Universidade Estadual do Ceará – UECE
Centro de Educação – CED
Mestrado Acadêmico em Educação – CMAE

EXPLORAÇÃO DIDÁTICA DE ERRO NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Sara Jane Rocha Brito Vidal

Fortaleza, CE
2008

EXPLORAÇÃO DIDÁTICA DO ERRO NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará, como exigência para obtenção parcial do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Maria Gilvanise de Oliveira Pontes

Fortaleza, CE
2008

SARA JANE ROCHA BRITO VIDAL

EXPLORAÇÃO DIDÁTICA DO ERRO NO ENSINO DE EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará, como exigência para obtenção parcial do título de Mestre em Educação.

Defesa em: ____ / ____ / 2008.

Conceito Obtido:____________________

BANCA EXAMINADORA:

____

Prof.ª Dr.ª Maria Gilvanise de Oliveira Pontes - UECE
(Presidente)

____

Prof.ª Dr.ª Lia Matos Brito de Albuquerque - UECE
(Examinador)

____

Prof.ª Dr.ª Rogéria Gaudêncio do Rego - UFPB
(Examinador)

AGRADECIMENTOS

À minha orientadora Prof.ª Dr.ª Maria Gilvanise de Oliveira Pontes pelas inúmeras orientações, por todas as leituras sugeridas e emprestadas, pelas observações e pela forma simples e objetiva coma qual acompanhou todo este trabalho. Muito Obrigada

Á professora e mestra Rita de Cássia Magalhães, por me acolher e me fornecer um parecer fundamental para a estruturação deste trabalho. Minha admiração e respeito por ser uma estudiosa tão dedicada.

À Sheila Novais Rêgo, colega de mestrado por ser uma amiga presente em todas as horas, de angústias e indecisões inclusive. Obrigada, seu apoio foi fundamental para me manter firme até o final desse trabalho.

A minha família pela paciência e compreensão nos momentos de ausência

A todos os alunos que integraram a pesquisa, por aceitarem minha presença em suas aulas, a minha participação em seus grupos e por me cederem seus registros.

Ao professor sujeito dessa pesquisa por todas as horas de observação que me fizeram retroceder no tempo e desejar ser aluna de 7ª ano novamente. Acompanhá-lo nessas aulas me fez refletir como professora e acreditar que posso fazer melhor.

Meus agradecimentos a Funcap, pelo apoio financeiro que viabilizou esta pesquisa.

LISTA DE QUADRO

LISTA DE SIGLAS

P- PROFESSOR
A- ALUNO

RESUMO

Na Educação Matemática, os erros dos alunos, no processo de aprendizagem, são enfoque de estudo de pesquisadores. Erro em muitos anos, era evitado senão, eliminado, por ser algo ruim. No entanto, concepções pedagógicas foram surgindo e trazendo outra visão de erro: natural ao processo de aprendizagem que pode ser utilizado como ferramenta do aluno. O erro pode se tornar importante mediador, se for compreendido e trabalhado de forma construtiva. Entretanto pesquisas mostram que o erro ainda possui conotação negativa porque professores não sabem como tratá-lo. Pesquisadores alertam a necessidade de estudos de estratégias de exploração como algo construtivo. Neste trabalho investigam-se estratégias do professor diante de erros ou dificuldades dos alunos no estudo de Equação do 1º Grau. A escolha do assunto deve-se ao fato de professores relatarem dificuldades dos alunos com Álgebra. Para tal, fez-se um estudo de caso, em escola construtivista de Fortaleza, com turma de 7º ano do Ensino Fundamenta II. O professor, sujeito da pesquisa, tem visão construtiva do erro, e, nas observações, utiliza estratégias diante de erros ou dificuldades dos alunos. A análise mostra que a reflexão do erro, em ambiente propício, é ferramenta importante para construção do conhecimento, fazendo das dificuldades fontes de descobertas.

Palavras-chave: Erros; Matemática; Equação;Estratégias

ABSTRACT

In Mathematics Education, the errors of students in the learning process, are focus of study by researchers. Error in many years, but was prevented, eliminated, because it is something bad. However, educational concepts were emerging and bringing different view of error: the natural process of learning that can be used as a tool of the student. The error may become important mediator, if understood and worked in a constructive manner. However surveys show that the error still has negative connotation because teachers do not know how to treat it. Researchers warn of the need for studies and strategies for something constructive. This work is investigating strategies of the teacher in front of errors or problems of students in the study of the equation 1 st Degree. The choice of subject is due to the fact that teachers of students reported difficulties with algebra. To this end, it was made a case study in constructivist school of Fortaleza, with class, 7 th year of teaching bases lI. The professor, research subject, has constructive vision of the error, and the remarks, uses strategies ahead of errors or problems of students. The analysis shows that the reflection of the error, environment, it is important tool for building the knowledge, making the difficulties sources of discoveries.

Keywords:Error;Mathematics;Equation;Strategies

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Neste item introdutório relata-se a trajetória escolar e profissional da pesquisadora, assim como o surgimento desta pesquisa.

Os professores de Matemática, de um modo geral, foram bons ou excelentes alunos em Matemática. Comigo foi diferente: tinha facilidade para cálculos do dia-a-dia, não, porém, com o conteúdo escolar. Com notas baixas a sensação era de que não entendia nada.

Hoje, analisando todo o meu percurso, percebo que eram dificuldades de me adaptar à formalização dos professores. Fazia cálculo mental com muita agilidade, dominava as quatro operações, tudo "ao meu modo", o que não acontecia com o algoritmo tradicional: recusava-me a aprender, compreendia sim, mas o "meu jeito" era mais lógico e não admitia trocá-lo.

Os professores não aceitavam a minha lógica na resolução de problemas. Não lhes importava se chegava a uma resposta correta. Sempre destacavam que estava errado porque não era assim que queriam: "você tem que fazer do jeito que ensinei", era o argumento utilizado. Daí, não sei bem quando, minha aversão à Matemática.

Na 6ª série do 1º grau[1], entusiasmei-me com a Matemática pela observação do professor sobre o modo como resolvia expressões com números negativos. Com sua experiência e sensibilidade aceitava meu processo, mas me estimulava a aprender a maneira ensinada. Desde

[1] Hoje, equivalente ao 7º ano do Ensino Fundamental II.

então, tudo mudou, passei a gostar da Matemática, adaptei-me às formalizações e me tornei ótima aluna da disciplina.

Comecei a ministrar Matemática sem a formação acadêmica. A minha formação escolar me incomodava bastante e tinha a intenção de não repetir atitudes de alguns professores de Matemática. Ensinando em escolas tradicionais, algumas estratégias não eram bem vistas. Estimular o aluno a pensar, a utilizar conhecimentos prévios, a encontrar maneiras mais adequadas de resolução de problemas e não apenas repetir o professor não agradava à coordenação das escolas.

Deduzi que o problema estava comigo, por não ter formação em Matemática. Então, iniciei o curso de Bacharelado, mas por não encontrar respostas fiz a Licenciatura, assim, deixaria de estudar tanto conteúdo matemático e trabalharia o pedagógico.

No entanto, minha formação pedagógica na Licenciatura deixou muita a desejar. Esperava saber como o aluno aprende, como se deve ensinar, mas parti para uma busca solitária que me trouxe dúvidas, mas também a certeza de que a Matemática pode ser ensinada de um modo diferente. A insistência em apresentar aos alunos uma “carrada” de regras e processos, na maioria, ensinada como meras técnicas abstratas e sem lógica, estava evidente para mim que se deveria mudar.

Foi como uma luz ao começar a ensinar em escola construtivista. Foram muitas respostas e muitas perguntas, porém encontrei incentivo e pessoas com quem compartilhá-las. Dentre as novidades, uma das mais agradáveis é o modo como o construtivismo considera o erro dos alunos, com o que me identifiquei.

Na abordagem tradicional, de acordo com Lorenzato (2006), o erro tem conotação negativa, que por ser ruim deve ser evitado. Isso levou a uma tradicional punição, numa associação de erro ao medo de não acertar e a dificuldade de lidar com o fracasso.

Na abordagem construtivista, o erro é considerado importante mediador da aprendizagem. Assim, os erros devem ser compreendidos e, posteriormente trabalhados de forma pedagógica. Segundo Dias; Magalhães ; Pascual (2006, p.26) "[...] é importante fazer com que o indivíduo tome consciência do erro que cometeu e, através de pesquisas e confronto com suas hipóteses e com as convenções dominantes, possa enfrentar esses erros cometidos".

Fascinada com essa visão do erro, logo em seguida deparei-me com outra angústia: como fazer com que o erro produzido pelo aluno seja utilizado de forma a contribuir na sua aprendizagem? Como fazê-lo perceber seu erro e ajudá-lo a confrontar com suas hipóteses? No início, envergonhei-me das dúvidas. Depois, passei a compartilhá-las e percebi que os outros professores de Matemática também tinham as mesmas dificuldades.

Em geral, como relata Pinto (1998), o professor tende a agir sobre o erro a partir da perspectiva empirista, isto é, corretiva. Visto de forma simplificada, o tratamento consiste em aplicar paliativos para eliminar efeitos. Na concepção de Matemática excessivamente voltada para a transmissão de conhecimento feito e estabelecido, com todo rigor e exatidão de conhecimento pronto para ser utilizado, o erro é algo que deve ser eliminado e punido: jamais analisado e tratado, pois representa falha, déficit, negação, inconsistência, contradição, engano, dúvida, incerteza, incompletude; enfim, tudo o que uma ciência exata e rigorosa abomina em seu produto final.

A sociedade mudou, o ensino tem se transformado e os critérios de competência, válidos no passado, não se aplicam mais. Os objetivos são outros. Antes destreza em cálculo numérico e algébrico, exercícios mecânicos para fixação, conhecimento de receitas para resolução problemas típicos e de fórmulas eram muito importantes no ensino da Matemática; hoje importa ter-se habilidades em cálculo mental e estimativa, compreender usos de Matemática na sociedade atual, competência para enfrentar problemas novos, compreender conceitos e como as fórmulas se originam (LORENZATO, 2006).

As novas idéias não são apenas desejos de educadores progressistas: correspondem às exigências da sociedade e do mercado de trabalho. Em novo paradigma, o erro passa a ter lugar diferente, e pode ser visto como parte do processo de aprendizagem e oportunidade de refazimento do percurso e ampliação do raciocínio. Entretanto o professor, de acordo com Pinto (1998), não está preparado para tais mudanças. E, na maioria dos casos, não está consciente da importância do erro.

Nesse contexto, há à necessidade de pesquisar sobre o erro, especificamente, na forma de tratá-lo, partindo da premissa de que o erro, concebido como uma dimensão construtivista, configura-se como oportunidade didática para o professor. Em primeiro lugar, por ser guia de planejamento de ensino mais eficaz, com indícios importantes na identificação dos processos subjacentes à construção conceitual-condição relevante na organização do ensino. Em segundo lugar, porque, observado com mais rigor, pode oferecer mais elementos de reflexão para o professor sobre suas ações didáticas e imprimir novos direcionamentos às suas práticas pedagógicas - o que certamente incidirá sobre o desenvolvimento profissional.

Busca-se neste trabalho investigar estratégias dos professores, diante de erros ou dificuldades dos alunos, no estudo de equação do 1º grau, com os seguintes objetivos específicos:

- Identificar as estratégias dos professores diante de erros e dificuldades do aluno no estudo de equação do 1º grau;
- Analisar as estratégias utilizadas

A escolha do assunto Equação do 1º grau fez-se pelas dificuldades que os alunos apresentam durante o seu estudo. Imenes e Lellis (1994) comentam que a Álgebra é assunto que custa a professores e alunos por suas técnicas e regras, o que propicia erros e incompreensões.

É um assunto que permear todo período escolar, porém na maioria das escolas brasileiras, o estudo de Álgebra inicia-se no 7º ano (BRASIL, 1998). Assim, pesquisas nessa série possibilitam a compreensão do processo de construção do conhecimento, o que facilita a análise das dificuldades e erros.

Este trabalho compreende capítulos de acordo com as especificidades dos conteúdos. No capítulo ESTUDO SOBRE O ERRO: RETROSPECTIVA HISTÓRICA E PERSPECTIVAS ATUAIS, refaz-se brevemente o processo histórico de estudos sobre erro e descrevem-se estudos cuja teoria é importante suporte para a análise de estratégias e de erros.

Em DIFERENTES CONCEPÇÕES DO ERRO, têm-se as diferentes visões de erro, na perspectiva tradicional e construtivista. Entender as visões de erro, nas principais abordagens pedagógicas, facilita a análise das estratégias, objetivo desta pesquisa.

No capítulo PROCEDIMENTOS METODOLOGICOS, explica-se a opção metodológica para atingir os objetivos propostos. A pesquisa foi feita em uma escola de Fortaleza, com uma turma de 7º ano.

No capítulo ESTRATÉGIAS DIANTE DAS DIFICULDADES E ERROS DOS ALUNOS, descrevem-se as estratégias do professor pesquisado com análise das estratégias, de acordo com o referencial teórico.

Nas CONSIDERAÇÕES FINAIS destacam-se reflexões observadas no corpo do trabalho, acrescentando outras importantes para uma melhor análise das estratégias do professor sujeito desta pesquisa.

CAPÍTUL0 1

ESTUDO SOBRE O ERRO: RETROSPECTIVA HISTÓRICA E PERSPECTIVAS ATUAIS

O erro tem sido objeto de estudo na Educação Matemática, e começa a ser tratado como possibilidade e realidade permanente na construção do conhecimento. Sua análise tem-se orientado em cada época pelas correntes em psicologia e em pedagogia, mas também sujeita aos objetivos e as formas de organizações do circulo do sistema educativo. Assim, fazer retrospectiva histórica dos estudos de erros é de fundamental importância para compreensão de suas perspectivas atuais.

Neste capítulo faz-se a retrospectiva histórica dos estudos que mais contribuíram nas pesquisas sobre erro em Educação Matemática. Assim como, descrevem-se estudos que são as perspectivas atuais do tema na área.

1.1 Retrospectiva Histórica

No inicio do século XX, Watson, conforme Resnick; Ford (1990), lança, nos Estados Unidos, a revolução behaviorista, afirmando que a Psicologia é uma ciência objetiva, e seu tema é o estudo da conduta observável, em cujo paradigma estão as idéias de Thorndike sobre a associação entre estímulo e resposta. Em **Psychology of Arithmetic**, ele sugere que a missão dos professores é selecionar vínculos estímulo-resposta que permitam aos alunos efetuarem cálculos e resolverem problemas.

Segundo Cury (2006), quando Thorndike se refere a estímulos, enfatiza que devem ser respeitados os interesses vitais dos alunos, procurando não cansá-los com “dificuldades inúteis” e descreve minuciosamente os tipos de exercícios propostos aos estudantes. Propõe também que o aluno analise a capacidade de realização de determinados cálculos, até chegar a estabelecer detalhes de hábitos ou de conexões mentais, cada um convertido em candidato para sua formação e reforço.

Thorndike e colaborares também investigaram as dificuldades com problemas de Aritmética. Dessa época, vem um exemplo de pesquisa sobre erros de Knight e Behrens (*apud* Cury, 2006), que estudaram o comportamento de 40 alunos de 2º grau na resolução de adições e subtrações de números naturais menores que 20, com registro do número de erros. A partir dos resultados, propuseram rotinas de análise dos passos mentais para chegar às soluções.

Hoje, as idéias de Thorndike parecem “estreitas”, porque ignoram a complexidade do processo de aprendizagem. As influências de suas idéias e experiências foram aproveitadas posteriormente, e, mesmo atualmente, encontram-se trabalhos que avaliam estratégias utilizadas por estudantes em operações elementares com números naturais. Cury (2006) considera Thorndike um dos precursores dos estudos sobre erro.

Jacques Hadamard escreveu sobre as relações entre consciente e inconsciente no processo de invenção de Matemática, com um dos temas sobre erros e falhas cometidas por matemáticos experientes (CURY, 2006).

Segundo essa autora, Hadamard considera que os matemáticos quando cometem erros, logo percebem e os corrigem. “Eu faço muito mais erros que meus estudantes; só que eu sempre os corrijo, de forma que nenhum traço deles permaneça no resultado final” (HADAMAD *apud* CURY, 2006 p.25).

Para Cury (2006), são coerentes as idéias de Hadamard já que os matemáticos apresentam sempre os produtos finais de seus trabalhos, sem incertezas, hesitações, falhas, idas- e- vindas de seus raciocínios. Dessa forma, essas concepções se reproduziam entre os estudantes e faziam com que os professores procurassem eliminar erros, ao invés de aproveitá-los para entender suas dificuldades.

Cury (2006) considera Hadamard como pioneiro da analise de erros, por mostrar a importância da Psicologia para entender o processo de criação e descoberta dos matemáticos e por deixar várias idéias sobre o processo de aprendizagem.

Segundo Cury (2006) o psicólogo russo Vadim Krutetskii critica as pesquisas realizadas na primeira metade do século XX, cujas metodologias eram sempre calcadas em testes em cujos resultados eram aplicadas técnicas estatísticas. Sua critica se baseava no fato de os escores serem a única ou a melhor fonte de informação sobre as habilidades matemáticas.

Krutstkii critica os testes que medem a capacidade mental, sob a justificativa de que estes não fornecem informações do nível potencial de desempenho dos alunos ou os processos que se utilizam para responder aos itens dos testes e acrescenta que, muitas vezes, os resultados iguais podem ter sido produtos de processos mentais diferentes e não necessariamente significam habilidade (CAZORLA, 2002).

Segundo Cury (2006), Krutstkii, em 1936, era responsável pelos estudos sobre habilidades, no Departamento de Psicologia Educacional da Academia de Ciências Pedagógicas da antiga União Soviética e, assim, dirigia pesquisas de estruturas e formação das habilidades matemáticas em trabalho pioneiro, com metodologias variadas e participação de alunos, pais e professores.

Os objetivos de Krutstkii com esses estudos, segundo Cury (2006, p.26) eram:

> Caracterizar a atividade mental dos alunos matematicamente talentosos ao resolverem problemas matemáticos, criar métodos experimentais para investigar o talento matemático, esclarecer as diferenças tipológicas na estrutura das habilidades e avaliar diferenças de idade nas manifestações das habilidades matemáticas.

De acordo com Cazorla (2002) os estudos foram realizados por uma equipe comandada por Krutstkii, durante 11 anos (1955 a 1966). A metodologia envolveu, entre outros procedimentos, experiências com grupos de alunos, talentosos ou não, por períodos longos ou curtos, pela observação de suas atividades na resolução de problemas, com pedido de pensamento em voz alta; discussão com estudantes, entrevista com pais, professores e amigos e aplicação de questionários a professores de Matemática e matemáticos, com o objetivo de compreender o que entendiam por "habilidade matemática".

Cury (2006) relata quão importante foi o trabalho de Krutstkii, pois ele deixou exemplos que foram e ainda poderão ser retomados por outros pesquisadores, sob outros pressupostos teóricos. Para análise de erros, além de vários tipos de problemas propostos, vale a ênfase na observação detalhada da resolução, com o cuidado de registrar o pensamento em voz alta dos estudantes, de questionar suas respostas, para verificar como pensavam ao solucionar tarefas. É uma forma de enfatizar a produção e, por ela, voltar ao aluno e auxiliá-lo a fazer análise da sua forma de aprender.

Para a autora Krutstkii, com os estudos, abre-se novo caminho de pesquisas sobre a produção dos alunos, quaisquer que sejam os objetivos, já que enfatiza a importância de análise do processo e não apenas o produto final de um exercício ou a alternativa de teste de múltipla escolha. A análise qualitativa das respostas dos alunos, com discussão aprofundada das dificuldades, apoiada em investigações já realizadas, é a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os estudantes e auxiliá-los na (re) construção de conhecimento.

Rico (1995), educador matemático espanhol, fornece-nos significativo estado dos estudos de erro em diversas partes do mundo. Valendo-se da pesquisa de Radatz em 1980, o autor destaca, nesse trabalho, as principais contribuições na área. Essas contribuições se dão inicialmente na Alemanha e na União Soviética, no começo desse século, até os anos 70 do século XX.

Na União Soviética, o desenvolvimento do campo de investigação em educação matemática, nos anos 60, amplia o conhecimento sobre as causas de erros nas operações fundamentais. Assim, o estudo de Kuzmitskaya (*apud* RICO, 1995) indica quatro causas de erros: (1) insuficiência de memória de curto prazo; (2) compreensão insuficiente das condições do problema; (3) ausência de regras verbais para a realização de cálculos; (4) uso incorreto das quatro operações básicas. Da mesma forma, o autor aponta os estudos de Menchinskaya sobre a regularidade dos erros na educação matemática, destacando igualmente quatro causas: (1) a realização incorreta de uma operação; (2) a compreensão conceitual insuficiente; (3) a distração, que provoca erros mecânicos; (4) a aplicação indevida das regras algorítmicas. (RICO, 1995)

O educador relata que, na Alemanha, no período entre as duas guerras mundiais, com o desenvolvimento da psicologia, havia também interesse pela análise de erros, na influência da Gestalt e da Psicanálise.

No entanto, não houve intercâmbio entre os pesquisadores americanos e europeus. Segundo Radatz (1989), a análise de erros didaticamente orientada, na Alemanha, é iniciada por Weimer, cujo interesse se ligava ao estabelecimento de padrões individuais de erros.

Para Pinto (1998), uma outra fase de análise de erros aconteceu a partir dos anos 50, sob o enfoque do processamento da informação. A cibernética de Wiener, a teoria da informação de Shannon, os trabalhos de Bruner e as experiências de Newell e Simon abrem novas portas para pesquisas nas mais diversas áreas, sugerindo novos métodos e novas abordagens para os problemas estudados.

Allen Newell e Herbet Simon escreveram *Human problem solving,* uma abordagem da Psicologia Cognitiva, em meados do século XX. Nesse trabalho, Newell e Simon vêem o ser humano como processador de informação, cujo pensamento pode ser explicado por meio dessa nova abordagem cognitiva (CURY, 2006).

As investigações dos autores surgiram da tentativa de criar um programa de computador para simular o comportamento do sujeito na resolução de problemas. Criaram o "Logic Theorist", programa capaz de descobrir demonstrações de teoremas de Lógica Simbólica. Para estudo comparativo do desempenho do programa de resolução de determinado problema com o de sujeito da mesma função, foram impressos resultados intermediários para comparação com os passos de solucionador de problemas, usando lápis e papel ou pensando em voz alta (NEWELL; SIMON, 1972).

As técnicas utilizadas por esses pesquisadores são descritas por Cury (2006, p.30):

> Os alunos trabalhando com lápis e papel, recebiam instruções que deveriam pensar em voz alta para que suas verbalizações fossem gravadas e depois transcritas, originando os protocolos. Para iniciar o processo de análise os pesquisadores “quebravam” os protocolos em pequenas frases codificadas.

Partes do comportamento resolutivo dos alunos foram determinadas por erros, não previstos na teoria. Nesse ponto, Cury (2006) salienta a contribuição de Newell e Simon na análise de erros. Os erros cometidos na resolução de problemas podem ser aproveitados em protocolos verbais, pelo “pensar em voz alta” e a possibilidade de unificar o corpo de informações registradas.

Outra pesquisa com técnicas semelhantes, foi realizada por Lankford com alunos da 7ª série, na solução de problemas das quatro operações, com inteiros e racionais. O entrevistador pede aos alunos que **penssassem em voz alta,** enquanto resolviam os problemas e, através de protocolos, analisavam-se diversas estratégias de resolução e padrões de erros (PINTO, 1998).

Com esses estudos, Brown e Burton desenvolveram um programa de computador, *Buggy*, para estudo de erros sistemáticos dos alunos em operações de subtração. Na memória do computador, são armazenados os procedimentos errôneos detectados, a partir do que o desempenho dos alunos é catalogado (RESNICK; FORD, 1990).

Rico (1995) destaca o fato de que, na Espanha, a partir de 1953, Villarejo e Fernández Huerta investigaram os erros mais freqüentes da aritmética escolar, propondo bases para o ensino corretivo por meio de métodos diagnósticos derivados de erros detectados. Mas é importante observar que, como destaca Gutierrez (1994), com o avanço da didática da matemática, principalmente na França e na Espanha, aumenta o interesse pela investigação de erros.

A maioria dos estudos, até então, restringiam-se à análise do erro para uma função diagnóstica e reparadora. Os pesquisadores preocupavam-se em classificar o erro para permitir aos professores uma modificação nas estratégias de ensino, tornando-os mais eficazes.

Centeno (1988) coloca a necessidade de interpretar os erros para orientação do processo de ensino. De modo semelhante, o trabalho de Baruk aponta a violência da escola, ao avaliar os erros matemáticos. A autora refere-se à violência oculta nos manuais, cadernos, quadros-negros, nas cópias riscadas de vermelho, nos julgamentos de milhares de crianças aptas a fazer uso da Matemática, e acusadas de incapazes.

Radatz (1989), em revisão das pesquisas sobre a análise de erros, nos Estados Unidos e Europa até o final dos anos 70 do século XX, aponta para importância de erros, no sentido de oportunizar o diagnóstico das dificuldades de aprendizagem e de criar condições para avaliação de desempenho individual do aluno.

Mesmo que a avaliação de erros possibilite pesquisa de processos de ensino-aprendizagem, o pesquisador também tem preocupação com os aspectos sociais e culturais, com o papel da cultura na formação dos conceitos matemáticos e com a influência dos professores e dos colegas e a interação com o aluno.

Não se pode falar de erro sem Jean Piaget. O sentido de erro permeia a sua obra, ao longo de 70 anos de pesquisa. Segundo Piaget (1970), a construção de conceitos e de idéias é um processo de auto-regulação. Na busca de sintonia, aspectos do processo são mantidos ou corrigidos (*feedback* positivo ou negativo). Nesse sentido, Macedo (1994) relata que é esse o motivo de a palavra erro não fazer parte do vocabulário de Jean Piaget. Para ele não interessa o erro; o que interessa é a ação física ou mental.

Para Piaget (1970), um erro corrigido pelo aluno pode ser mais fecundo que um êxito imediato, porque a compreensão de uma hipótese falsa e sua correção promove novos conhecimentos e a comparação entre dois erros dá novas idéias.

Na teoria piagetiana, o erro é um elemento integrante do processo de construção do conhecimento, sinalizando ao professor níveis provisórios de aproximação com relação ao objeto de conhecimento. O erro, então, é algo relativo: não precisa ser condenado, mas compreendido (LA TAILLE, 1997).

Para Cury (2006), as contribuições de Piaget são inegáveis para o entendimento do erro escolar e para reconstrução e reelaboração da prática docente. A prova disso é que se encontram nas pesquisas atuais muitos aspectos de suas idéias de erro.

1.2 Perspectivas Atuais

Com a retrospectiva histórica dos estudos de erros na Matemática fica mais fácil compreender os trabalhos atuais, pois se encontram semelhanças entre eles. Atualmente há muitos pesquisadores em Educação Matemática no trabalho de análise de erros. Porém, escolhem-se estes estudos, em função dos autores trabalharem situações práticas de sala de aula, fato relevante para esta pesquisa, cujo objetivo está relacionado com estratégias dos professores.

2.2.1 Erros constituídos em obstáculos

Bachelard (1996)[2] observa que a evolução do conhecimento pré-cientifico para o nível de conhecimento cientifico, passa, quase sempre, pela rejeição de conhecimentos anteriores e se defronta com certos obstáculos que não se constituem na falta de conhecimento, pelo contrário, são conhecimentos antigos, cristalizados pelo tempo, que resistem a novas concepções, que ameaçam a estabilidade intelectual de quem detém o conhecimento.

Segundo Artigue (1989), a noção bachelariana de obstáculo epistemológico, em textos de Didática da Matemática, teve origem no trabalho de Brousseau, em 1976, em encontro da Comissão Internacional para o Estudo e Melhoria do Ensino da Matemática, onde enfatiza como o obstáculo se manifesta por erros, mostrando que o erro pode ser modificado.

---

[2] Gastão Bachelard filósofo francês cuja obra, *A Formação do Espírito Científico*, publicada em 1938.

Para o autor, o obstáculo se caracteriza por ser reproduzível (em situações semelhantes) e por resistir à mudança. Nesse sentido, o conhecimento anterior não é, para o professor, suporte para a incorporação de novo conhecimento: ele é também um obstáculo que deve ser superado. Pinto (1998) lembra que os obstáculos epistemológicos estão presentes no desenvolvimento histórico dos conceitos. Além disso, encontram-se vestígios no pensamento espontâneo das crianças. Se um obstáculo epistemológico pode conduzir ao erro, não devemos descartá-lo tratando-o como “falta de conhecimento”. Ao contrário, devemos tratá-lo como conhecimento falso ou incompleto que deve ser reconhecido e superado.

Para Pais (2002) a apropriação de obstáculo epistemológico pelos educadores matemáticos deve ser feita com especial atenção, já que não são tão visíveis, na Matemática, as rupturas entre as descobertas e a sistematização de conhecimento e sugere, no plano pedagógico, o uso do termo obstáculo *didático,* para os conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar.

Brousseau (1983, p.17) considera que:

> O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu insucesso, mas que agora se revela falso ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

Segundo Cury (2006), a idéia é muito importante, pois Brousseau refere-se aos erros baseados em um conhecimento prévio, não adequadamente generalizado ou transposto para uma nova situação. A autora cita exemplo de erro muito comum, em que o aluno considera que a raiz quadrada de uma soma é a soma das raízes quadradas das parcelas: $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Esse fato pode ocorrer devido à generalização da raiz quadrada de um produto- $\sqrt{a.b} = \sqrt{a} \, . \, \sqrt{b}$.

Brousseau (1983), afirma que obstáculo se manifesta por erros, mas estes não são devidos ao acaso. Erros podem ser ligados entre si por uma fonte comum: uma maneira de conhecer, uma concepção característica, coerente ainda que não seja correto, um conhecimento antigo que é bem sucedido em todo um conjunto de ações.

Sobre o conhecimento antigo, D'Amore (2005) opina que se a idéia tem sucesso na resolução de problema precedente, há uma tendência a conservá-la, mesmo que não se aplique a um novo problema, ou seja, o erro persiste.

Cury (2006) discorre que o aluno constrói novo conhecimento relacionando-o com outros, em diferentes contextos, tentando adaptá-lo às novas situações e resistindo em abandonar conceitos anteriores. Por isso é tão difícil o aluno superar o erro, mesmo já tendo dado conta dele. Assim, é imprescindível o professor trabalhar para superar o erro, da mesma forma que na construção de novo conhecimento.

Em estudos de obstáculo epistemológico, Brousseau (1994) analisa a necessidade de estratégias para o aluno construir o conhecimento relacionando-o com outro o que facilita a superação de obstáculos didáticos. Para isso, propõe situação didática formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas pelo professor, alunos e saber; com a finalidade de desenvolver atividades de aprendizagem de um conteúdo especifico (PAIS 2002).

Para entendimento das situações didáticas de Brousseau alguns conceitos básicos precisam ser compreendidos. Em seguida, resumem-se os principais conceitos importantes na análise de erros: aprendizagem por adaptação, situação adidática, e teoria da situação didática.

Segundo Pais (2002), na **aprendizagem por adaptação**, o aluno é desafiado a adaptar os conhecimentos anteriores às condições de solução de novo problema. Nesse caso, a aprendizagem se expressa pela componente da criatividade, pois, para resolver o problema, é preciso o aluno ultrapassar o próprio nível de conhecimento, revelando a operacionalidade dos conteúdos dominados até então.

A **situação adidática** caracteriza-se pela existência de determinados aspectos do fenômeno de aprendizagem, nos quais não há uma intencionalidade pedagógica direta ou controle didático por parte do professor. Nas palavras de Brousseau (1994, p.70):

> Quando um aluno coloca-se capaz de colocar em funcionamento e utilizar por ele mesmo o conhecimento que ele está construindo, em situação não prevista de qualquer contexto de ensino e também na ausência de qualquer professor, está ocorrendo então o que se pode se chamar de situação adidática.
>
> .

De acordo com Pinto (1998), é importante observar que o termo adidático, de Brousseau, não deve ser compreendido como um momento do qual se retira a intenção de ensinar. Na realidade, a intenção deve marcar todas as etapas didáticas, pois está intimamente relacionada com os objetivos selecionados pelo professor. O importante não é anular a postura didática, mas deixar aflorar os mecanismos de apropriação do problema pelo aluno tendo em vista sua superação. Se o professor, ao esconder o propósito, não dá nenhuma informação, nenhum instrumento novo, de que modo o aluno apropria-se de um conhecimento novo? Por outro lado, se, ao contrário, ele desvela mais nitidamente o objetivo, fornecendo modelos aos alunos, onde está a diferença em relação à transmissão formal?

De acordo com Pais (2002), impossibilidade de controle não impede o reconhecimento de sua importância na aprendizagem. Por certo, com o aluno em pesquisa de solução de problema, diversos procedimentos de raciocínio ocorrem sem o controle do professor.

Guy Brousseau (1994) desenvolve a **Teoria de Situação Didática**. Trata-se de teoria de ensino que busca condições da gênese artificial dos conhecimentos matemáticos, sob a hipótese de que esses não são construídos de maneira espontânea.

O papel fundamental da teoria na construção do conhecimento, está nesta descrição de Brousseau (1994, p.80):

> [...] chamamos de 'situação' a um modelo de interação do indivíduo com o meio que causa certo conhecimento como recurso de que o indivíduo dispõe para alcançar ou conservar nesse meio um estado favorável. Algumas dessas 'situações' exigem da aquisição anterior todos os conhecimentos e esquemas necessários, mas há outras que oferecem uma possibilidade de que o indivíduo construa por si mesmo um conhecimento novo no processo genético.

A situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, o aluno e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades de ensino e aprendizagem de conteúdo específico, segundo Pais (2001), é uma situação construída intencionalmente com a finalidade de fazer os alunos adquirirem determinado conhecimento.

Brousseau (1994) desenvolveu uma tipologia de situações, em resumo: situação de ação, situação de formulação, situação de validação e situação de institucionalização.

Situação de ação é a de procedimentos imediatos na resolução de problemas, resultando na produção de conhecimento de natureza experimental. É colocada uma situação ao aluno, cuja resposta é exatamente o conhecimento a ser demonstrado e em que o aluno possa atuar de forma que a própria situação lhe dê o 'feedback' sobre sua ação (PAIS, 2002).

Segundo o autor, no que se refere à prática pedagógica, ao se trabalhar com uma situação de ação, o desafio consiste em escolher estratégias para que o aluno possa agir diretamente sobre o problema, sem explicitar argumentos. Por esse motivo, em tais situações predomina o aspecto experimental, permanecendo ainda recuado o aspecto teórico dos conceitos.

Situação de formulação: o aluno utiliza, na resolução de problema, esquema de natureza teórica, com raciocínio mais elaborado do que experimental e, por isso, torna-se necessário aplicar informações anteriores. É a situação em que se explicita o seu modelo implícito, utilizando-o na resolução ou construção de outro resultado (PAIS 2002).

Para o autor, nesse caso, ainda não há justificação e controle de ações. O aluno pode tentar explicitar suas justificativas, mas não é essencial para caracterizar a situação. Trata-se do caso em que o aluno faz afirmações sem intenção de julgar a validade do conhecimento, embora contenham implicitamente intenções de validação.

Situação de validação: o aluno utiliza mecanismos de prova e o saber elaborado por ele passa a ser usado como finalidade de natureza essencialmente teórica. A situação está relacionada ao plano de argumentação racional e voltada para a questão de veracidade do conhecimento (PAIS, 2002).

O autor analisa que através da experiência de argumentação do saber, o aluno pode contestar, ou mesmo rejeitar, proposições não compreendidas. O trabalho intelectual não se refere somente às informações sobre saber, mas envolvem também afirmações, elaborações, declarações à propósito do saber.

Situação de institucionalização busca o caráter objetivo e universal do conhecimento do aluno. Sob o controle do professor, é o momento em que se procede a passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico. Por seu intermédio o saber tem estatuto de referência para o aluno, extrapolando o limite subjetivo (PAIS, 2002).

O autor alerta para não se confundir a institucionalização de conteúdo com interpretação subjetiva, quando o professor antecipa indevidamente o conhecimento aceito como válido. A institucionalização só faz sentido quando o aluno compreende o significado do conteúdo e percebe a necessidade de integração de seu conhecimento como válido.

A perspectiva de situações que ofereçam ao aluno possibilidade de conhecimento deu lugar à necessidade de atribuir papel central, dentro da organização do ensino, à existência de momentos de aprendizagem, nos quais o aluno se encontra sozinho frente à resolução de problemas, sem que o professor intervenha em questões relativas ao conhecimento em jogo (PAIS, 2002).

A “situação” se organiza de maneira que o conhecimento apontado seja necessário à solução, no sentido de não poder ser dominada de maneira conveniente, sem que se coloquem em prática os conhecimentos ou saberes pretendidos. A compreensão da idéia é fundamental para a análise didática da situação e, em particular, para identificar em uma seqüência de ensino, diferentes aspectos de cada etapa. (PINTO, 1998)

De acordo com Pais (2002) há situação didática cada vez em que se caracteriza a intenção de ensinar saber, bem como quando os mecanismos socialmente definidos são instituídos pela execução. A presença e a funcionalidade em situação didática de uma etapa adidática, diferenciam-na de situações estritamente formais. Dessa forma, a situação proposta deve ser problema do aluno, de tal forma que seus conhecimentos, em determinado momento, se mostrem insuficientes para resolução. A pretensão é que os alunos encontrem estratégias de resolução: conhecimento novo em via de construção pelo aluno.

A importância da teoria de Brousseau no estudo de erro encontra-se, primeiro, na oportunidade que oferece ao professor de ampliar sua visão sobre o processo de aprendizagem; segundo, em erros que apareceram na situação didática, concebidas como hipóteses provisórias e etapas necessárias à construção do conhecimento do aluno.

1.2.2 Taxonomia do uso dos erros

Rafaella Borasi[3] trabalha a análise de erros em Matemática. Seus estudos se inserem nos objetivos da reforma da Matemática escolar, nos Estados Unidos, que sugere o abandono dos professores à simples transmissão de conhecimento e o encorajamento dos alunos à exploração e verbalização das idéias, raciocínio e argumentação (CURY, 2006).

A autora, ao estudar as pesquisas de Borasi, relata que essa pesquisadora propõe ambientes de aprendizagem, nos quais os potenciais dos erros podem ser aproveitados.

Pelos trabalhos de Borasi (1988, 1989,1996), a autora considera que os erros podem mostrar para o professor algo mais, se explorados e não apenas eliminados. Podem servir para a exploração de determinado conteúdo Matemático, detectando dificuldades para os alunos, partindo para a investigação do processo de ensino.

Essa utilização de erro pode ser vista no que ela chama de "taxonomia de uso de erros para trampolins para a pesquisa", que

[3] Rafaella Borasi é graduada em Matemática na Itália e aprofundou seus estudos sobre história e buscou também contribuições filosóficas em Lakatos, Kunh e Kline (CURY, 2006)

apresenta quadro sucessivamente reformulado, reproduzido, aqui, com adaptações feitas por Cury (2006, p.37) da última versão:

Objetivo da aprendizagem	**Realização de uma tarefa matemática específica**	**Compreensão de algum conteúdo técnico-matemático**	**Compreensão sobre a natureza da matemática**
Remediação	Analise dos erros detectados, para compreender o que houve de errado e corrigir, de forma a realizar a tarefa com sucesso.	Analise dos erros detectados, para esclarecer más interpretações de um conteúdo técnico matemático.	Analise dos erros detectados, para esclarecer más interpretações sobre a natureza da Matemática ou de conteúdos específicos.
Descoberta	Uso construtivo de erros no processo de resolução de um novo problema ou tarefa; monitoramento do trabalho de alguém para identificara potenciais enganos.	Uso construtivo de erros ao aprender novos conceitos.	Uso construtivo de erros ao aprender sobre a Natureza da Matemática ou de algum conceito matemático
Pesquisa	Erros e resultados intrigantes motivam questões que geram pesquisas em novas direções e servem para desenvolver novas tarefas matemáticas	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a novas perspectivas sobre um conceito regra ou tópico não contemplado no planejamento original	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem leva a *insights* e perspectivas inesperadas sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático

QUADRO 1.TAXONOMIA DE BORASI PARA OS USOS DE ERROS

Cury (2006) salienta que maneiras de uso de erros podem surgir separadamente ou combinadas. Em determinado momento o professor pode estar interessado apenas em remediar os erros que detecta nas produções de seus alunos, mas posteriormente, ou com outra turma, pode encontrar um resultado intrigante que o leva a aprofundar-se no conteúdo matemático. Dependendo do objetivo com que o erro é empregado e do nível de abstração com que é examinado, pode-se transitar por essas diversas formas de análise de erros.

O professor ao utilizar estratégias que usem o erro de uma dessas formas, está fazendo deste uma oportunidade para aprendizagem e reelaborações.

2.2.3 Metacognição: o erro como estratégia didática

Pozo (2002) destaca que uma das características que diferenciam a mente de outros sistemas de conhecimento é que esta pode refletir sobre si mesma, com consciência de seu estado, inclusive, às vezes, de seu processo. Diante de característica tão singular da mente humana, têm sido desenvolvidos estudos da capacidade do homem de refletir sobre o próprio conteúdo cognitivo, o que é conhecido como metacognição.

Inicialmente, é relevante compreender o que representa cognição. Para González (1996), é um termo geral, usado para agrupar processos gerais de aquisição, aplicação, criação, armazenagem, transformação, criação, avaliação e utilização da informação.

Macias; Soliveres; Maturano (1998) distinguem cognição de metacognição. Cognição diz respeito ao conhecer, à ação, ao efeito do conhecer. O prefixo meta tem significado recursivo que faz menção à reflexão sobre o conhecimento que tem o sujeito da própria cognição.

Neste trabalho tem-se a definição clássica de metacognição de Favell (*apud* Campanário, 2000, p.28): "[...] é o conhecimento que se tem dos próprios processos cognitivos ou sobre qualquer questão relacionada a ele", ou seja, está relacionada com as propriedades da informação ou os dados relevantes de aprendizagem.

Para Campanario (2000), a metacognição implica auto-regulação da atividade de aprender, quer dizer, conscientização dos processos de conhecimento de erros e sucessos, aprender como se aprende, responsabilizando-se pela própria aprendizagem.

Segundo Robinson (1983), o erro pode servir de estímulo ao desenvolvimento metacognitivo, pois quando a aluno não atinge o resultado esperado, percebe algum problema e reflete sobre o seu comportamento e processos de pensamento.

Espinosa (1995) comunga com as idéias de Robinson e conclui que o tratamento de erro, mediante estratégias metacognitivas, é extremamente satisfatório. O autor aponta que as estratégias são: identificação de erro pelo aluno, estabelecimento de causas e fixação de precauções contra a repetição do mesmo erro.

Anastácio (1997) fez uma pesquisa com alunos de 7ª série para análise de erros no estudo da Matemática e concluiu que a metacognição é de fundamental importância em um estudo sobre erros,

> [...] por acreditar na riqueza e importância dessa estratégia para tratar os erros cometidos pelos alunos, parece-me igualmente interessante investigar, refletir e aprofundar de modo mais sistemático sobre a metacognição. Nessa minha pesquisa não foi possível essa observações (ANASTÁCIO 1997, p. 97).

Dentre as pesquisas feitas no Brasil de 1980 a 2006, têm-se apenas a de Anastácio que relaciona erro com a metacognição. Entretanto, alguns autores descrevem estratégias didáticas que subsidiam a metacognição e podem ser utilizadas no trabalho de análise de erros.

Figueira (2003) aponta: estimulação ao aluno a verbalizar as dificuldades e os processos cognitivos na realização de tarefas; avaliação de percursos e a explicitação da razão das dificuldades ou sucessos, de modo a permitir que o aluno conheça o mecanismo de aprendizagem; explicitação por parte do professor dos próprios processos mentais, na apresentação de conteúdos.

Campanario (2000) destaca a importância de o professor propor estratégias que auxiliem o processo metacognitivo: partir de questões que normalmente não questionadas, no cotidiano, e apontar as que merecem reflexões e fomentar atividades de auto-avaliação.

A metacognição estimula o aprender a aprender. Assim, pode fazer com que o erro se constitua de conhecimento, saber do aluno, a partir do momento em que ele auto-regula sua aprendizagem.

CAPÍTULO 2

DIFERENTES CONCEPÇÕES DO ERRO

Neste capítulo, descreve-se a concepção de erro escolar, focalizando-o principalmente sob diferentes óticas: fracasso, não entendimento, falta de compreensão do aluno, concepção advinda da pedagogia tradicional[4]; e hipóteses do aluno para chegar às teorias que ainda não se assemelham à norma padrão (aceita pela sociedade escolarizada), é a visão fundamentada em pressupostos construtivistas[5].

Socialmente, o erro sempre teve conotação negativa referindo-se a algo ruim que categoricamente deve ser evitado. Os que cometem erro são penalizados. Segundo Lorenzato (2006), a essa tradição social

[4] De acordo com Saviani (2002) a pedagogia tradicional é uma proposta de educação centrada no professor cuja função define-se por vigiar os alunos, aconselhá-los, ensinar a matéria e corrigi-la.

[5] Barros (1996, p.15) definiu construtivismo como uma concepção ou uma teoria pedagógica que privilegia a noção de "construção de conhecimento, efetuada mediante interações entre sujeito (aquele que conhece) e objeto (sua fonte de conhecimento)-buscando superar as concepções que focalizam apenas o empirismo (condições ligadas à percepção ou à estimulação ambiental) ou pré-formação de estruturas (condições ligadas a aspectos inatos ou advindo de maturação)"

influenciou os paradigmas educacionais, os quais, por sua vez, interferem na maneira de a escola interpretar os erros dos alunos, em ambientes sob a ameaça de punições, que herdaram a triste lembrança da tinta vermelha em provas. Há também o medo de não acertar e a dificuldade de lidar com o fracasso.

Para Pinto (1998), a concepção tradicional privilegia a cultura do acerto, acentuada pelos livros didáticos, a escola não reconhece o erro como elemento importante na construção do conhecimento. Erro é um "vírus a ser eliminado" e, portanto, sempre indesejável e o aluno é sempre punido ao errar.

Enfatiza a autora que a escola e a família têm o mesmo discurso e prática sobre o erro da criança, propiciando espaços de repressão na elaboração de hipóteses, ou seja, em todos os caminhos para a constituição do saber.

Como relata Pinto (1998), os castigos e punições estavam, e ainda estão no cotidiano de sala de aula (em casa também) e errar significa contradizer a prática do professor. O erro, na visão tradicional, é realmente indesejável; por isso, necessita ser punido, gerando medo e sentimento de incapacidade por parte do aluno.

Nos estudos de Pinto (1998) revela-se a prática de deixar vir à tona os acertos dos alunos com domínio do conhecimento deixando, na penumbra, as reais dificuldades dos que ainda estão em processo de construção. Nas observações o aluno vai à lousa, em geral, em cumprimento de tarefa em que já teve êxito. Nesses casos, a intervenção do professor resume-se a acompanhar e a julgar o itinerário do aluno, ratificando-o, ou não, o que raramente ocorre, pois o aluno na lousa não comete erros.

Segundo essa autora, o erro é evitado, pelo aluno e pelo professor. O espaço de reflexão sobre o erro é insignificante. No mesmo estudo, os professores que assim tratavam o erro, consideravam-no importante no processo de aprendizagem da Matemática, porém, tinham dificuldades de utilizá-lo de forma construtiva. A postura dos professores então era evitar o erro, sem poder fazê-lo, fazem “reforço” para prevenção de novas ocorrências.

Em geral, de acordo com Pinto (1998), o professor tende a agir sobre o erro na perspectiva empirista, isto é, corretiva. Isso não quer dizer que não haja diagnóstico de erro. Porém, por estar orientado para a eliminação imediata do erro, no lugar em que é produzido, acaba por reduzir o questionamento a prováveis causas “psicológicas”, em detrimento de outras possíveis fontes.

Segundo Baroody (1994), na escola tradicional, o ensino está alicerçado sobre a teoria da absorção (associacionista), que concebe o conhecimento como acúmulo de dados na mente. A aprendizagem ocorre por meio de memorização, processo que consiste em interiorizar ou copiar informação. O ensino, então, baseia-se na impressão de imagens, e para sua boa impressão, a atenção é a condição fundamental, mesmo que as imagens não tenham sentido para os alunos. Errar por não prestar atenção pode significar a não impressão de formas de resolução dadas pelo professor. Nessas condições, formas errôneas devem ser substituídas pelas certas: a repetição constitui esforço memorístico de retenção do correto, sem abertura para discussão de motivo dos erros.

Essa escola valoriza somente o acerto, pois interpreta o erro como prova de “não aprendizagem”, “não evolução” e “não saber”. “A tendência atual é valorizar todas as respostas dos alunos por considerá-las revelações daquilo que eles pensam” (LORENZATO 2006, p.49).

Para Dias; Magalhães; Pascual (2006), o erro faz parte do processo de aprendizagem. Na concepção construtivista, erro é interpretado como parte natural, inevitável e indispensável ao processo de aprendizagem. Funciona no (re) direcionamento pedagógico porque oferece oportunidade de crescimento ao aluno, bem como de evolução do professor.

Segundo La Taille (1997), além da percepção, o aluno tem que ter acesso à qualidade do erro, o que mexe com a criatividade do professor, devendo pensar em estratégias novas e eficientes. Acima de tudo, o professor deve acompanhar a observação do aluno para lhe dar subsídios para a análise do erro.

Para De La Torre (1994), o erro expressa duas faces da mesma moeda: pode ser visto de modo negativo e utilizado para punição do aluno e de modo construtivo, como oportunidade de refazimento do percurso e ampliação do raciocínio, tornando mais claras as inter-relações do processo do conhecimento. Entretanto, a escola nem sempre oferece situação saudável para essa aquisição.

De acordo com Lorenzato (2006), para ser utilizado no processo de aprendizagem, o erro não pode ser simplesmente apontado. O professor deve levar o aluno a refletir, a testar suas hipóteses, enfim a aprender. Em alguns momentos, é preciso que o professor “[...] desequilibre o aluno que cometeu o erro, através de interpelação para que encontre por si mesmo uma resposta mais adaptada” (DIAS; MAGALHÃES; PASCUAL, 2006, p.27).

Pinto (1998) lembra que o trabalho com o erro que dê sentido à atividade matemática orienta-se pelo controle conceitual do trabalho do aluno e procura preservar o projeto central do ensino construtivista, no que se refere ao núcleo central, ou seja, o aluno produz conhecimento como resposta central à questão.

Nessa direção, a autora explica que o professor elabora estratégias não apenas para o aluno modificar o procedimento errôneo, mas para apropriar-se do “numérico” e não do “numerismo” (as continhas). Para isso, o professor deve franquear ao aluno a possibilidade de errar, de tatear, na busca de melhores respostas, restituindo-lhe a responsabilidade pelo controle do sentido da atividade.

O trabalho com erro na perspectiva construtivista não anula o papel docente: ao contrário, intensifica-o e altera características tradicionais. De acordo com Pinto (1998), inverte o sentido, transforma o professor em “avaliador- corretor”, no sentido que a avaliação é procedida de diagnóstico. Isso não o exime de assumir responsabilidades interventivas, modificadas e ampliadas em direção à certificação do progresso do aluno.

Segundo Perrenoud (1993), as novas didáticas colocam o professor diante de situações mais complexas de ensino, nas quais as tarefas apresentam novas características e as formas de controle tradicionais não são suficientes. Isso implica mudanças nas regras do “jogo”, em sala de aula. No novo cenário, as formas tradicionais de correção de erros vão dando lugar a outras, mais voltadas à desestabilização de atitudes defensivas do aluno.

Para que isso ocorra, conforme Pinto (1998), o professor dispõe de estratégias para tornar o erro “observável” para o aluno. Para a autora, o erro só será observável para o aluno, se “observável” para o professor.

A “observalidade” do erro aloja-se no espaço central de situações didáticas. Retomando idéias de Brousseau (1986), é possível afirmar que as intervenções, em situação didática de trabalho com erro, são as “devoluções” e as “institucionalizações”. Como observa o autor, delas depende o bom funcionamento do espaço adidático, núcleo de aprendizagens duradouras. O núcleo de observação do erro pelo aluno é determinado pela observação do professor sobre o erro, portanto, das possibilidades interventivas que adota, da forma de devolução e da institucionalização da tarefa.

Nesse momento, segundo Pinto (1998), os professores se perdem. Como fazer essa devolução? Como institucionalizar? Que estratégias utilizar? Indagações oriundas de seus estudos, Dias; Magalhães; Pascual (2006) também citam que os professores se perguntam o que fazer com o erro construtivo quando o construtivismo lhes é apresentado.

Lorenzato (2006) afirma que as dificuldades aparecem mais no Fundamental II, pelo grau de abstração do conteúdo matemático das séries. Nesse nível, a Matemática passa a ter linguagem própria e se distancia cada vez mais da realidade do aluno. Outra dificuldade de lidar com erros, nessas séries, é a formação dos professores, na maioria licenciados, mas com muitas defasagens pedagógicas.

Alternativas apresentadas por Lorenzato (2006) e Pinto(1998), são pesquisas que investiguem o erro e analisem a prática pedagógica, contribuindo para a formação do professor de Matemática.

Na análise do contexto de erro, pelas dificuldades dos professores no seu tratamento, tem-se à questão central: como o professor trata erros ou dificuldades dos alunos no estudo de Equação do 1º grau?

Assim, o objetivo fundamental desta pesquisa é investigar estratégias dos professores diante de erros ou dificuldades dos alunos, no estudo de Equação do 1º grau, com os seguintes objetivos específicos:

- Identificar estratégias dos professores diante de erros e dificuldades dos alunos no estudo de equação do 1º grau;
- Analisar as estratégias utilizadas.

Professores de Matemática enfatizam as dificuldades dos alunos na aprendizagem da Álgebra. Dificuldades essas que podem impedir a compreensão de conteúdos em várias disciplinas do Ensino Médio. Relatam Imenes e Lellis (1994, p.6)

> Professores e alunos sofrem com a álgebra do 8º ano. Uns tentando explicar, outros tentando engolir técnicas de cálculos com letras que, quase sempre, são desprovidas de significados para uns e para outros.

> Mesmo nas tais escolas de excelência, onde aparentemente os alunos de 8º ano dominam todas as técnicas, esse esforço tem poucos resultados: no 1º ano do Ensino Médio é preciso repetir tudo.

Como o ensino de álgebra, na maioria das escolas brasileiras, inicia no 7º ano com Equação do 1º grau, é importante a análise de estratégias do professores diante de erros e dificuldades no ensino-aprendizagem nesta série. Este estudo traz modesta contribuição no ensino de Álgebra, baseado na análise de erros.

CAPÍTULO 3

PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

Este capítulo apresenta proposta metodológica, compreendendo procedimentos e instrumentos de aplicação da pesquisa em sala de aula, bem como identificando a escolha do caso, cenário e os sujeitos.

3.1 Pesquisa Qualitativa como Procedimento de Estudo

Estudar erro em sala de aula leva a refletir sobre a questão metodológica, na busca de caminhos para pensar e agir.

A intenção deste trabalho é observar, descrever e analisar estratégias do professor de Matemática, no 7º ano. A pesquisa segue a linha metodológica da pesquisa qualitativa, viabilizando a participação ativa do pesquisador e do professor pesquisado na constituição do conhecimento. Conforme Chizzoti (1991, p.79):

> A abordagem qualitativa parte do fundamento que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vinculo indissolúvel entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito. O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objeto não é um dado inerente e neutro; está possuído de significados e relações que sujeitos concretos criam em suas ações.

A pesquisa qualitativa tem como objetivo principal descrever, com rigor conceitual, a essência do que se percebe no cotidiano, de uma forma compreensível para o leitor, respeitando as exigências da pesquisa científica e viabilizando a reciprocidade entre pesquisador e pesquisado e entre sujeito e objeto. Segundo Mello (1999, p.21):

> A investigação qualitativa tem como fonte direta de dados o ambiente natural, constituindo-se o investigador seu principal instrumento. Ela é também descritiva, interessando-se mais pelo processo do que simplesmente pelo resultado ou produto. Os

investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva e o significado é de importância vital.

Esta pesquisa configura-se na perspectiva qualitativa, pois a temática fê-la emergir do ambiente natural de sala de aula. No entanto, como recurso de análise, busca-se, na pesquisa qualitativa, auxílio para constatação de hipóteses.

Outra contribuição na definição metodológica, relevante para um trabalho efetivo, são os aspectos que Bogdan; Biklen (1997) apontam na pesquisa qualitativa, tidos como cuidados a serem seguidos: ambiente natural valorizado e o investigador, tornando-o como principal instrumento, devendo freqüentá-lo. Os dados são descritos minuciosamente, interessando mais o processo do que o produto. A análise dos dados é indutiva e os significados das situações são fundamentais para as conclusões.

A pesquisa qualitativa envolve enfoques metodológicos, como: história de vida, pesquisa-ação e estudo de caso, que norteiam caminhos. Dentre eles, o que mais se identifica com este trabalho é o estudo de caso.

3.2 Estudo de Caso como Enfoque

A escolha de pesquisa com enfoque no estudo de caso se deve, principalmente, à complexidade do objeto no contexto educacional e, ao mesmo tempo, pela forma de registro da prática do professor, em sala de aula.

Dessa forma, Ludke; André (1986, p.17) assim se expressam:

> O estudo de caso é o estudo de um caso, seja ele simples e específico, como o de uma professora competente de escola pública, ou complexo e abstrato, como o das classes de alfabetização ou o do ensino noturno. O caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo.

No estudo de casso desta pesquisa, fez-se contato direto com o problema em dado momento, retirando do ambiente as informações necessárias às análises, durante e após coleta de dados, com a atenção voltada apenas para as estratégias das dificuldades e erros dos alunos.

A metodologia pressupõe características que, de acordo com Ludke; André (1986), superpõem-se aos pontos gerais da pesquisa qualitativa organizados por Bogdan; Biklen(1997):

- **Os estudos de caso visam à descoberta.** Característica de que o conhecimento não é estático e nem está pronto, mas em completo movimento de ir e vir, fazer e refazer, sempre subsidiado por teoria a auxiliá-lo, rumo à sua (re) construção. Nesta pesquisa, de observação em sala de aula, ou seja, presente na dinâmica da aula, os conhecimentos gerados nas situações são motivo de constantes descobertas, porque o professor, a cada dia, vale-se de novos comportamentos e atitudes para auxiliar os alunos.
- **Os estudos de caso enfatizam a interpretação em contexto.** Para tanto, leva-se em consideração o contexto da investigação, o caso, a partir do que se faz todo o estudo, lembrando sempre que os sujeitos manifestam-se de acordo

com o ambiente social e levando em consideração as condições em que ocorreram essas manifestações.

- **O estudo de caso busca relatar a realidade de forma completa e profunda.** Essa característica vem confirmar a anterior, pois interpreta-se o contexto e mostra-se a realidade sob vários aspectos:os detalhes que servem para responder as indagações.
- **Os estudos de caso usam variedades de fontes de informação.** É aspecto importante: está-se presente em diversas situações e colhem-se informações. Nesta pesquisa, utilizam-se entrevistas, audiogravações, registro de observações, materiais produzidos pelos alunos e avaliados pelo professor.
- **Os estudos de caso revelam experiências vicárias e permitem generalizações naturalísticas.** É o ponto bem característico do estudo de caso-generalizações. A pesquisadora relata sua experiência e troca informações com o pesquisado, estabelecendo com ele parceria. O professor sujeito da pesquisa é fonte de informações para questionamentos sobre a vida escolar dos alunos, vida profissional, aspectos históricos e sociais da instituição escolar e a sua prática pedagógica.
- **Estudos de caso procuram representar os diferentes e às vezes conflitantes pontos de vista presentes numa situação social.** Neste trabalho a pesquisadora observa, registra, analisa e responsabiliza-se de discutir a prática docente

de determinado professor, respeitando sua opinião e seu fazer, sem deixar de colocar seus pontos de vista.

A escolha do estudo de caso como enfoque de pesquisa foi constituindo-se a cada etapa, pois estudar o caso de um professor, focalizando o olhar sobre suas estratégias diante dos erros e dificuldades dos alunos, é encontrar parâmetro de análise para o estudo.

3.3 Cenário da Pesquisa

3.3.1 Critério de escolha

No estudo de caso, a escolha do sujeito é importante para o desenvolvimento da pesquisa, por estar em sintonia com seu objeto de estudo. Segundo Larocca (2000, p.58) "[...] todo processo de escolha de participantes deve ser consoante ao objeto de estudo que tem. Para isso, exige-se a satisfação de alguns critérios básicos que, se não forem atendidos, poderão contribuir para o insucesso da empreitada".

Assim, para realização da pesquisa, elaboram-se alguns critérios para escolha do professor, sujeito e participante do estudo:

- **Licenciado em Matemática**. É de fundamental importância, pois é comum bacharel ensinar Matemática, ou seja, pessoas sem conhecimentos pedagógicos essenciais ao exercício da profissão. Como a análise das estratégias faz parte dos objetivos deste estudo, encontrar sujeito com conhecimentos de didática e psicologia da educação é de fundamental importância.

- **Docente do 7º ano.** Como se investigam estratégias de estudo na Equação do 1º grau, assunto da série, o critério torna-se imprescindível.
- **Docente em escola construtivista.** O erro na visão tradicional deve ser evitado, senão eliminado. Em escolas com proposta mais tradicional, as estratégias diante dos erros de alunos provavelmente são muito limitadas, já que o propósito é de prevenção. Como cita Pinto (1998), o erro em escolas tradicionais não são motivos de se pensar sobre, e, então por mais que o professor tenha concepção diferente não tem liberdade de ação, já que qualquer atitude contrária é motivo de represálias. Lógico que, em escola construtivista, não se pode dizer que sua ação é diferente, mas provavelmente o professor tem mais liberdade de ação e chance de atitude diante de erros, diferente da eliminação. Como o objetivo desta pesquisa é analisar estratégias diante de erro, é de fundamental importância encontrar uma escola que propicie liberdade de ação ao professor.
- **Visão construtivista de erro.** Trabalhar em escola construtivista não garante que o professor comungue com essa abordagem. Se não é assim, sua atuação poderia ser apenas de eliminação do erro, mesmo em escola construtivista. Por essa razão, é de primordial importância, que o professor tenha uma concepção construtivista de erro.
- **Aceitação da pesquisa, permitindo a coleta de dados necessários ao estudo.** Critério fundamental já que, em estudo de caso, a cooperação do sujeito é primordial para a pesquisa.

Faz-se a escolha do professor, considerando os critérios estabelecidos. Começando pelo quarto critério, buscam-se informações com professores da Universidade Estadual do Ceará de escolas de Fortaleza que têm realmente proposta construtivista de trabalho e possuem Ensino Fundamental II. Coletam-se cinco nomes.

Duas escolas não preenchem o primeiro requisito: os professores sem licenciatura em Matemática. Em outra, não é permitida a realização da pesquisa, portanto restaram duas escolas.

Em uma das escolas, a pesquisadora atua como coordenadora da área de Matemática e Ciências e, de inicio, acreditava que poderia fazer a pesquisa, mas, em conversa com professores e a orientadora, decide não realizar o estudo nessa instituição. O fato de conhecer de perto a instituição e ter colaborado para estruturação do projeto pedagógico, bem como participar diretamente da composição dos planos de aula, não a faz imparcial nos momentos necessários. Inclusive orienta a literatura para "não escolher um assunto em que esteja pessoalmente envolvida" (BOGDAN; BIKLEN, 1994 p.86).

A quinta escola é uma Instituição muito bem conceituada no meio acadêmico, que incentiva a pesquisa e colabora com os estudos universitários. O seu projeto pedagógico é analisado com sugestões dos professores universitários, em fase de reformulação. Além disso, o professor de Matemática é também conhecido e bem conceituado no meio acadêmico.

3.3.2 O professor: trajetória vida escolar e profissional

O professor mostra-se muito solícito no primeiro contato. Demonstra interesse em participar da pesquisa, está escrevendo monografia de especialização em Ensino da Matemática e quer contribuir na pesquisa. Foram dois dias de entrevista antes das observações em sala.

Tenha-se o professor em narrativa própria e, em alguns momentos, pelo olhar da pesquisadora. De acordo com Prado; Soligo (2005):

> A narrativa supõe uma seqüência de acontecimentos, é um tipo de discurso que nos presenteia com a possibilidade de dar a luz o nosso desejo de revelar. Podemos dizer que a narrativa comporta dois aspectos essenciais: uma seqüência de acontecimentos e uma valorização implícita dos acontecimentos relatados. E o que é particularmente interessante são as muitas direções que comunicam as suas partes como um todo. Os acontecimentos narrados de uma história tomam do todo os seus significados. Porém, o todo narrado é algo que se constrói a partir das partes escolhidas (p.50).

A intenção é conhecer o professor através da sua trajetória de vida escolar e profissional. A seguir, a narração do próprio professor sobre sua formação escolar e prática pedagógica. A primeira é parte integrante da sua monografia de especialização; e a segunda, da entrevista concedida nos dias 20 e 21 de agosto de 2007.

“Me chamo O., tenho 41 anos[6] *e comecei minha caminhada escolar já no 1º ano do antigo primário. A lembrança mais remota que tenho é da 2ª série. Sempre aprendi Matemática com muita facilidade e adorava quando a tia colocava palavras de elogio nas minhas atividades de Matemática: que lindo, que luxo. Isso para mim era muito estimulante.*

[6] Idade calculada no ano de 2007

Na 3ª série, a minha turma era muito bagunceira e não durava professor. Em agosto entrou a tia Fátima, que era a quinta ou sexta professora. Em função da troca de professores ficamos com os conteúdos da série muito atrasados, a professora então teve que correr muito com o conteúdo e passava muita tarefa. Mesmo assim com tudo muito corrido, a Matemática para mim era fácil para aprender.

Nas outras disciplinas era um aluno que apresentava um bom desempenho, mas a facilidade e o prazer de aprender, só tinha com a Matemática. Terminei o Primeiro grau Menor continuei no mesmo colégio. Existiam dez turmas de 5ª série que eram divididas por idade. A 5ª série J era dos alunos mais velhos. Eu era da 5ª série A. A professora de Matemática de todas as turmas de 5ª série era a Maria Raimunda. Uma professora que primava pela disciplina, apresentava o conteúdo de forma muito tradicional e priorizava a repetição como forma de aprendizagem. O erro era algo que ela não aceitava. O índice de reprovação em Matemática era em média de 80%.

Um dia a Maria Raimunda faltou e mandou um roteiro e pediu para eu dar aula nas outras turmas de 5ª série. Eram exercícios que tinha que resolver no quadro para todos os alunos. Lembro que foi um momento muito marcante, eu na 5ª série J com alunos mais velhos e bem maiores do que eu, mas todos atentos a minha explicação. Fiquei muito envaidecido e adorei ser professor. Desde então, passei a dizer que queria ser padre, pediatra e professor.

Até a 8ª série tínhamos o hábito de formar grupos de estudos. Meus colegas iam muito a minha procura pra que ensinasse Matemática. Algo que recordo bem é que não gostava de dizer "vou *ensinar", sempre falava vamos estudar. Eles falavam que eu tinha muita facilidade de (re) tramsmitir o conteúdo. Adorava esses grupos de estudo e gostava muito quando percebia que os colegas compreendiam. Era muito paciente e demorava o tempo que fosse preciso e nunca sossegava enquanto não compreendessem.*

Uma vez encarei um grande desafio. Fazia 7ª série e minha prima fazia 1º ano do 2º grau[7]*. Ela estava com muita dificuldade em Matemática e pediu para ensiná-la. Estudei o conteúdo, função, e fui ensiná-la. Aprendi sem dificuldades, apenas estudando pelos livros. Ensinei e ela conseguiu recuperar suas notas.*

Na 7ª série e na 8ª serie tive um professor de Matemática muito autoritário. Era um militar reformado que fazia questão de causar terror em relação à disciplina e ele me desafiava muito: colocava questões difíceis para mim, adorava colocar errado nas minhas provas. Isso mexia muito comigo, porém encarava como desafio. Consegui me sair bem também nessas séries e apesar de tudo continuei adorando Matemática.

O Piamarta tinha uma grande tradição de aprovação na escola Técnica do Ceará (ETCE)[8]*. A grande maioria dos alunos ao termino da 8ª serie tentavam ingressava no ETCE, que apresentava grande concorrência. Em função das minhas notas, eu era uma grande esperança de aprovação. Porém não tentei, pois fui para o seminário. Então fiquei fazendo 1º ano no Piamarta e também seminário.*

Estudava no colégio pela manhã e após o colégio ia para o seminário onde morava. Minha mãe adoeceu e ao final desse ano tive

[7] Hoje 1º ano do Ensino médio
[8] Hoje Centro Federal de Educação Tecnológico (CEFET)

que voltar para casa. Tinha que cuidar dela. Resolvi adiar meu sonho de ser padre. Não gostei do 1º ano no Piamarta, achei os alunos bagunceiros. Resolvi fazer o 2º ano em outro colégio Adauto Bezerra, também público. Inscrevi-me também para fazer o teste de seleção para ETCE. Já tinha passado as inscrições, então me inscrevi para o Protécnico, um curso preparatório para ETCE, na própria instituição. No ano de 1983, fiquei cursando o 2º ano pela manhã e o Protécnico à tarde, com aulas todos os dias de todas as disciplinas.

Como obtive média acima de sete em todas as disciplinas entrei no ETCE sem precisar fazer o teste de seleção. Assim no ano de 1984 iniciei o curso técnico de telecomunicações. Nesse ano, fiz 3º ano no Adauto Bezerra pela manhã e telecomunicações à tarde. O nível de ensino da ETCE era muito elevado exigia um bom tempo de estudo individual, coisa que não tinha, pois estudava o dia inteiro e ainda tinha que cuidar de minha mãe que estava muito doente. Então no segundo semestre fiquei reprovado nas disciplinas de Química, Física e Eletricidade.

Ao final do ano de 1984 minha mãe faleceu. Estava muito arrasado, mas o sonho dela era me ver na faculdade, por isso quinze dias após a sua morte fiz vestibular na Universidade Federal do Ceará para Matemática. Também estava tentando realizar meu grande sonho que era ser professor de Matemática. Então em 1985 iniciei meu curso de Matemática na Universidade e fiquei fazendo as disciplinas da ETCE as quais tinha ficado reprovado.

Foi um período muito difícil, tive que estudar muito, mas preferi dar prioridade para ETCE, tanto pela reprovação, quanto pelo *desencanto com o curso de Matemática. Não gostei do que encontrei lá, uma matemática muito diferente do esperado, com professores que não tinham uma boa didática. Sabiam para eles, mas tinham dificuldade de transmitir. No curso de Matemática não era um bom aluno, mas na ETCE minha dedicação melhorou muito meu desempenho.*

Ainda fiz dois anos de faculdade, porém fiquei reprovado em muitas disciplinas e resolvi abandonar o curso, tanto pelo desencanto como pela necessidade de trabalhar. Oportunidade que surgiu na área de telecomunicações. Então terminei meu curso na ETCE e fiquei até 2002 trabalhando nessa área.

Apesar de gostar não estava realizado. Adorava lidar com as pessoas. Ministrei diversos treinamentos na área de telecomunicações, isso aumentava minha vontade de trabalhar com pessoas. No entanto, não pensava mais em ser professor, talvez pelo desencanto com o curso, não sei bem. Decidi então que queria fazer psicologia. Porém o curso era pela manhã e teria que deixar de trabalhar, o que não poderia fazer. Então tracei o seguinte plano: faria Matemática na Universidade Federal, que era um curso noturno, depois passaria a trabalhar como professor, onde poderia trabalhar a noite e fazer o curso de Psicologia diurno.

Meta traçada, iniciei um cursinho a noite. No ano de 1998 prestei vestibular para Licenciatura em Matemática. Em 05 de abril de 1999 iniciei meu curso. Aproveitei algumas disciplinas e consegui terminar em quatro anos. O curso continuou sem me encantar, porém meu objetivo não era mais ser professor, por isso, foi mais fácil concluí-lo, *alem de ter feito um excelente grupo de amigos. Assim estudávamos juntos e nos estimulávamos a continuar.*

No último ano da faculdade, deixei meu emprego na área de telecomunicações e passei a ser professor de Matemática em uma escola publica de Fortaleza, ensinava em turmas do 2º ano do Ensino Médio. Em 2003 entrei em uma escola particular para ser professor de 6º a 9º ano. Essa escola possui uma concepção construtivista e percebi no decorrer do ano como me afinava como essa visão de ensino. Desisti da Psicologia, pois ensinar realmente era minha vocação.

Entrevista sobre sua prática pedagógica, em especial, diante do erro e dificuldades dos alunos.

Pesquisadora: O que você pensa sobre os erros dos alunos na aprendizagem de Matemática?

Professor: *Para mim, em qualquer momento da vida e em qualquer aprendizagem o erro faz parte do processo, e, por isso, não pode ser negado, deixado de lado ou ignorado. O velho clichê "é errando que se aprende" mostra que a sabedoria popular sempre soube disso, mas a escola como é um lugar de aprender, de ter sucesso, do conseguir sempre, deixou de ver o erro, também, como uma das fases desse aprender, como um momento importante onde o professor pode procurar compreender o <u>porquê</u> seu aluno errou (pode ser um erro conceitual, até) e reelaborar seu planejamento objetivando ajudar o seu aluno a chegar ao acerto. É claro, que o objetivo é sempre o de se chegar ao acerto, à compreensão correta do conceito e das estratégias a serem utilizadas para determinados cálculos (na matemática, por exemplo), mas para analisar e compreender os erros dos alunos tem-se* *mostrado, na minha prática docente, de grande valia e de maravilhosos resultados.*

Pesquisadora: Cite algumas estratégias que você utiliza diante das dificuldades ou erros dos alunos na aprendizagem da Matemática?

Professor: *Nas correções das tarefas de sala ou casa muitos alunos pedem para ir ao quadro apresentar suas soluções. Procuro escolher aleatoriamente (fazendo sempre um rodízio), sem priorizar qualquer aluno, independente da sua capacidade de compreensão. Quando alguém tem uma solução diferente daquela que foi apresentada pelo colega também vai ao quadro mostrá-la, de forma que temos no quadro várias soluções (raciocínios, estratégias) de um mesmo exercício. Dentre essas soluções, se tiver alguma errada, ela é, para nós, turma, tão importante quanto às corretas. Analisamos cada uma e tentamos identificar e entender onde está o erro do colega e o que devemos fazer para corrigi-lo. Este é um trabalho coletivo e toda a turma de alunos é convencida da grande importância desse momento.*

Quando fazemos, em sala de aula, exercícios em pequenos grupos de alunos, conversamos e orientamos para que eles realizem essa tarefa sempre dividindo com os colegas as suas compreensões e estratégias de solução das diferentes situações-problema que se apresentam, e que não desprezem os erros, mas, analisando-os e entendendo-os, aprendam com eles. Qualquer grupo a qualquer momento pode contar com a minha ajuda para analisar, entender e corrigir esses erros.

Nos exercícios de fechamento, atividade individual e sem pesquisa realizada num caderno específico para essas atividades, *depois que eu corrijo, o aluno deve, também individualmente, analisar e identificar, e se possível, corrigir os erros cometidos. Ele deve também escrever sobre o seu erro, tentando dizer qual a natureza do erro, ou seja, ele pensará e responderá a pergunta: <u>por que errei</u>? Essa resposta individual, se o aluno desejar, poderá ser lida e discutida pelo grupo. Como professor, procuro também considerar na correção e no julgamento da atividade os acertos e os erros analisados e refeitos.*

Nas avaliações finais de cada bimestre (avaliações bimestrais) procuro discutir em sala de aula, num momento de correção coletiva, os tipos de erros com maior índice de ocorrência.

Pesquisadora: Você faz isso só aqui ou em todas as escolas em que trabalha?

Professor: *É claro que eu tenho por objetivo ser o mesmo profissional em qualquer ambiente em que eu esteja, pois o meu compromisso é proporcionar ao meu aluno, independente da escola, um ensino de qualidade, reflexivo e funcional. Contudo, vejo que a utilização de algumas estratégias citadas no item anterior exigem do aluno uma certa maturidade, convencimento e prática. Como também trabalho no ensino médio numa escola pública, nem sempre consigo fazer tudo, mas procuro, porque sou convencido da importância, fazer o máximo que puder. Vejo que, geralmente, consigo fazer com que esses alunos diminuam o medo de errar, e por isso tentem mais.*

Pesquisadora: Como você pensou essas estratégias?

Professor: *Sempre quis ser um professor que realizasse um trabalho eficiente e agradável, também para os alunos; que uma boa e simples relação entre professor e alunos facilitasse o aprendizado; que na* *educação seria muito importante se criar laços entre aqueles que a compõem.*

Felizmente, tenho a possibilidade de trabalhar numa escola onde todos, direção, coordenação e equipe de professores, preocupam-se em construir uma educação séria, no sentido mais amplo e pleno da palavra. Temos muitas possibilidades de ler e discutir teóricos, sugerir, testar e avaliar as estratégias pensadas. Por isso, reconheço que tenho crescido bastante como educador, e que a minha prática pedagógica é o resultado de um trabalho em grupo que estuda e busca desenvolver e aprimorar o aprender a aprender.

Tendo acesso ao seu memorial, a pesquisadora pode conhecê-lo melhor e, na entrevista, é clara sua concepção construtivista de erro. O professor , é o sujeito desta pesquisa, pois tem uma visão do erro como algo a ser explorado no processo de ensino aprendizagem.

3.3.3 Instituição alvo do estudo

A instituição pesquisada é uma escola privada com duas unidades. Uma das sedes existe desde 1971, onde funciona a Educação Infantil e o Ensino Fundamental I. O ensino fundamental II é oferecido pela escola em 2003, ano de fundação da outra sede.

A unidade alvo da pesquisa possui em média 200 alunos. O espaço físico é pequeno, muito bem aproveitado, com três andares, adaptado para cadeirantes. Entretanto as áreas de recreação são bem apertadas, a quadra de esportes é metade do tamanho das oficiais, com banheiros e bebedouros nos andares.

Para conhecer a proposta pedagógica da escola entrevista-se a diretora, em 24 de agosto de 2007, com acesso ao projeto pedagógico da instituição. A seguir, trechos da entrevista para melhor descrição da proposta pedagógica da escola.

Sobre os princípios que regem a instituição: *“Compreendemos que nenhum conhecimento é fechado e por isso a aprendizagem é uma construção do conhecimento pelo sujeito por meio da apropriação do objeto a ser conhecido. A educação não pode deixar de contemplar a cidadania, formando indivíduos que pensem de maneira crítica e responsável, que tomem decisões coerentes e fundamentadas, que busquem soluções criativas e que se utilizem de princípios éticos para reger suas vidas em sociedades. Sendo assim primamos pela autonomia do aluno, pela conscientização do seu próprio processo de aprendizagem, o que lhe permitira autogerir-se no planejamento e realização de objetivos gestados na escola e para além dela. Sendo assim, tendo como alicerce esses princípios nos baseamos em uma proposta construtivista de aprendizagem”.*

Sobre o papel do professor na aprendizagem: “*Cabe a ele, sabendo que a criança é um ser que pensa e que traz consigo experiências e hipóteses sobre os fenômenos a sua volta, propiciar espaços de troca e sistematização de seus conhecimentos com base em pressupostos científicos vigentes em nossa época histórica. Para isso, é fundamental uma postura de escuta ao grupo, buscando compreender o que emerge nessa interação dialógica dos alunos com o objeto do conhecimento. Nesta dinâmica, este professor pode também oportunizar algo extremamente importante, a consciência do aluno* *para seu próprio processo de aprendizagem a fim de regulá-lo de forma cada vez mais autônoma e para alem da escola".*

Perguntada sobre o ensino da Matemática no fundamental II, a diretora relata: *"No fundamental II enfrentamos algumas dificuldade em Matemática quando começamos a estudar conteúdos mais abstratos, principalmente em álgebra. Os alunos acostumados a estudar algo relacionado com assuntos do seu cotidiano começam a perguntar diante da álgebra: Isso serve pra quê? Tentamos mostrar que alguns assuntos são importantes dentro da própria Matemática".*

Formação continuada do professor: *"Aqui primamos pela formação do professor, incentivamos sua pós-graduação e sempre estamos oferecendo cursos na nossa instituição para eles. Além do mais todas as quartas temos reuniões com todos os professores onde discutimos assuntos do cotidiano de sala , além de estudamos, por área, assuntos específicos".*

Sobre erro na aprendizagem: *"O erro faz parte do processo natural de aprendizagem, assim como o acerto. Já que na nossa instituição consideramos as hipóteses iniciais dos alunos sobre o assunto, o erro então está entre seus conhecimentos prévios. É muito importante que o aluno tenha conhecimento desses erros, já que primamos pela sua autogestão, assim ele deve ter acesso aos seus erros. Apenas corrigi-lo dizendo qual o certo, não o levará a analisá-lo, logo não estará fazendo parte do processo de construção do seu próprio conhecimento".*

A instituição tem cenário pedagógico dinâmico, construtivo e, acima de tudo, aberto a novas possibilidades, a partir das próprias necessidades que vão surgindo no decorrer do ano.

3.3.4 Sala de aula: ambiente físico e alunos

O ambiente físico da sala de aula é bem arejado e espaçoso, com grandes janelas de vidro na parede lateral, porém, até 8 horas da manhã, o sol ocupa parte da sala e os alunos não sentam nas cadeiras ali. Como o ambiente é espaçoso, não fica apertado.

Carteiras individuais (mesinha e cadeira) organizam-se em "U", para outra atividade altera-se a localização das carteiras. Não existe mesa do professor que usa uma das carteiras dos alunos.

O quadro é branco e utiliza-se pincel atômico. Em armário, guardam-se os materiais dos professores: pincéis, apagadores, réguas e compassos de quadro, dentre outros. Na sala, estante com livros de várias disciplinas, que os alunos podem consultar ou podem levar para casa emprestados.

A turma do 7º ano é de 25 alunos, 15 homens e 10 mulheres. São alunos bem agitados, mas bastante participativos e comunicativos. O professor precisa, em alguns momentos, controlá-los, pois querem falar todos ao mesmo tempo. Um deles alunos tem o conteúdo de Matemática alterado, pois a instituição trabalha com estratégia curricular denominada *Modificação Curricular*, diferenciação formal de objetivos para crianças com deficiências significativas. A Modificação Curricular inclui mudanças de conteúdos, de atitudes e de procedimentos por parte do professor, para adequar-se ao próprio ritmo de aprendizagem.

3.3.5 Atividades investigativas

A pesquisa foi realizada entre os dias 5 de setembro e 10 de novembro de 2007, totalizando sessenta e seis dias desde o primeiro contato, entrevistas e observações em sala de aula.

Neste estudo os dados foram coletados mediante: entrevistas com alunos, diretora e professor; consulta a material escrito dos alunos; observações em sala; diário de campo com as observações registradas.

- **Entrevistas com alunos, diretora e professor.**

A entrevista é um procedimento para coleta de informações de campo. Assim, fez-se entrevista semi-estruturada com a diretora da instituição com a finalidade de conhecer a escola e sua proposta pedagógica.

A entrevista com o professor é para conhecer sua concepção de erro e experiências com o tema. As entrevistas foram gravadas em áudio e transcritas na íntegra para posterior análise e organização do texto dissertativo.

Durante as entrevistas, atenta-se às informações, para o diálogo e refazimento de dados não bem claros, igualmente, registra-se linguagens comuns nesses procedimentos, como gestos, expressões, sinais não verbais, modificações de tom de voz e de ritmo.

- **Consulta ao material escrito dos alunos**

A consulta ao material é feita, quando necessária, após observações de aulas, o que possibilita identificar as dificuldades dos alunos, soluções propícias, bem como esclarecimento de dúvidas.

Alguns materiais foram de fundamental importância para compreensão de estratégias do professor.

- **Observações em sala**

Os objetivos das observações são previamente explicitados para uma compreensão dos alunos da presença da pesquisadora na sala. Sem autorização dos pais de alunos para gravação das aulas, utilizou-se apenas o diário de campo para o registro de observações.

Foram feitas em 30 aulas, entre 18 de outubro e 05 de novembro de 2007. A presença da pesquisadora não causou constrangimento aos alunos já acostumados com profissionais da escola em sala com objetivos diferentes.

Os dados coletados forneceram subsídios para entrevistas e para posterior consulta.

CAPÍTULO 4

ESTRATÉGIAS DIANTE DAS DIFICULDADES E ERROS DOS ALUNOS

Para melhor compreensão, descrição e análise das estratégias, tem-se o percurso do professor, na construção com os alunos, de conhecimentos de Equação do 1º grau.

Dividem-se as estratégias em três tipos: Situações Desafiadoras, Intervenções do Professor e Avaliações Escritas. Situações Desafiadoras são estratégias do professor, ao início do conteúdo ou avanço. Intervenções do Professor são estratégias para orientar/direcionar, direta ou indiretamente, os alunos diante de erros e dificuldades, no processo de ensino aprendizagem de equação. Avaliações Escritas são estratégias que se caracterizam por utilização de material escrito pelos alunos.

As estratégias não são utilizadas separadamente, muito pelo contrário, em Situações Desafiadoras utilizam-se Intervenções, assim como nas Avaliações Escritas. Porém, a separação facilita sua análise de acordo com o referencial teórico deste trabalho.

4.1 Relato das aulas

O conteúdo de equação é iniciado com a utilização de balança de pratos. Inicialmente, o professor posta a balança em frente aos alunos e descreve sua história, até por que deixou de ser utilizada.

Para compreendê-la em uso, os alunos se organizam em duplas. Pesando objetos, tentam entender seu funcionamento. As duplas explicam o que compreenderam e se empolgam com a atividade. De um modo geral, todos aprendem rapidamente como utilizá-la, ou seja, dois pratos em equilíbrio, significavam pesos iguais.

Na aula seguinte, o professor pede que as duplas escrevam, depois de equilibrados os pratos, no quadro, por exemplo, o peso do estojo é igual a dois quilos. A escrita é em “português”, como diz o professor, inclusive os números por extenso.

Na terceira aula, com o uso da balança pelos alunos, o professor cria situações desafiadoras: *um saco com areia mais cinqüenta gramas é igual a dois sacos de areia* e os sacos têm o mesmo peso. Os alunos, em trio, tentam encontrar o peso do saco e explicar a solução.

Em seguida, escreve-se no quadro o desafio e a solução. Depois de mais exercícios, o professor deixa as equações no quadro por extenso e sugere uma abreviação da escrita. Todos concordam e até sugerem formas de abreviação. No primeiro desafio chegam ao seguinte consenso: S + 50 = 2.S + 3, a partir do que ficam escrevendo todas as situações assim.

O professor vai, aos poucos, tirando a balança e colocando as equações diretamente no quadro. As cinco aulas seguintes são de muitas equações para os alunos resolverem, quando todos procuram expor suas formas de resolução. Na dúvida, o professor retoma a balança para os alunos pensarem melhor os questionamentos.

Na resolução das equações, os alunos têm dúvidas na linguagem algébrica. Nas duas aulas seguintes, discute-se o uso da balança, dirimindo dúvidas.

Na nona aula, o professor chega com este desafio: $\frac{m}{2}+3=25$. Três alunos estranham a equação, mas, com ajuda resolvem-na. Outros fizeram-na facilmente, utilizando operação inversa, já observada nas equações anteriores.

Até então o professor varia as letras das equações e um dos alunos indaga por que nos livros as equações são todas com "X", como incógnita. O professor explica historicamente o uso do “X”. Admirados os alunos pedem sempre o “X” nas equações.

Em mais cinco aulas resolvem muitas equações. Na décima quarta aula surge o X negativo na equação: 3X + 7 = 4X + 7. Ao final, um aluno põe no quadro a solução – X = 3. Depois de questionamentos, chegam ao consenso da melhor solução.

Até aqui a maioria dos alunos resolve equação por operação inversa, mexendo nos dois pratos da balança. Por exemplo: 2.x – 5 = 12

2. x – 5 +5 =12+5

2. x = 17

2.x : 2 = 17 : 2

x = 8,5

Essa resolução só é exceção para alunos de professores particulares, três dão à solução “mudando de lado mudando o sinal”. Por mais que o professor tentasse fazê-los compreender, eles diziam preferir assim, mais fácil, apesar de admitirem que não entendiam.

Um aluno de excelente compreensão e raciocínio lógico bem desenvolvido pergunta: “*professor, posso ficar mexendo apenas em um dos pratos da equação, pois o outro sei que fica zero*”. Em trinta minutos de discussão, a conclusão é que tanto faz, é apenas uma forma de fazer mais rápido. Alguns alunos ficaram fazendo assim: muda de lado, muda a operação, e compreendiam o porquê, exceto três alunos dos professores particulares.

Na décima quinta aula o professor coloca no quadro a equação: 2.(X + 2) = 12. Depois de várias sugestões de resolução, tem-se a melhor forma. Em três aulas seguintes, resolvem-se equações com distributividade.

Na décima oitava aula, o professor diz ter um grande desafio e, no quadro, escreve a equação: $\frac{x-3}{4}=\frac{x-8}{3}$. Os alunos dizem não ser desafio e vários deram o resultado rapidamente, até de formas diferente. O professor expõe outra: $\frac{x-6}{6}+\frac{x-4}{3}=\frac{x-2}{4}$. Estranham-na e têm dificuldades de resolução.

As aulas seguintes foram de mais exercícios. Os alunos já dominam bem as formas de resolução. Na vigésima aula, o professor expõe esta situação problema: *Paulo tem o dobro da idade do seu irmão João. A soma das duas idades da um total de 60 anos. Qual a idade de cada um?*

Quinze alunos resolveram; porém nenhum, utilizando equação. O professor solicita que seja escrito o problema em forma de equação. Houve muita dificuldade. O professor não exige resolução por equação: a maioria não utiliza essa estratégia.

Em trinta aulas, o professor aplica várias estratégias diante de erros e dificuldades dos alunos.

4.2 Situações desafiadoras

Sempre que o professor criava uma situação ainda não vista ou pensada pelos alunos, colocava em forma de situação desafiadora. Erros e dificuldades obviamente apareciam. Três situações são destacadas pela pesquisadora.

Situação 1

Compreendido o funcionamento da balança, o professor coloca a seguinte situação *um saco com areia mais cinqüenta gramas é igual a dois sacos de areia mais trinta gramas,* salienta que os sacos possuem o mesmo peso. Os alunos, em trio, tentam encontrar o peso do saco.

Sempre que o objetivo é conhecer um princípio ou modo de resolução importante, então, expõe-se uma situação desafiadora para os alunos pensarem a solução. Verifica-se aqui a situação didática de Brousseau, pois, de acordo com Pais (2002) sempre se tem uma situação didática quando construída intencionalmente com a finalidade de fazer os alunos adquirirem determinado conhecimento, cuja aquisição ocorre por adaptação.

Essa situação, os alunos não a tinham visto ainda, mas possuíam ferramentas necessárias para resolvê-la. Segundo Pais (2002), na aprendizagem por adaptação, o aluno é desafiado a adaptar seus conhecimentos anteriores às condições de solução de um novo problema.

O professor observa que os grupos chegam facilmente à solução, mas um trio não o fazia, razão por que fica ao seu lado. Ao professor:[9]:

A_1: *Tio, não temos a mínima idéia de quanto esse saco pesa.*

P: *Vocês pensaram em quê pra descobrir?*

A_2: *Não sei*

A_3: *A gente pode tentar um valor pra ver se dá certo?*

P: *Como assim A_3?*

[9] Em todos os diálogos entre os alunos e o professore identificarei através de letras: para o aluno utilizarei a letra A ou os códigos A_1, A_2 , A_3...A_7 e o professor sujeito da pesquisa será identificado por P.

A_3: *A gente pensa em um número e imagina que é o peso do saco e vê se com esse valor a balança continua em equilíbrio?*

P: *Não estou entendendo, faça pra gente ver !*

A_1: *Vamos tentar 40. 40 mais 40 mais 30 é 110, então no outro prato tem que dar 110.*

A_2: *Mas no outro prato fica 40 mais 50 que dá 90. Então não é 40 e agora?*

A_3: *E Agora?*

P: *Por que não tentam outro número?*

A_1: *Mas qual? Pra mais ou pra menos de 40?*

A_2: *Pra menos já que esse prato ficou muito e ele tem dois saquinhos, vamos diminuir o peso.*

P: *Bem pensado* A_1

A_2: *Tenta o 30*

A_1: *30 mais 30 mais 30 é 90.*

A_2: *No outro prato fica 80. Ei, não dá, temos que diminuir mais.*

Na quarta tentativa, chegam ao resultado.

O professor estava valorizando as situações adidáticas, ou seja, situação em que existem determinados aspectos de aprendizagem, sem intencionalidade pedagógica direta ou controle didático do professor. De acordo com Cury (2006), o importante não é anular a postura didática, mas deixar aflorar os mecanismos de apropriação do problema pelo aluno tendo em vista sua ultrapassagem.

Foi exatamente o que o professor fez: deixou aflorar os mecanismos de apropriação do problema, já que, antes, os alunos apresentavam muitas dificuldades, sem sequer pensar em estratégia de solução. Com incentivo, mas sem dizer o que fazer, o professor estimula os alunos a superar dificuldades.

Sete trios deram a resposta correta: o saco pesava 20 gramas. Foram duas as soluções. Três trios fizeram do seguinte modo: "*se dois sacos mais trinta pesam um saco mais cinqüenta, significa que um saco pesa menos que cinqüenta então tiro trinta do cinqüenta e fica então o peso de um saco*", explicou um dos alunos.

Quatro trios fizeram-no mexendo no equilíbrio da balança: *"tiro um saco de um prato, então desequilibro a balança, para equilibrá-la novamente tenho que tirar um saco do outro prato. Agora tiro trinta gramas desse prato, desequilibrou, por isso tiro trinta gramas do outro lado".*

Um dos alunos que resolveu por tentativa fala: *"ah tio agora que percebi : quando tá em equilíbrio tudo que faço em um parto tenho que fazer com o outro. É melhor do que ficar tentando".*

O professor pergunta se todos concordam com a idéia. Depois do consentimento, generalizam-se o principio da balança: se você quer manter equilíbrio ao alterar o peso de um prato, deve alterar o peso do outro prato no mesmo valor.

De acordo com Pais (2002), as situações didáticas dão aos alunos a oportunidade de operacionalizar os conteúdos dominados e de ultrapassar o próprio nível de conhecimento. Eles resolveram com as ferramentas de que dispunham até então, e, ao tomarem conhecimento da forma de resolução de outros colegas, compreenderam o fundamento da balança, ainda não percebido em outros exercícios.

Situação 2

Na décima quinta aula, apresenta-se esta equação: 2.(X + 2) = 12, para os alunos encontrarem a solução. Muitos não sabem o que fazer. Dez alunos apresentam a seguinte resolução:

2x + 2 = 12

2x =12 -2

2x = 10

X = $\frac{10}{2}$

Ao observar o resultado o professor expõe outra equação: 3.(X – 4) = 10, e obtem a seguinte resolução:

3x -4 = 10

3x =10 +4

3x = 14

X = $\frac{14}{3}$

Confere-se se o valor é raiz da equação e se tem o seguinte diálogo:

A_1: *Não, não é raiz porque quando substituo esse valor no lugar do x fica 2=10 veja:* 3. ($\frac{14}{3}$ - 4) = 10

3. ($\frac{2}{3}$)= 10

2=10

P: *Então o que isso significa?*

A_1: *Que essa solução está errada*

P: *Por que quando você foi substituir A_1, você fez* $\frac{14}{3}$ *- 4 e só depois multiplicou por 3?*

A_1: *Porque a gente tem que primeiro fazer o resultado do parêntese, só depois multiplica.*

P: *Por quê?*

A_1: *Porque o 3 esta multiplicando o que tem no parêntese e eu tenho primeiro que saber quanto é que tem no parêntese.*

P: *Então por que você quando foi resolver a equação multiplicou o três só pelo x?*

A_1: *Não sei....*

P: *Você A_2 não fez como A_1 o que me diz.*

A_2 : *Não sei tio..*

A_3: *Será que a gente tem que multiplicar o 3 pelo 4 também?*

P: *Por que não tentam?*

Apesar de a turma ter participado do diálogo, apenas quatro alunos tentam como sugerido. Após alguns minutos o professor pede novamente a atenção da turma para A_1 mostrar como fez.

A_1: *Tio fiz assim:*

$3.(X - 4) = 10.$

$3x - 12 = 10$

$3x = 10 + 12$

$3x = 22$

$X = \frac{22}{3}$

P: *Verificou se é raiz da equação?*

A_2: *Eu verifiquei deu certo veja:*

$3.\left(\frac{22}{3} - 4\right) = 10$

$3.\left(\frac{10}{3}\right)= 10$

$10=10$

P: *O que podemos concluir sobre a forma de resolução dessa equação?*

A_1: *Que não podemos multiplicar só pelo 3 e sim também pelo 4*

P: *Por quê?*

A_2 : *O 3 está multiplicando o resultado do parêntese e o quatro faz parte do parêntese, se a gente multiplica só pelo x não estamos multiplicando o resultado do parêntese.*

P: *Vocês concordam?*

Depois de algumas perguntas especificas sobre a questão, o professor fala: *vamos ver se isso é válido para todas as equações dessa característica!*

Então, apresentam-se equações com distributividade para verificar se a forma de resolução encontrada leva a raiz da equação. Dadas as soluções o professor nomeou a propriedade como distributividade, até então não vista, e resumiu a forma de resolução.

Verificam-se, no episódio, as etapas da situação de Brousseau. A apresentação do problema pelo professor e as tentativas iniciais do aluno caracterizam **a situação de ação**, pois, segundo Pais (2002), na situação de ação, o aluno realiza procedimentos mais imediatos para a resolução de um problema, resultando na produção de conhecimento de natureza mais experimental e intuitiva do que teórica. As formas de resolução do aluno; como também as dúvidas ‘feedback’ para o professor decidir a forma de intervenção.

Ao pedido de resolução de outra equação tem-se **a situação de formulação** que, segundo Pais (2002), é aquela em que o aluno passa a utilizar algum esquema de natureza teórica, com raciocínio mais elaborado do que no procedimento experimental, por isso, torna-se necessário aplicar informações anteriores. É a situação em que ele deve explicitar o modelo implícito, utilizado para resolver ou construir outro resultado. O aluno resolve a segunda equação com o mesmo principio por ele formulado para a primeira equação.

No questionamento dos alunos, sobre a veracidade da resposta, tem-se **a situação de validação** (PAIS, 2002), em que o aluno utiliza mecanismos de prova e o saber já elaborado passa a ser usado como finalidade de natureza essencialmente teórica, ou seja, está voltado para a questão da veracidade do conhecimento. Os alunos verificam que o valor encontrado não é raiz da equação e, assim, concluem que principio formulado não é válido. Com as intervenções do professor, chegam a um principio que verificam ser válido.

Na retomada de maneiras de resolução do problema, tem-se a **situação de institucionalização** em que o professor, segundo Pais (2002), tenta proceder à passagem do conhecimento, do plano individual e particular, à dimensão histórica e cultural do saber científico. O saber passa a ter estatuto de referência para o aluno, extrapolando o limite subjetivo. Na institucionalização, tiram-se conclusões do que os alunos produziram, recapitulando, sistematizando e ordenando. O professor institucionaliza ao nomear e enunciar a propriedade por eles concluída. Assim, estabelece a relação entre o saber produzido pelos alunos e o cultural.

Na situação de Brousseau (1994), o aluno vivencia as etapas da descoberta do saber cientifico. É verdade que o espaço de aprendizagem escolar não tem a mesma natureza da comunidade cientifica. Entretanto, um dos valores educacionais da situação didática é propiciar ao aluno a oportunidade de vivenciar o desafio da validação. Nesse momento, os erros podem ser verdades temporárias, pois o aluno está indo em busca do conhecimento científico e, por isso, lhe é permitido tentar, questionar, argumentar. Nessas etapas percebem-se erros, ou melhor, as verdades temporárias. O fato é que os erros não são apontados pelo professor, mas são descobertos por eles mesmos.

Situação 3

Na décima oitava aula, o professor diz ter grande desafio para todos, a equação: $\frac{x-3}{4}=\frac{x-8}{3}$. Os alunos dizem não ser desafio e vários resolvem rapidamente e até de formas diferentes. O professor coloca outra: $\frac{x-6}{2}+\frac{x-4}{3}=\frac{x-2}{4}$.

A primeira equação, a maioria resolve da seguinte forma:

$$\frac{x-3}{4}=\frac{x-8}{3}$$

$$\frac{3.(x-3)}{4}=\frac{3.(x-8)}{3}$$

$$\frac{3x-9}{4}=x-8$$

$$\frac{4(3x-9)}{4}=4(x-8)$$

3x – 9 = 4x -32

3x – 4x = -32 +9

-x = -23

x = 23

Na equação seguinte, quiseram utilizar a mesma forma de resolução. Um grupo de alunos apresentam esta resolução:

$$\frac{x-6}{2}+\frac{x-4}{3}=\frac{x-2}{4}$$

$$\frac{2.(x-6)}{2}+\frac{x-4}{3}=\frac{2(x-2)}{4}$$

$$x-6+\frac{x-4}{3}=\frac{2x-4}{4}$$

$$x-6+\frac{3.(x-4)}{3}=\frac{3(2x-4)}{4}$$

$$2x-12+x-4=\frac{6x-12}{4}$$

$$3x-16=\frac{6x-12}{4}$$

$$4(3x-16)=\frac{4.(6x-12)}{4}$$

12x -64 = 6x -12

12x - 6x = -12 + 64

6x = 52

$x = \frac{52}{6}$

$x = \frac{26}{3}$

Os alunos conferem se $\frac{26}{3}$ é raiz d equação. Quase em uma só voz, os alunos dizem que não,

Inicia-se o seguinte diálogo:

P: *O que isso significa?*

A_1: Que *está errada a resolução.*

A_2: *Não pode estar errada professor, já conferi várias vezes e não encontro erro, resolvemos tudo direitinho.*

P: *Por que você multiplicou* $\frac{(x-6)}{2}$ *por 2?*

A_1: *Para eliminar 2 do denominador, mas fiz a mesma coisa do outro prato por isso não desequilibrei a equação.*

P: *Mas por que você fez só com* $\frac{(x-6)}{2}$ *e não com todos do primeiro prato?*

A_2: *Por que só queríamos eliminar 2 do* $\frac{(x-6)}{2}$.

A_1: *É tio, é isso mesmo. Tá tudo certo não tem nada errado.*

A_3: *Concordo tio, acho que não é isso que nos levou a errar, deve ser outra coisa.*

P: *Vamos imaginar a seguinte situação:*

1ª prato= $\frac{1}{2}$ *kg arroz +* $\frac{1}{2}$ *kg de arroz(dois sacos diferentes)*

2º prato= 1kg de arroz(mesmo saco)

A balança está em equilíbrio?

A_5: *Claro, 1 kg de cada lado.*

P: *Tá. Agora vou fazer o seguinte:* $2.\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=2.1$

Concordam que utilizei o mesmo principio que vocês na resolução da equação anterior?

A_6 : *Claro multiplicou por dois para eliminar a fração e fez o mesmo do outro lado.*

P: *Mas fica equilibrada?*

A_5: *Peraí, deixa eu ver*: $1 + \frac{1}{2} = 2$

$$1{,}5 = 2$$

A_1: *Vixe desequilibrou. O que fizemos errado?*

A_2: Se tivéssemos multiplicado a segunda fração também por dois dava certo.

A_1: Como assim?

P: A_2 *faça aqui no quadro*

A_2: $2.\frac{1}{2}+2.\frac{1}{2}=2.1$

$1+1 = 2$

$2=2$

A_1: *Tá, então nosso erro aqui é porque fizemos só com um dos elementos do prato e teríamos que fazer com todos, é?*

P: *O que você acha* A_2*?*

A_2: *É, foi esse nosso erro, mas tá confuso. Por favor, tio passa outros exemplos pra ver se entendo melhor.*

O professor apresenta vários sem incógnitas:

P: *Gente, agora, vamos voltar para nossa equação anterior. Vejam:*

$$\frac{x-6}{2}+\frac{x-4}{3}=\frac{x-2}{4}$$

Vou eliminar o dois do denominador, o que tenho que fazer para não desequilibrar?

A_1: Multiplicar o $\frac{x-4}{3}$ também por 2 e também o segundo prato

P: Assim? $\frac{2.(x-6)}{2}+\frac{2.(x-4)}{3}=\frac{2(x-2)}{4}$

A_2: Isso

Então os alunos iam dizendo e o professor foi fazendo então a resolução e ficou do seguinte modo:

$$\frac{2.(x-6)}{2}+\frac{2.(x-4)}{3}=\frac{2(x-2)}{4}$$

$$x-6+\frac{2.x-8}{3}=\frac{2x-4}{4}$$

$$3.(x-6)+\frac{3.(2.x-8)}{3}=\frac{3.(2x-4)}{4}$$

$$3x-18+2x-8=\frac{6x-12}{4}$$

$$5x-26=\frac{6x-12}{4}$$

4.(5x -26)= 6x -12

20x – 104 = 6x -12

20x – 6x = -12 + 104

14x = 92

$x = \frac{92}{14}$

$x = \frac{46}{7}$

Depois de resolver a primeira equação, os alunos generalizam a resolução. Usam o mesmo princípio da primeira equação na segunda. Porém, ao multiplicar a primeira fração por dois, não observam que não estam fazendo o mesmo com elementos do primeiro, quando percebem acham que não importa, já que o objetivo era apenas eliminar o dois.

Segundo Brousseau (1983), erros não são efeitos da ignorância nem do acaso, mas de conhecimento anterior, que agora se revela falso ou inadaptado. Os erros desse tipo são constituídos em obstáculos.

Cury (2006) também se refere a esses erros que, para ela, são baseados em um conhecimento prévio que não foi adequadamente generalizado ou transposto para uma nova situação. Se uma idéia teve sucesso na resolução de um problema precedente, há tendência de conservá-la, mesmo que se torne ineficaz na aplicação de um novo problema.

A autora analisa, ao enfocar a noção de obstáculo e aproximá-la da idéia de erro, que outro ponto a considerar é que obstáculo é conhecimento. Assim, conclui que é esse o motivo porque se torna difícil superá-lo e, para isso, o aluno (e o professor) terá de trabalhar da mesma forma de quando da construção de novo conhecimento, com o agravante de que o “falso” saber (aquele que funcionava bem no contexto anterior) está ainda por trás da nova construção.

É exatamente isso que o professor faz. Ao perceber o erro, volta à balança e dá exemplos, do inicio do estudo de equação, com o mesmo princípio de resolução de equação. Assim, os alunos analisam o princípio utilizado e percebem por que não pode ser feito como antes:

há diferença entre as duas equações. Assim, o "falso" saber é analisado e compreendido. Logo, o erro ou obstáculo é superado.

4.3 Avaliações Escritas

O professor utiliza-se de três formas de avaliação escrita individual: Exercícios de Fechamentos, Provas e Sínteses.

4.3.1 Exercícios de Fechamento

Cad alunos têm um caderno pequeno que os acompanham por todo o Ensino Fundamental II. Neles fazem-se os Exercícios de Fechamento, assim, denominados, por serem feitos ao término de cada aspecto do conteúdo. Como exemplo: concluída a passagem de problema na balança para a linguagem Matemática, é efeito o Exercício de Fechamento.

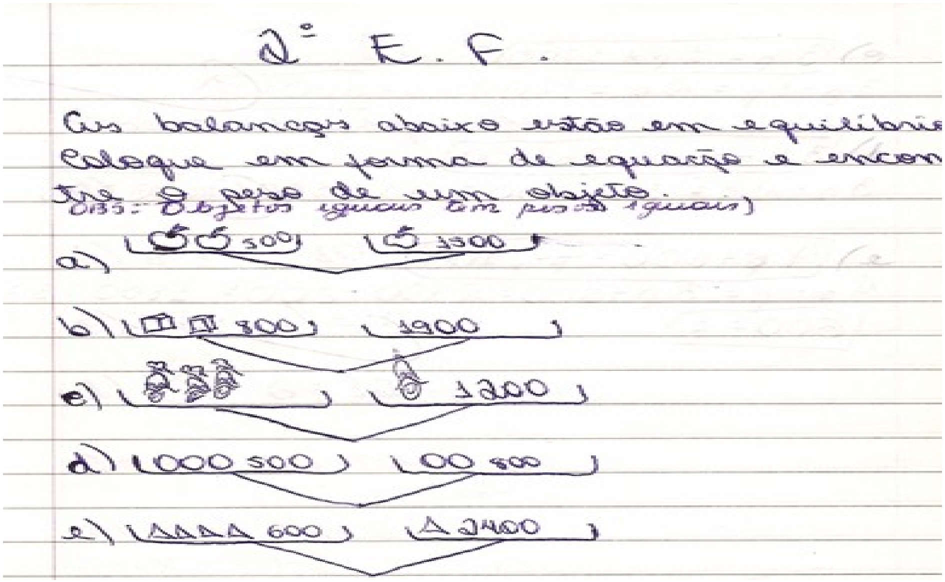
A atividade consiste em três momentos:

1º momento: os exercícios são feitos sem consulta, individualmente, a qualquer momento, sem aviso. O professor corrige-os sem pôr nota. Marca com "C" as questões certas e escreve frases nas questões erradas ou incompletas: "analise sua resposta", "tente novamente". O tempo é de, no máximo, vinte minutos.

2º momento: feita a correção, na aula seguinte os alunos refazem as questões erradas, com consultas entre si e até ao próprio professor. Diz-se o porquê dos erros. O professor escolhe alguns alunos para ajuda-los a identificar seus erros e analisa-los. A escolha é feita levando em consideração os erros e a aprendizagem dos alunos.

3º momento: ao final do bimestre, cada aluno faz auto-avaliação dos exercícios, três questões são colocadas para os alunos responderem: *O que errei?*, *Por que errei?* e *O que estou fazendo para não cometer os mesmos erros?* O professor escolhe alguns alunos para acompanhar, o que é efeito antes do inicio da auto-avaliação. A escolha dos alunos é de acordo com as correções dos Exercícios de Fechamento e da aprendizagem.

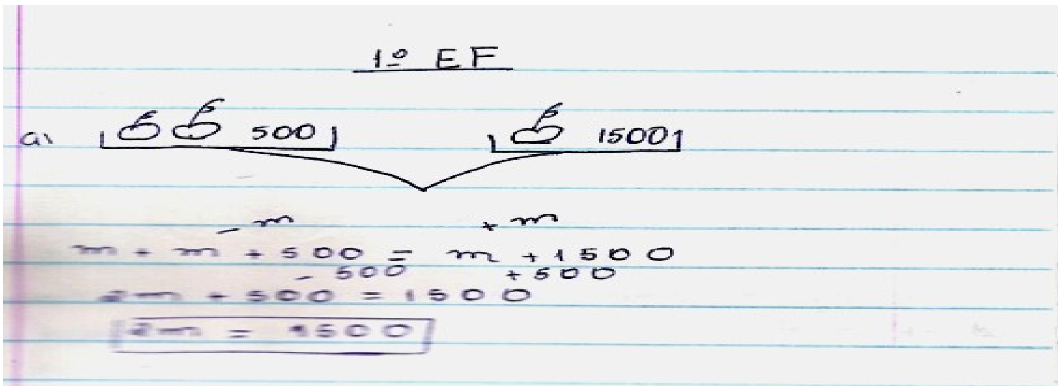
No estudo de Equação foram feitas três atividades. Na sétima aula foi feito o seguinte exercício[10]:


2º E.F.

Os balanços abaixo estão em equilíbrio
Coloque em forma de equação e encon
tre o peso de um objeto.
OBS: Objetos iguais tem pesos iguais)

a) 500 | 1500
b) 800 | 1900
c) | 1200
d) 1000 500 | 00 800
e) 600 | 2400

No segundo momento, os alunos procedem à correção e justificativa do erro.


1º EF

a) 500 | 1500

$-m$ $+m$

$m + m + 500 = m + 1500$

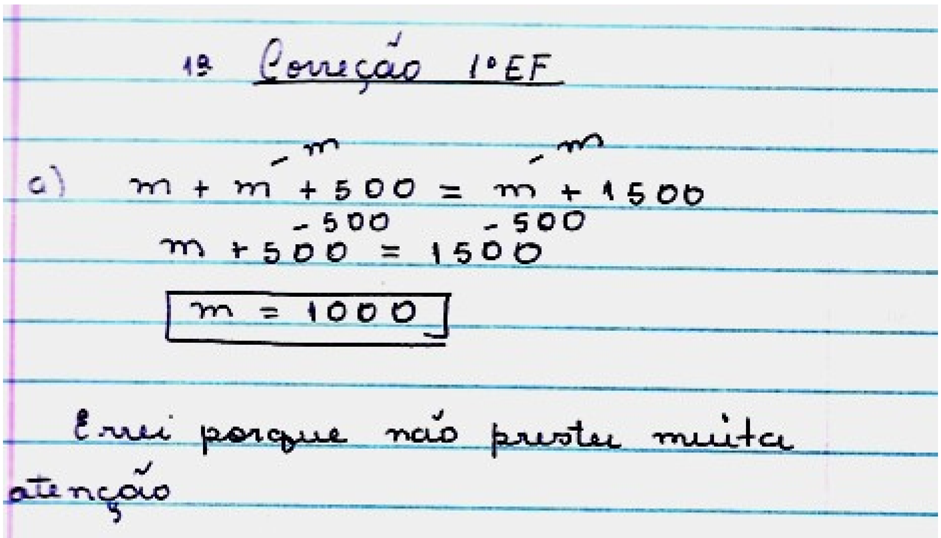
-500 $+500$

$2m + 500 = 1500$

$\boxed{2m = 1500}$

[10] Com a permissão dos pais dos tiram-se cópias dos materiais escritos dos alunos e escolhem-se alguns e os digitaliza na dissertação.

Ele copia do colega a resolução e justifica.



1ª Correção 1ºEF

a) $m + m + 500 = m + 1500$

$-m \qquad -m$

$-500 \qquad -500$

$m + 500 = 1500$

$\boxed{m = 1000}$

Errei porque não prestei muita atenção

Trata-se de aluno já escolhido para ajudar e, logo após a correção, é que o professor aproxima-se e inicia o seguinte diálogo:

P: Qual foi a sua falta de atenção?

A: Não sei...

P: Vamos tentar ser mais específico?

A: Na verdade, tio, eu confundo tudo. Aqui vejo de um jeito e com meu professor particular vejo de outro.

P: *Como você acha melhor?*

A: Não sei...Acho que não sei direito nenhum dos dois.

P: Tente resolver essa equação: X + 2 = 6

A: Fico confuso

P: Imagina essa equação em uma balança: tenho em um prato x +2 e no outro 6. Quanto é o peso desconhecido?

A: É quatro pra somar 6

P: Muito bem!

A: É, Tio, assim é fácil. Mas quando tem outro x me confundo.

P: Vamos fazer o seguinte: se tirar 2 desse prato o que acontece?

A: Desequilibra e tenho que tirar 2 do outro.

P: Muito bem! Vejo que você compreende o principio da balança. Vou escrever isso que você falou matemáticamente: x + 2 – 2 = 6 – 2. Concorda?

A: Claro! Agora fica x = 4

P: Muito bem! Você já sabe fazer tudo, só precisava organizar o raciocínio. Tente, agora, fazer essa que você errou.

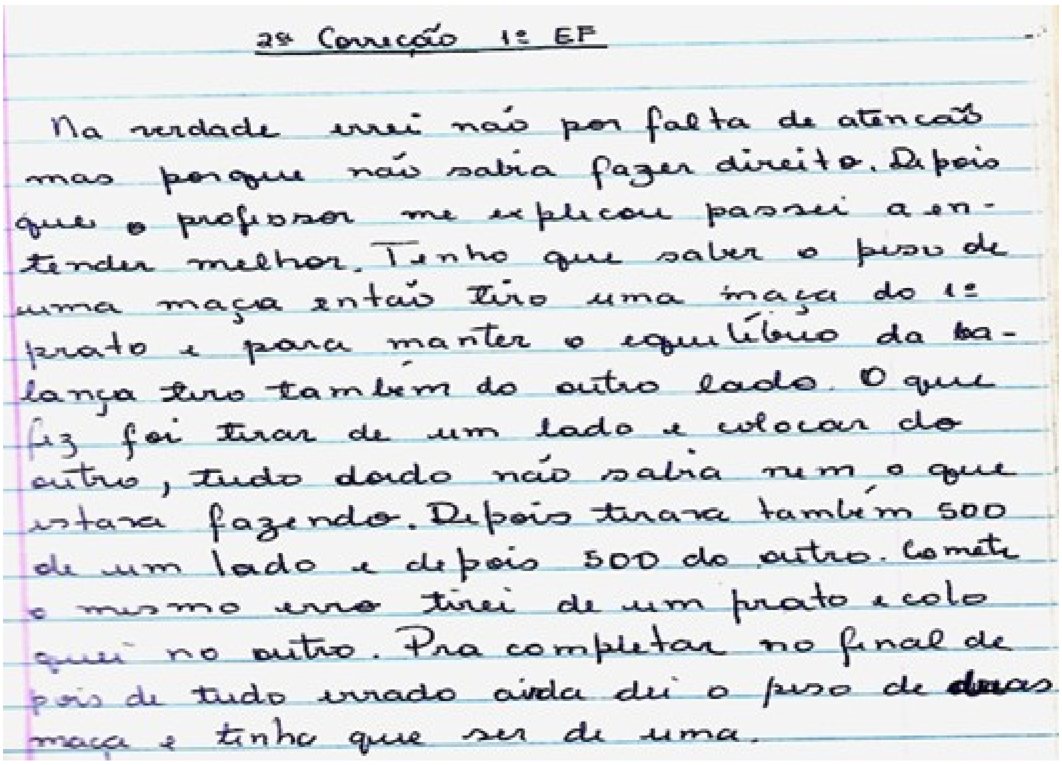
Então, o aluno tenta e consegue, mesmo tendo dito antes que confundia quando com duas incógnitas. É muito disperso em sala e apresenta alto grau de insegurança. A situação de ter professor particular, que ensina de forma diferente do modo como em sala de aula, só o torna mais inseguro. Segundo o professor, sujeito desta pesquisa, o professor particular deste aluno o ensina de forma bem mecanizada.

O professor faz questão de ficar próximo do aluno, por saber da sua insegurança e pelo modo como resolveu as questões do Exercício de Fechamento. Ele não conseguia definir o que o aluno entendia de equação em função do modo confuso das resoluções. Porém, fica claro que ele tinha compreensão de equação, pois rapidamente responde o valor da equação e ainda justifica: *pra somar 6*. Em seguida, explica o que aconteceria se tirasse 2 de um dos pratos da balança: *Desequilibra e tenho que tirar 2 do outro*.

Ao propor atividade de analise de erro, o professor esta utilizando estratégia metacognitiva, pois, de acordo com Campanario (2000), qualquer estratégia para controlar o estado da própria compreensão tem uma dimensão cognitiva.

O professor leva os alunos à reflexão sobre seus erros e, quando não conseguem fazer isso sozinhos, ajuda-os, fazendo questão que o erro seja um “observável” para ele e para o aluno. Para Pinto (1998) tornar o erro “observável” é de primordial importância para o processo de aprendizagem, pois assim, ele poderá interagir e mexer com estruturas mentais procurando meios de superá-los.

Com a certeza de que o aluno realmente sabe resolver, o professor pede que ele novamente justifique o erro.


2ª Correção 1º EF

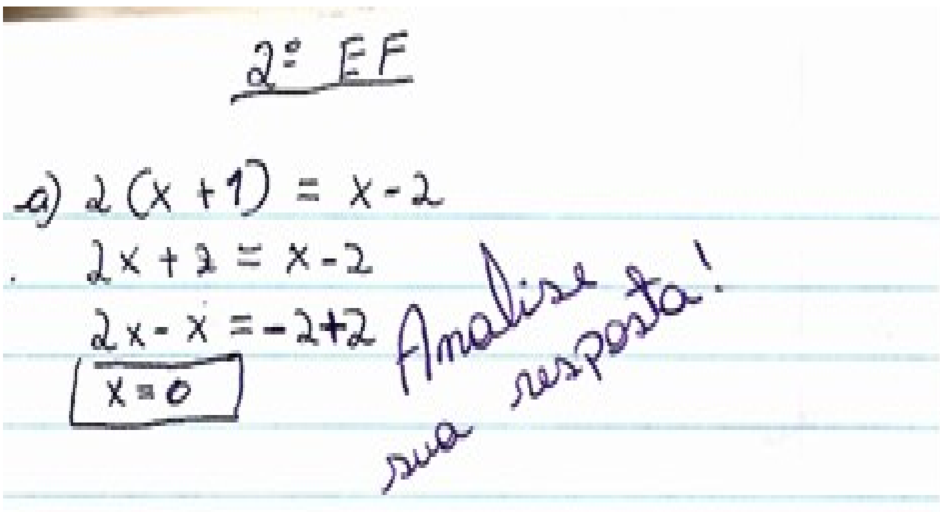
Na verdade errei não por falta de atenção mas porque não sabia fazer direito. Depois que o professor me explicou passei a entender melhor. Tenho que saber o peso de uma maça então tiro uma maça do 1º prato e para manter o equilíbrio da balança tiro também do outro lado. O que fiz foi tirar de um lado e colocar do outro, tudo dado não sabia nem o que estava fazendo. Depois tirava também 500 de um lado e depois 500 do outro. Cometi o mesmo erro tirei de um prato e coloquei no outro. Pra completar no final depois de tudo errado ainda dei o peso de duas maça e tinha que ser de uma.

O aluno, com segurança, analisa o erro, por haver compreendido. A estratégia metacognitiva fez com que o aluno analisasse o aprendizado e refletisse sobre ele, tornando-se capaz de perceber o que conhecia e o que precisava aprender. Para Costa (1995), conhecer o que conhece é uma das dimensões da metacognição.

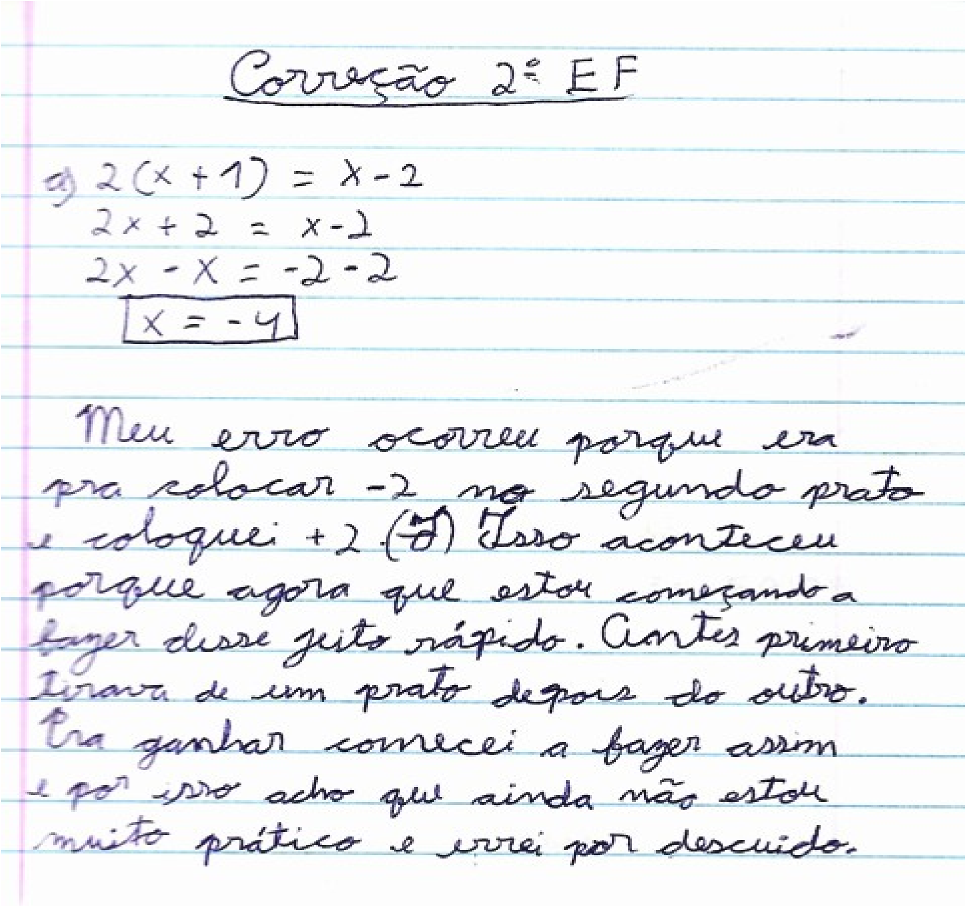
No entanto, a interação com o aluno requer tempo e, por isso, o professor não dá atenção a todos os alunos escolhidos. Nesse exercício, decide ficar mais próximo de três, porém só conseguiu dar atenção a um aluno.

Alguns alunos conseguem fazer a análise de erros sozinhos, sem a ajuda do professor, o que ocorreu em outro Exercício de Fechamento.

Erro de um outro aluno:



No segundo momento, sem a ajuda do professor, ele corrige e justifica:



Correção 2ª EF

a) $2(x+1) = x-2$

$2x+2 = x-2$

$2x-x = -2-2$

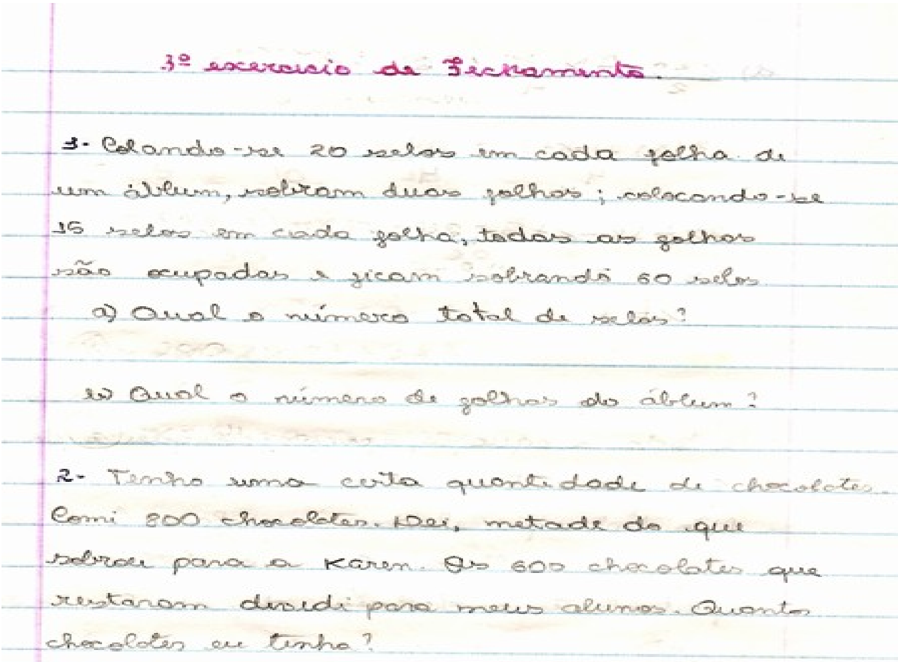
$\boxed{x = -4}$

Meu erro ocorreu porque era pra colocar -2 no segundo prato e coloquei $+2$ (~~2~~) Isso aconteceu porque agora que estou começando a fazer desse jeito rápido. Antes primeiro tirava de um prato depois do outro. Pra ganhar comecei a fazer assim e por isso acho que ainda não estou muito prático e errei por descuido.

Esse aluno, em nenhum momento, apresenta dificuldades de aprendizagem. Analisa de uma forma muito madura seu erro, justificando que ainda não estar “prático”, pois agora é que começou a fazer do “modo rápido”. Não se abala com o erro, que serve de alerta para que ele possa ter mais cuidado com esse “modo rápido”. Esse caso exemplifica o pensamento de Figueira (2003) ao citar que estratégias metacognitivas fazem com que o aluno conheça seus mecanismos de aprendizagem, auto- regulando seu aprender.

Muitos alunos apresentaram dificuldades na resolução de problemas envolvendo equação. O professor dispõe de pouco tempo e, em função das dificuldades, deve explorar mais tempo, o que não é possível devido ao conteúdo seguinte: regra de três, que já deveria ter começado. Questionado sobre a defasagem de muitos alunos, ele falou: “realmente não é o ideal, mas aqui nos trabalhamos os conteúdos de forma espiral, assim, eles revisitarão equação no 8º ano. Conversarei com a professora pra dar ênfase a esse aspecto de equação”.

Alguns só perceberam as dificuldades, ao analisarem erros no Exercício de Fechamento.


3º exercício de Fechamento.

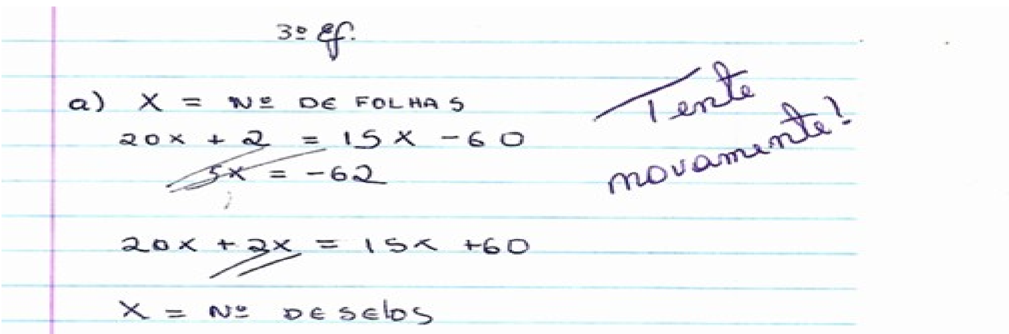
3- Colando-se 20 selos em cada folha de um álbum, sobram duas folhas; colocando-se 15 selos em cada folha, todas as folhas são ocupadas e ficam sobrando 60 selos.

a) Qual o número total de selos?

b) Qual o número de folhas do álbum?

2- Tenho uma certa quantidade de chocolates. Comi 800 chocolates. Dei, metade do que sobrou para a Karen. Os 600 chocolates que restaram dividi para meus alunos. Quantos chocolates eu tinha?

Um dos alunos não consegue fazer a primeira questão.


3º ef.

a) X = Nº DE FOLHAS

$20X + 2 = 15X - 60$

$5X = -62$

$20X + 2X = 15X + 60$

X = Nº DE SELOS

Tente novamente!

Na análise, ele discorre sobre sua dificuldade com equação na resolução de problemas.

Correção 3º EF.

NÃO CONSEGUI FOI FAZER, GERALMENTE FICO COM MUITA DÚVIDA QUEM É O X. ÀS VEZES ACHO QUE TINHA QUE TER DUAS INCOGNITAS MAIS AÍ NÃO DAVA PRA RESOLVER. ENTÃO FAÇO POR TENTATIVA. IMAGINO QUE TINHA 30 folhas

ASSIM 30.20 - 40 = 540

30.15 + 60 = 510

NÃO DEU CERTO COMO O DE 20 SELOS FICOU MAIOR DIMINUO PRA 25

25.20 - 40 = 460

25.15 + 60 = 435

AINDA FICOU MUITO DIMINUO PRA 20

20.20 - 40 = 360

20.15 + 60 = 360

DEI SORTE, MAS COMO O TIO DIZ NÃO É CHUTE É UMA TENTATIVA CONCIENTE MAS AS VEZES DEMORA

Uma característica da metacognição, segundo González (1996), é o conhecimento do sujeito das características e limitações dos próprios recursos cognitivos, de seu controle e regulação. O aluno tem esse controle, e consciência da sua dificuldade, mas controla o problema utilizando outra forma de resolução.

No terceiro momento, na auto-avaliação, o professor coloca três perguntas.

Auto-avaliação

O que errei?

Por que errei?

O que estou fazendo para não cometer os mesmos erros?

Nos e.f. de equação errei apenas nos problemas e em uma equação. Estou melhorando muito. Antes errava mais.
Na equação
$2(x+1) = x-2$
$2x + 1 = x - 2$
Esqueci de distribuir, esqueci mesmo, sei que tenho que distribuir, pois o dois esta multiplicando tudo que tem no parêntese. Então sei que tenho que ficar atenta a isso. Sempre que tem distribuição faço com bem calma.

Já com problema o negócio é mais sério. Tenho que ter muita calma. A maioria errou o problemas dos selos, mas eu acertei por tentativa. Já o 2º dos chocolate errei na hora de montar a equação
Fiz $x = 800 + \frac{x}{2} - 800 + 600$.
Na verdade era $x = 800 + \frac{x - 800}{2} + 600$
porque de acordo com o problema era metade da sobra e não metade da quantidade de chocolate. Ainda tenho muitas duvidos com problemas, mas faço com calma e confiro se tem sentido o resultado.

O aluno mostra-se atento e participativo. Como outros, faz excelente análise de seus erros, confirmando que compreende distributividade e erra por falta de atenção e, por isso, tem que ficar mais atento nesse aspecto do assunto. Ocorrendo o mesmo com o problema por ele resolvido, na hora não percebe que devia dividir por dois, mas na análise fica claro que compreendeu o problema. Tem consciência das dificuldades, mas isso não o atrapalha ou o leva a desistir.

Para Espinosa (1995), a auto-avaliação é importante estratégia metacognitiva desde que o aluno identifique o erro, estabeleça as causas e fixe precauções para que não ocorram os mesmos erros. Assim, a auto-avaliação do professor, sujeito desta pesquisa, é excelente forma de os alunos utilizarem erros para análise da aprendizagem.

No entanto, a auto-avaliação também requer atenção individualizada. O professor se propõe dar maior atenção a cinco alunos, mas o fez com dois. Três nem conseguem fazer a auto-avaliação, pois não conseguem analisar seus erros.

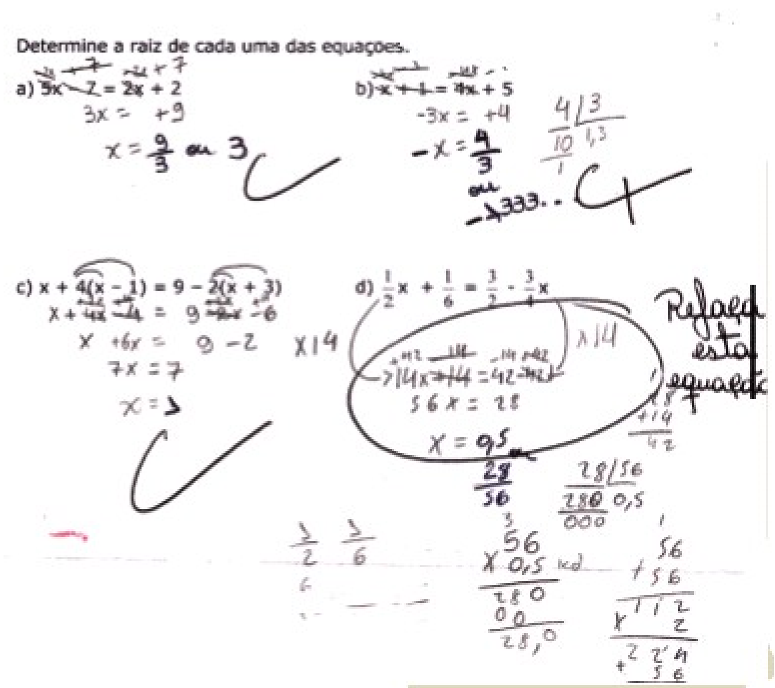
Essa auto-avaliação, após reflexões sobre erros, estimula os alunos a aceitá-los como um importante aspecto no processo de aprendizagem: aprendem muito com essa análise. Para Campanario (2000), alunos capazes de avaliar o próprio progresso, em relação aos seus objetivos, têm capacidade de auto-regulação de aprendizagem. Para esse autor, essas competências são adquiridas pelo aluno através da metacognição.

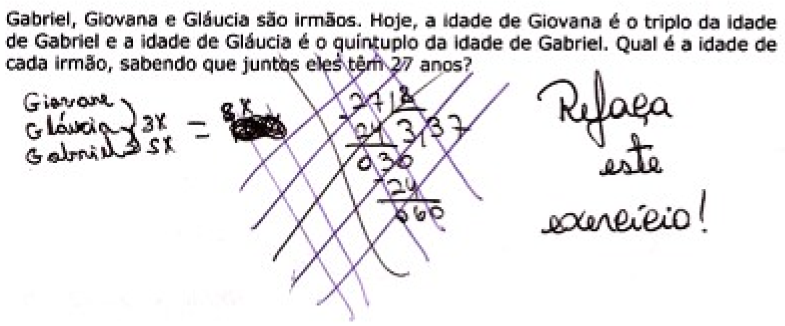
4.3.2 Provas

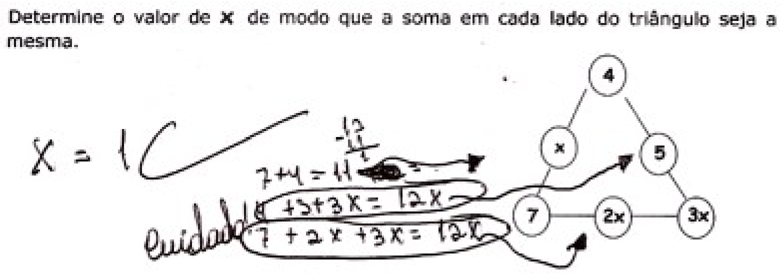
Sobre equação, faz-se prova escrita. É uma atividade individual, sem consulta de qualquer natureza, com seis questões: dois problemas e quatro equações, durante 50 minutos.

Na aula seguinte, o professor traz as avaliações corrigidas e com nota e as entrega aos alunos. Não coloca “X” ou “E” nas questões erradas como a maioria dos professores o fazem. Ele coloca “C” nas questões certas e frases nas questões erradas ou incompletas como: “analise sua resposta”, “tente novamente”.

Para o professor é uma forma de não destacar o erro e incentivar o aluno à análise de erro e dificuldades. O professor dá tempo para a revisão da prova e, em seguida corrige, no quadro, mostrando seu processo de resolução. Pede que tragam, na aula seguinte, refeitas, as questões incompletas ou erradas.




Gabriel, Giovana e Gláucia são irmãos. Hoje, a idade de Giovana é o triplo da idade de Gabriel e a idade de Gláucia é o quíntuplo da idade de Gabriel. Qual é a idade de cada irmão, sabendo que juntos eles têm 27 anos?


Determine o valor de **x** de modo que a soma em cada lado do triângulo seja a mesma.

O erro do aluno, na última questão, foi somar o termo algébrico com número: 7 + 2x + 3x = 12. Ele sempre apresentou essa dificuldade. Esse aluno traz a prova corrigida, mas o professor não analisa com ele a resolução. Não há uma reflexão na correção da prova como nos Exercícios de Fechamento, o que faz com que os alunos com mais dificuldades não aproveitem bem a correção. Questionado sobre o retorno dos alunos, ele me justifica pela falta de tempo, salientando já haver feito nos Exercícios de Fechamento.

Essa forma de correção é forma de estímulo à análise de erros e dificuldades. É mais uma estratégia do professor de tornar o erro um “observável” para o aluno. Porém deveria ter uma cobrança maior de retorno pelo professor, como nos Exercícios de Fechamento. Assim, dar-se-ia continuidade ao trabalho de análise.

4.3.3 Sínteses

Outra avaliação escrita são as sínteses ao final de cada conteúdo. Assim, ao término do estudo de equação, o aluno elabora síntese do assunto. O professor, com os alunos, faz o roteiro dos aspectos primordiais. Os alunos dão idéias, e sob a orientação do professor, chegam a um consenso:

- Explicação do que é equação;
- Exemplos e formas de resolução;
- Equação pra resolução de problemas.

O roteiro, feito de forma coletiva, é para orientar a síntese que é uma dissertação da aprendizagem de equação.

Na aula seguinte, três dias depois, todos trazem as sínteses. O professor dá tempo para correção em conjunto. Assim, eram lidos e discutidos aspectos das atividades, em grupos de três.

Depois, leitura e discussão são feitas por todos, sob a direção do professor. Um voluntário inicia a leitura, com paradas em alguns aspectos para discussões com o grupo. Outro continua a leitura, no mesmo procedimento.

No primeiro momento, definindo equação, o aluno leu o seguinte: “é uma balança de pratos, onde existe o peso de um objeto desconhecido”. O professor indaga se alguém discorda da definição. Outro aluno fala da definição do livro: “sentença matemática no qual aparece um sinal de igual e uma ou mais letras, chamadas incógnitas que representam números desconhecidos”.

Os alunos discordam da segunda definição por não a entenderem e da primeira por estar incompleta.

P: *Por que, A_1, você acha que a primeira definição esta incompleta?*

A_1 : *Porque ele não falou que a equação era uma balança em equilíbrio e também não falou que tinha um valor desconhecido que era a incógnita.*

A_2 : *Ah! Então é melhor usar a definição do dicionário do livro que fala da incógnita.*

A_1 : *Mas não fala de balança em equilíbrio*

A_2 : *Claro que fala, pois fala do sinal de igual e é a mesma coisa*

A_3 : *Acho que podíamos fazer uma junção das duas definições e ficaria mais completa: é uma balança em equilíbrio que tem um peso desconhecido e quando representado em linguagem matemática o equilíbrio é representado pelo sinal de igual , o peso desconhecido por letras(ou incógnitas).*

Todos aprovam a definição e continuam a leitura. Na discordância de qualquer aspecto, param para discutir até o consenso.

Segundo Powell; Bairral (2006), há alguns anos, educadores matemáticos têm explorado ligação entre escrita e Matemática, particularmente escrita como suporte do aprendizado. Para esses autores, a escrita é um instrumento de reflexão sobre o pensamento. Nas leituras e discussões percebem-se reflexões dos alunos, na elaboração e na correção.

Um leitor relata que sabia o que queria dizer, mas tinha dificuldade de elaboração da definição. Ao discutir com os colegas o que escreveu ficava mais claro o que queira dizer. A_3 ,que leu primeiro sua definição, após discussão com os colegas, percebe como sua escrita está incompleta e a reelabora de forma mais completa.

Em outro momento, um dos alunos estava lendo sua explicação sobre a resolução de equação e falou:

A_4: *Para resolver uma equação a gente muda de lado um número e muda o sinal da operação....*

P: *Por que muda de lado e muda o sinal?*

A_4 : *Ah, tio, porque aprendi assim com meu professor particular*

É um dos alunos que apresenta dificuldade em sala de aula, está sempre disperso e diz que estuda com seu professor particular, por isso não presta atenção, pois com ele tira todas as dúvidas.

P: *A_3 você pode vir ao quadro mostrar ao A_4 por que muda de lado e muda o sinal.*

A_3 vai ao quadro e mostra uma equação simples como: X - 3 = 8 e fala:

A_3 : *Veja vou tirar o três desse lado da balança então faço a operação inversa e para não desequilibrar a balança faço a mesma coisa do outro lado. X-3 + 3 = 8 +3. Como zera o no primeiro prato X = 8 +3, para fazermos de uma forma mais rápida é como se acrescentássemos apenas o 3 no segundo membro, é como se fizéssemos a outra parte mental, né tio?*

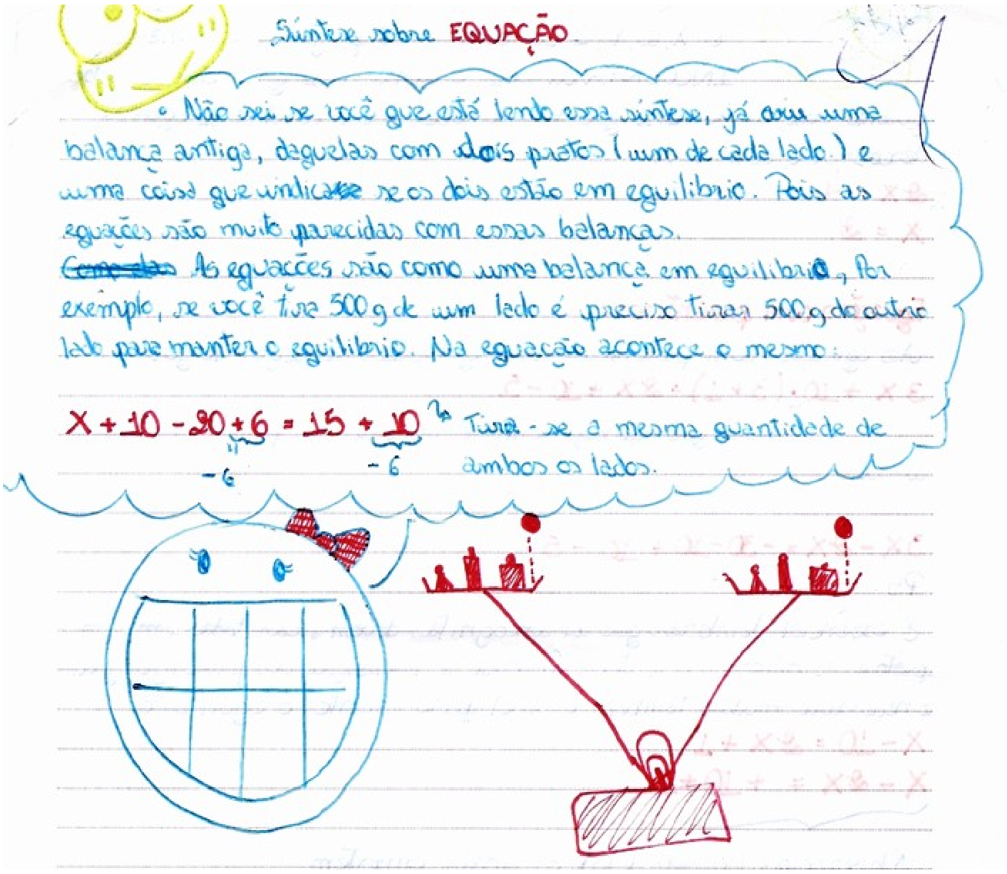
P: *Isso mesmo A_3. Entendeu A_4?*

A_4: *Entendi...*

A_4 não tinha entendido a definição básica para resolução de equação e quase na última aula é que tem seu aprendizado, pois, em seguida o professor expõe outra equação e ele a resolve explicando sua compreensão. Esse episódio exemplifica o pensamento de Powell; Bairral (2006) quando dizem que o aprendizado ocorre na medida em que o individuo passa por uma sucessão de experiências. Foi preciso esse momento para A_4 compreender algo do inicio do conteúdo. A reflexão coletiva, a escrita e o momento de reflexão individual ajudaram na compreensão.

Após uma hora de discussões e reescritas eles terminam a leitura da síntese e alguns pedem para levar para casa para refazimento e entrega na próxima aula. Na aula seguinte, o professor pede que um aluno, que tem uma boa síntese, faça sua leitura.

As sínteses mostram o pensamento de cada aluno. A construção dos conceitos.



Síntese sobre EQUAÇÃO

• Não sei se você que está lendo essa síntese, já viu uma balança antiga, daquelas com dois pratos (um de cada lado) e uma coisa que indicasse se os dois estão em equilíbrio. Pois as equações são muito parecidas com essas balanças.

~~Comecei~~ As equações são como uma balança em equilíbrio, por exemplo, se você tira 500g de um lado é preciso tirar 500g do outro lado para manter o equilíbrio. Na equação acontece o mesmo:

$X + 10 - 20 + \underbrace{6}_{-6} = 15 + \underbrace{10}_{-6}$ Tira-se a mesma quantidade de ambos os lados.

O trecho é de uma aluna com muita dificuldade com equação. Pela definição, é notório que compreende o básico, com conceitos ligados a balança. Mesmo com discussão em sala, em linguagem matemática, ela não consegue definir de outra forma.

Síntese sobre equações:

O que é equações

As equações são um tipo de álgebra, que se assemelham a fórmulas, mas suas letras são consideradas incógnitas, pois temos que descobrir o seu valor através da equação.

OBJETIVO:
encontrar o valor desconhecido!

cálculos organizados com LETRAS e NÚMEROS:

Exemplo de equação

$x = 10 - 4$

$x - 7 = 10 + x$

Para ser uma equação:

(1) $x + 10 - 8$

Isso é uma equação?

NÃO!

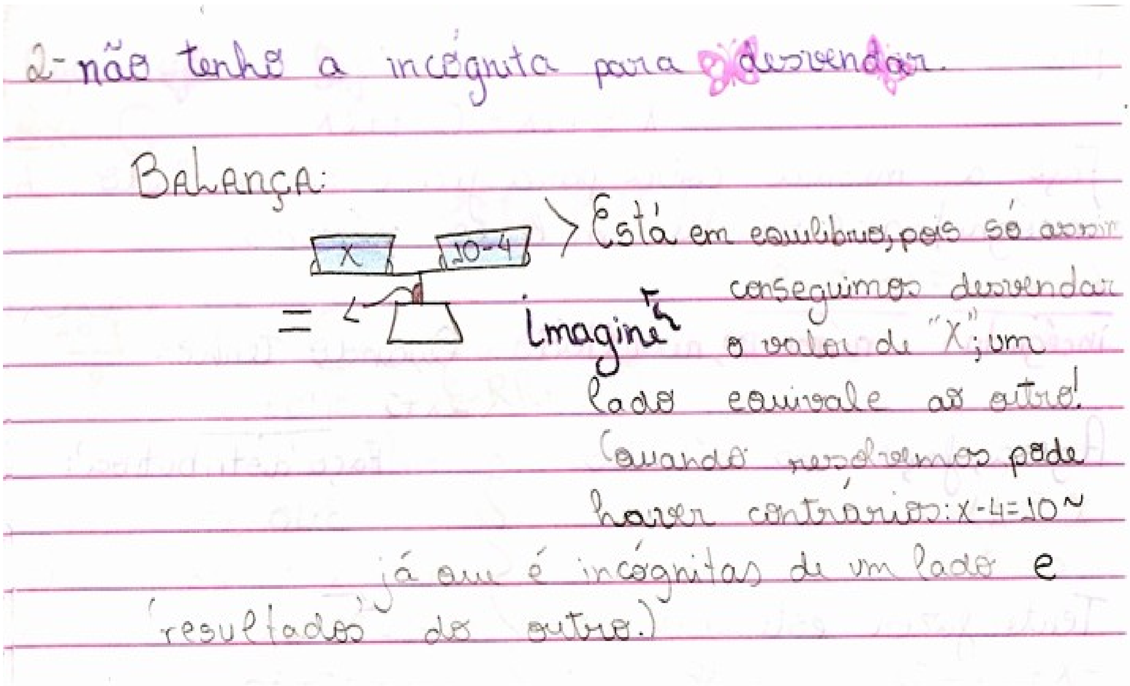
(2) $10 - 4 = 8 - 2$

Isso é uma equação?

NÃO!

Para ser uma equação é preciso do sinal de igual para separar, como se fosse os dois lados de uma balança antiga, e a incógnita ("x", por exemplo), se não tiver isso não será uma equação, como nos dois casos anteriores.

1- sem o sinal de igual, para mostrar os dois lados da balança em equilíbrio. Para descobrir o "x" preciso do outro lado para saber o quanto equivale.


2- não tenho a incógnita para desvendar.

BALANÇA:

x | 10-4 > Está em equilíbrio, pois só assim conseguimos desvendar o valor de "X"; um lado equivale ao outro!

= < Imagine

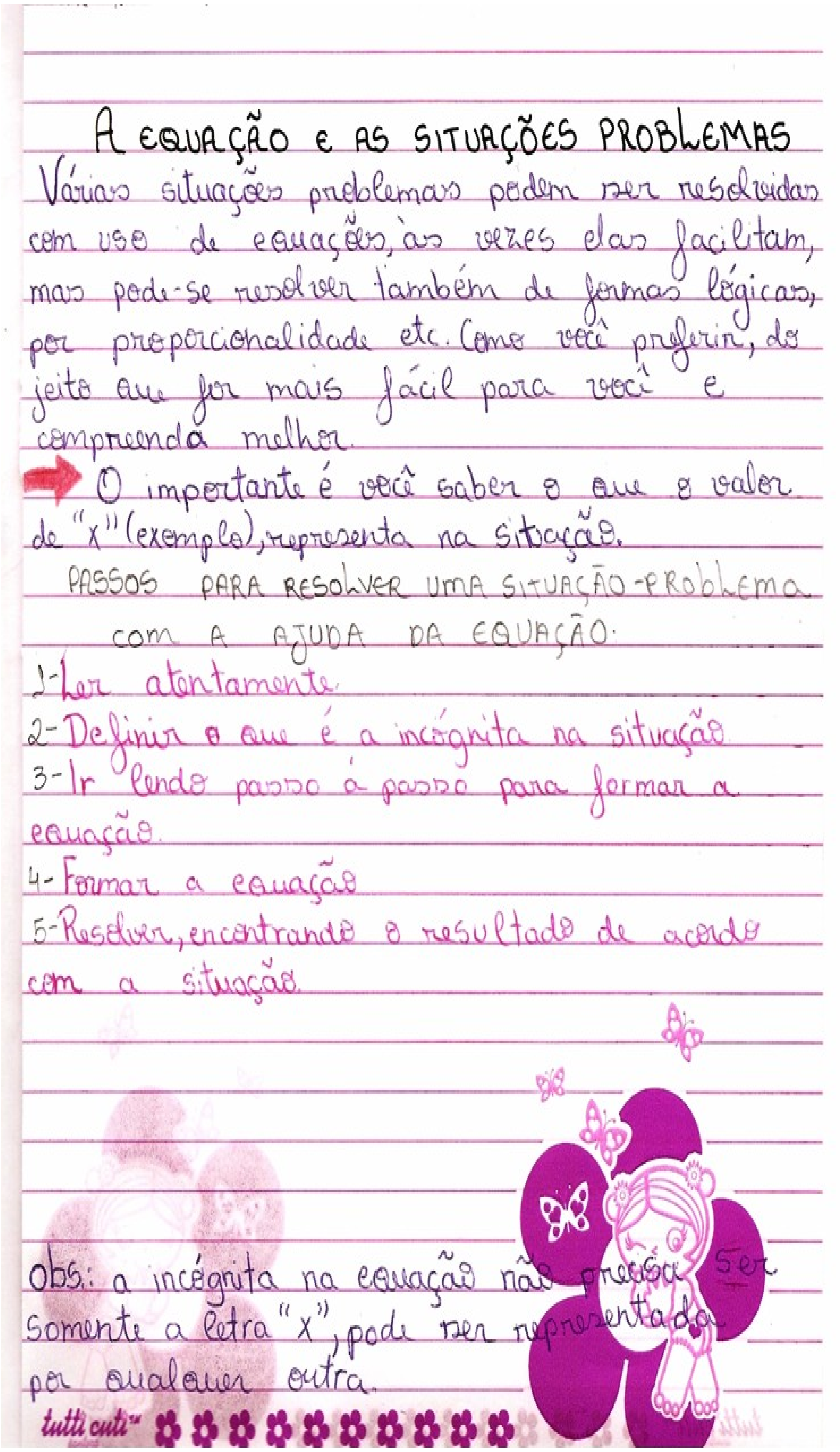
(quando resolvemos pode haver contrários: x-4=10 ~ já que é incógnitas de um lado e resultados do outro.)

É exemplo de aluna dedicada e com muita facilidade de aprendizagem. Com termos bem mais abstratos, cria uma definição de equação mais elaborada.

À análise dos trechos, vê-se que a construção de conceitos não é algo imposto ou colocado pelo professor, e os alunos deixam clara a forma de sua elaboração. Ao detalhar o pensamento na escrita, os alunos mostram como refletiram sobre os conceitos.

A escrita, para Lopes (2002), é ferramenta importante da cognição e pensamento matemático. É atividade de reflexão crítica, a partir do momento em que conceitos são questionados pelos ouvintes e até pelo próprio autor da definição. Nesse momento dificuldades aparecem, e podem ser superadas desde que seja dada oportunidade de discussão e reflexão.

Sobre problemas que podem ser resolvidos por equação, leia-se o seguinte trecho:


A EQUAÇÃO E AS SITUAÇÕES PROBLEMAS

Várias situações problemas podem ser resolvidas com uso de equações, às vezes elas facilitam, mas pode-se resolver também de formas lógicas, por proporcionalidade etc. Como você preferir, do jeito que for mais fácil para você e compreenda melhor.

O importante é você saber o que o valor de "x" (exemplo), representa na situação.

PASSOS PARA RESOLVER UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA COM A AJUDA DA EQUAÇÃO.

1- Ler atentamente
2- Definir o que é a incógnita na situação
3- Ir lendo passo à passo para formar a equação.
4- Formar a equação
5- Resolver, encontrando o resultado de acordo com a situação.

obs: a incógnita na equação não precisa ser somente a letra "x", pode ser representada por qualquer outra.

São interessantes os passos para resolução dos problemas, o que, em nenhum momento é citado em sala. É uma estratégia da aluna.

Depois de identificadas as dificuldades definiu através da auto-avaliação, pensa em maneiras de resolvê-las. White (1999) sugere que a metacognição favorece a autonomia do aluno, fazendo com que ele crie estratégias que facilitam sua aprendizagem.

A motivação dos interlocutores e a cumplicidade assumida por eles na construção e na análise da escrita propiciam a essa atividade de síntese um excelente momento de aprendizagem e reelaborações.

4.4 Intervenções do Professor

Esta categoria de análise não está isolada, pois em duas anteriores, podem ser vistas várias formas de intervenção do professor. Porém, têm-se como categoria à parte, por sua relevância na análise do tratamento dado ao erro e dificuldade dos alunos.

O professor transmite imagem altamente positiva para os alunos. Seja pelo elogio, seja pela repreensão, suas decisões são sempre acatadas com respeito e confiança, fato que sinaliza disciplina consciente da turma. O clima favorece a aprendizagem, facilitando intervenções do professor, principalmente, as relacionadas com o erro. Até porque, o erro não é visto como algo ruim, mas natural. Os alunos não mostram medo de errar, não deixam de responder ou perguntar por temerem exposição vergonhosa.

Nas Situações Desafiadoras, pode ser visto sempre atento o professor, deixando que os alunos pensem e os incentivando às descobertas. O professor tem o erro, como cita Borasi *apud* Cury (2006), para o aluno aprender novos conceitos. Ultrapassando os obstáculos, eles sobem mais um degrau na escada da aprendizagem. Isso foi possível pela postura do professor: ouvinte quando os alunos necessitavam pensar sozinhos; e se fazendo pronto à ajudar, ao depararem com obstáculos.

Na primeira situação no item de Situações:

A_3: *E Agora?*

P: *Por que não tentam outro número?*

A_1: *Mas qual? Pra mais ou pra menos de 40?*

A_2: *Pra menos já que esse prato ficou muito e ele tem dois saquinhos, vamos diminuir o peso.*

P: *Bem pensado* A_1

Nesse trecho, de diálogo da situação 1, a primeira fala do professor, *"por que não tentam outro número?",* foi fundamental para que os alunos continuassem o raciocínio. Estavam no caminho certo, mas a idéia de tentar outro número foi a mola que precisavam para prosseguir. O professor não disse o que tinham que fazer, apenas os estimulou a continuar no caminho. Dizendo: "*Bem pensado A*"$_1$. os alunos tiveram certeza de que estavam indo pela estrada correta.

A situação adidática é difícil para o professor, como cita Pinto (1998), é o momento em que se tira a intenção de ensinar, ou seja, não há intencionalidade pedagógica direta. O professor precisa ter poder de análise para decidir como e quando se colocar. Isso o professor, sujeito desta pesquisa, decidiu bem nas Situações Desafiadoras.

Outro aspecto relevante de intervenção do professor é como estimula os alunos a se ajudarem. Exemplo é o da correção da Síntese, ao pedir ao aluno para explicar algo que outro não entendia.

Para Pinto (1998), a estratégia é salutar porque a linguagem do aluno torna o conhecimento mais acessível. Inúmeras vezes, o professor, com essa estratégia, obteve resultados positivos.

Outra característica desse professor, baseada no mesmo princípio de aprender com o colega, é o estímulo à busca de soluções para o mesmo problema. Por isso, geralmente, pede que os alunos exponham formas de resolução. Na situação 1, vários trios apresentam suas soluções. Ao compreender a resolução de outro, o trio com dificuldades, formula o principio que nenhum outro havia pensado ou, pelo menos externado.

Uma estratégia metacognitiva exemplificada por Figueira (2003) é a explicitação do próprio professor de processos mentais. A técnica é também utilizada pelo professor: na correção de um dos Exercícios de Fechamento, ao perceber dúvidas, e na correção da prova. Corrige as questões no quadro e diz: “vou mostrar como eu faria”. E explica, passo a passo, todos os pontos, justificando-os.

Para Figueira (2003), a técnica é importante, pois além de mostrar como o professor pensa, coloca um modelo para os alunos de explicação de raciocínio. O professor sempre pede que os alunos expliquem seu modo de resolução. Pensar em voz alta é comum em pesquisas sobre erro e, para os autores, faz com que os alunos analisem sua forma de resolução e o professor possa compreender suas dificuldades e os auxilie na aprendizagem.

Na correção de escritas individuais, o professor mostra que o erro não mereçe punição, mas é algo que deve servir de ferramenta na aprendizagem. Não destacar o erro com X, mas com frases que incentivam a análise, é uma intervenção que estimula a busca de compreensão de erros.

Nos Exercícios de Fechamento, a intervenção, desde a escolha dos alunos até o modo de abordagem, é fundamental para os alunos fazerem da atividade estratégia metacognitiva que os torna reguladores da aprendizagem.

No 1º diálogo em Exercício de Fechamento:

P: Qual foi a sua falta de atenção?

A: Não sei...

P: Vamos tentar ser mais específico?

A: Na verdade, tio, eu confundo tudo. Aqui vejo de um jeito e com meu professor particular vejo de outro.

P: *Como você acha melhor?*

A: Não sei...Acho que não sei direito nenhum dos dois.

"Vamos tentar ser mais específicos" e "Como você acha melhor?", foram colocações relevantes para o aluno se conscientizar da importância de compreender a forma de resolução. Assim, ao perceber que o aluno possuía alguma compreensão, incentiva-o com: "Muito bem!", 'Vejo que você compreende o princípio da balança", 'Você já sabe fazer tudo...". Palavras de incentivo, ditas de tal maneira e em tal momento que o aluno os tenha como verdadeiras.

Pelos diálogos, o professor se dirige aos alunos, quase sempre, de forma interrogativa. Ele procura instigá-los a pensar, questionando situações que os levam a refletir e, muitas vezes, reelaborar conhecimentos. Dois novos episódios confirmam essa atitude do professor.

Episódio1

O professor expõe no quadro algumas equações. Um aluno resolve do seguinte modo uma delas:

2x + 6 = 10

2x + 6 – 6 =10 – 6

2x = 4

$\frac{2x}{2}$ = 10

x = 2

O professor solicita ao aluno conferir a resposta.

A: *Vou substituir o valor de x*

2.10 +6 = 10

26 = 10

A: *Professor, tá errado*

P: *Por quê?*

A: *Porque 10 não é igual a 26*

P: *Então...*

A: *Não sei onde errei.*

P: *Você pode me explicar como resolveu a equação?*

A: *Como é uma balança em equilíbrio, tirei 6 de um prato e para não desequilibrar tirei 6 do outro prato. Então ficou 2x = 10. Como quero só o valor de x divido por 2.... Ah, já sei... não dividi o 2º prato. x é 5 professor.*

O professor conversa com o aluno sempre de modo interrogativo, sem dizer-lhe explicitamente o que está errado. Assim, dá tempo para que o aluno reelabore sua interpretação. Desse modo, valoriza e incentiva os alunos a fazerem uso da metacognição.

O mais importante foi o ambiente criado pelo professor para favorecer a metacognição, pois ele deu curso à aula de modo a deixar o aluno perceber o seu erro. Permitiu-lhe momento singular de reflexão, de tentativas e de análise, utilizando seus próprios conhecimentos.

Episódio2

Na 10ª aula, o aluno vai ao quadro corrigir a tarefa de casa:

$\mathbf{3x + 7 = 4x + 7}$

$3x + 7 – 7 = 4x + 10 – 7$

$3x = 4x + 3$

$3x – 4x = 4x + 3 – 4x$

$- x = 3$

A_2: Professor está errado o que A_1 fez

P: Por quê?

A_2: O x nunca ficou negativo

A_1: E por que não pode?

A_2: Eu quero saber o valor de x positivo e não negativo.

P: Isso que dizer que está errado?

A_1: Claro que não.

A_2: Errado não sei, mas isso nunca aconteceu.

A_3: Professor, mas se x negativo é 3, x positivo é -3

A_2: É professor? Não entendi

P: Você pode explicar melhor A_3

A_3: É, o caso de números opostos. O –x é 3 e x é o oposto de –x, então x é -3 que é o oposto de 3.

A_2 : Claro...

No episódio, o erro é fato de descoberta. De acordo com Borasi *apud* Cury (2006), o professor está fazendo uso construtivo do erro, para que os alunos aprendam novos conceitos.

Também a forma interrogativa do professor é importante para que o aluno compreenda e possa analisar o erro. É reflexão na ação

(SCHÖN, 1992), em que a sua mediação e a do colega são fundamentais e decisivas no processo.

O episódio é o momento de extrapolação dos alunos, em situação que ainda não tinham enfrentado: o x negativo. Os alunos refletiram dentro de seus conhecimentos conceituais, analisaram a situação e superaram o obstáculo.

Segundo Oliveira (1995, p.12)

> Os procedimentos regulares que ocorrem na escola - demonstração, assistência, fornecimento de pistas, instruções- são fundamentais para a promoção de um ensino capaz de promover o desenvolvimento. A intervenção do professor tem, pois, um papel central na trajetória dos indivíduos que passam pela escola.

A reflexão de A_2 e A_3 mostra um bom nível de compreensão conceitual e a atitude do professor, de estimular a reflexão, demonstra a importância dada às conclusões dos alunos, propiciando ambiente em sala aberto a tentativas, análises e busca de soluções, sem medo ou vergonha de errar.

Pesquisadores salientam a importância da observação dos diálogos em sala e para compreensão de erros:

> Se ficarmos atentos aos debates dos nossos alunos sobre algum tema de estudo, será possível que os argumentos postos em defesa dos pontos de vistas de cada um refletem o entendimento que eles têm sobre o assunto, que são aceitos como premissas verdadeiras. Os argumentos usados são coerentes com as suas percepções e eles não vêm o erro no que estão defendendo (CASALOVA et al, 1998, p. 61)

Para Lorenzato (2006), o professor precisa aprender a ouvir o aluno, permitir apenas que os alunos se pronunciem não basta, é necessário ouvi-lo. O professor, sujeito desta pesquisa, não só permite que os alunos se expressem de todas as formas, como está sempre atento, ouvindo e, acima de tudo, estimulando-os à reflexão sobre todas as suas dificuldades.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação enseja uma reflexão sobre os resultados da pesquisa, nas considerações finais, mesmo que provisórias, tendo em vista que, dados e resultados são recursos que oportunizam e inspiram novos estudos. Concluir um estudo científico é tarefa tão difícil quanto iniciar uma escrita, mas instigante: pôr-lhe ponto final é sempre desafiador, por implicar capacidade de síntese do processo vivido, síntese de um processo de composição da história, assim como pedaços dos envolvidos nesta pesquisa, o que poderá levar a composição de outras histórias.

No inicio deste estudo, fez-se revisão de pesquisas sobre erros na aprendizagem da Matemática. Havia trabalhos que objetivavam detectar os erros para evitá-los e/ou eliminá-los, em face da concepção tradicional. No entanto, conforme concepção construtivista de erro, pesquisas foram realizadas com objetivos de compreendê-lo para orientar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Partindo dos estudos dessas pesquisas, da experiência profissional da pesquisadora, de suas dificuldades e necessidades como professora, realiza-se pesquisa, objetivando analisar estratégias do professor diante do erro e dificuldades dos alunos no estudo de equação.

A escola e o professor sujeito da pesquisa atenderam todos os critérios pré-estabelecidos. Logo, previa-se encontrar muitas estratégias, porém, o leque deixou a pesquisadora hesitante para começar a análise. Eram tantas as formas de tratar o erro que categorizá-las foi tarefa das mais difíceis.

A postura do professor de encarar o erro como natural ao processo de aprendizagem é fundamental para o êxito das estratégias de trabalho. Ele mostra que é errando que se aprende. Assim, os alunos não temem expor erros e dificuldades.

Para Anastácio (1997), não basta inserir o aluno na instituição escolar, para aquisição de novos conhecimentos, é preciso criar ambientes de aprendizagem em que o aluno possa entrar em contato com o conhecimento.

O professor desta pesquisa propicia esse ambiente: estimulando o aluno a não temer errar e com estratégias que o fazem construir o conhecimento. A forma como ministrou o estudo de equação possibilitou ao aluno o contato com o conhecimento.

Assim, nesse ambiente, o professor usa muitas estratégias diante de erros e dificuldades dos alunos. Considerando essas estratégias comunga-se com a idéia de Borasi (*apud* Cury 2006), para quem o erro pode ser um “trampolim para aprendizagem”, pois as ações do docente mostram que o erro pode ser remediado, utilizado para pesquisa e descobrimento de novos conceitos, dependendo do objetivo e, acima de tudo, das estratégias.

As Situações Desafiadoras são estratégias do professor para superar obstáculos constituídos como erros e, assim, construir novos conceitos. O aluno constrói os conceitos através de experimentações e tentativas, chegando a uma verdade científica.

Nas Avaliações Escritas a correção é um incentivo a reflexão e análise do erro. Nos Exercícios de Fechamento, direciona a reflexão, ao criar instruções na compreensão de erro e, para os que não conseguiam fazer, sozinhos, sua intervenção, foi fundamental. Porém, a limitação era ajudar todos que necessitavam da sua presença de forma individualizada.

A Síntese é uma estratégia corajosa, já que escrever sobre Matemática não é a prática comum nas escolas. Entretanto é um instrumento que leva o aluno a refletir sobre o que aprendeu como aprendeu e o que precisa reelaborar.

A dificuldade maior, foi ajudar os alunos que tinham professor particular que não comungavam com a filosofia da escola. Os alunos não participavam das aulas e não se interessavam em aprender em sala de aula. Afirma o professor: ”essa é minha maior dificuldade trabalhar com alunos ‘viciados’ em professor particular. Mas os professores particulares que trabalham com os alunos dessa turma ensinam de uma forma muito tradicional o que atrapalha muito seu aprendizado em sala".

A sua intervenção, diante de erros e dificuldades é primordial. O professor se coloca de forma interrogativa, instigando o aluno à reflexão sobre suas dúvidas. É uma estratégia metacognitiva citada pelos estudiosos que salientam a importância dessa forma de intervenção para que o aluno reflita e reelabore seu pensamento. (FIGUEIRA, 2003)

O estímulo à diferentes respostas para uma mesma questão não pode deixar de ser salientado, assim como sua exposição da resolução, incentivando o aluno a verbalizar o modo de pensar sobre os problemas. Desse modo, o professor, em muitos momentos, pode ajudá-los a compreender dificuldades e superá-las.

Outro aspecto relevante das estratégias do professor, é a forma como ele as utiliza para repensar o planejamento: ao perceber que os alunos estavam com dificuldades na compreensão da linguagem algébrica, não continua o que estava planejado. Em duas aulas, usa a balança para dirimir as dúvidas.

Outro momento em que o erro é para repensar as estratégias, é na correção de um Exercício de Fechamento, ao verificar que muitos erraram e estavam com dificuldades. Diferente do planejado, resolve as questões, mostrando seu modo de resolução e, assim, ajudando os alunos a compreender e superar dificuldades.

A limitação de atuação das estratégias é o fator tempo. A correção da prova não é retomada em função do tempo. Ele tinha um conteúdo para terminar e, por isso, não consegue ajudar os que necessitavam. Esse aspecto é tão importante que muitos ficam com dificuldades na resolução de problemas por equação.

O professor é beneficiado por trabalhar em escola de visão construtivista do erro e, pela experiência em outra escola, reconhece a importância disso. Ele mesmo diz em entrevista: é mais difícil ter uma prática diferenciada diante do erro com alunos que não têm maturidade e hábito de construírem o seu conhecimento, pois com essa maturidade, os alunos ajudam para que a prática de sala seja de reflexão e reelaboração.

A prática pedagógica da escola, de estudos por área, encontros semanais de professores para discussão sobre o aprendizado do aluno, colabora que o erro seja trabalhado, que o professor reflita sobre sua prática e crie ambiente de sala de aula propício à reflexão. Tanto que o professor coloca, no planejamento bimestral, o erro como conceito esperado por parte dos alunos, ou seja, conteúdo procedimental. No entanto, não se pode tirar o mérito do professor: estratégias se mostram eficientes também pelas suas convicções e busca de ser sempre um professor que reflete sobre sua prática.

Nesta pesquisa, constata-se que o cotidiano pedagógico assume um papel preponderante na constituição do desenvolvimento da aprendizagem do aluno e do ensino do professor. Nesse processo, o educador e o educando têm responsabilidades com a construção do conhecimento, estabelecendo reciprocidade, assumindo a responsabilidade de homens no mundo e para o mundo, devendo contribuir para um futuro melhor, especialmente para a educação.

De acordo com Pinto (1998), para superação de erros é necessário que o professor utilize estratégias de sua exploração. Nesta pesquisa encontram-se estratégias que, pela análise, têm contribuições e falhas. Apesar de não ter sido o objetivo inicial, este trabalho mostra uma forma de ensinar equação que contribui, de foram singular, para compreensão e construção do conhecimento. Espera-se que a dissertação se apresente ao leitor como uma contribuição para a reflexão sobre a prática pedagógica, principalmente no que diz respeito a erros e dificuldades dos alunos.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Épistémologie et didactique. **Recherches em didactique de mathématiques.** Paris: Université de Paris VII, Equipe Didirem, v. 10, n. 23, p.241-286. 1989

ANASTÁCIO, R. P. **Erros e dificuldades no Ensino de Álgebra:** o tratamento dado por professoras de 7ª série em aula. Dissertação (Mestrado em Educação), Campinas: UNICAMP, 1997.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico:** contribuição para psicnálise do conhecimento**.** Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BAROODY, A.J. **El pensamiento matemático de los niños**. Madri: Visor Distribuiciones, 1994.

BARROS, C. L. G. Psicologia e Construtivismo. São Paulo: Ática, 1996.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1997.

BORASI, Raffaella. Sbagliando s`impara: alternative pe um uso positivo degli errori nella didattica della matemataica. **L` insegnamento della Matemática e delle Scienze Integrante**, v.11, n.4, p. 365-404, apr.1988.

_______________ Definizionio incorrette di cerchio: uma miniera d`oro per gli insegnanti di matemática. **L` insegnamento della Matemática e delle Scienze Integrante**, v. 12, n. 6, p. 773-795, giugno 1989.

_______________ **Reconceiving mathematics Instruction**: Focus on Errors. Norwood, NJ: Ablex Publishing Corporation, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, MEC/SEF, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1998

BROUSSEAU, Guy. Les Obstacles épistemologiques et les problémes en Mathématiques. **Recherches em Didáctiques des Mathématiques**, v.4, n.2 p. 165-198, 1983

________________ **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques".** Recherches en didactique des mathématiques**.** Paris; Université d**e** Paris VII, Equipe Diderem, vol. 7, nº2, p. 33-115.1986.

_______________ "Los diferentes roles del mastro". In PARRA, Cecília e SAIZ, Irmã(comps) **Didactica de matemática**- Aportes y reflexiones. Buenos Aires: Paidós Educador, p. 65-89. 1994.

CAMPANARIO, J.M. El desarrollo de la matacognición en el aprendizaje de las ciencias: estratégias para ele professor y actividade al alumno. **Enseñanza de lãs Ciências.** Barcelona. V.18, n.3, p.369-380, 2000

CASALOVA, H.M. et al. **O papel construtivo dos erros na aquisição do conhecimento**. In: Castorina, J.A et al. Psicologia genética: aspectos metodológicos e implicações pedagógicas. Porto A legre: Artes Médicas, 1998.

________. "Teorias psicogenéticas da aprendizagem e a prática educacional: Questões e perspectivas". **Cadernos de Pesquisas.** São Paulo: Fundação Carlos Chagas, nº 88,pp. 37-46.1994

CAZORLA, Irene M. **A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos da leitura de gráficos**. Tese (Doutorado em Educação)- faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2002.

CENTENO, JP. **Números decimales Por quê? Para quê?** Madri: Editorial Síntesis, 1988.

CHIZZOTTI, Antonio. **Pesquisas em Ciências humanas e sociais**. São Paulo: Cortez, 1991.

COSTA,A.L. **Medating the Metacognitive**. LondOn: Educational Leadership, p.57-76. 1995.

CURY, H. N. **Análise dos erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos**.** Belo Horizonte: Autêntica, Coleção Tendências em Educação Matemática. 2006.

D`AMORE, Bruno. **Epistemologia e didática da Matemática**. São Paulo: Escritura Editora, 2005

DE LA TORRE, S. et al **Errores y currículo- Tratamiento didáctico de los errores en la enseñanza.** Barcelona: PPU.1994
DIAS,A.M.I.;MAGALHÃES, R.de C. B. P.; PASCUAL, J.G; Usos e Abusos do Construtivismo**.** In: PASCUAL, J.G., DIAS A. M. I. **Filosofia, Sociologia, Psicologia**: O que isso interessa a Educação? Coleção Fragmentos. v.3, Fortaleza: Brasil Tropical, 2006

ESPINOSA, R. Un trataminto del error en que incurre el estudiante en su trabajo de matemáticas. **Revista Ema,** vol 1 nº 1. p. 34-38, 1995.

FIGUEIRA, A.P.C. Metacognição e seus contornos. **Revista Iberoamericana de Educación**. Madrid, 2003.

GONZÁLEZ, F. E. **Acerca de la Metacocnción**. Paradigma, Macaray, v.17,n.1,1996

GUTIERREZ, A. **Área de conocimiento**: Didáctica de la Matemática. Matemática: Cultura y aprendizaje. Madri: Editora Síntesis, 1994.

IMENES, L.M.P.,LELLIS, M. O currículo tradicional e o problema: um descompasso. Revista SBEM- **A Educação Matemática em Revista**, 2 p. 5-12, 1994.

LAROCCA, P. **Um professor no espelho**: reflexões sobre os sentidos da psicologia em práticas docentes. Tese (Doutorado em Educação). Campinas: UNICAMP, 2000.

LA TAILLE, Yves de O erro na perspectiva piagetiana. *In*: AQUINO, J.G.(org). **Erro e fracasso na escola:** Alternativas teóricas e práticas**.** São Paulo: Summus, p.25- 26,1997.

LOPES, A.J., A escrita no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. **Pátio**, ano 6, n.22, p. 42-44, 2002.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. Campinas, Autores Associados. 2006.

LÜDKE, M. & ANDRÉ, M.E. D. A. Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas. São Pailo: EPU, 1986.

MACEDO, Lino de. **Ensaios construtivistas**. São Paulo: Casa do Psicólogo 1994

MACÍAS, A.; SOLIVERES, M.; MATURANO, C. Análisis de los procesos cognitivos y de la regulación que utilizan los alumnos en la comprensión de textos de Física. **Didactica de las Ciências Experiemntales y Sociales**. Valencia, n.12, p.79-90, 1998.

MELLO, L. S. **Pesquisa Interdisciplinar**: um processo em constru(a)cão.Tese(Doutorado em Educação) São Paulo: PUC, 1999.

NEWEL, Allen, SIMON, Herbet. **Human Problem solving.** Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1972

OLIVEIRA, M.K., O pensamento de Vygotsky como fonte de reflexão sobre a educação. In: **Cadernos CEDES** n. 35. São Paulo, p. 45-61, 1995.

PAIS. L.C. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Autêntica.. Coleção Tendências em Educação Matemática, 2002.

PERRENOUD, Phillipe Não mexam na minha avaliação! Para uma abordagem. sistêmica da mudança pedagógica ". *In*: ESTRELA, A ; NÓVOA, A (ORG) **Avaliações em educação:** Novas perspectivas**.** Porto (Portugal): Porto Editora, p. 171-191. 1993.

PINTO, Neuza B. **O erro como estratégia didática no ensino da matemática elementar.** Tese (Doutorado em Educação)-Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1998.

PIAGET, J. **O nascimento da inteligência da criança.** 7 ed. Rio de Janeiro: Zahar,1970

POWELL, A.; BAIRRAL, M..**A escrita e o pensamento matemático**. São Paulo: Papirus, 2006.

POZO, J. I**. Aprendizes e mestres :** a nova cultura da aprendizagem. Porto Alegre : Artmed, 2002.

PRADO, G.T. ; SOLIGO,R.(org). **Porque escrever é fazer história**. Campinas: gráfica FE, 2005.

RADATZ, Hendrik. Error analysis in mathematics education. **Journal for Research in Mathematics Education,** v.10, n.3, p.163-172, May 1989.

RESNICK, Lauren B.,FORD, Wendy. **La enseñanza de las matemaáticas y sus fundamentos psicológicos**. Barcelona:Paidós,1990

RICO, Luis Errores y dificuldades em el aprendizaje de las matemáticas In: KILPATRICK, J., GOMES, P.e RICO, L. **Educacion Matemática**. Colômbia: Grupo Editorial Iberoamérica,pp.69-108 1995.

ROBINSON, E. Metacognitive development. IN: MEADOWS, S, (cood.) **Developing thinking:** approaches to children`s cognitive development. London, Bristol, 1983

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**. 35 ed.. Campinas : Autores Associados, 2002

SCHÖN, D.A. Formar professores como profissionais reflexivos. IN: NÓVOA, A. (coord). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, p.77-91. 1992.

WHITE,R.T. **Project PEEL**, Melbowsre: Monash Universit,1999

ANEXOS

PLANEJAMENTO BIMESTRAL DO PROFESSOR

DISCIPLINA: Matemática ANO: 7º PROFESSOR: O

OBJETIVOS	CONTEÚDOS CONCEITUAIS	CONTEÚDOS PROCEDIMENTARES	CONTEÚDOS ATITUDINAIS	ESTRATÉGIAS	AVALIAÇÃO
• Realizar cálculos de multiplicações e divisões de números com sinais. • Identificar a regularidade dos sinais para cada operação matemática. • Resolver problemas do cotidiano envolvendo valores positivos e/ou negativos. • Resolver, inclusive com cálculo mental, expressões numéricas de números com sinais. • Compreender e operar a balança de dois pratos. • Compreender e resolver equações fazendo uso das operações inversas. • Perceber, em situações-problema, a possibilidade de utilizar uma incógnita para determinar um valor desconhecido.	• Compreensão dos processos utilizados nas operações de multiplicação e divisão de números inteiros. • Conhecimento da convenção da “regra dos sinais” para as diferentes operações matemáticas. • Compreensão do conceito de equação. • Conhecimento e compreensão das estratégias utilizadas para resolver qualquer tipo de equação. • Conhecimento e compreensão da regra de três como uma estratégia para resolução de situações direta ou inversamente proporcionais.	• Interpreta e resolve problemas envolvendo as operações matemáticas com números inteiros. • Identifica a regularidade das operações com sinais. • Estima e justifica possíveis respostas para os problemas sugeridos a partir dos dados apresentados e verifica se sua resposta após a resolução do problema é plausível ou não. • Organiza os dados do problema antes de iniciar a sua resposta escrita, descartando os desnecessários. • Apresenta variadas soluções corretas para um mesmo problema e justifica quando solicitado. • Elabora, oralmente, suas dúvidas e apresenta as tentativas, mesmo erradas, de soluções. • Formula situações-problema envolvendo as operações matemáticas. • Opera mentalmente fazendo uso dos conceitos envolvidos nas operações matemáticas. • Resolve expressões numéricas envolvendo todas as operações. • Percebe e resolve relações proporcionais, a partir de problemas do cotidiano. • **Revisa suas respostas, comparando com a análise dos erros anteriores.**	• Escuta as diversas soluções de um problema e as incorpora nas suas futuras soluções. • Desenvolvimento da capacidade de investigação e da perseverança na busca de resultados. • Respeita a fala do colega, mesmo que haja discordância. • Partilha suas dúvidas ou compreensões com o grupo no qual está inserido. • Procura tomar consciência, a partir das suas análises e da do professor, de suas aprendizagens e de suas lacunas. • Desenvolvimento do raciocínio dedutivo.	• Propor variadas situações de multiplicação entre números positivos, depois entre positivo e negativo, e vice-versa. • Partindo da análise dos casos anteriores, resolver a multiplicação entre dois números negativos. • Testar se as conclusões já validadas se aplicam também na divisão de números com sinais. • Apresentar a balança de dois pratos e disponibilizar para os alunos para que eles possam construir várias situações de equilíbrio. • Construir situações na balança de dois pratos para que os alunos encontrem o “peso” do objeto desconhecido. • Transcrever para uma escrita matemática as situações resolvidas na balança. • Associar ao princípio da balança a resolução de toda e qualquer equação do 1º grau com uma incógnita.	• Exercícios de fechamento para avaliar os procedimentos. • Observar as tarefas de construções para avaliar os procedimentos e atitudes. • Através das discussões em sala de aula avaliar os conceitos. • Coerência na produção escrita (síntese), nas atividades individuais para avaliar os conceitos.

APÊNDICES

ROTEIRO DE ENTREVISTA COM A DIRETORA

- Princípios que regem a instituição

- Papel do professor na aprendizagem no ensino da Matemática no Fundamental II

- Formação continuada do professor

- Papel do erro na aprendizagem

ROTEIRO DE ENTREVISTA COM O PROFESSOR

- Erros dos alunos na aprendizagem

- Estratégias utilizadas

- Postura em outras escolas

- Como pensou a s estratégias

TERMO DE CONSENTIMENTO DOS PAIS DOS ALUNOS

Fortaleza, 27 de agosto de 2007

Senhores pais,

Por ocasião da minha pesquisa como mestranda do Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Estadual do Ceará (UECE), gostaria de pedir-lhes autorização para xerocopiar alguns materiais escritos do seu (sua) filho (a) produzidos na disciplina de Matemática.

O objetivo da obtenção desses registros é investigar estratégias que os professores utilizam diante dos erros ou dificuldades dos alunos no estudo de equação do 1º grau.

Acredito que, através dessa pesquisa, contribuiremos para discussão sobre práticas pedagógicas na área de Matemática. Já que trabalhos salientam a necessidade de repensar algumas intervenções dos professores de Matemática diante dos erros e dificuldades dos alunos.

Desde já me responsabilizo por utilizar os registros em caráter estritamente acadêmico, a fim de recolher dados para a pesquisa. Agradeço a colaboração e coloco-me à disposição para outros esclarecimentos acerca da pesquisa (telefone residencial: 32535184 e telefone celular: 88272105).

____

Sara Jane Rocha Brito Vidal

( ) Sim, autorizo tirar cópias dos materiais escritos do meu (minha) filho (a) produzidos na disciplina de Matemática para pesquisa intitulada *Exploração didática dos erros dos alunos no estudo de equação do 1º grau*, certo que só serão veiculados fora do ambiente acadêmico com minha prévia autorização.

Aluno(a)____Série____Turma____

Assinatura do responsável____