuada a partir da construção de saberes elaborados na prática docente e, finalmente os cursos de formação continuada oferecidos pela Secretaria de Educação do Município de Fortaleza.

No terceiro capítulo, cujo título é Percurso metodológico: a engenharia didática são contemplados os construtos teóricos da Engenharia Didática, metodologia escolhida para esse trabalho. São explicitados, ainda, os procedimentos metodológicos utilizados nas quatro fases da Engenharia Didática: análises prévias, análises *a priori*, experimentação e análise *a posteriori* e validação.

No quarto capítulo, cujo título é Construindo a engenharia didática: concepção e análise de uma sequencia didática são analisados os resultados obtidos em cada fase da Engenharia e validados internamente. A validação deu-se internamente pela confrontação entre os dados da análise *a priori* com os dados obtidos na fase subsequente, a análise *a posteriori*.

Por fim, são tecidas as considerações finais na quais são apresentadas as constatações e achados desse estudo.

1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

Da maneira mais global, podemos constatar que o progresso do conhecimento vem acompanhado sempre da criação e do desenvolvimento de sistemas semióticos novos e específicos que coexistem mais ou menos com o primeiro dentre eles, aquele da língua natural.

(DUVAL, 1995).

Das incursões sobre a temática, buscou-se realizar um mapeamento das pesquisas acadêmicas produzidas nas universidades brasileiras no período de 2001 a 2009. Justifica-se este recorte temporal por ser o início de um novo século, além de ser um período próximo à criação de importantes normatizações relativas à educação, como a própria Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1996) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997). Estes documentos indicavam a necessidade de melhorias na formação de professores.

Desse modo, o mapeamento dos trabalhos produzidos neste âmbito foi realizado a partir de consulta ao Portal Capes³. Realizou-se um levantamento preliminar, no âmbito de teses e dissertações com o intuito de investigar as abordagens ou tendências utilizadas nessas pesquisas e, dessa maneira, destacar a relevância do presente estudo no âmbito acadêmico.

A partir do mapeamento acima mencionado, constatou-se a existência de 72 trabalhos acadêmicos no âmbito de teses e dissertações, que investigaram a formação inicial do professor para ensinar matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. No que tange à geometria, encontramos apenas quatro trabalhos realizados nesse período: “Proposta para a prática do professor do ensino fundamental I de noções básicas de geometria com o uso de tecnologias” (BAGÉ, 2008); “Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de

³ Disponível em: <http://www.periodicos.capes.gov.br>

Geometria: o processo de desenvolvimento profissional de professoras que ensinam Matemática” (MARQUESIN, 2007); O ensino da Geometria nas séries iniciais em Petrolina: do abandono a uma nova perspectiva” (GONÇALVES, 2004) e “Geometria, medo do desconhecido?” (AZAMBUJA, 2004).

Quanto aos trabalhos que utilizaram a teoria dos RRS, destaca-se o trabalho de Sousa (2009), intitulado “Representações semióticas e formação docente para o trabalho com números e operações nos anos iniciais do ensino fundamental”. Nesse estudo, a autora analisa a compreensão, o uso e a coordenação de diferentes registros de representação semiótica por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de um processo de formação, visando o trabalho com números e operações numéricas.

Faz-se pertinente considerar também os trabalhos desenvolvidos pelo grupo MAES. Esse grupo vem produzindo artigos científicos pautados na formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, focalizando os registros de representação semiótica. Tais estudos têm sido apresentados em congressos de Educação Matemática, como: Encontro Brasileiro de estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM), Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM).

A partir desse panorama, acredita-se que os estudos sobre o uso da teoria dos RRS vêm ampliando e apontando novas perspectivas na busca de soluções para os problemas da aprendizagem matemática. Em vista desta constatação, optou-se pelo apoio nesse referencial teórico, com ênfase nos aspectos geométricos elencados por Duval (1995).

Considerando que os recursos informáticos disponíveis atualmente provocam a busca de estratégias pedagógicas favoráveis à construção do conhecimento, esse estudo utilizou-se um *software* de geometria como forma de representação figural dinâmica.

A partir da utilização do *software* como estratégia, buscou-se perceber se as possibilidades dinâmicas do mesmo foram capazes de auxiliar às docentes, sujeitos desta pesquisa, na compreensão dos dois níveis de apreensão figural, ou seja, nos primeiro nível de **reconhecimento** e no segundo nível de **modificações possíveis**

da figura.

2.1 Os registros de representação semiótica: uma alternativa teórica

O ensino da Matemática sempre foi permeado por complexidades no tocante à compreensão dos seus conceitos pelo aluno. Aspectos inerentes à didática da matemática, aos processos de aprendizagem do aluno, à formação do professor (seja pelas características metodológicas ou cognitivas, marcada principalmente pela linguagem e simbolismos, próprios dessa disciplina) passaram a ser investigados, fazendo com que emergissem algumas teorias que têm contribuído para uma melhor compreensão dos processos cognitivos envolvidos na formação do pensamento matemático.

É nesse contexto que surgiu a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval (1995) e usada neste trabalho como referencial teórico. Este autor discute a noção de representação com a finalidade de analisar a influência do registro dos objetos matemáticos sobre a sua compreensão, o que está diretamente vinculado aos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Seu estudo tem sido discutido amplamente no Brasil pelos educadores matemáticos, a partir da década de 1990. Duval estuda o funcionamento cognitivo do pensamento, considerando as mudanças de registros de representação semiótica, em sua importância tanto no aprendizado da matemática quanto da língua materna. Esses estudos levaram à publicação de diversos trabalhos, como *Sémiosis et pensée humaine* e *Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels* (DUVAL, 1995). são dois?

No Brasil, inúmeras investigações têm sido realizadas a partir desse referencial teórico, dentre os quais destacamos o estudo “Registros de representações semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências”, desenvolvido por Colombo, Flores e Moreti (2008).

Nessa investigação os autores fizeram um levantamento das pesquisas brasileiras que utilizaram a Teoria dos RRS como suporte, trazendo reflexões a partir de pressupostos e aplicações dos estudos de Raymond Duval sobre o papel dos

registros de representação semiótica no ensino e na aprendizagem da Matemática.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode contribuir para a compreensão do processo cognitivo na apreensão dos conhecimentos matemáticos, através do uso de diferentes representações, quando da realização da sequência didática com as professoras, sujeitos desta pesquisa. Tal escolha justifica-se por encontrar em suas concepções explicações de que as atividades cognitivas necessárias à aprendizagem da matemática estão ligadas à percepção das diferentes representações que o objeto matemático pode assumir, e que o sujeito que aprende consegue relacionar.

A peculiaridade da aprendizagem da Matemática faz com que essas atividades cognitivas requeiram o uso de sistemas de expressão e de representação específicos do que os de língua natural ou imagens.

Os RRS utilizam diferentes linguagens ou sistemas simbólicos para representar o objeto matemático e efetivar a sua compreensão. Essas representações podem se dar no registro dos números, da língua materna ou natural, das gravuras, das figuras geométricas, da álgebra, dos gráficos, das tabelas das linguagens formais (SOUSA, 2009).

2.2 Elementos da Teoria dos RRS

A compreensão em matemática constitui um campo de estudo privilegiado para a análise das atividades de operações de pensamento, como: conceituação, dedução, resolução de problemas e compreensão de textos em língua materna ou de representações em outros registros (DUVAL, 2009).

As incursões sobre a noção de representação já foram objeto de várias investigações, notadamente no campo da psicologia, onde a ideia de representação foi relacionada em três formas diferentes: mental⁴, computacional⁵ e semiótica

⁴ “São todas as que permitem uma visão do objeto na ausência de todo o significante perceptível. Elas são geralmente identificadas às imagens 'mentais' como entidades psicológicas tendo uma relação com a percepção”. (DUVAL, 2009, p. 45)

⁵ “São todas aquelas cujos significantes, de natureza homogênea, não requerem visão de objetos, e que permitem uma transformação algorítmica de uma sucessão de significantes em uma outra”.

(DUVAL, 2009). As duas primeiras são internas ao sujeito, enquanto a semiótica é externa ao sujeito e é constituída pelo emprego de signos. É sobre esta última que Duval concentra sua atenção, destacando que as representações semióticas não são uma mera externalidade da representação mental, geradas apenas com o fim de comunicar. Ressalta ainda que esta é uma visão enganosa e pontua que a representação semiótica é essencial para o desenvolvimento cognitivo do pensamento.

Barreto e Sousa (2009, p.6) indicam que as representações semióticas, são entendidas como:

(...) produções constituídas pelo emprego de signos, utilizadas para expressar, objetivar e tratar as representações mentais, isto é, o conjunto de concepções de um indivíduo acerca de um objeto ou situação. Segundo o autor, o objeto matemático somente se dá a conhecer por meio de suas representações, em distintos registros de representação.

Duval (1995) anuncia que para a compreensão do funcionamento cognitivo do pensamento há que se considerar dois elementos indispensáveis: a *semiósi* (representação do objeto matemático) e a *noési* (compreensão do objeto matemático). Para o autor não existe *noési* sem *semiósi*. Assim, para que haja aprendizagem matemática faz-se necessária a articulação entre as diferentes formas de representação, provocando avanços sobre a compreensão do objeto matemático, por parte do sujeito cognoscente.

As Representações Semióticas cumprem três funções que são conscientes e externas ao sujeito: objetivação, comunicação e tratamento. A função de objetivação é acionada no momento em que o sujeito usa a representação para clarear para si mesmo uma conceituação que está em vias de construção. Nos termos de Duval (1995, p. 26) “ensaiar a dizer a si mesmo aquilo que o sujeito não chegou ainda a tomar consciência”. A comunicação ocorre no momento em que um sujeito usa a representação para comunicar a outro, um conceito que necessita ser representado. Por fim, a função de tratamento consiste em trabalhar os dados em um mesmo

registro de representação em busca da resolução do problema.

Além das funções inerentes à representação, Duval apresenta, ainda, três atividades cognitivas favorecidas pelas representações semióticas. Para o autor, existem três tipos de atividades cognitivas ligadas à *semiósis*: formação, tratamento e conversão.

A primeira atividade, diz respeito à formação de representações num registro semiótico particular, seja para 'expressar' uma representação mental, seja para 'evocar' um objeto real. Para formar uma representação é necessário respeitar as regras de conformidade, característica do registro específico em que se está trabalhando, isto é, "aquelas que definem um sistema de representação e, por consequência, os tipos de unidades constitutivas de todas as representações possíveis num registro" (DUVAL, 2009, p. 55). Não é possível, por exemplo, formar um registro fracionário, se não se seguem as regras que estabelecem as relações entre todo e parte, entre numerador e denominador.

A segunda atividade cognitiva é a de **tratamento**, sobre a qual Duval atesta:

Um tratamento é a transformação de uma representação obtida como um dado inicial em uma representação considerada como terminal em relação a uma questão, a um problema ou a uma necessidade, os quais fornecem o critério de parada na série de transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema (DUVAL, 2009, pp. 56-57).

Essa atividade consiste, portanto, na realização de transformações que acontecem internamente a um registro e obedecem a regras de expansão. São regras que permitem a expansão da informação, favorecendo outra representação, mas ainda no mesmo registro que o de partida. Por exemplo, a resolução da expressão aritmética $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ impõe o conhecimento de regras próprias, sem as quais não se resolverá a contento a expressão, não chegando à resposta $\frac{3}{4}$. A proposta inicial do problema foi colocada no registro aritmético e a sua resposta se encontra no mesmo registro, podendo-se falar que houve apenas um tratamento.

A terceira atividade é a conversão. Segundo Duval (2009, p. 58) converter é:

“transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” A conversão, diferentemente do tratamento, acontece externamente em relação ao registro de partida.

Voltando ao exemplo da soma das frações $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, pode-se optar por converter a escrita fracionária em uma escrita decimal. Assim a expressão se transformaria em $0,5 + 0,25$. Entretanto, a decisão de recorrer à mudança de registro exige conhecer regras de conversão, sem as quais os elementos trazidos de um registro para o outro serão desvirtuados. A falta de domínio das regras de conversão pode levar indivíduos a converterem a primeira expressão, em algo como: $1,2 + 1,4$, sem perceber que já não se trata mais dos mesmos objetos matemáticos registrados originalmente.

Veja-se outro caso no qual fica evidente a relevância da conversão para chegar à solução. Na situação $\frac{1}{4} + \frac{1}{10} + \frac{5}{100} + \frac{1}{2}$, para se chegar à resposta, dentro do registro fracionário, o aluno deveria necessariamente dominar as regras de expansão exigidas nessa situação, o que lhe demandaria mais tempo para fatorar denominadores, encontrar novos numeradores e somar as frações com os denominadores iguais. Enquanto que se ele optar por converter do registro fracionário para o registro decimal ele terá: $0,25 + 0,1 + 0,05 + 0,5$. Nesse caso se exigirá apenas que ele realize uma soma de números decimais, observando as regras de expansão desse registro. Percebe-se, assim, que a conversão é utilizada também visando economia no tratamento.

De acordo com Duval (2005), a dificuldade em realizar a conversão deve-se ao fato de que o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível. Daí que o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas

Em vista disso, percebe-se que a compreensão matemática está fortemente relacionada com a diversificação de registros de representação. Essa diversidade permite uma compreensão global do objeto matemático e rompe com o enclausuramento da aprendizagem em um único registro de representação, possibilitando aos aprendentes fazer associações conceituais e não confundir o

objeto matemático com sua representação. Todavia, Duval (2009, p. 63) assegura que “a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos”. Da mesma forma, assevera que uma mudança explícita de registro proporciona uma significativa compreensão. Assim, o autor considera que a atividade de conversão é tão fundamental quanto as atividades de formação e tratamento e que, no entanto, a escola não lhe dá a devida atenção, por acreditar que ela se dá de forma espontânea.

O autor reitera que o uso de vários sistemas semióticos de representação é indispensável para a realização de necessárias atividades cognitivas na construção conceitual de um objeto matemático. Ressalta, contudo, que é preciso diferenciar um objeto matemático de sua representação. Esta diferenciação só é passível de realização a partir do uso de diferentes representações semióticas de um mesmo objeto, com as conversões realizadas entre esses diferentes registros. Por exemplo, o número “meio” pode ser representado em forma decimal, fracionária, língua materna, desenho e outra situação. Mas compreender efetivamente esse número é perceber que, em cada uma destas representações está presente o mesmo número, a mesma ideia. Duval (2009) observa que a confusão entre um objeto e sua representação, provoca perda na sua compreensão.

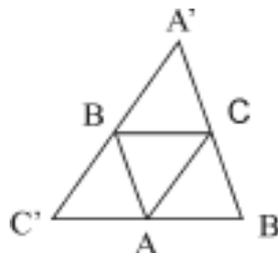
Diante da relevância das conversões para a aprendizagem da matemática, é necessário considerar os problemas específicos ligados a elas: os fenômenos da congruência/não-congruência.

A congruência e não-congruência estão relacionadas à proximidade ou distanciamento estabelecido entre o registro de partida e o registro de chegada. Para avaliar os níveis de congruência Duval (1995) elenca três fatores: correspondência semântica das unidades de significado, unicidade semântica terminal, conservação da ordem das unidades de significado.

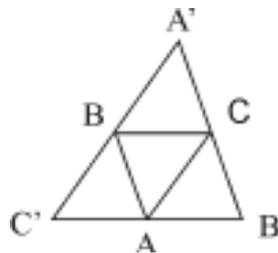
Assim, temos, por exemplo, as seguintes situações:

Problema 1

Quantos triângulos você consegue visualizar na figura abaixo?

Problema 2

Quais e quantas formas você consegue visualizar na imagem abaixo?



No primeiro problema, temos uma situação de congruência, ou seja, há uma correspondência semântica e não existe a presença de palavras que levariam à confusão na interpretação da situação e conseqüente resolução da mesma. A correspondência do enunciado com desenho facilita a obtenção da resposta.

No segundo caso, temos uma situação de não-congruência, que pode levar à compreensão errônea do problema. A imagem pode sugerir, inicialmente, a percepção somente de triângulos, mas os problemas se detêm a outras formas presentes.

Outro fenômeno observado na realização da conversão é o da heterogeneidade entre os dois sentidos o qual diz respeito à coordenação entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático, realizando conversões

apenas em mais de um sentido. Segundo Sousa (2009. p. 59):

Converter da língua materna para o registro numérico não garante, por exemplo, que a elaboração do enunciado de uma situação-problema, em língua materna, a partir de uma expressão numérica, aconteça espontaneamente. Isto é, que a conversão do registro numérico para a língua materna seja evidente.

A partir das ideias de Duval, é condizente afirmar que a coordenação de diferentes registros possibilita uma mobilização de conhecimentos. O ensino da matemática não deve, portanto, limitar-se a apenas um registro, pois ocasionará limitações conceituais.

Pesquisadores em Educação Matemática têm buscado opções metodológicas e didáticas que possam contribuir para a aprendizagem da geometria. Já se conta com diversos estudos que tomam por base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, enfocando os conceitos da geometria. O trabalho de Flores (2006) apresenta uma análise sobre o papel heurístico das figuras como suporte para a aprendizagem em Geometria. O estudo realizado por Kallef (2007) versa sobre os obstáculos cognitivos apresentados por um grupo de professores durante uma formação, tendo como suporte de análise a teoria dos RRS.

Este trabalho se insere no grupo que optou por tomar a teoria dos RRS como aporte teórico para realizar as análises concernentes às atividades de Geometria. Desse modo, serão tratados os principais elementos conceituais desse campo presentes na referida discussão teórica. Discutir-se-á como a utilização do registro figural apoiado pelo registro discursivo pode auxiliar na aprendizagem desse campo da Matemática.

2.3 O RRS na aprendizagem da Geometria

A atividade exigida em geometria envolve dois tipos de registros: um apoiado nas figuras e outro na língua materna. O primeiro serve para desenhar figuras e suas propriedades e o outro para anunciar as definições, os teoremas e as

hipóteses. Esses dois registros devem apoiar-se no auxílio à compreensão do objeto geométrico.

Os registros de representação podem ser organizados em representação discursiva e não discursiva que por sua vez podem ser registros multifuncionais ou monofuncionais como ilustra o quadro a seguir.

Quadro 1 - Registros mobilizáveis na atividade matemática

	Representação discursiva	Representação não-discursiva
Registros multifuncionais	Língua natural <ul style="list-style-type: none"> • Aspectos conceituais • Argumentação • dedução a partir de definição ou teorema 	Figuras geométricas planas ou em perspectiva (configurações) <ul style="list-style-type: none"> • Apreensão operatória • Construção de instrumentos
Registros monofuncionais	Escrita decimal, fracionária, algébrica, simbólica, aritmética.	Gráficos cartesianos

Fonte: Duval (2003)

A mobilização de pelos menos dois desses registros ao mesmo tempo é no que consiste a atividade matemática. Segundo Duval (1995, p. 169):

Em Geometria, a atividade matemática, exige dois tipos de registros: um das figuras e outro da língua natural. Servindo tanto para desenhar figuras e suas propriedades ou para anunciar as definições, os teoremas, às hipóteses. Aqui os tratamentos são efetuados apenas em um dos dois registros, É que eles estão no mais econômico ou mais controlável: a escrita simbólica ou representação gráfica. Em seguida o resultado obtido pode ser modificado em uma representação do registro de partida. A atividade cognitiva solicitada em geometria exige, ao contrário, mais que isso. Os tratamentos efetuados separadamente e alternativamente em cada um dos dois registros não são mais suficientes para que uma ação possa ter êxito. É necessário que o tratamento figural e discursivo sejam efetuados simultaneamente e de forma interativa. A originalidade das ações em geometria em relação a outras formas de atividade matemática, é o fato de que a coordenação dos tratamentos específicos no registro das figuras e aquele de um discurso teórico em língua natural passa a ser absolutamente necessário (tradução livre).

Dentro da Geometria, as figuras representam um suporte intuitivo que permite visualizar muito mais do que dizem os enunciados de uma questão. Sobre isso Duval (1995, p.180) afirma:

Não importa qual a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas e, uma outra, controlada e tornando possível a aprendizagem, a interpretação discursiva de elementos figurais (tradução livre).

As informações presentes em um desenho geométrico conduzem ao papel heurístico das figuras, isto é, identificar as propriedades figurais que podem levar à conduta de abdução e guiar à dedução. Nesse caso, abdução seria a capacidade de perceber as figuras em partes separadas inferindo na compreensão de uma situação geométrica. Para Duval (1995), o problema é saber que tratamentos repousam sobre essa conduta de abdução. O autor assevera que:

Esses tratamentos devem ser específicos ao registro das figuras e não podem ser assimilados puramente ou simplesmente a tratamentos matemáticos. Esses tratamentos levarão a considerar que a conduta de abdução depende essencialmente dos conhecimentos matemáticos e que as figuras seriam em realidade heurísticamente acessórios (1995, p.180).

No entanto, nem sempre é fácil perceber na figura todas as propriedades dadas. Por vezes ela impõe dificuldades que não são assimiladas pelos tratamentos figurais e matemáticos. Assim, não é sempre fácil ver sobre uma figura as relações ou suas propriedades em relação às hipóteses dadas e correspondentes à solução procurada.

Duval (1995) considera que a conduta de abdução é ligada a uma interação de uma ação de ordem matemática e a efetuação do tratamento figural pertinente a cada questão. A dificuldade apresentada em uma figura para a conduta de abdução está relacionada a fatores próprios da representação figural. É em função desses fatores que se pode analisar o grau de potência heurística de uma figura e organizar uma aprendizagem centrada sob a utilização heurística dessas.

Para compreender como as figuras podem permitir a conduta de abdução, Duval (1995) distingue dois níveis de apreensão das figuras geométricas:

- Primeiro nível - onde se opera o reconhecimento das diferentes unidades figurais que são distintas dentro de uma figura dada;
- Segundo nível - onde se efetuam as modificações mereológicas e óticas ou posicionais, possíveis das unidades figurais reconhecidas e da figura dada.

O primeiro nível corresponde àquele que descreve classicamente como a percepção. Esse nível será composto por três formas de apreensão, assim distintas:

- Apreensão sequencial: reprodução de uma figura geométrica que depende das propriedades figurais ou do instrumento utilizado;
- Apreensão perceptiva: interpretação das formas de uma figura geométrica numa situação representada;
- Apreensão discursiva: corresponde à explicitação de outras propriedades Matemáticas da figura, articulando desenho e os elementos discursivos.

É nesse nível onde se poderia também falar de apreensão gestaltista da figura ou lei da moldura. Para Duval (1995), essa concepção está relacionada ao reconhecimento de unidades figurais de dimensão 2 não provoca dificuldade quando estas forem separadas. Este tempo de reconhecimento pode ser mais ou menos rápido, de acordo com a orientação dessas unidades em relação à sua orientação visual típica. Conforme esta lei (gestaltista da moldura), ela não é mais a mesma quando essas unidades são integradas em uma nova configuração.

Nesse sentido, faz-se necessário esclarecer os tipos dimensionais presentes em uma figura: dimensão 0 (ponto); dimensão 1 (linha, reta ou curva); dimensão 2 (figura plana).

Em primeiro lugar, algumas unidades de dimensão figurais 2 predominam sobre os outras unidades igualmente de dimensão 2. Em segundo lugar, uma figura geométrica geralmente contém mais unidades figurais elementares do que as

necessárias para lhe construir.

O segundo nível corresponde a uma apreensão operatória das figuras onde ocorrem as modificações e/ou transformações possíveis da figura inicial pela reorganização perceptiva que essas modificações sugerem. Toda figura pode ser modificada de várias maneiras. É nesse nível onde se operam as modificações: mereológicas (separação da figura em partes); ótica (transformação de uma figura em outra) e posicional (deslocamento em relação a um referencial).

Essas modificações dizem respeito à mudança de uma figura em outra num processo denominado de reconfiguração. Este é um tratamento que consiste na partilha de uma figura em sub-figuras, em comparação a sua eventual remontagem em uma figura de um contorno diferente global.

Duval (1995) verificou que muitos estudantes, mesmo os que já se encontram no Ensino Médio, não conseguem resolver atividades de geometria, por não conseguirem chegar a esse nível de apreensão. Essa dificuldade reside, principalmente, na impossibilidade de realizar a reconfiguração.

É com base nesses elementos teóricos que se analisarão os dados coletados a partir da vivência da sequência didática com os professores polivalentes. Estas discussões compõem o capítulo a seguir.

2 FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O professor que não leve a sério sua formação, que não estude que não se esforce para estar à altura de sua tarefa, não tem força moral para coordenar as atividades de sua classe.
(FREIRE, 1996)

Uma vez que este trabalho se propõe a analisar uma iniciativa de formação de professores polivalentes, julgamos oportuno realizar um levantamento acerca desta formação, a partir de diferentes perspectivas. Neste capítulo, consideraremos a normatização da formação inicial desses profissionais; o enfoque dado à Matemática nos currículos dos cursos de Pedagogia; a formação continuada advinda da própria prática docente; os cursos de formação continuada oferecidos pela Secretaria de Educação do município de Fortaleza; a formação de professores para o uso do computador.

3.1 Normatização sobre a Formação Inicial de Professores Polivalentes

No cenário atual da educação brasileira, a formação dos professores para os anos iniciais do Ensino Fundamental, em nível superior, ocorre nos cursos de Pedagogia e no curso Normal Superior, respaldada na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional/ LDBEN nº 9394/96 (BRASIL, 2006). Essa formação habilita o docente para exercer a polivalência, ou seja, lecionar todas as áreas do conhecimento neste nível de ensino.

Além da LDBEN nº 9394/96, o Plano Nacional da Educação – PNE (2001-2010) reforçou a tônica da formação do professor como necessidade emergente do sistema educacional brasileiro. O documento enfatiza a necessidade de elevação do nível de capacitação dos professores, tanto em formação inicial, quanto continuada.

Em seu texto podemos verificar tal preocupação:

A qualificação do pessoal docente se apresenta hoje como um dos maiores desafios para o Plano Nacional de Educação, e o Poder Público precisa se dedicar prioritariamente à solução deste problema. A implementação de políticas públicas de formação inicial e continuada dos profissionais da educação é uma condição e um meio para o avanço científico e tecnológico em nossa sociedade e, portanto, para o desenvolvimento do País, uma vez que a produção do conhecimento e a criação de novas tecnologias dependem do nível e da qualidade da formação das pessoas (BRASIL, 2001, p. 76)

Após a publicação desse plano, houve um expressivo crescimento na oferta de cursos de formação em Pedagogia. Em 2005, havia 906 instituições que ofereciam o curso, enquanto que, em 2008, este número elevou-se para 1176 (INEP, 2005; INEP, 2008). Não se sabe, ainda, mensurar o impacto que essa disseminação de cursos superiores trouxe para a prática de ensino e conseqüentemente para obtenção de resultados mais favoráveis no rendimento dos alunos.

Com a crescente demanda e oferta de cursos de Pedagogia, retomaram-se as discussões sobre o currículo desse curso. As mudanças de direcionamento, antes focadas na atuação técnica e funções pedagógicas, inovam apresentando outras atribuições para o pedagogo, agora centrado na função de professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Desse modo, esse novo perfil passa a exigir características diferentes para o curso de Pedagogia. Mudanças em sua grade curricular foram suscitadas e encaminhadas pelo Conselho Nacional de Educação – CNE. Assim, após amplas discussões e debates, foram aprovadas as novas Diretrizes Curriculares Nacionais – DCN do curso de pedagogia, ficando assim definida a função do licenciado:

O curso de Licenciatura em Pedagogia destina-se à formação de professores para exercer funções de magistério na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na modalidade Normal, de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar e em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos (BRASIL, 2006, p. 7).

A formação superior dos professores polivalentes, que já vinha sendo considerado um ponto crucial para a melhoria da qualidade do ensino, após a publicação da lei 9394/96, recomendando a formação em nível superior para os docentes dos anos iniciais, fez proliferar a procura por cursos de pedagogia. Assim, o número de docentes com essa instrução cresceu, significativamente.

Na análise de Vidal (2006), no caso específico do Ceará, tem-se a seguinte evolução quinquenal do quadro de qualificação de professores de 1ª a 4ª série (a avaliação foi feita considerando, ainda, o Ensino Fundamental de 8 anos): no ano de 1995, havia 2.363; em 2000, passou para 5.470, bem próximo do dobro; em 2005, quase quadruplicou, atingindo a cifra de 21.754 professores qualificados.

Observa-se, portanto, uma evolução significativa do número de professores que obtiveram a titulação em nível superior. Embora o crescimento do número de professores com nível superior tenha sido significativo, as médias de proficiência dos alunos da 4ª série, obtidas através dos indicadores de avaliação, não tiveram o mesmo nível de alteração. Essa disparidade entre qualificação de professores e nível de desempenho de alunos nos leva a acreditar que possivelmente existam problemas inerentes à formação inicial dos mesmos, que precisam ser pesquisados com mais cautela.

3.2 A Matemática nos Currículos de Formação Inicial dos Pedagogos

O tratamento dado especificamente à Matemática nos currículos do curso de Pedagogia tem sofrido mudanças. Nacarato (2009) realizou estudo, evidenciando as transformações efetivadas, década a década, a partir dos anos 1980 até os anos 2000.

A autora afirma que, na década de 1980, o currículo apresentou mudanças ancoradas nas ideias que permeavam o contexto educacional, fortemente influenciado pelo construtivismo. Dessa maneira, foram verificadas algumas inovações como: alfabetização matemática; indícios de não-linearidade do currículo; aprendizagem com significado; valorização da resolução de problemas; linguagem

matemática, dentre outros. Nessa época, os professores dos anos iniciais tinham, em sua maioria uma formação em nível médio, antigo Curso Normal, que lhes dava habilitação para ensinar na Educação Infantil e anos iniciais do EF.

Com a disseminação do ideário construtivista, muitas secretarias de educação, baseadas nas formulações de Piaget, elaboraram e implantaram propostas pedagógicas pautadas nessa nova concepção de aprendizagem. Muitos docentes tiveram que, de forma abrupta, vivenciar o dilema de terem suas práticas já consolidadas questionadas e consideradas ultrapassadas e adotar novas práticas baseadas em uma teoria que eles não conheciam, tampouco compreendiam os seus princípios. Passada a fase de euforia, percebeu-se que a precipitação em utilizar massivamente o ideário construtivista, sem o devido preparo dos docentes, provocou uma série de distorções e equívocos na compreensão das ideias desenvolvidas por Piaget. A negação da velha prática e a fragilidade na compreensão da nova teoria trouxeram problemas para a ação docente.

Com relação à década de 1990, Nacarato et al (2009) destaca as modificações trazidas pela Lei de Diretrizes e Bases Nacionais da Educação – LDBEN nº 9.394/96 – que instituiu a formação em nível superior para o professor dos anos iniciais do EF em cursos de pedagogia ou normal superior. A Lei propôs a criação de um currículo de base nacional comum, o que deu início à formulação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) que dividiu o ensino em ciclos. Aos professores pedagogos coube a tarefa de trabalhar com o 1º e 2º ciclos, correspondente aos primeiros anos da escolaridade.

Nestes ciclos, no que tange à Matemática, os PCN trazem inovações, cabendo destacar a ruptura com a linearidade do currículo, estabelecendo conexões com outras disciplinas; a organização dos conteúdos em blocos que se interligam; a contextualização dos conteúdos na vida cotidiana dos alunos.

Dessa forma, os PCN propõem a organização do currículo de Matemática, para os anos iniciais do EF, em quatro blocos distintos e articulados: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Tal proposta tenta integrar os campos da matemática enfocados nesta parcela do Ensino Fundamental, isto é, a aritmética e a geometria.

Na década de 2000, cresceram significativamente as investigações sobre o ensino da matemática. Esses estudos contribuíram para aprimorar a discussão sobre que tipo de enfoque / abordagem deve ser dado ao ensino da Matemática.

Apesar de todas as discussões e regulamentações surgidas no período, em torno dos problemas da matemática nos currículos de pedagogia, a realidade parece não ter sofrido grandes modificações, mesmo nos dias atuais. É o que se pode constatar na afirmação a seguir:

Os cursos de habilitação ao magistério pouco contribuíram com a formação matemática das futuras professoras, os cursos de pedagogia, na maioria das instituições superiores, mostravam-se ainda mais deficitários [...] na grade curricular dos cursos de pedagogia raramente são encontradas disciplinas voltadas à formação matemática específica dessas professoras (NACARATO et al, 2009, p. 18).

A ênfase curricular continua a ser nas metodologias, em detrimento dos conteúdos matemáticos relativos a esse nível de ensino, conforme afirmam Barreto (2007) e Nacarato (2009). Pode-se perceber, assim, que ainda se parte do princípio de que os professores já trazem de sua formação da Educação Básica, de forma suficientemente articulada, os conceitos de matemática a serem trabalhados nos anos iniciais. Se este não for o caso, acredita-se que eles poderão aprender apenas com o auxílio do livro didático. Tal fato pode ser um indicativo de que esses docentes não estão sendo preparados para ensinar a Matemática que possa fazer frente às exigências da sociedade atual.

Atualmente nas duas universidades públicas existentes no município de Fortaleza, o curso de pedagogia conta com as seguintes disciplinas voltadas ao ensino da matemática:

Quadro 2: Disciplinas do curso de Pedagogia voltadas para o ensino da Matemática (UFC e UECE)

Universidades	Disciplinas voltada para o ensino da Matemática	Carga horária
Universidade Federal do Ceará (UFC)	Matemática do Ensino Fundamental: anos iniciais	80 horas
	Prática de Ensino da Matemática do Ensino Fundamental	80 horas
Universidade Estadual do Ceará (UECE)	Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental I	68 horas-aula
	Matemática na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental II	68 horas

Fonte: elaborado pela autora

Constatou-se que a carga horária apresentada para a disciplina de Matemática pelas duas universidades públicas, UFC e UECE, totalizam 160 horas e 136 horas respectivamente. Diante desse cenário, confirmou-se o que já foi declarado anteriormente sobre a carga horária diminuta oferecida aos futuros pedagogos para ensinar Matemática, pouco contribuindo para a superação de lacunas conceituais por parte dos estudantes de pedagogia, nessa área de ensino.

3.3 A Formação do Professor a partir da Prática Docente

Diante de problemas no processo de formação inicial para o trabalho com a Matemática, ao professor resta aprender em seu processo de formação continuada. Entende-se este processo não apenas como constituído pelos cursos de capacitação, mas também pelo que é vivenciado na prática de ensino. O professor acaba necessitando aprender muito do que ele deve ensinar, muitas vezes com os próprios alunos, com os livros didáticos, com colegas de trabalho, ou seja, os professores estão em constante busca de saberes e práticas. É nesse sentido que

Tardif aponta os cinco saberes que são utilizados pelos professores no contexto de sua profissão e da sala de aula:

[...] saberes pessoais dos professores, saberes provenientes da formação escolar anterior, saberes provenientes da formação para o magistério, saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho e saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola (TARDIF, 2002, p. 63).

O ensino da Matemática sempre foi permeado por mitos e verdades inquestionáveis que contribuíram para respaldar as práticas de ensino dessa disciplina (SPINILLO E MAGINA, 2004). Criou-se uma imagem estereotipada de que essa disciplina é de difícil compreensão e que, por esta razão, explica os grandes índices de rejeição e fracasso escolar. Lorenzato (2006) teceu comentários a este respeito, ressaltando o papel que deve desempenhar o professor dos anos iniciais, em relação à Matemática:

O sucesso ou fracasso dos alunos diante da matemática depende de uma relação estabelecida desde os primeiros dias escolares entre a matemática e alunos. Por isso, o papel que o professor [polivalente] desempenha é fundamental na aprendizagem dessa disciplina, e a metodologia de ensino por ele empregada é determinante para o comportamento dos alunos (LORENZATO, 2006, p. 01):

Muitos dos que exercem hoje as funções docentes vivenciaram, como alunos do ensino básico, concepções preconceituosas acerca da disciplina e carregam consigo essa visão para sua prática de ensino da Matemática. Mesmo sem se dar conta, os professores acabam repetindo as mesmas práticas antiquadas e errôneas que refletem sua aversão e insegurança ao ensinar os conteúdos matemáticos. Nesse sentido, Lorenzato (2006, p. 3) afirma que “ninguém consegue ensinar o que não sabe, decorre que ninguém aprende com aquele que dá aulas sobre o que não conhece”. Portanto, se o docente tem dificuldades em assuntos que ele deverá ensinar, a formação complementar é mais do que necessária, é vital para o

aprendizado do educando.

Nesta mesma linha, Ponte (2009, p. iniciais) e complementa “não é . 2) assegura que “a preparação dos professores, nesse campo [a matemática], parece ser problemática em todos os níveis de ensino, mas particularmente nos anos possível ensinar bem Matemática quando não se tem conhecimento de Matemática”.

É inegável que as lacunas deixadas na formação dos professores, em relação aos conteúdos de Matemática, trazem reflexo para sua prática de ensino. Eles acabam recorrendo, na maioria das vezes, ao livro didático como o grande suporte de conhecimentos. Entretanto, essa ação não garante o domínio pleno dos conteúdos, tampouco abre possibilidades para a criação de metodologias e uso de representações diversificadas, necessárias à superação das dúvidas apresentadas pelos alunos.

No caso específico dos anos iniciais, essas lacunas são explicitadas na rejeição que parte dos professores sentem em relação à Matemática, o mesmo ocorrendo em relação aos alunos. Tais problemas são estendidos para os anos seguintes, gerando um “efeito cascata”, dificilmente contornado sem intervenções objetivas e bem definidas.

A formação continuada, nesse sentido, apresenta-se como alternativa indispensável à formação inicial dos docentes, sendo necessária para mantê-los em sintonia com as constantes mudanças exigidas pela sociedade contemporânea. Sobre isso, destaca-se:

O exercício e o treino poderiam bastar para manter competências essenciais se a escola fosse estável. Ora, exerce-se o ofício em contextos inéditos, diante de públicos que mudam, em referência a programas repensados, supostamente baseados em novos conhecimentos, até mesmo em novas abordagens e novos paradigmas. Daí a necessidade de uma formação contínua [...], o que ressalta o fato de que os recursos cognitivos mobilizados pelas competências devem ser *atualizados* adaptados a condições de trabalho em evolução (PERRENOUD, 2000, p. 155).

Alguns problemas apontados nas políticas de formação inicial dos professores

ainda persistem nos programas de formação continuada. Para este trabalho, destacam-se as iniciativas de formação continuada gerenciadas pela Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza, no período de 2001 a 2010.

3.4 Formação Continuada em Matemática dos Professores Polivalentes: cenário na rede municipal de Fortaleza

Realizamos um levantamento das formações estruturadas no âmbito da Secretaria Municipal de Educação de Fortaleza, voltadas aos docentes lotados em turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no período de 2001 a 2010. Tal período foi escolhido para que possamos analisar como a formação continuada tem acontecido para essa disciplina, após a publicação do Plano Nacional de Educação – PNE que ocorreu em 2001.

Este documento ressaltou a importância da formação continuada como uma das condições para a valorização do magistério. Entende-se por formação continuada aquela que o professor realiza, durante o exercício da docência. É ainda o PNE que afirma que a formação permanente (em serviço) terá especial atenção em decorrência das exigências de um nível de conhecimentos sempre mais amplos e profundos na sociedade moderna (BRASIL, 2001).

De acordo com levantamento feito junto à Secretaria de Educação Municipal (SME) de Fortaleza, a formação continuada tem sido uma ação presente na política de educação do município. É do entendimento do grupo de técnicos e assessores pedagógicos da SME que esta é uma ação necessária a fim de sanar problemas de *déficits* na formação inicial do professor e mau desempenho discente. O técnico da SME, responsável pelo acompanhamento das capacitações em Matemática, oferecidas aos professores da rede municipal, demonstra esta crença: *precisamos melhorar os índices de rendimento escolar, já que nas últimas avaliações de desempenho, nossos índices foram baixíssimos*. Ressalta a necessidade de atualizar as práticas de ensino, adaptando-as às necessidades atuais bem como às novas ideias que vêm sendo agregadas à concepção de educação de qualidade.

Constatamos que as iniciativas de formação continuada dos professores lotados na Secretaria Municipal de Educação, no período de 2001 a 2010 têm partido do Governo Federal através do Ministério de Educação (2 cursos) e do Governo do Estado do Ceará (1 curso). Ao município coube apenas a tarefa de executar tais modelos, seguindo as orientações oferecidas nas propostas. O município de Fortaleza não elaborou nenhuma proposta na área de Matemática para o nível de ensino focado neste trabalho, apesar de o executivo municipal ter autonomia para fazê-lo, de acordo com suas necessidades.

No período em foco, foram oferecidos os seguintes cursos que incluíam capacitação para a área de Matemática: na alçada do Estado, o Curso de Formação para Professores da Rede Pública de Fortaleza – EAD (2003-2005); de iniciativa federal, ofereceram-se o Pró-Letramento (2008) e o curso de Especialização em Docência nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (2008/2009), incorporando parte das orientações do Gestar I⁶. A seguir, o detalhamento de cada um destes cursos.

3.4.1 Curso de Formação para Professores da Rede Pública – EAD

Destinado aos professores polivalentes da rede pública de ensino, essa formação aconteceu na modalidade a distância através de recursos multimídias. A com carga horária foi de 100 horas, divididas equitativamente para as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, no período de setembro de 2003 a setembro de 2005. Foi realizado a partir de parceria entre a Secretaria de Educação do Estado (SEDUC), a quem cabia o financiamento; a Universidade Aberta do Nordeste (UANE) responsável pela elaboração dos materiais e certificação; e a Fundação Demócrito Rocha, unidade executora, responsável pela distribuição do material, aplicação e correção das avaliações e, ainda, corresponsável pela certificação.

Foram inscritos 33.000 docentes em todo o Estado, vinculados à rede pública (municipal e estadual). O curso acontecia através da distribuição de fascículos

⁶ Gestar I – Esta formação destinava-se a formar todo o contingente de professores polivalentes da rede municipal de Fortaleza tanto em Português como em Matemática. Entretanto, ela não chegou a ser concretizada por decisão da SME.

quinzenais (12 para Língua Portuguesa e 12 para Matemática). Além dos fascículos, os professores podiam contar com apoio de fax, telefone 0800 para dúvidas, jornal da escola (material distribuído nas escolas), *e-mail*, TV e tutoria.

O trabalho de tutoria dava-se presencialmente, com a ida voluntária do cursista à Fundação, sempre que necessitasse de algum esclarecimento acerca do conteúdo estudado. Já o programa de televisão, acontecia aos sábados com a presença do professor responsável pela elaboração do fascículo que estava sendo estudado naquele período.

Ao final do curso, os cursistas foram avaliados através de prova escrita, aplicada presencialmente, na qual deveriam obter nota mínima 7 (sete), para receberem os certificados.

Os dados relativos ao curso não foram preservados, nem tabulados por nenhuma das instituições comprometidas com o processo, não sendo possível, portanto, saber qual o contingente de aprovados-reprovados, tampouco o número de docentes atendidos, em cada uma das redes. A falta destes dados evidencia a carência de controle por parte da SME, com relação ao processo de formação continuada de seus professores. Assim sendo, torna-se difícil que a Secretaria diagnostique a situação de formação dos docentes para, com isto, planejar futuras ações.

3.4.2 Pró-Letramento

O Pró-Letramento, proposto como parte de um processo de “Mobilização pela Qualidade da Educação – é um programa de formação continuada de professores, para melhoria da qualidade de aprendizagem da leitura/escrita e matemática nos anos/anos iniciais do ensino fundamental” (BRASIL, 2008, p. 02). Aconteceu durante ano de 2008, com carga horária de 120h/a, das quais 60h/a foram destinadas à Matemática. Foram objetivos do programa:

1. Oferecer suporte à ação pedagógica dos professores dos anos iniciais do ensino fundamental, contribuindo para elevar a qualidade do ensino e da aprendizagem de Língua Portuguesa e Matemática;
2. Propor situações que incentive a reflexão e a construção do conhecimento como processo contínuo de formação docente;
3. Desenvolver conhecimentos que possibilitem a compreensão da matemática e da linguagem e seus processos de ensino e aprendizagem;
4. Contribuir para que se desenvolva nas escolas uma cultura de formação continuada;
5. Desencadear ações de formação continuada em rede, envolvendo Universidades, Secretarias de Educação e Escolas Públicas dos Sistemas de Ensino (BRASIL/MEC, 2008, p. 02).

O programa foi realizado pelo MEC, em parceria com as universidades que integram a Rede Nacional de Formação Continuada, com adesão dos estados e municípios. De acordo com o guia de orientações gerais do MEC:

A Rede Nacional de Formação é formada por Universidades em que se constituem Centros de Pesquisa e Desenvolvimento da Educação. Cada um desses Centros mantém uma equipe que coordena a elaboração de programas voltados para a formação continuada dos professores de Educação Básica em exercício nos sistemas estaduais e municipais de educação. Na constituição da REDE, foi enfatizada a capacidade de articulação e estabelecimento de parcerias dos Centros com outras Universidades para o cumprimento das propostas conveniadas (BRASIL, 2008, p.30)

Em Fortaleza, participaram professores que estivessem em exercício nos anos iniciais do Ensino Fundamental das escolas públicas. Especificamente em Matemática, foram inscritos 166 professores no primeiro semestre e 211 no segundo, o que totalizou 377 professores participantes.

O curso aconteceu na modalidade semipresencial com suporte de material impresso e vídeos. Os tutores (em número de 10) foram selecionados entre professores e coordenadores efetivos da própria rede municipal e treinados por uma equipe de assessoria do MEC. Cada tutor deveria responsabilizar-se por uma turma de 25 alunos, serviço pelo qual teriam sua carga horária de trabalho na escola

reduzida. Os depoimentos de tutores, no entanto, asseguram que houve problemas no processo de redução de horário de trabalho. Segundo depoimento da tutora 1, que ministrou o curso para uma das turmas de professores: *Nós tivemos muitos problemas com a direção da escola na qual trabalhamos, pois a mesma não queria liberar a gente para ir ministrar o curso.*

Os professores participantes também deveriam ser liberados de sua atividade docente uma vez por semana, havendo, portanto, a necessidade de alocação de um professor substituto. Esta substituição também ocorreu de forma precária. Sem estas providências, tanto tutores quanto cursistas tiveram problemas para frequentar o curso integralmente. A formação teve ainda problemas de logística como falta de material para todos os docentes participantes e alteração constante do local das aulas, o que gerou dispersão e fragmentação desta capacitação.

Com relação às dificuldades dos cursistas com os conteúdos relativos à Matemática, tutores relatam que elas iam desde a resolução de operações simples como adição e subtração, uso de material concreto até operações mais complexas como as frações, por exemplo. O tutor dois esclarece esse aspecto: *Durante o curso foi possível identificar dificuldades primárias dos professores em resolver operações simples como resolver contas envolvendo as quatro operações, principalmente a divisão, quando o assunto era fração aí que a dificuldade deles em compreender o assunto era mais complexa ainda.*

Em outro depoimento, a tutora um afirmou que *muitos professores cursistas nunca antes haviam participado de curso de aperfeiçoamento para ensinar Matemática e revelaram ainda que tinham grande aversão a essa disciplina.*

O curso que havia sido proposto para contemplar, ano a ano, uma série do Ensino Fundamental, até atingir as cinco primeiras, nas quais os professores polivalentes atuam, contemplou apenas os docentes da primeira. A falta de recursos e a grande dificuldade em substituir os professores para estes se ausentarem da sala de aula para frequentar a capacitação fizeram com que o curso fosse interrompido, por decisão da SME. Tal medida, também foi justificada pelo fato de o Governo do Estado implantar a formação para o Programa de Alfabetização na

Idade Certa (PAIC)⁷o qual deveria atingir o mesmo público docente. Entretanto, este curso tinha o enfoque único na Língua Portuguesa, contemplando apenas os professores de 1º e 2º ano.

Assim sendo, houve prejuízo na capacitação de todos os docentes dos anos iniciais em Matemática, com exceção daqueles poucos que já haviam sido qualificados no ano de vigência do Pró-letramento, além de perdas na capacitação dos professores do 3º ao 5º ano, tanto em Língua Portuguesa, quanto em Matemática.

3.4.3 Especialização em Docência nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

O curso contemplou todas as áreas dos anos iniciais do Ensino Fundamental e foi iniciado em maio de 2008, com término em novembro de 2009 após a apresentação de trabalho monográfico. Teve carga horária de 480h/aula na modalidade presencial e as aulas ocorreram três noites por semana.

Foram contemplados 200 professores de uma lista de docentes inscritos, interessados em fazer este curso. Segundo o coordenador do curso, a seleção foi a partir dos seguintes critérios *ser professor lotado em salas de terceiro ao quinto ano; não ter curso de especialização e ter mais de cinco anos em sala de aula.*

A definição destes critérios foi justificada pelo técnico e coordenador da SME, da seguinte forma atender apenas a professores de 3º a 5º ano decorria do fato de os professores de 1º e 2º anos já terem sido contemplados com o PAIC. O segundo critério visou evitar a duplicidade de capacitações, quando ainda se tem um contingente expressivo de professores sem o nível de especialização. Quanto ao terceiro critério, priorizar o profissional que efetivamente atua na sala de aula.

Esta formação foi executada pela Universidade Estadual do Ceará e

⁷ Programa Alfabetização na Idade Certa tem como objetivo oferecer assessoria técnica aos municípios para modificar os seus baixos indicadores de aprendizagem no período de quatro anos (2007 a 2010). Foi implantado pela Secretaria de Educação do Ceará.

monitorada pela equipe de acompanhamento do Ensino Fundamental da SME. Para efeito deste trabalho, aprofundaremos a discussão apenas em torno das disciplinas de Matemática oferecidas nessa especialização. São elas: Concepção de Ensino e Conceitos Matemáticos Básicos no Ensino Fundamental (15h/a); Teoria e Prática no Ensino dos Números Racionais e Geometria (60h/a) e Oficinas Pedagógicas (15h/a).

Tais disciplinas objetivaram *desenvolver habilidades e competências relacionadas aos conteúdos de números racionais e de Geometria e principalmente reverter o desempenho dos alunos nas avaliações de desempenho futuras* (depoimento do professor que ministrou as disciplinas). Este objetivo decorreu do fato de a SME ter conhecimento dos índices de baixo desempenho dos alunos nas avaliações externas promovidas pelo Governo Federal e Estadual, reconhecendo que é preciso melhorar a formação do professor para ensinar essa disciplina.

Ainda de acordo com o mesmo professor, as dificuldades dos professores na compreensão dos conteúdos foram muitas. Em depoimento afirma:

Os professores do curso têm grandes dificuldades em Matemática. Não sei como eles ensinam Matemática. Não sei como eles aprendem. Eles têm dificuldades primárias assustadoras, principalmente quando o assunto abordado era frações. Eles não compreendem por que tiramos o MMC e MDC.

Para esse professor, muitos cursistas sabiam resolver as operações mecanicamente, mas não sabiam explicar o processo que os levou a encontrar a solução. Afirma ainda que *o professor encontra-se algemado ao livro-didático, não cria além daquilo, o livro didático é o guia.*

Nosso estudo indicou a escassez de formação oferecida aos professores polivalentes, em Matemática. No período de 2001 a 2010, encontramos somente 3 (três) cursos com formação para essa disciplina, mesmo assim, com graves problemas de continuidade e atendimento ao contingente de professores desse nível de ensino.

Língua Portuguesa, mais especificamente a alfabetização, ganhou enfoque

prioritário nas capacitações oferecidas. No entanto, priorizar uma área (Língua Portuguesa) em detrimento de outra (Matemática) é restringir no professor a possibilidade de articular os diferentes conhecimentos, contemplando a interdisciplinaridade tão propalada nos meios pedagógicos. O enfoque das capacitações para a alfabetização parece ter dissociado o ensino da língua materna da linguagem matemática, embora ambas caminhem juntas e complementarmente.

Professores reconhecem que sua formação inicial (licenciatura) não ofereceu subsídios para o domínio dos conteúdos matemáticos que devem ser ensinados aos alunos, refletindo diretamente em sua prática docente. Muitos reconhecem essa carência e alegam que as formações continuadas oferecidas não suprimiram tal deficiência. Nesse sentido, alguns professores com mais de 15 anos de pertencimento ao quadro efetivo, nunca antes tiveram formação para ensinar Matemática. Como ensinar algo que não aprendeu?

Instrutores dos cursos constataram nos docentes dificuldades primárias nas operações básicas da Matemática: como adição, multiplicação e divisão. Assuntos como frações e geometria apresentaram-se mais complexos ainda, principalmente, na representação dessas através de material concreto. Se isso é um fato, não é de surpreender que equívocos graves sejam transmitidos aos alunos. Assim, o professor acaba recorrendo, quase exclusivamente, ao livro didático como suporte teórico e metodológico, reproduzindo mecanicamente o modelo apresentado.

Dessa maneira, continuar investindo na formação em Matemática dos professores pedagogos é um caminho necessário para sanar as grandes dificuldades em aquisição de conteúdos dessa disciplina, desde que essas formações tenham continuidade e focalizem as deficiências reais que esse professorado apresenta.

3.5 Formação de Professores para o uso do Computador

Um aspecto importante a ser ressaltado, ainda, no contexto da formação de professores polivalentes, é a utilização dos computadores no contexto de ensino.

Reconhecemos ser o professor um dos atores mais importantes do processo educacional e, portanto, a sua formação para usar o computador em sala de aula, requer uma ação que promova sua aproximação com essa tecnologia. É assim que se posiciona Silva (2009, p. 57):

Atualmente, novo desafio se apresenta aos professores: a utilização do computador no cotidiano escolar como ferramenta de trabalho pedagógico. Para tanto, faz-se imperioso cuidar da formação docente, posto que o uso do computador em qualquer área de ensino requer a utilização do recurso tecnológico atrelada a uma compreensão sobre a natureza e as possibilidades do trabalho pedagógico.

De acordo com Castro Filho et al (2007, p.01) "O uso de tecnologias de informação e comunicação nos processos de ensino e aprendizagem de Matemática vem sendo cada vez mais enfatizado no cotidiano de alunos e professores".

Nesse sentido, a inserção da informática na escola pode contribuir para a melhoria das estratégias de ensino, no entanto, ainda são escassos os estudos sobre a eficácia do computador como ferramenta didática. Dentro dessa perspectiva, as novas tecnologias podem ser aliadas dos professores que ensinam Matemática, uma vez que as mesmas permitem muitas possibilidades de exploração tornando-se um novo desafio ao professor dessa disciplina, conforme afirma Pais (2006, p. 34,):

Um dos desafios atuais é pensar no que as tecnologias têm de específico e que pertence também à educação matemática. A compreensão de definições, propriedades, algoritmos e a resolução de problemas são competências cuja expansão depende desse entrelaçamento entre o indivíduo e o coletivo.

O uso do computador como ferramenta de apoio ao ensino da Matemática tem tido repercussão e adeptos. É necessário, contudo, analisar com cautela as vantagens de utilizá-lo, antes de adotá-lo como panaceia para todas as dificuldades docentes. Evitar um novo modismo, sem conhecimento das técnicas necessárias para sua exploração e de suas consequências na construção da aprendizagem.

Desse modo, a formação dos professores para utilizar esse recurso tecnológico no contexto é extremamente necessária e urgente.

Na rede municipal de ensino de Fortaleza, a formação dos docentes para uso do computador acontece, via de regra, no Núcleo de Tecnologia Educacional (NTE), vinculado ao programa de Formação Nacional de Informática na Educação (PROINFO).

Em Fortaleza, o NTE funciona no Centro de Referência do Professor (CRP), ligado à Secretaria Municipal de Educação, responsável pela inclusão digital, não somente dos professores, mas também de alunos da rede municipal e ainda de outros cidadãos que necessitem de serviços de acesso a tecnologias. Mas o NTE é o responsável pela formação dos professores para uso das tecnologias com uso pedagógico.

Os cursos oferecidos aos docentes são escolhidos pelo colegiado do CRP que decide se serão oferecidos cursos de introdução (conhecimentos básicos de informática) ou cursos de aprofundamento. Segundo a coordenadora do NTE *a gente tá oferecendo cursos que possam atender a professores que estão nessa situação, iniciando, aprofundamento ou continuando a formação*. O Núcleo considera, ainda, a demanda dos professores por cursos. Eles fazem a solicitação por determinados cursos e o NTE procurar viabilizar a oferta.

Com relação à oferta de cursos voltados para a Matemática, a coordenadora do NTE ressalta que foram oferecidas a partir de 2005 ⁸ algumas formações para o uso de *softwares* os quais contemplam uma parte de conteúdos de Matemática. Os softwares enumerados foram o *Calc*; *Tuxpaint*; *Hotpotatoes*; o *Gcompris* e o *Geogebra*. Este último trabalha especificamente com Matemática. Com esse tipo de formação o NTE espera habilitar os professores para elaborar atividades pedagógicas a partir das ferramentas virtuais.

A coordenadora mencionou ainda o curso “Objetos de Aprendizagem de Matemática”, que é assessorado pela Universidade Federal do Ceará através do Grupo de Pesquisa e Produção de Ambientes Interativos e Objetos de

⁸ A partir de 2005 a Prefeitura Municipal de Fortaleza adotou oficialmente o software livre como sistema operacional a ser usado nas escolas e ampliou significativamente os Laboratórios de Informática Educativa em sua rede de ensino.

Aprendizagem – PROATIVA. “Estes objetos diferem de um *software* educativo por ser granular (pequeno), gratuito, não necessitar de instalação nem de conhecimento avançado para que possa ser manipulado.” Macedo, Lautert e Castro Filho (2008, p.02).

No tocante aos *softwares* que oferecem possibilidades de trabalhar conteúdos da Matemática, verificou-se que a oferta para cursos voltados para essa área ainda é muita escassa, principalmente se compararmos com o quantitativo de *softwares* de matemática na plataforma livre que existem. Conforme demonstrou Silva (2009) em pesquisa na qual constata que apesar de existirem muitos *softwares* de Matemática, cerca de 31%. Entretanto, a formação oferecida aos professores para trabalhar com esses *softwares* precisa avançar, já que o único curso oferecido que tratava apenas de conteúdos Matemáticos foi o *Geogebra*.

Considerou-se necessário compreender o contexto da formação oferecida aos professores da rede municipal para o uso das tecnologias, uma vez que utilizar-se-á nessa pesquisa, o *software Geogebra*, como um instrumento de representação figural dinâmica.

3 PERCURSO METODOLÓGICO: A ENGENHARIA DIDÁTICA

O conhecimento do real é luz que sempre projeta algumas sombras. Nunca é imediato e pleno. As revelações do real são recorrentes. O real nunca é 'o que se poderia achar' mas é sempre o que se deveria ter pensado.
(BACHELARD, 1996)

Nesse capítulo, tratar-se-á da metodologia escolhida para alcançar os objetivos da pesquisa, já enunciados. Optou-se por uma abordagem metodológica que fosse capaz de abranger a complexidade do universo didático da matemática, principalmente, em nível de sala de aula. Em face disto, foi escolhida a realização de uma Engenharia Didática, permitindo um estudo empírico do objeto a ser investigado.

A Engenharia Didática tem como finalidade analisar as situações didáticas, isto é, investigar as diferentes relações entre professor, alunos e conhecimento, no intuito de desencadear uma série de ações voltadas para o ensino e aprendizagem de um conteúdo específico (PAIS, 2002). Por esta razão, fez-se a opção por essa metodologia, considerando-a mais pertinente aos objetivos dessa investigação.

A expressão Engenharia Didática surgiu na França, em meados dos anos de 1980, a partir de pesquisas que visavam melhor compreender as dificuldades de professores e alunos com a Matemática. Segundo Artigue (apud MACHADO, 1999, p. 199) “Trata-se de um esquema experimental baseado sobre ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e análise de sequências de ensino”.

A noção de engenharia didática faz uma analogia entre o trabalho do engenheiro e o trabalho do pesquisador em didática, fazendo referência à concepção, planejamento e execução de um projeto, conforme se pode perceber nos termos de Artigue, a fundadora do conceito:

(...) esse termo foi marcado para o trabalho didático como aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto, apoia-se sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita

submeter-se a um controle de tipo científico, mas ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre muitos objetos purificados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode se encarregar” (ARTIGUE, 1996, p. 243. Tradução livre).

É nessa mesma concepção que Pais (2002, p. 99) posiciona-se ao afirmar que “A engenharia didática caracteriza uma forma particular de organização dos procedimentos metodológicos da pesquisa em didática da Matemática”. O autor ressalta ainda que “essa forma de conduzir a pesquisa decorre de sua dupla ancoragem, relacionando o campo teórico com o campo experimental”. Sobre esse aspecto destaca ainda que:

Uma das vantagens dessa forma de conduzir a pesquisa didática decorre dessa dupla ancoragem, interligando o plano teórico da racionalidade ao território da prática educativa. Entendida dessa maneira, a engenharia didática possibilita uma sistematização metodológica para a realização da prática da pesquisa, levando em consideração as relações de dependência entre a teoria e a prática. (PAIS, 2002, p. 99).

As pesquisas no campo da Educação Matemática, na última década, têm buscado apoiar-se em estudos de campo, a partir de sequências didáticas. Nesse sentido, afirma Almouloud (2008, p. 02):

Vários esforços podem ser percebidos na construção de sequências didáticas e materiais didáticos em ambientes específicos, computacionais ou não, visando seja o estudo de sua aplicabilidade como o diagnóstico de concepções, dificuldades, obstáculos, níveis de desenvolvimento do raciocínio envolvido, entre outros.

Neste trabalho, a escolha por usar a engenharia didática deve-se, em parte, a essa argumentação, haja vista que a pesquisa foi realizada com um grupo de professores, tomando por base a realização de uma sequência didática previamente elaborada. Dessa maneira, além de ser mais pertinente à intenção inicial de investigação, também contribui para responder à questão central da pesquisa, assim como os objetivos estabelecidos inicialmente.

Artigue (1988) distingue dois níveis de engenharia didática: macroengenharia e microengenharia. De acordo com Machado (2003, p. 199) “as pesquisas de macroengenharia são aquelas que permitem compor a complexidade de pesquisas de microengenharia com as dos fenômenos ligados à duração nas relações ensino/aprendizagem”. Possui uma amplitude e complexidade dificilmente atingida num trabalho de dissertação o que, por essa razão, não é intenção utilizá-la nesse estudo.

A microengenharia é localizada e leva em conta a complexidade dos fenômenos de sala de aula e tem por objeto de estudo um assunto determinado. Em vista dessas características, este trabalho buscou trabalhar no nível de microengenharia didática, focando questões específicas da geometria que compõem o currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A diferenciação entre esses dois níveis de engenharia didática pode ser melhor percebida, a partir de exemplos ilustrativos. Com relação à microengenharia, pode-se exemplificar com a indagação acerca de quais os conceitos de área que um grupo específico de professores utiliza para ensinar seus alunos. Aqui, a análise concentra-se num assunto, focalizando um grupo em particular. Uma pesquisa em macroengenharia, na mesma área, seria a investigação acerca de como esse grupo de professores desenvolveu os conceitos de área ao longo de suas trajetórias de formação. Teríamos, assim, uma pesquisa transversal que demandaria mais tempo de observação.

Uma das singularidades da Engenharia Didática é sua caracterização pela validação interna, isto é, os resultados obtidos pelos grupos que vivenciaram a experimentação não são comparados a grupos que não a vivenciaram. A validação se dá pelo confronto entre os dados que compõem uma das fases da Engenharia Didática – a análise *a priori* – com os dados obtidos em uma fase subsequente – a análise *a posteriori*. A seguir, abordaremos o detalhamento das fases componentes da Engenharia Didática e a explicitação do que cada uma delas significou na realização da presente pesquisa.

4.1 Fases da Engenharia

A engenharia didática prevê a realização da pesquisa estruturada em quatro fases distintas, que devem ser articuladas para que se torne possível avaliar os efeitos da experimentação:

- 1ª fase – análises prévias;
- 2ª fase – concepção e análise *a priori*;
- 3ª fase – experimentação;
- 4ª fase – análise *a posteriori* e validação.

1ª Fase – Análise Preliminar

Esta fase consiste na análise epistemológica do conteúdo visado. No caso da presente pesquisa, os conceitos elementares de geometria plana. Nesta fase, é importante ressaltar três aspectos relevantes da engenharia: o conteúdo, o aluno e o ambiente. Na visão de Machado (1999, p. 201), esses aspectos são assim organizados:

- Análise epistemológica dos conteúdos contemplados pelo ensino;
- Análise do ensino atual e de seus efeitos;
- Análise da concepção dos alunos, das dificuldades e obstáculos que determinam sua evolução;
- Análise das dificuldades presentes numa situação de aprendizagem na qual situar-se-á uma realização didática.

Neste estudo serão considerados os dois últimos aspectos a serem tratados no próximo capítulo.

Essa fase da engenharia é fundamental para consolidar a proposta pretendida, constituindo o objeto de estudo. Embora seja a primeira fase da pesquisa, seus elementos devem ser retomados em qualquer momento no percurso do trabalho, para a verificação da coerência entre o que está sendo realizado e os objetivos propostos na pesquisa.

Buscou-se, nesta primeira fase da Engenharia Didática, caracterizar os professores, sujeitos desta pesquisa, em aspectos como: formação inicial e continuada, experiência de magistério, problemas com o ensino de matemática, inserção da geometria na prática docente, conhecimentos acerca de *software* para o trabalho com a geometria. Estes dados foram coletados a partir da aplicação de um questionário (Apêndice F). Apesar de atualmente serem poucos utilizados em pesquisas com abordagem qualitativa, os questionários podem servir como uma fonte complementar de informações, sobretudo na fase inicial e exploratória da pesquisa (FIORENTINI E LORENZATO, 2007).

Avaliou-se também o livro didático adotado na escola, lócus da pesquisa, no que diz respeito às contribuições ali veiculadas para o trabalho do professor em sala de aula, principalmente no tocante ao uso de representações semióticas diferenciado. Segundo Corsetti (2006) esse tipo de procedimento trata de uma técnica de análise documental utilizada no processo de pesquisa qualitativa.

Finalmente, foram diagnosticadas as dificuldades que as professoras demonstravam, em relação a conceitos básicos da geometria, tais como o reconhecimento figural, identificação das propriedades de configuração e reconfiguração, conceito de área e perímetro, bem como seus cálculos, o uso de representações figurais para solução de um problema dado. Os dados foram coletados a partir da aplicação de teste (apêndice D).

Essas ações subsidiaram a formulação da sequência didática procedida na fase da Engenharia Didática denominada Análise a Priori

2ª Fase – Análise a Priori

A Fase da Análise *a priori* consiste na tomada de decisão acerca das variáveis didáticas que vão ser trabalhadas no experimento. Estas variáveis são articuladas, compondo uma sequência didática, a partir dos elementos evidenciados na análise preliminar. Artigue (apud MACHADO, 1999) distingue dois tipos de variáveis de comando: variáveis macro-didáticas ou globais e variáveis micro-didáticas ou locais.

No primeiro caso, tem-se uma visão geral das variáveis referentes à organização da engenharia. Enquanto no segundo tem-se uma visão localizada, ou seja, uma descrição mais específica de cada sessão da sequência didática. Segundo Machado (1999), embora as variáveis globais apareçam separadamente das variáveis locais elas se complementam. Dessa maneira, pode-se deduzir que as variáveis locais permitem uma noção do quadro geral sobre o objeto estudado. A classificação dessas variáveis auxilia na estruturação da sequência.

Nesta etapa são construídas as hipóteses que serão testadas na fase de validação, depois que a sequência didática for aplicada. Pais, assim define sequência didática:

Uma sequência didática é formada por certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas sessões, tendo em vista o seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas no sentido da rotina da sala de aula. Tal como acontece na execução de todo projeto, é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigatório (PAIS, 2002; p.102).

Foi elaborada para o desenvolvimento dessa dissertação uma sequência didática (a ser detalhada na fase de análise *a priori* com vistas ao trabalho com os já referidos conceitos de geometria composta por seis sessões).

3ª fase – Experimentação

Esta etapa é direcionada à aplicação da sequência didática. Para o bom funcionamento do trabalho é necessária a explicitação dos objetivos da pesquisa e o estabelecimento do contrato didático entre os sujeitos envolvidos na pesquisa.

O conceito de contrato didático foi introduzido por Brousseau e diz respeito às normas e condições de funcionamento da relação pedagógica. Necessariamente participam desse contrato, professor e aluno. Segundo Brousseau (APUD SILVA, 1999, p 43) “Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são especificados esperados pelos alunos e o conjunto de comportamentos do aluno que são esperados pelo professor”.

As normas desse contrato podem acontecer tanto explicita quanto implicitamente, ocorrendo principalmente dessa maneira. Os envolvidos deverão garantir o cumprimento desse acordo para prestar conta diante do outro. Essas regras podem ser modificadas durante o desenvolvimento das sessões realizadas, dependendo das necessidades que surgirem do decorrer da sequência didática.

As seis sessões que foram previstas na fase anterior, por dificuldades de apoio logístico, foram reduzidas para cinco. O comparecimento dos professores nos momentos de vivência das sessões foi dificultado por ausência de professores substitutos, conforme será discutido mais a diante.

As sessões efetivamente realizadas tiveram os seguintes objetivos:

- Sessão 1 – conhecer as experiências das docentes com a Geometria, tanto no período de sua formação escolar e acadêmica, quanto na prática pedagógica. Explicitar os objetivos da pesquisa e estabelecer o contrato didático.
- Sessão 2 – interpretar as três formas de processo cognitivo presentes em Geometria, apontadas por Duval (1995): visualização, construção e raciocínio.
- Sessão 3 – trabalhar o conceito de área nas representações concreta, desenho e numérica.

- Sessão 4 – conhecer as ferramentas do *software* Geogebra e as impressões e dificuldades das professoras sobre o uso desse recurso.
- Sessão 5 – trabalhar os níveis de apreensão de figuras geométricas propostos por Duval (1995): apreensão gestaltista e apreensão operatória das figuras.

Durante a realização das sessões, devido ao fato de a pesquisadora estar envolvida com a efetivação da atividade, contou-se com a presença de uma observadora (pedagoga) que realizava os registros minuciosos de todas as atividades desenvolvidas com as professoras. Segundo Viana (2003), a observação procura coletar dados que sejam válidos e confiáveis, sendo uma das mais acuradas fontes de informação em pesquisas. Visou-se com isto proceder de forma mais eficiente o registro das ocorrências, tais como: desempenho das professoras nas atividades, comentários paralelos, dificuldades e avanços nas conceituações de geometria, bem como com relação ao uso do *software* Geogebra.

Estes elementos foram registrados em um diário de campo ou de pesquisa, a partir de roteiro previamente estabelecido pela pesquisadora (Apêndice F). Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007) este é um instrumento rico para coleta de informações. É nele que o pesquisador registra observações de fenômenos, fazendo descrições de pessoas, cenários, episódios ou diálogos.

4ª fase – Análise a *Posteriori* e Validação

Esta fase consiste na validação das hipóteses através do confronto entre as análises *a priori* e *a posteriori*, feitas internamente. Realizou-se o confronto dos comportamentos iniciais previstos na análise *a priori*, tais como os comportamentos esperados e desafios que foram apresentados aos docentes com os resultados obtidos no desempenho das atividades realizadas em cada sessão.

Esta fase apoia-se sobre todos os dados colhidos na experimentação. Com base neles, discutiu-se a apreensão acerca dos conceitos de geometria que os sujeitos passaram a ter, a partir de todo o processo de experimentação.

4.2 Lócus e Sujeitos da Pesquisa

A pesquisa de campo foi realizada em uma escola da rede municipal de ensino. É uma instituição na qual o grupo de pesquisa MAES, ligado ao Mestrado em Educação da UECE, já vem realizando trabalhos de intervenção há dois anos. A escola apresenta disponibilidade para receber trabalhos desta natureza, principalmente pelo fato de sua supervisora ter sido membro do referido grupo de pesquisa. Dessa maneira, houve acolhimento sem graves obstáculos.

O primeiro contato com a escola foi estabelecido a partir de negociação com a direção e supervisão. Inicialmente a aplicação dos instrumentos foi pensada para acontecer nas reuniões de planejamento das professoras (aos sábados). No entanto, essa ideia foi impossibilitada de se concretizar, tendo em vista que, esses momentos aos sábados, em decorrência de movimento reivindicatório dos professores foram extintos. Para atender a portaria 097/2009 (FORTALEZA, 2009), a Secretaria Municipal de Educação determinou publicação de diretrizes para organização do planejamento de ensino em setembro de 2010. De acordo com este documento, o planejamento deve a ser realizado dentro do horário de aula do professor, devendo a escola procurar meios para garantir a substituição do docente para não gerar prejuízo de carga horária para o aluno.

Na prática, essa situação, acabou por transferir para a escola um problema que ela não consegue resolver, uma vez que não dispõe de profissionais suficientes para atender a todo o contingente de professores, efetivamente lotado e que necessita planejar. Segundo a supervisão da escola, existem somente dois profissionais (professora do Laboratório de Informática e a responsável pela Biblioteca) que poderiam substituir os docentes, mas para isso, deixariam de exercer suas atribuições específicas e ainda levariam dias para substituir todos os professores. Em vista dessa situação, optou-se por substituir as professoras em seu horário de aula por alunos bolsistas e voluntários do grupo MAES.

Diante dessa nova realidade, acordou-se que a vivência da sequência didática aconteceria sempre às quintas-feiras, no horário de 8h às 11h. Embora a

sequência previsse apenas 18 horas de atividades, foram propostas atividades domiciliares para compor as 40 horas necessárias para a certificação prevista no Plano de Cargos e Carreira dos professores do município de Fortaleza. Essas atividades foram realizadas apenas com este fim, não compondo os dados analisados nesta dissertação.

O processo de formação estava previsto para ser realizado com o conjunto das professoras que lecionavam nos anos iniciais do Ensino Fundamental, na referida escola, totalizando oito sujeitos. Com a instabilidade do quadro docente da escola, decorrente de licenças saúde ou final de contrato temporário, no período de aplicação do questionário e teste da fase de análise preliminar, duas professoras já haviam sido substituídas. Os instrumentos foram aplicados com as oito novas professoras. Entretanto, na aplicação da experimentação, havia ocorrido novas substituições. Desta forma, a experimentação foi vivenciada com seis professoras que atenderam aos seguintes critérios:

- Lecionar efetivamente nos anos iniciais do E.F da escola;
- Ter participado da análise preliminar da pesquisa;
- Estar, na ocasião da formação, em pleno exercício de suas funções, sem previsão de licenças ou contratos de trabalho a vencer, no caso de professores substitutos⁹;
- Permitir a análise e publicação dos dados colhidos por ocasião desta formação.

Esses critérios foram estabelecidos para que a formação fosse realizada com um grupo que estivesse permanentemente na escola, tendo em vista as várias circunstâncias que ocasionavam a ausência temporária ou definitiva de alguns professores. Em virtude destes fatos, das oito professoras lotadas no turno da manhã, participaram apenas seis que atendiam plenamente aos critérios apresentados. Para manter em sigilo a identidade destas docentes, neste trabalho, elas serão identificadas pelas siglas P1,P2,P3,P4,P5 e P6.

⁹ Professores contratados temporariamente para suprir carências no quadro de professores

As professoras que participaram da pesquisa foram caracterizadas em relação à formação e tempo de docência nos anos iniciais.

Há que se notar que todas são do sexo feminino, confirmando a predominância já apontada pelo INEP (2007), em relação aos docentes dos anos iniciais do EF. Com relação à formação inicial (ver quadro 1 abaixo), constata-se que todas têm a habilitação determinada pela LDB para o exercício do Magistério nesse nível de ensino, isto é, todas cursaram o pedagógico ou se graduaram em Pedagogia. Três das professoras, entretanto, embora tenham realizado o nível médio de formação voltado para o magistério dos anos iniciais, demonstram ter buscado uma reconfiguração profissional, pois duas realizaram licenciaturas em letras e uma a licenciatura em nutrição. Desta forma, estão habilitadas para lecionar em anos finais do EF e no Ensino Médio. Essa formação evidencia um distanciamento dos fundamentos para o ensino da Matemática ainda maior que aquela oferecida pelo curso de Pedagogia. O quadro a seguir retrata o perfil da formação dessas professoras.

Quadro 3 - Formação das Professoras

	Ensino Médio	Graduação	Especialização
P1	***	Pedagogia	Não tem
P2	Normal ou pedagógico	Pedagogia	Não tem
P3	Normal ou pedagógico	Linguagens e Códigos (Magister)	Docência do ensino nos anos iniciais
P4	Normal ou pedagógico	Licenciatura em Nutrição	Psicomotricidade
P5	Normal ou pedagógico	Letras	Não tem
P6	***	Pedagogia	Não tem

Fonte: elaborado pela autora

Em relação à formação continuada, constatou-se que apenas duas professoras possuem curso de especialização. Nenhum deles, entretanto, foi realizado visando à área da Matemática. Mesmo que um dos cursos seja

denominado “Metodologia do Ensino nos anos iniciais”, a área de pesquisa e de elaboração do trabalho final escolhida pela professora foi: A importância da arte na Educação Infantil. Além disto, nenhuma delas fez qualquer curso de formação continuada ligado ao ensino de Matemática.

Todas as professoras têm idade acima de quarenta anos, e cinco delas já passaram dos 10 anos de experiência docente.

Esse perfil revela um grupo de docentes com ampla experiência e com faixa etária acima dos quarenta anos. Como a pesquisa envolveu o uso do *software* Geogebra, a idade e o tempo de serviço são importantes, pois alertam para a probabilidade de essas professoras comporem o grupo denominado por Prensky (2001) “imigrantes digitais”. Trata-se daqueles indivíduos que não tiveram contato com a informática em sua formação e para utilizá-la terão que passar por um processo de adaptação.

4 CONSTRUINDO A ENGENHARIA DIDÁTICA: CONCEPÇÃO E ANÁLISE DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

O professor não deve apenas ser capaz de definir para os estudantes as verdades aceitas em um conteúdo. Eles também precisam ser capazes de explicitar porque uma dada proposição pode ser justificada, porque vale a pena ser conhecida, como se relaciona com outras proposições, dentro e fora da disciplina, tanto na teoria quanto na prática.
(SHULMAN, 1986)

Neste capítulo serão explicitados e analisados os procedimentos realizados em cada uma das quatro fases da Engenharia Didática: a análise preliminar, concepção e análise a priori, experimentação e análise a posteriori e validação. Cada uma dessas etapas foi concebida a partir das características singulares que essa metodologia apresenta, partindo da analogia de Artigue (1996) entre o trabalho do pesquisador em didática e o trabalho do engenheiro. Ambos partem da concepção, planejamento e execução de um projeto. É nesse sentido que cada uma das fases foram construídas.

5.1 Análises Prévias ou análises preliminares

As análises prévias constituem a primeira etapa da Engenharia Didática. Elas são necessárias para a compreensão da realidade das concepções das professoras, sujeitos da pesquisa, acerca da geometria, bem como de sua ferramenta básica para o ensino – o livro didático. Abaixo serão caracterizadas as ações que compuseram esta etapa/fase:

- Análise das concepções prévias das professoras acerca de conceitos matemáticos e das dificuldades metodológicas para ensinar Geometria;

- Sondagem da elaboração conceitual acerca de aspectos específicos da Geometria característica dos anos iniciais: tratamento figural e discursivo, níveis de apreensão das figuras geométricas: apreensão gestaltista e apreensão operatória; conceito de área e perímetro, bem como seus cálculos;
- Análise dos elementos pertinentes à área da Geometria presentes no livro didático adotado na escola onde lecionam as professoras investigadas, tais como representações usadas e conceitos trazidos.

Estes aspectos foram fundamentais para a elaboração das sessões didáticas que se encontram analisadas na fase de experimentação da Engenharia Didática, a ser abordada posteriormente. Tais elementos são descritos detalhadamente nos tópicos seguintes.

i. Experiência e conhecimento das professoras investigadas no ensino da Matemática

Analisando o tempo de experiência no magistério e carga horária de trabalho, encontramos um grupo com características homogêneas. Cinco das professoras têm mais de doze anos de exercício do magistério e têm carga horária de 200 horas na mesma escola. Apenas uma delas ficou na faixa de 3 a 6 anos de experiência, não podendo ser também considerada uma professora em início de carreira. A experiência docente é considerada um aspecto relevante na formação dos conhecimentos docentes, conforme afirma Therrien (2007, p. 129):

[...] a trajetória de experiência profissional e social do professor seria provedora de um saber experiencial que lhe proporciona recursos que fundamentem o seu conhecimento pedagógico da matéria. Ele seria construído essencialmente através da experiência vivenciada no interior da prática pedagógica em sala de aula, na interação com a matéria e com os alunos.

Sobre a formação dos conhecimentos Shulman (1986, p.06) pondera que:

A base de conhecimento para o ensino consiste de um corpo de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que são necessários para que o professor possa propiciar processos de ensinar e de aprender, em diferentes áreas de conhecimento, níveis, contextos e modalidades de ensino. Essa base envolve conhecimentos de diferentes naturezas, todos necessários e indispensáveis para a atuação profissional. É mais limitada em cursos de formação inicial, e se torna mais aprofundada, diversificada e flexível a partir da experiência profissional refletida e objetivada. Não é fixa e imutável. Implica construção contínua, já que muito ainda está para ser descoberto, inventado, criado.

Segundo Shulman (1986), o conhecimento é organizado em três categorias: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento do currículo. Através da articulação entre essas três vertentes do conhecimento é possível transformá-lo em algo útil para os alunos. Nesse sentido, o professor deve ser capaz de conhecer: “a melhor maneira de apresentar o conteúdo, escolhendo metáforas, materiais, exemplos e analogias para que o aluno consiga estabelecer relações com esse conteúdo” (FREIRE, 2011, p. 50).

Ao analisar-se especificamente o trabalho com a Geometria, os resultados desse estudo, como se analisará na realização da sequência, apontam que a experiência das professoras em análise não foi capaz de construir o saber necessário à prática de ensino dessa disciplina, ou seja, os conhecimentos necessários ao ensino dos conteúdos não foram consolidados ao longo da trajetória profissional dessas professoras.

No caso específico da professora P2, que conta com mais de vinte anos de experiência docente, o problema acima citado apresentou-se com maior gravidade. Concursada para um contrato de 120 horas, a professora conta agora com o benefício da redução de carga horária¹⁰, trabalhando dois dias e meio por semana. Por essa razão, ela foi lotada em salas de 5º ano. Embora na rede municipal trate-se de salas que deveriam contar com uma única professora, nesse caso, para adequar a redução de carga horária da professora, a escola decidiu lotar duas docentes com

¹⁰ Os professores da Prefeitura Municipal de Fortaleza têm assegurado, através do Estatuto do Magistério, que ao completarem vinte anos de efetivo exercício da docência, o direito a reduzir sua carga horária pela metade sem perda salarial.

carga horária reduzida. Dessa maneira, a professora em análise tornou-se a responsável por ministrar as disciplinas de Matemática, Ciências, Artes e Recreação em duas turmas de 5º ano. Mesmo resistindo a trabalhar com essas disciplinas, a professora não teve opção, visto que já havia outra professora com carga horária reduzida lecionando Português, História, Geografia e Religião. Segundo a supervisora escolar, essa divisão é uma orientação da SME, que considera mais apropriado que professoras polivalentes - nessa situação - sejam lotadas em turmas de alunos maiores, como as de 5º ano, justificando que a medida não seria apropriada para turmas de alunos mais novos, uma vez que esses alunos necessitam de cuidados mais específicos característicos da idade. O posicionamento da professora reafirma a resistência de docentes dos anos iniciais a lecionar Matemática, já bastante discutido na literatura (LORENZATO, 2006).

Apesar do tempo de serviço, o desconhecimento dos conteúdos de matemática, relativos ao quinto ano, ficou evidente na fala da professora:

Sempre trabalhei com alunos do 1º e 2º ano, mas assumi a turma de 5º ano por ter reduzido minha carga horária de 120h/a para 60h/a. Nunca gostei de Matemática e tive poucas experiências com a Geometria durante a escola. Admito que tenho necessidade de estudar mais. Tenho aprendido muito com a Matemática para o 5º ano e começo a gostar do assunto, mas nunca trabalhei Geometria com meus alunos. Vou contratar um professor para me ensinar (P2).

No tocante à aprendizagem dos conteúdos matemáticos, quatro professoras afirmaram que em seu processo de formação inicial tiveram apenas conteúdos mínimos e uma delas não respondeu. Apenas uma professora afirmou que para ela essa formação foi suficiente para aprendizagem dos conteúdos de matemática. Essa constatação confirma um fato já amplamente denunciado por Nacarato *et al* (2009) de que a formação inicial não consegue preparar os professores para ensinar os conteúdos de Matemática relativos ao currículo do ensino dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse mesmo sentido corrobora Barreto (2007, p. 250) ao afirmar que “o tempo destinado à formação dos pedagogos para aprender matemática é curto para aprender os conteúdos, apropriar-se das metodologias, e compreender a adequação de atividades matemáticas para as diferentes fases de

desenvolvimento das crianças”.

Se a formação inicial das professoras, conforme suas próprias afirmações, não foi suficiente para dar-lhes domínio conceitual matemático, de modo a habilitar-lhes para a prática docente, esta habilitação poderia ser buscada no processo de formação continuada. Entretanto, como já foi em capítulo anterior, no período de 2001 a 2010, foram oferecidos apenas três cursos de formação continuada com elementos relativos à formação para a Matemática. Das seis professoras participantes da pesquisa, apenas uma relatou ter feito um desses cursos, especificamente o curso de Especialização em Metodologia dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, embora não tenha feito opção específica pela Matemática. Tal fato ressalta que as formações continuadas oferecidas pela PMF não contribuíram para a formação das professoras sujeitos desta pesquisa.

Portanto, há que se considerar que a formação dessas professoras, tanto inicial como continuada, está distante das tendências curriculares atuais para o ensino da Matemática. Esse perfil de formação tem sido responsabilizado por práticas reducionistas de ensino, voltadas para procedimentos e cálculos (PAVANELLO, 2004).

Com relação às dificuldades no ensino da Matemática, duas professoras afirmaram que não sentem dificuldade nenhuma. As demais apontaram o livro didático como uma ferramenta que não atende às suas necessidades, acrescentando que há falta de recursos alternativos para explorar os conteúdos. Nessa situação, as professoras atribuem suas dificuldades a problemas alheios a elas próprias. Apenas uma professora admitiu não saber que metodologia adotar. Nenhuma delas admitiu ter desconhecimento do conteúdo matemático em si.

Conforme será discutido na seção de experimentação, todas as professoras demonstraram possuir lacunas conceituais relacionadas à Geometria. Em nenhum momento, há um reconhecimento, por parte das docentes, de que elas necessitam de mais formação para ensinar essa disciplina. Os problemas parecem, do ponto de vista delas, ser externos, ou seja, não fazem parte de sua prática no âmbito da sala de aula.

Constatou-se ainda, que persiste o aprisionamento da prática docente ao

livro didático, apesar de quatro das professoras terem apontado que este recurso não atende a suas necessidades. Mesmo com este tipo de ressalva em relação ao livro, quatro das professoras afirmaram tê-lo como o recurso mais utilizado para ensinar os conteúdos geométricos; uma docente indicou o uso de materiais concretos; uma professora não respondeu, alegando que não ensina os conteúdos da Geometria, por falta de tempo.

Utilizar o livro, segundo as professoras, é segui-lo em sua sequência do índice. Pode-se inferir que as lacunas de formação estão na base desta observância linear do livro, tomando-o como a mais forte referência didática e metodológica. Mas é necessário atentar também para o fato de as professoras não disporem de currículo elaborado pela rede municipal. A Proposta Curricular para o Ensino Básico da Rede Municipal de Fortaleza, onde se definiu o currículo mínimo para as escolas da Prefeitura, foi elaborado em 1993, ou seja, antes das reformas educacionais provocadas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN), em 1996, e pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997.

Ao serem questionadas acerca de conteúdos, abrangendo os dois campos da Matemática (aritmética e Geometria), as docentes manifestaram estranheza em relação ao uso desses termos. Quatro professoras não responderam qual a diferença entre essas duas áreas no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Uma, limitou-se a comentar: *Quase não trabalho os conteúdos de Geometria*. Apenas P2 conseguiu esboçar uma distinção entre as áreas: *Aritmética parte de cálculo (contas) – Geometria parte das figuras*.

De acordo com os PCN a aritmética diz respeito ao estudo dos números e das operações. Enquanto a Geometria está relacionada ao estudo do espaço e forma. Desse modo, P2 foi a única a estabelecer uma distinção, mesmo que não completa, demonstrando ter conhecimento de elementos que estão associados a esses dois campos da matemática.

Quando requisitadas a responder sobre inserção do conteúdo geométrico no planejamento, apenas uma professora o considera indispensável para o ensino da disciplina de Matemática. As outras enfatizaram a aritmética como mais relevante, destacando o ensino das quatro operações. Essa visão pode estar ligada à função

utilitarista, a qual se refere Bittar e Freitas (2005), quando afirmam que muitos professores de matemática acreditam ser necessário que o aluno domine as operações matemáticas, para fazer uso em sua vida cotidiana. Nacarato *et al* (2009) verificou esse mesmo pensamento em uma pesquisa realizada com estudantes do curso de pedagogia, na qual fica constatada essa concepção reducionista da matemática escolar, ou seja, para os futuros professores, ela se reduz a procedimentos de cálculos.

Dentre os conteúdos de Geometria, as docentes consideraram os mais relevantes para serem tratados em sala de aula: ponto, reta, semi-reta, curvas, figuras planas e sólidos geométricos. Embora os conteúdos área e perímetro não tenham sido destacados pelas professoras, eles foram arrolados, por três delas entre os que apresentam mais dificuldades para serem ensinados. Uma se referiu ainda ao cálculo de volume e outra às curvas. Esse dado pode ser um indicativo que explica a não aparição desses conteúdos na lista dos mais focados pelas docentes.

Quando questionadas sobre quais os conteúdos da Geometria os alunos têm maior dificuldade em aprender, constatou-se que são os mesmos apresentados pelas professoras como os de maior dificuldade para ensinar. Segundo cinco das seis professoras, os alunos apresentam mais dificuldades em apreensão dos conteúdos de área e perímetro.

As dificuldades enfrentadas pelas docentes para lecionar conteúdos de geometria podem ter raízes em seu processo de formação, onde as conceituações acerca de conteúdos da Geometria foram escassas, conforme se pode constatar em suas afirmações:

Para mim foi pouco aproveitado, pois o conteúdo era visto superficialmente (P1);

Eu, particularmente tive muita dificuldade com Matemática e como não foi trabalhada, essa dificuldade existe até hoje na minha sala de aula, sinto que minhas aulas de matemática poderiam ser melhores, mais dinâmicas, como as de Português e outras (P2);

O ideal que as aulas de Geometria fossem mais ilustrativas, relacionando com o meio em que o aluno vive. Com certeza ele teria, uma nova visão de tudo aquilo que está ao seu redor, fazendo com que o aluno passe a explorar o mundo das formas. Porém, as aulas

são baseadas em livros didáticos, decorando-se fórmulas e a Geometria cai no esquecimento (P3).

Como é possível observar dessas falas, as professoras negligenciam essa área da matemática, importante para a aquisição de valores formativos como coerência interna, organização dedutiva, beleza estética, regularidades (BITTAR, 2005). Os problemas apresentados pelas docentes em ensinar Geometria estão relacionadas com falhas apresentadas em todo seu processo de formação, seja inicial, continuada e na experiência docente.

Outro aspecto analisado foi o uso do computador para o ensino da Matemática. Das seis professoras participantes, cinco afirmaram jamais ter usado o computador para trabalhar com seus alunos. A única exceção foi P4 que afirmou tê-lo utilizado para trabalhar Geometria e cálculo, embora, contraditoriamente, tenha afirmado, junto com as demais professoras, não conhecer nenhum *software* para o trabalho com a Geometria.

Pode-se perceber que ainda é bastante tímida ou quase inexistente a apropriação da informática como ferramenta educativa na matemática por parte das docentes investigadas. Os cursos oferecidos aos professores da rede municipal, especificamente pelo Centro de Referência do Professor (CRP)¹¹, não foram ainda vivenciados por nenhuma das professoras participantes desta pesquisa.

Há que se considerar que essa situação contrapõe-se às recomendações dos PCNs, apresentadas em 1997. Este documento já apontava a utilização do computador como um recurso didático cada dia mais indispensável: “Ele é apontado como um instrumento que traz versáteis possibilidades ao processo de ensino e aprendizagem de Matemática, seja pela sua destacada presença na sociedade moderna, seja pelas possibilidades de sua aplicação nesse processo” (BRASIL, 2001, p. 47).

No próximo tópico, será abordada a conceituação acerca de conteúdos geométricos apresentada pelas docentes desta pesquisa. São as percepções a

¹¹ Para a formação de professores da rede municipal de Fortaleza, o Centro de Referência do Professor é um órgão municipal que oferece diversos cursos na área de Informática Educativa visando à inserção das tecnologias no contexto pedagógico escolar.

partir da sondagem realizada antes do processo de formação com as professoras.

5.1.2 Percepções do conteúdo geométrico apresentado pelas professoras

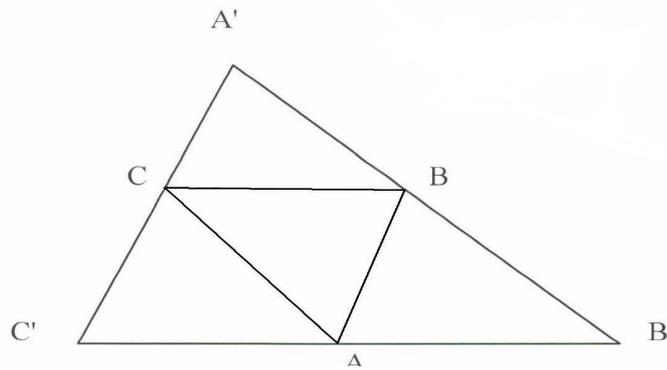
Neste tópico serão discutidos aspectos de elaboração conceitual acerca do reconhecimento figural, identificação das propriedades de configuração e reconfiguração, conceito de área e perímetro, cálculos de área e perímetro de figuras planas. Os elementos foram obtidos a partir da aplicação do exercício de sondagem (Anexo E) composto por seis questões, resolvidas individualmente pelas professoras.

Na situação 1, pediu-se às professoras que identificassem na figura oferecida (fig.1) quantas e quais figuras geométricas elas conseguiam visualizar.

Das seis professoras investigadas, cinco conseguiram perceber cinco triângulos e uma afirmou ter visualizado triângulos sem identificar quantos. Nenhuma participante conseguiu visualizar os trapézios, os paralelogramos e os losangos presentes na figura.

Observou-se que a figura identificada foi uma das que frequentemente são utilizadas nos anos iniciais: os triângulos. Tal fato demonstra que a percepção visual desse grupo podia estar influenciada pelo que Duval (1995) denomina de “efeito moldura”, ou seja, a figura maior – o triângulo exterior – influenciando a visualização geral, chamando a atenção para figuras de mesma natureza em seu interior. Este efeito fez com que as professoras não conseguissem perceber as diferentes figuras envolvidas pela figura maior. Desta forma, as professoras estariam classificadas no nível 1, isto é, no mais elementar, em que não é possível realizar as modificações óticas, mereológicas ou posicionais.

Figura 1: identificação de figuras



Fonte: problema proposto por Dupuis et al (APUD DUVAL, 1995, p. 182).

Duval, ao analisar os processos de reconhecimento de figuras considera que há situações que apresentam diferentes níveis de dificuldade:

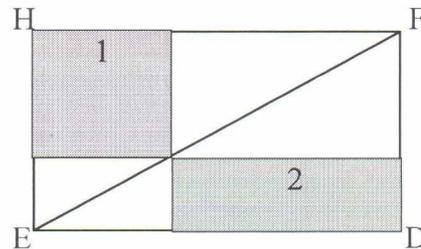
O reconhecimento das unidades figurais de dimensão plana não provoca nenhuma dificuldade quando elas estão separadas. O tempo de reconhecimento pode ser mais ou menos rápido de acordo com a orientação dessas unidades em relação à sua orientação visual típica. Não é o mesmo, quando essas unidades são integradas em uma configuração (DUVAL, 1995, p. 182 - tradução livre).

Nesse caso, fica evidente que a percepção dessas professoras, em relação às figuras geométricas, ainda não atingiu o desenvolvimento necessário para que elas avancem para o nível 2, onde é possível compreender as relações de configuração e reconfiguração da figura.

Assim, evidencia-se a necessidade de mais atividades dessa natureza para que seja possível a análise mais atenta das informações presentes na figura, por parte das docentes.

A questão 2 consistiu na apresentação da prova de que as áreas hachuradas na figura (Fig. 2) eram iguais, sabendo que a figura maior era um retângulo.

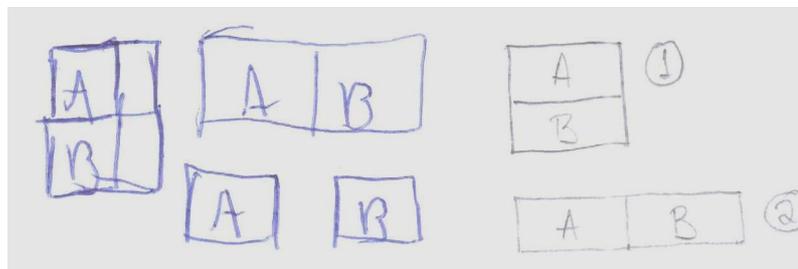
Figura 2: relação de igualdade entre as áreas hachuradas



Fonte: Duval (1995, p. 185).

Nessa situação, nenhuma professora conseguiu provar a relação de igualdade presente no desenho. Apenas P1 tentou, sem sucesso, encontrar a resposta, conforme pode ser visto na figura 3, abaixo.

Figura 3 – decomposição da figura tentativa de solução P1



Fonte: Tentativa de solução P1

O trabalho desenvolvido por P1 indica que ela buscou fazer um desmembramento das figuras numa tentativa de encontrar associação entre as partes destacadas na figura, mas abandonou-a, sem sucesso. A professora demonstrou desconhecer a propriedade do retângulo, segundo a qual, a sua diagonal o corta em duas partes iguais. A tomada desta relação teria permitido chegar à resposta esperada ou, no mínimo, dar passos nesse sentido. Além disto, ao fazer o desmembramento da figura, P1 atribuiu nomenclaturas iguais a partes diferentes. A nomenclatura assim utilizada não serviria para o registro das relações a serem estabelecidas.

Já P6 não fez qualquer representação figural, afirmando que *Para calcular área ou perímetro, é preciso saber quanto mede os lados. Sei que as áreas das figuras são diferentes.* A professora desconsidera a afirmação presente no enunciado da situação de que as áreas são efetivamente iguais. Da mesma maneira como P1, o fez. P6 também demonstra desconhecer a propriedade do retângulo. Não conseguindo resolver o problema apenas por apreensão perceptiva, P6 revela estar aprisionada à aplicação da fórmula para o cálculo de área. Isto lhe afastou da possibilidade de utilizar a percepção das figuras e as relações das partes com o todo.

As demais professoras não ensaiaram qualquer solução. P2 apenas afirmou: *não tenho formação suficiente para resolver esta prova e preciso estudar mais esse conteúdo.*

Na questão apresentada, notou-se o desconhecimento por parte das professoras das propriedades heurísticas da figura. Para Duval, trata-se de uma ferramenta de importância para a solução de problemas geométricos.

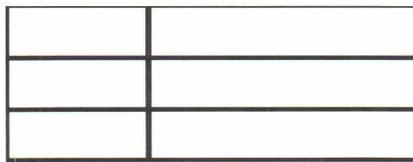
O papel intuitivo e heurístico que as figuras têm na representação geométrica é uma opinião frequentemente admitida, isto porque as figuras permitem analisar uma situação em conjunto, é um meio mais direto para explorar os diferentes aspectos, antecipar os resultados e selecionar uma solução para o problema (DUVAL, 1995, p. 180, – tradução livre).

No trabalho com a Geometria é indispensável salientar a importância conferida pelo autor ao trabalho com figuras, quer seja fazendo a sua modificação através de cortes em figuras menores ou sua recombinação para modificar o contorno da figura, quer seja deslocando-a em movimentos de rotação ou translação. A este processo Duval (1995) denomina de apreensão operatória da figura como processo centrado nas modificações possíveis da figura de partida. As professoras em análise não demonstraram ter domínio deste processo de configuração e reconfiguração, como ferramenta para a solução do problema.

A questão 3 volta a solicitar a identificação de figuras. Solicita-se que as

docentes identificassem quantos retângulos elas conseguiam visualizar na figura abaixo (Fig. 4) e que os representassem com desenhos distintos. Solicitou-se ainda o cálculo da área do retângulo maior utilizando a régua para obter as medidas dos lados. É um caso de forte congruência entre o registro discursivo e a organização perceptiva da figura, visto que nela existem apenas retângulos e a situação questiona acerca desta figura geométrica.

Figura 4 - combinação de retângulos



Fonte: Problema proposto do Balacheff (APUD DUVAL, 1995, p. 190).

Para Duval (1995, p. 190) os retângulos presentes na figura podem ser considerados como:

Elementos de uma pavimentação: os pequenos retângulos - dimensão 2 são então vistos como unidades figurais elementares, conduz aqui nenhuma modificação da figura;

Interseção de duas fitas (bandas) é necessário então ver as unidades figurais de forma retilíneas e abertas e para isso é necessário prolongar todas as linhas traçadas [dimensão 1];

O conjunto de quatro pontos: é necessário então ver os agrupamentos de unidades figurais zero e para isso é necessário apagar todos os traços (tradução livre).

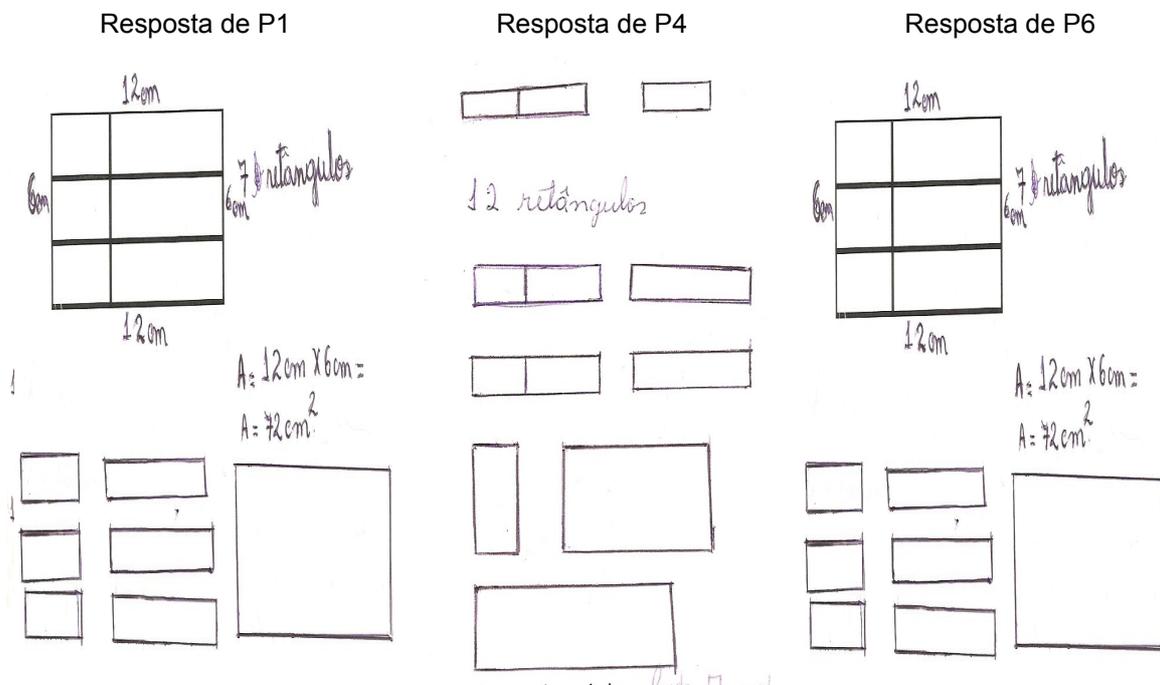
Notou-se que, mesmo sendo uma situação de alta congruência, nenhuma das professoras chegou a perceber o número total de retângulos existentes. P5 não respondeu a questão, afirmando não saber. P2 visualizou apenas os 6 retângulos internos isoladamente, sem perceber qualquer combinação entre eles. P2 e P4 visualizaram 7 retângulos, observando apenas o retângulo moldura além de cada um dos retângulos internos, isoladamente. Pode-se verificar que elas não conseguiram fazer qualquer combinação entre as figuras elementares internas. Já P1 e P4 realizaram combinações, chegando a visualizar 15 e 12 retângulos

respectivamente. Elas falharam na combinação das figuras elementares na sua dimensão vertical. Quando consideraram verticalmente os elementos, tenderam a fazê-lo agrupando-os em um só todo.

Percebe-se, aqui, a presença da lei gestaltista da figura de que fala Duval. No caso da situação apresentada, onde há uma imposição de um grande retângulo formado de pequenos retângulos, houve a percepção, mesmo que parcial, das leituras a e b, mencionadas acima.

A carência de percepção operatória de que nos fala Duval justifica a impossibilidade de reconhecer todas as subfiguras que poderiam ser geradas a partir das unidades elementares. O reconhecimento das unidades figurais em suas diferentes formações a partir das partes constituintes de uma figura é um passo fundamental para a resolução de problemas que envolvem figuras geométricas. A impossibilidade de identificação destas partes deixa o sujeito, no caso as professoras, sem condições de trabalhar com esta elaboração.

Figura 5 – configuração e reconfiguração de figuras



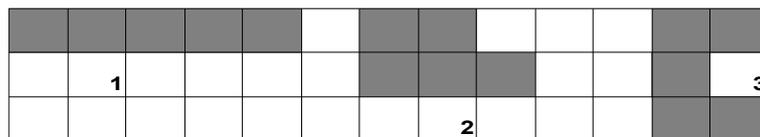
Fonte: professoras P1, P4 e P6

O cálculo da área do retângulo maior não foi efetivado por 3 professoras (P2,

P4 e P2), que não chegaram a realizar qualquer esboço de solução. P1, por sua vez, dividiu arbitrariamente o retângulo maior em nove partes, afirmando apenas que “ $A = 3 \times 3$ ”. P6 fez uso da fórmula para cálculo da área do retângulo, no entanto, realizou as medições dos lados incorretamente, atribuindo medidas arbitrárias aos lados da figura (12 cm x 6 cm), ignorando o comando de utilização da régua, chegando a uma área de 72 cm². Somente P3 realizou o procedimento de medição correta dos lados (3 cm x 6,5 cm), aplicando-os na fórmula corretamente, chegando ao resultado de 19,5 cm².

Na questão 4, solicitava-se o cálculo da área e do perímetro de cada figura em destaque (Fig. 6), sabendo que cada quadrinho media 1cm². Pedia-se que cada participante, explicasse como chegou aos resultados.

Figura 6 – cálculo de área e perímetro



Fonte: elaborado pela autora

P2 e P3 não resolveram a questão em nenhum de seus três itens, demonstrando não ter domínio sobre o cálculo de área e de perímetro, o que foi explicitado por P3, quando afirmou: *tenho dúvida em área e perímetro*.

P1 e P5 calcularam corretamente todas as medidas. P4 errou o cálculo dos perímetros das figuras 2 e 3, mas conseguiu perceber que todas as áreas mediam 5 cm². P6 errou o cálculo do perímetro da figura 3 e conseguiu calcular a área apenas da figura 1. Por tratar-se de uma figura mais elementar, a professora determinou a sua base e altura para, então, transpô-las para a fórmula. Nas outras figuras, ela não conseguiu utilizar-se de outra estratégia, fosse a simples contagem dos quadradinhos hachurados, fosse a decomposição das figuras em quadriláteros para então aplicar a mesma fórmula.

As quatro professoras que resolveram em parte a questão, quando buscaram explicar como tinham chegado aos resultados, optaram por buscar uma definição formal de área e perímetro. Com relação a perímetro elas se aproximam afirmando

ser “a soma dos lados” (P1, P5 e P6). P4 confunde-se ao afirmar: *soma largura x altura*.

Em relação à explicação da área, são apresentadas as respostas: P6 repete a fórmula do cálculo da área de um retângulo: *base vezes altura*; para P4 é o *espaço delimitado*; P1 afirma *cada retângulo equivale a um 1 cm²*. Não houve explicações por parte de P2, P3 e P5. P3 limitou-se a responder *tenho dúvidas sobre área e perímetro*. Percebe-se assim, que na justificativa das suas respostas as professoras não se apoiam na representação figural, para explicar como pensaram em resolver o problema.

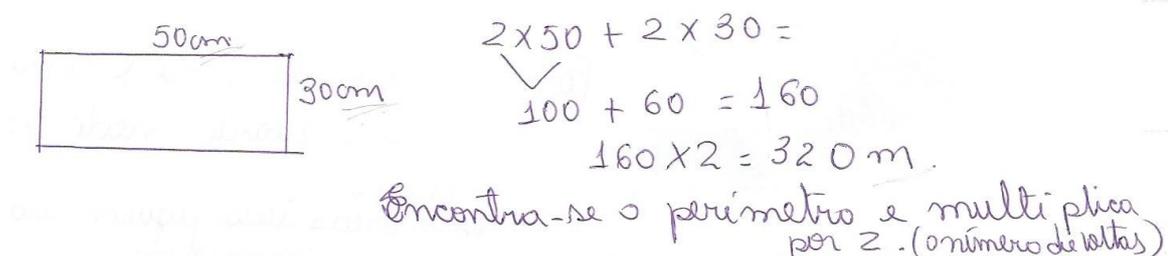
A questão 5 envolvia um problema relativo ao cálculo de perímetro, sem, no entanto, trazer isto explicitado no enunciado. A incongruência do problema se deve também à presença de mais elementos no registro de partida do que aqueles necessários quando da conversão para o registro de chegada.

Problema 5 proposto:

Ricardo anda de bicicleta todos os dias na praça perto de sua casa. O terreno da praça tem formato retangular com medidas de 30m e 50m e sua área é de 1500m². Quanto Ricardo deverá andar se ele der duas voltas em torno da praça? Explique como você chegou à resposta.

Nesse problema, três professoras conseguiram chegar à resposta correta. P1, P5 e P6 fizeram o uso do registro figural e do registro numérico para chegar ao resultado correto, como se pode verificar no exemplo presente na figura abaixo. As professoras perceberam tratar-se de um problema de cálculo de perímetro e destacaram as unidades significativas do registro de partida, operando corretamente.

Figura 7 - Uso correto da representação figural e numérica

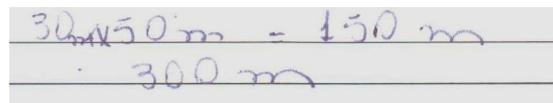


Fonte: resposta de P6

P3 não consegue perceber que se trata de um problema de cálculo de perímetro e elege arbitrariamente uma das unidades presentes no registro de partida – a área de 1500m^2 . Duplicando a área, por representação mental, julga ter obtido a resposta necessária, afirmando: 3000m^2 , pois se a praça mede 1500m^2 duas vezes vai dar 3000m^2 .

Já P4 percebe algumas das unidades significativas corretamente. Ela percebe que o problema envolve as medidas dos lados da praça e que depois de efetivado o cálculo entre essas medidas ele deve ser duplicado para se obter o resultado final. Entretanto, confundindo o cálculo de perímetro com o de área, ela multiplica as medidas e ainda comete erro na multiplicação realizada mentalmente, chegando ao resultado exposto na figura abaixo.

Figura 8 - uso incorreto da representação numérica



The image shows a handwritten calculation on a piece of paper. The first line reads "30 x 50 m = 150 m". The second line, written below the first, reads "300 m". This illustrates a common student error where the perimeter (sum of sides) is incorrectly calculated as the product of the sides.

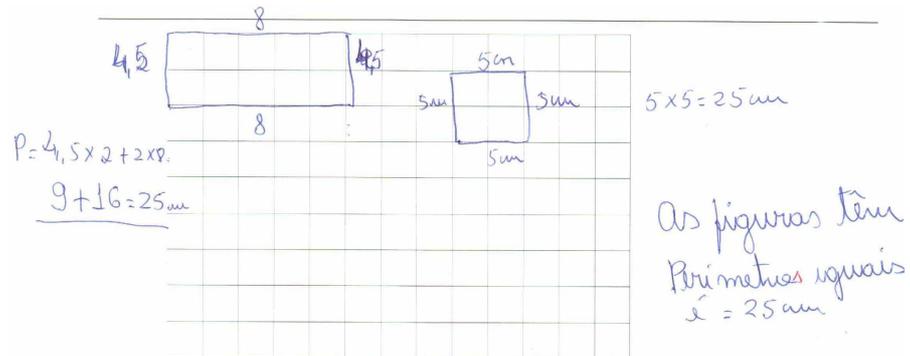
Fonte: resposta de P4

A última questão envolvia uma relação entre perímetro e área. Apresentando-se uma malha quadriculada, solicitava-se que fossem representadas duas figuras com mesma área e perímetros diferentes.

P3, P4 e P5 não esboçaram qualquer tentativa de solução. P2 esboçou um triângulo e um quadrado, ambos com altura e base de 3 e 6 quadradinhos, respectivamente, não demonstrando perceber que se trata de figuras com áreas diferentes, portanto, em desacordo com o que propunha o problema. P6 atribuiu valores diferentes e arbitrários aos quadradinhos da malha, demonstrando não utilizar o desenho figural como uma representação apta para a solução. A igualdade das áreas das figuras também não foi levada em consideração, conforme propunha o problema, pois P6 desenhou um quadrado com área pequena e um retângulo de medidas maiores. Ela buscou a saída pelo cálculo aritmético. Calculou o perímetro do retângulo, somando-lhe as medidas dos lados, enquanto que para o quadrado multiplicou essas mesmas medidas, chegando ao cálculo de sua área. Assim,

obteve valores iguais, julgando ter chegado à resposta esperada. A solução encontra-se na figura abaixo.

Figura 9 - representação figural incorreta de p6



Fonte: cálculos de P6

Na Engenharia Didática, esta fase de análise prévia deve fornecer subsídios para elaboração da sequência didática a ser executada na fase de experimentação. Assim sendo, neste momento, é necessário sintetizar as características da conceituação das professoras em torno da representação figural e dos conceitos de área e perímetro, elementos centrais na presente análise.

As professoras revelaram ter dificuldades na percepção de figuras, bem como na sua apreensão mereológica, ótica e posicional. Demonstraram não distinguir os conceitos de área e perímetro. Apresentaram tendência a enfatizar as definições formais e o cálculo via fórmulas, embora tenham problemas em utilizá-las.

O próximo tópico fará uma análise do livro didático adotado pelas professoras participantes da escola lócus desse estudo, visando identificar como os conteúdos de geometria são apresentados na coleção, focalizando o uso de diferentes representações.

5.1.3 O livro didático: instrumento de ensino e aprendizagem das professoras

O livro didático de Matemática, ao longo dos últimos anos, vem passando por

mudanças significativas, quer seja no conteúdo selecionado ou no tipo de abordagem metodológica que vem sendo dada a esses.

Essas alterações foram instituídas a partir da publicação de documentos como a LDB (1996) e os PCNs (1997), nos quais é proposta uma mudança de paradigma curricular, com novas concepções para o ensino da Matemática como a organização do conteúdo em quatro blocos, divisão dos conteúdos por ciclos, mais integração entre todos os campos da matemática, inserção da Geometria de maneira mais evidente no currículo.

Visando melhorar a qualidade do livro didático e adequá-lo à nova concepção apresentada pelos PCNs, o MEC criou um sistema de avaliação dentro do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD/97). Os livros de 1º ao 5º ano passaram a ser classificados nas seguintes categorias:

- Recomendado com distinção (RD ***)
- Recomendado (Rec *)
- Recomendado com ressalvas (RR *)
- Não recomendado (NR)

Essa avaliação está presente no guia do livro didático, material enviado às escolas para orientar os professores na escolha do livro a ser adotado, seguindo os parâmetros de avaliação recomendados pelo MEC. Ressalta-se aqui, que tanto a política governamental como a escolha pelos professores acentua o uso do livro didático no contexto escolar. Sobre esse aspecto afirma Lopes (2000, p. 34):

Nem a apresentação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), em 1997, foi suficiente para desviar a atenção sobre o livro didático no dia-a-dia da escola. Há duas evidências para tal fato: A primeira é que o livro didático ainda é âncora do professor; a segunda é que os órgãos governamentais acreditam que o livro didático é o veículo mais eficaz para levar alguma inovação para todos os professores.

Desse modo, esse instrumento continua sendo o principal recurso utilizado

pelos professores que ensinam Matemática. Em algumas realidades escolares, chega a ser o único instrumento utilizado pelos docentes para ministrar as aulas (ARAÚJO, 2000). Auxilia-os tanto como suporte para a própria aprendizagem dos conteúdos, cujas lacunas conceituais subjazem a seu processo de formação, servindo também como ferramenta de orientação e planejamento das aulas. Esse recurso ainda vem sendo usado como forte referência para a prática do ensino da Matemática, servindo como modelo-padrão da sequência de conteúdos e de proposição de atividades. Segundo Silva:

O livro didático não é somente um guia ou um organizador do currículo para o professor, mas também um recurso de complementação de conhecimentos, sejam eles relativos a conteúdos específicos da disciplina, sejam de propostas metodológicas do ensino (SILVA, 2010, p. 72).

Esta percepção foi revelada também pelas professoras em análise, conforme já discutido anteriormente. Para elas, o livro didático é um dos recursos mais utilizados nas aulas de Matemática, sendo usado como suporte à compreensão de conteúdos, instrumento didático de aprendizagem do aluno e no planejamento das aulas. Mesmo admitindo que ele não atende a todas as necessidades pedagógicas inerentes ao ensino de todos os conteúdos, as docentes continuam utilizando-o como o principal aporte didático nas aulas de Matemática.

Diante dessa constatação, efetuou-se uma análise da proposta didática e metodológica presente na coleção adotada¹² na escola onde se efetivou a Engenharia Didática. Assim, buscou-se identificar qual o tratamento dado aos conteúdos de Geometria levando-se em conta as seguintes categorias de análise: a) Organização didática e metodológica dos conteúdos geométricos; b) Identificação dos registros de representação utilizados; c) Abordagem do conteúdo de área e perímetro e c) foca o conteúdo que será mais diretamente avaliado junto às professoras.

¹² Linguagens da Matemática (1º ao 5º ano): Eliane Reame e Priscila Montenegro. Editora Saraiva. São Paulo, 2009.

a) Organização didática e metodológica dos conteúdos geométricos

A coleção analisada apresenta os conteúdos em quatro blocos de conhecimento, de acordo com a recomendação dos PCNs: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandeza e Medidas e Tratamento da Informação.

Os conteúdos são organizados em capítulos e estes subdivididos em seções, assim organizadas: apresentação do conteúdo; problemateca; jogos e brincadeiras; ler e escrever em matemática; diferentes maneiras de calcular; usando a calculadora; qual é sua estimativa?

As atividades são propostas dentro dessas seções e intercaladas com textos informativos com referências históricas pertinentes ao conteúdo tratado. Há estímulo ao uso do cálculo mental e situações com jogos relacionados ao conteúdo. A coleção oferece um encarte para realização de atividades com material concreto.

Os conteúdos de Geometria aparecem destacados nos blocos: espaço e forma e grandeza e medidas. Em alguns capítulos eles aparecem de maneira exclusiva e em outros, vêm mesclada com aritmética.

Constatou-se que nos livros de 1º ano, 2º ano e 3º ano são trabalhados tanto os sólidos geométricos quanto as figuras planas, acentuando-se a associação das figuras geométricas com objetos do mundo e suas representações em obras de arte. Por outro lado, percebeu-se a ausência dos conteúdos referentes à localização no espaço, e aqueles relativos aos conceitos de direção e de sentido. Estes conteúdos são indicados nos PCN, para o 1º ciclo, e são essenciais para a construção de conceitos geométricos.

Nota-se que a Geometria é focalizada de forma crescente, de modo que no 5º ano está presente em 50% dos capítulos. A abordagem dos conteúdos, entretanto, é realizada de forma estanque, isto é, propõe-se uma atividade relativa a um tema específico, tal como, ampliação e redução de figuras; simetria; ângulos; retas paralelas e perpendiculares, sem estabelecer relação com a atividade antecedente ou com a seguinte. Os conteúdos área e perímetro são tratados em dois capítulos dos livros do 4º ano e 5º ano, sendo inseridos no bloco grandezas e medidas. A

ausência de atividades relativas à localização e os deslocamentos no plano e no espaço permanece nesses anos.

O quadro a seguir contempla a distribuição do conteúdo de Geometria na coleção analisada.

Quadro 4 : Conteúdos de Geometria presentes nos livros didáticos

Ano	Conteúdos / capítulos
1º ano	Cap. 3: Figuras geométricas: esfera e círculo - Geometria e Arte Cap. 6: Figuras Geométricas: quadrados, retângulos e triângulos Figura Geométrica: paralelepípedo e cubo Figuras Geométricas Planas Cap. 7: Medida de comprimento
2º ano	Cap. 02: Figuras geométricas – Um mundo de formas Cap. 03: Figuras geométricas: figuras de 4 lados - Geometria e arte - retângulos, quadrados Cap. 04: Figuras geométricas: triângulos Cap. 06: Figuras geométricas: paralelepípedos; cubos Cap. 07: Medida de comprimento
3º ano	Cap. 04: Figuras geométricas: As formas do mundo - paralelepípedos – cilindros – cubos esfera – pirâmide – cone Cap. 07: Figuras geométricas: cone e cilindro Cap. 08: Medida de comprimento Cap. 09: Medida de comprimento Cap. 10: Ampliação e redução de figuras – Geometria e Arte Cap. 12: Figuras geométricas – Tangram: um incrível quebra cabeça – formando figuras – Reprodução de figuras – Senso espacial – Figuras geométricas
4º ano	Cap. 05: Ângulo: ideia de giro Cap. 05: medidas: comprimento e massa Cap. 06: Ângulo: ideia de giro – representação de ângulos – ângulos retos Cap. 07: Figuras geométricas - Geometria e arte com figuras planas e sólidos Medidas de comprimento – perímetro Geometria e arte – cubo Cap. 08: Figuras geométricas - Pirâmides Medida de comprimento - perímetro de quadrado e de retângulo Cap. 10: Simetria - Simetria na natureza, nas artes criando figura simétrica Cap. 11: Medida de superfície – área - cálculo de área
5º ano	Cap. 03: Geometria e arte: fazendo mosaicos – Calculando o perímetro Cap. 04: Ângulos: ideia de giro Polígonos - ângulos em figuras geométricas – lados vértices e ângulos de um polígono Cap. 05: Paralelas e perpendiculares ângulos retos - retas perpendiculares - Figuras com lados perpendiculares e paralelos Cap. 08: Simetria - Arte e Geometria Cap. 09: Medidas de superfície – área – cálculo da área Cap. 10: Construindo sólidos – poliedros e corpos redondos Cap. 11: Poliedros – prismas e pirâmides – outros Cap. 12: Poliedros e corpos redondos – polígonos

Fonte: elaborado pela autora

A análise do livro demonstrou um paradoxo em relação à concepção de seu

uso pedagógico pelas professoras. Paralelamente às afirmações *livro didático é o que a gente segue* (P2); *Nós planejamos de acordo com o livro* (P1), percebeu-se também a afirmação: *Eu sigo o livro, mas sinceramente, Geometria a gente quase não ensina* (P5).

Como é possível visualizar no quadro anterior, o conteúdo de Geometria tem um enfoque quantitativo bem significativo. No entanto, ficou claro que as professoras não tomam o livro didático como balizador de sua prática, de forma tão radical, como costumam afirmar. Os dados obtidos não permitem afirmar com segurança, mas este balizamento da prática pedagógica pelo livro didático parece ocorrer, prioritariamente, ligado ao conteúdo de aritmética e que os conteúdos de geometria podem não estar efetivamente sendo ensinados, mesmo estando presentes no livro didático adotado pelas professoras.

b) Formas de representações presentes nos livros

Como já tratado no capítulo 4, a Matemática está ligada a diferentes formas de representação, pois o objeto do conhecimento matemático só se dá a conhecer por intermédio de suas representações (SOUSA, 2008). O conhecimento matemático é expresso dentro de sistemas de representação semiótica, como o registro dos números, a língua materna ou natural, as gravuras, as figuras geométricas, a álgebra, os gráficos, as tabelas, as linguagens simbólicas. Nesse sentido, Duval (2009) assevera que o uso desses diferentes registros de representação é indispensável para a aprendizagem matemática, e para a elaboração conceitual.

Na análise da coleção, buscou-se investigar quais representações são utilizadas pelas autoras, no intuito de averiguar se houve diversificação desses registros que facilitassem a aprendizagem dos conteúdos no tocante à Geometria.

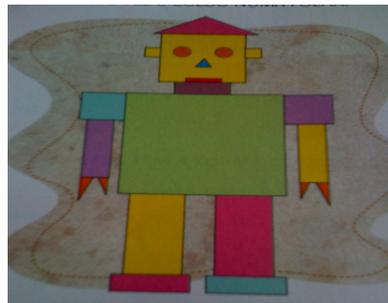
Nos volumes da coleção dedicados ao 1º, 2º e 3º ano, correspondentes ao primeiro ciclo, encontram-se jogos e brincadeiras e ainda diversos gêneros textuais como parlendas, poemas, receitas de culinária, trava-línguas; histórias em

quadrinhos e do folclore brasileiro. Esses textos são utilizados no sentido de apresentar elementos da Geometria. Percebe-se a intenção de aproximar a criança da Matemática.

Figura10: Música e figura geométrica – 2º ano



Figura 11: desenho e identificação de partes - 1º ano



Fonte: Livro do 2º e 1º ano respectivamente

Outra forma de representação bastante recorrente é a associação de figuras geométricas com obras de arte como mostra a figura abaixo:

Figura 12 - identificação de formas em obras de arte - 1º ano



Fonte: Livro do 1º ano

A discussão acerca de figuras geométricas é realizada a partir de fotografias de objetos que podem compor o cotidiano das crianças, em que se busca evidenciar a presença de elementos geométricos. Entretanto, não se analisam os objetos que efetivamente compõem a realidade das crianças, isto é, não se propõe que se analise: a forma da carteira, a forma do prato em que a criança lancha, o formato dos livros, lápis ou outro objeto mais próximo do contexto dos alunos. Os elementos do cotidiano a serem analisados são aqueles que vêm representados no próprio livro: uma fotografia de um livro que se associa a um retângulo, um chapéu de festa infantil que se associa a um cone.

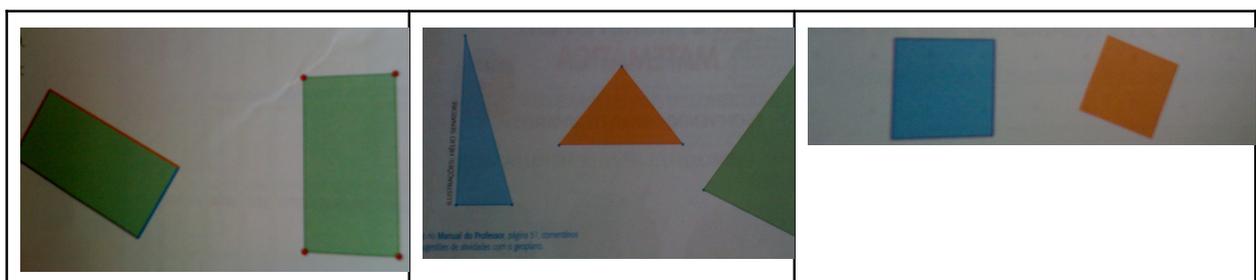
Figura 13: Representação de objetos do cotidiano



Fonte: livro didático do 4º ano da coleção analisada

São também exploradas representações de figuras geométricas em diferentes posições e tamanhos. Esta forma de visualização está relacionada com a operação operatória denominada por Duval (1995) de modificação posicional, auxiliando na distinção das formas de apreensão da figura.

Figura 14: Representação figural

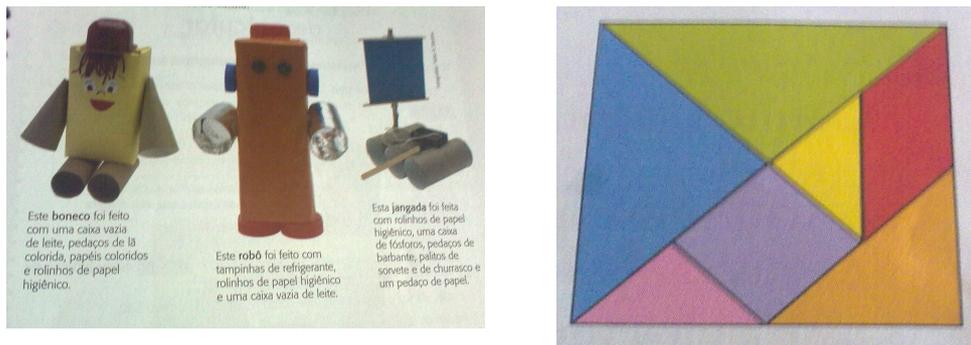


Fonte: livro do 2º ano da coleção analisada

A representação concreta também é utilizada, a partir da manipulação de

peças anexadas ao livro. É o caso da utilização do Tangram, no livro do 3º ano. É proposta a formação de figuras a partir da combinação das peças do jogo. Tais atividades permitem que os alunos construam novas figuras a partir de combinação de figuras, possibilitando que o professor faça outras intervenções no intuito de aproximar-se das propriedades das figuras e das possíveis relações entre essas.

Figura 15: Representação concreta



Fonte: livro do 3º ano da coleção analisada

Embora exista uma variedade de representações utilizadas, as tarefas propostas às crianças exigem a identificação de elementos a partir das representações trazidas pelo próprio livro. Há pouco espaço para a criação de representações elaboradas pelas próprias crianças. É comum, nos livros analisados, propor-se: “conte quantas figuras existem no desenho abaixo”, “marque as figuras iguais”; “identifique as figuras”. A seguir, exemplos desses modelos de atividades.

Fig. 16 - atividades de identificação – 2º ano Fig 17 - atividades de identificação – 3º ano

RESPONDA:

A) QUANTOS LADOS TEM O QUADRADO? 4 lados

B) QUANTOS VÉRTICES TEM O QUADRADO? 4 vértices

OBSERVE NOVAMENTE AS FOTOGRAFIAS DAS PÁGINAS 74 E 75.

MARQUE COM UM X OS NOMES DAS FIGURAS QUE NÃO APARECEM NAQUELAS OBRAS DE MONDRIAN.

TRIÂNGULOS QUADRADOS CÍRCULOS RETÂNGULOS

Marcos fez uma construção usando alguns sólidos geométricos. Escreva o número que corresponde à representação de cada figura.

a) paralelepípedo - 2+7 d) cone - 9+6

b) pirâmide - 5+8 e) cilindro - 3+8+8

c) cubo - 8+8

Fonte: livros do 2º ano e 3º ano respectivamente da coleção analisada

Na análise dos livros do 2º ciclo, ou seja, 4º e 5º anos, o conteúdo de

Geometria é ampliado, já que o nível de cognição dos alunos permite ampliar os conceitos, adequando-os para essa faixa etária. Entretanto, apesar dessa ampliação, a abordagem dos conteúdos permanece da mesma forma estanque já comentada em relação aos livros do 1º, 2º e 3º anos.

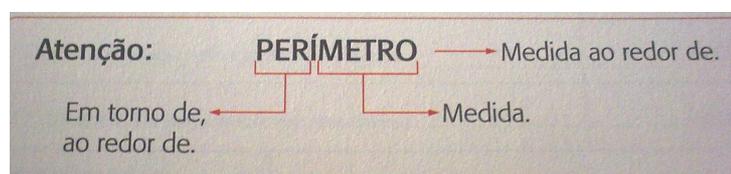
Em termos de representação, permanecem as apresentadas anteriormente como: representação discursiva, representação figural e representação concreta. A novidade em termos de representação é a presença do cálculo numérico, presente em conteúdos como área e perímetro.

c) Abordagem do conteúdo de área e perímetro

Os assuntos área e perímetro, conteúdos indicados pelas professoras como os de maiores dificuldades tanto para o ensino quanto para a aprendizagem, são tratados no bloco referente a grandezas e medidas. Assim, foram encontradas diferentes representações, as quais serão analisadas a seguir.

O conceito de perímetro é introduzido a partir de representação em língua materna, visando à análise da etimologia da palavra, conforme pode ser visto a seguir.

Figura 18: Etimologia do termo perímetro



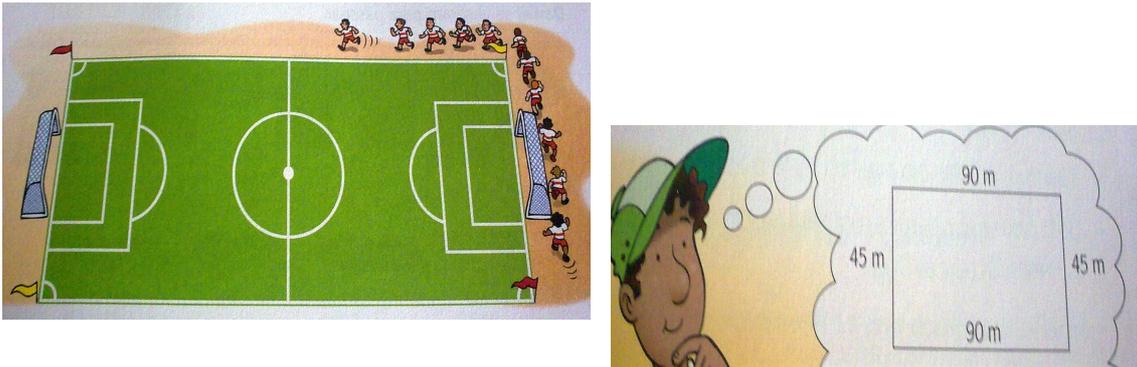
Fonte: livro do 4º ano da coleção analisada

O conceito é trabalhado a partir da representação figural, buscando introduzir o tratamento aritmético.

Apresenta-se a ideia de perímetro como uma medida calculada a partir de

uma volta completa em torno de uma figura como no exemplo abaixo.

Figura 19: Representação Figural e aritmética do perímetro



Fonte: livro do 4º ano da coleção analisada

Esse conceito e suas representações não são retomados no livro do 5º ano. Neste ano, aparece apenas uma atividade propondo o cálculo do perímetro de três figuras diferentes. Já o conceito área é apresentado nos dois livros em questão. Inicialmente, no livro do 4º ano, se propõe a representação figural de uma situação de vida cotidiana, ilustrada na cena a seguir.

Figura 20: Representação figural do conceito de área



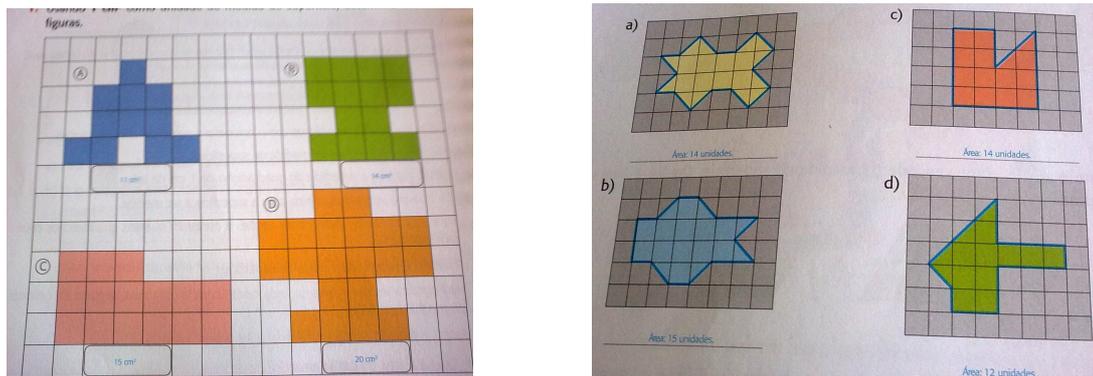
Fonte: livro do 4º ano da coleção analisada

Os alunos devem perceber que o azulejo é uma unidade de medida de superfície, calculando quantas vezes essa unidade está presente na parede presente na ilustração. O livro solicita que os alunos representem com uma multiplicação, o total de azulejos usados, podendo ser “9x6” ou “6x9”. Nessa

situação, compara a superfície do azulejo com a superfície da parede, relacionando o total de azulejos com a área da parede, totalizando 54 unidades de azulejo.

Outras atividades são propostas, mas a representação é a mesma. Consiste apenas na identificação de uma unidade de área e a contagem das vezes em que esta medida aparece.

Figura 21: Representação figural do conceito de área



Fonte: livro do 5º ano da coleção analisada

Nota-se que, para o trabalho com área e perímetro, a representação aritmética e a figural são as únicas sugeridas pelo livro. Novamente não são exigidas representações que sejam construídas pelo próprio aluno.

5.2 Análise *a priori*

Diante das constatações obtidas na fase de análises prévias, foi possível conceber a segunda fase da Engenharia Didática: a análise *a priori*. Esta fase é constituída de uma parte descritiva e outra de previsão. Nela é possível descrever as escolhas efetuadas dos elementos que comporão a fase de experimentação, definindo as variáveis de comando e descrevendo cada atividade proposta (MACHADO, 1999). Segundo Pais (2002, p.102):

É sobre o conjunto dessas variáveis que se inicia a análise *a priori*, cujo objetivo é determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para a apreensão de conceitos em questão.

As variáveis de comando, segundo Artigue (1996), podem ser globais ou locais. A primeira quando se trata da organização geral da engenharia e a segunda quando se trata do planejamento específico de uma sessão da sequência didática.

Nesse sentido, após o exame das características dos sujeitos e da ferramenta utilizada na prática pedagógica, foi elaborada uma sequência didática, a qual foi realizada com os sujeitos participantes dessa pesquisa, tendo como referência as variáveis de comando encontradas e as hipóteses estabelecidas. Buscou-se estruturar uma sequência didática que oferecesse às docentes possibilidades de supressão de lacunas conceituais no campo da Geometria. Essas escolhas enfatizaram o uso de diferentes registros de representação como: material concreto, desenho, registro numérico, língua materna e registro figural dinâmico¹³.

De acordo com Machado (1999) essa fase é caracterizada por uma situação a-didática criada para ser aplicada aos alunos, devendo necessariamente contemplar:

- Descrição de cada sessão e caracterização da situação a-didática;
- Análise do desafio da situação para o aluno;
- Previsão dos comportamentos possíveis e como controlá-los a partir da análise feita, assegurando o desenvolvimento do conhecimento visado.

5.2.1 Identificando as variáveis de comando

Variáveis Globais

¹³ A autora denomina registro figural dinâmico o desenho representado em tela de computador (GRAVINA, 2001).

As variáveis de comando globais ou macro-didáticas, aqui estabelecidas dizem respeito àquelas que se referem à organização global da Engenharia. Neste caso, são elas:

- a) Explicitar que a Geometria deve ocupar um espaço no planejamento pedagógico das professoras;
- b) Realizar atividades que favoreçam a percepção e apreensão de conceitos geométricos pelas professoras;
- c) Utilizar diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático;
- d) Utilizar um *software* de Geometria, fazendo opção pelo GeoGebra. *Software* livre, de fácil manuseio, permitindo um tratamento dinâmico com as figuras geométricas;
- e) Apresentar os conceitos de área e perímetro de polígonos regulares;
- f) Apresentar as propriedades figurais apontadas por Duval (1995) para a compreensão de conceitos geométricos;
- g) Coordenar diferentes RRS

Hipóteses estabelecidas

1. Acredita-se que as docentes possam ampliar seus conhecimentos sobre Geometria através da ênfase nos elementos conceituais presentes na teoria dos RRS de Raymond Duval;
2. A coordenação entre os diferentes registros de representação pode auxiliar cognitivamente as docentes a compreender aspectos conceituais da Geometria;
3. As atividades de Geometria realizadas com auxílio do *software* dinâmico

Geogebra, constituem um campo mais amplo para apreensão de conceitos geométricos, uma vez que o mesmo apresenta uma dinamicidade que não é possível conseguir no papel.

Essas hipóteses serão comparadas com os resultados finais da sequência didática a fim de verificar a validação ou não das mesmas.

Variáveis Locais

Tendo em vista as variáveis globais determinadas, uma sequência didática foi elaborada para estruturação da fase de experimentação. Entende-se por sequência didática certo número de aulas ou sessões planejadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática (PAIS, 2002). A sequência didática foi desenvolvida em cinco sessões, assim planejadas:

Quadro 5 : Sessões didáticas previstas

Sessão	Assunto	Tempo previsto
1	Apresentação da pesquisa e dos participantes; normatizações para o ensino da geometria; experiências das professoras	3h
2	O Tangram na apreensão figural e operatória	3h
3	Tangram na apreensão do conceito de área	3h
4	Experiências docentes com softwares de matemática Apresentação/exploração do <i>software</i> GeoGebra	3h
5	Resolução de situações problema (área/perímetro) com o GeoGebra	3h

Fonte: elaborado pela autora

5.2.2 Sessões didáticas previstas

1ª sessão

Nesta sessão, previu-se o estabelecimento do contrato didático. Segundo Silva (1999), esta é uma ação necessária para que seja estabelecida uma relação didática entre professor e alunos, na qual ambas as partes cumprem funções predeterminadas na prática pedagógica.

Objetivou-se conhecer as experiências das docentes com a Geometria, tanto no período de sua formação escolar e acadêmica, quanto na prática pedagógica. Visou-se, também, apreender as expectativas das professoras acerca do uso do computador para o trabalho com a Geometria e ressaltar os temas de Geometria constituintes do currículo das séries iniciais do Ensino Fundamental. A sessão ficou assim estruturada:

Quadro 5: atividades de imersão no mundo da Geometria

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none">a) Apresentação dos objetivos da pesquisa e dos participantes;b) Relato individual das professoras sobre suas experiências e impressões acerca da Geometria, como aluno e como docente;c) Leitura e discussão do texto: o currículo da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental (BRASIL,2001) |
|--|

Fonte: elaborado pela autora

Inicialmente, visou-se estabelecer um vínculo global entre o grupo, no sentido de ampliar a sua disponibilidade de participação e de exposição acerca de suas dúvidas e lacunas conceituais relativas à Geometria. A Análise Prévia já havia apontado resistências por parte das professoras e medo de expor as suas dificuldades.

A narrativa das professoras, por sua vez, teve o objetivo de permitir que elas relembassem seu processo de formação e os anos de ação docente. Contou-se com a ocorrência de problemas relativos à memória seletiva, isto é, o esquecimento de elementos componentes da trajetória que elas, possivelmente, preferissem esquecer. Previu-se, ainda a pobreza de experiência com a área, decorrente da formação deficiente recebida pelas docentes, já evidenciada na fase anterior.

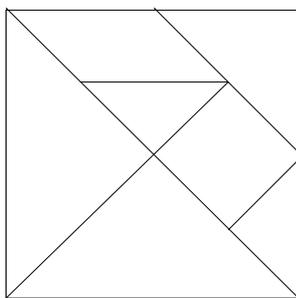
Em seguida, fez-se a leitura do texto: Os conteúdos de Matemática para

ensino fundamental: 1º e 2º ciclo – bloco espaço e forma. Com a leitura, buscou-se evidenciar a presença de elementos da Geometria no currículo dos anos iniciais. Percebeu-se durante a fase anterior que as professoras tinham dificuldades em reconhecer estes conteúdos, tendo expressado sua insatisfação com a dificuldade das questões propostas. Embora os PCN sejam um documento composto para orientar a prática dos professores, previa-se o desconhecimento e a surpresa das professoras diante da ampla composição do currículo de Geometria.

2ª sessão

Nessa sessão, utilizou-se o Tangram como forma de representação concreta. Trata-se de um quebra cabeça formado por sete peças: 2 triângulos retângulos isósceles grandes, 2 triângulos retângulos isósceles pequenos, um triângulo retângulo isósceles médio, um quadrado e um paralelogramo.

Figura 22 – Modelo de Tangram



Fonte: Mendes, 2009

Segundo Mendes (2009), esse recurso tem sido utilizado com ênfase por seu caráter lúdico para motivar os alunos na montagem de formas geométricas, enquanto outros trabalhos abordaram os aspectos essencialmente geométricos.

Essa sessão teve como objetivo interpretar as três formas de processo cognitivo presentes em Geometria, apontadas por Duval (1995): visualização, construção e raciocínio, conceitos esses já discutidos no capítulo 3 deste trabalho. O quadro abaixo explicita as atividades propostas:

Quadro 5- Confeção e exploração do Tangram

- 1) Confeção do Tangram
- 2) Reconfiguração do Tangram em três etapas:
 - a) sem modelo
 - b) com moldura do contorno do quadrado
 - c) com molde completo
- 3) Composição de figuras a partir de combinação de elementos do Tangram
- 4) Representação no desenho de figuras criadas a partir do Tangram

Fonte: elaborado pela autora

Para a confecção do Tangram, dada a frequência com que esta atividade faz-se presente nos livros didáticos, previu-se que as professoras a realizassem sem dificuldades. Os obstáculos didáticos e conceituais foram esperados no momento da montagem do Tangram, onde está em jogo a visualização, a construção e o raciocínio. Procedeu-se da atividade prevista como a de maior índice de dificuldade para aquela de menor nível de dificuldade. A montagem sem modelo imporia a decisão do tamanho da figura e da estruturação das peças. Já a organização com a moldura determinaria o espaço no qual se organizariam as peças. Com o molde completo caberia ao sujeito apenas a identificação das peças e suas posições.

Na composição de figuras, destacou-se que não se tratava apenas de juntar elementos em uma figura qualquer, mas de compreender que a partir da junção criam-se estruturas mais complexas, como por exemplo: ao juntar-se um quadrado e um triângulo pode-se obter um trapézio, dois triângulos podem formar um quadrado; Com estas figuras o desafio era perceber diferenças e semelhanças entre elas, estabelecendo regularidades e singularidades. Buscava-se, também, o domínio da nomenclatura ligada ao mundo da Geometria.

A proposta de elaborar desenhos das figuras criadas pelas professoras, a partir da manipulação das peças do Tangram visava ressaltar que a mudança de registro preserva o conteúdo do conceito. Do ponto de vista cognitivo, entretanto, algumas informações sobressaem-se. Esta é uma situação denominada por Duval (1999) de “complementaridade dos registros”, na qual se entende que cada representação de um mesmo objeto pode apresentar propriedades diferentes que podem levar à compreensão de um determinado conceito a partir da coordenação de diferentes registros de representação.

3ª sessão

Nesta sessão, o objetivo foi perceber o conceito de área de uma superfície a partir da representação concreta com o Tangram. Com o uso da régua, foi solicitado às professoras que obtivessem a medida do lado do quadrado formado pelo conjunto das peças do jogo. Solicitava-se, então, o cálculo da área do quadrado. A partir de tais medidas deveriam ser deduzidas as medidas de cada uma das peças do jogo.

As escolhas realizadas aqui visavam possibilitar que as docentes participantes da oficina percebessem, através da manipulação das peças do Tangram, as relações de semelhança e proporcionalidade estabelecidas entre as figuras e suas diversas formas de combinações. Desse modo, poderiam construir conceitos e perceber as propriedades geométricas através da utilização de material concreto. O quadro abaixo apresenta as atividades que compuseram esta sessão.

Quadro 7 – Cálculo de áreas a partir do material concreto

- a) Usando a régua, divida o quadrado maior em 21 linhas e 21 colunas. O que
- b) representa cada quadrinho formado? Quanto mede cada quadrinho?
- c) Qual a área do Tangram?
- d) Determine a área de todas as figuras do Tangram, sabendo que o lado do quadrado

maior formado por todas as peças mede 21cm.

Fonte: elaborado pela autora

Nessa situação, a seleção de atividades impôs alguns desafios que exigiram uma interpretação da heurística¹⁴ dos problemas em Geometria por parte das professoras. Segundo Duval (1995), esta interpretação é distinta por quatro formas de apreensão: sequencial, perceptiva, discursiva e operatória.

Nesse sentido, havia a expectativa de que as docentes apresentassem dificuldades em perceber cada um dos quadradinhos como uma unidade de medida de área, pois é comum enfatizar-se o uso de medidas oficiais. Esperava-se, ainda, que a dificuldade em perceber que a área é uma medida de dimensão 2, isto é, envolve largura e altura das figuras.

Outra dificuldade esperada estava nas relações de reconfiguração isto é, perceber que uma figura ocupa metade, um quarto de outra figura, dada a dificuldade de estabelecer relações. Por fim, esperava-se a dificuldade na percepção das relações geométricas estabelecidas entre as figuras, numa relação parte-todo. Por exemplo, considerar que a diagonal é uma propriedade do quadrado, a partir da qual é possível deduzir que a área de cada triângulo por ela delimitado representa a metade da área do quadrado.

4ª sessão:

Nesta sessão foi feita a apresentação do *software* GeoGebra e de suas funcionalidades. O GeoGebra é um programa bastante intuitivo e autoexplicativo. É de fácil manuseio para iniciantes, sendo que o conhecimento matemático é o ponto fundamental de sua utilização. A opção por esse recurso deu-se devido às

¹⁴ A interpretação heurística de uma figura geométrica exige a compreensão das unidades figurais elementares que semioticamente constituem uma figura, bem como as sub-figuras que a compõem. Isso porque é justamente sobre estas unidades figurais que se realizam os tratamentos específicos, ou seja, tratamentos figurais (FLORES E MORETI, 2004).

possibilidades de reconhecer, através do desenho dinâmico, propriedades figurais do desenho geométrico.

O objetivo, nesse momento, foi conhecer as ferramentas do *software* e perceber quais as impressões e dificuldades das professoras sobre o uso desse recurso na representação do desenho geométrico.

Quadro 8 – Atividades de apropriação do Software GeoGebra

1. Apresentação expositiva do *software* GeoGebra;
2. Utilização pelas professoras do *software* GeoGebra no ambiente computacional;
3. Manuseio das ferramentas funcionais do software encontradas na barra de ferramentas como arquivo, editar, exibir etc;
4. Criação de figuras geométricas, uso da malha quadriculada, movimentação de figuras.

Fonte: elaborado pela autora

Essa situação foi pensada tendo em vista que as professoras já haviam afirmado ter pouca familiaridade com o computador e tampouco conheciam o *software* GeoGebra, fato constatado na primeira fase dessa engenharia. Desse modo, julgou-se necessário que houvesse um momento de apresentação e outro de manipulação das ferramentas para que as docentes pudessem se apropriar das funcionalidades e das possíveis formas de visualização do conteúdo geométrico.

Uma das dificuldades esperadas na realização dessa situação didática foi o fato de que todas as professoras estão acima dos quarenta anos de idade, sendo que a metade delas está acima dos cinquenta. Tal condição remete à ideia de que, esse grupo, pode não estar inserido na cultura digital, o que possivelmente demandaria mais tempo para a apropriação e manipulação do *software*, enquanto que um grupo de professores mais jovens, não apresentaria essas dificuldades.

Esse fenômeno foi descrito por Prensky (2001) que denominou esta população cuja formação ocorreu à margem do universo digital como “imigrantes digitais”, apresentando dificuldades em aprender a lidar com as tecnologias. Em

oposição, o autor denomina “nativos digitais” a geração que já nasceu mergulhada na tecnologia.

A partir desta constatação, situações de aprendizagem envolvendo conceitos geométricos foram criadas, buscando a exploração do *software* como ferramenta auxiliar no desenvolvimento deste processo.

5ª sessão:

Este momento previu uma revisão das funções das ferramentas apresentadas na sessão anterior e a realização de atividades envolvendo aspectos conceituais da Geometria, utilizando o GeoGebra como suporte na resolução. Objetivou-se apresentar situações em que as participantes pudessem visualizar os níveis de apreensão das figuras geométricas distintas por Duval (1995):

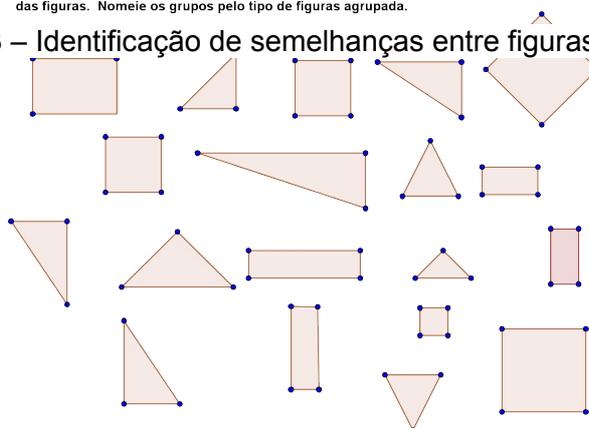
- Primeiro nível – (apreensão gestaltista) - onde se operam as apreensões sequencial, perceptiva e discursiva;
- Segundo nível - apreensão operatória das figuras - onde se efetuam as modificações mereológicas, óticas ou posicionais, das unidades figurais reconhecidas e da figura dada.

O desafio atribuído às professoras, nessa situação, era de que elas pudessem ter essas apreensões na medida em que manuseavam o *software*, e esse processo, contribuísse para a aquisição de conceitos geométricos. Com esse intuito, foram elaboradas as atividades a seguir:

Atividade 1

Organize as figuras geométricas em grupos, de acordo com a semelhança das figuras. Nomeie os grupos pelo tipo de figuras agrupada.

Figura 23 – Identificação de semelhanças entre figuras geométricas



Fonte: elaborado pela autora

Esta atividade exigia que as professoras utilizassem a apreensão perceptiva que diz respeito à interpretação das formas de uma figura geométrica, permitindo identificar ou reconhecer de forma direta o objeto (DUVAL, 1995). Assim, o desafio posto é que as professoras conseguissem diferenciar as formas geométricas representadas agrupando-as de acordo com suas propriedades figurais comuns. Para esta tarefa, além desse conhecimento, fez-se necessário o manuseio do mouse para arrastar e agrupar figuras.

Atividade 2

Quadro 9 – Construindo o conceito de área a partir do Geogebra

Sabendo que cada quadradinho mede 1cm de lado, faça o que se pede:

- a. Construa um retângulo com 12 quadradinhos. Qual a área desse retângulo?
- b. Divida esse retângulo em duas partes iguais (de dois modos diferentes).
- c. Qual a área de cada figura dividida?

Fonte: elaborado pela autora

A atividade visou ao reconhecimento da apreensão operatória que possibilita modificações e/ou transformações possíveis da figura inicial pela reorganização perceptiva que essas modificações apontam para obter novos elementos que podem levar à solução de uma determinada situação-problema (DUVAL, 1995).

Esperou-se que as docentes percebessem com a ajuda do dinamismo do *software*, as relações presentes na figura de dimensão 2. Em relação ao uso do *software*, as professoras devem manusear o mouse para construir figuras, utilizando

a ferramenta polígono, utilizar a malha quadriculada como referência de unidade de medida e simetria, devendo ainda digitar a justificativa de suas respostas.

Atividade 3

Quadro 9 – Exploração da malha quadriculada no *GeoGebra* para o trabalho com área

Desenhe duas figuras diferentes, mas com áreas iguais. Use a malha quadriculada.

Fonte: elaborado pela autora.

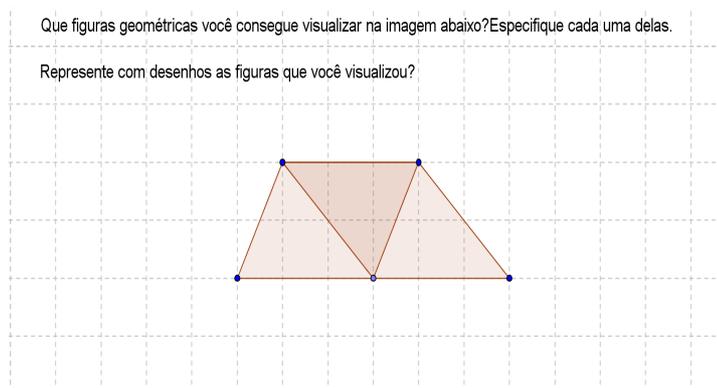
Essa atividade deu continuidade aos conceitos trabalhados na questão anterior, contudo não foi apresentada nenhuma figura, devendo as professoras realizar uma construção figural baseada nas orientações dadas.

As docentes foram provocadas a representar duas figuras com formas diferentes, mas que apresentassem áreas iguais.

Esperou-se que elas se utilizassem a malha quadriculada como referência para identificar a unidade de medida da superfície das figuras.

Atividade 4

Figura 24 – Visualização, configuração e reconfiguração de figuras geométricas



Fonte: Duval (1995)

Nessa atividade, esperou-se que fosse feito o reconhecimento de unidades figurais de dimensão 2, dentro uma figura geométrica. As professoras deviam isolar as unidades de dimensão 2, separando-as e unido-as em uma nova configuração.

A dinamicidade do *software* para movimentar as figuras, propicia uma percepção mais clara da configuração do desenho apresentado.

Atividade 5

Quadro 10– Relação entre área e perímetro

Calcule:

a) a área de um quadrado cujo perímetro é 24 cm.

b) perímetro de um quadrado cuja área é 49 cm².

Represente seu raciocínio com desenhos

Fonte: elaborado pela autora

Nessa situação, o conceito de área e perímetro deverá ser representado utilizando novamente o quadrinho da malha quadriculada do software como parâmetro de medida.

5.3 Experimentação e validação

Na experimentação, teceu-se a análise dos dados colhidos no processo de formação realizado com as professoras, perfilando os caminhos propostos pela análise *a priori*. Muito embora, cada situação didática tenha sido cuidadosamente elaborada, algumas circunstâncias escaparam ao processo de previsão, o que também será aqui ressaltado.

Fez-se a opção por realizar a validação em conjunto com a experimentação pela conveniência da apresentação uma única vez dos referidos dados. Após a descrição de cada experiência feita com as professoras, realizou-se a análise a

posteriori local, confrontando com a análise *a priori* feita.

A seguir, a análise dos elementos sugeridos por Machado (1999) para a experimentação: explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa aos sujeitos participantes, instituição do contrato didático, aplicação de instrumentais de pesquisa, registro de observações feitas durante a execução da experimentação, estruturados por sessões.

Sessão 1:

O início desta fase deu-se no momento em que ocorreu o contato da pesquisadora com os sujeitos dessa investigação. Nesse momento, foi constituído o contrato didático. Definido por Brousseau (1996, p. 66) como “[...] a regra do jogo e a estratégia da situação didática. É o meio que tem o professor para entrar em cena. Porém a evolução da situação modifica o contrato que permite então a obtenção de situações novas” (tradução livre).

Desse modo, o contrato entre as docentes e a pesquisadora foi estabelecido mediante negociação com a direção e supervisão da escola onde as professoras trabalham. Ficou acordado que a formação aconteceria sempre às quintas-feiras, no horário de 8h às 11h. Nessa ocasião, as docentes participantes seriam substituídas por alunos bolsistas do curso de pedagogia da Universidade Estadual do Ceará e por alunos do Mestrado Acadêmico em Educação dessa mesma instituição, vinculados ao Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino (MAES).

Ficou acordado que as docentes participariam da formação, vivenciando cinco encontros presenciais, organizados em cinco sessões didáticas com duração de três horas cada uma, aceitando, ainda, participar efetivamente das atividades propostas pela pesquisadora. Tais atividades estariam vinculadas ao objetivo da pesquisa que foi explicitado para as participantes: analisar as contribuições do uso de diferentes representações semióticas para a elaboração de conceitos geométricos por professores polivalentes.

Em alguns momentos, esse contrato foi rompido e renegociado em vista de circunstâncias externas que interferiram nas ações previamente planejadas, como

se constatará na explicitação de cada sessão realizada.

Ressalta-se que além das docentes participantes da formação e da pesquisadora, estava presente em todas as sessões, uma observadora (pedagoga) que realizava os registros minuciosos de todas as atividades desenvolvidas com as professoras.

Além de estabelecer o contrato didático, esta sessão objetivou conhecer as percepções das professoras acerca da Geometria, apresentar os assuntos que seriam tratados no curso e as expectativas das participantes. Estiveram presentes nessa sessão, cinco professoras, pois P1 ausentou-se para tratamento médico.

Neste primeiro contato, buscou-se fazer uma integração entre o grupo e a pesquisadora, visando ampliar as possibilidades do diálogo durante o processo de formação. Na perspectiva de Freire (2005, p. 96) “sem o diálogo não há comunicação e sem esta não há verdadeira educação”. Assim, visava-se propiciar ambiente favorável para a ocorrência de relatos espontâneos de suas dificuldades e dúvidas. Foi solicitado que cada professora se apresentasse e falasse um pouco de sua formação em Matemática, focalizando a Geometria, e tratasse de sua experiência docente com a disciplina e de suas expectativas em relação ao curso.

A princípio, as professoras mostraram-se curiosas por entender como se daria a formação, demonstrando principalmente preocupação com os conteúdos que seriam abordados. P2 e P3 relataram sentir dificuldades com a Geometria e que os conteúdos desse campo da Matemática eram poucos explorados em suas aulas. P2 e P4 esperavam que o curso lhes ajudasse a suprir suas lacunas nessa área da Matemática. Não houve manifestação de P5 sobre suas expectativas em relação ao curso.

A percepção acerca da Matemática evidencia resistências com a disciplina, o que fica mais acirrado quando se trata especificamente da Geometria. Nas falas abaixo, pode-se perceber que apenas P6 não manifesta este tipo de problema e indica já ter trabalhado o assunto como: formas figuras planas, sólidos geométricos:

Nunca gostei de matemática e tive poucas experiências com

Geometria durante a escola. Recentemente, devido à necessidade de estudar os conteúdos a serem trabalhados no 5º ano, tenho reaprendido Matemática e começo a gostar do assunto. Entretanto, nunca trabalhei Geometria com meus alunos e irei contratar um professor para ensinar-me quando precisar dar aulas de Geometria (P2).

Eu fujo da matemática e priorizo na sala de aula o ensino das quatro operações (P3).

Pouco trabalho com a Geometria e não tenho muita afinidade com o assunto (P4).

Nunca gostei de matemática. A única coisa que me lembro da Geometria é sobre “curvas abertas e fechadas”. Para mim, tudo que envolve Geometria é complicado. Considero que a aritmética é a parte mais relevante da Matemática (P5).

Gosto de Geometria e já trabalhei com o assunto (P6).

Essa rejeição pela Geometria acaba por refletir nas escolhas das professoras, impactando na sala de aula e configurando uma situação denominada por Pavanello (1989) como “o abandono ao ensino da Geometria”, fato já apontado no capítulo 4 deste trabalho.

Com a leitura comentada do texto do PCN, onde se explicitam os conteúdos de Matemática recomendados para os anos iniciais do Ensino Fundamental, foi detectado o desconhecimento por parte das docentes de quais conteúdos compunham a área da Geometria. Para as professoras, essa área da matemática, contempla apenas conceitos de ponto, reta, semi-reta, curvas, figuras planas e sólidos geométricos.

A intenção, dessa leitura era mostrar que esses conteúdos tinham grande destaque nesse documento, pontuando conceitos importantes da Geometria que deveriam ser contemplados no planejamento das aulas a ser ministrados pelas professoras. Ressalta-se que concomitantemente à leitura, eram feitas reflexões sobre esses conteúdos, tanto pela pesquisadora quanto pelas professoras.

Assim, foram apresentados os conteúdos para o primeiro e segundo ciclos, presentes nos PCN de Matemática (Apêndice A), justificando que os conteúdos a serem trabalhados na formação estavam contidos nesse documento.

Na leitura dos Conteúdos de Matemática para o primeiro ciclo, as professoras foram percebendo conexões entre os conteúdos e situações do cotidiano, conforme se pode perceber nas falas:

A gente percebe que a Geometria está ao nosso redor o tempo todo (P2).

É possível explorar os objetos da sala de aula e comparar com as figuras (P4).

A Geometria é importante para termos noção de orientação (P3).

Percebeu-se que na medida em que as docentes iam tomando conhecimento do rol de conteúdos que compunham a Geometria, diminuía a apreensão de falar sobre esta área da Matemática.

No entanto, para o segundo ciclo, a situação tomou outra tônica. As professoras não conseguiam identificar em suas aulas assuntos tais como: figuras tridimensionais, figuras poligonais, paralelismo, perpendicularismo, planificações, grandezas mensuráveis. Pôde-se notar estranhamento das professoras em relação a esses termos, eles não faziam parte do vocabulário matemático de suas aulas. Deduz-se, assim, que os conteúdos podem não ser abordados em suas aulas. Apesar de todas as professoras terem afirmado que conheciam os PCN, era perceptível o desconhecimento.

Quando solicitada para ler uma parte do texto, P2 apresentou dificuldade em pronunciar termos próprios da Geometria, como os citados anteriormente, indicando a falta de familiaridade com eles. Ela revelou que precisa aprender esses conteúdos. Ressalte-se que P2 é responsável por ministrar Matemática em turmas de 5º ano. Para P3 não é importante trabalhar esses conceitos com os alunos, pois eles são difíceis de compreender. P5 afirmou nunca ter ensinado esses conteúdos e não os compreender muito bem. Durante toda a sessão, P5 foi pouco participativa e demonstrou desinteresse. P4 foi a única que reconheceu esses assuntos como importantes, porque, para ela, eles são pré-requisitos para a compreensão de outros conceitos. P2 comentou que *os conteúdos da Geometria provocam dificuldades em sua compreensão por conta de sua natureza complicada.*

Ao analisar as dificuldades para o ensino da Geometria, P4 comenta que:

É possível que os autores de livros didáticos também sintam essa dificuldade com o assunto, não conseguindo apresentar uma metodologia que seja capaz de atender às exigências dos parâmetros e ao mesmo tempo, auxiliar o professor na compreensão de conceitos.

Também buscando saída para as dificuldades com a Geometria, P3 observa: *talvez fosse melhor que os arquitetos e engenheiros ensinassem Geometria*. Tal comentário direcionou a discussão para as habilidades de profissionais que trabalham com construção civil, como pedreiros que conseguem medir e ter noções espaciais sem o auxílio de cálculos. Desse modo, foi possível detectar a associação dos conteúdos geométricos com elementos presentes na vida cotidiana das pessoas, tais como: formas de casas e prédios, largura de ruas, simetria em obras de arte, área e perímetro de terrenos.

P2, comentando a necessidade de uma nova perspectiva para o ensino, afirmou que *matemática agora tem que ser trabalhada no contexto. Interessante!* Embora ache interessante, a professora comenta: *Meus alunos não sabem a tabuada e sem saber isso eles não têm como aprender matemática*, reafirmando a ênfase na aritmética e nos procedimentos de memorização. Acrescenta, ainda, que quando chegou à turma precisou introduzir novamente o sistema de numeração decimal e que o mais importante a ser ensinado são as *contas de adição e subtração*. Em seguida concluiu: *Os alunos não sabem de nada*. Todavia, explica que seus alunos começaram a gostar mais de matemática depois de começar a entender alguns conteúdos.

Em seus relatos, as professoras quase sempre remetem a situações envolvendo conteúdos de aritmética, destacando que os alunos precisam dominar as quatro operações para aprender matemática e saber a tabuada. Esta crença tem suas raízes no ensino tradicional, tendo sido praticamente abolida pelos adeptos da educação construtivista (SPINILO E MAGINA, 2004). No entanto, muitos educadores ainda acreditam que somente esse tipo de procedimento é capaz de fazer o aluno entender toda a complexidade dos conteúdos matemáticos.

Validação – sessão 1

Nessa sessão houve dificuldades quanto à presença das pessoas que iriam substituir em sala de aula as professoras que participariam da formação, atrasando, desta forma, início do curso que só se efetivou após o horário do recreio, reduzindo o tempo previsto de três horas para uma hora e trinta minutos. Outro aspecto que influenciou no início da sessão foi a falta de apoio estrutural da escola *lócus* da pesquisa, pois não havia sala previamente disponível para realizar a formação.

Antes do início do estudo do texto, todas as docentes relataram sentir dificuldades com a Geometria, tanto no tocante à aprendizagem delas mesmas, quanto no ensino dos conteúdos para seus alunos. Elas acreditavam que essa formação lhes ajudaria a suprir suas lacunas em relação aos conteúdos geométricos. Tais dificuldades já haviam sido constatadas no teste de sondagem e na análise do questionário, sendo ainda denunciadas por pesquisas sobre essa temática, já citada na fase de análises prévias. Ficou evidente que a formação das docentes, nesse campo da Matemática investigado, não conseguiu efetivar a compreensão dos conceitos geométricos necessários para o trabalho com os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A dinâmica da sessão favoreceu a percepção dos conteúdos componentes da área de Geometria pelas professoras, deixando-as mais familiarizadas com os temas. Entretanto, a visão de que a Matemática consiste prioritariamente no trabalho com as quatro operações persistiu.

Sessão 2:

Como na sessão anterior, a oficina atrasou por falta de apoio estrutural. Havia somente uma sala disponível sem carteiras para acomodar o grupo e ainda

encontrava-se suja. Ocorreu também a falta de dois colaboradores, responsáveis por substituírem as professoras em sala de aula. Contou-se, assim, com o apoio da professora do Laboratório de Informática e da professora da biblioteca que realizaram essa função. Algumas professoras, após deixarem suas salas, demoraram em se deslocar até a sala onde se realizaria o estudo, o que também contribuiu para o atraso das ações previstas. Resolvidos esses problemas, iniciou-se a sessão, cujo objetivo foi explorar as várias possibilidades do uso do Tangram para o trabalho com conteúdos da Geometria, especificamente a visualização, composição e decomposição de figuras geométricas.

Percebendo que as professoras não articulavam os campos da Matemática em um todo orgânico, propôs-se a leitura do texto: a história dos cegos e o elefante (Apêndice B). Convidadas a relatar a lição contida no texto, P3 afirmou *preciso conhecer as partes para entender o todo*. A partir dessa afirmação, a pesquisadora interveio perguntando que relação isso tinha com a discussão travada sobre a importância de destacar o ensino da aritmética. A resposta veio de P4: *A gente precisa ensinar tudo, não só as operações*.

Nesse sentido, a pesquisadora baseou-se na argumentação de Lorenzato (2006, p. 60):

(...) devemos professar o ensino intradisciplinar, o qual pode ser reduzido, sinteticamente, ao ensino integrado da Aritmética, Geometria e Álgebra. Assim fazendo, os alunos irão perceber a harmonia, coerência e beleza que a matemática encerra, apesar de suas várias partes possuírem diferentes características, tal qual uma orquestra.

O intuito dessa reflexão era fazer com que elas percebessem que todos os campos da Matemática são importantes e fazem parte do currículo obrigatório, devendo, portanto, ser contemplados no planejamento das aulas e ser ministrados aos alunos.

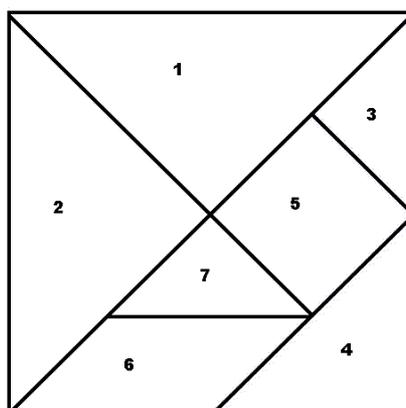
Nessa sessão, o entrosamento entre as professoras já permitiu que elas expressassem a expectativa de que o curso lhes ajudasse a suprir lacunas

conceituais em Geometria, mesmo aqueles presentes no livro adotado. Esse fato pôde ser notado em falas como *Existem muitos conteúdos que não sei bem, espero aprendê-los aqui* (P3). *Nunca estudei Geometria, é a primeira vez que vou estudar* (P2). *Eu quero muito aprender pra ensinar aos alunos* (P6).

As professoras manifestaram o desejo de realizar atividades que pudessem ser repetidas com seus alunos. Frente a isso a pesquisadora explicou que a oficina não tinha esse objetivo, mas sim o de oferecer oportunidades que permitissem às professoras ampliar a concepção acerca da Geometria, realizando uma transformação desse saber, para que elas se tornassem capazes de elaborar ou selecionar os próprios planejamentos e atividades.

Ao apresentar a figura do Tangram, perguntou-se às professoras quais figuras geométricas elas conseguiam visualizar.

Figura 25- modelo do Tangram usado na sessão 2



Fonte: elaboração própria

Elas foram unânimes em afirmar que havia sete peças, sendo cinco triângulos e um quadrado. Embora tenham identificado o paralelogramo, nenhuma sabia a sua denominação, sendo denominado pela pesquisadora.

Na discussão acerca da possibilidade de haver outras figuras, a partir da combinação das peças do Tangram, as professoras assim se posicionaram: *Juntando os triângulos 1 e 2 dá pra formar outro triângulo* (P1). *As figuras 3, 4, 5, 6 e 7 formam um triângulo* (P3). *A figura 3 com a figura 5 formam um trapézio* (P4). As outras professoras não se manifestaram. As que se manifestaram demonstraram

capacidade de composição figural.

Propôs-se a elaboração de um Tangram, a partir de um quadrado de papel com 21 cm de lado. Diante do desenho e com auxílio da pesquisadora foi iniciada a construção. Para a construção, se fazia necessário observar relações como paralelismo, perpendicularismo, a percepção da diagonal no quadrado, bem como a ordem em que se deveria proceder aos cortes para beneficiar-se de noções de metade. A maior dificuldade encontrada foi delimitar as peças 6 e 7 do Tangram (paralelogramo e triângulo respectivamente), pois envolvia a percepção da delimitação do triângulo, resguardando o paralelismo entre os lados da figura restante. Após várias tentativas e com ajuda do desenho, as professoras concluíram a divisão das peças. Durante essa atividade P2 e P5 demonstraram muita dificuldade na articulação entre as peças, recorrendo à ajuda frequente das colegas.

Concluída essa ação de decomposição das peças, partiu-se para um novo desafio: agora as professoras deveriam montar novamente o Tangram, porém sem o suporte do modelo. Embora a atividade tenha sido prevista para ser realizada em cinco minutos, foram concedidos 20 minutos. Nenhuma professora conseguiu recompor o Tangram sem o modelo.

É possível associarmos essa dificuldade à ideia apresentada por Duval (1995) sobre a apreensão operatória da figura a qual está centrada nas modificações possíveis de uma figura de partida e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem. Na situação realizada pelas professoras, a figura de partida (quadrado) separa-se em partes sofrendo modificações, sendo necessária uma tomada de consciência da distinção das formas de apreensão das figuras.

De acordo com Duval (1995), o fato de as docentes não conseguirem recompor a figura inicial, decorre da dificuldade em estabelecer uma relação da parte e do todo, ou seja, por não perceberem as modificações que a figura de partida sofreu, elas não conseguiram realizar a reconfiguração da mesma.

Diante da dificuldade relatada, tentou-se o mesmo desafio de remontagem do Tangram, agora diante de uma moldura com as mesmas dimensões do quadrado inicial, mas sem nenhum desenho interno. Com este apoio, P3, P4 e P6 conseguiram recompor o “quadrado grande”, mas apresentando dificuldade em

encaixar o paralelogramo. P1, P2 e P5 não conseguiram sequer colocar corretamente os dois triângulos grandes, peças mais destacadas no Tangram. Elas organizavam as peças sem respeitar os limites da moldura.

Por fim, na última atividade dessa sessão, foi fornecido o modelo do Tangram com o desenho completo das peças, para que fosse feita apenas associação e encaixe pelas professoras. Nessa situação todas as professoras tiveram êxito, já que se tratava apenas de apreensão perceptiva e correspondência entre as partes. As professoras comentaram que a atividade ficou muito mais “fácil” com o desenho completo das peças. P2 afirmou: *É mais fácil juntar o todo com a visualização das peças*. Então a pesquisadora, perguntou: “Qual das três ações vocês utilizariam com seus alunos?” As professoras foram unânimes em responder que usariam a última fase. Perguntadas sobre o motivo da escolha, a resposta obtida imediatamente foi: *É mais fácil para os alunos responderem*.

Nesse sentido, percebe-se que “o caminho mais fácil” escolhido pelas docentes, impossibilita que seus alunos façam construções acerca do processo de composição e decomposição de figuras, limitando-o apenas ao processo de identificação de formas. Essa escolha diminui o esforço do aluno e as professoras transferem para si, a tarefa de compreensão do conceito. Sobre esse aspecto assevera Brousseau (1996, p.6):

A resposta que deve dar o aluno está determinada de antemão, o professor escolhe as perguntas que podem dar as respostas. Evidentemente os conhecimentos necessários para produzir essas respostas mudam também seu significado. Tendo perguntas cada vez mais fáceis, para o máximo de alunos.

Na tentativa de fazer com que seus alunos obtenham mais rapidamente as respostas, as professoras não conseguem perceber que estão retirando do aluno a possibilidade de participar ativamente da construção do conhecimento geométrico, adotando ainda uma postura apoiada no ensino tradicional no qual obter a resposta correta é o principal objetivo professor.

Nessa sessão, continuou-se usando o Tangram com o objetivo de que,

através da manipulação das peças as professoras percebessem as relações de semelhança e proporcionalidade estabelecidas entre as figuras e suas diversas formas de combinações. Constituíam-se assim, um processo de configuração e reconfiguração figural que permite compreender as propriedades presentes em uma dada figura, principalmente a noção do conceito de área, assim como seu cálculo.

Propôs-se que as professoras combinassem as peças do Tangram para formar novas figuras e as nomeassem. Para a realização desse exercício, foi dado um tempo de 10 minutos. As orientações foram dadas por escrito e explicadas pela pesquisadora.

Observou-se a dificuldade das professoras em seguir a orientação dada, pois todas elas repetiram os mesmos desenhos das figuras já prontas do Tangram. P1, P3, P4 e P6 realizaram também algumas composições. P2 e P5 não fizeram combinações. P2 representou círculos e semicírculos, embora não existisse esta forma no Tangram. Essa docente não conseguiu nomear as figuras geométricas, justificando-se: *Faz tempo que não estudo esse assunto e estou confusa em relação aos nomes*. No processo de compor novas figuras, P4 teve a ideia de fazer traçados dentro das peças, subdividindo-as para formar subfiguras. A pesquisadora interveio para que utilizasse apenas as combinações das peças do Tangram, já que elas seriam usadas para atividades seguintes. A seguir a reprodução de figuras isoladas.

Figura 26: figuras alheias ao Tangram - P2

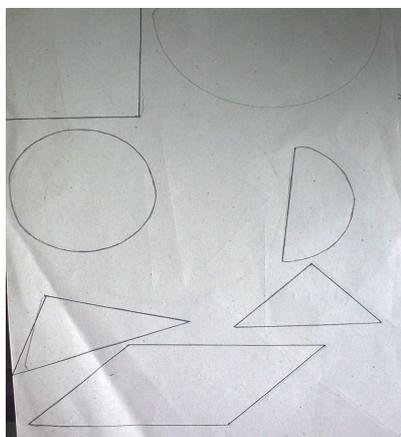
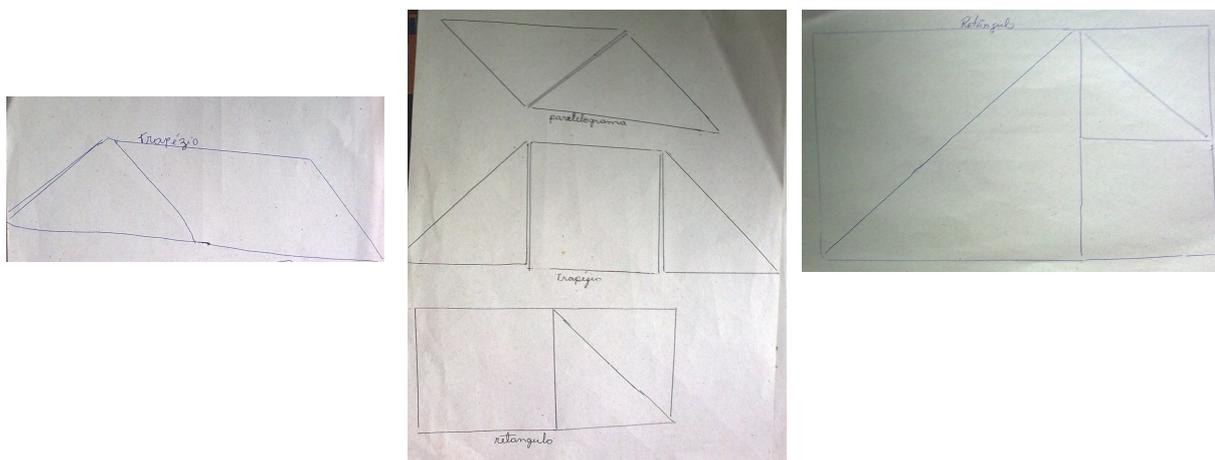


Figura 27: Repetição formas do Tangram P4



As professoras que conseguiram fazer combinações geraram trapézios, retângulos e paralelogramos, conforme exemplos apresentados nas figuras abaixo. Segundo afirmações de Duval (1995,) elas realizaram a configuração das unidades figurais elementares de dimensão 2, efetuando o agrupamento em unidades de mesma dimensão, demonstrando conhecimento de apreensão operatória, ou seja, elas conseguiram, diante de uma figura de partida, reorganizar perceptivamente as figuras e realizar modificações.

Figura 28– composição de novas formas geométrica (P1 P4, P6)



Fonte: Respostas de P1, P4 e P6 usadas na sessão 2

Nesta atividade, pôde-se perceber a dificuldade com a denominação das figuras construídas. P3 conseguiu montar um trapézio, mas não conseguia lembrar-se de sua denominação. O paralelogramo foi nomeado, pois diante da dificuldade inicial já relatada, a pesquisadora havia informado o nome da figura. Os termos foram usados sempre de maneira excludente, isto é o retângulo, por exemplo, teve denominação própria, não se cogitando de tratar-se também de um paralelogramo. Notou-se ainda a dificuldade de P5 em realizar o contorno das figuras, apesar de ter recebido o molde em papel e régua como apoio.

Esse tipo de atividade foi considerado interessante pelas professoras, P6 afirmou *Essa atividade é boa de passar para os alunos porque eles decoram os nomes das figuras. Apesar de ter apreciado a atividade, a professora focaliza sua utilização apenas no fato de auxiliar os alunos a “decorar” os nomes da figuras, associando às suas respectivas formas. Trata-se de um aspecto valorizado pelas professoras, sobre o qual elas próprias não têm domínio.*

Validação – sessão 2

Em virtude dos imprevistos, o tempo para realização de cada atividade foi reduzido. Isto pode ter sido uma das causas da não finalização de exercícios por parte das docentes. Embora demonstrando muita dificuldade, o acréscimo de tempo poderia ter conduzido a melhores resultados.

Nessa sessão, observou-se que, apesar da proposição frequente de uso do Tangram em livros didáticos, inclusive na própria coleção adotada pelas professoras, não havia familiaridade das participantes com esse recurso. Essa afirmação é possível diante das dificuldades das docentes, desde a confecção, passando pela montagem e composição de figuras com as peças do Tangram. Todas as participantes relataram que já utilizaram o Tangram para a identificação das figuras geométricas e montagem de figuras com essas peças. No entanto, o tratamento através de configuração e reconfiguração de formas geométricas, nunca foi realizado por esse grupo de professoras com seus alunos. Destaca-se ainda o fato de as docentes não saberem a nomenclatura de figuras como o trapézio, paralelogramo e losango.

Sessão 3:

Nessa sessão, foi iniciada a discussão sobre o conceito de área que as professoras tinham. Primeiramente a pesquisadora perguntou qual o significado desse termo para elas. As respostas obtidas foram: *Para mim é o tamanho da figura*

(P6); *Eu acho que é a área interna (P3); É o que está dentro (P4); A linha que tem fora da figura; (P1)*. P2 revelou não saber definir, enquanto P5 não esboçou qualquer resposta.

Nota-se que as professoras tinham concepções diferentes do que fosse área. P3, P4 e P6 conseguiram aproximar-se relacionando com a parte interna, mesmo que não tenham especificado ser interna a que. Demonstraram também não estabelecer diferença entre um espaço bidimensional e um tridimensional. P1 demonstra confundir o conceito de área com o de perímetro. As professoras não chegaram a expressar sequer a definição constante no livro por elas trabalhado (já analisado no item das análises prévias), segundo o qual área “*é a medida de superfície de uma figura*”, o que pode ser mais um indicativo de que a geometria não é trabalhada em sala de aula por essas docentes.

A dificuldade de analisar diferentemente elementos geométricos com dimensões diferentes já foi analisada por Duval (apud MENDES, 2009, p. 22):

Segundo Duval (1995) uma das dificuldades no ensino da Geometria é o fato de o discurso matemático se referir em primeiro lugar, aos elementos de dimensão um e zero das figuras geométricas, enquanto a percepção detém primeiramente os de dimensão dois. Assim, quando nos referimos ao quadrado, dizemos que possui quatro lados congruentes, diagonais também congruentes e perpendiculares entre si e outras propriedades que evidenciam os aspectos lineares – lado, diagonais – desse polígono.

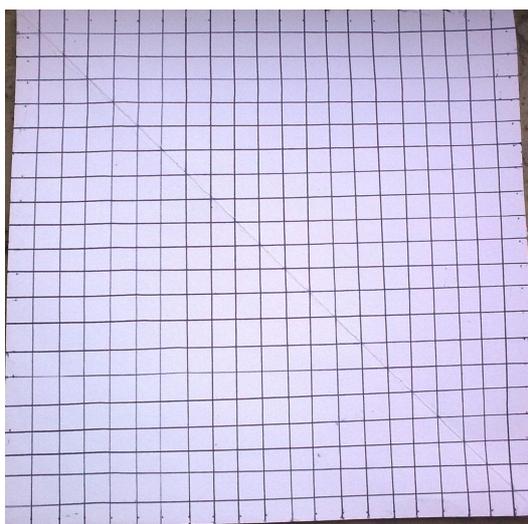
Na discussão sobre como descobrir a área do quadrado formado pelas peças do Tangram, a única resposta veio de P4: *Precisamos saber a medida dos lados para poder aplicar a fórmula $A = B \times H$* . A visualização que a docente tem sobre o quadrado está centrada nas medidas dos seus lados, ou seja, focada na representação de dimensão 1 e não sob as unidades de dimensão 2. Essa situação induz uma percepção centrada nas medidas dos lados e não na superfície da figura, sendo um dos motivos apontados por Mendes (2009) da confusão entre os conceitos de área e perímetro. Ressalta-se, também, na resposta da professora, o

uso frequente dos algoritmos para se resolver problemas. Segundo Sousa (2009, p. 63): “[...] o ensino centrado em procedimentos algorítmicos, ou seja, em tratamentos (mudanças dentro do mesmo registro) em um único registro (numérico) tem enclausurado os alunos no mono-registro, limitando a sua compreensão”. Nesse mesmo sentido, as repetidas ações no tratamento de algorítmicos não ajudam o aluno a perceber que o objeto matemático pode ser representado em mais de uma forma, permitindo uma compreensão dos conceitos (DUVAL, 2009).

Questionadas sobre como descobrir a área sem recorrer ao uso da fórmula, as docentes não souberam responder, pois esse lhes parecia o único caminho possível para obter a área.

Sem qualquer possibilidade apontada pelas professoras para o cálculo de área sem a fórmula, prosseguiu-se a atividade prevista. Solicitou-se que as docentes, utilizando a régua, dividissem o quadrado em 21 linhas (com espaçamento de 1 cm entre elas), em seguida, pediu-se que fizessem o mesmo procedimento agora com colunas. Essa ação resultou no desenho a seguir.

Figura 29: malha quadriculada desenhada no quadrado



Fonte: elaboração própria

As professoras foram conduzidas através de indagações da pesquisadora a deduzirem situações, tais como:

A) O que representa cada quadrinho?

B) Quanto mede o lado de cada quadrinho?

C) Como é possível calcular a área do quadrado sem recorrer à fórmula?

De início, as docentes não perceberam qual a relação dos quadrinhos com a área e alegaram que precisavam das medidas para efetuar seu cálculo. Chegaram à conclusão que cada quadrinho mede 1 cm^2 . Esta conclusão só foi atingida através do uso da fórmula, pois elas fizeram: $A = 1 \times 1$.

Somente depois de debates acerca do uso da medida de área em situações do cotidiano, tais como: quantidade de ladrilho para revestir o piso de uma cozinha ou qual o espaço em m^2 ocupado por cada aluno numa sala de aula, dada sua medida de área, as professoras conseguiram estabelecer a relação entre o quadradinho e a área da malha total.

Após um tempo de maturação por parte das professoras, elas passaram a comentar: *Bastava contar o total de quadradinhos (P4); Cada lado do quadrinho mede 1 cm (P3)*. O assunto foi considerado de difícil compreensão por P1 e P2. P2 e P5 acrescentaram não entender nenhum procedimento realizado até aqui.

Somente após o entendimento de que cada quadrinho representava uma unidade estabelecida para medir a superfície do quadrado e de que o total desses quadrinhos representava a área total desse polígono, totalizando, 441 cm^2 , foi possível avançar para a próxima etapa, ainda nessa sessão.

Nesse sentido, foi pedido que às participantes deduzissem a área de cada figura do Tangram. Elas voltaram a insistir com a necessidade de uso da fórmula: *Como calcular se não sabemos as medidas dos lados?* A pesquisadora pediu que elas usassem a informação que já tinham sobre a área do quadrado. Mesmo assim, somente após a formadora explicar que *Se a área total do quadrado é 441 cm^2 , o triângulo formado pela divisão do quadrado em sua diagonal deverá ser quanto?* O conjunto das professoras, por trabalharem em grupo, conseguiu perceber a relação de metade estabelecida pela diagonal do quadrado. Entretanto, apenas P3 e P4 conseguiram aproveitar a informação para, através de sobreposição, comparação e combinação, calcular a área das demais peças do Tangram.

Validação – sessão 3

Nessa sessão, confirmou-se a dificuldade das professoras trabalhar o conteúdo área. Esse fato já fora constatado na fase 1 da engenharia. A atividade com material concreto e a representação com desenho possibilitou às docentes a percepção de que o conceito de área pode ser construído, possibilitando o cálculo da mesma sem utilizar exclusivamente o recurso do cálculo aritmético, apoiado no uso de fórmulas. Mesmo assim, foi possível identificar a forte influência do suporte algorítmico nas respostas das professoras as quais buscam apoio nesse registro para encontrar as respostas.

Ressalta-se que o tempo destinado a essa sessão não foi suficiente para atender às dúvidas e lacunas conceituais trazidas pelas docentes relacionadas a esse assunto, o que demandaria mais tempo.

Sessão 4:

Nessa sessão, objetivou-se apresentar o *software* GeoGebra e suas ferramentas funcionais, tendo em vista trabalhar a compreensão de conceitos geométricos por parte das professoras, utilizando um ambiente gráfico e dinâmico.

O espaço utilizado foi o Laboratório de Informática Educativa (LIE) da escola. Nesse ambiente, pôde-se contar com o auxílio de duas docentes que não eram sujeitos da pesquisa: a professora regente do LIE e uma professora visitante.

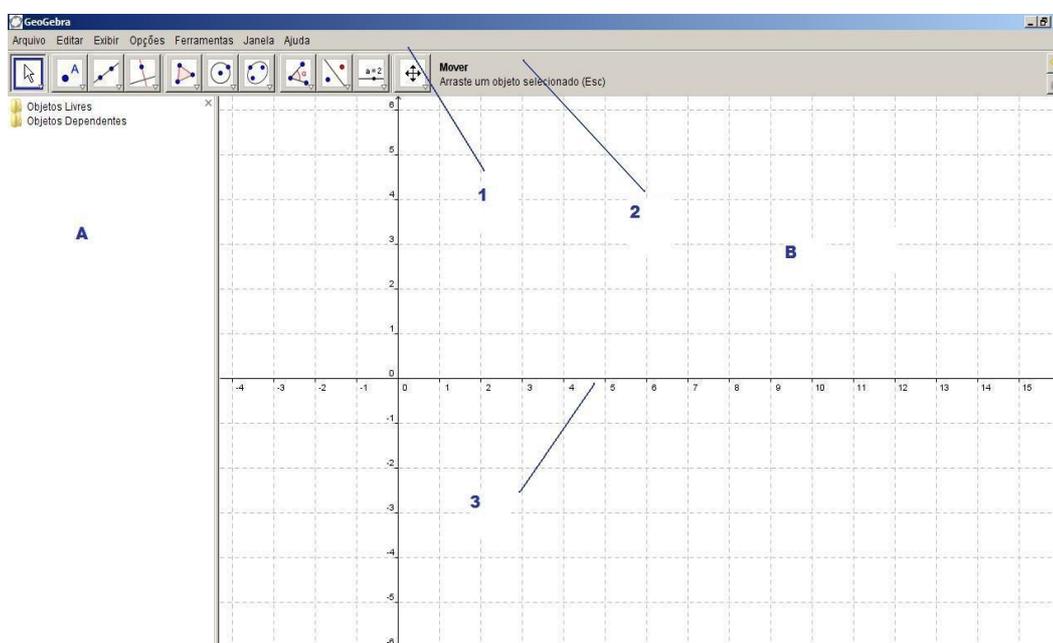
Logo no primeiro momento, foi possível perceber que as professoras tinham resistência em usar o computador. Das professoras presentes, quatro disseram que usavam o computador apenas para troca de e-mails e fazer alguma pesquisa na internet (P1, P3, P4 e P6). As outras duas (P2 e P5) revelaram que nunca usaram o computador e que não tinham nenhum conhecimento informático. Por essa razão,

mostraram-se resistentes, chegando a pedir para sair da formação, pois se sentiam constrangidas em não saber manusear ferramentas como o mouse, por exemplo.

Essa situação confirmou-se no momento em que as professoras passaram a usar o computador. A falta dessas habilidades básicas fez com que a pesquisadora e as auxiliares ajudassem as professoras a manipular o mouse e o teclado em suas funções elementares. Em virtude dessas dificuldades, optou-se por usar parte do tempo destinado a essa sessão, para a apropriação das ferramentas de manuseio do computador, não sendo possível realizar todas as atividades previstas para esse momento. Assim, foram reorganizadas ações com o *software* em três momentos: apresentação, manipulação e apropriação.

No primeiro momento, a pesquisadora, com auxílio de um *datashow*, apresentou o GeoGebra, explicando sua interface gráfica a qual vem dividida em área da Geometria e área pra álgebra, assim como o recurso da malha quadriculada, do gráfico cartesiano, de acordo com a figura abaixo.

Figura 30 – tela de abertura do GeoGebra



Fonte: www.geogebra.org

Na imagem apresentada, o item 1 corresponde à barra de menu; o item 2,

barra de ferramentas e 3 representa o gráfico cartesiano. As áreas A e B correspondem às áreas: Álgebra e Geometria respectivamente. Ressalta-se que os recursos do gráfico cartesiano e janela da álgebra foram descartados por não se aplicarem aos objetivos da formação. O recurso da malha quadriculada pode ainda ser retirado, quando necessário.

Após essa exposição, foram explicitadas as funções contidas na barra de menu.

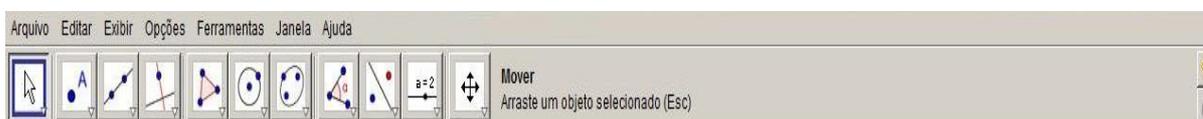
Figura 31 – Barra de menu do GeoGebra



Fonte: www.geogebra.org

Dentre os elementos presentes na barra de menu, somente foram exploradas as funções que seriam necessárias para a realização das atividades, tais como: arquivo (novo, abrir e gravar); exibir (eixo e malha). Em seguida, apresentaram-se as funções da barra de ferramentas que seriam utilizadas pelas docentes para a realização das atividades.

Figura 32 - Barra de ferramentas do GeoGebra



Fonte: www.geogebra.org

Essas ferramentas realizam funções específicas dos conteúdos matemáticos como inserção de ponto, reta, figuras geométricas, além de permitir movimentá-los, visualizando e comparando as imagens na malha quadriculada.

No segundo momento, as professoras puderam manipular o *software* livremente, numa tentativa de familiarizar-se com o mesmo. Em seguida, a

formadora pediu que executassem ações como: criar uma pasta pessoal e nominal, construir polígonos (triângulos, retângulos e quadrados). Embora houvesse outras atividades previstas, não foi possível realizá-las nessa sessão, pois o tempo de manipulação e apropriação do uso do computador, por parte das professoras, não foi suficiente para que elas pudessem manusear as ferramentas e apropriar-se das funções do software para realizar as atividades pensadas para esse momento.

As primeiras reações das professoras no contato inicial com o *software*, como ferramenta de trabalho com a Geometria, podem ser resumidos da forma seguir:

P1 – Tinha algum domínio do *mouse*. Em algumas atividades, como inserção de pontos, por exemplo, demorou bastante para realizar por não conseguir acertar o tempo do “clique”. A falta de hábito com o teclado a fez demorar muito na escrita de nomes, pois não localizava as letras. Precisou de auxílio para concluir as atividades.

P2 - Teve muita dificuldade em utilizar o *mouse*, não conseguindo coordenar os movimentos para formar as figuras solicitadas. Ao ser pedido que desenhasse figuras geométricas no *software*, a professora pegou algumas réguas e começou a realizar a atividade numa folha de papel. Após ser lembrada de que as atividades deveriam ser realizadas no computador a professora demonstrou muita dificuldade para entender o que era requisitado. No momento em que estava realizando a atividade demonstrou não saber diferenciar um quadrado de um retângulo. Esta participante não conseguiu formar nenhuma figura.

P3 - Teve bastante facilidade em realizar as ações pedidas no *software*, criando várias figuras com muita rapidez. A professora fez todas as atividades no tempo previsto. Revelou que só usa o computador para verificar *e-mail* e realizar pesquisa na *internet*, não se sentindo segura para explorar outros recursos.

P4 – Não teve dificuldades em manusear *mouse* e teclado. Realizou todas as atividades solicitadas corretamente e sem auxílio.

P5 – A princípio, recusou-se a realizar as atividades, ao saber que utilizaria o computador. Apresentou muita dificuldade para articular os movimentos com o *mouse*. Não conseguia criar figuras, pois não conseguia entender que deveria inserir pontos para ligá-los, formando a figura. Após várias explicações sobre como

utilizar o *mouse*, questionou: *O que é clicar?* A professora não conseguiu realizar nenhuma atividade requisitada e declarou: *Não consigo fazer nada, não tem jeito!* Além da dificuldade em controlar o *mouse*, tinha dificuldade em perceber que figura representar, afirmando: *Eu sei lá o que é quadrado, triângulo, reta...* Por fim, não conseguiu fazer nenhuma das atividades.

P6 – No início, teve dificuldade com o *mouse*, conseguindo rapidamente apropriar-se da ferramenta. Articulou os movimentos necessários para montar figuras e colori-las. Realizou todas as atividades requisitadas.

Validação – sessão 4

Nessa sessão, o cenário da sala de aula foi alterado, pois utilizou-se o Laboratório de Informática da Escola (LIE). A formadora pôde contar com o auxílio das professoras do laboratório e de uma professora visitante. Essa ajuda foi fundamental para dar suporte às docentes em seu primeiro contato com o ambiente informático, tendo em vista as grandes dificuldades de domínio operacional do computador apresentado pelas docentes, principalmente P2 e P5.

Dessa maneira, nessa sessão, as ações planejadas concentraram-se mais em aspectos operacionais, principalmente no manuseio do *mouse*, do que na apresentação das ferramentas e suas funções do *GeoGebra*.

A dificuldade das professoras com o recurso tecnológico e, especificamente com o *Geogebra* fez com que atividade vinculada mais diretamente à geometria não pudesse ser realizada. Foram criadas algumas figuras geométricas, mas sem possibilidade de trabalhar com sua movimentação ou inserção na malha quadriculada, atividades estas que poderiam, de fato, provocar avanço na concepção figural e de área de que eram portadoras as professoras.

Sessão 5:

No início dessa sessão, a formadora pediu que as docentes relatassem as suas impressões acerca da sessão anterior, quando tiveram o primeiro contato com o *software*. Suas falas revelam distanciamento da ferramenta que progressivamente está sendo incluída em sala de aula.

Quase não uso o computador. Tenho um e-mail, mas acesso muito pouco quando consigo acertar (P1).

Nunca utilizei o computador, nem para acessar o e-mail, nem para realizar pesquisas (P2).

Não sei de nada e irei estudar mais para não passar mais vergonha (P3).

Uso somente para ver e-mail e fazer pesquisa na internet (P4).

Nunca fiz um curso de informática e acho que não vou aprender mais (P5).

Nessa prova eu não vou passar não (P6).

Embora evidenciando a falta de familiaridade com o computador, as professoras afirmaram considerar a informática muito útil para facilitar o ensino de alguns conteúdos. As professoras demonstraram não se sentir à vontade para utilizá-lo, pois acreditavam que necessitavam aprender mais informática para, somente depois, usá-la com seus alunos. Suas falas expressaram medo de expor-se a uma situação na qual elas não tinham domínio, nesse caso o uso do computador.

Na sessão, foram propostas cinco atividades utilizando o ambiente de Geometria Dinâmica GeoGebra, as quais já foram apresentadas na fase de análise a priori. Antes de iniciar as atividades no software, foram revisadas algumas funções da ferramenta do GeoGebra que seriam utilizadas na realização das atividades dessa sessão, tais como “abrir”, “mover”, “polígonos”, “ponto”, “salvar”, “zoom”, “texto” e “salvar”.

É importante ressaltar que as atividades das professoras P2 e P5 foram totalmente feitas com o auxílio da formadora, no tocante ao manuseio do *mouse*,

pois essas participantes não conseguiram controlar o movimento desse instrumento durante todo o tempo destinado ao trabalho com o *software*.

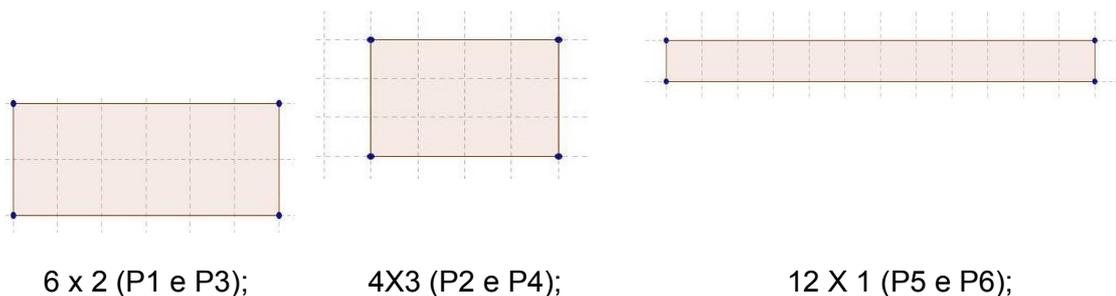
Para a realização da atividade 1, todas as professoras conseguiram identificar a semelhança entre as figuras e agrupá-las. A dificuldade inicial em controlar os movimentos do *mouse* não foi impedimento para a conclusão do exercício pelas professoras P1, P3, P4 e P6. Por outro lado, P2 e P5 não conseguiram realizar, sozinhas, o movimento de arrastar as figuras com o *mouse* e organizá-las, sendo necessária a ajuda da formadora.

As professoras demonstraram não ter problemas de apreensão perceptiva, distinguindo com rapidez triângulos, quadrados e retângulos de diferentes tamanhos. Os elementos discursivos presentes na questão fizeram com que houvesse forte congruência com a organização das figuras. Além disto, o fato de as figuras serem apresentadas separadamente não impõe dificuldade para a percepção, conforme afirma Duval (1995). A dificuldade poderia surgir a partir da integração em uma configuração complexa.

Na atividade 2, visou-se avaliar a conversão do registro discursivo para o registro figural, em problema relativo ao cálculo de áreas. Todas as professoras conseguiram representar um retângulo com 12 quadradinhos, embora P2 e P5 tenham demonstrado dificuldades em distinguir um quadrado de um retângulo. P1, P3, P4 e P6 compreenderam que a quantidade de quadradinhos era a medida de sua área. P2 e P5 voltaram a recorrer à fórmula do cálculo da área do retângulo para descobrir, a partir de quais medidas dos lados elas obteriam a área 12.

As representações gráficas realizadas apresentaram diferentes composições que resultaram em distintas visualizações do retângulo com as dimensões mostradas a seguir.

Figura 33 – conversão do registro discursivo para registro figural



Fonte: respostas das professoras na sessão 5

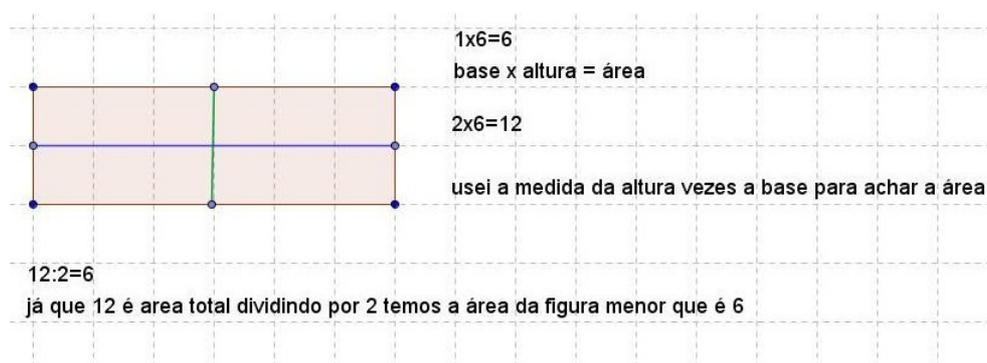
Nessa situação, o objeto matemático representado (retângulo de área 12cm^2) sofre uma conversão do registro discursivo para o registro geométrico. Duval (1995, p. 189) afirma que:

Em geometria não existe desenho que represente por ele mesmo, isto é, não existe desenho sem legenda. É necessária uma indicação verbal para ancorar a figura como representação de tal ou qual objeto matemático. Isso quer dizer que a entrada de uma figura geométrica é necessariamente discursiva (tradução livre).

É possível conjecturar que o recurso da malha quadriculada presente no *software* auxilia na representação do desenho exercendo uma forte congruência do recurso gráfico com o discurso presente no enunciado da questão.

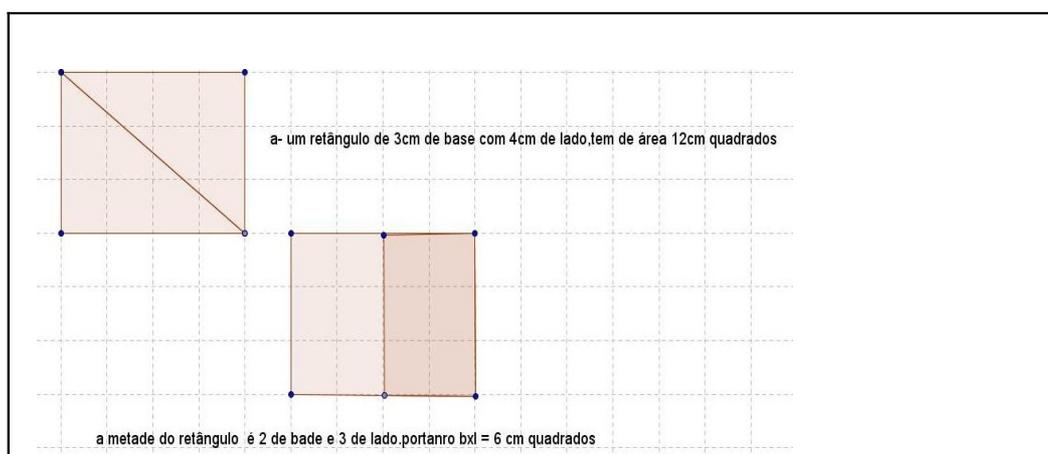
Esse mesmo pensamento auxiliou na continuidade da resolução dessa atividade quando se pediu que as professoras dividissem o retângulo em partes iguais, mas de duas maneiras diferentes. Exceto P2, as demais professoras tiveram êxito na atividade, conforme é possível observar em suas resoluções presentes nas figuras abaixo:

Figura 34: registro figural e cálculo aritmético – P3



Fonte: resposta de P3 na sessão 5

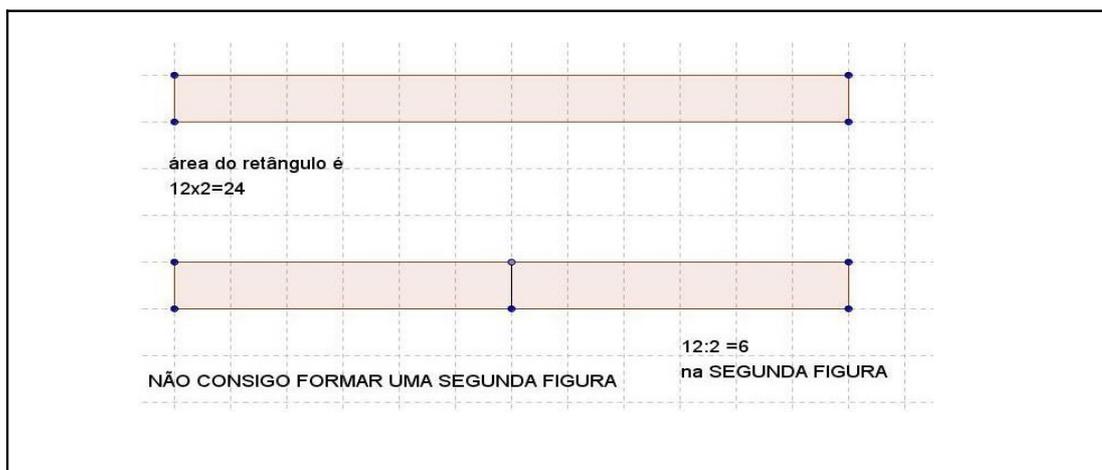
Figura 35: registro figural e cálculo aritmético – P4



Fonte: resposta de P3 na sessão 5

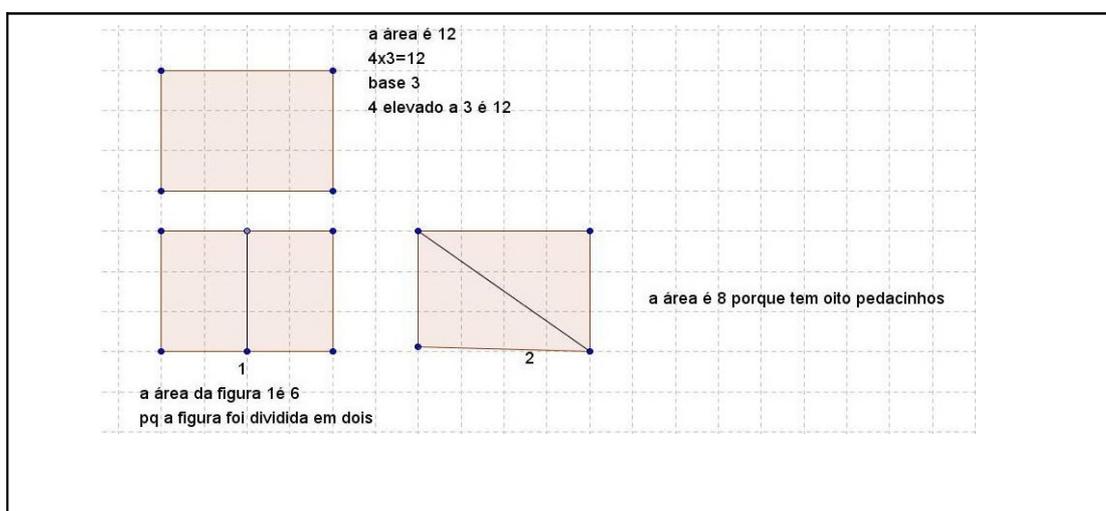
Nos dois exemplos acima, apesar das respostas corretas, percebe-se que para responder qual a medida da área representada no retângulo, as professoras apoiaram-se no uso da fórmula de cálculo de área do retângulo. Nenhuma das participantes usou apenas as informações do desenho para responder a essa questão. Essa ação reflete o uso habitual dos cálculos aritméticos para se encontrar as soluções de problemas de geometria. O suporte intuitivo da figura não é suficiente para que as docentes sintam segurança na resposta encontrada, sem usar os cálculos. Necessário observar que as professoras não expressaram a unidade em que estava sendo medida a área. P4 quando tentou expressá-la, o fez em cm.

Figura 36– percepção apenas de uma divisão - P5



Fonte: resposta da P5 na sessão 5

Nessa resolução, P5, embora tenha feita a representação do desenho correta, ela não consegue perceber que os quadradinhos são as unidades de medida do primeiro retângulo desenhado por ela, e afirma que a área é 24. No entanto, logo em seguida, divide esse mesmo retângulo, formando dois novos retângulos menores, informando que a área dessa figura corresponde à divisão de 12 por 2, ou seja ela entende que a área total é 12 e que, portanto, a área das duas novas figuras será a metade do primeiro. Ela realiza a modificação mereológica e realiza o tratamento aritmético correto. No entanto, não consegue representar uma segunda figura com a metade da área inicial.

Figura 37: ausência de percepção *gestaltista* – P2

Fonte: Resposta de P2 na sessão 5

Em sua resolução, P2 informa corretamente a área dos retângulos, tanto o inicial quanto o que se origina depois da divisão. As áreas são sempre calculadas a partir da fórmula. Neste trabalho, ela confunde os termos da expressão aritmética usada para calcular o valor da área (“4 elevado a 3 é 12”). Quando realiza a divisão do retângulo em dois triângulos, P2 demonstra não utilizar a apreensão gestaltista e também desconhecer a propriedade da diagonal, pois afirma que esta área não é mais a metade da original, mas agora mede 8. Talvez por não contar com o apoio da fórmula do cálculo da área do triângulo, a professora não tenha conseguido avançar.

Embora muitos dos tratamentos tenham sido realizados corretamente, percebe-se o apoio do registro numérico para a resolução do problema. Tal situação demonstra que o registro figural não é suficiente, para as professoras, deduzirem as respostas.

Atividade 3 – Conversão do discurso para a representação figural e conceito de área

Nessa atividade, propôs-se que as docentes representassem duas figuras com mesma área, mas com formatos diferentes.

As representações mais recorrentes foram o quadrado e o retângulo, sendo essa opção escolhida por três participantes: P2, P3 e P5. Enquanto P6 optou por representar um quadrado e um triângulo, P4 escolheu um retângulo e um paralelogramo. P1 não conseguia compreender como duas figuras diferentes poderiam ter a mesma área, não sendo capaz, portanto de representar as duas figuras. Para realizar a tarefa, desenhou apenas um quadrado de medidas 2 x 2.

Essas representações podem ser visualizadas a seguir, organizadas em três itens: a) retângulo x quadrado; b) retângulo x triângulo; c) retângulo x paralelogramo.

a) **retângulo x quadrado**

Fig.38 igualdade perceptiva

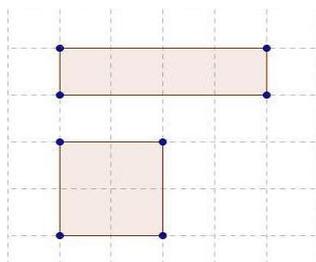
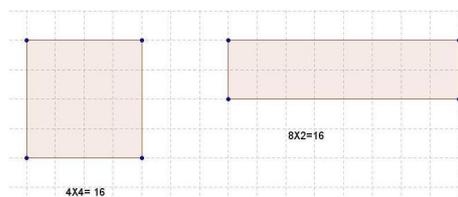


Fig 39 – Percepção e cálculo



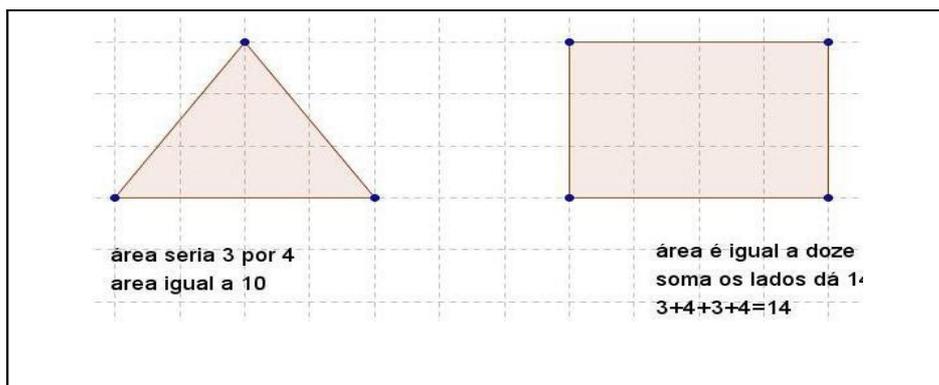
Fonte: P2 e P5

Essas representações gráficas foram realizadas corretamente, embora P5 tenha sentido necessidade de apoio no registro numérico para confirmar as dimensões dos desenhos. Mesmo não sendo pedido nenhum cálculo para essa questão, no momento da realização da atividade, a docente procurou primeiramente encontrar duas expressões numéricas multiplicativas em que os resultados se equivalessem.

Assim, o recurso do desenho pouco auxiliou a participante para encontrar a resposta. Nesse sentido, Duval (1995) alerta que muitas das dificuldades de aprendizagem matemática residem na utilização do mono-registro para representar um objeto matemático. Essa atitude revela ainda que a escolha do registro numérico, pela professora, no caso específico dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é usada frequentemente, como única representação na resolução de problemas matemáticos. Essa situação já foi apontada em estudo realizado por Sousa e Barreto (2009).

b) **Retângulo x triângulo**

Figura 40– Falha no cálculo de áreas

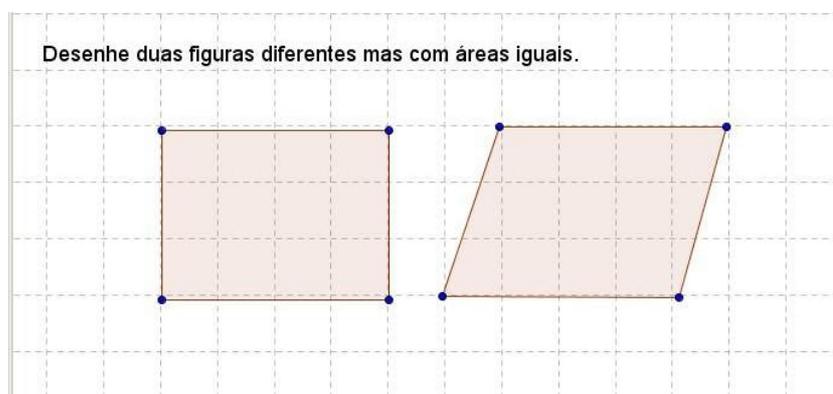


Fonte: P2

Ao buscar calcular a área do triângulo, P2 faz uso da fórmula do retângulo e ainda efetua a multiplicação equivocadamente ($3 \times 4 = 10$). Pode-se supor, entretanto, que a professora tenha usado a representação figural e contado os 10 quadrinhos que estavam pelo menos parcialmente pintados, chegando à área 10. No cálculo da área do retângulo, P2 efetiva o cálculo do perímetro. Essa situação comprova a não compreensão dos conceitos de área e perímetro por P2. Se a professora tivesse apenas sobreposto, a figura do triângulo sobre o retângulo, conforme a ferramenta do Geogebra propicia, teria percebido a diferença entre as áreas.

c) Triângulo x paralelogramo

Fig. 41– Cálculo perceptivo de área P4

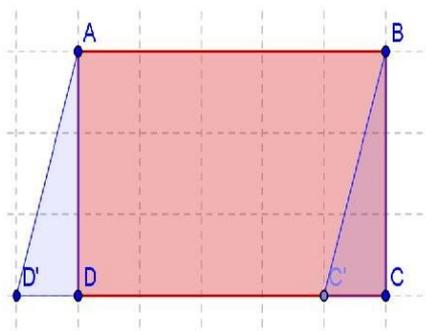


Fonte: P4

Em sua representação gráfica, P4 foi a única que usou exclusivamente o suporte intuitivo do desenho para relacionar a equivalência de área, conseguindo

manipular a ferramenta “mover” para realizar o deslocamento de ponto da figura, e testar a equivalência entre as áreas, como ilustra a figura a seguir.

Figura 42 – sobreposição de figuras no GeoGebra



Fonte: elaborado pela autora

Nessa situação, é fácil compreender o caminho feito por P4. Ela movimentou o retângulo, sobrepondo-o sob o paralelogramo. Nessa ação, ela consegue perceber que movendo o ponto D para D' e movendo C para C' terá uma área equivalente, deduzindo assim a área comum entre as duas figuras. Esta compreensão situa-se no segundo nível de apreensão operatória da figura na qual Duval (1995) considera que é onde são efetuadas as modificações mereológicas, óticas ou posicionais, possíveis das unidades figurais reconhecidas. É neste nível de apreensão que se pode analisar as propriedades heurísticas de uma figura e organizar um aprendizagem centrada sob sua utilização

Atividade 4 - O reconhecimento de unidades figurais de dimensão 2 dentro uma figura geométrica

Nessa atividade, repetia-se a avaliação da percepção de figuras imersas em uma configuração, na qual era possível perceber três triângulos, dois paralelogramos e um trapézio. As docentes deram as seguintes respostas: três triângulos e um trapézio (P3 e P4). P1, P2 e P5 perceberam três triângulos e uma

figura que não conseguiam nomear (o trapézio); P6 visualizou três triângulos e um paralelogramo. Nota-se que todas conseguiram visualizar quatro figuras, dentre as quais sempre estiveram os três triângulos.

O grau de dificuldade causado pela figura deve-se a não congruência do discurso presente na questão e o desenho com a presença de figuras de dimensão 2. No primeiro caso o enunciado não dá nenhuma indicação das figuras presentes no desenho, o que faz com os conhecimentos mobilizados exigissem apreensões de nível dois.

De acordo com Duval (1995, p. 182): “[...] algumas unidades de dimensão figurais 2 predominam sobre os outras unidades igualmente de dimensão 2, conforme a lei gestaltista da moldura”. No entanto, a maior parte das professoras permanecerem no nível 1, visualizando apenas as figuras dos triângulos

Validação da sessão 5

Um ponto de destaque nessa sessão foi a melhora significativa das percepções das professoras em relação à apreensão figural. Desde a fase inicial de sondagem, representação com desenho, representação discursiva, representação com concreto.

Para a concretização dessa última sessão, novamente o ambiente foi o LIE. O desafio permaneceu sendo a falta de conhecimento operacional do uso do computador por parte das docentes. Essa condição mudou a configuração desse momento, dividindo o grupo em dois: no primeiro fizeram parte P1, P3, P4 e P6 e no segundo, P2 e P5. A razão dessa separação foi a impossibilidade de P2 e P5 realizarem sozinhas as atividades, necessitando do auxílio de uma pessoa para manipular o computador, uma vez que as professoras não conseguiram dominar o *mouse* para efetuar as atividades solicitadas dentro do tempo disponível para essa oficina.

Reconhece-se que o tempo dado para a manipulação do *software* foi insuficiente para que as professoras pudessem realizar sua devida apropriação. Contudo, em vista do contexto para a realização dessa formação, não possível

oferecer mais momentos para esta ação. Destaca-se, porém, que a escola possui laboratório de informática desde 2002, sendo uma das pioneiras no processo de implantação dos laboratórios de informática educativa da rede municipal de Fortaleza. No entanto, não houve por parte dessas professoras, nenhuma apropriação dos recursos informáticos disponíveis na escola.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Chegando ao término desse estudo retoma-se a questão central que direcionou a concepção e execução de uma Engenharia Didática, realizada com seis professoras dos anos iniciais do E.F: Que contribuições o uso de diferentes representações semióticas traz para a apreensão de conceitos geométricos, por parte de professores polivalentes?

A partir desse questionamento, foram investigados quais os conceitos geométricos trazidos por um grupo de professoras polivalentes, construídos ao longo de sua trajetória de formação e prática docente. Esses conhecimentos foram agregados a outros apresentados na oficina de formação proposta por esse estudo na qual se buscou apresentar novas perspectivas para ensinar Geometria através do uso de diferentes representações, tais como: numérica, figural, concreta, discursiva e figural dinâmica.

As circunstâncias para a realização dessa formação trouxeram à tona problemas antigos referentes à política de formação continuada dos professores dos anos iniciais do EF para ensinar Matemática, revelando a inexistência de um planejamento estratégico com finalidade de suprir às necessidades dos docentes polivalentes nessa disciplina.

A análise das ações da Prefeitura Municipal de Fortaleza, no sentido de propiciar formações continuadas aos professores polivalentes para Matemática (no período de 2001 a 2010) foram escassas, fragmentadas, quando não interrompidas. Essas formações não conseguiram atender a todo contingente de professoras lotadas nos anos iniciais do EF, já que as vagas oferecidas foram limitadas a uma quantidade bem inferior a todo o contingente desse nível de ensino. Notou-se que das professoras participantes da pesquisa, apenas uma participou de um dos desses cursos de formação continuada, sem se voltar para as questões relativas à

Matemática. Além disso, não houve nenhum curso com enfoque exclusivamente para a área de Matemática nesse nível de ensino. As formações oferecidas contemplam, em grande parte, a preparação dos docentes para o letramento, desassociado da linguagem matemática.

As constatações empíricas revelaram que as professoras apresentam lacunas conceituais concernentes aos conteúdos geométricos que fazem parte do currículo escolar dos anos iniciais. Esses construtos teóricos não foram adquiridos na formação inicial, tampouco foram sanados na formação continuada e refletem nas escolhas pedagógicas das docentes. Essa verificação foi constatada na opção do enfoque das professoras para outro campo da Matemática – a aritmética. É nela que reside a maior concentração de suas ações com os alunos, sendo considerada por elas a área mais relevante dessa disciplina, notadamente os procedimentos de cálculos envolvendo as quatro operações.

Ressalta-se, portanto, a necessidade de uma política mais ampla de formação continuada em Matemática capaz de auxiliar as docentes tanto na compreensão dos conteúdos como dos recursos metodológicos. A formação continuada possibilita ao professor uma reflexão sobre a complexidade que envolve sua prática em sala de aula e a articulação da teoria com a prática (NACARATO, 2000). Os momentos de estudo e partilha de experiências, como foram os propostos por esta pesquisa, encontram-se seriamente comprometidos, uma vez que não há tempo pedagógico remunerado para tal. Liberar os professores do trabalho aos sábados é uma decisão justa que atende às solicitações da categoria de professores manifestas há longos tempos. Há que se exigir agora que os responsáveis pelas políticas educacionais revejam o regime de trabalho dos professores, resguardando tempo para os estudos e o planejamento pedagógico.

Durante a formação realizada, inicialmente as professoras mostraram-se resistentes à proposta de estudo com Geometria, pois não consideravam esse assunto relevante para o ensino da Matemática, visto que não tinham em sua prática docente essa temática como referência. À medida que os trabalhos foram avançando, percebeu-se que para o grupo de professoras participantes, havia um distanciamento dos conteúdos propostos nas atividades componentes das sequências didáticas com aqueles que são efetivamente trabalhados em suas

respectivas salas de aula. Foram necessárias intermediações sobre a finalidade do que estava sendo proposto na formação. Esse processo de mediação esteve presente em todas as sessões didáticas desenvolvidas. Nessa situação observou-se que a rejeição pelo assunto estava relacionada à falta de familiaridade com os temas de Geometria apresentados.

Apesar de o currículo de Matemática ter sofrido mudanças nas últimas duas décadas, essas reformas parecem não ter atingido as práticas pedagógicas na sala de aula. A Geometria ainda ocupa pouco espaço nas escolhas das professoras que dão prioridade ao ensino voltado para o cálculo aritmético. Embora haja muitos materiais publicados sobre o assunto disponíveis na biblioteca da escola, como revistas de cunho educativo, documentos oficiais, livros com essa temática, materiais disponíveis na *internet*, as docentes não têm acesso a esses recursos, quer seja por falta de interesse, por sua falta de entendimento dos ditos materiais ou pela falta de tempo para dedicar-se a essas leituras. No caso específico da *internet*, a falta de apropriação tecnológica na utilização do computador é um indicativo a ser considerado.

Durante a realização da sequência didática, constatou-se o pouco entendimento das professoras sobre as propostas atuais para o ensino da Geometria e ainda a falta de compreensão conceitual de conteúdos geométricos presentes no currículo dos anos iniciais do E.F. Essas lacunas foram trazidas de suas formações deficientes, onde a Matemática foi ensinada de forma descontextualizada, desprovida de significados e na qual a Geometria esteve ausente ou contemplada insuficientemente.

Diante das limitações oriundas do processo de formação dessas professoras, o livro didático surge como grande suporte às suas ações, tanto no que tange ao planejamento dos conteúdos como nos procedimentos que são realizados com os alunos, segundo afirmações das próprias professoras. No entanto, na análise do livro didático de Matemática adotado pelas docentes na escola em que se deu a pesquisa, verificou-se um quantitativo significativo de conteúdos geométricos presente na coleção avaliada. Confirma-se o paradoxo entre a afirmação de seguir o livro como uma ferramenta que tutela a prática pedagógica e leva os professores a não ministrar aulas de Geometria. Supõe-se que os conteúdos de Geometria não

estão efetivamente sendo ensinados, mesmo estando presentes no livro didático adotado. Essa condição leva a supor que os conteúdos geométricos presentes nos livros didáticos estão sendo suprimidos do planejamento, por conseguinte, da ação de ensiná-los aos alunos.

Desta maneira, supõe-se que as professoras não tomam o livro didático como balizador de sua prática, de forma tão radical, como se costuma afirmar. Elas não ministram conteúdos de Geometria e também não se servem do livro didático como uma ferramenta de aprendizagem destes conteúdos. Muitas das atividades vivenciadas na sequência didática nas quais as professoras não tiveram bom desempenho assemelham-se àquelas presentes nos livros adotados. Os dados obtidos não permitem afirmar com segurança, mas este balizamento da prática pedagógica pelo livro didático parece ocorrer, prioritariamente, ligado ao conteúdo de aritmética.

No desenvolvimento das atividades, utilizando diferentes representações, constatou-se que, embora em algumas situações geométricas possam ser resolvidas apenas com as informações presentes na figura, as docentes procuravam primeiramente o apoio do registro numérico. Mesmo quando era possível perceber pelas propriedades da figura e realizar deduções, o registro numérico é usado para a comprovação da resposta. Esta atitude constata o que pesquisas anteriores já revelaram, tais como a de Maia (2005), Barreto (2007) e Sousa (2009).

A ênfase nesse campo matemático traz subjacente outra prática presente na ação metodológica das professoras: a centralidade em um único registro de representação. Esse procedimento foi evidenciado na resolução das atividades pelas participantes. Outras pesquisas devem ser efetivadas no sentido de aprofundar esta análise, observando o uso das representações nas salas de aula e aprofundando a formação das professoras para reconhecerem a importância da diversificação das representações. Esta situação confirma o ensino centrado em procedimento algorítmico, como apontou a pesquisa de Sousa (2009), limitando a capacidade conceitual dos alunos.

A diversificação de representações pôde ser percebida, quando da análise do livro didático adotado na escola *lócus*. Destaca-se por apresentar uma proposta

diversificada de representações como o desenho, língua discursiva, registro numérico e representação concreta, muito embora alguns conteúdos apareçam de maneira breve e sucinta, a variedade de representações é uma característica presente nessa coleção.

A representação figural dinâmica, propiciada pelos *softwares* educativos, é ainda um desafio a ser vencido, devido à resistência das professoras em se apropriar do mundo da informática. Com relação à utilização do *software* Geogebra, ferramenta utilizada nesse estudo para criar um ambiente exploratório da Geometria, encontrou-se resistência das professoras em participar desse momento com o uso do computador. Notava-se o receio de não conseguir realizar o que estava sendo proposto e de revelar-se incapaz de manusear o ambiente apresentado.

Durante a realização das sessões em que foram realizadas atividades com o *software*, a dificuldade das docentes em manipular as ferramentas do computador limitou as possibilidades de exploração das ferramentas dinâmicas previstas para serem realizadas. A pouca familiaridade com os recursos informáticos pelas docentes revelou outra vertente da fragilidade na formação continuada das professoras, a de que a preparação para incorporar essa ferramenta em suas práticas não acompanhou o mesmo ritmo de evolução das tecnologias presente atualmente nas escolas da rede municipal de Fortaleza.

Embora as professoras tenham admitido que a informática atraia a atenção dos alunos, a apropriação tecnológica desse recurso ainda está muito distante da rotina pedagógica dessas docentes, sendo necessária uma intervenção mais ampla que contemple a formação dessas docentes no tocante ao uso do computador como recurso pedagógico auxiliar em suas práticas pedagógicas.

Constatou-se que nenhuma das participantes realizou curso de formação para a inserção da informática educativa em suas aulas. Embora a escola disponha de LIE desde o ano de 2002, não houve um planejamento que contemplasse a apropriação tecnológica por parte dessas professoras. A formação em informática foi destinada prioritariamente ao professor lotado no LIE. Aos outros professores regentes de turmas cabe a tarefa de gerenciar essa formação de modo individual, dependendo mais da escolha e disponibilidade de cada docente do que de uma

política de formação que contemple essa preparação.

Reconhece-se que o tempo destinado às duas sessões com o *software* GeoGebra foram insuficientes para que as professoras se apropriassem plenamente de suas ferramentas, principalmente por se tratar de um grupo que não incorporou às suas práticas cotidianas o uso do computador. Essa condição impossibilitou o uso de ferramentas avançadas do *software*. Esperava-se que esse ambiente figural dinâmico favorecesse a visualização de propriedades da figura, antes não apreendidas no desenho estático ou ainda nas representações com material concreto. O recurso da malha quadriculada foi a ferramenta mais utilizada pelas docentes durante a orientação para a construção de figuras geométricas. Não foi possível explorar com mais afinco as funções de “mover” e “deslocar figuras”. Essas funções permitiriam realizar a sobreposição de uma figura sobre outra possibilitando que as docentes visualizassem situações geométricas de forma mais ampla do que a posta no desenho representado no papel.

A realização da Engenharia Didática, criando uma sequência didática com atividades matemáticas contemplou, separadamente, os papéis reservados aos sujeitos participantes (alunos) e pesquisador (professor). Esse modelo possibilitou um modelo de situação didática baseada nos pressupostos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. As participantes puderam realizar atividades utilizando diferentes representações para uma mesma situação-problema. Essa ação permitiu que elas pudessem ter novas percepções para o trato com o desenho geométrico, para além da identificação de formas e contagem de figuras, constituindo o início de uma reflexão da prática docente relacionada ao ensino da Geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Esse estudo, embora tenha utilizado uma pequena amostra diante do universo de docentes que atuam nos anos iniciais do EF na rede municipal de ensino de Fortaleza, considerou que as professoras necessitam vivenciar mais situações, em seus processos de formação, que possibilitem-nas apreender os conteúdos geométricos com o uso de diferentes representações. Possibilitando, dessa maneira, um amadurecimento da apreensão perceptiva para a apreensão operatória. Refuta-se, ainda, a necessidade de ampliar o acesso à formação das docentes para a incorporação das novas tecnologias, tanto como ferramenta de

ensino como no apoio à sua aprendizagem. Espera-se, dessa maneira, que este estudo tenha contribuído para repensar os processos de formação das docentes dos anos iniciais do EF, concernente à área de Geometria, campo da Matemática frequentemente negligenciada nas práticas de ensino desse nível de escolaridade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos. **REVEMAT** - Revista Eletrônica de Educação Matemática. V3. N6, p.62-77, UFSC, 2008.

ALMEIDA, M. Elizabeth de. **Informática e formação de professores**. Vol. 1. Brasília: Ministério da Educação. Secretaria de Educação a Distância, 2000a.

_____. **Informática e formação de professores**. Vol. 2. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação a Distância, 2000b.

ANDRADE, Maria Cecília Gracioli. As inter-relações entre iniciação matemática e alfabetização In NACARATO, Mendes Adair (Org.) **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005, pp. 143-162.

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. **Recherches em didactique dês mathématiques**. Grenoble. La Pensée Sauvage- Éditions, V 9. N3, 381- 308, 1988.

AZAMBUJA, Karina C. B de. **Geometria, medo do desconhecido?** Dissertação de mestrado. PUC-RS, 2004.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BAGÉ, Idalise B. **Proposta para a prática do professor do ensino fundamental I de noções básicas de geometria com o uso de tecnologias**. Dissertação de mestrado. PUC-SP, 2008

BARRETO, M. C. Desafios aos pedagogos no ensino da matemática. In: SALES, José Álbio Moreira (Org.) **Formação e práticas docentes**. Fortaleza: EDUECE, 2007, v.01 p. 223-234.

BARRETO, Marcilia C., SOUSA, Ana Cláudia Gouveia. Conversões e tratamentos: futuros professores resolvem problemas matemáticos Ana Cláudia Gouveia de. **CIPEM**, 2009, Taguatinga.

BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz Magalhães. **Fundamentos e Metodologia de Matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. Campo Grande. MS: Ed. UFMS, 2005.

BOGDAN, R.; & BLIKEN, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação. Uma introdução a teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

BRASIL, Ministério da Educação. **Lei 9394/96, de 06 de dezembro de 1996**. Institui a Lei de Diretrizes e Bases da Educação nacional. Brasília, 1996.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: 1997.

_____. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: 2001.

_____. MEC. Programa de formação continuada de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental. Brasília, setembro, 2007 .

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In PARRA, Cecilia e SAIZ, Irma (orgs.). **Didática da Matemática** – Reflexões Psicopedagógicas: Porto Alegre. Artes Médicas, 1996.

CASTRO FILHO, Aires; LEITE, M. A; FREIRE, R. S.; MACEDO, L. N. O desenvolvimento de conceitos matemáticos e científicos com o auxílio de objetos de aprendizagem. In LOPES, C. R.; FERNANDES, M. A. (Org.). **Informática na educação: elaboração de objetos de aprendizagem**. Uberlândia: EDUFU, 2007.

COLOMBO, Janecler Ap. Amorin, FLORES, Cláudia R, MORETTI, T. Mércles: Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em Educação Matemática: pontuando tendências. ZETETIKÉ – **CEMPEM** – FE – Unicamp – v.16 – n.29, - Jan./Jun. 2008, pp.41 a 72 .

CORSETTI, Berenice. A análise documental no contexto da metodologia qualitativa: uma abordagem a partir da experiência de pesquisa do Programa de Pós-Graduação em Educação da Unisinos. **UNirevista** - Vol. 1, n 1, pp. 32-46, janeiro,2006.

CURI, Edda. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos**. Tese de doutorado. PUC-SP, 2006.

D'AMORE, Bruno. **Elementos da Didática da Matemática**. São Paulo. Editora Livraria da Física, 2007.

DUVAL, R. Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. IREM de Strabourg, 1988b.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine** – registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Peter Lang. SA. Neuchâtel, Suisse: 1995.

_____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática in MACHADO, S.D.A. (org) **Aprendizagem em Matemática**. Campinas: Papirus, 2003.

_____. **Semiósis e Pensamento Humano** – registros de representação semióticos e aprendizagens intelectuais (fascículo I). São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FIORENTINI, Dario (Org). **Formação de professores de matemática** - Explorando novos caminhos novos olhares. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2003.

FIORENTINI, Dario, LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática** – percursos teóricos e metodológicos. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FREIRE, Paulo: **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo, Paz e Terra, 1996.

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. Tese de doutorado. UFC, 2011.

FORTALEZA. **Estatuto do Magistério**. Prefeitura Municipal de Fortaleza, 2005.

_____. Secretaria Municipal de Educação. **Diretrizes para o planejamento dos professores**. Disponível em www.sme.fortaleza.ce.gov.br. Acesso em: 15 de março de 2011.

FLORES, Cláudia Regina, MORETTI, M. Thadeu. Papel heurístico de uma figura geométrica: o caso da operação de reconfiguração. **Anais Encontro Nacional de Educação Matemática, Recife, PE, 2004**.

FLORES-BOLDA, Cláudia. Geometria e visualização: desenvolvendo a competência heurística através da reconfiguração. 152 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis. 1997.

GEOGEBRA. Disponível em www.geogebra.org. Acesso em 20 de abril de 2011.

GONÇALVES, Edna C.N. **O ensino da Geometria nas séries iniciais em Petrolina: do abandono à uma nova perspectiva**. Dissertação de mestrado. UFES, 2004.

GRAVINA, M. G. **OS Ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese de Doutorado. Universidade federal do Rio Grande do Sul, 2001.

KALEFF, A. M. M. R. Capturando registros semióticos e suas conversões: um instrumento para a investigação de atividades matemáticas que envolvem registros gráficos. In: **Anais da Reunião anual da Anped, 29, Caxambu,**

KALEFF, Ana Maria M. R. Registros semióticos e obstáculos cognitivos na resolução de problemas introdutórios às geometrias não-Euclidianas no âmbito da Formação de Professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, 2007, pp. 69 a 94.

KENSKY, Vani Moreira. **Educação e Tecnologias – O Novo ritmo da Informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007.

LOPES, Jairo de Araújo. **Livro didático de matemática: concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em educação matemática**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas. SP, 2000

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006 (Coleção Formação de Professores).

MACÊDO, Laécio Nobre de; CASTRO FILHO, J. A: Análise do uso de um objeto de aprendizagem digital no ensino de álgebra. In: XIX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação (SBIE), 2008, Fortaleza. **Anais do XIX SBIE**. Porto Alegre:

Sociedade brasileira de Computação, 2008. v. 1. p. 95-104

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). **Aprendizagem em matemática** – Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003.

_____. Sílvia Dias Alcântara. Engenharia Didática In: Educação Matemática – uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999. In (org.). **Aprendizagem em matemática** – Registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003.

MAIA, Madeline Gurgel Barreto. **Professores do ensino fundamental e formação de conceitos** – analisando o sistema de numeração decimal. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual, 2005.

MARQUESIN, Denise F. B. **Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de Geometria**: o processo de desenvolvimento profissional de professoras que ensinam Matemática. Dissertação de mestrado. Universidade de São Francisco, 2007.

MENDES, Iran Abreu Mendes. **Matemática e investigação em sala de aula** – tecendo redes cognitivas. Editora Livraria da Física; SP, 2009.

MORETTI, Mérciles Thadeu. O papel dos registros de representação na ação na aprendizagem de matemática. Contrapontos - ano 2 - n. 6 - p. 423-437 - Itajaí, set./dez. 2002.

NACARATO, Adair Mendes e PAIVA, Maria Auxiliadora V. (Org). **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte. Autêntica, 2006.

NACARATO, Adair Mendes, MENGALI, Brenda L. da Silva, PASSOS, Carmem L. Brancaglion: **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: tecendo novos fios do ensinar e aprender**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.(Org):

NACARATO, Adair Mendes. Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professores ao aprender ensinando geometria. **Tese de doutorado**. Universidade Estadual de Campinas. SP, 2000.

_____. Adair Mendes, PASSOS, Carmem L. Brancaglion. **A geometria nas séries iniciais – uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores**. São Carlos: EdUFSCar, 2003.

PAIS, Luiz Carlos. **Educação escolar e as tecnologias da informática**: Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

_____. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa: Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças** – repensando a escola na era da informática. Porto Alegre: Artmed, 2008.

PAVANELLO, Regina Maria Pavanello. **O abandono do Ensino da geometria**: uma visão histórica. Tese de doutorado. Universidade Estadual de Campinas, 1989.

_____ (Org). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. Coleção SBEM, 2004. V. 2.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

PONTE, João Pedro da. **As novas tecnologias e a educação**. Lisboa: Texto Editora, 1997.

_____. A investigação sobre o professor de Matemática: Problemas e perspectivas. **I SIPEM** — Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. São Paulo, Brasil, 2009.

PRENSKY, Marc: Digital Natives, Digital Immigrants. **Horizon NCB University Press**, Vol. 9 No. 5, October, 2001.

SANTOS, Marcelo Câmara. o cabri-geométrico; caso dos quadriláteros. in BORBA, Rute e GUIMARÃES, Gilda (Org.). A pesquisa em Educação matemática: Perspectivas e repercussões em sala de aula, São Paulo: Cortez, 2009.

SOUSA, Ana Cláudia Gouveia de. **Experiência de Formação de professores das séries iniciais da escolarização**: a matemática e as representações semióticas. Dissertação de mestrado - Universidade Estadual do Ceará, 2009.

SPINILO, Alina Galvão; MAGINA, Sandra: Alguns 'mitos' sobre a Educação Matemática e suas consequências para o Ensino Fundamental. In PAVANELO, Regina Maria (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. Biblioteca do educador matemático. Coleção SBEM, v. 2, SP, 2004.

SILVA, Maria Auricélia. **Formação de prática docente em software livre na rede municipal de Fortaleza**. Dissertação de mestrado. UECE, 2009.

SHULMAN, L. S. Those who understanding: knowledge growth in teaching. **Educational Research**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

TARDIF, Maurice, LESSARD, Claude. **O trabalho docente** – Elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. Petrópolis, RJ. Vozes, 2002.

TERRIEN, Jacques, MAMEDE, Maíra, LOIOLA, Francisco. Trabalho docente e transformação pedagógica da matéria: alguns elementos da gestão do conteúdos no contexto da sala de aula. In **Formação e prática docente**, 2007. Sales Et Al (org). Fortaleza. Editora UECE, 2007.

VIDAL, E. M; FARIAS, I.M.S. *Avaliação de Aprendizagem e Política Educacional*: desafios para uma nova agenda. Estudos em Avaliação Educacional, v. 19 p. 223 – 246, 2008.

APÊNDICES

APÊNDICE A - QUESTIONÁRIO PARA ENTREVISTA**Coordenador de Programa****Nome da Capacitação:** _____**Identificação do entrevistado:** _____**Cargo/função:** _____**Data da aplicação:** _____

1. Qual o objetivo do programa?
2. Que instituição financiou o programa e qual o executou?
3. Carga horária do curso? E especificamente para matemática?
4. Quando começou e quando acabou o programa?
5. Qual o número de vagas oferecidas?
6. Quantos professores efetivamente concluíram o curso?
7. Quais são as principais dificuldades enfrentadas pela administração nessa formação?
8. Quais são as principais dificuldades demonstradas pelos professores nessa formação?
9. E em relação à Matemática, há problemas específicos?
10. Quais os conteúdos enfocados para Matemática?
11. Que horário os professores cursistas dispõem para participar dessa formação?
12. Como são selecionados os formadores dessa capacitação?
13. E os formadores do curso como e quando são treinados?
14. Quais os critérios estabelecidos para que o professor possa participar do curso?
15. Como acontece a substituição de professores (cursistas e monitores), em sala de aula, durante o período dos cursos?
16. É possível ter acesso aos dados relativos à capacitação?
17. O programa foi formalmente avaliado?
18. É possível ter acesso aos instrumentos utilizados para a avaliação?
19. Há avaliação a respeito dos efeitos desses programas no desempenho do

professor na rede? De que forma
20. Em caso positivo – o que esta avaliação indica?

APÊNDICE B – ROTEIRO DE ENTREVISTA

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ MESTRADO ACADÊMICO EM EDUCAÇÃO ENTREVISTA COM COORDENADORA DO NTE

Identificação:

Data da aplicação:

1. Que cargo você ocupa na NTE?
2. O que é efetivamente o seu trabalho?
3. Qual a distinção entre o CRP e o NTE?
4. Como são escolhidos os cursos que devem ser realizados para os professores?
5. Existe algum controle do quantitativo de professores que fazem curso no NTE? Se afirmativo, como esses dados são aproveitados?
6. O trabalho especificamente com a Matemática foi focado em alguma formação? Qual(is)?
7. Existe alguma iniciativa, por parte da SME, em incentivar os professores de sala de aula regular a realiza os cursos oferecidos? Se afirmativo, explicita de forma acontece.
8. Quais os maiores obstáculos para o sucesso da qualificação dos professores no NTE?
9. É possível ter acesso aos dados relativos aos cursos ministrados?
10. Como é feito o planejamento de novos cursos?
11. Existem alguns documentos norteadores da proposta municipal par informática educativa?

APÊNDICE C – ROTEIRO PARA ENTREVISTA COM COORDENADORES**A FORMAÇÃO CONTINUADA EM MATEMÁTICA DE PROFESSORES DOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
REDE MUNICIPAL DE FORTALEZA - PERÍODO DE 2000 A 2010****ENTREVISTA - COORDENADOR DE CAPACITAÇÕES SME****Identificação:** _____**Data da aplicação:** ____ / ____ / ____

1. Que cargo você ocupa na Secretaria de Educação?
2. O que é efetivamente o seu trabalho?
3. Como se decidem as capacitações que devem ser realizadas?
4. Quantos professores das séries iniciais compõem o quadro da SME? Quantos foram capacitados período DE 2000 A 2009? E para matemática?
5. Que percentual de professores conclui efetivamente a capacitação?
6. Qual a previsão (periodicidade) para cada nova capacitação do professor?
7. Há professores que não passaram por nenhuma capacitação, neste período?
8. Por quê?
9. Que programas de formação foram oferecidos aos professores das séries iniciais do ensino fundamental na rede municipal, no período de 2000 a 2009?
10. O trabalho especificamente com a Matemática foi focado em quais programas?
11. Quais os maiores obstáculos para o sucesso da qualificação?
12. E em matemática, há alguma especificidade no que diz respeito aos obstáculos?
13. Como acontece a substituição de professores (cursistas e monitores) em sala de aula, durante o período dos cursos?
14. É possível ter acesso aos dados relativos às capacitações?
15. Os programas foram formalmente avaliados
16. É possível ter acesso aos instrumentos utilizados para a avaliação
17. Como os programas oferecidos têm sido avaliados, em termos de melhoria da prática docente? E em Matemática?
18. Qual o planejamento de novas capacitações para o ano de 2009 e 2010?

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO PARA PROFESSORES

Universidade Estadual do Ceará - UECE
Mestrado Acadêmico em Educação – CMAE

Instrumental de pesquisador
Professor nº _____

Colega Professor(a):

Este questionário constitui procedimento de coleta de dados de uma pesquisa do Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará cujo título é: **Formação de professores polivalentes em geometria: Contribuições da teoria dos registros de representação semiótica.**

Considerando você uma pessoa fundamental no trabalho nesse nível de ensino, solicitamos sua colaboração, respondendo, a partir de suas próprias experiências, as questões propostas no questionário abaixo. Nosso intuito é melhor compreender como professores trabalham conteúdos geométricos nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Queremos ressaltar que sua identidade será mantida em sigilo e que sua participação é voluntária, mas indispensável para o enriquecimento das discussões acerca da temática em questão.

Contamos com a sua colaboração e desde já agradecemos sua participação.

Cordialmente

Silvana Holanda da Silva
 Mestranda em Educação

Instrumental de pesquisa
Professor nº _____

Vínculo institucional:

() efetivo () substituto

1. Qual sua formação inicial para atuar como professora polivalente dos anos iniciais do Ensino Fundamental?

	Normal ou pedagógico (nível médio)
	Pedagogia em regime especial (dois anos)
	Licenciatura Plena em pedagogia (Cinco anos)
	Outra formação. Qual?

2. Você possui curso de Pós-graduação? Para o item assinalado, especifique qual o curso.

	Especialização. Curso:
	Mestrado. Curso:
	Doutorado. Curso :
	Não possui. Curso:

3. Há quanto tempo você atua no exercício do magistério?

<input type="checkbox"/>	até 3 anos
<input type="checkbox"/>	entre 3 e 6 anos
<input type="checkbox"/>	entre 6 e 9 anos
<input type="checkbox"/>	entre 9 e 12 anos
<input type="checkbox"/>	acima de 12 anos

4. Há quanto tempo você atua na rede municipal de Fortaleza no exercício do magistério?

<input type="checkbox"/>	até 3 anos
<input type="checkbox"/>	entre 3 e 6 anos
<input type="checkbox"/>	entre 6 e 9 anos
<input type="checkbox"/>	entre 9 e 12 anos
<input type="checkbox"/>	acima de 12 anos

5. Em que série você atua no momento. Se houver mais de uma opção, assinale-a?

<input type="checkbox"/>	1º ano
<input type="checkbox"/>	2º ano
<input type="checkbox"/>	3º ano
<input type="checkbox"/>	4º ano
<input type="checkbox"/>	5º ano
<input type="checkbox"/>	Outra. Qual?

7. Qual sua carga de horária de trabalho na PMF?

<input type="checkbox"/>	60 horas
<input type="checkbox"/>	120 horas
<input type="checkbox"/>	240 horas
<input type="checkbox"/>	180 horas
<input type="checkbox"/>	Em outra rede?

8. Como você avalia sua formação inicial para lecionar a disciplina de Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental?

<input type="checkbox"/>	A formação inicial foi suficiente para aprender todo o conteúdo matemático necessário para lecionar.
<input type="checkbox"/>	A formação inicial me ensinou conteúdos mínimos para lecionar matemática
<input type="checkbox"/>	A formação inicial não me preparou para ensinar os conteúdos, apenas metodologias

<input type="checkbox"/> Não tive formação nenhuma para ensinar Matemática
--

9. Dos cursos de formação continuada abaixo, assinale aqueles que você realizou e concluiu.

<input type="checkbox"/>	Formação continuada em EAD - 2003/2005
<input type="checkbox"/>	Pró-Letramento
<input type="checkbox"/>	Curso de Especialização em Metodologia do ensino dos anos iniciais
<input type="checkbox"/>	Cursos sobre o uso de tecnologia na educação /CRP
<input type="checkbox"/>	Outros cursos:

10. Qual conteúdo você considera mais importante para trabalhar em sala com seus alunos

11. Quais os principais entraves que você enfrenta para lecionar essa disciplina no cotidiano da sala de aula?

<input type="checkbox"/>	Lacunas no domínio dos conteúdos
<input type="checkbox"/>	Poucos recursos para serem explorados
<input type="checkbox"/>	Não sei qual a melhor metodologia a ser adotada
<input type="checkbox"/>	O livro didático não está adequado às minhas necessidades
<input type="checkbox"/>	Outro motivo:
<input type="checkbox"/>	Não tenho dificuldade

12. Que diferença você estabelece entre a **aritmética e a geometria** no currículo das séries iniciais?

13. Que recursos você costuma utilizar para ensinar os conteúdos geométricos, como eles são inseridos no seu planejamento de aula?

14. Com relação aos conteúdos geométricos, como eles são inseridos no seu planejamento de aula?

<input type="checkbox"/>	Em conjunto com o conteúdo aritmético
<input type="checkbox"/>	Cada conteúdo é trabalhado separadamente
<input type="checkbox"/>	Sigo exatamente a organização do livro didático
<input type="checkbox"/>	Prefiro não trabalhar os conteúdos de geometria pois não tenho tempo para tudo e considero mais importante o conteúdo de aritmética
<input type="checkbox"/>	Outra forma. Especifique

15. Quais conteúdos abaixo você já abordou com seus alunos?

	reta		área
	ponto		Figuras planas
	curvas		sólidos geométricos
	semi-reta		perímetro

16. Qual dos conteúdos acima você considera de maior dificuldade:

16.1 para você trabalhar

16.2 para o aluno apreender

17. Estabeleça a diferença entre área e perímetro

18. Você já usou o computador para trabalhar algum conteúdo matemático com seus alunos?

Sim () Qual conteúdo? _____

Não ()

19. Você conhece algum softwares educativo para o trabalho com a geometria?

Sim () Qual software _____

Não ()

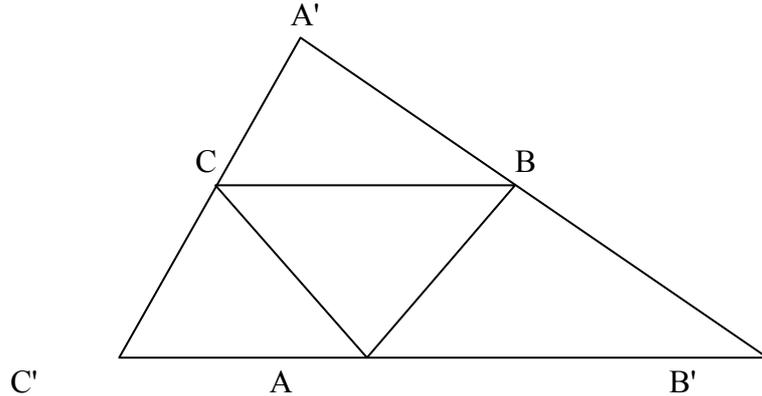
20. Faça um breve relato de como foi sua experiência com a geometria(vivência como estudante do ensino básico/experiência em sua formação/prática na sala de aula

APÊNDICE E – TESTE DE SONDAGEM

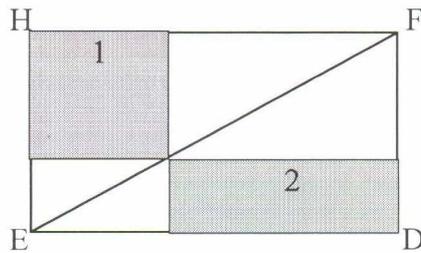
TESTE DE SONDAGEM

PROFESSORA: _____

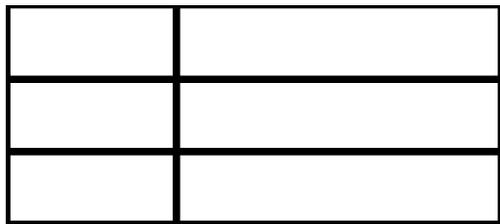
1. Que figuras geométricas você consegue identificar na imagem abaixo? Especifique quantas e quais.



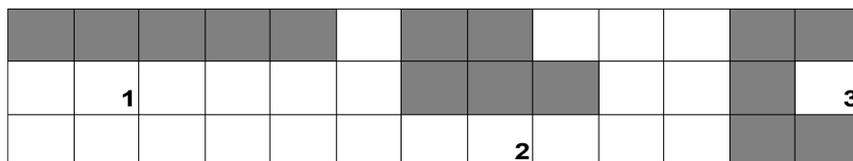
2. A área da figura 1 é igual a área da figura 2. Como você explica essa situação baseando nas informações da figura.



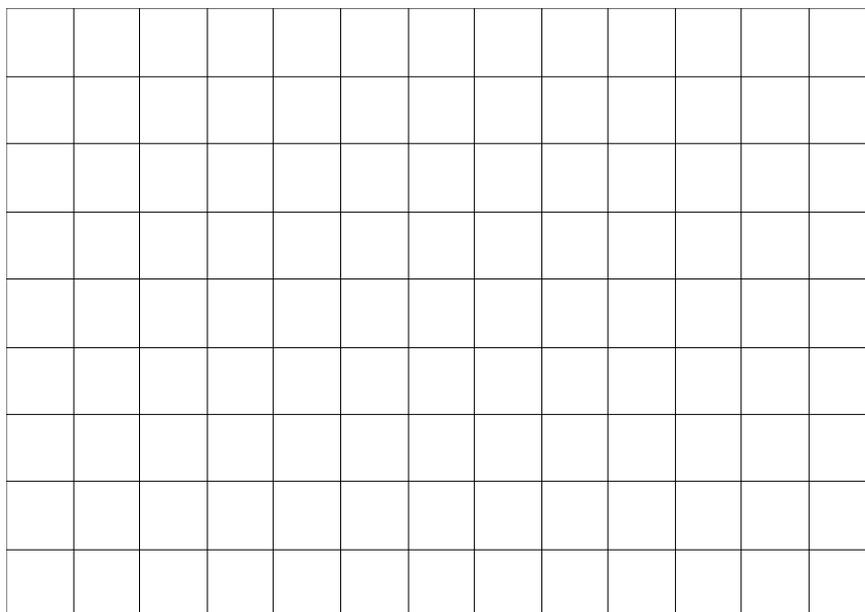
3. Quantos retângulos você consegue identificar na imagem representada abaixo? Especifique quantos e represente com desenhos esses retângulos.



4. Identifique qual é área e o perímetro das figuras destacadas abaixo. Explique como você chegou a cada resultado.



5. Ricardo anda de bicicleta todos os dias na praça perto de sua casa. O terreno da praça tem formato retangular de 30m e 50m. Quanto Ricardo deverá andar se ele der duas voltas em torno da praça? Explique como você chegou a resposta.
6. Utilizando a malha quadriculada a baixo, desenho o que se pede:
- a) duas figuras que tenha mesma área e perímetros diferentes. Justifique sua resposta.



- b) duas figuras que tenha o mesmo perímetro e áreas diferentes.

Muito obrigada pela sua colaboração!

APÊNDICE F – ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO

CONTRIBUIÇÕES DO USO DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS PARA A ELABORAÇÃO DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS POR PROFESSORES POLIVALENTES

1 - IDENTIFICAÇÃO

1.1 - Escola

1.2 - Turno: () diurno () vespertino () noturno

1.3 - Data da Observação:

1.4 - Professores observado:

1.5 - .Aula Ministrada nº:

1.6 - Assunto/conteúdo:

1.7 - Objetivo da aula ministrada :

2 - OBSERVAÇÕES GERAIS

2.1 Relatos das professoras (expectativas, vivências, dificuldades)

3 - REGISTROS DA AÇÃO DO FORMADOR EM SITUAÇÃO DE AULA

3.1 Descreva o espaço físico onde acontece a aula

3.2 Descreva o grupo de alunos.

3.3 Descreva em linhas gerais as percepções do grupo sobre a Geometria

3.4 Descreva situações: (reação diante da realização das atividades, depoimentos, fatos, avanços e dificuldades)

ANEXOS

ANEXO A – TEXTO OS CEGOS E O ELEFANTE

Leitura feita na sessão 2

Retirado do livro de Lorenzato, 2006. Para aprender matemática

Lenda dos cegos e o elefante

OS CEGOS E O ELEFANTE
(História do Folclore Hindu)

Numa cidade da Índia viviam sete sábios cegos. Como os seus conselhos eram sempre excelentes, todas as pessoas que tinham problemas recorriam à sua ajuda.

Embora fossem amigos, havia uma certa rivalidade entre eles que, de vez em quando, discutiam sobre qual seria o mais sábio.

Certa noite, depois de muito conversarem acerca da verdade da vida e não chegarem a um acordo, o sétimo sábio ficou tão aborrecido que resolveu ir morar sozinho numa caverna da montanha. Disse aos companheiros:

- Somos cegos para que possamos ouvir e entender melhor que as outras pessoas a verdade da vida. E, em vez de aconselhar os necessitados, vocês ficam aí discutindo como se quisessem ganhar uma competição. Não aguento mais! Vou-me embora.

No dia seguinte, chegou à cidade um comerciante montado num enorme elefante. Os cegos nunca tinham tocado nesse animal e correram para a rua ao encontro dele.

O primeiro sábio apalpou a barriga do animal e declarou:

- Trata-se de um ser gigantesco e muito forte! Posso tocar nos seus músculos e eles não se movem; parecem paredes...

- Que palermice! - disse o segundo sábio, tocando nas presas do elefante. - Este animal é pontiagudo como uma lança, uma arma de guerra...

- Ambos se enganam - retorquiu o terceiro sábio, que apertava a tromba do elefante. - Este animal é idêntico a uma serpente! Mas não morde, porque não tem dentes na boca. É uma cobra mansa e macia...

- Vocês estão totalmente alucinados! - gritou o quinto sábio, que mexia nas orelhas do elefante. - Este animal não se parece com nenhum outro. Os seus movimentos são bamboleantes, como se o seu corpo fosse uma enorme cortina ambulante...

- Vejam só! - Todos vocês, mas todos mesmos, estão completamente errados! - irritou-se o sexto sábio, tocando a pequena cauda do elefante. - Este animal é como uma rocha com uma corda presa no corpo. Posso até pendurar-me nele.

E assim ficaram horas debatendo, aos gritos, os seis sábios. Até que o sétimo sábio cego, o que agora habitava a montanha, apareceu conduzido por uma criança.

Ouvindo a discussão, pediu ao menino que desenhasse no chão a figura do elefante. Quando tacteou os contornos do desenho, percebeu que todos os sábios estavam certos e enganados ao mesmo tempo. Agradeceu ao menino e afirmou:

- É assim que os homens se comportam perante a verdade. Pegam apenas numa parte, pensam que é o todo, e continuam tolos!