UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ

Ana Cláudia Mendonça Pinheiro

A MEDIAÇAO DOCENTE NA CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO DE ALUNOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA DISCIPLINA DESENHO GEOMÉTRICO

Fortaleza – Ceará

2008

Universidade Estadual do Ceará
Ana Cláudia Mendonça Pinheiro

A MEDIAÇAO DOCENTE NA CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO DE ALUNOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA DISCIPLINA DESENHO GEOMÉTRICO

Dissertação apresentada à Coordenação do Curso de Mestrado Acadêmico em Educação - CMAE da Universidade Estadual do Ceará – UECE, como requisito parcial para obtenção do grau de mestre em Educação, Área de concentração: Formação de Professores.

Orientadora: Prof.a Dr.a Marcilia Chagas Barreto

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ

Curso de Mestrado Acadêmico em Educação - CMAE

A MEDIAÇAO DOCENTE NA CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO DE ALUNOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA DISCIPLINA DESENHO GEOMÉTRICO

AUTORA: Ana Cláudia Mendonça Pinheiro

Defesa em: ___ / ___ / ___   Nota obtida: _________

Banca Examinadora

____
Prof.a Dr.a Marcilia Chagas Barreto (orientadora)

____________________________   ________________________________
Prof. Dr. Hermínio Borges Neto   Prof. Dr. João Batista Carvalho Nunes

RESUMO

A Geometria é um instrumento para compreender, descrever e interagir com o espaço em que se vive. No trabalho de sala de aula é a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e também real. Ela é um tópico natural para encorajar a resolução de problemas e tem muitas aplicações que aparecem no mundo real. No Brasil, a Geometria é pouco trabalhada no currículo escolar, não desenvolvendo nos alunos habilidades de percepção do movimento de figuras, mediante a experimentação dos conceitos. Os alunos que optam por fazer o curso de licenciatura em Matemática carregam consigo esta formação. Nesta pesquisa, discute-se a construção do raciocínio geométrico por alunos da licenciatura. Ela envolve três grandes questões sobre o ensino de Geometria nas licenciaturas em Matemática: a mediação docente no ensino de Geometria com traço geométrico, a base conceitual dos alunos para iniciar esse estudo e a construção do raciocínio geométrico. As questões estão centradas na qualidade da mediação material e humana que se pode obter com as ferramentas tradicionais, régua e compasso, para a construção desse raciocínio. O objetivo desse trabalho consistiu em analisar a mediação realizada em sala de aula para a construção do raciocínio geométrico dos alunos da disciplina de Desenho Geométrico. Esta pesquisa tem caráter qualitativo, trabalhada com base em elementos da Etnometodologia. Visou-se com isto a descrever a prática pedagógica do professor no momento em que ele trabalhava conceitos de Geometria, articulando a sua relação com os alunos e com os materiais. A fundamentação teórica proposta para este estudo apoiou-se em aspectos da teoria sócio-histórica de Vygotsky. Particularmente foram observados os princípios da lei fundamental do desenvolvimento, a formação de conceitos, bem como o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP), para estudar o desempenho dos alunos nas atividades mediadas pedagogicamente e inferir resultados. Neste trabalho, analisou-se especificamente o papel da *mediação* na construção do raciocínio geométrico. Considerando a carência de estudos a este respeito, foram tomados autores que analisaram aspectos do raciocínio intuitivo, fundamento do raciocínio geométrico. Para compreender a importância do desenho geométrico no desenvolvimento do raciocínio geométrico, foram empregados os estudos: Modelo Van Hielle de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, a definição do pensamento matemático de Poincaré e os estilos cognitivos de Krutetskii. O trabalho foi desenvolvido com um professor de Matemática que trabalhou a disciplina Desenho Geométrico com régua e compasso e que atuou na licenciatura em Matemática, no Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará-CEFET, no período de 2007.2. Os instrumentos de pesquisa para a coleta de dados foram a entrevista semi-estruturada, a entrevista clínica e a observação participante. Percebeu-se que a formação inicial do professor em Engenharia Civil influencia a sua prática pedagógica, na valorização da técnica de construção do desenho, em detrimento da demonstração matemática presente na produção de cada figura. Os alunos, ao ingressar na disciplina, trazem imperfeições conceituais originadas no ensino fundamental e que não foram superadas. A mediação pedagógica se caracteriza pelo estabelecimento de relações do conceito com o desenho, com suporte em interações e intervenções de professores e alunos, com o auxílio dos instrumentos régua e compasso, que evidenciam a geração efetiva de um grupo que compartilha elementos com forte *indicialidade*. Com tal mediação, os alunos egressos da disciplina apresentaram desenvolvimento conceitual, isto é, elevação do nível de elaboração do raciocínio geométrico.

Palavras-chave: Formação de professores, Raciocínio geométrico, Mediação docente.

ABSTRACT

Geometry is considered to be a tool for understanding, describing and interacting with the space we live in. In classroom activity, it is the most intuitive, concrete and real part of Mathematics. It is a natural issue to encourage problem solving, and has many applications in the real world. In Brazil, Geometry is hardly considered in school curriculums, and students do not develop abilities in perceiving the movement of figures, through the experimentation of concepts. When these students choose to obtain a teaching degree in mathematics, they bring this profile with them. This research discusses the construction of geometric reasoning by students enrolled for a teaching degree in mathematics courses, and three major issues on geometry teaching in these courses are considered: teacher mediation using geometric trace, the new student's conceptual background, and building geometric reasoning. The issues focus on the quality of material and human mediation that can be achieved with traditional tools, ruler and compass for the construction of such reasoning. The goal of this work was to analyze the mediation held in the classroom for the construction of geometric reasoning in students enrolled in the subject of geometric drawing. This research had a quality nature, based on etnomethodology features. The aim was to describe the teacher's pedagogical practice at the moment he was working with geometric building concepts, articulating his relationship with students and materials. The theoretical foundations proposed for this study were based on some aspects of the sociohistorical theory of Vygotsky, mainly the fundamental law of development, concept building, and the Zone of Proximal Development (ZPD) concept, to study the performance of the students in the pedagogically mediated activities, and to infer results. In this work, we analyzed specifically the role of *mediation* in the construction of geometric reasoning. Considering the lack of studies in this area, we used authors who analyzed some features of intuitive reasoning, the basis of geometric reasoning. To understand the importance of geometric drawing in the development of geometric reasoning we used the following studies: Van Hielle's Development of the Geometric Reasoning Model, the definition of mathematical thought from Poincaré, and Krutetskii's cognitive styles. The work was developed with a teacher from the area of mathematics working the Geometric Drawing subject using ruler and compass, and who had taught mathematics at the Federal Center for Technological Education in Ceará (CEFET CE) during the second semester of 2007. The research instruments used for data gathering were semi-structured interviews, clinical interviews, and participant observation. We observed that the teacher's background in civil engineering affected his pedagogical practice, giving more value to the technique of drawing construction, detracting from the mathematical demonstration present in the production of each figure. New students in the subject of Geometric Drawing carry conceptual deficiencies originated in junior high school, that were not overcome. Pedagogical mediation is characterized by the establishment of relationships between concepts and drawings, in interactions and interventions aided by ruler and compass that show the effective production of a group sharing elements with strong evidence. From this mediation, by the end of the subject the students showed conceptual development, that is, an increase in the level of elaboration of their geometric reasoning.

Keywords: Teacher training, Geometric reasoning, Teacher mediation.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Matemática, do grego *máthēma*, significa ciência, conhecimento, aprendizagem, “o que se pode aprender” (MACHADO, 1987). Contraditoriamente, as estatísticas evidenciam a Matemática, na qualidade de matéria escolar, como algo difícil de ser acessado pela maioria dos estudantes de todos os níveis da escolarização em que se organiza o sistema de ensino brasileiro.

O conhecimento matemático é produto de uma ciência que investiga relações entre entidades definidas abstrata e logicamente. Distingue-se por sua natureza dedutiva e liga-se a uma atividade concreta sobre os objetos. O profissional que trabalha com esse conhecimento, utilizando-se do raciocínio como processo mental, garante que essa atividade não enfatize recursos de memorização, mas que possibilite a representação, explicação e previsão da realidade.

Grande parte do que fazemos é matemática ou pode ser expressa por um conceito matemático. É a relação da Matemática com a vida cotidiana. Sua relação com as ciências e com as outras áreas do conhecimento é traduzida como tentativa de expressão do conhecimento elaborado com base em experiências. Desde então, constroem-se modelos ou esquemas abstratos dessa experiência para, em seguida, por meio da lógica e das matemáticas, deduzirem-se propriedades generalizáveis. Os objetos nessa ciência são abstratos, porém susceptíveis de vinculação com o real pelas constatações dos nossos sentidos. Mediante a descrição e análise das relações entre a experiência mais imediata e as abstrações da ciência, organizam-se as abstrações em teorias. É necessário, finalmente, que se realize a verificação nos procedimentos de validação desse conhecimento (GRANGER, 1994).

Nas ciências, a Matemática está por todas as áreas. Podemos evidenciar, inicialmente, a sua relação com as ciências da natureza. Elas são definidas como aquelas que estudam duas ordens de fenômenos – os físicos e os vitais (ou as coisas e os organismos vivos). Segundo Chauí (2006), desmembram-se em duas grandes ciências: a Física e a Biologia. À Física, a Matemática emprestou modelos e ferramentas para a elaboração de inúmeras leis gerais de descrição de fenômenos, esboçados em termos de equações.

Na sua relação com a Biologia, a Matemática propiciou a criação de modelos e ferramentas para a formulação de grandes teorias, fato que podemos exemplificar com a utilização da *Teoria dos Nós*[1] para a análise de nosso DNA.

A Lógica, particularmente a Lógica Matemática, despontou no século XX como um dos campos mais fascinantes e revolucionários do conhecimento humano. Diversas partes da Matemática, como a Álgebra, Teoria dos Números, Topologia Geral, Análise Combinatória, Teoria das Categorias, fizeram conexões espetaculares com a Ciência da Computação, Inteligência Artificial e Robótica, que se cruzam nas vizinhanças da Teoria da Computabilidade, de Funções Recursivas, Teoria dos Modelos e Análise não Convencional.

A Matemática faz-se presente também nas ciências humanas, isto é, aqueles ramos que têm o conhecimento dos fatos humanos como objeto. A situação de tais ciências é muito especial, visto que os fenômenos humanos somente muito recentemente foram considerados como passiveis de estudo científico. As ciências matemáticas e naturais constituíram-se no período em que prevalecia a concepção empirista e determinista da ciência. Não era possível realizar uma transposição integral e perfeita dos métodos, técnicas e teorias naturais para os estudos dos fatos humanos. As ciências humanas passaram a trabalhar, por analogia, com os fundamentos das ciências naturais. Para produzir fatos com validade científica, as ciências humanas utilizavam-se de esquemas abstratos lógicos, modelos e ferramentas matematicamente manipuláveis. Mesmo já ultrapassada esta concepção de analogia com as ciências da natureza, a Matemática ainda fornece modelos e ferramentas para análises, principalmente quantitativas, para as ciências humanas.

A formulação de juízos matemáticos a respeito de questões referentes às ciências humanas exige uma mediação que determine quais os pontos fundamentais em foco, reduzindo a complexidade do real, com suas inúmeras nuances, a alguns conceitos capazes de adequação a uma lógica matemática. Verifica-se, ainda, a importância da Matemática na Economia, quando se fala nas funções de produção, na teoria do

---

1 A *Teoria dos Nós* estuda as curvas no espaço, fechadas e sem autointerseções. Duas curvas são consideradas equivalentes se uma pode ser deformada continuamente de tal forma a ficar idêntica à outra. Na deformação, não podem ocorrer autointerseções, “rompimentos” ou colapsos (como um nó tão apertado que desaparece). http://matemateca.incubadora.fapesp.br/portal/matemateca/exposicao/nos/

crescimento econômico, nos cálculos da renda nacional, quando se quer demonstrar uma grandeza, ou mediante símbolos e dos gráficos.

A Matemática, porém, não se relaciona apenas com as ciências. Ela também exerce papel de destaque no mundo das técnicas. Os avanços ou descobertas matemáticas são, ao longo da história, geradores de benefícios à humanidade. As gerações sucessivas devem estar em condições de produzir mais saberes, avanços tecnológicos ou produção de artefatos que tornem a vida das pessoas mais dignas. Para isso, em cada área do conhecimento em que se aplicam direta ou indiretamente conceitos matemáticos, é preciso utilizar modelos ou ferramentas, não sendo possível negligenciá-los.

Assim sendo, podemos acentuar que dominar fundamentos da Matemática é uma condição necessária para a efetiva inserção social do cidadão. As projeções para um futuro próximo indicam que esta tendência ao domínio desse conhecimento tende a se intensificar. Muitos autores, quando analisam a complexidade desta Ciência, a dividem em diferentes ramos. Davis & Hersh (1995) definem a Matemática como a "ciência da quantidade e do espaço". Nesta definição, eles a entendem como constituída pela Aritmética e Geometria: a Aritmética como o estudo dos números de várias espécies, de regras de operação sobre números, e das situações do quotidiano em que estas operações são utilizadas. Já a Geometria, genericamente, é compreendida como o tratamento de questões sobre medidas e espaços, com base em um tratamento essencialmente dedutivo. Os autores enfatizam a noção de que, partindo de um número de ideias elementares tidas como óbvias, e tendo por base algumas regras bem definidas de manipulação lógica e matemática, a Geometria Euclidiana se desenvolve como outras áreas da Matemática, numa metodologia em que a hipótese conduz à conclusão, compreendendo esse processo dedutivo como demonstração.

Granger (1994) contribui para esta discussão, apresentando uma divisão da Matemática na consideração sobre seus objetos. Ele também assinala que, inicialmente, se distinguiram os objetos geométricos e os objetos aritméticos. Os primeiros referem-se às seções cônicas e aos poliedros regulares. Já os objetos aritméticos dizem respeito aos números inteiros positivos, o *Arithmus*. Estes dois objetos matemáticos eram verificados separadamente. A partir de estudos que colocaram em relação a teoria das "grandezas" e das "razões" entre grandezas, pelo lado da Aritmética, e o cálculo geométrico das grandezas, por outro lado, os dois objetos se aproximaram. Por meio da descrição de propriedades desses dois objetos, originou-se a Álgebra. Assim, constituíram-se as três grandes áreas de concentração da Matemática, conforme se aceita atualmente: Geometria, Aritmética e Álgebra.

Destas três áreas, a que trabalha com elementos mais marcadamente intuitivos é a Geometria (GRANGER; 1994). Esta disciplina pode ser descrita como um corpo de conhecimentos fundamental para a compreensão do mundo e participação ativa do homem na sociedade, pois facilita a resolução de problemas de áreas diversas do conhecimento e desenvolve o raciocínio visoespacial. Está presente no cotidiano desde a observação de estruturas de construção civil, na arquitetura das casas e edifícios, na planta baixa de terrenos, no artesanato, na tecelagem, nos campos de futebol, nas quadras de esportes, nas coreografias das danças e até na grafia das letras. Em muitas aplicações, precisamos dispor do conhecimento do espaço tridimensional para localização e estratégia de solução de situações práticas de movimento e ocupação de espaços.

Lorenzato (1995) ressalta elementos da Geometria que a tornam uma área da Matemática de suma importância. Ele afirma sua função essencial na formação dos indivíduos, pois possibilita uma interpretação mais completa do mundo, uma comunicação mais abrangente de ideias e uma visão mais equilibrada da Matemática. Representar geometricamente a situação problematizada possibilita inferências sobre dados concretos, mesmo quando o raciocino abstrato ainda traz dificuldades.

A Geometria ativa as estruturas cognitivas na passagem de dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização. Fainguelernt (1995) evidencia a noção de que a Geometria é tema integrador entre as diversas partes da Matemática, pois utiliza a intuição, o formalismo na axiomatização dos conceitos, a abstração na modelagem dos objetos matemáticos e a dedução na sua essência.

A Geometria é o grande campo de treino para o raciocínio lógico, e alguns matemáticos e educadores matemáticos entendem que seu estudo proporciona ao estudante um treino elementar nesse tipo de raciocínio (DAVIS & HERSH, 1995). O treino na utilização lógico-matemática dos conhecimentos de Geometria Euclidiana para resolução de problemas promove o desenvolvimento de habilidades visoespaciais e logicodedutivas, constituindo-se, assim, no raciocínio geométrico.

Ao analisar historicamente os currículos e programas escolares, Pavanello (1989) apresenta elementos que nos levam a compreender a razão pela qual o ensino da Geometria gradualmente desaparece do currículo das escolas brasileiras. A Geometria foi praticamente excluída do currículo escolar ou desenvolvida de maneira muito mais formal, com a introdução da Matemática Moderna, que exigiu a demonstração excessiva de teoremas e a utilização de uma linguagem estritamente simbólica, a linguagem dos conjuntos. Concomitantemente, presenciou-se a luta pela democratização do ensino que provocou a criação de turmas numerosas, dificultando assim o trabalho de verificação e experimentação, característico da Geometria intuitiva, que implicava a necessidade de um acompanhamento mais individualizado na relação professor aluno. Somada a essas mudanças, a formação pedagógica dos professores para o trabalho com a Matemática moderna os afastou do cuidado com os elementos de intuição característicos da Geometria. Assim sendo, as escolas passaram a não contar com profissionais habilitados para o trabalho com a disciplina.

As observações da autora acerca da prática de ensino da Geometria no nível fundamental a levam a acentuar que a Geometria é trabalhada como um tópico separado dos demais conteúdos e com a negação da necessária experimentação, verificação e manipulação indispensáveis ao desenvolvimento da intuição (PAVANELLO, 1989). A Geometria, na escola, é apresentada como um conhecimento pronto, onde as figuras são trabalhadas de forma estática. Dessa maneira, não se verifica nenhuma relação com os problemas cotidianos. As aplicações que envolvem conhecimentos de Geometria precisam de manipulação, que só pode ser traduzida se compreendidas pelo aluno.

Como vimos de demonstrar, a Geometria é considerada importante área a ser trabalhada no ensino, entretanto, ao analisar o trabalho realizado, no âmbito escolar, em torno dos conteúdos de Geometria, percebe-se o seu negligenciamento, seja pelo volume de horas a eles dedicado, seja na forma algébrica em que são trabalhados os conteúdos geométricos.

A desvalorização ou precariedade do ensino da Geometria implica perda de importante oportunidade para o desenvolvimento do raciocínio intuitivo do aluno, criando obstáculos e gerando dificuldades de ordem cognitiva. Na ausência de emprego da intuição, o conhecimento geométrico a ser produzido pelo aluno será, desde o início, trabalhado em níveis mais formais, isto é, com base na abstração e dedução. Desta maneira, a Geometria, por não ter sido inicialmente trabalhada com o tratamento intuitivo, produzirá prejuízos para os alunos também em seus aspectos formais. As dificuldades se produzirão sempre por falta da base intuitiva na construção dos primeiros conhecimentos geométricos pelos alunos. Os professores deixam de trabalhar a Geometria ou o pensamento intuitivo, com traços geométricos, o que propicia a construção do pensamento intuitivo, e passam a trabalhar com as ferramentas do cálculo, fortalecendo o raciocínio algébrico em detrimento do raciocínio geométrico.

Delimitação do Objeto

As discussões em torno do raciocínio geométrico têm importância fundamental para este trabalho, visto que objetivamos analisar o papel da mediação do professor de Geometria para a construção deste raciocínio. Em razão de lacunas na literatura, acerca deste conceito, serão utilizadas as contribuições de Van Hiele e van Hiele, sobre pensamento geométrico; as de Poincaré, a respeito do pensamento matemático; e as de Krutetskii, acerca do estilo de pensamento geométrico. Com respaldo nessas contribuições, apresentaremos um esboço de definição do que aqui compreendemos como raciocínio geométrico. Estas discussões serão aprofundadas no quadro teórico exposto adiante.

Goldenberg (1998) afirma que o ensino de Geometria deve se realizar como um veículo para construir hábitos de pensamento. Propõe olhar a Geometria e o seu ensino de novas maneiras. Para ele, os professores têm que ver como os resultados em Geometria participam da construção de uma estrutura matemática mais geral. O autor discute ainda a noção de que os professores necessitam perceber que a obtenção de tais resultados é lenta, pois o aluno desenvolve conjecturas baseadas na experiência, tenta justificá-las, desenvolve novas práticas sobre o que tinha aprendido e depois refina essas possibilidades. Este ponto de vista envolvendo "hábitos de pensar" impõe a presença de suportes que propiciem a experimentação, isto é, o desenvolvimento de atividades que ponham poder experimental nas mãos de estudantes e professores. O objetivo dessa experimentação pode ser verificar fatos matemáticos (teoremas, axiomas, lemas) descobertos, ou desenvolver "formas de pensar" que conduzam à descoberta, ou ainda à compreensão de fatos e a verificação de que eles são fatos matemáticos. Goldemberg (1998) acentua, ainda, que a experimentação na sala de aula toma a direção determinada pelos materiais curriculares e pela interpretação imposta pelos professores sobre estes materiais, ou seja, pela mediação realizada durante a atividade.

A elaboração das construções geométricas, com régua e compasso, promove o desenvolvimento de uma habilidade motora que, aliada à utilização de conceitos de Geometria Plana, propicia a manipulação e a experimentação. Para utilizar conscientemente os instrumentos como recurso para a solução de problemas de Geometria, porém, torna-se necessário exercitar a justificativa matemática, ou seja, a cada passo da construção, no traçado de uma reta ou ponto, necessita-se explicitar a compreensão da aplicação de um conceito. À medida que se praticam as construções geométricas, integrando o traço geométrico com os conceitos de Geometria Plana, desenvolve-se o pensamento geométrico. A contínua elaboração desse pensamento dará origem ao raciocínio geométrico, um raciocínio específico na utilização desses conceitos.

A ausência do estudo de Geometria com traço geométrico suprime a habilidade de experimentar e manipular esses conceitos. A abstração é procedida sem base de verificação, comprometendo a construção do raciocínio geométrico. Daí a importância de manter a disciplina Desenho Geométrico nos cursos de Licenciatura, porque, na formação inicial desse futuro professor de Matemática, é importante que essa base conceitual seja sedimentada para a elaboração do raciocínio geométrico.

Nas diferentes perspectivas do ensino de Geometria apresentadas neste texto, todas elas valorizam o componente visual nos aspectos do raciocínio geométrico. A importância deste no ensino/aprendizagem da Geometria, bem como a relevância dos mecanismos essenciais à construção de conceitos, o desenho e as construções geométricas são mostrados como de suma importância. Assim, sabendo que o raciocínio geométrico é difícil de ser desenvolvido, parece-nos imprescindível que os processos cognitivos que o acompanham devam ser explicitados, a fim de que se possa, não só diminuir os problemas de aprendizagem que normalmente o acompanham, como também identificar os modos de pensamento visual com que os alunos lidam.

Desde que ingressamos na Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará-UECE, participamos de pesquisas que reúnem conteúdos de Geometria, formação de professor e Metodologia de Ensino na Matemática. Outras experiências após a graduação, como pesquisadora, foram agregadas ao nosso currículo, continuando a estudar os problemas de ensino e aprendizagem da Geometria. Aprofundamentos teóricos levaram-nos a questionar a atuação do professor como mediador desse conhecimento, a utilização dos recursos tecnológicos e a atuação do aluno como produtor do seu conhecimento.

Esta pesquisa trata especificamente de questões relativas à Geometria Plana como campo de estudo e produção de saber matemático. Destaca-se, particularmente, o conhecimento dessa área para o desenvolvimento de um raciocínio específico, que valoriza aspectos intuitivos da criação intelectual – o raciocínio geométrico.

As experiências e o aprofundamento teórico desenvolvido no projeto inicial deste trabalho sinalizaram para o seguinte questionamento: a disciplina Desenho Geométrico, por meio do ensino das construções geométricas, pode conduzir o aluno de licenciatura em Matemática à elaboração de um raciocínio geométrico? Este raciocínio, uma vez elaborado, pode contribuir para a modificação de sua futura prática docente para o ensino de Geometria?

O conhecimento e o convívio com o trabalho de construções geométricas nos conduziram ao interesse em desenvolver este trabalho, que tem como objetivo: *analisar a mediação realizada em sala de aula para a construção do raciocínio geométrico dos alunos da disciplina Desenho Geométrico*. Este desmembrou-se nos seguintes objetivos: analisar os conceitos prévios dos alunos que ingressam na disciplina Desenho Geométrico; descrever a percepção do professor em relação à Geometria com traço geométrico para o desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno de Licenciatura; analisar a mediação docente nos aspectos de utilização de instrumentos e signos para a construção de conceitos de geometria; avaliar a construção do raciocínio geométrico dos alunos após o trabalho na disciplina de Desenho Geométrico.

2. A MEDIAÇÃO NA PERSPECTIVA SÓCIO-HISTÓRICA E A CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO

Neste capítulo, encontram-se os elementos teóricos fundamentais às análises da mediação vivenciada em sala de aula, na disciplina Desenho Geométrico.

2.1. A Mediação

Este estudo tomou como fundamentação teórica aspectos da teoria sócio-histórica de Vygotsky. Particularmente, foram observados os princípios da lei fundamental do desenvolvimento, a formação de conceitos, bem como o conceito de zona de desenvolvimento proximal (ZDP), para estudar o desempenho dos alunos nas atividades de construção geométrica, mediadas pedagogicamente.

A teoria sócio-histórica teve sua origem com L. S. Vygotsky e um grupo de pesquisadores russos. O trabalho desses pesquisadores procurou identificar de que forma as características tipicamente humanas, denominadas de processos psicológicos superiores, se desenvolvem durante a vida de um ser humano. Esses resultam das interações vivenciadas pelos seres humanos, ao longo de sua existência, em seu contexto sociocultural. Os processos psicológicos superiores foram caracterizados por Vygotsky como constituídos no contexto social, voluntários, intencionais e mediatizados (PASSERINO; 2000). Eles são voluntários porque regulam a ação mediados por um controle idiossincrásico. São intencionais, porque regulados conscientemente; mesmo um processo superior que passe por um longo desenvolvimento e a ser automatizado continua sendo consciente; Vygotsky denominou esse processo de fossilização, no sentido de tornar-se base para outras estruturas que serão ainda produzidas. Eles são mediatizados pelo uso de instrumentos e signos. “O uso de signos conduz os seres humanos a uma estrutura específica de comportamento que se destaca do desenvolvimento biológico e cria novas formas de processo psicológicos enraizados na cultura.” (VYGOTSKY, 1998).

Os trabalhos de L. S. Vygotsky têm significativa importância para a compreensão do desenvolvimento do indivíduo, e seus construtos estão assentes na lei fundamental do desenvolvimento. De acordo com essa lei, “todas as funções psicológicas superiores aparecem duas vezes no curso do desenvolvimento da criança: a primeira vez nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções interpsíquicas; a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, como funções intrapsíquicas." (VYGOTSKY, 1998).

O homem é um ser biológico que nasce com funções vitais e se humaniza através na convivência social com outros homens e na interação e apropriação dos bens culturais. À medida que ele interage em sociedade e com a natureza, criam-se necessidades de gerar mediadores, que são os instrumentos e os signos, cuja utilização caracteriza o funcionamento dos processos psicológicos superiores.

Os instrumentos são criações materiais ou abstratas que possibilitam ao homem interagir para modificar o meio e outras pessoas. O signo é uma produção humana, subjetiva, que atua como elemento mediador, operador, conversor das relações sociais em funções mentais. Pela atuação intencional do homem sobre o meio e as pessoas por intermédio de instrumentos, a atividade é reconstituída mentalmente com o emprego de signos modificando as estruturas mentais. Quando esse homem volta a agir sobre o meio e as outras pessoas, traz outros significados agregados decorrentes da internalização da ação anterior e produz novos instrumentos, incorporando mais significados na operação mental com esses mediadores. Pela contínua ação do homem sobre o meio, ele se modifica e se reconstrói ampliando sua visão de mundo, humanizando-se. Este fenômeno pode ser percebido na ilustração da Figura 1.

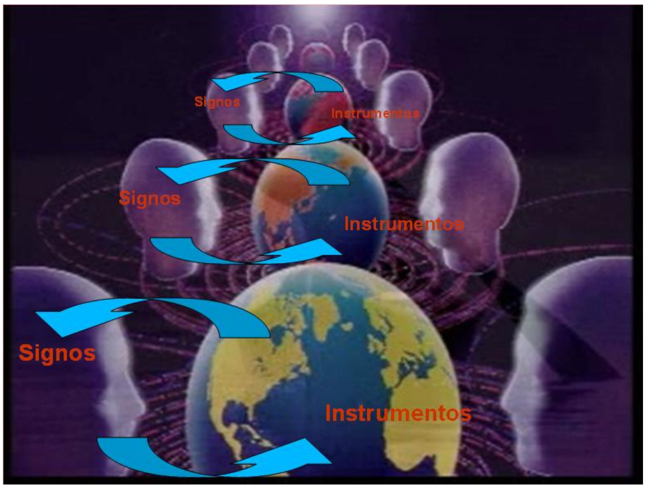


Figura 1 – Interação do indivíduo para a construção do conhecimento

Adaptação foto web

A possibilidade de operar mentalmente não constitui necessariamente relação direta com o mundo real fisicamente presente. A relação pode ser mediada pelos signos internalizados que representam os elementos do mundo, libertando o homem da necessidade de interação concreta com os objetos de seu pensamento.

Nas construções geométricas, utilizam-se continuamente instrumentos e signos para a construção de conceitos. Com o emprego de instrumentos abstratos, como fórmulas e axiomas, e de instrumentos concretos como a régua e o compasso, professor e alunos agem na resolução de problemas com o uso do raciocínio geométrico, construindo signos e significados dessas ações. Na utilização dos conhecimentos produzidos anteriormente, os sujeitos do conhecimento passam à produção de outros signos e significações, promovendo o desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno.

Vygotsky (1998) destaca a ideia de que a atividade mediada muda fundamentalmente as operações psicológicas. O uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar. Pode-se, então, cunhar a expressão psicológica superior como referência à combinação entre o instrumento e o signo na atividade psicológica. Assim é que Vygotsky (1998) afirma que: “a analogia entre signo e instrumento repousa na função mediadora que os caracteriza”.

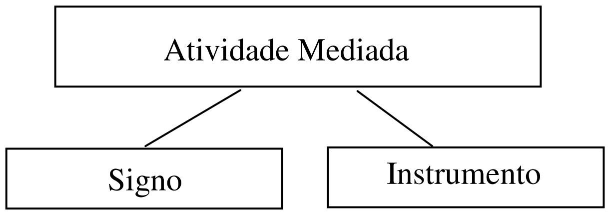


Figura 2 – Atividade mediada
(VYGOTSKY; 1998)

Em um processo dialético, as mudanças na vida mental articulam-se com mudanças na vida social e material, e a interação é compreendida como um comportamento mediado. Ao longo do desenvolvimento do indivíduo, as relações mediadas passam a predominar sobre as relações diretas. A relação com o mundo torna-se essencialmente mediada. Segundo Vygotsky (1998), os instrumentos são mediadores do trabalho humano, assim como os signos atuam como mediadores da atividade pedagógica.

Dentre as funções psicológicas superiores estão: atenção, memória, formação de conceitos, compreensão, pensamento. São funções envolvidas na construção do conhecimento do indivíduo. Para Vygotsky (1998), não podemos dissociar o processo de aprendizagem do conceito de memória. Ele se constitui de dois tipos fundamentalmente diferentes: a memória natural e a social. O primeiro se caracteriza pela retenção das experiências reais e está muito próximo da percepção, uma vez que surge como consequência direta dos estímulos externos sobre os seres humanos. Este tipo de memória servirá como base para a construção da memória social. O segundo tipo é constituído pelas condições específicas do desenvolvimento social. Mesmo nas operações simples, a operação de memória vai além das dimensões biológicas do sistema nervoso humano, permitindo incorporar a ele estímulos artificiais ou produzidos pelo indivíduo – os signos.

Para a formação de conceitos, Vygotsky ressalta a necessidade da existência de um problema que o sujeito não tem ainda condições de solucionar. Ante tal carência, ele tem de empreender esforços no sentido de realizar a formação de um novo conceito (VYGOTSKY, 1998). Para a formação de conceitos, necessita-se do emprego funcional das palavras ou de outros signos, como meios para dirigir ativamente a atenção, analisar e destacar seus atributos, abstraí-los e sistematizá-los. O signo e a palavra é que permitem ao indivíduo dominar e dirigir as próprias operações psíquicas, controlando o curso de sua atividade e orientado-a de forma a resolver a tarefa proposta.

Segundo Vygotsky (2001) a construção do conceito passa por um processo caracterizado em três estágios: agrupamentos sincréticos, formação de complexos e formação de conceitos propriamente dita. O estágio de *agrupamento sincrético* caracteriza-se pela realização de agrupamentos sem fundamento interno, sem estabelecer relações entre os elementos, denotando a extensão difusa e não dirigida do significado da palavra ou do signo que a substitui. No estágio de *formação de complexos,* realizam-se conexões, por meio de agrupamentos sobre relações objetivas realmente existentes entre os objetos. O estágio de *formação de conceitos* pode ser dividido em fase da *abstração* e fase dos *conceitos potenciais (*FACCI*,* 2004*)*. Para Vygotsky (2001), a construção real do conceito ocorre quando uma série de atributos, que haviam sido abstraídos, sintetiza-se de novo, e quando a síntese abstrata, conseguida desse modo, se converte na forma fundamental do pensamento mediante o qual o indivíduo percebe e atribui sentido à realidade que o rodeia.

Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) é um importante conceito para a análise do ensino e aprendizagem. A importância do trabalho social aparece nesse conceito que relaciona o nível do desenvolvimento individual com as interações sociais e leva em conta os conhecimentos prévios do indivíduo. Vygotsky (1998) define ZDP como

> “a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes”.

Para o autor, existem pelo menos dois níveis de desenvolvimento: um real, determinado pelo que o aluno é capaz de fazer sozinho, e um potencial, caracterizado pela capacidade para aprender com a ajuda de outra pessoa. Considerando-se esses dois níveis de desenvolvimento, postula-se a ideia de que a aprendizagem interage com o desenvolvimento. No caso deste trabalho, o professor, tomando conhecimento dos diferentes níveis de desenvolvimento dos alunos, pode atuar sobre a ZDP, utilizando-se de instrumentos e signos, trabalhando pela interação professor-aluno ou dos pares, no sentido de desenvolver o raciocínio geométrico. Na perspectiva Cury (1997), a ZDP pode ser constatada em sala de aula, no momento em que o aluno não consegue resolver o problema sozinho, mas o faz apoiado em elementos fornecidos pelo professor ou no engajamento com os colegas. O autor ressalta que a aprendizagem se constrói na interação social antes de internalizar-se no indivíduo.

Um dos papéis importantes do professor em um ambiente educativo é o da mediação. Mediação, segundo Borges Neto (1999), corresponde a atitudes tomadas pelo professor para orientar, direcionar as atividades do aluno na investigação, ou descoberta, ou redescoberta de um conceito. Essa mediação deve suceder o mais próximo possível, no sentido temporal, da necessidade do aluno, atuando de forma direta ou indireta.

A mediação em Feuerstein (FEUERSTEIN apud SOUZA; 2004) é um ato de interação de um mediador com um mediado. A Figura 3 ilustra as diferentes posições dos sujeitos neste processo. “O mediador (H) aparece em dois momentos: primeiramente entre o estímulo (S) e o organismo (O) e depois entre o organismo (O) e a resposta (R)”. Ao lado do reconhecimento da possibilidade de o indivíduo aprender sozinho em exposição direta ao mundo, o autor ressalta a importância da experiência de aprendizagem mediada.

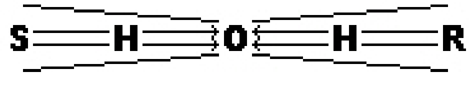


Figura 3 – Esquema de aprendizagem mediada
(FEUERSTEIN, apud SOUZA; 2004)

O fundamento da mediação é transmitir a outros um mundo de significados, ou seja, a cultura, entendida como um conjunto de características que um povo tem em comum (SOUZA, 2004). Pela mediação, o mediado adquire os prerrequisitos cognitivos necessários para aprender, beneficiar-se da experiência e conseguir modificar-se. A mediação deve ser um processo deliberado, intencional, que estimula a busca do significado.

Feuerstein (FEUERSTEIN apud SOUZA; 2004), aceitando as determinações da lei fundamental de desenvolvimento, ressalta o papel do mediador humano no momento da interação real de pessoas, visto que esta é indispensável para que a função seja interiorizada e de melhor qualidade.

2.2. A Construção do Raciocínio Geométrico

Neste trabalho, analisamos especificamente o papel da mediação na construção do raciocínio geométrico. Considerando a carência de estudos a este respeito, foram tomados autores que analisaram aspectos do raciocínio intuitivo, fundamento do raciocínio geométrico. Com amparo em suas contribuições, propomos uma definição de raciocínio geométrico a ser tomada como base para as análises que serão realizadas neste trabalho. Utilizaremos os estudos do Modelo van Hiele e van Hiele de Desenvolvimento do Pensamento Geométrico, a definição do pensamento matemático de Poincaré e os estilos cognitivos de Krutetskii.

O Modelo van Hiele e van Hiele é uma teoria de construção do pensamento geométrico que resultou das pesquisas de Dina van Hiele e van Hiele Geldof e Pierre Van Hiele e van Hiele desenvolvidas durante o doutorado na Universidade de Utrecht, na Holanda, em 1957 (PEREIRA & SILVA, 2005).

Trata-se de um método de compreensão do pensamento geométrico que consiste em cinco níveis sequenciados de verificação. Os níveis, denominados “visualização”, “análise”, “dedução informal”, “dedução formal” e “rigor” descrevem características do processo de pensamento. A partir de experiências educacionais apropriadas, como seleção de situações-problema envolvendo figuras geométricas, o aluno move-se sequencialmente desde o nível inicial, ou básico (visualização), até o nível mais elevado (rigor).

O Modelo define que o Nível 0 (zero), ou nível básico, é um momento de visualização. Neste estágio inicial, os alunos percebem o espaço apenas como algo que existe em torno deles, sem nenhuma relação lógico-dedutiva. O espaço é simplesmente observado e as propriedades das figuras não são explicitamente reconhecidas. No Nível 1 (ou análise), começa uma análise comparativa dos conceitos geométricos. Em seguida, no Nível 2 (dedução informal), os alunos conseguem estabelecer inter-relações de propriedades tanto dentro de figuras, como também com elas próprias. No Nível 3 (ou dedução), os alunos estabelecem relações entre as propriedades e as representações das figuras, compreendendo o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. E, por fim, o Nível 4 (ou rigor) é aquele que diz respeito aos aspectos abstratos e formais da dedução. Nele o aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, podendo-se estudar geometrias não euclidianas e comparar sistemas diferentes. A Geometria passa a ser vista no plano abstrato.

O Modelo van Hiele e van Hiele pode ser aplicado no ensino das construções geométricas. Os problemas de solução geométrica solicitam uma *visualização* do esboço da solução, para uma *análise* de como caminhar na construção, de forma a produzir traços aceitáveis, verificados numa *dedução informal* da utilização de conceitos de Geometria Euclidiana, apreendendo os passos corretos e *formalizando* no *rigor* da justificativa matemática a construção geometricamente aceita.

Julies Henri Poincaré[2] descreveu duas formas distintas de pensamento matemático pela identificação de duas tendências opostas: uma guiada pela intuição e outra pela lógica. Destacou a ideia de que a intuição era indispensável para criar generalizações, produzir hipóteses férteis, enquanto a Lógica e a prova rigorosa serviam para justificar e estabelecer fundamentos sólidos do conhecimento matemático. Poincaré (1984) acrescentou que não era o assunto que os matemáticos estudavam que determinavam uma ou a outra tendência de pensamento, mas era a própria natureza de seus espíritos que os tornava lógicos ou intuitivos, e faziam uso desse espírito quando estudavam algo novo. Ele chamou os lógicos de analistas e os intuitivos de geômetras e

[2] Jules Henri Poincaré (1854-1912) nasceu em Nancy, na França, filho de uma família influente na sociedade da época. Seu pai era professor na Universidade de Nancy e o tio, Antoine, engenheiro. Vários membros de sua família tornaram-se conhecidos, tanto na política quanto na vida intelectual da França, principalmente Raymond Poincaré, presidente da França durante a Primeira Guerra Mundial. Aos 25 anos obteve Doutorado em Ciências Matemáticas com uma tese sobre equações diferenciais. Seu pensamento influenciou a Matemática, a Física e a Filosofia, desde a Teoria de Funções e Topologia, até um modo particular de pensar o mundo e sua lógica.

afirmou que uns podiam permanecer analistas mesmo quando abordavam Geometria, e outros podiam permanecer geômetras mesmo estudando análise pura (POINCARÉ; 1995).

Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968) analisou as habilidades matemáticas tomando por base o ambiente restrito da resolução de problemas. Para ele, o talento matemático somente é avaliável durante a resolução de problemas, não sendo passível de observação em outras circunstâncias sociais. Sugere ainda que, em áreas diversas da Matemática, exigem-se habilidades diferentes.

A intenção dos estudos de Krutetskii não era investigar apenas o que havia nos estudantes considerados matematicamente capazes, ou seja, que características eram peculiares a eles. Ele também investigou o que os estudantes considerados matematicamente menos capazes não tinham, que qualidades psicológicas individuais eram insuficientes e, por outro lado, sua relativa condição de capacidade para estudar Matemática.

O trabalho desenvolvido por V. A. Krutetskii (Rússia – 1917/1991) fez emergir algumas diferenças tipológicas básicas na estrutura de talento matemático que caracterizam a constituição matemática da mente. Ele considerou que a existência de estilos matemáticos está relacionada com o papel relativo aos componentes verbal-lógico[3] e visual-pictórico[4] na atividade mental de estudantes. Com esse estudo, foram identificados três estilos diferentes: analítico, geométrico e harmônico, este dividido em abstrato-harmônico e pictório-harmônico.

No estilo analítico, o pensamento dos estudantes é caracterizado pela predominância de um "bem desenvolvido" componente verbal-lógico em contraposição a um "fraco desenvolvimento" do componente visual-pictórico. Os indivíduos portadores desse estilo operam facilmente com esquemas abstratos; na resolução de problemas, não sentem necessidade de um apoio visual, como diagramas e figuras geométricas, mesmo quando as relações matemáticas fornecidas pelo problema sugerem conceitos visuais.

No estilo geométrico, o pensamento dos estudantes é caracterizado pela existência de um "bem desenvolvido" componente visual-pictórico e de um "bem desenvolvido" componente verbal-lógico. Os indivíduos classificados como possuidores do pensamento em estilo geométrico possuem um elevado desenvolvimento de

[3] O componente verbal-lógico descreve uma imagem visualmente percebida.
[4] O componente visual-pictórico reconhece uma imagem visual.

conceitos espaciais, fazem operações relacionadas com a análise dos diagramas, desenhos e gráficos mais facilmente do que operações relacionadas com a análise de conceitos e definições.

Para Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), esses estilos de pensamento matemático não são mutuamente excludentes, já que o estilo analítico não se manifesta somente diante de problemas de solução algébrica, do mesmo modo que o estilo geométrico não se mostra apenas em soluções geométricas. Uma constituição analítica da mente pode se fazer presente também na Geometria e uma constituição geométrica da mente pode permear a Álgebra. Como ilustração, vejamos um exemplo simples de cálculo das raízes da equação $2x^2 + 3x + 1$. Uma mente matemática cujo pensamento fosse analítico passaria a elaborar a aplicação direta da fórmula de Bhaskara, mas uma mente de constituição geométrica poderia pensar em x^2 como um quadrado de lado x; x como um retângulo de lados 1 e x com área igual a x, e 1 como um quadrado de lado 1 cuja área seria igual a 1, conforme ilustração a Figura 4.

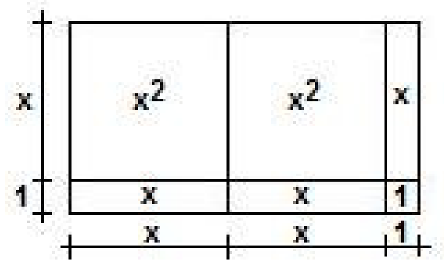


Figura 4 – Representação geométrica de um polinômio

No estilo harmônico, os estudantes possuem como característica um equilíbrio relativo dos componentes verbal-lógico e visual-pictórico, sendo que ambos os componentes são bem desenvolvidos. Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968) verificou, ao analisar estudantes capazes em Matemática, que uma maioria significativa deles possuía a característica do estilo harmônico. No Quadro 1, é possível verificar as características de cada uma das tendências do estilo harmônico.

Quadro 1 – Diferenças entre os estilos visual-harmônico e visual-pictórico		
	Abstrato-harmônico	Pictórico-harmônico
Ambos podem descrever relações matemáticas igualmente bem por recursos visual-pictórico, porém,	Não sente essa necessidade e não se esforça para fazer dessa forma.	Sente uma necessidade e frequentemente depende de esquemas gráficos durante a resolução.
O apoio de meios visual-pictóricos	É de pouco auxílio.	Simplifica a resolução.
Se necessário pode	Recorrer à ajuda de imagens visuais.	Resolver um problema sem apoio de modelos visual-pictóricos.
Analisando conteúdo matemático prefere iniciar com	Formulações verbal-lógicas.	Recursos visual-pictóricos.

Fonte: *(WIELEWSKI, 1968)*

Com base nas contribuições de Van Hiele e van Hiele, Poincaré e Krutetskii, definimos neste trabalho o raciocínio geométrico como um *conjunto de habilidades humanas utilizadas para visualizar situações matemáticas no plano e no espaço, representar através do desenho, de gráficos e da linguagem simbólica, conjecturar sobre situações com problemas geométricos, e analisar situações algébricas*. É este tipo de raciocínio que abordaremos no capítulo de análise de dados.

3. CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS

Neste capítulo, encontram-se os elementos fundamentais às análises dos requisitos conceituais que os alunos possuem no inicio da disciplina e dos que eles adquirem ao final das aulas, observados na aplicação das *LISTAS DE EXERCÍCIO I* e *II* com a entrevista clínica junto aos cinco alunos da disciplina Desenho Geométrico.

3.1. Histórico do Ensino de Geometria com Traço Geométrico

O ensino oficial de Matemática no Brasil tem registro em lei de 15 de outubro de 1827. Em seu artigo sexto, está escrito que

> "Os professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de aritmética, prática de quadrados, decimais e proporções, as noções mais gerais de *geometria prática*, a gramática de língua nacional, e os princípios de moral

> cristã e da doutrina da religião católica e apostólica romana, proporcionados à compreensão dos meninos; preferindo para as leituras a Constituição do Império e a História do Brasil." (Art. 6º - Lei Geral de 1827. Grifo nosso).

As noções gerais de Geometria restringiam-se à classificação de figuras, seu reconhecimento e aplicação das respectivas nomenclaturas. Os alunos deveriam utilizar esses conhecimentos para aplicação prática em profissões artesanais de manuseio com a madeira e outras matérias-primas que pudessem modificar e produzir objetos artísticos. Esses conhecimentos ajudariam no acabamento das peças. Em condições mais gerais, deveriam dotar o aluno de conceitos de Geometria para ler e reconhecer figuras planas no espaço em que viviam. Não havia nenhuma preocupação em desenvolver conhecimentos mais sofisticados nos alunos, apenas uma formação geral de saberes que fossem práticos e facilitassem a comunicação. Desenvolvia-se um mínimo de raciocínio geométrico, não pelas mãos do professor, mas pela prática e aprendizagem com artesões leigos.

A mesma Lei Geral determina que

> "as Mestras, além do declarado no Art. 6º, com exclusão das *noções de geometria* e limitado à instrução de aritmética só as suas quatro operações, ensinarão também as prendas que servem à economia doméstica; e serão nomeadas pelos Presidentes em Conselho, aquelas mulheres, que sendo brasileiras e de reconhecida honestidade, se mostrarem com mais conhecimento nos exames feitos na forma do Art. 7º" (Art. 12º - Lei Geral de 1827).

A formação de pessoas que fossem aproveitadas no trabalho intelectual ficou restrita aos homens, pelo caráter discriminatório da instrução básica, privilegiados de uma população com projeção em atividades políticas e econômicas. A Geometria foi tratada como um conhecimento muito sofisticado e proibido às mulheres, observando-se a ausência de artesãs.

Algumas décadas mais tarde, a compreensão da necessidade de garantia dos conhecimentos a uma camada mais ampla da sociedade foi expressa pelo do Decreto nº 8.910, de 17 de março de 1883. O *Regulamento ao Asylo de Menores Desvalidos*, prevê que

> "o ensino do *Asylo* compreenderá: Instrução primaria do 1º e 2º grau; álgebra elementar, *geometria plana* e mecânica aplicada ás artes; História e geografia do Brasil; Musica vocal e instrumental; *Desenho* e escultura; Ginástica; Os

ofícios mecânicos de: Alfaiate, Encadernador, Sapateiro, Marceneiro e empalhador, Carpinteiro, Latoeiro" (Decreto 8.910; Art. 15. Grifo nosso).

O perfil do profissional já exigia que ele compreendesse o mundo e interagisse para se inserir na vida produtiva. O conhecimento de Geometria Plana daria suporte à habilidade para artes, pelo desenvolvimento de percepção, razão e proporção. Esse reconhecimento promoveu uma inserção, no currículo, do conteúdo de Geometria pela necessidade de habilidades viso-espaciais. As artes deveriam ultrapassar os trabalhos produzidos pelos artesãos e proporcionar conhecimentos para a pintura, e a escultura.

Registros oficiais de parâmetros de orientação ao ensino de Matemática no Brasil são ações isoladas e descontinuas. A organização do ensino de Matemática se efetivou no Colégio Pedro II[5], no Rio de Janeiro, no começo do século XX.

No final da década de 1920, Euclides Roxo, diretor do Internato do Colégio Pedro II, decidiu enfrentar problemas relativos ao ensino da Matemática. A disciplina, nas estruturas tradicionais da época, costumava trabalhar prioritariamente o pensamento lógico e seus métodos de ensino enfatizavam os aspectos formais. Os conhecimentos tinham um caráter estático e desligado das aplicações práticas. Até este período o ensino de Aritmética, Álgebra e Geometria era ministrado separadamente. Ante deste quadro Roxo propôs uma mudança curricular e metodológica, impulsionado por movimentos internacionais de renovação da disciplina, que tiveram inicio no final do século XIX.

A proposta de Euclides Roxo representou profunda e radical mudança no programa de Matemática para o Colégio Pedro II. Buscava unificar as diferentes matemáticas, situando-as sob a regência de um professor que dominasse as suas diferentes áreas. Desta forma, o professor poderia articular os conhecimentos, proporcionando melhor formação ao alunado. Reconhecia-se que a Aritmética, a Álgebra e a Geometria não poderiam ser tratadas separadamente, pois assim poderia haver negligência e supressão de conteúdos. Evidenciava ainda que a escolha da matéria a ensinar teria em vista as aplicações da Matemática ao conjunto das outras disciplinas, ou seja, a interdisciplinaridade. As ideias de Euclides Roxo eram baseadas

[5] O Colégio de Pedro II, cuja primeira sede se situa na atual Avenida Marechal Floriano, no centro do Rio de Janeiro, originou-se do Seminário dos Órfãos de São Pedro, criado em 1739, por Frei de Guadalupe, "para criação de meninos nas costas da igreja de São Pedro". Recebeu diversos nomes: Seminário de São Joaquim, e Imperial de São Joaquim até receber a denominação de Colégio de Pedro II. Transformou-se em Instituto de Ensino Secundário pelo decreto de 2 de dezembro de 1837.

principalmente nas noções reformistas de Felix Klein[6], que haviam sido implantadas na Alemanha e vinham sendo difundidas pelo IMUK[7], atual *International Comission Mathematical on Instruction* (ICMI). Esse movimento, além de ter sido o primeiro movimento internacional nesse sentido, foi também, na época, o único entre todas as disciplinas escolares.

Essa reforma foi aceita e, posteriormente, homologada pelo decreto nº. 18.564 de 15 de janeiro de 1929. A proposta de Euclides Roxo era implantar gradativamente tais mudanças, ou seja, em 1929 seria alterado apenas o primeiro ano do curso; em 1930 o segundo e assim sucessivamente, até que todas as séries do ensino secundário (composto de quatro séries) estivessem seguindo as novas orientações.

Lorenzato (2006), ao referir-se à proposta de Euclides Roxo, ressalta como ponto fundamental a unificação das Matemáticas. Para ele, o não estudo de uma parte da matemática acarreta o não desenvolvimento do tipo de pensamento referente a essa parte, o que compromete o todo.

O ensino do Desenho Geométrico também data da época das reformas no ensino de Matemática propostas por Euclides Roxo. Considerando que o movimento foi influenciado pelo geômetra Felix Klein, é evidente que a Geometria ganhou destaque. Abandonou-se a ênfase na sua algebrização e passou-se a enfatizar o caráter intuitivo da Geometria. Assim sendo, as figuras da Geometria plana auferiram visão pública, fazendo com que o Desenho Geométrico fosse valorizado como um instrumental capaz de favorecer a aprendizagem na perspectiva do aluno. O Desenho Geométrico permaneceu oficialmente por 40 anos consecutivos nos currículos escolares, de 1931 a 1971. Essa situação se manteve, apesar da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1961, a qual determinava que o Desenho não era disciplina obrigatória. Vemos surgir, nesta época, os primeiros sinais de desprestígio dessa área do conhecimento (ZUIN, 2002).

---

[6] Felix Klein (1849-1925) foi um matemático nascido em Düsseldorf, antiga Prússia, atual Alemanha, que ficou conhecido por suas pesquisas na Geometria não-Euclideana. Herdeiro do trabalho de Plücker, colega de Engel e contemporâneo dos fundadores da Topologia, de Morgan, Jordan e Poincaré, Klein deu uma importantíssima contribuição às teorias do Grupo e da Função, desenvolveu a Geometria de Riemann e a teoria das funções. As primeiras descobertas matemáticas importantes de Klein foram feitas em 1870 em colaboração com Marius Lie. Em 1875, Klein casou-se com Anne Hegel, neta do filósofo Georg Wilhelm Friedrich Hegel.

[7] Internationale Mathematische Unterrichtskommission (1908), atual *International Comission Mathematical on Instruction* (ICMI).

Com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional de 1971 (Lei nº 5.692/71), os currículos escolares no Brasil foram objetos de grandes mudanças. Dentre outras, foram criados um núcleo das disciplinas obrigatórias e outro núcleo de optativas, as quais poderiam integrar a parte diversificada do currículo. Como parte do núcleo obrigatório, criou-se a disciplina Educação Artística, a qual passou a integrar os currículos tanto de 1º quanto de 2º graus (o que corresponde hoje ao ensino fundamental e médio, respectivamente). Em virtude da existência de tal disciplina obrigatória, e haja vista a limitação de carga horária curricular, o Desenho Geométrico passou a constituir disciplina optativa. Deste modo, muitas escolas aboliram o ensino de Desenho Geométrico, e com este o trabalho com as construções geométricas.

A eliminação da exigência das construções geométricas com régua e compasso nos exames vestibulares de Arquitetura e Engenharia, no inicio da década de 1970, também contribuiu para que algumas escolas não inserissem o Desenho Geométrico na parte diversificada do currículo. Para Zuin (2002), todos estes fatos se entrelaçaram fortemente para o abandono desse conteúdo em escolas de ensino básico.

O abandono do Desenho Geométrico não se realiza na totalidade das escolas. Estudos verificaram que várias delas mantiveram as construções geométricas utilizando os espaços das aulas de Educação Artística. Para atender a esta demanda, foram editados livros com o programa voltado para o Desenho Geométrico (ZUIN, 2001).

Esse fato demonstra a valorização desse saber por determinados grupos sociais, os quais compreendiam e adotavam os conhecimentos de Geometria como diferencial para profissionalização do aluno. O ensino das construções geométricas permaneceu em escolas profissionalizantes como as escolas técnicas e industriais, e em escolas particulares cujo currículo oferecia ao aluno um diferencial em disciplinas profissionalizantes. As construções geométricas eram prerrequisitos básicos em cursos de Desenho Mecânico, Edificações, Eletrotécnica, entre outros. A qualidade das construções geométricas nesses cursos, no entanto, era comprometida pela superficialidade dos conteúdos, com a construção dos traçados com pouca exploração dos conceitos de Geometria Euclidiana. Os conhecimentos de Desenho Geométrico eram voltados para a técnica com valorização dos algoritmos de construção, tornando as construções geométricas mal aprofundadas e com pouca contribuição para o raciocínio geométrico. Esses conhecimentos eram formatados para serem explorados numa disciplina denominada Desenhos Técnicos, que "procurava apenas dar as informações básicas para atender às necessidades dos profissionais daquelas áreas" (ZUIN, 2001).

O ensino das construções geométricas como parte do currículo de cursos profissionalizantes abriu um espaço para a produção de livros didáticos nesta área. Na década de 1980 algumas editoras lançaram coleções de Desenho Geométrico. Esse fato evidencia uma revalorização do conhecimento de geometria através do desenho pelas construções geométricas. Mas, como oficialmente as orientações curriculares não obrigavam nem mencionavam a inserção desse conteúdo no ensino, os livros em pouco tempo deixaram de ser produzidos devido à sua não adoção pelas escolas.

Em 1996, com a publicação das Novas Diretrizes para Educação Básica no Brasil (LDB, 1996), tornou-se a discutir o ensino de matemática. Em 1998, com a publicação dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais para o 3º e 4º ciclo do Ensino Fundamental e posteriormente, com a publicação dos PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, demonstrou-se oficialmente a preocupação com a inserção das construções geométricas no currículo de Matemática. A proposta enfatizou os traçados geométricos com régua e compasso, como forma de trabalhar a Geometria nesses níveis de ensino, mas ainda nada se concretizou em termos de propostas metodológicas, continuando o ensino de Geometria com as construções geométricas uma ação isolada em determinados segmentos escolares.

As construções geométricas atravessaram o século e chegaram aos dias atuais sendo valorizadas pelas escolas de formação técnica, mais utilizadas em escolas militares e profissionalizantes de ensino médio. Nas licenciaturas em Matemática, no caso do Ceará, elas integram poucas grades curriculares, comprometendo a formação do professor de Matemática para o ensino de Geometria com traçados geométricos. Assim sendo, pode-se prever a permanência de dificuldades em reintroduzir o Desenho Geométrico nas escolas, conforme preveem os Parâmetros Curriculares, já referidos.

3.2. A Importância do Ensino do Desenho Geométrico

Como discutimos anteriormente, o Desenho Geométrico ocupou espaço de maior ou menor destaque na composição curricular, no decorrer da história da educação. Algumas vezes compunha a própria disciplina de Matemática, enquanto, em outras, era parte da Educação Artística.

O Desenho Geométrico nasceu imbricado na Geometria. Não havia entre os gregos uma diferenciação entre Desenho Geométrico e Geometria. O primeiro aparecia simplesmente na forma de problemas de construções geométricas, após a exposição de um item teórico dos textos de Geometria. Esse procedimento nos estudos de Geometria Euclidiana é seguido até hoje em países como França, Suíça e Espanha. No Brasil, os problemas de construção foram banidos dos nossos livros de Geometria, apresentando momentos em que ele retoma algum espaço curricular. Assim, podemos dizer que o Desenho Geométrico é uma parte do ensino da Geometria que, com o auxílio de dois instrumentos, a régua e o compasso, se propõe resolver graficamente problemas de natureza teórica e prática (PUTNOKI, 1989). Essa capacidade de representação de formas concretas ou abstratas é desenvolvida com base no exercício contínuo de visualização, verificação de regularidades e desenho de traços com habilidade motora. É decorrente desta característica que o Desenho Geométrico não perdeu sua importância, mesmo quando foi deslocado do âmbito da Matemática para o da Educação Artística. Hoje, embora ainda restem problemas relativos ao seu ensino, a disciplina é considerada um elemento curricular que contribui para a aprendizagem da Matemática.

O trabalho pedagógico com o Desenho Geométrico, em sala de aula, é frequentemente realizado por intermédio de representações esquemáticas ao aluno. São figuras prontas, muito presentes nos livros didáticos, que são transpostas para as práticas docentes. As construções gráficas de representação geométrica exibidas desta forma ocultam as justificativas matemáticas que estão na base de cada construção. Assim procedendo, o trabalho com o desenho não produz a construção do raciocínio geométrico no aluno.

Ao conceder ênfase à exploração destas construções técnicas, sem justificativa matemática, exige-se do aluno elevada precisão construtiva. Há uma valorização da sequência racional da construção, isto é, o passo a passo do desenho. Todo este processo, embora possa produzir alunos com alta habilidade, não contribui para o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Para que isto ocorra, faz-se necessário o trabalho inicialmente intuitivo, levando em consideração as três dimensões – técnica, motora e compreensão matemática.

Alguns professores desvalorizam a expressão gráfica da forma, que se efetiva através da construção precisa e por justificativas que se encontram nos princípios presentes na própria Geometria. Eles não consideram as limitações do aluno, que devem ser trabalhadas de modo a evoluir dos aspectos visoespaciais para o raciocínio geométrico. Há uma ilusão de ser possível ensinar esse conhecimento ao aluno com uma metodologia baseada em fixar uma construção geométrica elementar, sem explicações, comentários, desprovida de compreensão e de uma sucessão de princípios, conclusões e definições.

Intervenções didáticas que ofereçam a reflexão acerca dos conceitos, da técnica de construção são indispensáveis para refletir a razão de cada passagem do desenho, de cada fase da construção, de cada linha e até mesmo de cada ponto que nasce no papel. Assim procedendo, é possível evitar os obstáculos na aprendizagem. Nessa perspectiva, este tipo de desenho é de rara importância, sendo um meio de promover a construção do raciocínio geométrico no aluno e não um fim de produção de figuras.

O objeto do desenho de construções geométricas é a obtenção de uma forma determinada, precisa e geometricamente fundamentada na Geometria Euclidiana, até o limite de considerarmos, por exemplo, uma reta tangente como elemento capaz de tornar completo um conjunto estruturado. Numa visão didática, este desenho é a própria Geometria aplicada, a resolução gráfica de problemas matemáticos, que se ampliam às vezes até aos conceitos da Física, mas esboçando formas existentes na natureza.

A aplicação prática desse conhecimento abrange áreas como a Engenharia, Topografia, Geografia, Física e Mecânica. Podem ser incluídos exemplos de locação de uma planta baixa de construção, localização geográfica, auxilio a cálculo de grandes distâncias, entre outros. As formas a serem apresentadas didaticamente ao aluno devem proporcionar a ilustração de aplicação de conceitos, pois só assim poderá esse aluno apreender, o desenvolvimento geométrico dos processos gráficos de sua representação exata. Para isso, no entanto, se torna imprescindível que a parte teórica indispensável às construções destas formas, se encontre à mão do aluno.

Dessa maneira, compreendemos que o trabalho com as construções geométricas deve ser realizado pela elaboração do Desenho Geométrico plenamente integrado à Geometria, fazendo com que o estudo dos problemas de construções geométricas evolua naturalmente de teoremas da Geometria Euclidiana. No item a seguir, discutiremos a base conceitual para elaboração de conceitos em construções geométricas, aqui considerada requisito para o trabalho na disciplina Desenho Geométrico.

3.3. Base Conceitual para Elaboração de Conceitos em Construções Geométricas

As construções geométricas são representações gráficas que esboçam particularmente uma solução matemática. Na perspectiva deste trabalho, entende-se que para resolver problemas envolvendo construções geométricas, faz-se necessário o uso dos instrumentos lápis, papel, compasso e régua. O compasso é utilizado para desenhar circunferências e a régua (ou par de esquadros) para traçar retas. Para realizar tais construções, são utilizadas apenas as seguintes operações, que se justificam pelos axiomas da Geometria Euclidiana: 1) traçado de reta por dois pontos conhecidos; 2) desenho de circunferência, dados o seu centro e o seu raio; e 3) marca de pontos de interseção de duas linhas, exemplificada em duas retas, duas circunferências ou uma reta e uma circunferência.

Para simplificar as construções, do ponto de vista de marcas no papel, é comum o desenho de arcos de circunferência em vez de circunferências, e de segmentos de retas e semiretas em lugar de retas; entretanto, há situações em que essa prática pode ocultar soluções válidas de um problema, sendo necessários a devida atenção e o bom senso para evitar tais situações. No geral, as figuras devem conter os pontos e traços que justificam matematicamente a construção, mas como a construção é subjetiva, os critérios de solução podem valorizar uma possibilidade da solução em detrimento de outra.

Uma construção geométrica consiste numa sequência finita de pelo menos uma das operações descritas anteriormente, porém, o mais importante nas soluções, para sua validação matemática, são os conceitos, ideias e teoremas da geometria euclidiana envolvidos na resolução dos problemas. Por isso, juntamente com a construção, pratica-se uma atividade fundamental, característica da Matemática, que é a demonstração. O fato de mostrar uma figura desenhada não basta para afirmar que um problema foi resolvido. É preciso provar, com bases nas leis da Lógica e nos fatos já conhecidos, como definições, axiomas ou teoremas, que tudo o que foi feito é válido. Dessa forma, cada passo da construção deve ser justificado, ou seja, demonstrado.

Tomando como base problemas de construção geométrica com régua e compasso foi possível arrolar os conceitos básicos indispensáveis para o bom desempenho das tarefas propostas. Para efeito didático, dividimos os problemas de construção geométrica em três grupos: 1) construções geométricas elementares; 2) construções algébricas; e 3) construções geométricas de elaboração conceitual.

As *construções geométricas elementares* (WAGNER; 1997) são aquelas permitidas a partir do traçado de uma reta, conhecendo-se dois de seus pontos; do traçado de um círculo conhecendo o seu centro e um ponto do círculo, e da determinação das interseções de retas ou círculos já construídos.

É possível, somente com régua e compasso, construir um ponto, não arbitrário, fora de uma reta, e traçar por esse ponto, ou qualquer outro já construído, uma paralela ou uma perpendicular a esta reta (WAGNER, 1997). Com esses traços podemos realizar as seguintes construções: semiretas, segmentos de reta, mediatriz de segmento de reta, bissetriz de ângulo formado por semiretas ou segmentos de reta, o arco capaz sobre um segmento de reta, divisão de segmentos em partes iguais ou proporcionais, tangentes a circunferências. Todas estas são construções elementares. A aplicação dessas construções elementares é utilizada para as construções de polígonos, e problemas possíveis de serem associados a esses lugares geométricos, bem como para outras construções relativas a estes conceitos.

As *construções algébricas* (WAGNER; 1997) são aquelas utilizadas para a solução de um problema que não é possível somente por meio dos recursos das construções elementares. Utiliza-se como incógnita um segmento ainda desconhecido, para tentar exprimi-lo em função dos elementos conhecidos. Assim sendo, obtém-se uma *fórmula* ou *expressão algébrica* que permite o cálculo deste segmento desconhecido, em função dos dados do problema, ou seja, construções algébricas são construções possíveis, com régua e compasso, de expressões algébricas. Algumas construções algébricas possíveis são a terceira e a quarta proporcional, a média aritmética e geométrica, o segmento áureo, expressões algébricas de áreas e perímetros de polígonos construtíveis[8], equivalência de áreas, e outras que utilizam proposições algébricas ou aritméticas para realizar uma solução geométrica.

As *construções geométricas de elaboração conceitual* são as que necessitam das construções elementares, das construções algébricas e de cálculos auxiliares para as construções em que utilizam os conceitos de homotetia, simetria, equivalência e outros de caráter dedutivo. Essas construções são elaborações de figuras que devem expressar

[8] Construtíveis aqui entendido como aquelas construções que atendem ao critério geral de construtibilidade, ou seja, um número é construtível se e somente se for algébrico, de grau igual a uma potência de 2 (WAGNER, 1997).

uma proposição ou solucionar uma situação-problema de Geometria Plana que podem ser utilizadas como referencia conceitual a outras elaborações geométricas, como, por exemplo, a composição de figuras que trabalham a homotetia e o movimento de figuras no plano.

O conjunto destas construções geométricas compõe o raciocínio geométrico do indivíduo. As construções elementares estão presentes em cada um dos outros tipos. Elas necessitam de um conhecimento básico de Geometria que aqui estamos denominando conceitos prévios. Esta base conceitual da qual tratamos aqui auxiliou na definição dos conceitos prévios de que devem ser portadores os alunos, ao iniciarem seu curso de Desenho Geométrico. Eles fazem parte das listas de exercícios aplicadas para avaliar os alunos, cujos resultados poderão ser vistos no capítulo de análise de dados, e cuja solução exploratória poderá ser vista nos Apêndice I e II desta dissertação.

4. FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, serão discutidos aspectos relativos à formação de professores, problemas e avanços na construção da identidade docente, e como essas discussões estão relacionadas à formação do professor de Matemática e ao formador desse professor. Estes elementos servirão de base para que se analise a formação vivenciada pelo docente que participou como sujeito desta investigação.

Para compreender esse formador, discutiremos o conceito de formação. Qual a diferença entre ensinar e formar? Por que não se ensina um professor a docência? Segundo Charlot (2005), ensinar deriva de "insignire" (ou "insignare"): sinalizar; formar deriva de "formare": dar forma. O autor continua discutindo, com um olhar sobre a prática, que a ideia de ensino faz referência a um modelo de três termos: o saber a ser adquirido, que é o objetivo; o ponto de referência do processo, sua razão de ser, o aluno, ou se preferir, o aprendiz; o mestre, cuja função é servir de mediador entre o aluno e o saber, "sinalizar", como indica a etimologia. A ideia de "formar" alguém pode ser compreendida como torná-lo capaz de executar práticas pertinentes a uma dada situação, definida de maneira restrita - função no trabalho - ou ampla - em referência a um setor de trabalho encarregado de um processo de produção (CHARLOT, 2005).

A formação é um fenômeno para o qual é necessário articular os saberes e as práticas. Para Charlot (2005), formar é preparar para o *exercício* de práticas direcionadas e contextualizadas, nas quais o saber só adquire sentido com referência ao objetivo perseguido. Formar é, no entanto, também *transmitir saberes* que, se são transmitidos como simples instrumentos de uma prática, correm o risco de não somente se descaracterizarem, mas também dificultarem a adaptação da prática ao contexto (CHARLOT, 2005). Se esses saberes são transmitidos exatamente como foram constituídos, podem nunca juntar-se às práticas e não ter nenhum valor instrumental, ou seja, fundamentar teoricamente ou justificar o trabalho docente.

Formar professores é trabalhar os saberes e as práticas em diversos níveis e situar, a partir dos saberes e das práticas, os pontos em que podem articular lógicas que são e permanecerão heterogêneas. Há saberes que não poderão ser postos diretamente numa prática, como há práticas que não poderão ser fundamentadas teoricamente em toda sua concepção. Segundo Charlot, a pretensão de integrar o saber e a prática em um discurso ou em uma prática totalizante é fonte de dogmatismo e de totalitarismo.

Outra dimensão da formação é a da cultura. Se pensarmos a formação como ensino, esse não é simples transmissão de um saber, mas é igualmente portador de uma intenção cultural. Por outro lado, se refletirmos essa formação como uma práxis, não é simples aprendizagem de práticas, ela é também acesso a uma cultura especifica (CHARLOT, 2005). A prática do saber é organizada para atingir um fim, mas, diferentemente de uma prática profissional, cuja finalidade não é de produzir efeitos agindo sobre o mundo, mas de produzir um mundo especifico, no qual a lei é a coerência.

Tardif (2008) defende a necessidade de uma formação intelectual mais profunda e dos conhecimentos teóricos como uma contribuição importante na formação. Ele acentua que o movimento de profissionalização do ensino na década de 1980 conduziu a uma valorização exagerada da prática, da experiência de campo, dos estágios, da ação, em detrimento do pensamento por conceitos. O autor ainda defende a noção de que o saber não se reduz, exclusiva ou principalmente, a processos mentais, cujo suporte é a atividade cognitiva dos indivíduos, mas é também um saber social manifesto nas relações complexas entre professores e alunos. Há que "situar o saber do professor na interface entre o individual e o social, entre o ator e o sistema, a fim de captar a sua natureza social e individual como um todo." (TARDIF, 2008).

A cultura na formação compreende a ideia de que, pelo trabalho, o homem modifica a si mesmo, as suas relações e busca transformação de sua situação e a do coletivo a que pertence. Segundo a época e o lugar, o professor visa, por meio da difusão do saber, a formar opinião, a formar um cidadão, a desenvolver um individuo, ou mesmo a lhe dar uma forma. Essa forma, sempre contextualizada ao lugar, ao tempo e, algumas vezes, ao sexo e à origem social, tem a construção em três dimensões – teórica, prática e cultural.

Há que se considerar como elemento de fundamental importância a construção cultural na formação do professor de Matemática. D'Ambrósio (1996) chama a atenção para a presença de elementos da cultura, com base nos quais os indivíduos costumam se tornar professores. Em primeiro lugar, ele faz uso da memória de experiências vivenciadas, seja para apropriar-se delas e repeti-las em sua prática docente, seja para afastar-se de experiências negativas e desprazerosas que ele não gostaria de vivenciar com seus alunos. O autor acrescenta ainda a incorporação de elementos aprendidos nos cursos de formação, os quais serão ressignificados com base na prática docente que fornece elementos para a reflexão crítica.

Entender a formação inicial adquirida na Universidade, em curso de Licenciatura, como um processo completo de formação docente, reduz a importância dos conhecimentos adquiridos nos anos de experiência vividos pelo professor em sala de aula. Compreender o docente como agente apenas transmissor de conhecimentos não atende aos ideais de formação de cidadãos pensantes, criativos e flexíveis a mudanças, capazes de se compreender, de entender o mundo e participar ativamente de mudanças desse mundo constituído político, social e economicamente.

O docente, para se inserir nesse processo de formação cultural, por meio de sua prática profissional, precisa reconstruir sua formação, a prática e a própria identidade. Em alguns momentos, é necessário parar para aprender, reaprender ou mesmo dar novos significados à sua base conceitual e didática. Esta é a formação continuada. A modalidade de formação continuada não pode ser entendida apenas dentro do estreito conceito de treinamento, no sentido de modelagem de comportamento, mas como uma continuidade da formação profissional que se iniciou na graduação pela habilitação ao magistério.

O conceito de formação continuada é discutido com base em diferentes pontos de vista, expressando essa ação intencional e planejada para ampliar os conhecimentos. Géglio (2005) define a formação continuada dos professores como aquela realizada após a formação inicial, isto é, após o término do curso de graduação ou de nível médio, quando se consideram os cursos pedagógicos. Ela pode ser uma iniciativa individual ou oferecida pela instituição ou empresa empregatícia. Pode ser ainda certificada ou não certificada. A primeira é aquela em que o professor retorna à escolarização formal e após a realização de atividades curriculares previamente estabelecidas, recebe um certificado que pode ter peso em sua ascensão profissional. São exemplos disto os cursos de extensão, especialização e pós-graduação (mestrado e doutorado). A formação continuada não certificada é aquela de iniciativa individual, tal como a compra de livros para estudos ligados à sua área de atuação profissional, bem como a participação em encontros, palestras, seminários. A formação continuada deve ser planejada e adaptada aos objetivos profissionais, mas nada impede que, pela ausência de objetivos, não seja possivel aproveitar oportunidades ou experimentar novos desafios para ampliar os conhecimentos.

O processo de desenvolver-se profissionalmente abarca duas vertentes: uma de desenvolvimento pessoal e outra de desenvolvimento de conhecimento, atitudes, habilidades e competências mais específicas (OLIVEIRA, 1997). As características produzidas no profissional durante sua formação continuada são predeterminadas e indissociadas do próprio desenvolvimento humano. Aprender modifica o profissional porque acrescenta valores que ajudam a refletir sobre sua prática. Ao concluir uma formação inicial, a etapa seguinte dá continuidade a uma formação permanente que depende tanto de características pessoais como de oportunidades socioeconômicas. As escolhas são realizadas pela motivação e intenção de produzir da identidade profissional. Para Pimenta (1999, p.19), a identidade do professor é construída a partir dos significados sociais da profissão, da reafirmação das práticas e da revisão das tradições, mas, também é constituída da reafirmação das práticas consagradas culturalmente e que permanecem significativas, práticas que resistem a inovações, pois são plenas de saberes sólidos vinculados às necessidades da realidade. Assim, podemos compreender essa identidade como desenvolvimento e adaptação ao contexto social, político e histórico em que se insere o professor.

Falsarella (2004) compreende a formação continuada como ação intencional e planejada, que visa à mudança do educador por meio de um processo reflexivo, crítico e criativo. Esta mudança tem importância tanto para o professor individualmente, quanto para a sua ação docente, pois, na relação com seus alunos, ele ressignifica suas práticas, reconstrói seus signos e se modifica constantemente.

Na literatura sobre formação de professor, encontramos os termos "educação permanente", "formação continuada" e "educação continuada", que podem ser postas no mesmo bloco, pois apresentam similaridade. Há, entretanto, algumas nuanças entre esses conceitos, que os tornam complementares (MARIN, 1995). No início dos anos 1990, a expressão "educação permanente" foi muito utilizada em discussões sobre formação de professor, manifestando-se como contínuo desenvolvimento pela vida profissional. Em 1995, "firmam-se os termos formação em serviço e formação continuada, essa última como um modo de socialização, cuja função é a transmissão de saberes e saber-fazer e que guarda o significado de atividade conscientemente proposta, direcionada por mudanças" (MARIN, 1995). Atualmente, o emprego da unidade de ideias "educação continuada" se refere ao processo que se desenvolve no *locus* do trabalho cotidiano, sem interrupções, e que auxilia os profissionais a participar ativamente do mundo que os cerca e a incorporar esta vivência ao conjunto dos saberes de sua profissão. Compõe uma visão mais completa, mais rica e menos fragmentada. Daí o significado de "educação continuada", pelo caráter de formação em saberes articulados num processo educativo contínuo.

A discussão sobre a formação do professor de Matemática é estabelecido em pesquisas brasileiras que apresentam discussões desde a formação, didática e os saberes a ensinar. Segundo Manrique & André (2006), parte dessas pesquisas aborda questões relacionadas aos cursos e processos de formação inicial ou continuada, enquanto outras investigam as crenças, representações e práticas do professor. Para as autoras, são raros os trabalhos que focalizam mudanças associadas aos processos de formação e, mais raros ainda, os que estudam as relações do docente com os conhecimentos de sua área especifica (MANRIQUE & ANDRE, 2006). Gonçalves e Fiorentini (2005) expressam que ainda são escassos estudos acerca do formador de professores de Matemática, havendo poucos estudos teóricos e empíricos nesse âmbito.

A formação inicial do professor do ensino de Matemática privilegia a formação dos conceitos, o que é percebido nas inúmeras disciplinas que abrangem conteúdos de cálculo. A formação acadêmica para a Licenciatura nos conteúdos didáticos e pedagógicos é passada sem maiores aprofundamentos. Na prática, o professor percebe as lacunas deixadas na formação e procura por cursos complementares, objetivando diminuir essa defasagem. Neste passo, o docente tende a procurar por cursos, oficinas e orientações práticas que melhorem as criações didáticas. Na aprendizagem dos conhecimentos didáticos, técnicos e pedagógicos para o ensino da disciplina Desenho Geométrico, não há cursos, seja de extensão ou especialização, para uso das velhas tecnologias, como a régua e o compasso. O que se encontra são os cursos para utilização de *softwares*, aplicativos e ambientes computacionais que modificam toda a dinâmica de transmissão do conteúdo de Geometria plana nessa disciplina. A aprendizagem para o uso desses instrumentos ainda ocorre de maneira informal, sem certificação e pessoal.

A formação é um *contínum* e é temporal. Implica a formação de uma identidade profissional que se deve dotar de certas competências. O conteúdo e a natureza dessas competências podem variar segundo o tipo de formação e o momento histórico. Na década de 1990, os professores de Matemática foram cobrados por conhecimentos que propiciariam a sua inserção no mundo das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDICs) nas atividades como necessidade de acompanhar as exigências de um currículo no qual a informação deveria ser tratada como um conteúdo.

A formação continuada pode contribuir na formação do professor no sentido de suprir as carências de formação no âmbito didático-pedagógico. Essas necessidades surgem da prática e ensejam perspectivas de aprendizagem na formação continuada dentro de um ciclo de vida profissional, permitindo um amadurecimento pessoal que reconstrói a identidade profissional, na dimensão humana, política e social do professor. Esse profissional em exercício se constrói para aprender conhecimentos que preencham lacunas na formação inicial, para se atualizar e incorporar outros projetos nas atividades profissionais.

Sobre o *conhecimento matemático* dos professores, segundo Ponte (2008), este se encontra entre os aspectos merecedores de maior atenção dos investigadores. O autor exprime que "sem um bom conhecimento de Matemática não é possível ensinar bem a Matemática". A preparação dos professores nos saberes matemático é problemática em todos os níveis de ensino, mas particularmente insatisfatório nas séries iniciais. Estudos sobre os saberes matemáticos do professor devem abranger tanto a Matemática básica como a avançada, as suas aplicações e o uso das novas tecnologias no seu ensino.

Para ser professor de Matemática, evidentemente é preciso o domínio dos saberes matemático, mas não é menos verdade que, para se ser professor, é preciso um *conhecimento profissional* que envolve, além do conhecimento relativo às disciplinas de ensino, o conhecimento didático (SHULMAN, apud PONTE, 2008), o conhecimento do currículo e dos processos de aprendizagem (PONTE, 2008). Esses estudos focam-se mais no conceito de competência do que no de conhecimento, centrando-se, por exemplo, na relação do professor com o aluno (CHANG & DOWNES, apud PONTE, 2008) ou em novos métodos de ensino e avaliação (CHISSICK, apud PONTE, 2008).

A terceira dimensão sobre a formação do professor de Matemática é composta por estudos que discutem os *valores e atitudes* do professor — elementos importantes da sua identidade profissional. Nestes estudos, destaca-se de modo especial a ênfase no desenvolvimento de uma cultura de colaboração entre professores (CHISSICK & GÓMEZ, apud PONTE, 2008).

O que procura um professor de Matemática quando inicia uma formação continuada? Na maioria das vezes, procura uma certificação legal para ascensão profissional. Em alguns casos, busca por especializações e cursos de pós-graduação para fortificar seu licenciamento realizado precariamente ou em instituições não reconhecidas. Uma grande, no entanto, parte procura por material e metodologias de ensino que modifiquem sua prática de sala de aula. É em cursos de formação continuada que os professores trocam ideias e atualizam sua leitura dos conteúdos e avaliação de ensino. Infelizmente, porém, não reconhecem que outros acréscimos também configuram uma formação continuada de qualidade, como a leitura de livros didáticos atualizados, a presença em palestras, seminários e congressos, bem como a discussão teórica de assuntos teóricos para reflexão sobre a prática.

O que essa formação continuada implica nas práticas educativas do professor para o ensino de Geometria com régua e compasso? Nas circunstâncias observadas na disciplina de Desenho Geométrico os alunos possuem uma literatura escassa e desatualizada, na maioria traduções que compreendem significados de outra cultura diferente daquela em que estão inseridos nossos alunos. O professor é detentor e organizador do programa da disciplina, demorando a atualizar a proposta e sua prática docente. O aluno que pretender aprofundar e reconstruir seus conhecimentos para o ensino da disciplina com régua e compasso tem que procurar organizar esse conhecimento numa formação continuada sobre o material produzido na disciplina, complementado por uma experiência docente que pode se transformar em verdadeiro fracasso. Não há como sistematizar uma formação continuada para a aquisição desse conhecimento, apenas dependendo das habilidades motoras de uso dos instrumentos para começar a atuar em sala de aula.

Uma formação não pode se limitar a competências, por mais fundamentais que sejam. O ensino reduzido a uma soma de comportamentos eficazes ou de procedimentos técnicos, não é uma atividade intelectual, discursiva, simbólica, linguística, em suma, uma práxis cultural.

Um programa de qualidade tem como objetivo, portanto, situar seus estudantes em contato direto e pessoal com a cultura geral e científica própria do campo educativo e da pesquisa em ciências sociais e humanas e em ciências da educação.

A contribuição dos conhecimentos teóricos é ainda mais importante, pelo fato de que o movimento de profissionalização do ensino conduziu, às vezes, a uma valorização exagerada da prática, da experiência de campo, dos estágios, da ação, em detrimento do pensamento por conceitos.

Nos últimos anos, o tema formação de professor de Matemática tornou-se alvo da atenção de pesquisadores, tanto no Brasil como no exterior, ensejando uma grande produção. Segundo Manrique e André (2006), parte dessas pesquisas aborda questões relacionadas aos cursos e processos de formação inicial ou continuada. Outras investigam as práticas do professor, entretanto, sente-se uma expressiva lacuna, quando se buscam discussões acerca da formação dos professores para o trabalho com a Geometria.

Se observarmos os currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática, no Ceará, constatamos a presença de uma sequência com disciplinas interligadas ao longo de todo o curso para tratar, por exemplo, de questões relacionadas à Álgebra. Esta cadeia de disciplinas favorece uma unidade desse estudo. Já quando consideramos as questões relacionadas à Geometria, constatamos que as disciplinas são esfaceladas no conjunto do curso, não guardando fortes relações entre si. Desta forma, o saber específico da geometria não se compõe como saber uno, mas como a soma de saberes de cada uma das disciplinas. O desenho geométrico que tem como prerrequisito definições e conceitos geométricos é abordado como disciplina concomitante a outras disciplinas básicas de Geometria. Desta forma, os conceitos indispensáveis para o Desenho Geométrico não estão revisados ou construídos para favorecer o desenvolvimento do raciocínio geométrico.

O que diz a legislação brasileira sobre a formação docente? A formação profissional se normatiza em outro sistema, diferente do da educação, regido por uma lei que difere da LDB (Lei das Diretrizes e Bases da Educação Básica) e destina-se à educação profissional nos diferentes níveis, do básico ao superior, podendo ocorrer independentemente de escolaridade, para aqueles que, em face de sua "competência", não demonstrem "aptidão" para o ensino superior, após rigoroso processo de "seleção" ocorrente por meio do ensino básico, a ser confirmado pelos exames vestibulares (KUENZER, 1998). Nesse sistema de educação profissional, destinado aos excluídos da rede acadêmica, constitui-se alternativa compensatória e contencionista (Decreto 2.208/1997). Quem formará os educadores para este sistema específico de formação profissional? Kuenzer (1998) verifica que a atual legislação atribui esta função, não às universidades, porque serão apenas "parceiras" e quando couber, mas aos centros federais de educação tecnológica – CEFETs (hoje institutos federais tecnológicos – IFETs), que não têm tradição em licenciatura.

A preocupação com a *formação de formadores* para a educação profissional é anterior à promulgação do referido decreto. Encontrava-se em discussão no Ministério do Trabalho e Emprego, por meio da Secretaria de Formação e Desenvolvimento Profissional-SEFOR, a elaboração de um documento que deu inicio a uma discussão com especialistas das áreas de trabalho e da educação. Esse grupo foi constituído por vários membros do GT de Trabalho e Educação da ANPED. Nesse documento (SEFOR, 1995), o MTbE enuncia sua intenção de incluir, no seu plano de ação, a "concepção e o desenvolvimento de um sistema de formação de formadores para a educação profissional no país, e também a indicação de diretrizes e mecanismos para os projetos da fase de transição" (KUENZER, 1998).

Desde 1996, o MEC desenvolve estudos como proposta a um novo modelo de ensino médio acadêmico por meio da Secretaria de Ensino Médio e Tecnológico-SEMTEC, que se concretizou com as Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio, escritas pelo Conselho Nacional de Educação, completando assim a reforma deste nível de ensino, iniciada com a proposta de criação do ensino profissional como vertente em separado. Conforme as Diretrizes, prevalece a concepção de um ensino médio acadêmico, com forte base comum de conhecimentos fundamentais, organizados por áreas e observado o princípio da transdisciplinaridade, que são complementadas com conteúdos diversificados para atender necessidades locais e regionais, bem como para estabelecer articulações com o mundo do trabalho. Esta modalidade de ensino médio é propedêutica, podendo ser complementada concomitante ou sequencialmente, com módulos profissionalizantes em outra rede: a de educação profissional.

As políticas realizam profundas modificações na concepção e nas formas de organização da educação brasileira. Segundo Kuenzer (1998), a legislação, no texto da Lei nº 9.394/1996, estabelece que os institutos superiores de educação manterão cursos *formadores* de profissionais para a educação básica, inclusive o normal superior, destinado à *formação de docentes* para a educação infantil e para as primeiras séries do ensino fundamental; programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de educação superior que queiram se dedicar à educação básica; e programas de educação continuada para os profissionais de educação dos diversos níveis. Descaracteriza, com efeito, o professor como cientista e pesquisador da educação, função a ser exercida apenas para os que desempenharão suas funções no ensino superior.

Aos diferentes níveis (primeira a quarta séries, educação infantil, educação para jovens e adultos, educação profissional, ensino médio acadêmico, ensino técnico e tecnológico, ensino superior) correspondem diferentes propostas, espaços e atores para a formação de educadores. Essas estratégias acontecem por meio das secretarias de Estado de Educação, que elaboram projetos para obter financiamentos dos agentes internacionais para os ensinos médio, pós-médio e profissional, em institutos profissionais especializados ou polivalentes, sob sua coordenação, incluindo a formação de educadores.

Em síntese, não existe ainda uma legislação que privilegie a formação do formador de docentes, apenas criações emergenciais à medida que se fortalece um segmento da ação docente. A formação de professores e dos profissionais de apoio ao serviço escolar está entre os principais pedidos da maioria dos prefeitos de 3.430 municípios brasileiros. A solicitação está nos planos de ações articuladas (PAR) enviados ao Ministério da Educação-MEC em julho de 2008 (LORENZONI, 2008). Essa formação, que podemos classificar como inicial, é o objetivo principal do profissional da educação

5. PERCURSO METODOLÓGICO

Ante a necessidade de compreender a mediação docente, visando o desenvolvimento do raciocino geométrico de alunos de Licenciaturas em Matemática, tomamos alguns elementos fundamentais para a definição da metodologia. Em primeiro lugar, consideramos o quadro teórico já definido para a análise dessa mediação, contemplado pela teoria sócio-histórica em Vygotsky, que analisa a mediação com o uso de instrumentos, símbolos e linguagem.

Para captar a mediação docente na disciplina Desenho Geométrico, fez-se necessária a análise da prática do professor no momento em que ela se está efetivando, isto é, no tempo de realização da aula da referida disciplina, impondo-se assim, o registro sistemático das ações cotidianas. Considerando tais características, optamos neste momento, pela realização de um trabalho que tome por base aspectos da Etnometodologia.

A Etnometodologia é uma corrente da Sociologia dos Estados Unidos, surgida na década de 1960 que se instalou inicialmente na Califórnia. Sua importância teórica e epistemológica decorre do fato de efetuar uma ruptura com os modos de pensamento da Sociologia tradicional. Podemos identificar algumas características comuns aos seus autores, que se consideram etnometodólogos, nomeadamente o predomínio dos estudos empíricos, da observação no terreno das práticas sociais, o interesse pela vida quotidiana e pela linguagem natural, a utilização das noções e das categorias de ator social, de quadros da experiência, interação social, criatividade, consenso e saber ordinário.

A Etnometodologia exige uma mudança dos métodos e das técnicas de coleta de dados, bem como da construção teórica. Considera-se não ser mais possível trabalhar com a hipótese de que exista *a priori* um sistema de normas estável que dê significação ao mundo social, mas é preciso considerar que os fenômenos cotidianos estão em constante criação, transformação e extinção. Esses fenômenos permitem um entendimento das ações empreendidas pelos atores que coexistem em um mesmo contexto, gerando uma identidade de grupo. Ao contrário da Sociologia tradicional, que considerava possível determinar as “leis sociais” que regem os comportamentos e as ações sociais, a Etnometodologia entende que as ações desenvolvidas pelos atores é guiada pelo seu raciocínio prático, fruto dos momentos particulares vivenciados e experimentados a cada ato interacional (GUESSER, 2003).

A Etnometodologia se funda sobre a análise de ações realizadas no cotidiano. Então, é possível reunir um conjunto de evidências e reconstruir uma explicação precária da realidade observada; precária no sentido de relativo aporte científico, admitindo-se que as explicações servem tão-somente para dar conta das significações interacionais de determinado grupo, em certo contexto histórico e cultural, não podendo explicar realidades totalizantes de grande abrangência.

A Etnometodologia pode ser definida como o estudo e análise de atividades cotidianas dos membros de um grupo, que procura descobrir como eles as tornam visíveis e válidas, uma vez que a reflexidade sobre o fenômeno é uma característica singular da ação (HAGUETTE, 1992).

São muitos os conceitos trabalhados pela Etnometodologia e que delineiam um perfil desta metodologia, porém evidenciaremos neste trabalho apenas cinco, considerando-os como os mais importantes e fundamentais para uma boa compreensão dos princípios etnometodológicos: *prática e realização, indicialidade, reflexividade, relatabilidade e a noção de membro*.

Para a Etnometodologia, a realidade social é construída na *prática* do dia a dia pelos atores sociais em interação; não é um dado preexistente (VOTRE & FIGUEIREDO, 2007). As mudanças macro se dão a partir das operações micro. Essa metodologia analisa as crenças e os comportamentos de senso comum como constituintes necessários de todo comportamento socialmente organizado (COULON, 1995). Neste trabalho, observando as atividades da sala de aula na disciplina Desenho Geométrico observa-se a ação docente em constante construção, por meio das interações de professor e alunos, formando a prática com base no conteúdo a ser trabalhado.

A linguagem cotidiana, ordinária, é repleta de expressões indiciais. As expressões indiciais são aquelas que adquirem sentido a partir do contexto no qual estão empregadas (COULON, 1995). Indicialidade é um termo adaptado dos linguistas e refere-se a expressões que possuem significado "trans-situacional". Essas expressões carregam em si mesmas um conjunto de ideias que superam o próprio significado literal ou sugerem apenas a interligação de conteúdos já subentendidos ou referidos, ou, ainda, conteúdos que podem ser deduzidos pelos próprios atores no momento da interação, sem a necessidade de explanação verbal pormenorizada. O conhecimento das circunstâncias dos enunciados nos permite atribuir um sentido mais preciso às palavras efetivamente emitidas. A *indicialidade* é, assim, essa incompletude que toda palavra possui. Ela precisa estar situada num contexto específico para revestir-se de significado

(GUESSE, 2007). Tomando a definição de indicialidade de Coulon (1995), tem-se que "são todas as determinações que se ligam a uma palavra, a uma situação". Desta forma, na compreensão das interações estabelecidas durante a mediação docente para a construção do raciocínio geométrico, os termos ou expressões utilizadas serão tomadas do ponto de vista indicial para mergulhar no contexto e melhor relatar o processo de construção dos significados atribuídos pelos sujeitos envolvidos.

A *reflexividade* designa as práticas que ao mesmo tempo descrevem e constituem o quadro social. Os sujeitos sociais, no decorrer de suas atividades ordinárias, descrevem a sociedade em que vivem e ao mesmo tempo a constroem, mesmo que de tal fato eles não tenham consciência. Segundo Garfinkel (apud HAGUETTE; 1992), eles não se preocupam em teorizar, consideram essa *reflexividade* como algo evidente, mas reconhecem, demonstram e tornam observável a cada um dos membros o caráter racional de suas práticas concretas. Assim, os sujeitos sociais têm essa capacidade de reflexividade, ou seja, conseguem refletir o mundo que os cerca. Para Coulon (1995), reflexividade não significa reflexão; entretanto, a capacidade de reflexão não é inerente, mas construída nas interações que os sujeitos travam consigo (COULON, 1995). Nas interações de alunos e professor, durante a construção do raciocínio geométrico, as leituras das falas e símbolos são a *reflexibilidade*, mas de caráter inconsciente, uma vez que a produção de pensamentos não relaciona diretamente a aplicação dos conceitos de forma explícita.

A *relatabilidade* está ligada à noção de reflexividade. Refere-se à propriedade das descrições que os sujeitos sociais fazem da realidade, no sentido de que mostra sem cessar a constituição dessa realidade. Garantir que determinada realidade é passível de relatabilidade é o mesmo que dizer ser ela "descritível, inteligível, relatável e analisável" (COULLON, 1995). A *relatabilidade* da construção do raciocínio geométrico é a reconstituição de aspectos das atividades de construções geométricas verificadas como um processo que envolve o professor, os alunos e a própria dinâmica da sala de aula que se configura em diferentes mediações.

O último conceito aqui referenciado é a noção de membro. Coulon (1995) ensina que, para se tornar membro, o sujeito social necessita afiliar-se a um determinado grupo, do qual deve conhecer as regras implícitas, as rotinas inscritas nas práticas sociais e, sobretudo, ter o domínio da linguagem comum àquele grupo. Membro é, portanto, a "pessoa dotada de um conjunto de procedimentos, métodos, atividades, *savoir-faire*, que a tornam capaz de inventar dispositivos de adaptação para dar sentido ao mundo que a rodeia" (COULON, 1995). Um membro consegue, sem dificuldade, preencher as lacunas induzidas pela *indicialidade* dos discursos, pois ele domina a cultura e a linguagem daquele grupo. No nosso caso do grupo de trabalho com o Desenho Geométrico, membros são aqueles que, inscritos na disciplina, se inserem numa comunidade de debates em torno das questões específicas das construções geométricas, dominando para tanto conceitos linguagens e símbolos da Geometria Plana, mesmo que em estágio embrionário.

Nas aulas de Desenho Geométrico, serão observadas as relações sociais (mediação, interação, intervenção), bem como as relações materiais com os objetos (régua e compasso, quadro e giz) que forem sendo construídas com o fim específico de produzir o raciocínio geométrico.

Assim exposto, este trabalho exibe aspectos da Etnometodologia, uma vez que visamos não apenas a descrever as ações sociais com base nos relatos fornecidos, mas também analisar o modo como tais práticas ocorrem no ambiente de sala de aula, para compreender a mediação que é realizada no sentido da construção do raciocínio geométrico.

5.1. As Técnicas Aplicadas

Os dados necessários para este estudo etnometodológico foram coletados, principalmente, por meio do emprego da técnica de observação participante. Na observação participante, "o observador participa da vida diária das pessoas em estudo, tanto abertamente no papel de pesquisador, como assumindo papéis disfarçados, observando fatos que acontecem, escutando o que é dito e questionando as pessoas ao longo de um período de tempo" (BECKER & GEER; apud TRAUTH & O'CONNOR, 2000).

O observador participante pode ser de dois tipos: o ativo e o passivo (SCHWARTZ e SCHWARTZ; apud HAGUETTE, 1992). Em virtude das limitações de tempo para a realização deste trabalho, optamos pela observação passiva, na qual o observador interfere o mínimo possível na realidade observada e requer o envolvimento menor, necessitando assim de menos tempo para a realização da coleta de dados.

As observações foram registradas em *diário de campo,* na forma de um relato escrito daquilo que foi captado por nós durante o acompanhamento das aulas da disciplina Desenho Geométrico. Foram observadas 17 aulas. No *diário,* foi descrito tudo o que pôde ser ouvido, visto, experienciado, além de análises preliminares que os fatos provocaram no momento das observações em relação à mediação para a construção dos conceitos de Geometria Plana.

O *diário de campo* é um instrumento de trabalho que deve se esgotar no relatório final ou no trabalho publicado; é feito de notas, lembretes, desenvolvimento de imagens, ideias, experiências, perspectivas, ficando longe dos rigores metodológicos ou teóricos.

Visando a caracterizar os sujeitos envolvidos na pesquisa, aplicamos, ainda, a técnica de entrevistas. Foram realizadas duas modalidades: a entrevista semiestruturada e a clínica. A entrevista semiestruturada exige a elaboração de um roteiro com questões que possam conduzir o entrevistado rumo ao objetivo pretendido pelo entrevistador, mas com abertura suficiente à introdução de questionamentos baseados nas informações prestadas. No nosso caso, a entrevista semiestrutura foi realizada com o professor, visando contemplar aspectos de sua formação que pudessem contribuir para esclarecimento de aspectos metodológicos de sua ação docente, sua visão de licenciatura, bem como de sua percepção acerca de Geometria e Desenho Geométrico.

A entrevista clínica é uma troca entre duas ou mais pessoas, na qual o entrevistador procura extrair informações de um entrevistado, sobre como ele pensa e aprende, com suporte na resolução de uma atividade proposta (CARRAHER, 1994). O fundamental não é a avaliação do cumprimento correto da tarefa proposta, mas a observação do processo, de como foi ela resolvida e de que modo o sujeito é capaz de explicá-la. Neste trabalho, a entrevista clínica foi realizada com um grupo de cinco alunos, em dois momentos: ao iniciar a disciplina e ao seu término.

Para apoiar a entrevista clínica, foi proposta uma lista de exercícios (*Apêndice 1*) que contemplaram os conceitos prévios necessários para o estudo das construções geométricas. No processo se verificaram as respostas que os alunos deram às questões propostas bem como se buscou encorajá-los a falar sobre geometria. Com isto, acredita-se que foi possível detalhar o nível conceitual deles no momento em que ingressaram na disciplina Desenho Geométrico, estilos de pensamento matemático, seu potencial e deficiência conceituais que puderam influir na construção do raciocínio geométrico e no seu desempenho na disciplina Desenho Geométrico. No segundo momento da entrevista clínica foi proposta uma nova lista de exercícios (*Anexo III*) que visou avaliar a apreensão de conceitos geométricos trabalhados no decorrer da disciplina, buscando investigar o desenvolvimento do raciocínio geométrico e as dificuldades de aprendizagem apresentadas pelos alunos. Ambos os Exercícios foram compostos por situações-problema retiradas de livros constantes da bibliografia. As entrevistas clínicas foram gravadas em áudio e transcritas para análise.

5.2. O *Lócus* e os Sujeitos

Para a delimitação do *lócus* desta pesquisa, foi realizado, inicialmente, um levantamento sobre o ensino de Geometria com traço geométrico nas Licenciaturas em Matemática na cidade de Fortaleza. Procuramos, então, conhecer o currículo dos cursos, averiguando as disciplinas em que era trabalhado o Desenho Geométrico. Embora em Fortaleza os cursos de Licenciatura em Matemática sejam oferecidos na Universidade Federal do Ceará-UFC, Universidade Estadual do Ceará-UECE e no Centro Federal Tecnológico do Ceará-CEFET-CE, somente os dois últimos trabalham com o Desenho Geométrico, conforme se pode verificar no Quadro 2. Assim sendo, estes foram pensados para constituir o *lócus* da pesquisa.

Quadro 2 - Cursos de Licenciatura em Matemática no Ceará

It	*Universidade*	*Local*	*Curso*	*Disciplina*	*CH*	*C*
1	CEFET-CE[9]	Fortaleza	Lic. Plena em Matemática	Desenho Geométrico	60	03
2	UECE-Itaperi	Fortaleza	Lic. Plena em Matemática	Desenho Geométrico	90	06
3	UFC[10]	Fortaleza	Lic. Plena em Matemática	-	-	-

No CEFET-CE a disciplina Desenho Geométrico, na licenciatura em Matemática, é ofertada semestralmente, no período diurno, com duração de 60 horas aula. Estas ocorrem uma vez por semana com duração de 150 (cento e cinquenta) minutos. Na UECE, é ofertada semestralmente, em duas turmas, para a demanda diurna e noturna do curso. A carga horária de 90 horas aula é distribuída em três dias na semana com duração de 100 (cem) minutos a aula.

O trabalho de campo foi realizado durante o segundo semestre letivo de 2007. Em razão de movimentos paredistas, os semestres letivos foram descompassados em

[9] Grade Curricular da Licenciatura em Matemática do CEFET - http://www.etfce.br/Ensino/Cursos/Graduacao/Licenciatura%20Matematica/licenciatura_matematica.php
[10] Grade Curricular da Licenciatura em Matemática da UFC - http://www.mat.ufc.br/gmat/licenciatura/licenciatura.html

relação ao semestre civil. Os trabalhos foram iniciados em outubro no então CEFET-CE e novembro na UECE. Uma vez que a UECE retomou o movimento grevista no período do trabalho de campo, optamos por suspender as observações nesta instituição, mantendo apenas o trabalho no CEFET. Ali, o trabalho foi desenvolvido na única sala de aula de ensino de Desenho Geométrico no CEFET.

Os sujeitos da pesquisa foram o professor ministrante da disciplina Desenho Geométrico e seus respectivos alunos. O professor do CEFET-CE é engenheiro de formação inicial com habilitação para o magistério, nos cursos de Esquema I. Ministra a disciplina Desenho Geométrico há trinta e dois anos, desde seu ingresso na Instituição. Inicialmente era professor nos cursos técnicos e passou a integrar o quadro de cursos superior no CEFET em 1996. A partir de 2005, passou a trabalhar na licenciatura em Matemática. No Capitulo 6, relativo à análise dos dados, discutimos a formação do professor, delimitando o perfil desse profissional.

No segundo semestre letivo de 2007, período da coleta de dados, a turma observada contou com 36 alunos matriculados. Deste grupo, foi selecionada uma amostra de cinco alunos com os quais foi realizada a entrevista clínica anteriormente referida. Estes alunos foram selecionados aleatoriamente pelo professor antes mesmo de explicitar o objetivo do trabalho. Após esta indicação, explicitamos para o grupo os procedimentos e objetivos do trabalho e os alunos os aceitaram sem objeções. Os alunos foram aqui identificados como: A1, A2, A3, A4 e A5 para preservar-lhes a identidade.

A1 é uma aluna com nível de participação na sala de aula acima da média, por meio de questionamentos e busca de respostas às questões propostas pelo professor. Tinha tempo integral dedicado aos estudos e permanecia mais tempo no CEFET além do horário das disciplinas. Estava na faixa etária entre 18-20 anos. Filha de família de classe média-baixa, ainda não havia trabalhado. Dedicava-se às disciplinas do Curso de Licenciatura em Matemática, segundo informou, por uma satisfação à família. Quando selecionada para participar do teste, mostrou-se interessada em aceitar e realizar os exercícios.

A aluna A2 era assídua e interessada; demonstrava compromisso e trabalhava como estagiária da Caixa Econômica. Em razão de exigências de seu horário de trabalho, realizava as disciplinas distribuídas no turno da manhã e da noite.

O aluno A3, residente em um município próximo a Fortaleza, se deslocava para o CEFET todos os dias. Foi estudante de escolas publicas durante toda a sua escolarização. Atribuía a isto a dificuldade que vivia diante dos conteúdos trabalhados na disciplina, pois não havia estudado os prerrequisitos no seu ensino médio ou fundamental. Da amostra selecionada, foi o único que apresentava reprovação no currículo da graduação.

Os alunos A4 e A5 possuem um rendimento acima da média em todas as disciplinas e se destacam pela participação na disciplina Desenho.

Com suporte nos elementos metodológicos aqui definidos, foram coletados os dados que passaremos a analisar no capítulo seguinte.

6. ANÁLISES DE DADOS

Neste capítulo analisamos os indicadores referentes à formação do professor regente da sala de aula observada; aos elementos relativos ao nível conceitual dos estudantes componentes da amostra selecionada, ao ingressarem na disciplina; ao processo de mediação realizado pelo grupo classe nos momentos de construção geométrica; e finalmente, ao nível conceitual dos alunos ao concluírem a disciplina.

6.1. A Formação do Professor Formador

Neste tópico descrevem o processo de formação e atuação profissional do professor responsável pela turma observada. Pretendemos com isto ressaltar os elementos que o habilitaram e o conduziram para o trabalho docente, especificamente para o Desenho Geométrico. Ressaltam-se, ainda, as características da maneira idiossincrásica de conduzir sua ação de professor.

O professor que participou desta pesquisa tem formação inicial em Engenharia Civil, curso concluído em 1976. Sua formação superior, entretanto, teve início no curso da AMAN-Academia Militar das Agulhas Negras[11], após a conclusão dos seus estudos no Colégio Militar de Fortaleza. Depois de um ano, por dificuldades de adaptação, retornou e ingressou no Curso de Arquitetura e Urbanismo da Universidade Federal do Ceará. Antes de concluir este curso, transferiu-se para o Curso de Engenharia Civil da mesma instituição e iniciou, paralelamente, no CEFET, o curso Técnico em Edificações. São estes cursos que definiram a sua atuação profissional, os quais ele acredita lhe terem dado uma formação complementar entre teoria e prática. Assim ele se expressa:

> *"É. Eu sempre digo. Eu terminei engenharia antes de terminar a Escola [Técnica atual CEFET]. Que na universidade eu aprendi a teoria. Aqui eu aprendi a prática. Eu acho que todo aluno que passa pela Escola Técnica hoje o CEFET, que vai ao laboratório (...) lá é que ele entende".* (Professor - depoimento).

Ele ressalta as suas preferências durante a formação inicial:

[11] Organização Militar de Formação dos Oficiais Combatentes de Carreira do Exército Brasileiro.

> *"Eu sou calculista. Gostava de cálculo. Também a área de desenho. Cheguei a fazer dois anos e meios de Arquitetura e Urbanismo. Então me dirigi mais para área de desenho e Cálculo também. Na vida profissional ainda faço isso"* (Professor - depoimento).

Estas suas preferências podem ser localizadas na influência de laços familiares. A construção de seu capital cultural (PIMENTA, 1999 e CHARLOT, 2005) ali teve inicio e, de certa forma, definiu o trajeto profissional que ele havia de seguir. O professor tem sua família ligada à atividade de construção civil e desenho, com quem ele adquiriu a habilidade com a régua e compasso. São dele os termos: "*Então desde novo já trabalhava com isso. Porque meu avô, meu pai, meus quatro tios, dois primos e já tenho dois sobrinhos que são engenheiros, dentro dessa área. Então sempre tive isso lá em casa. Trabalhei isso.(...) Desde os meus treze, quatorze anos a gente já trabalhava em projeto, desenhando."*

As experiências de formação do professor que o levaram para o trabalho com o desenho geométrico são relatadas por ele desde a época em que cursava a Escola Militar, hoje Colégio Militar de Fortaleza. Ele considera que as disciplinas de Geometria Descritiva ocuparam lugar de destaque na sua formação básica: *"Você vê que descritiva naquela época era uma das cadeiras fundamentais".* Para ele, os professores que mais ocupam lugar em sua memória são aqueles de Matemática e de Geometria – "*professor Coronel Noé, e professor Valdo Rios. E a gente sente até hoje que o marco do desenho mesmo era o* [livro do Alfredo Reis] *Príncipe Junior. Então naquela época que eu trabalhava o Príncipe Junior, tudo era relacionado a ele. Então o marco nessa área".*

Durante todo o período de formação, as experiências com desenho são descritas como seus principais trabalhos: *"Eu tenho no meu currículo todo desenho que você possa imaginar. O desenho mais complicado que eu vi até hoje é o desenho topográfico. Desenho topográfico você tem que ser bem desenhado. (...) Desenho Geométrico, desenho arquitetônico, desenho mecânico".*

Durante toda a formação inicial, percebemos ênfase na busca de conhecimentos técnicos, não tendo sido possível detectar nenhum momento em que o professor tenha buscado qualquer formação ligada às questões específicas da docência. Ele reputa, entretanto, que sua formação técnica contribuiu para trazer elementos para sua prática docente. "*Ela me deu um campo vasto. Hoje em dia a gente pode dar exemplos (...) Tem professor que nunca entrou numa obra, sem experiência. (...) Hoje eu posso dizer vai acontecer isso, vai acontecer aquilo (...) Mais um motivo que vem da prática*". São exemplos retirados da formação de técnico em edificações ou de engenheiro que ilustram a sua prática de professor de Desenho Geométrico.

Com relação à formação continuada, o professor relatou ter participado de duas experiências, visando a sua certificação: o mestrado em Cálculo de Resistência e o Esquema II. O mestrado foi realizado seis anos após a conclusão da graduação. Este curso, como se pode perceber, ainda o mantinha dentro da área técnica, distante da área pedagógica, embora ele já fosse professor de cursos técnicos do CEFET – Edificações, Mecânica, Eletrotécnica e Turismo – sua principal ocupação profissional.

Somente em 1998, na segunda experiência de formação continuada, percebemos o primeiro passo rumo ao domínio de saberes pedagógicos. O Esquema II[12] era uma habilitação para o ensino, oferecida a profissionais que tinham titulação em cursos da área de ciências exatas e que desejavam atuar na carreira do magistério. Foi oferecida pela Universidade Federal do Ceará uma turma específica para um grupo de professores do CEFET. Ocorria nos finais de semana, de modo a adequar-se às necessidades de um público que trabalhava quarenta horas semanais. A decisão de realizar este curso, entretanto, não foi de cunho pessoal, mas fruto de uma decisão institucional para adequar-se à formação para o magistério determinada pela LDB[13]:

> Art. 87 *É instituída a Década da Educação, a iniciar-se um ano a partir da publicação desta Lei.*
> *§ 4º - Até o fim da Década da Educação somente serão admitidos professores habilitados em nível superior ou formados por treinamento em serviço.*

[12] O Esquema I e Esquema II foram criados pela Portaria nº 432, de 19 de julho de 1971, e atualizados a com a Portaria nº 396, de 28 de junho de 1977, e das Resoluções nº 3, de 25 de fevereiro de 1977, nº 12, de 13 de dezembro de 1978, e nº 7, de 7 de outubro de 1983, do Ministério da Educação. Visando a "Qualificar para o Magistério profissionais com Bacharelado.através de disciplinas pedagógicas para a prática legal da docência das disciplinas técnicas do currículo do Ensino Médio e núcleo comum (5ª a 8ª Série) do Ensino Fundamental e Médio".

[13] Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.

Esta formação pedagógica foi regulamentada pelo Decreto nº 3.276, de 6 de dezembro de 1999, que dispõe sobre a formação em nível superior de professores para atuar na educação básica, e dá outras providências:

> *Art. 3º: A organização curricular dos cursos deverá permitir ao graduando opções que favoreçam a escolha da etapa da educação básica para a qual se habilitará e a complementação de estudos que viabilize sua habilitação para outra etapa da educação básica. § 4o A formação de professores para a atuação em campos específicos do conhecimento far-se-á em cursos de licenciatura, podendo os habilitados atuar, no ensino da sua especialidade, em qualquer etapa da educação básica.*

A formação continuada visando à certificação do professor reduziu-se a estes dois cursos. O restante desta formação continuada vai ser realizado apenas naquilo que diz respeito à formação não certificada, isto é, atualização via aquisição de materiais e livros relativos à sua área de atuação. Em sua entrevista, o Professor afirma que, durante sua vida profissional adquiriu livros e instrumentos para melhorar sua atuação em sala, e profissionalmente no trabalho em campo. Sobre livros e periódicos relata: *"Todo dia ta aparecendo coisa nova. Eu tenho em minha biblioteca seis revistas que eu assino. Eu posso não aplicar, mas que eu leio sempre, a gente lê. E... Toda vez que tem novidade ta lá. Eu sou um membro da ABNT. Tudo que vai acontecer sobre engenharia civil eu vou ter. Analisar, exercitar e dar informação. Pra ser transformado em lei ou não, né?"* Os instrumentos foram adquiridos e inovados à medida que a necessidade surgia.

> *[material de desenho] foram vários (...) A tendência é você tentar inovar. Antigamente você utilizava o transferidor. Hoje em dia você não utiliza, só pra mostrar, não usa mais. (...) Ai tem outro detalhe, os esquadros para quadro são em madeira. Também tinha os esquadros em acrílico, também era difícil porque ele quebrava, e ele tinha as bordas um pouco alta, as arestas dele, porque passava um pelo e outro e precisava de um apoio, né? Ai (...) o compasso adaptamos para poder botar a*

> *caneta, né? (...) Muitas vezes eu dava desenho topográfico, e precisava do desenho mais preciso.*

Notamos ainda, na fala do professor uma busca constante pela aquisição de novos conhecimentos, mediante aquisição de livros e assinatura de revistas. Esta busca, entretanto, liga-se ainda fundamentalmente à área de construção civil, a qual ele reputa indispensável à sua prática na sala de aula. A sua visão pode ser notada no trecho a seguir: *"Hoje fui ver que em relação a congelar solo, é .... Naquela época fazia logo. Congela e acerta. Congela a fundação e completa o concreto. Hoje em dia o negócio está bem diferente da nossa época."*

Com relação às experiências docentes, percebe-se que, embora o professor tenha uma longa carreira, 32 anos à época do depoimento, ele a exerceu sempre vinculado ao CEFET. Ministrar aulas foi sua ocupação desde quando ainda era aluno do curso de Edificações, época em que já era graduado em Engenharia, o que lhe dava um diferencial em relação aos outros colegas do curso técnico. Naquela época (1976), havia grande escassez de profissionais habilitados para o magistério, principalmente nos cursos técnicos. Assim sendo, ele passou a fazer parte de um programa do governo que ele afirma ser de "intercomplementaridade". Tratava-se de um convênio estabelecido entre diferentes escolas e o CEFET, para atender à exigência de profissionalização prevista àquela época pela Lei 5692/71[14]. A percepção do professor acerca desta experiência pode ser vista na sua fala, a seguir:

> *Foi até por brincadeira. Naquela época eu estudava na Escola [Técnica Federal, antecessora do CEFET] e o governo resolveu dar um curso chamado intercomplementariedade para todo pessoal do nível médio. (...) Então a Escola foi obrigada a dar aula para o pessoal do [Colégio Marista] Cearense, pessoal do Liceu, da Estadual,(...) aquela escola do Estado que só tinha mulher [Instituto de Educação].*

[14] A Lei 5692/71 previa a profissionalização obrigatória de todos os alunos do segundo grau (hoje ensino médio), o que exigia a existência de laboratórios e professores técnicos compatíveis com as diferentes habilitações profissionais. Dada a impossibilidade de todas as escolas fazerem frente a estas exigências, o CEFET passou a dar o atendimento em áreas técnicas tais como: Edificações, Eletrotécnica e Telecomunicações.

> *Então com isso nós éramos selecionados, nós que éramos alunos da Escola já com um nível mais avançado dar essas aulas. Ai foi meu primeiro passo, né? Passei dois anos.*

Como se pode perceber, o professor começou sua carreira docente trabalhando no ensino médio profissionalizante. Desde formado em Engenharia, ele assumiu disciplinas na Escola Técnica Federal do Ceará (CEFET). Trabalhou no ensino médio profissionalizante, em diferentes cursos – Edificações, Mecânica, Estradas e Turismo – onde ministrou as disciplinas Desenho Técnico, Resistência dos Materiais, Tecnologia das Construções e Material de Construção. Com a transformação da Escola Técnica em Centro Federal de Educação Tecnológica do Ceará – CEFET, ocorrido em 1996, o professor passou a trabalhar no nível superior, no curso de Licenciatura em Matemática, onde ministra a disciplina Desenho Geométrico. Trabalhou também com desenho no curso de Licenciatura em Artes Plásticas, oferecido também pelo CEFET, em caráter eventual. Embora com a formação mais ampla na área técnica, o professor se considera um profissional muito envolvido com a docência: *"já estou perto de me aposentar. Eu nunca sai de sala de aula. Tenho 32 anos de ensino e nunca sai de sala de aula. Até hoje"*.

Durante a graduação, ele ainda destaca como conhecimentos importantes para sua atuação a maneira como aprendeu os conteúdos de Geometria; todos trabalhados com o uso da régua e do compasso, o que desenvolveu nele a possibilidade de trabalho intuitivo. Destaca a importância da disciplina como conteúdo fundamental para o desenvolvimento do raciocínio do aluno.

> *Ai é uma das cadeiras [Desenho Geométrico] mais importantes pra ele [Aluno]. Porque calcular um triângulo é fácil. Construir um triângulo pelo cálculo que ele fez, ele calcula e depois vai montar, é outra coisa. (...) tem figuras geométricas que tem a formula parecida que dá outra coisa. (...) A gente tem que mostrar a ele que ele tem que raciocinar rápido e aprendendo o cálculo. (...) Como também, outra coisa importante na matemática e no desenho é você saber interpretar o que está pedindo. Às vezes uma palavra, uma vírgula, dá uma coisa diferente. (...) Tem que ter*

> *responsabilidade, porque a matemática ela é precisa. (...) Inclusive a matemática euclidiana é toda baseada em figuras geométricas.*

Dessa maneira, compreende o Desenho Geométrico como importante recurso no auxílio à construção do pensamento, não apenas para a compreensão de conceitos geométricos, mas também para os conceitos pertinentes a outras áreas, como a Aritmética e a Física. Ele considera que os conhecimentos mais relevantes são pautados nas resoluções de problemas geométricos. Assim exemplifica: *"aplicação dos polígonos, (...) tá vivenciando. O que ele [aluno] tem na teoria a gente monta na prática"*. Ele valoriza essa habilidade de raciocinar utilizando como base as figuras: *"Eu tenho uma facilidade muito grande de ver, de interpretar. Na época que a gente estudava, todo problema matemático a gente primeiro desenhava pra depois executar"*. Lembra que os alunos da geração anterior utilizavam recursos visuais para compreender os problemas: "[problemas de física] *isso era feito na base do desenho para interpretar a matemática* [existente no problema]. *E não tinha coisa melhor. Ajuda bastante"*. Informa que a Geometria se relaciona com muitas áreas do conhecimento: *"Áreas para trabalhar engenharia civil (...) a automação. Você vai ter que desenhar"*.

No que concerne à percepção do professor acerca da sua prática em sala de aula, podemos destacar três diferentes dimensões que serão analisadas a seguir – organização didática, relação professor x aluno e avaliação.

Na primeira, ao descrever a estruturação de suas aulas, o professor considera que utiliza técnicas antigas sobre planejamento. Ele trabalha baseado em modelos preestabelecidos, embora reconheça a necessidade de adaptar suas aulas aos públicos diferenciados. *"Antigamente eu tinha minhas apontações. (...) A aula que eu dava pra engenharia, construção civil era uma. A aula que eu dava pra turismo era totalmente diferente. A gente tinha uma base. (...) A gente tem um modelo e a prática"*. Com relação à sua organização didática, notamos ainda elementos de recuperação das práticas passadas. Ele acentua que a sua prática docente se mantém desde que ele começou a ensinar na Escola Técnica e explica: "*A gente tinha, (...) Ainda hoje [tem] uma sequência. Ele [aluno] jamais (...) fazer um cubo sem antes fazer o quadrado e transformá-lo num cubo"*. Esta fala revela que o professor percebe a necessidade de reaver conteúdos prévios para a introdução dos novos conteúdos. E ainda explica que ele e os professores com quem dividia as disciplinas no formato técnico do desenho em outros cursos não foram os primeiros a realizar uma organização de aulas para as disciplinas técnicas. Para ele, o formato foi pensado por professores anteriores à sua época. "(...) *a gente juntou o pessoal da antiga, (...) Pedro Mota que fez desenho aqui, o Bernardo que desenvolvia isso ai. Nós só fizemos aprimorar, né? Agora nós pesquisamos muito no [livro do] Ataíde, nesse pessoal que deu elementos pra isso"*. Percebe-se que o Professor tem referências didáticas nas experiências docentes que participaram de sua formação inicial, demonstrando uma prática bastante conservadora.

A preferência do professor por Geometria e suas habilidades para ensinar com régua e compasso, garantiram sua permanência como professor das disciplinas relacionadas com Geometria. Com esta habilidade, ele lamenta ter que utilizar o cálculo para trabalhar conceitos geométricos não plenamente acessíveis apenas com a régua e o compasso. Assim é que especifica as disciplinas com as quais mais se identifica: "*A [disciplina] que eu melhor trabalho é perspectiva. Desenho geométrico (...) é toda boa. (...) a construção geométrica ela vai normal. O complicado é quando você começa com [equivalência de] área. (...) você faz uso do cálculo. Visualizar, não vai"*. Pela sua experiência, relaciona algumas construções que não podem se apoiar somente nos conceitos de Geometria para produzir conhecimento para o aluno. Há conteúdos, como equivalência de área, para os quais é preciso o auxílio do cálculo, ou seja, de fórmulas matemáticas, para que o aluno generalize.

A prática de utilização dos instrumentos de desenho foi um diferencial para que esse professor iniciasse sua carreira docente. Se lembra de que utilizou os instrumentos em madeira para quadro de giz desde o primeiro dia de aula e explica a importância de se ter um domínio técnico sobre esses instrumentos: "*A gente tem um diferencial. A Escola Técnica (...) ela primava pela técnica mais que a didática. Dava didática, mas a técnica era obrigatória*". Percebemos ainda aqui a ênfase no domínio técnico de instrumentos em detrimento de quaisquer elementos de formação pedagógica.

O professor diz que o material de madeira destinado ao trabalho no quadro de giz teve que ser adaptado ao trabalho com o quadro branco: o compasso recebeu o pincel marcador e os esquadros passaram a ser de madeira diferenciada, de modo a não apagar os traços realizados. Tais modificações, entretanto, foram impostas por inovações promovidas pela própria Instituição e não por iniciativa do docente. Ele se considera um conservador e aceita a denominação de "Dino", isto é, dinossauro, em relação à resistência às inovações.

As tecnologias digitais, como os *softwares* e os simuladores não complementam as aulas do professor. Ele informa não conhecer nenhum *software* de Geometria dinâmica: *"O software que eu conheço só pra engenharia. Já vi alguns. Eu sou conhecido como Dino, dinossauro, é? Eu tenho minha vida totalmente voltada pra dar aula. E até o ultimo dia eu vou dar aula com traço"*. Como se pode perceber, ele acredita que ministrar aulas constitui uma atividade incompatível com o uso das tecnologias digitais. Tais tecnologias devem permear apenas o mundo da Engenharia que ele denomina o mundo do trabalho: "[O computador] *É só pra trabalho. (...) Hoje em dia eu não sei mais fazer um cálculo de laje sem ter minha máquina do lado. (...) Hoje em dia eu mando muito projeto por e-mail, como calculista"*. Para o professor, não existe necessidade de formação de seus alunos para o uso da tecnologia digital, no tocante ao Desenho Geométrico.

O professor assinala ter conhecimento de que o CEFET dispõe de outros recursos didáticos, como retroprojetor, *datashow*, material concreto para modelagem, transparência, *slides*. Ele, entretanto, não os utiliza em seus cursos de Desenho Geométrico. Como anotamos, o seu trabalho se resume ao desenho com traço. O retroprojetor e o *datashow* são eventualmente utilizados, mas em outros cursos, como, por exemplo, para mostrar a construção de projeto arquitetônico por meio do *software* AutoCAD, quando se faz necessário enriquecer a aula com ilustrações dinâmicas. Assim diz: *"Pega uma cadeira dessa aqui de Autocad, é individual, mas tem passos que a gente vai construindo uma parte do desenho. Quando chega no datashow ele mostra passo a passo, ele vai e faz. Agora, sempre, primeiro pela execução. Não pela multimídia"*. Nessa ausência de uso didático das tecnologias, o Professor conduz os alunos a uma percepção do Desenho Geométrico como disciplina essencialmente de traços estáticos. Negando-se a utilizar as tecnologias, nega a possibilidade de percepção dos desenhos em espaço tridimensional, com movimentos, deixando por conta do aluno imaginar os movimentos necessários às visualizações e representações.

Na segunda dimensão, isto é, a sua relação com os alunos, o entrevistado percebe que viveu modificações importantes no decorrer de sua carreira. Ele localiza estas transformações no fato de que, quando trabalhava com o Desenho Geométrico no ensino técnico, interagia com um público adolescente. Agora, que leciona na licenciatura, mesmo trabalhando ainda com a mesma disciplina, ele se relaciona com um público adulto. Sua postura, pois, foi modificada pelas características que guarda esse aluno, ou seja, uma pessoa mais adulta.

> *Eu fazia uma aula (...) porque naquela época (...) Eu dava, explicava e recebia de volta. Porque tinha um negócio bem feito* [trabalho do aluno limpo e organizado]. *Com a vinda da universidade virou cadeira. Então o aluno deixou de existir e ficou universitário. Então vocês vão pesquisar todo material. Eu vou dar a aula, mas aqui a aula é só pra mostrar. Você quiser se aprofundar, ou eu passo um exercício, tem que ir à biblioteca, pesquisar como se faz na universidade mesmo.*

A maturidade do público é considerada pelo Professor como um fator de facilitação de seu trabalho docente. Segundo ele, para trabalhar com o os alunos do ensino médio, era necessário um esforço maior, visto que se fazia indispensável um acompanhamento sistemático das atividades. Era assim que o professor acreditava assegurar que o aluno realizasse o trabalho, garantindo, portanto, sua permanência em sala e a consequente aprendizagem. Agora, na licenciatura, o aluno é deixado livre para entrar e sair de sala, para realizar ou não os trabalhos propostos. Assim sendo, o controle do professor é localizado especificamente no momento da prova. Ele relata: "*Eu recebia os trabalhos, corrigia os trabalhos. (...) Hoje não. Os resultados são os resultados que eles vão me mostrar na prova*".

O Professor percebe que mais um aspecto de sua relação com os alunos se modificou. Ele expressa que, no início de sua carreira, ele exigia que os alunos procedessem exatamente como ele, na elaboração das tarefas de desenho. Atualmente, nota que, para ser competente em desenho, o aluno pode percorrer caminhos próprios. "*Antigamente eu teria que fazer pra que ele repetisse (...) Agora, muitas vezes não. Você mostra de uma maneira, uma pessoa lá trás tem uma solução mais fácil do que a que eu mostro... Eu mostro a minha solução e digo: o critério é seu, o que vai nos importar é o resultado*".

A terceira dimensão aqui discutida, o trabalho de avaliação do Professor na disciplina Desenho Geométrico, pode ser percebida em duas vertentes: construção do raciocínio geométrico e habilidade com o material de desenho. Para avaliação do aluno na construção do raciocínio geométrico, assim o Professor se explica: *"Bem, normalmente ele vai ter que me mostrar né? Mas (...) jamais quero saber definição. Eu quero a construção. (...) Agora dedução é outra coisa, bem diferente"*. A dedução, para o Professor, tem importância reduzida, não estando diretamente relacionada com o desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno. A dedução se refere à prova matemática, ou seja, à justificativa da construção fundamentada na lógica da construção dos conceitos. Ele não valoriza esta atividade de construção da prova, deixando o aluno preso ao domínio da Geometria intuitiva, impossibilitando-o de generalizar conceitos mais complexos. A não valorização da construção da prova formal da Matemática que envolve as construções geométricas torna esse conhecimento limitado e sem grandes possibilidades de ampliação pelo aluno em termos de construção de conceitos.

Tal posição pode ser atribuída à sua formação em Engenharia, diferentemente da formação em Matemática, que valoriza a compreensão fundamentada. Ele acrescenta: *"Eu normalmente cobro o resultado*. (...) *na prova de desenho se ele* [aluno] *não tiver a aptidão ele não faz.* (...) *Ele pode tentar* [copiar] *é claro, mas se não tiver aptidão não faz"*. Vê-se aqui a ênfase na utilização dos instrumentos pelo aluno. Ainda uma vez se percebe a permanência de práticas pedagógicas adotadas no início de sua carreira docente: "*jamais aprovava um aluno que não tivesse a prática.* (...) *não se aprovava um aluno em sala de aula se não tinha a técnica.* (...) *construa um triângulo equilátero.* (...) *só considerava feito o que ele fizesse com o aparelho".*

Um aspecto muito observado pelo professor em sua avaliação é a organização do desenho realizado pelos alunos. Para ele, a apresentação do trabalho tem peso fundamental não só para a construção do raciocínio geométrico, mas também para a formação do profissional. Ele assim se expressa: "*olhe, daqui vocês saem profissionais. Se você me entregar um trabalho certo, bem apresentado, limpo, você tem uma vantagem do que me apresentar numa folhinha de papel, num rascunho*".

6.2. Análise do Nível Conceitual de Geometria Plana em Alunos ao Ingressarem na Disciplina Desenho Geométrico

Neste tópico, descrevemos o desempenho dos alunos durante a resolução dos exercícios de sondagem do nível de domínio conceitual de Geometria Plana, antes de iniciarem a disciplina Desenho Geométrico. Pretendemos avaliar se os alunos detêm os conceitos prévios julgados necessários para o seu bom desempenho no decorrer da referida disciplina. Doravante, este exercício passará a ser denominado *LISTA DE EXERCÍCIO I* (Anexo II).

A *LISTA DE EXERCÍCIO I* foi elaborada pontuando conceitos de geometria plana. Para a organização do instrumento, objetivamos responder à seguinte pergunta: quais são os conhecimentos de Geometria Plana que devem estar na base do raciocínio matemático do aluno para iniciar estudos de construções geométricas? Pensamos esses conhecimentos como prerrequisitos conceituais que justificassem estruturas cognitivas capazes de desenvolver o raciocínio geométrico do aluno. Esses conhecimentos compreendem os conceitos, classificação e propriedades de figuras planas, relação de congruência, semelhança e proporção.

A *LISTA DE EXERCÍCIO I* foi aplicada a cinco alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, matriculados na disciplina Desenho Geométrico: duas moças (A1 e A2) e três rapazes (A3, A4 e A5).

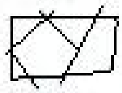
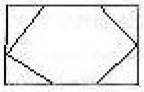
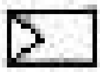
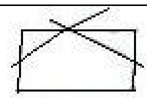
6.2.1. – Exercício 1

No Exercício 1 (*Apêndice I*), que constou de um quadro para completar cinco proposições, o seu objetivo foi a observação do domínio conceitual do aluno para a classificação de figuras planas e de seus elementos e a verificação dos conceitos de reta, segmento de reta e ângulo.

A primeira proposição pede a descrição do tipo de corte sobre um retângulo para se obter um triângulo e um pentágono. Nessa proposição, nenhum aluno chegou à resposta correta. Na tentativa de solução, apenas o aluno A5 tomou a iniciativa de esboçar um desenho que o apoiasse na resolução do problema. Os alunos A1, A2 e A4, no momento da entrevista clínica, diante das dificuldades demonstradas, esboçaram uma figura de apoio, atendendo à nossa sugestão. O aluno A3, entretanto, mesmo ante tal demanda, não conseguiu construir qualquer figura que o auxiliasse, deixando, assim, a questão sem resposta. As figuras foram construídas a partir da utilização de dois ou de quatro cortes, desobedecendo ao que determinava a questão. Utilizaram dois cortes os alunos A4 e A5: o primeiro produziu um pentágono côncavo, enquanto o segundo um pentágono convexo. O aluno A5 afirmou não ser possível a construção das figuras de um só corte. Ambos esboçaram a construção da figura nos lados do retângulo. Utilizaram quatro cortes as alunas A1 e A2. A primeira demonstrou ter consciência de que estava utilizando mais cortes do que aqueles que estavam sendo pedidos na questão. Ela também relatou que, de apenas um corte, seria impossível resolver a questão. Sua tentativa foi no sentido de desenhar um pentágono convexo regular e, para isto, diz que "*teria feito um, dois, três... quatro cortes. E teria obtido três triângulos, um pentágono e um trapézio*". Já a segunda preocupou-se em esboçar simplesmente a figura, sem atentar para a quantidade de cortes demandada na questão, chegando a desenhar um hexágono convexo regular, sem perceber que não se tratava de um pentágono. A aluna A2 analisou a figura que ela construiu, assinalando que "*o tipo de corte é confrontando as duas pontas, os dois cantos*", isto é, na interseção dos lados da figura. Estas duas alunas não utilizaram os lados do retângulo da figura original, traçando segmentos de reta inscritos nele.

Como se pode perceber, à exceção do aluno A5, que teve a iniciativa de esboçar uma figura, todos os demais apoiam seu raciocínio apenas em conceitos axiomatizados de Geometria Plana. Isto nos remete a Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), que classifica tal procedimento como oriundo de um estilo analítico de pensamento, pois eles buscam apoio no componente verbal-lógico em detrimento do componente visual-pictórico. Os alunos não demonstram um nível de pensamento geométrico de "dedução formal" dos conceitos com a figura, conforme sugerem van Hiele e van Hiele e van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005). O aluno A3 não demonstra atingir o Nível 0 (zero) do pensamento geométrico pois nem foi capaz de evidenciar domínio dos conceitos axiomatizados na primeira "visualização". Nas soluções apresentadas, estão as figuras estereotipadas (pentágono regular) as quais deixam entrever que o conceito apreendido pelas alunas (A1 e A2) é ainda restrito à figura regular. Pode-se garantir, assim, que tal conceito contém limitação na generalização. O emprego dos lados do retângulo para a construção da figura indica o uso desses como uma linha poligonal de apoio ao desenho. Percebemos com a aluna A2 a fragilidade na classificação das figuras, haja vista não distinguir um hexágono de um pentágono; desconhecimento também com relação aos elementos das figuras planas, quando os termos lados, interseção de retas, ângulos são substituídos por termos populares, como canto e ponta. A lacuna no domínio da terminologia já havia sido evidenciada pela mesma aluna, quando ainda da observação do exemplo oferecido na questão: ela considerou que dois triângulos iguais poderiam ser "*dois triângulos retângulos isósceles*".

As figuras esboçadas parte de um dos entrevistados podem ser vistas no Quadro 3:

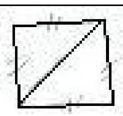
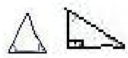
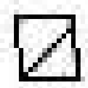
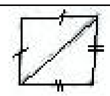
P	*Quadro 3 – Solução dos alunos para a primeira proposição do Exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIO I*									
	A1		A2		A3		A4		A5	
1		E		E	Não Consegue esboçar	E		E		E

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

A segunda proposição pede a construção de uma figura original, na qual se traça uma diagonal para obtenção de dois triângulos retângulos isósceles. Nessa proposição, quatro alunos chegaram à resposta correta (A1, A2, A4 e A5). Mais uma vez o aluno A3 não respondeu à questão. Na tentativa de localizar a lacuna conceitual do aluno, durante a entrevista foram realizados questionamentos acerca dos elementos propostos na questão: diagonal e triângulos isósceles. O aluno A3 demonstrou saber classificar o triângulo e ter o conceito de triângulo isósceles e de diagonal, mas não conseguiu associar a hipotenusa do triângulo ao corte da diagonal do quadrado e nada concluiu sobre a proposição. O aluno A5 foi o único que, por iniciativa própria, fez o esboço da figura como apoio para a resolução do problema. Durante a entrevista, os outros alunos, mais uma vez por demanda nossa, esboçaram a figura de apoio. Apenas a aluna A1 não o fez, preferindo nominar a figura. Ela diz: "*considerando que eu deveria ter no final dois triângulos retângulos isósceles... de cara veio a imagem de um quadrado. Um corte na diagonal ia obter dois triângulos retângulos*" (A1). Os alunos que produziram esboço de figura para apoio à solução tomaram sempre como referência a borda do papel para traçar a diagonal da figura requerida (o quadrado). A aluna A2 guarda uma forma própria de resolver a questão: inicia a construção da figura pelo traço da diagonal – uma reta inclinada aproximadamente em 45º em relação à borda do papel – para somente depois traçar o quadrado. Ela segue a ordem direta da proposição para a solução e percebe que os lados congruentes do triângulo isósceles correspondem aos lados do quadrado. Classifica corretamente os triângulos isósceles. Assim ela se expressa: "*O tipo de corte é na diagonal formando dois triângulos retângulos isósceles. A figura seria um quadrado. Se eu cortasse na diagonal, os dois lados já seriam iguais e os dois de cá seriam também*" (A2). A aluna utiliza os símbolos de congruência (//) sobre os lados do quadrado. Os alunos A4 e A5 desenham primeiro o quadrado para depois realizar o corte da diagonal, particularizando-a como uma diagonal do quadrado.

O êxito nesta proposição foi muito superior à anterior. Podemos supor que tal resultado adveio do fato de o corte proposto coincidir com um dos elementos da figura, ou seja, sua diagonal. Além disto, as figuras resultantes do corte (triângulos retângulos isósceles) são figuras iguais entre si, formadas com base em um eixo de simetria, o que facilita a composição, via reflexão, da figura demandada, propiciando a percepção intuitiva. Notamos que a aluna A1, mesmo sem ter esboçado a figura para a solução, demonstrou se apoiar em imagens mentais, pois expressa: "*de cara veio à imagem*". Percebe-se, pois um nível de abstração do pensamento geométrico. Diferentemente do que aconteceu na primeira proposição, nenhum aluno demonstrou dificuldades com a terminologia relativa aos elementos componentes das figuras. Mesmo a aluna A2, que havia demonstrado desconhecimentos da terminologia, exprime o conceito de diagonal, de congruência e classificação correta de triângulos. A dificuldade de generalização das figuras provoca uma limitação do uso destas figuras para pensar a solução.

As figuras esboçadas por parte de cada um dos entrevistados podem ser vistas no Quadro 4:

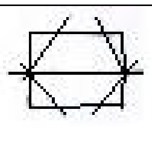
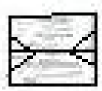
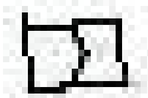
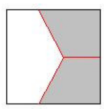
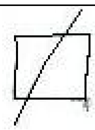
<table>
<tr><td rowspan="2">P</td><td colspan="10">Quadro 4 – Solução dos alunos para a segunda proposição do Exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIO I</td></tr>
<tr><td colspan="2">A1</td><td colspan="2">A2</td><td colspan="2">A3</td><td colspan="2">A4</td><td colspan="2">A5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>apoio em imagens mentais</td><td>C</td><td></td><td>C</td><td></td><td>E</td><td></td><td>C</td><td></td><td>C</td></tr>
</table>

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

A terceira proposição pede o tipo de corte sobre um quadrado para se obter dois trapézios. Nessa proposição, apenas dois alunos chegaram à resposta correta: os alunos A4 e A5. A aluna A1 registra a impossibilidade de apenas um corte e produz um resultado particular da proposição que define a solução da seguinte maneira: "*A partir de um quadrado eu consegui fazer dois trapézios. Isso é impossível. Eu fiz aqui um desenho... Até poderia ter. Com um, dois, três, quatro, cinco cortes... Os dois trapézios. Mas eu iria obter também quatro triângulos retângulos. Nas pontinhas*". As alunas A1 e A2 realizam cinco cortes para produzir dois trapézios no quadrado, produzindo erro na solução, criando a mais quatro triângulos. Ainda a aluna A2 registra na solução que "*corta ao meio e depois nos cantos*" e descreve com segurança sua solução dizendo: "*Quadrado.... Depois eu corto aqui no canto.... dos dois. Um trapézio, e outro trapézio*". Essa aluna não reconhece a construção das figuras em dois trapézios e quatro triângulos e seu esboço é uma tentativa de fazer a figura regular. A aluna A2, quando investigada sobre essa solução, declara a impossibilidade de realização com um corte. O aluno A3 não registra resposta e, depois de questionado, escreve diagonal: sua solução possui três cortes que origina dois trapézios, mas também um pentágono. Esse aluno apresentou dificuldade de compreensão na leitura da proposição, mas esboçou dois trapézios regulares dentro do quadrado. Mais uma vez, o aluno A3 não respondeu à questão. Os alunos A4 e A5 nomeiam o corte como "obliquo" e esboçam uma figura com um corte transversal sobre os lados horizontais do quadrado, produzindo acerto na solução com dois trapézios congruentes. Esses alunos não haviam esboçado desenho para apoiar o raciocínio, mas, quando questionados, produziram figuras do quadrado traçando posteriormente o corte da diagonal com uma reta transversal.

Os alunos apresentaram uma dificuldade nesta proposição que não aconteceu nas anteriores. Ao pensar sobre a solução, a aluna A1 demonstra conhecimento dos conceitos verificados, mas, como na primeira proposição, a generalização que ela tem da área de um trapézio é sua figura regular, com as bases paralelas e os lados simétricos em diagonal, o que produz erro na construção do corte no quadrado. Verificamos com o esboço de sua figura (ver quadro abaixo), que a aluna A2 mostra desconhecimento de terminologia dos elementos do triângulo, e sua resposta é errada, pois realizou mais cortes do que os permitidos na questão. Para esse exercício, esses alunos não demonstram atingir o nível de "dedução formal" dos conceitos, conforme sugere o método de compreensão do pensamento geométrico de van Hiele e van Hiele e van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005).

As figuras esboçadas pelos entrevistados podem ser vistas no Quadro 5:

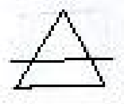
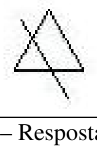
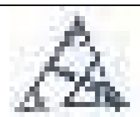
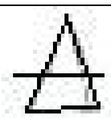
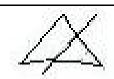
<table>
<tr><td rowspan="2">P</td><td colspan="10">Quadro 5 – Solução dos alunos para a terceira proposição do Exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIO I</td></tr>
<tr><td colspan="2">A1</td><td colspan="2">A2</td><td colspan="2">A3</td><td colspan="2">A4</td><td colspan="2">A5</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>E</td><td></td><td>E</td><td> </td><td>E</td><td></td><td>C</td><td></td><td>C</td></tr>
</table>

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

A quarta proposição pede a figura resultante que se obtém com um corte paralelo sobre um dos lados de um triângulo equilátero. Nessa proposição, quase todos os alunos chegaram à resposta correta. Apenas A3 produziu erro, mas durante a entrevista reformulou suas hipóteses e retificou a solução. Esse aluno demonstrou dificuldades de compreensão na leitura da proposição e, durante a entrevista, para investigar se ele estava produzindo figuras para raciocinar a solução, foi instado a começar por um esboço de um triangulo equilátero. Após a produção de um triângulo, ele fez o corte na posição perpendicular a um dos lados. Para investigar se o traço foi intencional, perguntamos "*Ele é paralelo a que lado?*" Aluno apontou no desenho para o lado oposto, mas, antes de ser novamente questionado, percebeu o erro e refez o corte, corretamente. Para verificar se a resolução não havia sido realizada aleatoriamente, solicitamos que o aluno A3 fizesse outro esboço da mesma figura. Ele concluiu, indicando o lado paralelo, corretamente. Quando questionado a respeito das figuras obtidas, diz ter obtido um trapézio e um triângulo. A questão foi concluída corretamente, com a particularidade do triangulo ser equilátero. A aluna A1 descreve a solução com precisão e clareza e explicou a utilização do conceito de reta por meio do esboço. Quando questionada sobre a classificação do triângulo obtido no corte ela demonstrou uma generalização do conceito e classificação de triângulos. Por outro lado, nada concluiu sobre o trapézio obtido no corte. Mesmo percebendo a existência de uma figura além do triângulo, ele não conseguiu classificá-la. A reta do corte, como esboçada na figura, paralela à base, aponta para a generalização das figuras regulares do triângulo e trapézio, e confirma a generalização pela figura e não pelos conceitos. A aluna A2 tomou a iniciativa de esboçar um desenho que a apoiasse na resolução do problema. Sua resposta é correta e demonstra conhecimento da terminologia dos elementos do triângulo, conhecimento de paralela e percebe a identificação do trapézio. Os alunos A2, A3 e A4 produziram o corte transversal, paralelo ao lado oposto à base, enquanto os alunos A5 e A1 fizeram o corte paralelo a base.

O êxito nesta proposição foi muito superior ao das duas anteriores. Percebe-se melhor generalização e domínio dos conceitos de triângulos. Para esse exercício, conforme sugere o método de compreensão do pensamento geométrico de van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), esses alunos demonstram atingir o nível de "dedução formal" dos conceitos pela sua aplicação e generalização.

As figuras esboçadas pelos entrevistados podem ser vistas no Quadro 6:

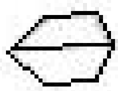
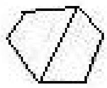
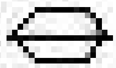
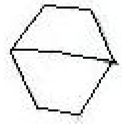
<table>
<tr><td rowspan="2">P</td><td colspan="10">Quadro 6 – Solução dos alunos para a quarta proposição do Exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIO I</td></tr>
<tr><td colspan="2">A1</td><td colspan="2">A2</td><td colspan="2">A3</td><td colspan="2">A4</td><td colspan="2">A5</td></tr>
<tr><td>4</td><td></td><td>C</td><td></td><td>C</td><td></td><td>E</td><td></td><td>C</td><td></td><td>C</td></tr>
</table>

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

A quinta proposição pede a construção de uma figura original, na qual se traça uma diagonal para obtenção de dois trapézios. Os alunos A2, A4 e A5 produziram acerto na solução, registrando um hexágono. A aluna A1 apresentou dificuldade para esboçar uma figura de auxilio ao raciocínio e explicou durante a entrevista: "*Eu tenho um corte diagonal e tenho que obter dois trapézios. Não tem sentido. Impossível. Impossível*". A aluna registrou impossibilidade e quando questionada sobre seu raciocínio geométrico, refez suas hipóteses e completou o quadro com o que afirma ser "um pentágono", embora tenha desenhado efetivamente um hexágono. O aluno A3 necessitou de uma leitura compartilhada para compreender a proposição: utilizou-se da mesma estratégia de solução na proposição anterior para auxiliar a produção de figuras para o raciocínio. Esse aluno não consegue produzir esboço da figura para a solução, embora tenha demonstrado saber realizar as figuras isoladamente, fora da solução, sempre que instado por nós. Ele completou a proposição com o registro de "um quadrado", produzindo erro na solução. Os alunos A1, A4 e A5 esboçaram a figura com os trapézios regulares, na maneira que os livros apresentam. A aluna A2 esboçou a figura dos trapézios sobre a diagonal que teve como referência a borda do papel, ou seja, inclinada a 45º.

A aluna A1, durante o processo de repensar a solução respondeu que *"Se eu tivesse um.. um... um octógono, né? Não! Um hexágono de papel ai eu ia cortar bem no meio"*. A aluna apresenta dificuldade com nomenclatura tanto da figura quanto do corte. Demonstrou estar ainda muito presa à percepção das diagonais apenas em quadriláteros. Durante a discussão na entrevista, ela conseguiu perceber a possibilidade de haver a diagonal também no hexágono e concluiu corretamente a questão. Os alunos A1, A4 e A5, que procuraram esboçar a figura com os trapézios paralelos, possuem limitações na generalização da figura. A aluna A2, que esboçou a figura sobre uma diagonal inclinada realizou o pensamento inverso aos outros, porque se apoiou no corte com os trapézios para descrever a figura original. Todos eles utilizam as hipóteses da proposição para desenvolver o pensamento geométrico, sem usar recursos auxiliares. Esses alunos, segundo Van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), possuem a compreensão do pensamento geométrico no nível de "dedução formal", onde estabelecem relações entre as propriedades e as representações das figuras, compreendendo o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático.

As figuras esboçadas por parte de cada um dos entrevistados podem ser vistas no Quadro 7:

P	*Quadro 7 – Solução dos alunos para a quinta proposição do Exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIO I*									
	A1		A2		A3		A4		A5	
5		C		C		E		C		C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

Em relação à primeira questão proposta, podemos notar que, para a primeira proposição, os alunos sentiram dificuldade de construir um hexágono no retângulo mediante utilização de um corte: a quantidade de acertos é zero. Ao contrário da proposição quatro, os alunos obtiveram cem por cento de acerto, evidenciando que os conceitos de triângulos são mais bem generalizados e utilizados por eles. O aluno A3 teve baixo desempenho nas proposições dessa questão. Os alunos A4 e A5 produziram respostas mais seguras do ponto de vista conceitual. Aqueles que melhoraram suas respostas durante a entrevista assim o fizeram porque, segundo Souza (2004), pela mediação o mediado adquire os prerrequisitos cognitivos necessários para aprender, beneficiar-se da experiência e consegue modificar-se. A mediação na entrevista clínica foi um processo deliberado e intencional para estimular a busca do significado (conceito). Assim procedendo, como sugere Vygotsky (1998), trabalhamos o conhecimento dos alunos na ZDP (zona de desenvolvimento proximal), constatada no momento em que o aluno não consegue resolver o problema sozinho, mas o faz com apoio em elementos fornecidos por nós.

6.2.2. – Exercício 2

O Exercício 2 (Apêndice I) constou de uma situação-problema com uma folha de papel dobrada ao meio e produzindo o corte de um triângulo sobre a dobra, obtendo-se um quadrado. O exercício teve cinco proposições. O aluno deveria seguir esse raciocínio e produzir outros cortes com o objetivo de identificação de eixo de simetria em figuras planas para verificar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos das figuras planas baseado no conceito de eixo de simetria.

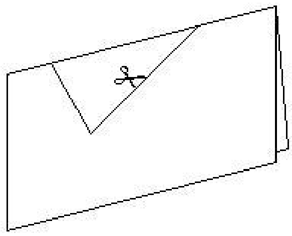


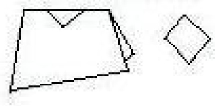
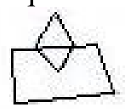
Figura 5 – Esquema de corte sobre o eixo de simetria
(BITTAR E FREITAS; 2005, p.118)

A primeira proposição pediu a descrição do tipo de corte sobre a dobra para se obter um losango. Nessa proposição, todos os alunos chegaram a uma resposta correta. As alunas A1 e A2 apresentaram como resposta o "*triângulo*". Quando questionadas sobre se poderia ser um triângulo qualquer, a aluna A1 diz: *"Pode ser. Não!* [pensa] *Não poderia ser um escaleno. Poderia ser um isósceles ou um equilátero"*. Essa aluna acrescenta a sua resposta "isósceles e equilátero". A aluna A2 afirma com segurança: *"(...) mas um losango ele não precisa ter (...) todos os lados iguais. Um quadrado precisa. Eu não sei porque os lados não são iguais .... Um triângulo mesmo"*. O aluno A3 responde que o corte deve ser um triângulo equilátero, particularizando a solução, enquanto os alunos A4 e A5 respondem ser um triângulo isósceles.

Levando-se em conta a definição de losango como todo quadrilátero que tem seus lados opostos paralelos e iguais e os ângulos iguais dois a dois (CARVALHO, 1978), todas as respostas são corretas, embora restritivas. Independentemente do tipo de triângulo que se corte, a linha da dobradura é um eixo de simetria que garante paralelismo nos lados do losango. A reformulação de resposta da aluna A1 demonstra que ela compreende e manipula os conceitos quando desenha a solução, reformulando as hipóteses. A aluna A2, embora tenha oferecido corretamente a resposta, generalizando-a para qualquer tipo de triângulo, não demonstrou segurança na resposta. Os alunos A4 e A5 particularizam a solução na figura estereotipada de um losango com as diagonais perpendiculares com referência às bordas do papel. A resposta de um triângulo equilátero do aluno A3 é uma particularização do losango em um quadrilátero com os lados congruentes. Esses alunos particularizam a solução: podemos inferir que isso ocorre porque sua generalização de um losango apoia-se na figura tradicionalmente apresentada nos livros didáticos com as bases paralelas às bordas do papel e os outros lados oblíquos e paralelos entre si. Segundo Van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), esses alunos, para esse exercício, possuem a compreensão do pensamento geométrico e atingem o nível de "dedução formal", onde estabelecem relações entre as propriedades e as representações das figuras.

As figuras e respostas elaboradas por parte de cada um dos entrevistados podem ser vistas no Quadro 8:

Quadro 8 – Solução dos alunos para a primeira proposição do Exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIO I

P	A1		A2		A3		A4		A5	
a	um triângulo  – isósceles ou equilátero*	C	um triângulo 	C	um triângulo equilátero 	C	um triângulo isósceles	C	um triângulo isósceles	C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.
* Os alunos completaram ou retificaram a sentença durante a entrevista.

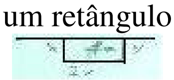
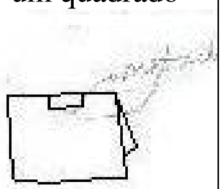
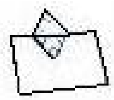
A segunda proposição pediu a descrição do tipo de corte sobre a dobra para se obter um quadrado. Nessa proposição, quatro alunos chegaram à resposta correta. Apenas a aluna A2 produziu erro na resposta dessa proposição. Os alunos A1, A4 e A5 descreveram o corte de um retângulo com medidas da base igual ao dobro da altura. O aluno A3 respondeu que "um triângulo isósceles com ângulos de 45º graus nas bases", e apresentou a figura do corte com dois triângulos sobre a dobra para representar o quadrado. A aluna A1 escreveu ser um retângulo, e quando questionada se poderia ser um retângulo qualquer, assinala que "*Não. Deveria ser pensado nos lados dele. Por exemplo: "x"* [a aluna chama de "x" o lado menor do retângulo no desenho] *e "2x". É porque esse é maior"*. Percebe-se que ela se apoiou no conceito de quadrado para justificar a necessidade de um retângulo específico. A aluna A2 disse que a figura demandada era um quadrado, mas, durante a entrevista reformulou suas hipóteses e retificou a resposta esboçando um retângulo.

Poder-se-ía esperar que o procedimento de resolução desta proposição fosse o mesmo que o da anterior, visto que o corte geraria também um quadrilátero com referência apenas ao eixo de simetria. Notamos, entretanto, que quatro dos entrevistados optaram pelo corte de um retângulo, verificando assim uma mudança do eixo de simetria das diagonais para retas sobre os pontos médios dos lados. Isso acontece pela generalização do quadrado numa figura com os lados paralelos às bordas do papel, enquanto o losango, geralmente, é mais bem generalizado com referencia as diagonais.

Essa limitação na generalização dificulta o emprego e domínio dos conceitos dos quadriláteros. Apenas o aluno A3 constituiu o quadrado baseado na reflexão do triângulo sobre o eixo de simetria na diagonal e no esboço apresenta a indicação dos ângulos de 45º para formar ângulos retos na abertura da figura cortada. Para esse exercício, esses alunos, conforme sugere o método de compreensão do pensamento geométrico de Van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), demonstraram atingir o nível de "dedução formal" dos conceitos pela sua aplicação e generalização. É possível se perceber que há uma dinâmica no pensamento da aluna A2, quando utiliza o desenho para verificar o conceito e refazer a resposta.

As figuras e respostas elaboradas pelos alunos podem ser vistas no Quadro 9:

Quadro 9 – Solução dos alunos para a segunda proposição do Exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIO I

P	A1		A2		A3		A4		A5	
b	um retângulo 	C	um quadrado  - um retângulo*	E	um triângulo isósceles com ângulo de 45º nas bases 	C	um retângulo onde a base seja 2 vezes altura	C	um retângulo de altura x e base 2x	C

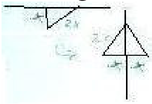
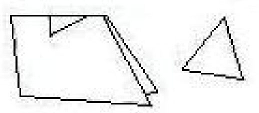
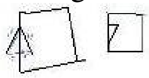
Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.
* Os alunos completaram ou retificaram a sentença durante a entrevista.

A terceira proposição pediu a descrição do tipo de corte sobre a dobra para se obter um triângulo equilátero. Nessa proposição, os alunos A1, A3, A4 responderam corretamente, assumindo ser necessário o desenho de "um triângulo retângulo". O aluno A5 ofereceu resposta restritiva, a qual não foi considerada correta, visto que disse ser necessário "um triângulo de cortes com medidas x e 2x." Apenas esta característica não daria necessariamente origem ao triângulo equilátero. Ele precisaria ainda ser um triângulo retângulo. A aluna A2 respondeu "um triângulo isósceles", apresentando erro na resposta. Esta, durante a entrevista, retificou para triângulo retângulo. A aluna A1 começou esboçando um triângulo equilátero e passou um eixo de simetria para verificar a figura resultante, conforme esboço no Quadro 10. Desde então ela inferiu sobre qual seria a figura de corte: "*Esse daqui vai ser só um* [x]*, né? O que importa aqui... no meu pensamento... é que esse lado aqui seja duas vezes esse*. [a aluna ponta para o triângulo retângulo] *Para quando cortar eu ter '2x', '2x' e '2x'"*. Como a aluna não comentou sobre o esboço com segurança, foi questionada sobre a figura resultante. Ela respondeu, ainda com o pensamento sobre a figura inicial que “(...) *no caso aqui ele* [x] *tá em pé tá aqui a dobra.... assim...”* e definiu como *x* a altura do triângulo retângulo e sua hipotenusa como *2x*, certificando que essa simetria resulta em um triângulo equilátero.

Verificamos que, nessa proposição, todos os alunos percebem a altura do triângulo como eixo de simetria. Podemos garantir que há melhor generalização dos conceitos e propriedades dos triângulos. Para esse exercício, conforme sugere o método de compreensão do pensamento geométrico de Van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), esses alunos demonstram atingir o nível de “dedução formal” dos conceitos pela sua aplicação e generalização.

As figuras e respostas elaboradas pelos alunos podem ser vistas no Quadro 10:

Quadro 10 – Solução dos alunos para a terceira proposição do Exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIO I

P	A1		A2		A3		A4		A5	
c	um triângulo retângulo 	C	um triângulo isósceles  um triângulo retângulo*	E	um triângulo retângulo 	C	um triângulo retângulo onde a hipotenusa é 2 vezes altura	C	um triângulo de corte de medida (altura) x e (hipotenusa) 2x	E

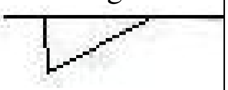
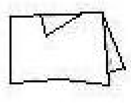
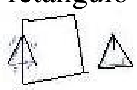
Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.
* Os alunos completaram ou retificaram a sentença durante a entrevista.

A quarta proposição pediu a descrição do tipo de corte sobre a dobra para se obter um triângulo isósceles. Nessa proposição, os alunos A1, A3, A4 e A5 apresentaram respostas corretas. A aluna A2 respondeu “um triângulo escaleno”, produzindo resposta errada, mas, durante a entrevista, reformulou suas hipóteses e a retificou para “triângulo retângulo”. A aluna A1 explicou de forma cautelosa, comparando com os resultados da questão anterior, e descreveu o raciocínio da seguinte maneira: *“Um triângulo isósceles? Eu faço um triângulo ... aqui. Porque, eu acho... eu considero que seja qualquer triângulo retângulo”*. Os demais alunos sentiram necessidade de esboçar uma figura, mesmo tendo realizado um esboço semelhante na proposição anterior. O aluno A4, na intenção de diferenciar o esboço dessa proposição da anterior, nomeou os lados do triângulo retângulo como x e y, transferindo a figura sobre a dobra para caracterizar o triângulo isósceles solicitado pelo exercício. Assim também o fez o aluno A5, mas não nomeou os lados, esboçando apenas o esquema, sem indicação dos lados congruentes do triângulo isósceles. Os alunos A1 e A3 não sentiram necessidade de representar a figura aberta e esboçaram apenas o corte da figura. A aluna A2, durante a entrevista, questionada sobre sua resposta, desenhou primeiro um triângulo isósceles como auxilio ao raciocínio, para então esboçar a figura do corte em um triângulo retângulo.

Percebemos nessa questão o fato de que os alunos apoiaram as suas resoluções nos resultados da questão anterior, construindo seus esboços nas representações da proposição do triângulo equilátero. A aluna A1 utilizou os resultados da questão anterior e percebeu com rapidez que o triângulo retângulo responde à questão. Com a aluna A2 foi possível notar a necessidade de repetir o mesmo esboço que havia sido feito na proposição anterior. Ela assim o fez porque não viu que os elementos em jogo nas duas proposições eram basicamente os mesmos. Podemos assegurar, então, que não houve generalização dos resultados anteriores, necessitando criar novas hipóteses para construir a solução. Durante a entrevista clínica, a reconstrução das hipóteses por essa aluna foi possível a partir da nossa mediação que a conduziu à elaboração correta do esboço. Nesse exercício, essa aluna atingiu o nível de dedução informal do pensamento geométrico em Van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), pois conseguiu estabelecer inter-relações de propriedades dentro de figuras e até de figuras de apoio ao pensamento, mas não logrou estabelecer relações entre as propriedades dessa figura e as representações da figura de esboço da questão anterior. Os demais alunos, para esse exercício, atingiram o nível de dedução formal.

As figuras e respostas elaboradas pelos alunos podem ser vistas no Quadro 11:

Quadro 11 – Solução dos alunos para a quarta proposição do Exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIO I

P	A1		A2		A3		A4		A5	
d	um triângulo retângulo 	C	um triângulo escaleno  - um triângulo retângulo*	E	um triângulo retângulo 	C	um triângulo retângulo	C	um triângulo retângulo na dobra da folha	C

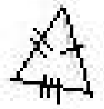
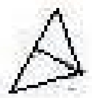
Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.
* Os alunos completaram ou retificaram a sentença durante a entrevista.

A quinta proposição pediu a descrição do tipo de corte sobre a dobra para se obter um triângulo escaleno. Nessa proposição, os alunos A3, A4 e A5 chegaram à resposta correta, escrevendo “não pode” os dois primeiros, e “impossível” o último.

Apenas o aluno A4 sentiu necessidade de esboçar a figura de um triângulo escaleno para apoio ao seu pensamento. As alunas A1 e A2 escreveram um triângulo e um triângulo escaleno, respectivamente. A aluna A1 teve sua resposta apoiada nas duas últimas proposições e respondeu com segurança que *"posso fazer triângulos que nem esses dois aqui.... oh?"*: e se utiliza do esboço anterior para descrever a figura de corte. Durante a entrevista, indagamos o lugar em que se encontrava a dobra proposta na figura desenhada pela aluna. Com isto, objetivamos saber se a aluna percebia a dobra como eixo foi solicitada a usar a dobra como eixo de simetria da figura produzida. Ela respondeu que *"poderia ser em qualquer lugar aqui, mas os lados são diferentes. Porque quando eu dobro o papel e faço o corte, automaticamente eu tô fazendo dois lados iguais, né? Quando eu abro ai tem dois iguais. (...) Então não ia dar"*. Não conseguindo encontrar o referido eixo na figura resultante de um triângulo escaleno, então modificou sua resposta para "impossível", demonstrando compreender que não existe o eixo de simetria no triângulo escaleno. A aluna A2 tem resposta semelhante e quando questionada sobre sua solução, responde: *"Porque por mais que eu tente isso aqui* [figura desenhada sobre a dobra] *vai nunca vai ser igual ao outro lado"*. Percebemos também a ausência de eixo de simetria e retificou a resposta, dizendo que "não há possibilidade" para esse corte.

O êxito dos alunos A3, A4 e A5 nesta proposição pode decorrer do fato de terem com segurança o conceito de eixo de simetria. Isso pode não ter ocorrido com as alunas A1 e A2, que se prenderam às propriedades das figuras para elaborar suas respostas. Nesse exercício, é notável certa dificuldade dessas alunas em relacionar as propriedades do triângulo escaleno à dobra do papel como um eixo de simetria. Podemos dizer que essas alunas, para esse exercício atingiram o nível de "dedução informal" do pensamento geométrico em van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), pois conseguiram estabelecer inter-relações de propriedades dentro do triângulo escaleno e até entre figuras de apoio ao pensamento, mas não conseguiram estabelecer relações entre as propriedades do triângulo escaleno e as representações da figura de esboço da questão anterior. Os demais alunos, para esse exercício, atingiram o nível de dedução formal. A aluna A1 conseguiu reorganizar o pensamento, reformulando suas hipóteses, produzindo novo resultado. Mesmo descrevendo de maneira ingênua, sem utilizar o conceito de triângulo escaleno, a aluna A1 compreendeu a solução. Isso aconteceu porque ela tem o domínio dos conceitos de simetria e das propriedades dos triângulos.

As figuras e respostas elaboradas pelos alunos podem ser vistas no Quadro 12:

Quadro 12 – Solução dos alunos para a quinta proposição do Exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIO I										
P	A1		A2		A3		A4		A5	
e	um triângulo - impossível*	E	Um triângulo escaleno  Impossível*	E	não pode 	C	não pode	C	impossível	C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.
* Os alunos completaram ou retificaram a sentença durante a entrevista.

Nesse exercício, os alunos obtiveram melhores resultados de que no anterior. Isso decorre do ao fato de que, como no exercício anterior, os conceitos de triângulos são mais bem generalizados e utilizados por eles. Na primeira proposição, todos os alunos obtiveram êxito. Nas proposições seguintes, apresentaram desempenhos semelhantes com alguma dificuldade na definição das figuras dos cortes. O aluno A3, que havia cometido vários erros na questão anterior, nesta respondeu corretamente e todas as proposições. Semelhantemente a ele, os alunos A1, A4 e A5 também obtiveram acerto em todas as proposições, com a produção de respostas mais seguras do ponto de vista conceitual. A aluna A2 obteve acerto em apenas uma proposição, apresentando, assim, o pior desempenho. A aluna A1, que melhorou suas respostas durante a entrevista, assim o fez porque foi mediada durante a entrevista clínica. Como sugere Vygotsky (1998), a mediação confere melhor qualidade quando trabalhada com o conhecimento do aluno na ZDP (zona de desenvolvimento proximal), constatado no momento em que o aluno não conseguiu resolver o problema sozinho, mas o fez assentado em elementos fornecidos pelo entrevistador.

6.2.3. – Exercício 3

O Exercício 3 constou de uma situação-problema que sugeria uma folha de papel-oficio para ser dobrada duas vezes e realizar um corte. Além da identificação da figura oriunda do corte, indagava-se acerca da existência ou não de eixos de simetria, os quais, uma vez existentes, deveriam ser identificados e contados.

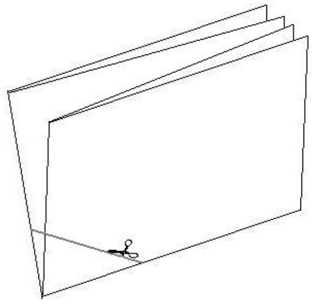


Figura 6 – Esquema de corte na dobradura
(BITTAR E FREITAS; 2005, p.118).

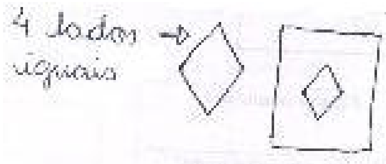
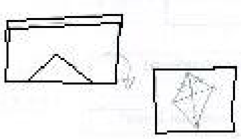
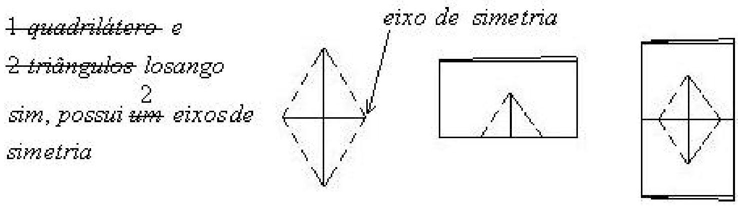
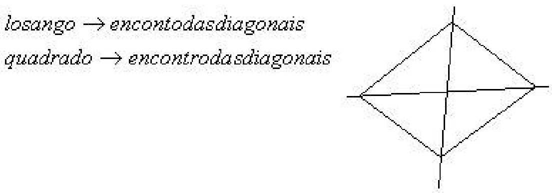
Todos os alunos tiveram êxito em reconhecer a figura resultante do corte como um losango. Há, entretanto, particularidades que necessitam ser ressaltadas. Os alunos A1 e A2 resolveram a questão desenhando a figura resultante de cada fase do desdobramento do papel. O aluno A4, mesmo oferecendo as respostas sem recorrer ao esboço, utilizou o mesmo processo, durante a entrevista, para justificar as suas ações. Os alunos A3 e A5 só utilizaram figuras para descrever o pensamento geométrico durante a entrevista, na qual esboçaram apenas a figura resultante do corte.

Com relação aos eixos de simetria, todos os alunos percebemos que existem eixos. Os alunos A1, A2 e A3 na busca de representar os eixos de simetria, os confundem com os lados do losango, garantindo que existem quatro eixos. Exibem assim uma falha conceitual com relação à figura. Os alunos A4 e A5 identificaram dois eixos de simetria (ver justificativa de resolução no *Apêndice II* - Exercício 3) e os traçam na figura, associando-os com as diagonais resultantes das dobras do papel propostas na atividade. Nenhum dos alunos, entretanto, foi capaz de identificar os infinitos eixos de simetria que podem ser traçados no losango, evidenciando assim deficiência de generalização do conceito de eixo de simetria.

É valido inferir-se que os alunos que elaboraram figuras representando cada etapa da dobradura e do corte assim o fizeram por uma necessidade de apoio de visualização para chegar à figura final. Esses alunos, segundo a teoria de construção do pensamento geométrico de van Hielle, se encontram no nível de "análise". Neste nível, eles começam uma análise comparativa dos conceitos geométricos. Esses alunos encontram no esboço um conjunto de conceitos geométricos que validam sua solução. Para Van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), os alunos A4 e A5 atingiram o nível de dedução informal, pois conseguiram estabelecer relações entre as propriedades e as representações das figuras, compreendendo o significado da dedução como a maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático, mesmo com a limitação de identificar os eixos de simetria com as diagonais.

As figuras e respostas elaboradas pelos alunos podem ser vistas no Quadro 13:

Quadro 13 – Solução dos alunos para o Exercício 3
da LISTA DE EXERCÍCIO I

Aluno	Respostas	a	b	C	d
A1		C	C	E	E
A2		C	C	E	E
A3		C	C	E	E
A4		C	C	C	C
A5		C	E	E	E

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada
a) Qual a figura? – b) Possui eixos de simetria? – c) Quantos eixos? – d) Quais são os eixos?

6.2.4. – Exercício 4

No Exercício 4, embora a atividade, aparentemente, propusesse uma situação-problema contrária ao exercício anterior, o raciocínio geométrico consistiu também na origem de uma figura produzida com a origem num corte efetuado em uma dobradura. A situação problema consistiu em, com apoio num quadrado dobrado e cortado, identificar a figura resultante desta ação. Esse exercício, com suporte de imagens sequenciadas, teve como objetivo investigar a identificação de eixos de simetria e o movimento de reflexão de figuras planas sobre os eixos expressos na dobradura.

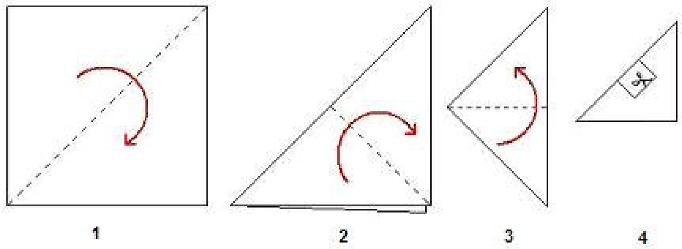


Figura 7 – Sequência da dobradura no papel quadrado (BIANCHINE E MIANI; 2000)

Todos os alunos obtiveram êxito nesta questão, atendendo à nossa expectativa, quando da escolha da sequência das questões. Previamos que, pelo fato de terem executado o Exercício 3, os alunos já tivessem desenvolvido esquemas necessários para a solução do Exercício 4. A aluna A1 disse resolver a questão de forma intuitiva, visto que ela não podia efetivamente dobrar o papel, mas apenas visualizar as dobras. Ela não conseguiu evidenciar os conceitos que utilizou para resolver a questão. Durante a entrevista, esclareceu que fez o exercício analisando as opções e eliminando as possibilidades pela localização do corte efetuado. Os alunos A2, A3 A4 e A5 utilizaram a ordem inversa da sequência das figuras para "desmontar" a dobradura e perceber o corte. Todos eles movimentaram a figura mentalmente e foram capazes de evidenciar o surgimento da figura cortada com base na percepção dos eixos de simetria. Os alunos A2 e A4 resolveram a questão utilizando os eixos da figura proposta no próprio exercício. A3 e A5 responderam à questão efetuando esquemas externos às figuras propostas, esquemas estes somente efetuados durante a entrevista, para sustentar a explicação do seu raciocínio. O aluno A5 resolveu a questão mediante justificativa matemática, usando os movimentos de reflexão em torno dos eixos de simetria com os recursos dos ângulos. Na sua resposta escrita, o aluno A5 afirmou: *"o corte foi feito oposto ao ângulo de 90º que será aberto, indo para 180º e dividindo o corte em dois. Em seguida, será aberto no ângulo de 45º, indo para 90º"*. Já durante a entrevista, ele fez uso de argumentação baseado em movimento das figuras, expressando da seguinte forma: *"(...) desdobra o papel, esse quadradinho vai ta aqui... vem prá cá, e depois prá cá. É assim, ta aqui a dobra do papel* [com o lápis no esboço da opção "*a*" ele descreveu a sequência do esquema do corte], *ele vem prá cá* [refletiu o quadrado sobre o eixo da diagonal] *e aqui* [rotacionou sobre o eixo da outra diagonal] *e esse prá cá e o outro aqui.*"

Todos os alunos demonstraram competência para resolver geometricamente a questão. Eles evidenciaram a percepção dos eixos de simetria e perceberam os movimentos de reflexão das figuras sobre estes eixos. Os alunos A1, A2, A3 e A4, embora tenham resolvido o exercício com estratégias diferentes, visto que houve o recurso à "intuição" e o apoio no traço de eixos, podemos garantir, com Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), que, nesse exercício, eles demonstraram ser portadores do estilo geométrico, pois possuem um alto desenvolvimento de conceitos espaciais, fizeram operações relacionadas com a análise de desenhos e de gráficos mais facilmente do que operações relacionadas com a análise dos conceitos de movimento das figuras. Já o aluno A5, que apoia o seu pensamento na descrição matemática, baseado nos ângulos, mas também demonstra competência para raciocinar sobre os eixos de simetria, enquadra-se no estilo harmônico. Para Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), esse aluno possui como característica um equilíbrio relativo dos componentes verbal-lógico e visual-pictórico

6.2.5. – Exercício 5

No Exercício 5, que constou de duas figuras sobrepostas, uma branca e outra cinza (a cinza estava sob a figura branca), foi solicitado o calculo da área da figura cinza, utilizando como unidade de área o "quadradinho" branco. O objetivo foi investigar os conceitos de congruência de triângulos, reflexão e rotação de figuras planas e equivalência para o cálculo da área.

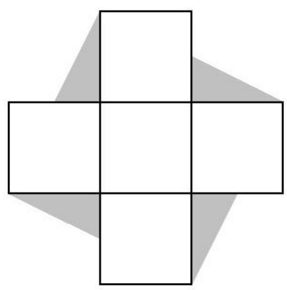
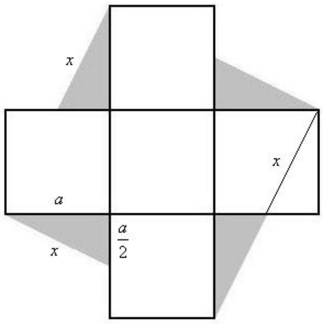
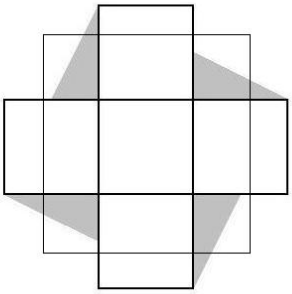
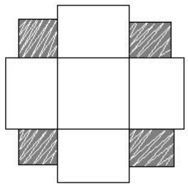
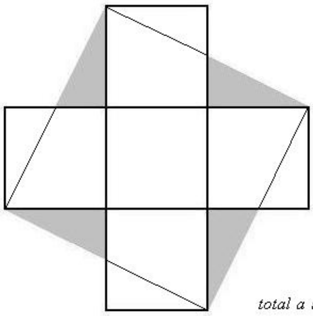
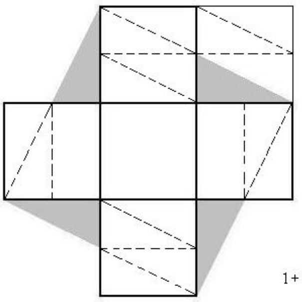
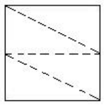
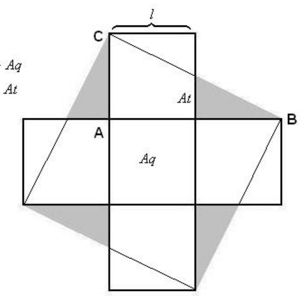


Figura 8 – Quadriláteros sobrepostos
(NELSEN, vol. I s/d)

Os alunos A2, A3, A4 e A5 responderam corretamente este exercício. A2 e A4 utilizaram exclusivamente o pensamento geométrico como estratégia de resolução, isto é, elaboraram figuras que os encaminhassem à resposta. A aluna A2, embora tenha chegado à resposta correta, não evidencia segurança na resolução geométrica. Ela assim se expressa: "*É mais ou menos, dá a metade de cada triângulo do canto. (...) ai eu tenho... tenho um inteiro. Aí eu tirei a medida daqui pra cá (...) Então, se eu rodasse essa figura aqui... A metade da metade dá um, a metade da metade dá outro, a metade da metade da outra e metade dá outro, né?"*(A2). Como se pode notar, ela não percebe realizações de rotações e não expressa o uso do conceito de congruência na decomposição das figuras durante a resolução do exercício. O trabalho que A2 realiza é a decomposição da área cinza aparente para compor "quadradinhos", conforme estava solicitado na questão, mas sem uma interpretação correta da área cinza sobreposta. O aluno A4 decompôs a área em triângulos e quadriláteros e utilizou o recurso do movimento de figuras em rotação e reflexão, apresentando a resolução de melhor elaboração geométrica neste exercício. O aluno A3 utilizou o pensamento geométrico, fazendo a decomposição da figura em triângulos e conseguiu perceber congruência entre eles. Usou a rotação das figuras decompostas, chegando, portanto, à congruência entre as áreas. Usou paralelamente a Álgebra para calcular a área dos triângulos, mostrando-se incapaz de efetivar o cálculo algébrico para a área total. Concluiu, entretanto, corretamente, que a área pedida era igual a cinco quadrados. O aluno A5 fez uso exclusivo do pensamento algébrico, expressando o resultado em função do lado do quadrado e da área cinza, não as transformando em "quadradinhos brancos", conforme demandava a questão. A aluna A1 apresentou coerência no raciocínio algébrico, mas errou na elaboração dos cálculos, em uma soma de fração, o que a conduziu a uma resposta errada. Essa aluna, durante a entrevista, explicou, de maneira confusa a compreensão do enunciado da questão, mas quando discutiu a solução, demonstrou ter compreendido as informações oferecidas pelo desenho.

Para Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), o pensamento dos alunos A2 e A4 pode ser considerado, para essa questão, de Estilo geométrico. Os alunos A1 e A5 demonstram ter o estilo algébrico e, finalmente, o aluno A3 apresentou um estilo harmônico.

Os esboços utilizados para as respostas, elaborados por parte de cada um dos alunos, podem ser vistas no Quadro 14:

Quadro 14 – Solução dos alunos para o Exercício 5 da LISTA DE EXERCÍCIO I		
Aluno	Solução	Resposta
A1	$x^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)$ $x^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$ $x^2 = \frac{3a^2}{4}$ $x = \frac{\sqrt{3}a}{2}$  $2x$ = *lado do* □ *cinza* $\frac{2.\sqrt{3}.a}{2}$ = *lado do* □ *cinza* $a\sqrt{3}$ = *lado do* □ *cinza* $S = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2$ *A area é* $3a^2$, *se a for o lado do quadrado branco*	E
A2	5 quadradinhos  	C
A3	 $At = \frac{b.h}{2}$ $At = \frac{\frac{lq}{2}.lq}{2}$ $\boxed{At = \frac{lq}{2}}$ $b = \frac{lq}{2}$ $h = l$ *total a soma dos cinco quadrados*	E
A4	  *a área da figura cinza é igual a área de um quadradinho branco* $1+1+2+1=5$ *quadradinhos brancos*	C
A5	*Áreacinza* $\rightarrow Ac$ *Áreadoquadrado* $\rightarrow Aq$ *Áreadotriângulo* $\rightarrow At$  $Ac = 4At + Aq$ $Ac = 4\left(\frac{2l.l}{2}\right) + l^2$ $Ac = 5l^2 \Rightarrow \boxed{Ac = 5Aq}$	C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

6.2.6. – Exercício 6

No Exercício 6, que constou da figura de um quadrado, com quatro triângulos retângulos isósceles, cortados nos vértices, com 10 cm de hipotenusa, o exercício pedia a área total dos quatro triângulos. O objetivo é a percepção geométrica e o movimento de figuras.

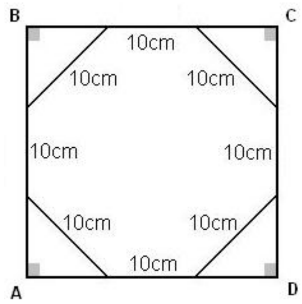


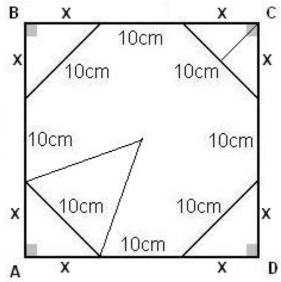
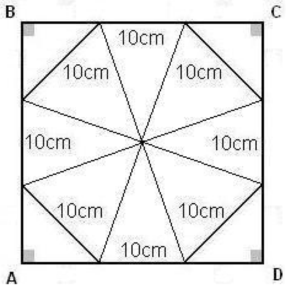
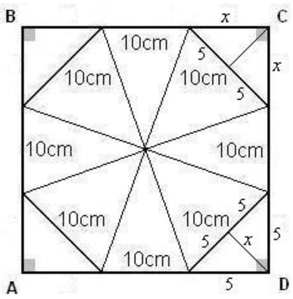
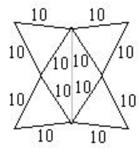
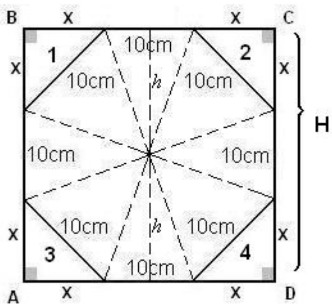
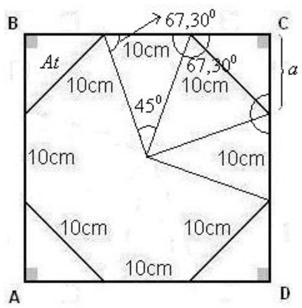
Figura 9 – Esquema do quadrado seccionado nos cantos

Nesse exercício, todos os alunos propuseram uma solução por cálculos algébricos. Os alunos A1, A3 e A5 concluíram corretamente o exercício. Os alunos A2 e A4 deixaram indicadas as equações corretas, sem conseguir efetuar os cálculos para a solução. Somente a aluna A1 usou como estratégia de solução o cálculo direto da área dos triângulos. Os alunos A2, A3, A4 e A5 realizaram procedimentos inversos, calculando a área do quadrado, de onde seria subtraída a área do octógono, operação da qual restariam os triângulos. O octógono foi decomposto em oito triângulos, cuja fórmula da área é mais facilmente memorizada pelos alunos. Esse procedimento exigiu maior quantidade de cálculos para realizar a solução de modo semelhante à do cálculo dos triângulos.

Nesta questão, tanto os alunos que chegaram à resposta correta quanto aqueles que cometeram erros apresentaram nível elevado de elaboração do pensamento geométrico. Todos foram capazes de perceber a decomposição de figuras para viabilizar o cálculo da área dos triângulos pedidos. Aqueles que utilizaram o octógono não o fizeram pela aplicação direta da fórmula, mas pela sua dedução, mediante a decomposição da figura Segundo van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), esses alunos operam o pensamento geométrico no Nível 4, ou seja, nos aspectos abstratos e formais da dedução.

As respostas elaboradas pelos alunos podem ser vistas no Quadro 13:

Quadro 15 – Solução dos Alunos para o Exercício 6
da LISTA DE EXERCÍCIO I

Aluno	Solução	Resposta
A1	 $10^2 = x^2 + x^2$ $10^2 = 2x^2$ $100 = 2x^2$ $50 = x^2$ $\sqrt{50} = x$ $Area\Delta$ $S = \frac{bh}{2} = \frac{10.5}{2}$ $S = 25$ $Areatotal =$ $4.25 = 100$	C
A2	 $8.\frac{b.h}{2} = 40h$ $S\square - Sh = S\Delta$ $8.\frac{b.h}{2} = 5h$ $\cancel{2}.\frac{(b+h)}{\cancel{2}} + b.h =$	E
A3	 $x^2 = 5^2 + 5^2$ $x^2 = 25 + 25$ $x^2 = 50$ $x =$ $A = \frac{b.h}{2}$ $A = \frac{10.5}{2}$ $A = 25$ 4.25 $A = 100$ 	C
A4	 $H = 2h$ $\frac{10.h}{2} = 5h$ *como são 8 triangulos* *do octogono temos* $5h.8 = 40h = 20Hcm^2$ logo *a area dos triângulos* *será de* $\boxed{H^2 - 20H\ cm^2}$	E
A5	$360 \,\rfloor\, 8$ $40 \quad 45$ $At = \frac{a^2}{2}$ *A⇒ area total* $A = 4At \Rightarrow A = 4.\frac{a^2}{2} \Rightarrow A = 2a^2$ $A = 2(5\sqrt{2})^2 \Rightarrow \boxed{A = 100cm^2}$  $x = 180^0 - 135^0$ $x = 45^0$ $\text{sen } x = \text{sen } 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\text{sen } x = \frac{a}{10}$ $\frac{a}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{a = 5\sqrt{2}}$	C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

6.2.7. – Exercício 7

No Exercício 7, que constou de uma figura composta de dois quadrados, um grande e um pequeno,parcialmente sobrepostos, de maneira que o quadrado grande encontrava-se com um de seus vértices no centro do quadrado pequeno, pedia-se a área de interseção dos quadrados. O seu objetivo foi o cálculo dedutivo da área através de um movimento de rotação da figura plana maior sobre os eixos de simetria da figura menor.

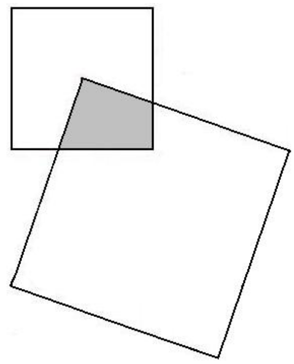
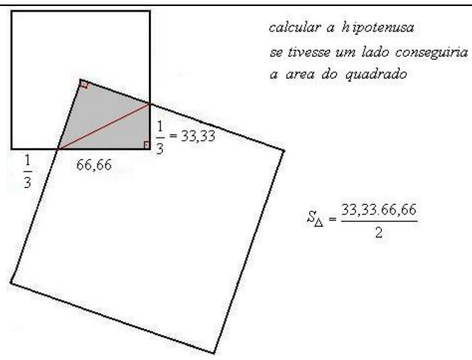


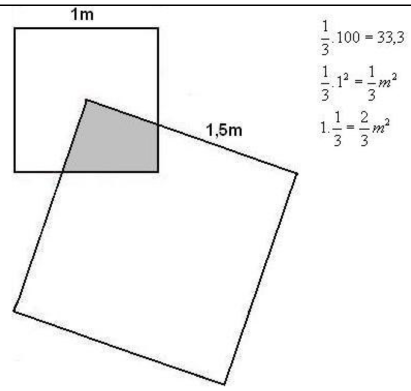
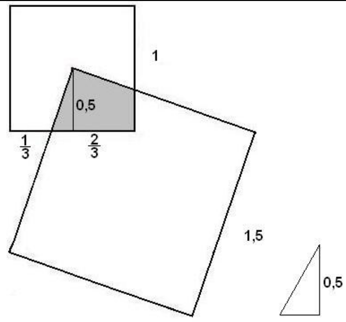
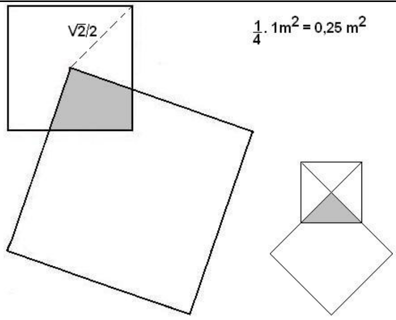
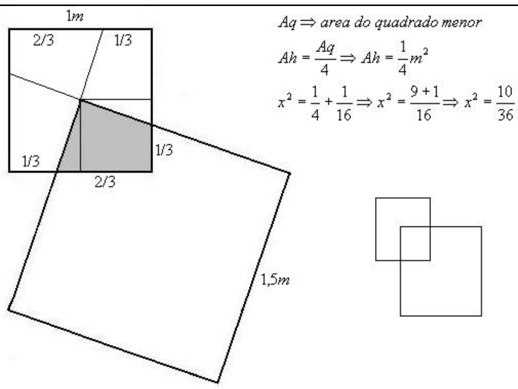
Figura 10 – Quadrados sobrepostos

Nesse exercício, apenas os alunos A4 e A5 chegaram à resposta correta. O primeiro utilizou o recurso geométrico de movimento das figuras para em seguida reafirmar a resposta por meio do cálculo aritmético e sua apresentação na forma decimal (0,25 m^2). A5 utiliza o recurso de decomposição de área e do movimento do quadrado, reafirmando a resposta mediante o cálculo algébrico da área, a qual foi expressa em forma fracionária (1/4 m^2). Após a resolução algébrica da questão, durante a entrevista, o aluno A5 justificou seus cálculos com um esboço geométrico, demonstrando o movimento das figuras, para evidenciar que o quadrado maior movimentado pelo vértice se sobrepunha ao pequeno em um quarto de sua área, que corresponde a 0,25 m^2. Os alunos que não obtiveram êxito na resolução procederam da seguinte maneira: A1 e A3 utilizaram-se do recurso de decomposição da área em duas figuras regulares. A1 decompôs a figura em dois triângulos, mas somente indicou os cálculos a serem realizados, com relação à área de uma das figuras, deixando-o apenas indicado. Em relação à segunda figura, justifica-se dizendo que não há dados suficientes para o cálculo. A3 decompôs a área em um triângulo e um trapézio, mas não conseguiu avançar. A aluna A2 apenas expressou em forma decimal as medidas dos lados que já haviam sido fornecidos no enunciado em forma fracionária. Sequer utilizou o recurso da decomposição de figuras.

Para esse exercício A1, A2 e A3 recorreram à ajuda de cálculos para produzir uma solução. A1 utilizou também da decomposição de área para auxiliar os cálculos. Essa aluna enquadra-se no estilo harmônico. Para Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), ela possui como característica um equilíbrio relativo dos componentes verbal-lógico e visual-pictórico. A2 e A3, mesmo não produzindo acerto na questão, procuram o recurso de cálculos para apoiar o pensamento. Eles são portadores do estilo analítico. A4 e A5 utilizaram o raciocínio geométrico para a elaboração da solução, mas utilizaram-se de cálculos para demonstrar a questão. Isso acontece em virtude da valorização da axiomatização geométrica construída na disciplina anterior, que é Geometria Plana. Em relação a esses, embora tenham resolvido o exercício com estratégias diferentes, visto que fizeram movimentos distintos, pode-se afirmar, com Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), que nesse exercício são portadores do Estilo geométrico, pois possuem um alto desenvolvimento de conceitos espaciais, pois fizeram operações relacionadas com a análise dos conceitos de movimento das figuras.

As respostas elaboradas pelos alunos podem ser vistas no Quadro 16:

<table>
<tr><td colspan="3">Quadro 16 – Solução dos alunos para o Exercício 7
da LISTA DE EXERCÍCIO I</td></tr>
<tr><td>Aluno</td><td>Solução</td><td>Resposta</td></tr>
<tr><td>A1</td><td>
</td><td>E</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>A2</td><td></td><td>E</td></tr>
<tr><td>A3</td><td></td><td>E</td></tr>
<tr><td>A4</td><td></td><td>C</td></tr>
<tr><td>A5</td><td></td><td>C</td></tr>
</table>

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

6.2.8. – Exercício 8

No Exercício 8, que constou de uma figura composta de circunferências entrelaçadas, teve por objetivo a percepção de regularidades, a utilização dos conceitos de comprimento e divisão da circunferência.

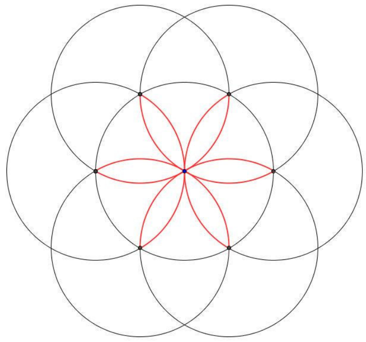


Figura 11 – Circunferências concêntricas

Nesse exercício, A2 não ensaiou qualquer tipo de solução, justificando que não tinha visto o conteúdo. A3 tentou esboçar uma solução com o emprego de recursos simples como o raio da circunferência para medir os arcos que ele denomina de "laços", mas nada concluiu. A1, A4 e A5 chegaram à resposta correta, mediante a visualização dos arcos como elementos proporcionais da figura composta pelas circunferências. Os dois primeiros dão a resposta de forma literal, considerando o comprimento da circunferência expresso por 2πr. Intuitivamente, utilizam o axioma "o raio da circunferência, descreve seis arcos sobre o seu comprimento". A5 efetivou cálculos auxiliares para chegar à resposta.

Para esse exercício, podemos garantir que os alunos A1 e A4 possuem um pensamento matemático de estilo geométrico, de Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968). A5 demonstra o estilo harmônico, visto que apoia seu raciocínio geométrico em cálculos algébricos.

As respostas elaboradas pelos entrevistados podem ser vistas no Quadro 17:

Quadro 17 – Solução dos alunos para o Exercício 8 da LISTA DE EXERCÍCIO I

A1		A2		A3		A4		A5	
3 pedaços = 1circulo 3 pedaços = 1circulo 2 círculos C=2πR	C	Sem resposta	E	Sem conclusão	E	Comprimento aproximado 4πR	C	C=4πR	C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

6.2.9. – Exercício 9

No Exercício 9, que constou da figura de uma estrela composta de quadriláteros sobrepostos, o exercício pedia a quantidade desses quadriláteros dentro da figura. O seu objetivo foi investigar a percepção geométrica. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de quadriláteros, figuras côncavas e convexas.

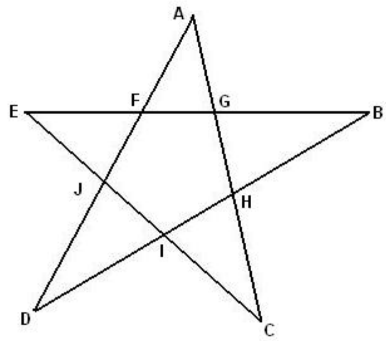


Figura 12 – Estrela poligonal
(SILVÉRIO; 1995)

Nesse exercício, apenas o aluno A5 acertou a questão, conseguindo visualizar os dez quadriláteros côncavos ou convexos existentes na figura. A aluna A1 apresentou a contagem de onze quadriláteros, mas, durante a entrevista, só conseguiu mostrar cinco. A aluna A2 decompôs a figura e contou oito triângulos e um pentágono. O aluno A3 só conseguiu contar onze quadriláteros e, durante a entrevista, mostrou visualizar apenas os quadriláteros convexos. O aluno A4 utilizou uma fórmula de recorrência com probabilidade e contou quinze quadriláteros. A aluna A2 decompôs a figura, demonstrando perceber regularidade, mas não conseguiu visualizar todos os quadriláteros.

Podemos perceber que os alunos não apresentam bom nível perceptual de visualização dos quadriláteros. Ao lado disto, é notável ainda a falha na conceituação de polígonos côncavos e convexos. Dado que a proposição exigia apenas a percepção dos quadriláteros, expressamos que A1, A2, A3 e A4 encontram-se no Nível 1, ou Nível de Análise de van Hiele e van Hiele, aquele onde começa uma análise comparativa dos conceitos geométricos, mas onde ainda não é possível estabelecer inter-relações de propriedades tanto dentro de figuras, como entre elas. Quanto ao estilo de pensamento, A4 demonstrou ter o pensamento no estilo analítico (Krutetskii; apud WIELEWSKI; 1968), pois não sentiu necessidade de um apoio visual, como diagramas e figuras geométricas, mesmo quando as relações matemáticas fornecidas pelo problema sugerem conceitos visuais. Uma constituição analítica da mente pode-se fazer presente também na Geometria.

As respostas de cada um dos entrevistados podem ser vistas no Quadro 18:

Quadro 18 – Solução dos alunos para o Exercício 9 da LISTA DE EXERCÍCIO I									
A1		A2		A3		A4		A5	
8 triângulos e 1 pentágono ~~11 quadriláteros~~ 5 quadriláteros	E	9 quadriláteros	E	5 quadriláteros	E	15 quadriláteros	E	10 quadriláteros	C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

6.2.10. – Exercício 10

No Exercício 10, que constou de uma malha quadriculada com cinco triângulos posicionados com os catetos sobre as linhas dessa malha, o exercício pedia para, com a utilização dos movimentos de reflexão, translação e rotação, justificar a passagem de uma posição a outra. O seu objetivo foi investigar a percepção geométrica desses movimentos.

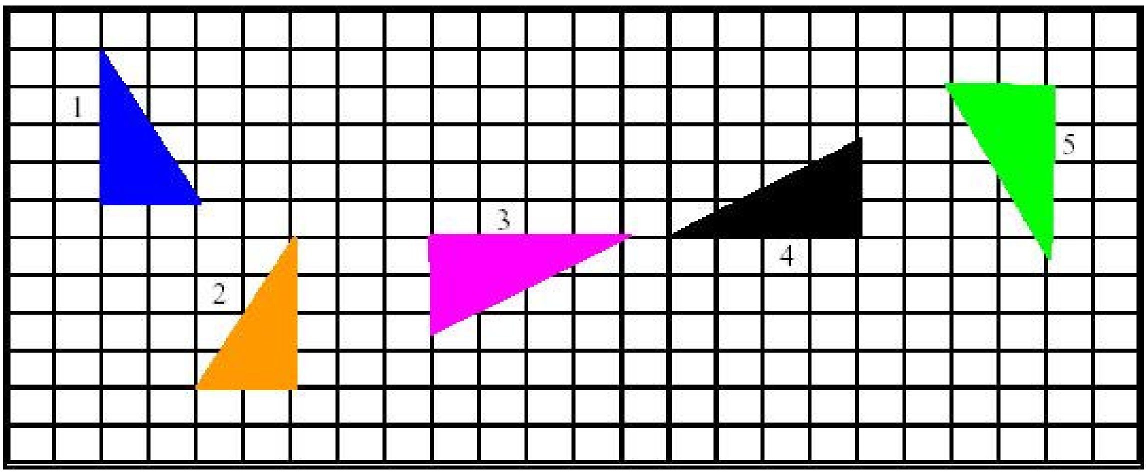


Figura 13 – Malha de localização dos eixos de referências dos triângulos (LEIVAS; 2000, p.10)

Eis uma sequência correta para movimentar as figuras nas posições solicitas, podendo variar na ordem lógica:

1 - Passar da figura 1 para a 2 foi realizada uma translação e uma reflexão.

2 - Passar da figura 1 para a 3 foram realizadas duas translações e uma rotação.

3 - Passar da figura 1 para a 4 foram realizadas duas translação e uma rotação.

4 - Passar da figura 1 para a 5 foram realizadas uma rotação e duas translações.

5 - Passar da figura 2 para a 3 foram realizadas uma reflexão, uma rotação e duas translações.

6 - Passar da figura 2 para a 4 foram realizadas uma reflexão, uma rotação e uma translação.

7 - Passar da figura 2 para a 5 foram realizadas uma translação e uma reflexão.

8 - Passar da figura 3 para a 4 foram realizadas duas reflexões.

9 - Passar da figura 3 para a 5 foram realizadas uma rotação e duas translações.

10 - Passar da figura 4 para a 5 foram realizadas uma rotação e duas translações.

Nesse exercício, apenas a aluna A2 respondeu corretamente a todas as proposições. Para respondê-las, ela realizava, com auxílio de objetos disponíveis (canetas, lápis borrachas), os movimentos que as figuras deveriam ter realizado para passar de uma posição a outra. A1 não conseguiu produzir nenhum acerto nos dez itens, fato que justifica, ao dizer que "não estudou esses conceitos no ensino fundamental e médio". Os alunos A3 A4 e A5 tiveram acertos parciais, conforme descrevemos a seguir, com origem a cada proposição.

Para movimentar a figura-1 para a posição da figura-2, são necessários dois movimentos, uma translação e uma reflexão. A1 e A4 realizaram um movimento correto, ou seja, a aluna A1 só conseguiu realizar a reflexão e o A4 a translação, produzindo erro nessa proposição. Os alunos A2, A3 e A5 realizaram os movimentos corretamente.

Para movimentar a figura-1 para a posição da figura-3, são necessários dois movimentos: uma translação e uma rotação. Para movimentar a figura-1 para a posição da figura-4, são necessários os mesmos movimentos: uma translação e uma rotação. Os alunos A2 e A5 acertaram os movimentos dessas proposições. A1 e A3 conseguiram fazer apenas um movimento, o de rotação. A4 respondeu não serem possíveis os movimentos dessas proposições e deixou suas respectivas descrições dos movimentos em branco.

Para movimentar a figura-1 para a posição da figura-5, são necessários dois movimentos: uma rotação e uma translação. A2 e A5 acertaram os movimentos nessa proposição. A2 considerou um eixo de reflexão fora da figura e, com duas reflexões e uma translação, ela conseguiu passar a figura-1 para a posição da figura-5. No caso do aluno A5, ele considerou uma rotação e duas translações com o eixo dos movimentos na figura, como sugere a resposta. A1 e A3 conseguiram fazer apenas um movimento correto, o de rotação. O aluno A4 respondeu não ser possível e deixou a descrição dos movimentos em branco. A1, A3 e A4 responderam a proposição com erro.

Para movimentar a figura-2 para a posição da figura-3, e para a posição da figura-4, são necessários três movimentos: uma translação, uma reflexão e uma rotação. Como expresso anteriormente, A2 respondeu corretamente todas estas proposições. Já o aluno A3 não percebeu os movimentos, relatando que "*não há possibilidade para esses movimentos*". A1 percebeu corretamente os movimentos de rotação e reflexão em ambas as proposições. A4 não percebeu a translação na primeira proposição, cometendo assim um erro, mas a notou, juntamente com os movimentos de rotação e reflexão, quando analisou a proposição seguinte. O aluno A5 percebeu os três movimentos na primeira proposição, mas não generalizou tal percepção e cometeu erro na proposição seguinte, que envolvia os mesmos movimentos. A1, A4 e A5, mesmo explicando a resolução, durante a entrevista, não conseguiram perceber a ausência do movimento de translação para movimentar a figura-2.

Para movimentar a figura-2 para a posição da figura-5, são necessários dois movimentos: uma translação e uma reflexão. A2, A4 e A5 acertaram os movimentos dessa proposição. A A1 conseguiu perceber apenas um movimento, o de reflexão. A3 acreditou que, em lugar dos movimentos referidos, aquele que havia sido imposto à figura era o de rotação, cometendo erro.

Para movimentar a figura-3 para a posição da figura-4, são possíveis duas soluções: com o uso de dois movimentos de reflexão ou com uma rotação. A4 assegurou não ser possível realizar a mudança de posição entre as figuras. A1 cometeu erro, visto que acredita ser necessária apenas uma reflexão e, mesmo durante a entrevista, disse que, aliada a esta, deve haver também uma rotação. Com estes dois movimentos realizados conjuntamente é impossível fazer a mudança de posição que a proposição requer. De maneira análoga, A3 realizou a rotação e a reflexão, nesta ordem, o que também não conduz à resposta correta. A2 respondeu corretamente, relatando haver duas reflexões, mas situou o eixo de reflexão na própria figura, o que impôs a realização de um movimento a mais – a translação. A5 percebeu a rotação, mas, tal qual a aluna anterior, também situou o eixo desse movimento na própria figura o que também impôs o acréscimo do movimento de translação.

Para movimentar a figura-3 e a figura-4 para a posição da figura-5, o mínimo de movimentos necessários é uma rotação e uma translação, caso se considere o eixo de rotação fora da figura. Para o caso de o eixo ser percebido na própria figura, fazem-se necessárias duas translações. Os alunos A2, A4 e A5 acertaram as proposições, percebendo o eixo de rotação das figuras fora delas, o que os levou a dizer que houve apenas uma rotação e uma translação. A3 garantiu não haver possibilidade para movimentar a figura-3 para a posição da figura-5 e a figura-4 para a posição da figura-5, percebendo uma rotação, o que também constitui erro. A1 considera para as duas proposições apenas o movimento de rotação.

Podemos notar que os alunos apresentaram dificuldades em perceber os movimentos das figuras. O movimento que causou maiores problemas foi o de translação, pois ele não era percebido como um movimento que sugerisse simetria. A translação, bem como a simetria e a homotetia, são partes do estudo das transformações de figuras. A translação tem várias aplicações na resolução dos problemas de construção geométrica. A deficiência com este conceito dificultará o trabalho com as construções geométricas.

Nos movimentos de rotação e reflexão, o eixo de simetria foi mais bem visualizado sobre a figura, o que impunha a adição do movimento de translação. Houve dificuldades no que concerniu à combinação entre diferentes movimentos de simetria, pois, para tanto, se faz necessária a percepção da movimentação conjugada das figuras sobre mais de um eixo, Observou-se também a falta de domínio da nomenclatura dos movimentos.

As respostas elaboradas pelos entrevistados podem ser vistas no Quadro 20 abaixo:

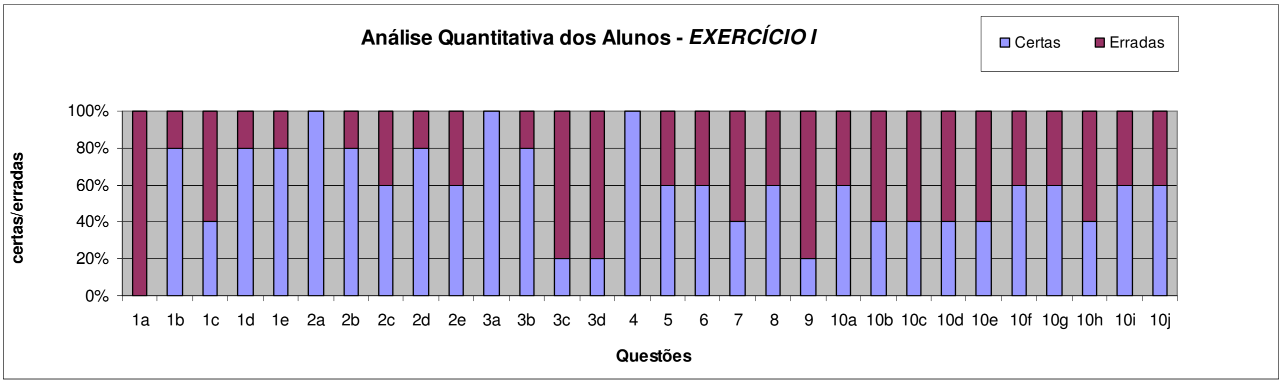
Quadro 19 – Solução dos alunos para o Exercício 10 da LISTA DE EXERCÍCIO I

Pr	A-1		A2		A3		A4		A5	
1	reflexão	E	transl. e reflexão	C	transl. e reflexão	C	transl. e rotação	E	transl. e reflexão	C
2	rotação	E	rotação e transl.	C	rotação	E	em branco	E	transl. e rotação	C
3	rotação	E	rotação e transl.	C	rotação	E	em branco	E	transl. e rotação	C

4	rotação	E	2 reflexões e transl.	C	reflexão e rotação	E	em branco	E	transl. e rotação	C
5	rotação e reflexão	E	reflexão, rotação e transl.	C	NÃO DÁ	E	rotação e reflexão	E	rotação, reflexão e transl.	C
6	rotação e reflexão	E	rotação, reflexão e transl.	C	NÃO DÁ	E	transl, reflexão e rotação.	C	rotação e reflexão	C
7	reflexão	E	reflexão e transl.	C	rotação	E	reflexões e transl.	C	transl. e reflexão	C
8	reflexão e rotação	E	2 reflexões e transl.	C	rotação e reflexão	E	em branco	E	rotação e transl.	C
9	rotação	E	rotação e transl.	C	NÃO DÁ	E	rotação e transl.	C	rotação e transl.	C
10	rotação	E	rotação e transl.	C	rotação	E	rotação e transl.	C	rotação e transl.	C

Legenda: C – Resposta certa; E – Resposta errada.

As respostas elaboradas percentualmente pelos alunos podem ser vistas no Quadro 20:



Quadro 20 – Análise quantitativas dos alunos na LISTA DE EXERCÍCIO I

Quanto aos conceitos de Geometria Plana investigados na *LISTA DE EXERCÍCIOS I*, os de mais baixo índice de acerto foram os de classificação de figuras planas e de seus elementos (1a, 3d, 3d e 9). Os conceitos de melhor domínio nessa lista foram o de simetria, semelhança e equivalência, presentes nas questões 2.a, 3.a e 4. A3 mostrou menor desempenho e os alunos A4 e A5 apresentaram melhor qualidade nas respostas escritas e na entrevista. Os alunos A2, A4 e A5 demonstraram um raciocínio de tendência do estilo analítico, mesmo utilizando conceitos de Geometria Plana. Os alunos A2 e A3 procuraram subsídios em esboço de figuras, mesmo tendo utilizado em boa parte das soluções um raciocínio algébrico. Esses alunos possuem característica do estilo harmônico.

O desempenho demonstrado pelos alunos neste item diz respeito ao seu domínio conceitual, antes do trabalho na disciplina Desenho Geométrico. No item a seguir discutiremos a mediação docente efetivada na disciplina, visando à construção do raciocínio geométrico. A análise será, portanto, realizada com base no contexto maior da sala de aula, e não mais a partir de uma amostra de alunos, como neste item. Serão considerados o grupo de alunos e as interações proporcionadas pelo professor, alunos e instrumentos.

6.3. Mediação do Professor

Neste tópico descreve-se o trabalho do Professor durante o semestre de 2007.2 com os alunos na Disciplina de Desenho Geométrico. Pretende-se avaliar, a partir da sua prática docente a qualidade das intervenções e outros elementos que compõem a mediação dos conhecimentos para os alunos construírem um raciocínio geométrico no decorrer da referida disciplina.

Essas análises foram elaboradas a partir dos diários de campo pontuando a forma de apresentação dos conteúdos, a participação dos alunos nas construções geométricas, a relação do Professor com os Alunos, a relação dos Alunos com os Alunos, e os procedimentos do professor na avaliação do desempenho dos Alunos. Foram dezessete Diários de Campo que serão referenciados neste texto por D seguido de seu número de ordem. (D1, D2 ...).

Para a observação da sala de aula, efetivou-se um contato com o Professor, no qual expusemos a necessidade de participar cotidianamente das aulas de Desenho Geométrico. Acordou-se que a pesquisadora assistiria às aulas visando fazer registros sobre o ensino das construções geométricas. Como forma de viabilizar essa participação, acordou-se que a pesquisadora acompanharia o Professor, sem interferir na gestão pedagógica da sala de aula, isto é, assumiria o papel do observador passivo (SCHWARTZ e SCHWARTZ apud Haguette, 1992).

A seguir descrevem-se e analisam-se os fatos mais relevantes das aulas durante o semestre, a fim de compreender os elementos que compõem a mediação no trabalho com o Desenho Geométrico para construir o raciocínio geométrico dos alunos.

6.3.1. – Forma de Apresentação dos Conteúdos

A disciplina Desenho Geométrico está situada no fluxo curricular no segundo semestre do curso de Licenciatura em Matemática. Anterior a essa disciplina o aluno cursa duas disciplinas de Geometria: 1) Geometria Analítica Plana e Números Complexos e 2) Geometria Plana e Espacial (Organização Curricular; 2009). O Professor explica que "não trabalha com teoria". Sua tarefa nessa disciplina envolverá apenas as construções geométricas, isto é, não utilizará a demonstração teórica, sequenciada de exercícios. Ele trabalhará a construção geométrica com a participação direta do aluno. Para ilustrar, utiliza o exemplo de construção de um triângulo equilátero. Durante a disciplina, não vai pedir ao aluno que ele diga o que é um triângulo equilátero, pois esse conhecimento já deve possuir. Explica, ainda, que não fará revisões e suporá o domínio de conceitos prévios de Geometria Euclidiana para trabalhar as construções geométricas. Na aula dez, trabalhando a construção de quadriláteros ele utiliza a expressão "Quadrado gerador". Essa é empregada sem nenhuma conceituação teórica e os alunos acompanham sem perguntas. O quadrado gerador é a figura que serve de base para a construção (D10).

Embora ele tenha se referido aos conceitos de Geometria Plana das disciplinas anteriores, percebemos que o Professor não realizará revisão dos conceitos básicos de Geometria Plana (D1). Durante a construção do *Contrato Didático*[15] o Professor reconhece que não poderá conduzir os alunos a um elevado nível de domínio das construções geométricas e garante que os alunos "*não vão chegar a tanto, mas já vai ser um começo*". Para começar o aluno precisa estudar o traço do Desenho Geométrico (D1), referente à construção de habilidades com os instrumentos régua e compasso. O desenvolvimento dessas habilidades resulta das interações vivenciadas pelos alunos ao longo de sua participação na disciplina. Tais interações constituem elemento fundamental na construção dos processos psicológicos superiores. Vygotsky (1998) os caracteriza como sendo elaborados no contexto social, voluntários, intencionais e mediatizados. O Professor, ainda, discute a importância da disciplina Desenho Geométrico no curso e sua localização na grade curricular (D1). Dessa forma, ele

[15] "(...) o contrato didático designa aqueles hábitos específicos do professor, esperados pelos alunos, e os comportamentos dos alunos esperados pelo professor; trata-se portanto de um sistema recíproco de expectativas que é expresso pelo conceito de contrato didático. Mas a noção de contrato tem sua origem em Rousseau, e tem aparecido mais recentemente em algumas análises de conversação 'em contexto', que ressaltam o aspecto da negociação própria a toda relação interpessoal." (Schubauer; 1988, p.8)

reconhece a limitação do seu trabalho na disciplina, pois o começo a que se refere é o despertar para a construção de um raciocínio para estudar Geometria que exige tempo e outros conteúdos didáticos para formar um licenciado.

Além de estabelecer um *Contrato Didático* com os alunos, o Professor apresenta os instrumentos e discute algumas formas que julga mais adequadas de utilização para a referida disciplina. Este julgamento foi, segundo ele pautado na prática de anos com o trabalho de sala de aula, bem como com a elaboração de projetos. Na primeira aula, o Professor fala sobre os ângulos que podem ser obtidas pela superposição do par de esquadros (*Figura 35*). Mediante de situações-problemas, ele solicita leitura dos ângulos aos alunos para visualizarem com o par de esquadros manuseados por ele. Sem preferência por aluno, as leituras são realizadas oralmente. À medida que uma resposta é satisfatória, ou seja, quando alguém oferece uma solução aceitável, ele passa a outro questionamento. Apenas olhando para o Professor, fazendo operação mental, sem utilizar apoio do papel, ou os próprios instrumentos, os alunos participam da atividade: alguns respondendo e outros acompanhando e interagindo com o colega ao lado (D2). Inicialmente as situações-problemas são propostas verbalmente, depois o Professor passou para situações escritas no quadro branco (D2).

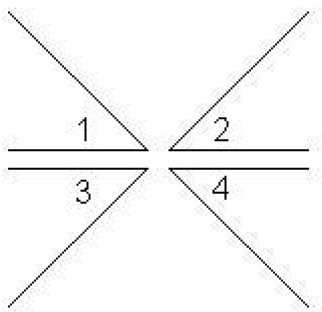


Figura 14 – Esquema de leitura dos ângulos com a superposição dos esquadros em madeira

No inicio da cada aula, o Professor se dirige a um aluno e pergunta em qual exercício ficou na aula anterior (D6). Em seguida, consulta seus apontamentos e começa a escrever os exercícios no quadro começando pelo número anterior. Consulta seus apontamentos, escreve um exercício no quadro, retorna aos apontamentos, escolhe o exercício seguinte e procede assim até preencher todo o quadro (D9). Esse hábito se repete por todo o semestre (D10). Não há uma preparação anterior à aula, apenas um ajuste de conteúdos por aula. A ausência de um planejamento para o semestre pode ser compreendida em parte pela dificuldade em formalizar a escrita desse procedimento, advinda da formação técnica do Professor e, em parte, pela falta de atualização dos recursos e dos conteúdos. O Professor segue o mesmo planejamento, com conteúdos e metodologias idênticos, desde a época da criação do curso de Licenciatura em Matemática no CEFET. A escassez de uma bibliografia sobre o assunto é fator limitante para atualização de leituras por parte do Professor.

Durante a resolução de exercícios no quadro, ele utiliza material adaptável a quadro branco, ou seja, esquadros e compasso de madeira, mas com pincel para quadro branco adaptado ao compasso. A habilidade do Professor com os instrumentos é de grande precisão nas construções, o que fornece modelos bem elaborados para reprodução pelo aluno. No estudo das construções geométricas essa apresentação fornece modelos que ajudam o aluno na construção de signos e significados para a elaboração do pensamento geométrico. Vygotsky entendia que os professores deveriam se apropriar do desenvolvimento cultural e técnico para poderem orientar o processo educativo de acordo com uma concepção comunista de mundo (FACCI; 2004). Para nosso trabalho, compreendemos que a transmissão cultural do uso dos instrumentos de desenho para trabalhar a técnica das construções geométricas tem que fazer parte, necessariamente, da formação dos licenciados. Somente a mediação material fornecida por livros didáticos é limitante na construção do raciocínio geométrico.

Para trabalhar os prerrequisitos do aluno durante as construções geométricas, o Professor tem o hábito de investigá-los, ao mesmo tempo em que lê o enunciado de um exercício no quadro (D10). Exemplifica-se essa e seu comportamento com a resolução de um dos exercícios vivenciados em sala: durante a construção do exercício número 14, ele perguntou para toda a turma como se poderia fazer a construção após ler o seguinte enunciado: "*Construir um triângulo qualquer conhecendo a sua altura, o lado AB e um ângulo adjacente a este lado*". Os alunos vão respondendo e, ao mesmo tempo em que seleciona os passos importantes, corrige as sugestões erradas. Para esse exercício, um aluno sugeriu que poderia começar pela base AB. O Professor, como forma de incentivo à sugestão do aluno, pede para que ele prossiga a descrição para a solução. A fim de investigar mais detalhes sobre o pensamento do aluno nos passos da construção, questiona: "*O que faria agora?*" Apenas dizer que deve começar pela base é uma informação trivial do ponto de vista conceitual, pois não agrega informações sobre a utilização de propriedades matemáticas que justifiquem a construção. E nessa investigação, outro aluno prossegue, falando: "*Fazendo o ângulo adjacente*" (D6).

Assim, o Professor retira os passos desejáveis da própria sugestão dos alunos. Para esse exercício, em virtude da demora de mais respostas dos alunos para sugestão satisfatória à construção, o Professor lembra que exercício parecido já foi realizado na sala. Dessa forma, o Professor estimula os alunos a consultar os apontamentos de aulas anteriores no caderno e a participar da aula (D6). A qualidade desse diálogo acontece em razão da experiência desse docente. A participação dos alunos é permitida pelo Professor, independente do seu nível de domínio do Desenho Geométrico. Ao propor a consulta a exercícios anteriores, ele propicia ao aluno oportunidades de buscar apoio para a construção de seu pensamento.

No desenvolver de cada construção, o professor traça e explica o seu passo a passo. Trata-se de um processo interrompido múltiplas vezes, diante de cada dúvida ou de todo novo conceito empregado. Alguns alunos não conseguem acompanhar o processo, seja por pouca habilidade com o material, seja pela dificuldade com o traço. Visando a fazer uma síntese do que foi trabalhado na construção, o Professor faz uma descrição breve do que foi realizado (D6), permitindo que os alunos, ao final, com esse resumo da construção do desenho, retomem o sentido da construção para sentirem-se capazes de concluir sozinhos.

Após a espera pela reprodução da construção dos alunos no caderno, o Professor, quando cabe, explica uma maneira mais otimizada de construção do exercício. Inicialmente descreve os passos construídos e posteriormente justifica a construção mais "enxuta". A ênfase é maior sobre a técnica de construção para que os alunos procurem soluções mais rápidas (D6).

Alguns acontecimentos simples são tratados de maneira a produzir uma uniformidade na utilização da nomenclatura técnica. Trata-se de um processo por meio do qual o Professor confere sentido aos termos empregados em sala, isto é, uma formação indicial para aquele grupo. Um aluno indaga ao professor se o ângulo do exercício era reto. Respondeu que se tratava de um ângulo de 90º (D6). Sem explicitar a discordância em relação ao termo utilizado pelo aluno, ele prefere a utilização da medida do ângulo em detrimento da classificação do ângulo – ângulo reto. Com o uso do termo pelo grupo, ele adquire um sentido mais preciso, que passará a ser utilizado por todos os seus membros.

O hábito de resolver a sequência de exercícios selecionados e transcritos no quadro, não é uma regra. Numa determinada resolução, não houve espaço suficiente para a construção ser realizada no modelo observado nos livros didáticos. O Professor avisou da inversão do desenho na construção, explicando que construiria o triângulo de cabeça para baixo, isto é, com a base voltada para a posição superior, pois, com as duas construções anteriores de um mesmo exercício, tinha tomado todo o espaço no quadro. Dessa forma, o espaço ficou reduzido para a referida construção. Percebe-se, com efeito, que o professor acredita na posição correta das figuras, isto é, naquela em que habitualmente se encontra nos livros didáticos. Colocar um triângulo invertido é considerado por ele uma excepcionalidade.

A descrição anterior dos procedimentos realizados em sala de aula pelo Professor observado não puderam ser consideradas sem alguns fatos contingenciais. A particularização de alguns procedimentos vivenciados durante o semestre são ilustrações do movimento do pensamento desse Professor. Para Oliveira e Almeida (2007), a mediação é uma categoria filosófica que alcança seu pleno desenvolvimento em Hegel, logo, ela é dialética e não pode ser entendida fora desse método de análise. Esses autores, discutem a mediação do ponto de vista ontológico, sem desconsiderar a concepção epistemológica. A mediação não pode ser considerada um produto, pois esta ideia não tem lugar na dialética. Para os autores a *mediação* é um processo, que se pauta nas noções de movimento e negação – categorias do materialismo histórico e dialético. O Professor procura levar o aluno a refletir buscando esse diálogo em conjunto, com a ajuda de outros alunos e pela reconstrução de suas hipóteses. Esse trabalho é tanto mais valorizado pela sua longa experiência em sala de aula, pela interação, intervenção, compreensão e reflexão durante o processo de construção dos significados desses alunos.

6.3.2. – Participação dos Alunos na Construção

Os alunos, algumas vezes, são convidados pelo Professor a participar verbalmente das construções. Outras vezes são meramente reprodutores, isto é, eles acompanham a construção do desenho pelo professor e em seguida a reproduzem. Na aula 6, a título de exemplificação, o Professor resolve um exercício com o seguinte enunciado: "Construir um triângulo isósceles conhecendo a base e um ângulo oposto". Durante a construção, o Professor explica os passos iniciais sem pedir sugestões aos alunos. Quando passa a utilizar de conceitos anteriormente trabalhados, ele questiona informalmente: "*Eu disse em exercícios anteriores que para construir um triângulo* *isósceles eu precisava fazer uma coisa. O que é?*” Ele esperava que os alunos afirmassem a necessidade de traçar a mediatriz, entretanto, um aluno respondeu que é a altura, embora haja descrito os passos de construção da mediatriz. Ao perceber a troca de conceito, o Professor aproveita a fala do aluno e discute o conceito de mediatriz corretamente. Neste mesmo exercício, para realizar uma construção otimizada, ou seja, com um mínimo de traços na construção, o Professor utiliza o Teorema de Tales. Os alunos permanecem atentos à construção, mas não demonstram compreender a justificativa (D6). O Professor percebe a incompreensão dos alunos, pela ausência da ação de reprodução do desenho por eles, e antecipa uma explicação conceitual acerca de tal teorema. Nesta ação, ele verifica a construção incompleta do conceito, isto é, a formação de um *pseudoconceito*, e procura elucidar para ajudar na abstração da demonstração. Isso acontece porque os alunos, segundo Vygotsky, não completaram a construção do conceito pela abstração, utilização potencial dos conceitos e generalização (FACCI; 2004), fase final de formação de conceitos.

O Professor, durante a construção do Contrato Didático, combina com os alunos sobre a resolução das atividades de construção geométrica. Explica que, quando ele colocar o exercício no quadro, oferecerá um tempo para que o aluno mostre uma solução. Exemplifica, hipoteticamente, que o aluno poderá tender a uma solução mais trabalhosa, ou seja, com mais passos de construção e ampla justificativa. Essa solução, assim evidenciada por ele, será discutida e descartada. Prossegue ainda, criticando soluções apresentadas que podem ser classificadas como complicadas de construir. Será sempre valorizado um número de passos com a utilização dos conceitos suficientemente corretos. Ele sempre trabalha a melhor maneira de construção por uma construção mais “enxuta” (D1). Na aula 6, o Professor, durante a construção de um desenho, pediu a uma aluna para sugerir uma solução e ela respondeu não saber. Ele então sugeriu que ela não fizesse assim porque a questão era simples. E completou, brincando, que não se pode dizer que não sabe para um professor. Aproveitou a solução menos otimizada de outra aluna, e foi mostrando que ela tinha realizado mais traços do que os necessários. Na sua justificativa, ele utilizou conceitos para pontuar o excesso de passos, dizendo ter sido utilizado o conceito de mediatriz, que não era necessário (D6). Essa atitude demonstra cuidado e respeito pelo nível de elaboração conceitual que a aluna conseguiu atingir, ao mesmo tempo em que valoriza o esforço de outra e toma sua solução a trabalhar a otimização dos passos. Essa percepção requer uma atenção sobre a integração dos conteúdos, material e alunos, que só aparece com a prática de ensino. Há uma evidencia do trabalho de mediação na ZDP do aluno, quando eles demonstram conhecer os conceitos, mas não visualizam sua aplicação. A ZDP, como sugere Cury (1997), pode ser constatada no momento em que a aluna não conseguiu resolver o problema sozinha, mas o fez com base em elementos fornecidos pelo Professor e pelos signos produzidos na solução da colega.

A participação dos alunos nas construções começa com o transporte das medidas dadas na apresentação dos enunciados no quadro. Não é explicitamente comentado pelo Professor, mas as construções no papel só guardam relativa coerência com a figura de construção do quadro se as referidas medidas estiverem proporcionais. Tomando um exemplo particular, durante o desenvolvimento de uma construção geométrica, baseada nas medidas dadas de ângulo e lado da figura geométrica a construir, o Professor transporta o referido ângulo sobre o lado construído na reta suporte. A fim de investigar se os alunos são capazes de utilizar conceitos anteriormente trabalhados, perguntou: "*Como se marca a altura de um triângulo?*" Os alunos ofereceram respostas diversas, coerentes, mas nenhuma que contemplasse o raciocínio do Professor para um menor numero de passos nesta construção. O Professor, neste exercício, não aproveitou as respostas dos alunos, e passou, arbitrariamente, a apresentar sua construção econômica, a qual era composta pelos seguintes passos: marcar a mediatriz, traçar a perpendicular e determinar a altura. Ele demonstra em ocasiões como esta, não levar em consideração os conceitos dos quais os alunos partem para efetivar as construções. Aproveitando a referência ao nome "marcar" na pergunta do Professor, os alunos foram induzidos a chamar a construção da mediatriz e da perpendicular pelo termo "marcar", referindo-se ao transporte da altura sobre a reta suporte (D6). O Professor não corrige diretamente o aluno, mas assim o faz quando utiliza os termos corretos durante a explicação, isto é, passa a se referir à construção de retas com o termo "traçar", ficando o termo "marcar" restrito ao uso da construção de pontos. Dessa forma, a *indicialidade* é construída sem momentos formais de definição de termos. Ela é adquirida no trabalho com os traços do desenho nas situações vivenciadas em sala de aula.

Ainda com relação à construção do exercício supra referido, é possivel perceber elementos importantes da mediação docente que se estabelece durante essa construção. O Professor, referindo-se às sugestões dos alunos, fala que não precisa de tanto trabalho, e prossegue dizendo: "*Basta uma reta perpendicular qualquer sobre o lado e transporta-se a altura*". Depois sugere que se marque uma reta paralela à base no ponto extremo superior à altura. Prosseguindo com a construção no quadro, o Professor continua enunciando os passos em voz alta. *"A interseção da reta suporte com o lado do ângulo é prolongada e a interseção dele com a paralela determina o vértice C do triângulo. Com a união dos vértices da base AB e C, determina o triângulo"* (D6). Dessa maneira, o Professor trabalha a otimização dos passos na construção com a verificação de um menor número de conceitos geométricos que a justifiquem. Dessa forma, fica evidenciada a investigação de conceitos prévios para a solução do exercício, ao mesmo em tempo que o Professor atua na ZDP dos alunos.

Os alunos interagem com o Professor durante o trabalho com as construções geométricas. Em determinado momento de trabalho com os conteúdos, o Professor deixa de construir os conceitos básicos de paralelas e perpendiculares com régua e compasso, utilizando equidistância de pontos e lugar geométrico, e passa a traçá-las apenas com o auxílio do par de esquadros. Durante a introdução desse recurso, consequentemente de um novo método, um aluno procurou compreender e questionou o Professor como e por que ele assim o fez. Para ilustrar como havia construído o traço, o Professor pegou o par de esquadros em perpendicular, dirigiu-se ao quadro e sobre a figura mostrou como tirar a perpendicular (D6), mas não justificou por que estava abandonando um método por substituição de outro. O professor visava com isto à utilização dos conceitos de paralelas e perpendiculares não mais pela construção de seus pontos, mas por seus traços, o que seria uma construção mais rápida. Este procedimento é indispensável para a elaboração de construções mais complexas, entretanto, ele não foi discutido em sala com os alunos, apenas foi vivenciado, sem justificativa geométrica. Assim procedendo, o Professor não ajuda o aluno na evolução da formação dos conceitos, ou seja, passar do estádio de *pensamento por complexos* para a *formação dos conceitos*. Os alunos podem não conseguir realizar a abstração das relações de semelhança dos métodos, nem ampliar os conceitos e utilizá-los para generalizações, que é forma consolidada do conceito construído.

Em algumas ocasiões, o Professor aproveita a sequência de construção sugerida pelos alunos para inserir um traçado novo (D10). Exemplificando, o Professor inseriu o transporte de ângulo em sentido contrário e utilizou o Teorema de Tales para falar sobre paralelas cortadas por uma transversal que determinam ângulos alternos internos congruentes. Ao realizar essa construção, perguntou aos alunos o porquê [justificativa matemática sem rigor de demonstração] de ele poder realizar a construção com esse procedimento. Nenhuma resposta obteve dos alunos. Muitos deles permaneceram de cabeça baixa realizando os passos da construção no caderno sem oferecer resposta.

Outra atitude de aproveitamento da participação dos alunos nas construções é pela colaboração do pensamento de toda a turma, de forma indutiva, quando o Professor começa verbalizando alguns passos e transfere a sequência para ser concluída. O Professor pergunta: "*O que é necessário para terminar a construção?*". Alguns alunos sentem-se capazes de participar e sugerem os passos. O Professor, como incentivo, aceita a sugestão do aluno e conclui, com base nelas. Nenhuma objeção foi realizada pelo conjunto dos alunos sobre a sugestão do colega.

Numa determinada construção, após sua conclusão, o Professor se dirigiu à mesa de um aluno repetente, e ele mostra outra solução, descrevendo o passo a passo. O Professor fez algumas perguntas sobre os traços: "*Onde tá a bissetriz? Mediatriz?*" O aluno responde às perguntas, mostrando na figura. Após a exposição, o Professor então conclui que a solução está correta. Em seguida, outro aluno pergunta sobre o ângulo na construção. O Professor volta à figura no quadro para tirar a dúvida do aluno. Depois de mostrar pergunta: "*Tá certo ai?*" Na sequência, uma aluna fez uma pergunta e ele mostrou onde está o erro da construção dela. Ela percebe e corrige. Percebemos que houve uma busca de significados nos conhecimentos dos alunos para trabalhar as dificuldades desse exercício, demonstrando que não há insistência por parte do Professor em avançar nos conteúdos, mas uma preocupação em explorar a construção com base no nível dos alunos. Os procedimentos anteriormente descritos mostram que o Professor investiga os conceitos prévios para que o aluno possa prosseguir sozinho ou em troca com os pares.

Outras vezes, o Professor não pede aos alunos sugestão de construção do exercício. Exemplificando, ele vai descrevendo os passos de construção, transpondo primeiramente o ângulo â. Na sequência, o aluno começa espontaneamente a interagir e diz para construir a altura. Professor rejeita a sugestão e informa que não tem esse dado, ou seja, não tem a altura. O aluno utiliza a nomenclatura altura para se referir à perpendicular para marcar o ângulo reto, e o Professor rejeita a solução do aluno, forçando-o a uma reflexão sobre a resposta. O aluno não consegue reformular sua resposta, mesmo compreendendo que não se refere à altura. Ainda no diálogo dessa construção, um aluno sugere tomar um ponto qualquer sobre a reta suporte do ângulo Â (*Figura 15*). O Professor prossegue a construção e finaliza mostrando como transportar o ângulo para baixo. Aproveitando a sugestão do aluno, ele insere uma nova técnica para transferir esse ângulo com a utilização do par de esquadros (D6).

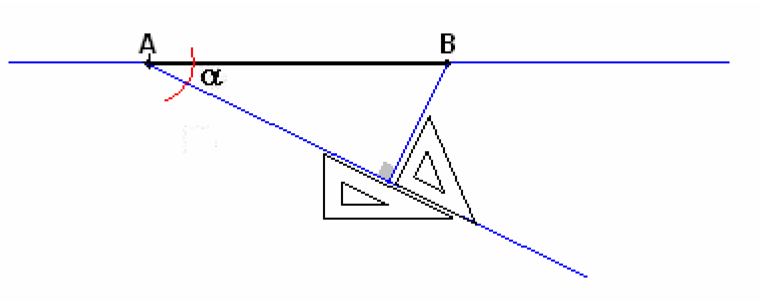


Figura 15 – Esquema utilizado pelo Professor para trabalhar o traçado de retas perpendiculares com o par de esquadros

Em determinada ocasião, quando finalizava o ultimo tempo de aula e os alunos se encontravam dispersos, o Professor utilizou uma estratégia para obter a participação de todos numa construção. Ele anunciou ser o ultimo exercício e os alunos passaram a participar oralmente, atentos às perguntas. O Professor iniciou perguntando o que deve fazer, para ser bem rápido, depois que ele tiver traçado a reta auxiliar. Um aluno diz para ele transportar o ângulo agudo. Então ele vai explicando e justificando ser simples, dizendo que basta transportar a hipotenusa sobre a reta-suporte do lado do ângulo e determina o ponto C. Na sequência, mostrou que, para concluir, é só passar uma reta perpendicular pelo ponto C. E, com poucos traços, determinou o triângulo retângulo. Depois de desenhados todos os traços ele voltou e fez uma revisão oral dos traços utilizados no desenho. Mesmo com a revisão da construção, um aluno não entendeu. Para esse aluno, o Professor explica novamente com base na figura desenhada no papel (D6). Essa atitude demonstra que não é regra a finalização de uma construção para se voltar a outro conteúdo ou encerramento da aula, mas importância de fato na construção do conhecimento do aluno.

Para Oliveira e Almeida (2007), o processo educativo é constituído por mediações, portanto, não pode haver educação sem que haja mediação. Por outro lado, os autores defendem a ideia de que se há mediação, há, necessariamente, dois termos opostos e não antagônicos; um que está no plano do imediato e outro no mediato. Assim, quem está no plano do imediato é o aluno e quem está ou deveria estar no mediato é o Professor. As relações entre o professor e os alunos não podem ser hierárquicas, nem de dominação, por um lado, nem de subordinação, por outro. Elas devem ter por base o esforço de mediação, que não é nem automática nem espontânea.

Os alunos vivem no plano do imediato porque estão mergulhados no cotidiano. Cabe ao professor fazer com que eles superem o plano imediato no mediato, ou seja, tenham acesso ao conhecimento produzido historicamente pela humanidade. Para tanto é necessário um movimento nas relações que promovam um diálogo. Assim sendo, pensamos a mediação como dialética e que não pode ser entendida fora do contexto de análise. Tomamos o conceito de mediação (OLIVEIRA e ALMEIDA; 2007) como relação qualitativa que se estabelece entre professor e aluno, fundada na força do diálogo e caracterizada pela reflexão que pode conduzir à negação ou aceitação daquilo que o diálogo proporciona.

Podemos observar esse movimento em alguns momentos da participação dos alunos nas construções geométricas. Há uma deliberada condução do Professor para que os alunos não aceitem os dados e procedimentos sem compreender e reflitam a cada hipótese formulada, a fim de reconstruir o pensamento. Por outro lado, há momentos em que o Professor não oferece essa reflexão para discussão no momento da aula, mas são formulações abertas em que os alunos só reproduzem os passos da figura resultante se houver compreensão dos significados envolvidos. Dessa forma, julgamos que essa atitude do Professor não seja por total resistência ao diálogo ou pela rigidez e imposição de um método, mas por uma condução deliberada da reflexão para construção do pensamento do aluno.

Nessas interações contínuas para o trabalho com as construções geométricas, a participação dos alunos é fator decisivo para atuação do Professor na ZDP do aluno. Mediante os questionamentos, dúvidas, sugestões, ou mesmo nas observações dos desenhos produzidos, o Professor atinge esse espaço na aprendizagem do aluno, promovendo a ajuda necessária para que ele se acha capaz de produzir uma solução autônoma.

6.3.3. – Relação do Professor com os Alunos

A disciplina Desenho Geométrico iniciou-se com 36 (trinta e seis) alunos, verificados pela lista de matrícula na disciplina (D1) junto à Coordenação do Curso. Uma descrição sobre os aspectos de formação do professor encontra-se no item 5.1, deste capítulo, com uma análise da sua formação pedagógica para o trabalho com a disciplina de Desenho Geométrico.

Questionado sobre o conteúdo da primeira aula, o Professor assume jamais iniciar o semestre letivo apresentando, no primeiro encontro, o conteúdo da disciplina.

Ele utiliza essa aula como um momento para conhecer os alunos, pois acredita ser esta uma estratégia de aproximação aluno-professor (D1). Mesmo evidenciando uma prática que distancia os alunos de si, o professor tem o hábito de iniciar a aula cumprimentando a classe. Ele acentua que a relação professor-aluno é importante para o bom andamento da disciplina. Na prática, ele permanece reservado e, pelo que foi possível observar no primeiro encontro, não concede com frequência a palavra aos alunos. Na primeira aula, ele já começa com esse hábito e passou a discutir o *Contrato Didático,* ao mesmo tempo em que se apresenta aos alunos (D1). A primeira regra integrante do contrato advém da percepção da presença de dois alunos trajando bermudas. Essas vestimentas, conforme descritas pelo Professor, são consideradas não apropriadas para a frequência as aulas. Em seguida, passou a explicar o porquê de não aceitar calças curtas e camisas sem mangas para os alunos homens (D1). Em sua explicação descreve sua formação militar e sua idade, 52 (cinquenta e dois) anos, como fator limitante para uma concessão na maneira de o aluno se vestir. Conclui sua explicação, pedindo que evitassem em suas aulas esse traje para não ter o constrangimento de ser solicitado a sair. Acrescentou a esse pedido que não usassem bonés e chapéus dentro de sala de aula; e brincou, para amenizar a conversa, dizendo que os alunos poderiam utilizar os cantos dos armários para pendurá-los. Um dos alunos que foi advertido em relação ao traje, adentra a sala de aula no dia da primeira prova, trajando bermudas e boné, provocando uma atitude de revolta no Professor. Reforçando o que foi combinado no *Contrato Didático*, o aluno foi convidado a se retirar e penalizado com a não efetivação da prova (D7).

O Professor, ainda durante a construção do *Contrato Didático*, explicou que o chamam de “Dino”, que é uma abreviatura de *dinossauro*. Explica, ainda, que essa referência é pelo fato de ele ser um professor muito antigo no quadro docente do CEFET. Os alunos comentam que essa expressão denota também uma atitude conservadora e caracteriza o Professor como um docente “duro”, nas colocações em sala de aula e nas correções das provas. Essa posição do Professor é dirigida à organização dos trabalhos em sala. Ele apresenta flexibilidade nos assuntos de interesse comum dos alunos. Na aula cinco, surgiu a necessidade de os alunos utilizarem sua aula para estudar para a prova discursiva do vestibular da UFC, que seria no dia seguinte. Alguns alunos o haviam procurado e pedido para não realizar essa aula porque eles precisavam estudar. O Professor concordou e justificou-se que não tinha a intenção de prejudicar nem os que haviam passado na primeira fase do vestibular, nem os que se encontravam na sala. Ainda esclareceu que a referida aula seria reposta, e seria acertado o dia na presença dos outros alunos (D5).

O Professor estabeleceu regra para a computação da frequência do Aluno: admite o ingresso de alunos em qualquer momento da aula, na condição de "não atrapalharem o seu andamento", isto é, não interromperem a fala do professor nem chamarem a atenção dos colegas (D1). A frequência não é exigida pelo Professor no tempo integral dos três tempos de aula, seguidos e sem intervalo. Ele afirma não realizar chamada todos os dias (D1), mas, quando o fizer, atribuirá faltas ou presenças às aulas anteriores. Isto parece ser uma estratégia de manter os alunos em alerta para se fazerem presentes a todas as aulas.

Na aula quatro, um aluno que chegou atrasado perguntou pela solução porque perdeu as explicações iniciais. O Professor respondeu às dúvidas, sem questionar ou destratar. Isso demonstra que há aceitação e convivência com as regras estabelecidas no Contrato Didático, mas não há rigidez a ponto de obstruir um diálogo.

No atendimento às dúvidas dos alunos, há uma qualificação da importância do questionamento. Quando é um questionamento que pode comprometer os assuntos posteriores, esse é posto em solução para acompanhamento de todos. Assim sendo, o Professor, mesmo atendendo na carteira do aluno, se dirige ao quadro para que todos possam acompanhar a dúvida do colega. Quando não tem a figura final da construção no quadro, ele esboça, à mão livre, a solução pretendida para explicar a dúvida do aluno (D6).

A organização dos alunos em sala de aula é também um aspecto relevante. O Professor ressalta a necessidade de ter a sala sempre na mesma ordem, com as carteiras alinhadas, para que ele possa circular entre os alunos e acompanhar os trabalhos de desenho (D1). Se por um lado, isto denota um cuidado de verificação das tarefas dos alunos, por outro, evidencia a posição central que ele reserva a si. Ele não propõe o intercâmbio de conhecimentos dos alunos, mas a decisão acerca do certo e do errado cabe exclusivamente a ele. Para o desenvolvimento dos referidos trabalhos, o Professor chama atenção dos alunos para as informações neles escritas, dizendo: "*Não haverá nada escrito com letra ilegível de médico*". Ele chega a sugerir que os alunos que possuem uma letra ilegível o procurem durante o semestre para que ele indique "exercícios de caligrafia". São alfabetos escritos pelo próprio professor em letra técnica (D1).

Sobre a organização do tempo da aula, o Professor demonstra uma atitude de tolerância em relação ao horário de chegada dos alunos. Embora seja pontual, concede até 15 minutos de tolerância antes de iniciar a aula, afirmando reconhecer que se trata de um horário de difícil deslocamento dos alunos que moram distante. Neste período de tolerância, o professor permanece em sala e costuma escrever os exercícios no quadro para as construções geométricas (D9). Constatado baixa frequência em sala, o período de tolerância se prorroga até que a frequência seja julgada satisfatória pelo Professor e ele possa iniciar o trabalho com as construções.

Ao terminar uma construção geométrica no quadro branco, o Professor espera algum tempo para os alunos concluírem no papel. Aproveita essa espera para ficar circulando entre os alunos e verificando os desenhos. Se algum aluno o chama para tirar uma dúvida, ele se desloca até a carteira e faz correções sobre a atividade especifica. O Professor, antes de dar uma resposta sobre a dúvida do aluno, procura classificar o erro. Em uma das vezes, fez o seguinte comentário à pergunta do aluno: "*Se você fizer isso ai, aproveita e joga na loteria! (...) Isso é um achado*" (D6). Esse comentário foi compreendido pelo aluno, significando que os traços da construção não possuem justificativa matemática aceitável. Outra vez, por ocasião da dúvida de uma aluna, ele se dirigiu até a mesa, pegou os óculos, puxou uma cadeira e sentou-se ao lado dela. Para outra aluna, em outro momento, se dispôs a orientá-la (D6). Assim sendo, oferece tratamento diferenciado às alunas, por ser em número menor e por mais raramente exporem as dúvidas.

Nesse semestre, esteve matriculado um aluno com dificuldades físicas, que apresentava paralisia parcial dos membros inferiores e superiores (D7). Conversando com o Professor sobre o aluno deficiente físico, questionei se ele estava acompanhando a disciplina. O Professor disse que o traço do aluno não era perfeito e mostrou o trabalho deste. Esse aluno não era o primeiro deficiente físico que tinha em sua sala de aula, já haviam passado outros alunos deficientes. Segundo o Professor, esses alunos são bons desenhistas. Relembra uma aluna deficiente visual com deslocamento de retina e que seus traços davam um erro de milímetros para a direita. Alguns anos atrás, no curso técnico, houve um aluno com apenas três dedos na mão direita e era considerado melhor desenhista do que os outros da turma. O aluno deficiente físico dessa turma, segundo o Professor, tem uma paralisia relativa, com os membros superiores e inferiores parcialmente debilitados. Com essa deficiência, ele não poderá exercer o ensino de Geometria com régua e compasso, pela dificuldade de manusear os instrumentos em madeira no quadro, mas que ele faz todos os exercícios e isso o torna seguro nos conteúdos.

O Professor se ocupa com atividades no Sindicato dos Servidores do CEFET. Em razão desse compromisso, esclarece que uma vez ou outra terá que faltar às aulas, mas avisará com antecedência. Essas faltas, continua explicando, serão recuperadas durante os sábados ou em horários de outras disciplinas que cederem ou estiverem vagas. Em uma das aulas de recuperação, conseguiu ministrar cinco aulas durante toda a manhã. Quando iniciou a aula, como de costume, começou a discutir os exercícios e avisando sobre os cinco tempos de aulas seguidos para recuperar aula do mês de novembro (D6). Os alunos permaneceram em sala para todos os cinco tempos, apenas trocando de sala após os tempos de aula da disciplina e se dirigindo à sala disponível para ampliar o tempo da aula. Mesmo com um tempo longo de aula, das 7h15min as 12h, os alunos acompanharam as construções e interagiram com o Professor em determinadas construções. O Professor faz pequenos intervalos, nos quais trata de assuntos diversos, a fim de relaxar e garantir o bom desempenho dos alunos.

Para a utilização do material de Desenho Geométrico, ele procura trabalhar posturas e métodos com os alunos. Em determinada ocasião, verificou um aluno fazendo a ponta do compasso e chamou-o à mesa dele para ajudar a ajustar o instrumento (D7). Durante todo o semestre, mostra-se atento ao uso dos instrumentos e disponível para ajudar os alunos.

Reconhecidamente longo o período de aula composto em três tempos, o Professor intercala a resolução dos exercícios com conversa informais com os alunos, às vezes sobre assuntos atípicos, outras sobre a formação profissional. Numa aula, perguntou a um aluno se ele ia ser professor. Com relação a este questionamento, outros alunos participaram. Um aluno disse que vai ser lutador de boxe se referindo-se a um filme que havia passado na TV no dia anterior. Professor não entendeu a resposta do aluno (D6). Ainda promove discussão informal sobre construção civil: discutiu sobre a construção de uma escada com a ilustração dos dados sobre o passo feminino de saia que é de 64 cm. Prosseguiu falando sobre termos técnicos como lance de escada, subida cansativa, patamar, escada helicoidal. À medida que foi falando, procurou passar um pouco de sua experiência profissional (D6). Essas conversas descansam a mente do aluno para o Desenho Geométrico, que necessita de grande precisão e promovem afetividade pela aproximação entre os posicionamentos pessoais.

Outro aspecto incomum da atitude do Professor para esse longo período de aula é sobre o uso do telefone celular. Ele não costuma desligar o aparelho e interrompe a aula para conversar ao aparelho. Essa postura é verificada também nos alunos que de maneira análoga reproduzem a postura do Professor com atendimento durante a aula. Na aula dez, o Professor chama a atenção do aluno para atender rápido e não interromper os trabalhos de classe (D10).

Quando um aluno se expressa diante da construção dizendo que "não entendeu", o Professor repete os passos a partir da construção da reta-suporte para receber a figura (D6). Então o aluno é acompanhado em seu raciocínio diretamente pelo Professor, que investiga, a cada etapa da construção do aluno, a compreensão ou não dos conceitos de Geometria envolvidos. O Professor adota duas maneiras de verificar se houve compreensão: às vezes com uma pergunta e outras conferindo a construção da figura. Esse procedimento confere um grau de importância à duvida do aluno, na qual o desenho tem importância secundária sobre a compreensão matemática da construção.

O fato de o Professor pedir a organização das carteiras enfileiradas para livre acesso aos trabalhos de desenho é atendido em parte pelos alunos. Pela observação durante o semestre, constatamos que os alunos se organizam de modo a permitir o acesso por entre as carteiras, mas se organizam sempre em pares ou grupos, amontoando as carteiras próximas à mesa do Professor ou pela sala, a fim de debater durante os tempos de aula. Essas discussões nem sempre são sobre os conteúdos trabalhados, mas, quando o são, reúnem grandes valores interativos nas iniciativas de solução por parte dos alunos. A forma de organização das carteiras na sala foi um ajuste ao *Contrato Didático*, previamente estabelecido. Mesmo tendo ocorrido uma organização diferente, o Professor não voltou a discutir, pois não constituiu uma atitude negativa que comprometesse os trabalhos. Na nossa consideração, é um momento de ajuste para a relação que se mantém entre Professor e alunos. Conjugando com as ideias de Oliveira e Almeida (2007), é de fundamental importância para a *mediação* que as relações entre o professor e os alunos não sejam hierárquicas, nem de dominação, por um lado, nem de subordinação, por outro. O diálogo deve fluir entre as partes, pois a mediação é dialética, uma forma de contribuir para a reflexão e ajudar o aluno a se modificar.

6.3.4. – Relação dos Alunos com os Alunos

A relação estabelecida entre os alunos é de respeito e colaboração nos trabalhos em sala. A construção da relação de turma antecede a disciplina Desenho Geométrico. Os alunos se mantêm matriculados nessa turma desde o semestre anterior, com raras exceções de alunos pertencentes a turmas diferentes. Dessa forma, dá para perceber que há sub-grupos de alunos que se formam por afinidade, mas há uma unidade do grupo.

Durante a aula, é comum o Professor preencher o quadro com os enunciados dos exercícios. Essa atividade demora alguns minutos. Como o Professor precisa se concentrar para consultar seus apontamentos de aula e escolher os exercícios, ele fica em silêncio de costas no quadro branco. Os alunos, enquanto transcrevem no papel os enunciados, ficam conversando com os pares em voz baixa (D1). Essa atitude não foi combinada no Contrato Didático, mas estabelecida entre as partes para melhor aproveitamento do tempo.

Os alunos se distribuem na sala de maneira desordenada, ou seja, à medida que vão chegando, sentam-se próximo à mesa do professor, deslocando as carteiras. A sala de aula é composta por carteiras com a mesa acoplada ao braço da cadeira e outras com mesa separada da cadeira. Os alunos têm preferência pelas mesas separadas das cadeiras, porque elas possuem um tampo maior e melhor para manusear o material de desenho (D1). O Professor, no primeiro dia de aula, pediu organização das carteiras para ele se movimentar pela sala, e os alunos conseguem se amontoar na frente sem impedir esse movimento. Assim sendo, o Professor não fez nenhuma referência a essa organização pelos alunos.

Nesse semestre – como já mencionamos - esteve matriculado um aluno com dificuldades físicas, que apresentava paralisia parcial dos membros inferiores e superiores. As aulas costuma chegar atrasado. Para acomodação, procura por mesa com cadeira separada. Os outros alunos não se movimentam para ajudar, mesmo percebendo sua dificuldade, verificam que ele pode se acomodar sozinho. Mesmo assim, ficam atentos para eventual ajuda. Com um pouco de dificuldades e lentamente o aluno se acomoda (D7).

Quando o professor promove uma construção com conceitos que já foram trabalhados, ele espera que o aluno veja alguma semelhança com os passos de construção em exercícios anteriores para depois solicitar sugestão de solução ao problema proposto. Os alunos costumam se sentar próximos, a fim de em pares, discutir as questões. Às vezes, procuram com os olhos a resolução do colega para validar sua solução sem mesmo usar de palavras. Nesse semestre, isso ocorreu com frequência entre alunos repetentes: três rapazes que já se encontravam em situações de ensino em sala de ensino médio aprofundaram as construções com discussão dos conceitos e das técnicas de desenho.

6.3.5. – Avaliação

Durante a construção do *Contrato Didático* na primeira aula, o Professor, reservou um momento para falar da avaliação. Explica que serão três notas (D1), para compor a nota do semestre como estabelecem as normas da instituição: uma nota para a primeira etapa, uma nota para a segunda etapa e da avaliação final. Para compor a nota da primeira e segunda etapas, são realizadas duas avaliações: uma referente aos trabalhos e outra correspondente à prova escrita. A nota dos trabalhos é a média das notas obtidas em quinze a vinte exercícios dentre aqueles que foram construídos em sala de aula. A prova escrita é composta por quatro questões, que deverão ser respondidas individualmente e sem consulta. Ela versa apenas sobre o conteúdo ministrado, mas os problemas de construções propostos não são idênticos a problemas antecipadamente resolvidos em sala (D4). Desta prova se atribui uma nota que, na primeira etapa, tem peso dois, ou seja, multiplicada por 2, e na segunda etapa tem peso três, ou seja, multiplicada por 3. Todos esses procedimentos foram efetivamente realizados pelo Professor, entretanto, no tocante à avaliação final, embora o professor tenha afirmado estar de acordo com as normas do CEFET, apenas repetiu a nota obtida pelos alunos na prova escrita da segunda etapa. O Professor procura esclarecer todos os detalhes relativos à composição da nota para aprovar o aluno na disciplina. Durante o semestre retoma o assunto como alerta (D9).

O Professor alerta ainda para a noção de que o aluno que precisar de ponto para passar precisa dizer com antecedência, mas só serão concedidos estes pontos para os alunos que forem assíduos e participativos nas aulas (D1).

Ainda sobre a avaliação do aluno o Professor esclarece que quem faltar à prova vai precisar se dirigir ao Departamento de Registro Escolar e fazer um requerimento para a prova de segunda chamada. O trabalho que não puder ser entregue no dia da prova deve ser enviado por um colega ou não será aceito posteriormente (D6). A segunda chamada da prova é um direito do aluno, assim reconhecido pelo Professor, mas deve preencher todos os requisitos para usufruí-la. Durante esse semestre, apenas um aluno necessitou realizar a segunda chamada. Por motivos anteriormente comentados, o aluno que trajava bermudas e boné no dia da prova, requereu a prova (D7).

A posição do Professor durante a prova é de respeito e seriedade com os alunos. Após distribuir a prova, permanece sentado para não tirar a atenção do aluno na resolução com movimento pela sala. Como havia combinado com os alunos, ao término da prova, recebe, corrige e entrega a nota da prova e do trabalho. Enquanto espera a solução da prova pelos alunos, corrige os trabalhos. Sobrando tempo, se ocupa com leituras em revista técnica de Engenharia (D7 e D17).

Outro aluno repetente do semestre anterior vai à mesa do Professor tirar dúvidas acerca da prova o Professor explica a questão e ele volta a continuar a solução de uma questão. Durante a explicação ao aluno, o Professor diz que não é como ele está fazendo, e acrescenta que tem que levar em conta o dado da questão e diz que é relativa ao lado AB; ou seja, não está claro na questão que a mediana é relativa ao lado AB. Verificamos, que essa informação é aproveitada por outros alunos que, durante a dúvida desse colega, prestaram atenção ao diálogo com o Professor. Mesmo se considerando rígido, o Professor oferece esclarecimentos aos alunos, durante todo o tempo de prova. Para ele, as dúvidas podem ser dirimidas mesmo no momento da prova, quando poderá também acontecer a aprendizagem. Como aspecto referente a concessões a alunos individualmente, destaca-se o caso do aluno portador de necessidades especiais, com relação ao qual a avaliação é diferenciada: aproveitam-se os traços do aluno, mas a ênfase recai sobre o domínio conceitual que o aluno demonstra na resolução de cada problema.

Após a avaliação escrita ele corrige a prova de cada aluno, procurando registrar os erros em particular. Algumas vezes o *feedback* não é bem recebido pelo aluno. Com um aluno, o Professor precisou descrever os passos corretos para uma solução aceitável. O aluno demorou a perceber o erro e aceitar a nota. O *feedback* do professor não foi suficiente para o aluno perceber o erro, o que somente foi alcançado com a interação com outros colegas(D7). Os elementos fornecidos pelo Professor não foram mecanicamente falados, foram tecnicamente inseridos na discussão para um aproveitamento do erro pelo aluno. Percebemos que há uma avaliação dos conhecimentos e uma contribuição para o melhoramento do pensamento geométrico desse aluno.

Com tais descrições e análises, constatamos que o trabalho de construções geométricas desenvolvido pelo Professor em sala de aula é de grande contribuição para o desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno. A qualidade desse trabalho é promovida pela interação do Professor com os alunos, de alunos com alunos, além de todas as questões didáticas que envolvem o conteúdo, material e comportamento desse docente para que a *mediação* aconteça no tempo da aula. Esse processo rico em reflexão colabora com a compreensão do aluno sobre os conceitos envolvidos e a reconstrução de signos. É perceptível o valor desse trabalho no limite de apenas um semestre, embora não se esgote o conteúdo nem se explorem as questões didáticas necessárias à formação do futuro professor para o trabalho com as construções geométricas. É reconhecida, porém, a contribuição na formação dos alunos sobre técnicas e métodos para estudar a geometria de maneira mais dinâmica pela participação do próprio aluno em construções e reelaborações conceituais.

6.4. Análises do Nível Conceitual de Geometria Plana em Alunos ao Concluem a Disciplina Desenho Geométrico

Neste tópico descrevemos o desempenho dos alunos durante a resolução dos exercícios de sondagem do nível de domínio instrumental e conceitual de construção geométrica, depois de concluírem a disciplina Desenho Geométrico. Pretendemos avaliar se os alunos elaboraram os conceitos trabalhados no decorrer da referida disciplina. Doravante este exercício passará a ser denominado *LISTA DE EXERCÍCIO II* (Apêndice II).

A *LISTA DE EXERCÍCIO II* foi elaborada pontuando a aplicação de conceitos de Geometria Plana utilizados para elaboração das construções geométricas com régua e compasso. Para a organização do instrumento, objetivou-se responder à seguinte questão: quais são as técnicas e os conhecimentos de construção geométrica que os alunos demonstram ser portadores, após a realização da disciplina Desenho Geométrico. Pensamos esses conhecimentos como todos aqueles abordados durante a disciplina que justificam estruturas cognitivas capazes de elaborar o raciocínio geométrico do aluno.

Esses conhecimentos compreendem os conceitos envolvidos na construção de polígonos, equivalência de área, métodos de inscrição dos polígonos e lugar geométrico.

A *LISTA DE EXERCÍCIO II* foi aplicada aos mesmos cinco alunos do Curso de Licenciatura em Matemática, com os quais trabalhamos no início da disciplina e cuja análise já se encontra no item 6.2 desta dissertação. Com efeito, a identificação dos alunos permanece a mesma da *LISTA DE EXERCÍCIO I.*

6.4.1. – Exercício 1

No Exercício 1, que constou de uma situação-problema para determinar um ponto "x" equidistante de três pontos A, B e C (*Figura 16*), o objetivo foi verificar os conceitos de equidistância entre pontos, mediatriz e circuncentro do triângulo. Para resolver esse exercício, são necessários os conhecimentos de inscrição de triângulo na circunferência, dos pontos notáveis do triângulo (incentro, ortocentro e baricentro - em particular, o circuncentro) e de mediatriz. A solução está em identificar uma linha poligonal que passa pelos pontos dados, traçar um triângulo, as mediatrizes de dois de seus lados, marcar o ponto de interseção dessas mediatrizes e determinar esse ponto como o circuncentro, que é centro da circunferência que passa pelos pontos A, B e C. A investigação consistiu em verificar a utilização dos conceitos de Geometria nas estratégias de solução dos alunos.

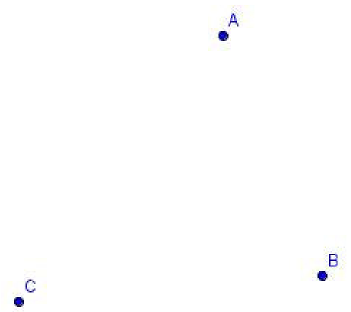


Figura 16 – Apresentação do Exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Esse exercício, foi concluído satisfatoriamente somente pelos alunos A4 e A5. O aluno A5, entretanto, como se veremos a seguir, não foi capaz de realizar a prova da questão. Os alunos A2, A3, A4 e A5 esboçaram a solução. A1 esboçou uma solução, mas, haja vista não ter chegado a uma resposta que a satisfizesse, apagou-a. Quando questionada durante a entrevista sobre a ausência de solução, ela disse: *"(...) eu tentei por várias vezes usar o que o Professor ensinou sobre triângulos, eu até fiz o triângulo pelos três pontos (...) eu tinha marcado as medianas, o ponto médio mas não deu".* Em seguida, questionada sobre o circuncentro, disse que não gravou as definições porque não aprendeu direito.

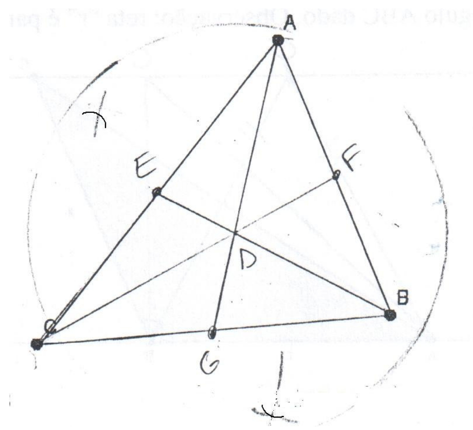


Figura 17 – A2 – Solução do exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIOS 1I

Os alunos A2 e A3 fizeram um esboço pela construção do baricentro: ligaram os pontos (A, B e C), construíram um triângulo, traçaram o ponto médio de seus lados e ligaram esses pontos ao vértice oposto. Os alunos não perceberam que determinar o baricentro é diferente de determinar o circuncentro, o qual os conduziria à resposta esperada. Ao traçarem a circunferência, com origem no baricentro, e constatarem que os pontos dados não faziam parte dela, os alunos não foram capazes de justificar o fato geometricamente. Disseram que não sabiam justificar. A aluna A2 expressou que: *"(...) eu tirei o baricentro (...) Só que, na verdade, eles* [pontos A, B e C] *não são equidistantes*. (...) *mas isso é normal, acontece, quando for medir*. [Ele está à mesma distância?] *Pois é, não, não está*." (*Figura 17*). O aluno A4 traçou as mediatrizes dos três lados, determinou o ponto de suas interseções, isto é, o circuncentro, conforme pedido no exercício. No momento da entrevista, para realizar a prova da sua resposta, o aluno A4 não necessitou traçar a circunferência como um todo, apenas indicando os arcos, evidenciando que sua resposta estava correta.

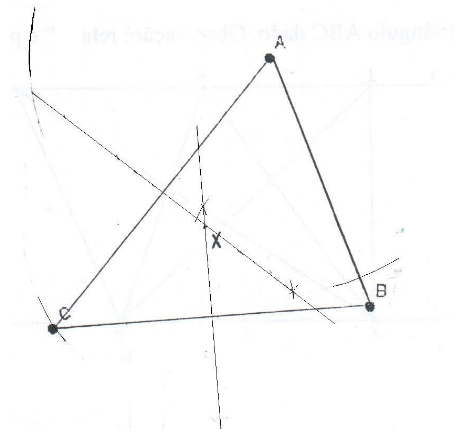


Figura 18 – A5 – Solução do exercício 1 da LISTA DE EXERCÍCIOS 1I

O aluno A5 (*Figura 18*) ligou os pontos, determinou um triângulo, traçou a mediatriz de dois lados e indicou suas interseções, chegando assim ao circuncentro. No momento, porém, de demonstrar que efetivamente este ponto era o centro da circunferência, o aluno por problemas de manipulação do compasso, traçou uma circunferência que passa por somente dois pontos. Isto fez com que ele duvidasse da própria resposta.

O fato de a aluna A1 não resolver a questão evidencia carência conceitual em relação ao conceito de equidistância, e de circuncentro, como um dos pontos notáveis do triângulo. Da mesma forma, os alunos A2 e A3 apresentaram essa carência conceitual, esboçando a construção com a utilização do baricentro. Percebemos que os alunos A1, A2 e A3 não dominam os conceitos de pontos notáveis do triângulo, nem especificamente o circuncentro. O pensamento geométrico da aluna A1, demonstrado nesta questão, permanece no Nível 2 de van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), sem conseguir relacionar os diversos conceitos geométricos à construção da figura. O pensamento geométrico de A2 e A3, entretanto, já atingiu o Nível 3, estabelecendo relações entre os conceitos e as representações das figuras. No raciocínio do aluno A5, apesar de correto, sua construção ofereceu erro de “graficismo”, ou seja, falta de exatidão na construção dos traços da solução. Notamos ainda que os alunos A4 e A5 atingiram o Nível 4, onde o aluno é capaz de trabalhar o raciocínio utilizando os aspectos abstratos e formais da Geometria na dedução da figura.

6.4.2. – Exercício 2

No Exercício 2, que constou de uma situação-problema para determinar o centro desconhecido de uma circunferência dada (*Figura 19*), o objetivo foi verificar os conceitos de equidistância entre pontos, mediatriz e circuncentro, acompanhando o raciocínio da questão anterior, mas de maneira inversa.

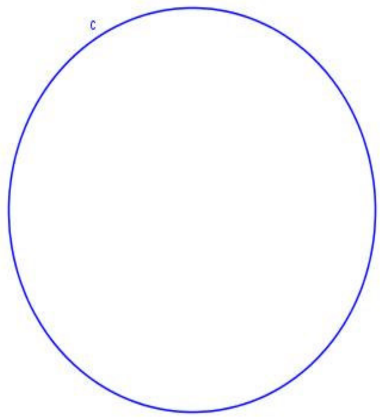


Figura 19 – Apresentação do Exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Para resolver esse exercício, são necessários os conhecimentos de inscrição de polígonos na circunferência e mediatriz. A solução está em marcar três pontos quaisquer sobre a circunferência, traçar um triângulo, passar as mediatrizes de dois de seus lados, determinar sua interseção e marcar o circuncentro, que será o centro procurado da circunferência. A investigação consistiu em verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização do conceito de circunferência, como o lugar geométrico de todos os pontos equidistantes de um ponto, bem como outras estratégias de solução ou indicação de uso dos conceitos prévios de pontos notáveis do triângulo.

Nesse exercício, apenas A5 (*Figura 21*) respondeu corretamente. A estratégia utilizada por A1, A2, A3 e A5 foi traçar uma corda para determinar dois pontos na circunferência e a partir deles traçar mediatriz coincidente com um diâmetro. Os alunos A1 e A3 acreditavam que a corda traçada apenas com o auxílio dos esquadros seria um diâmetro. Já a aluna A2 utilizou o compasso para determinar, desde um ponto qualquer na circunferência, os dois pontos por onde ela acreditava que passaria o diâmetro, chegando, assim, ao mesmo ponto de partida dos que somente utilizaram os esquadros. Ela assim se expressa: "*centrei o compasso em um ponto qualquer na circunferência e com uma abertura maior que o raio eu tracei outra circunferência e achei dois pontos*."

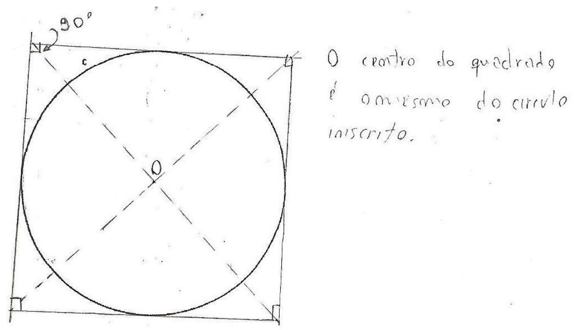


Figura 20 – A4 – Solução do exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIOS 1I

O aluno A4 (*Figura 20 acima*) procedeu da seguinte maneira: a partir de uma tangente e de retas paralelas e perpendiculares a esta, igualmente tangentes à circunferência, construiu o quadrado e identificou os diâmetros nas diagonais do quadrado. Considerou que a interseção destas diagonais determinava o centro. A este aluno, durante a entrevista, foi solicitado que validasse a construção, com o uso do compasso, e ele constatou que o ponto determinado pelo seu processo não correspondia ao centro. Questionado acerca do que poderia estar ocorrendo, o aluno não soube justificar matematicamente.

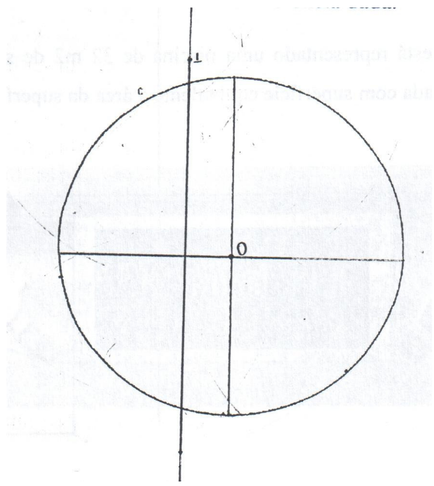


Figura 21 – A5 – Solução do Exercício 2 da LISTA DE EXERCÍCIO II

O aluno A5, mesmo tendo utilizado o raciocínio semelhante aos alunos A1, A2 e A3, partiu do traçado de uma corda qualquer para obter dois pontos sobre a circunferência e traçou uma reta perpendicular a essa corda. Para garantir o centro da circunferência nessa reta, ele traçou nova reta perpendicular à anterior para determinar a interseção e marcar o centro da circunferência (*Figura 21*). Embora usando o mesmo raciocínio que os alunos A1 e A3, A5 tinha consciência de não haver traçado o diâmetro. Esse aluno construiu a solução com a utilização correta dos conceitos de equidistância, mediatriz e perpendicularismo.

Nesse exercício, todos os alunos utilizaram o par de esquadros e o compasso para determinar retas secantes ou tangentes, em posições ortogonais para determinar o centro da circunferência. Isso decorreu do fato de visualizarem melhor a equidistância dos pontos da circunferência ao centro pelo traço do diâmetro. Os alunos A1, A2 e A3, entretanto, marcaram arbitrariamente o diâmetro da circunferência, não percebendo que poderia se tratar do traço de uma corda qualquer. Para esses alunos, o aspecto visual foi considerado suficiente para iniciarem a questão: eles demonstram não utilizar os conceitos, articulando-os na solução. Apesar do erro, os alunos demonstram nessa questão haver chegado ao Nível 3 do desenvolvimento do pensamento geométrico em van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), pois estabeleceram relações entre os conceitos de mediatriz, secante e as representações da figura. O aluno A4 marcou as retas tangentes à circunferência de maneira experimental, sem melhor utilização dos conceitos, logo, esses traços produziram erros de graficismo que deram erro de verificação da construção. Esse aluno, para esse exercício, atingiu o nível 2 de dedução informal, pois conseguiu estabelecer inter-relações de propriedades, tanto dentro de figuras, como entre elas, mas não consegue compreender os conceitos no rigor da dedução matemática. O aluno A5, mesmo tendo utilizado o raciocínio semelhante aos alunos A1, A2 e A3, construiu os mesmos traços mas com a justificativa em outros conceitos, ou seja, o que eles chamaram inicialmente de diâmetro esse aluno identifica como uma corda e modifica toda a construção matematicamente. Esse aluno atingiu o Nível 4 do desenvolvimento do pensamento, apreendendo os passos corretamente na solução com a utilização dos conceitos de Geometria Euclidiana, de formalização e rigor da justificativa matemática numa construção geometricamente aceita. Nenhum dos alunos utilizou, ou tentou utilizar, na solução, o conceito de inscrição de triângulo para auxílio na determinação do centro da circunferência pela equidistância desses três pontos. Esta era a solução esperada, visto ser a mais "enxuta", pois evidenciava a necessidade de utilização de menor quantidade de pontos e traços na construção. A solução com o emprego de diâmetro evidenciou o uso de raciocínio intuitivo mais imediato do que aquele envolvido na equidistância dos pontos.

6.4.3. – Exercício 3

No Exercício 3, que constou de uma situação-problema para inscrever um triângulo equilátero numa circunferência dada (*Figura 22*), o objetivo foi verificar o conhecimento do conceito da divisão da circunferência e dos métodos de inscrição de polígono regular na circunferência. Para resolver esse exercício, são necessários os conhecimentos dos métodos de inscrição de polígonos regulares e divisão da circunferência. A solução está em marcar, com a medida do raio, dois pontos quaisquer sobre a circunferência, tirar a mediatriz entre eles, determinar a interseção dessa mediatriz sobre a circunferência, como um ponto equidistante dos outros dois, e determinar o triângulo equilátero. A investigação consistiu em verificar nas estratégias de solução dos alunos qual conceito de divisão da circunferência eles utilizam. Este exercício, diferentemente dos dois anteriores, havia sido trabalhado em sala de aula pelo professor.

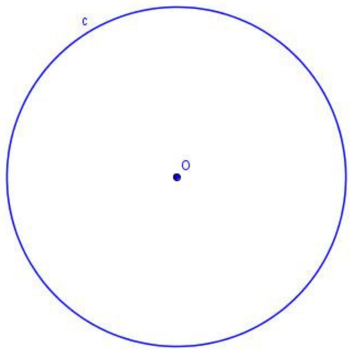


Figura 22 – Apresentação do Exercício 3 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Nesse exercício, tiveram êxito os alunos A1, A3, A4 e A5: utilizaram um método de inscrição de polígonos trabalhado pelo Professor na aula. Esse método consiste na marcação dos pontos do triângulo equilátero pela equidistância entre eles com uso da divisão da circunferência em seis partes iguais.

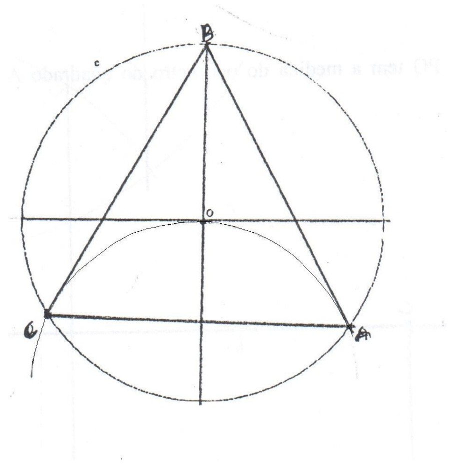


Figura 23 – A3 – Solução do Exercício 3 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Os alunos A1 e A3 (*Figura 23*) iniciaram pela divisão da circunferência em quatro partes iguais para obter como suporte os diâmetros. É um procedimento desnecessário à resolução do problema, mas é uma prática semelhante àquela utilizada pelo Professor em sala de aula.

O aluno A5 traçou inicialmente o diâmetro pelos pontos indicados como centro e vértice, encontrando um ponto oposto ao vértice na circunferência. Com origem neste novo ponto, com a medida do raio, determinou dois pontos na circunferência, equidistantes a ele, correspondentes aos outros dois vértices do triângulo. O aluno A4 traçou apenas arcos de circunferências, com abertura do raio, pelos pontos dados para determinar o triângulo.

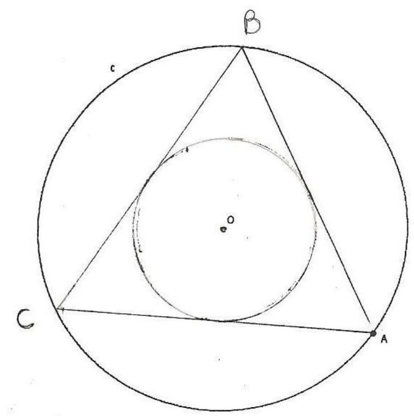


Figura 24 – A2 – Solução do Exercício 3 da LISTA DE EXERCÍCIO II

A aluna A2 esboçou uma solução diferente. Arbitrariamente, traçou uma circunferência interna concêntrica à circunferência dada (*Figura 24*). Em seguida, a partir do ponto fornecido na questão como vértice, traçou uma tangente à circunferência interna e definiu o segundo ponto do triângulo na circunferência externa. Repetiu o procedimento para determinar o terceiro ponto. Também arbitrariamente, determinou o triângulo inscrito, o qual ela julgou ser equilátero. Ela assim se expressa: "*centrei o compasso aqui no centro indicado O* [da circunferência dada] *e tracei uma circunferência qualquer; e daí só fiz ligar (...) como eu já tenho o vértice A (...) eu tracei retas que tocasse a circunferência interna que é menor e tocasse a circunferência externa*". Indevidamente, ela utilizou o conceito de circunscrição do polígono para construir a inscrição do triângulo.

Nesse exercício, percebe-se que os alunos que obtiveram êxito utilizaram o método de inscrição de triângulo na circunferência, podendo ser considerado um conhecimento de auxílio na construção do raciocínio geométrico. Os alunos A1, A3 e A5 traçaram retas auxiliares desnecessárias. Eles demonstraram ter a construção de seu raciocínio geométrico ainda apoiado nos modelos fornecidos pelo Professor. Apenas o aluno A4 conseguiu utilizar o método, construindo sua solução somente pelos conceitos que se aplicam à situação-problema. Este aluno atingiu o Nível 4 de construção do pensamento geométrico em van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), pois abstraiu do método os conceitos envolvidos e realizou a transposição desses para a situação-problema como auxílio ao seu raciocínio geométrico. Os demais alunos ainda estão no Nível 3, em processo de generalização do método, mas com a compreensão dos conceitos envolvidos. A aluna A2 utilizou dos instrumentos régua e compasso para auxílio de um raciocínio intuitivo mas sem refletir sobre os conceitos envolvidos, produzindo erro na construção pela ausência do domínio do método de inscrição de polígonos. Essa aluna associou a situação-problema aos conceitos de circunscrição de polígonos, retas tangentes e secantes, mas que não justificam geometricamente sua solução. Essa aluna atingiu o Nível 3, percebendo relações dos conceitos com a figura, mas ainda sem a maturidade de verificação matemática desses conceitos.

O Exercício 3 trata de conceitos que poderiam ter sidos tomados como subsídios à resolução dos Exercícios 1 e 2. Mesmo com um índice maior de acertos, nenhum aluno demonstrou interesse em retomar as resoluções das questões anteriores baseados em tais subsídios. Pode-se inferir que eles não foram capazes de perceber tal relação e que seu êxito residiu na simples transferência do método recentemente trabalhado em sala de aula e não efetivamente na elaboração conceitual.

6.4.4. – Exercício 4

O Exercício 4 constou de uma situação-problema para construir um triângulo retângulo e um triângulo isósceles, ambos equivalentes ao triângulo ABC dado (*Figura 25*). Seu objetivo foi verificar o conceito de equivalência de áreas. Para resolver esse exercício, são necessários os conhecimentos de equivalência de áreas e elementos dos triângulos. A solução está em associar a área da figura dada às áreas das figuras procuradas, com a utilização dos elementos de cálculo dessas áreas, ou seja, em identificar na área do triângulo dado os elementos do cálculo da área, como a base e a altura, para fixar um deles e procurar construir o outro. A investigação consistiu em verificar nas estratégias de solução dos alunos a aplicação do conceito de equivalência e cálculo de área das figuras com a identificação dos elementos do triângulo.

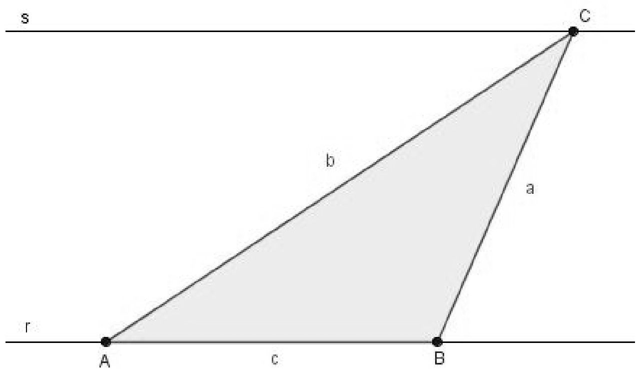


Figura 25 – Apresentação do Exercício 4 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Nesse exercício, todos os alunos obtiveram êxito na primeira parte, isto é, na construção do triângulo retângulo. Eles o construíram conservando a base do triângulo dado e traçando a altura a partir do ponto A fornecido no problema. A aluna A2, entretanto, diferenciou-se por determinar a altura do triângulo retângulo desde o ponto B, que se encontra na base do triângulo dado. Mesmo que o problema requeresse a determinação do triângulo a partir do ponto A, consideramos a sua resolução correta, pois demonstrou o domínio dos mesmos conceitos utilizados por aqueles que traçaram no ponto A. Ela procedeu desta maneira pelo fato de ser canhota e demonstrar dificuldade de manipulação dos esquadros. Os alunos A1, A2, A3 e A5 utilizaram o par de esquadros para traçar a altura perpendicular à base. O aluno A4 fez uso do compasso para determinar os pontos equidistantes de A sobre a reta suporte da base e traçar a mediatriz. Nessa mediatriz, ele determinou a altura. Todos perceberam a base do triângulo dado como um elemento essencial a ser considerado para a nova construção.

Com relação ao triângulo isósceles, os alunos A1, A2 e A5 não realizaram corretamente a construção.

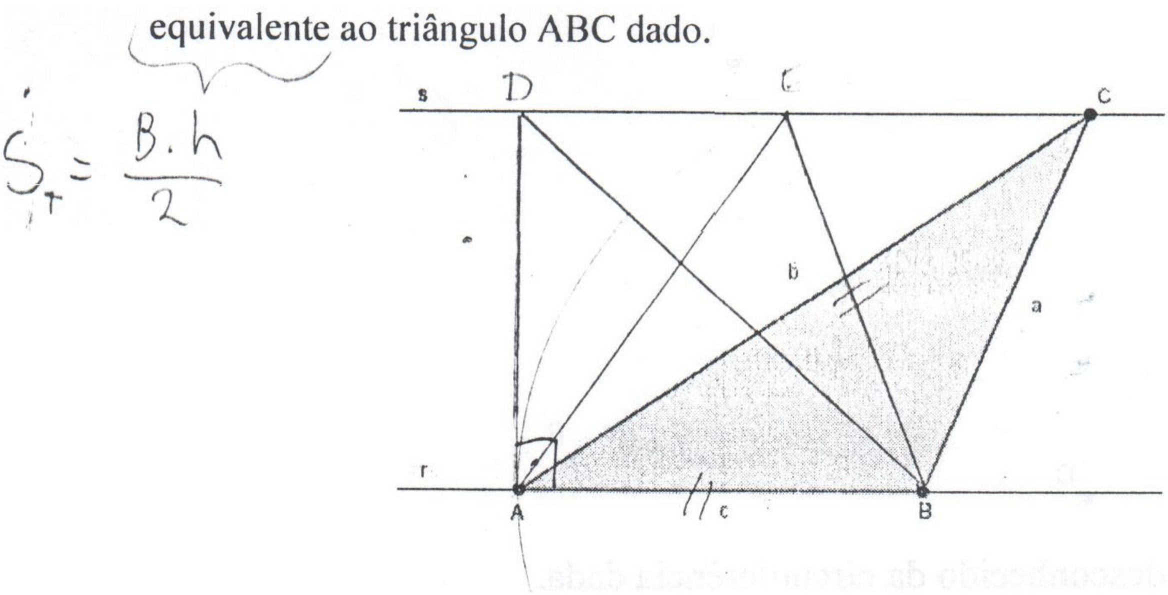


Figura 26 – A1 – Solução do Exercício 4 da LISTA DE EXERCÍCIO II

A aluna A1 modificou a base e a altura do triângulo (*Figura 26*). Considerou um lado congruente do triângulo a construir sobre a base do triângulo dado, transferiu o tamanho deste lado, com a utilização do arco, determinando assim o outro lado congruente. Assim procedendo, ela alterou a base e, consequentemente a altura, o que fez variar as áreas.

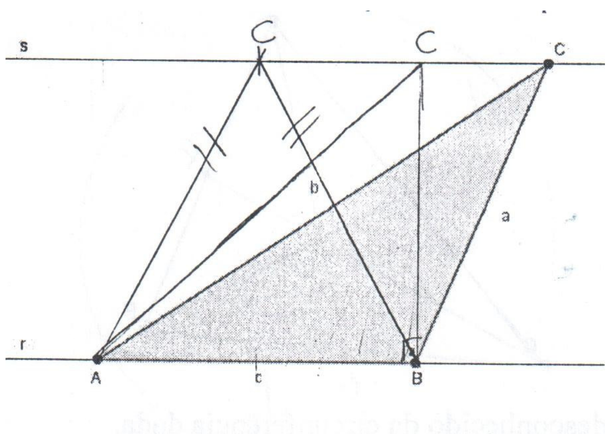


Figura 27 – A2 – Solução do Exercício 4 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Os alunos A2 (*Figura 27*) e A5 traçaram os lados congruentes do triângulo isósceles sem a construção correta da mediatriz da base, mas identificaram corretamente os lados congruentes do triângulo isósceles.

Os alunos A3 e A4 elaboraram corretamente a solução do problema. Utilizaram a construção da altura sobre a reta mediatriz do segmento de base AB, determinando o vértice sobre a reta *s* e determinando os lados congruentes.

A utilização do par de esquadros para traçar a altura do triângulo retângulo demonstra um domínio, por esses alunos, da técnica ensinada pelo Professor durante o semestre. O fato de todos eles conseguirem utilizar o conceito de equivalência de áreas para a produção das figuras, mesmo que com algumas produções de traços não aceitáveis tecnicamente, demonstra um domínio do conceito de equivalência para pensar geometricamente o exercício. Pode-se afirmar que, nesse exercício, os alunos atingiram o Nível 3 do pensamento geométrico em van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), pois estabeleceram relações entre os conceitos e as representações da figura para a solução do problema.

6.4.5. – Exercício 5

No Exercício 5, que constou de uma situação-problema com uma piscina de 32 m^2 de superfície, era pedido para desenhar uma piscina quadrada com superfície equivalente à piscina da figura (*Figura 28*):

Figura 28 – Apresentação do Exercício 5 da LISTA DE EXERCÍCIO II

O seu objetivo foi aplicar o conceito de equivalência de áreas de figuras planas. Para resolver esse exercício, são necessários os conhecimentos de razão geométrica e equivalência de área de figuras planas. A solução está em marcar sobre uma reta auxiliar a soma dos lados do retângulo (a+b), tirar a mediatriz, determinar o ponto médio da soma (a+b), passar uma circunferência de centro no ponto médio e abertura até a extremidade, levantar uma reta perpendicular pela extremidade interior à circunferência do lado da piscina, achar uma altura e determiná-la como o lado do quadrado. Esse procedimento é a construção da razão geométrica entre dois segmentos, ou seja, $x^2 = a . b$.

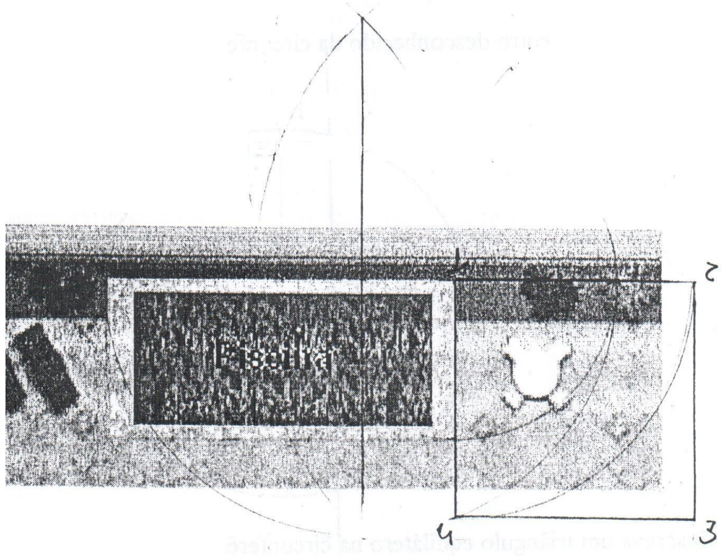


Figura 29 – A5 – Solução do Exercício 5 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Nesse exercício, apenas os alunos A3 e A5 (*Figura 29*) apresentaram a construção correta da solução com emprego do método de construção pela razão geométrica, conforme descrito anteriormente.

A aluna A1 percebeu que a área do retângulo dada terá que ser idêntica à área do quadrado procurada. Ela parte, então, do uso da fórmula da área o quadrado, isto é L^2, igualando-a aos 32 m^2 dados. Assim procedendo, ela tenta o cálculo da raiz quadrada, o que lhe fornecerá o lado do quadrado. Ela não consegue esboçar a solução, deixando indicados os cálculos. Durante a entrevista, ela diz: "*É, não dá para desenhar porque ... tem raiz no meio.*" Ao encontrar o valor de x = 5,6 m respondeu não poder construir porque a sua régua não era "*metrada*".

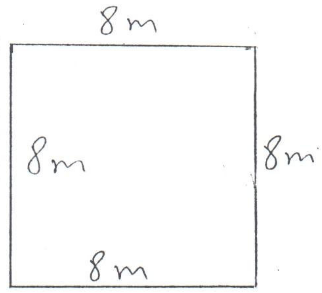


Figura 30 – A2 – Solução do Exercício 5 da LISTA DE EXERCÍCIO II

A aluna A2 (*Figura 30*) considerou a área de 32 m^2 como perímetro. Ignorou que se tratava de uma medida de superfície, considerando-a uma medida linear. Dividiu esta medida por quatro e construiu um quadrado com lado igual a 8 m com uma régua. A aluna explica na entrevista: "*Eu dividi por quatro, o 32 (...) porque um quadrado tem todos os lados iguais, aí dá 8. Aí fica um quadrado com 8 metros cada lado*". A4 não esboçou uma solução.

Nesse exercício, percebemos que os alunos que obtiveram êxito, A3 e A5, utilizaram o método de equivalência de área de figuras planas pelo método vivenciado em sala com o Professor, podendo ser considerado um conhecimento de auxílio na construção do raciocínio geométrico. A1 utilizou o raciocínio algébrico para relacionar corretamente o conceito de equivalência de áreas, mas não concluiu corretamente a questão por desconhecer o método de construção da média geométrica. A aluna A2 utilizou o raciocínio aritmético, sem analisar os conceitos geométricos envolvidos. Notamos ausência de generalização dos conceitos geométricos para elaborar a solução desse exercício. O aluno A1, A2 e A4 não demonstraram utilizar o raciocínio da questão anterior de equivalência de área de triângulos para pensar a questão. Para esse exercício pode-se dizer que A3 e A5 atingiram o Nível 3 do pensamento geométrico em van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), pois utilizaram os conceitos e o método de construção de equivalência de áreas para auxílio à solução. Nessa questão, a aluna A1 atingiu o Nível 2 do pensamento geométrico, pois mostrou conhecimento do conceito de equivalência mas não o reconheceu. A2, neste exercício, demonstrou atingir o Nível 1, pois apenas reconheceu as figuras envolvidas, sem estabelecer relações entre elas.

6.4.6. – Exercício 6

No Exercício 6, que constou de uma situação-problema com um segmento PQ (*Figura 31*), cuja medida descrevia o perímetro de um quadrado ABCD, pedia-se para construir esse quadrado. O seu objetivo foi aplicar os conceitos de perímetro, divisão proporcional de segmentos e Teorema de Tales. Para resolver esse exercício, são necessários os conhecimentos da divisão proporcional de segmentos de reta, linha poligonal, área de figura plana e do Teorema de Tales. A solução está em passar uma reta auxiliar oblíqua qualquer por uma das extremidades do perímetro, dividi-la em quatro partes, unir a extremidade do segmento à extremidade do perímetro, transferir essas medidas ao perímetro por paralelas, determinar segmentos iguais no perímetro, usar uma medida transportada como o lado do quadrado a construí-lo.

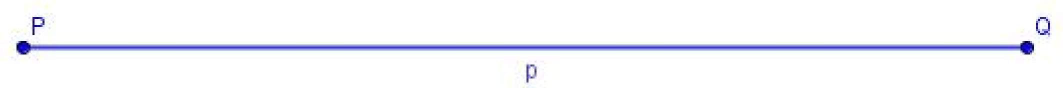


Figura 31 – Apresentação do Exercício 6 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Nesse exercício, A1, A3, A4 e A5 obtiveram êxito na construção do quadrado. Os alunos A1 e A5 (*Figura 32*) construíram a divisão proporcional do segmento pelo método que utiliza como suporte uma reta para marcar os segmentos proporcionais e em seguida transferir as medidas ao segmento de reta do perímetro.

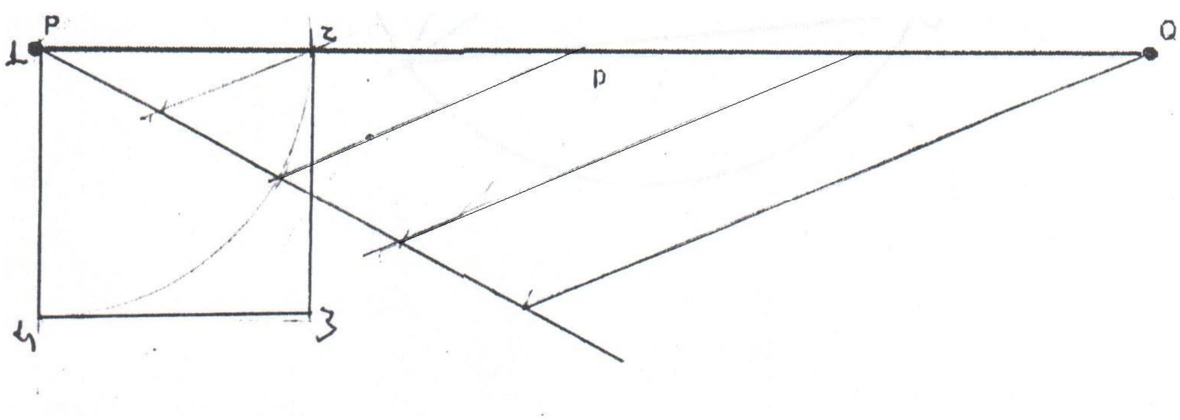


Figura 32 – A5 – Solução do Exercício 6 da LISTA DE EXERCÍCIO II

A aluna A1 utilizou a reta-suporte na posição horizontal, paralela ao perímetro, enquanto o aluno A5 usou uma reta oblíqua em uma extremidade desse segmento.

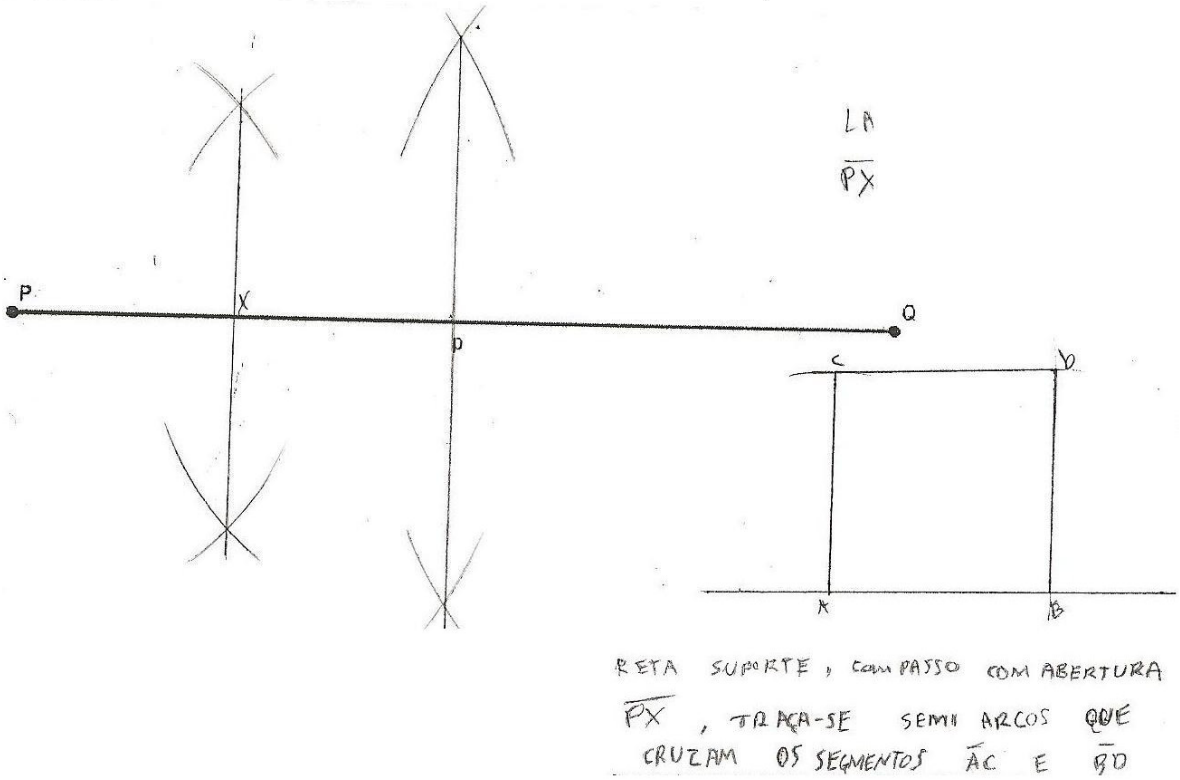


Figura 33 – A4 – Solução do Exercício 6 da LISTA DE EXERCÍCIO II

Os alunos A3 e A4 (*Figura 33*) utilizaram a divisão proporcional do segmento do perímetro em quatro partes iguais com o uso da construção das mediatrizes dos segmentos, primeiro em duas partes e depois outra divisão para as partes divididas. A aluna A2 dividiu o segmento do perímetro em quatro partes iguais com uma régua métrica e construiu o quadrado apenas com a precisão desse instrumento.

Nesse exercício percebemos que os alunos que obtiveram êxito utilizaram o método da divisão proporcional de segmentos ou os conceitos de mediatriz para conseguir construir segmentos proporcionais. Esses procedimentos, corretamente utilizados, podem ser considerados um conhecimento de auxílio na construção do raciocínio geométrico. Os alunos A1 e A5 conseguem uma generalização do método da divisão proporcional de segmentos, enquanto os alunos A3 e A4 ainda utilizam conceitos elementares de Geometria Plana para auxílio do raciocínio geométrico. Nesse exercício, esses alunos atingiram o Nível 3 do pensamento geométrico em van Hiele e van Hiele (PEREIRA, 2005), um nível de dedução formal desse pensamento. A aluna

A2, mesmo tendo construído o quadrado, sua solução está tecnicamente errada por não ter utilizado os necessários conceitos de Geometria Plana. Para esse exercício, a aluna atingiu o Nível 2 do pensamento geométrico, isto é, um nível de dedução informal, ou seja, conseguiu estabelecer inter-relações de propriedades dentro da figura, mas não pôde verificar formalmente as condições geométricas da construção.

Nessa *LISTA DE EXERCÍCIOS II*, observamos que em alguns dados ocorreram falhas do uso das técnicas ou de elaboração conceitual, mas nenhum aluno demonstrou completamente não possuir nenhum conhecimento para todos os exercícios. Para esses exercícios, os alunos demonstraram mais facilidade no esboço de figuras para as soluções e apresentaram capacidades de elaboração do pensamento geométrico com régua e compasso. Foram percebidos diferentes níveis de domínio conceitual para construção das soluções. O uso do material demonstra melhor produção e utilização dos conceitos de equidistância, lugar geométrico e equivalência; ou seja, o traço a mão livre utilizado na *LISTA DE EXERCIO I* deu lugar a traços definidos pelos conceitos.

7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

> *O processo educativo é constituído por mediações, portanto, não pode haver educação sem que haja mediação. E se há mediação, há necessariamente, dois termos opostos e não antagônicos, um que está no plano do imediato e outro no mediato. Assim, quem está no plano do imediato é o aluno e quem está ou deveria estar no mediato é o professor. (...) as relações entre o professor e os alunos não pode ser hierárquicas, nem de dominação, por um lado, nem de subordinação, por outro. Elas devem ter por base o esforço de mediação, que não é nem automática nem espontânea (DE OLIVEIRA e DE ALMEIDA, 2007).*

A Matemática, desde o seu surgimento até os dias atuais, passou por diferentes fases de desenvolvimento, marcada pelas influências do contexto social de cada época. As expressões do desenvolvimento dessa ciência marcam também o contexto educacional, pois a Matemática está inserida na maioria dos currículos escolares e universitários e, sendo assim, exerce grande influência sobre a formação dos estudantes.

No que concerne à Geometria, esta ocupa importante papel no sentido de desenvolver percepções e regularidades nas relações espaciais, desenvolvendo o pensamento intuitivo. Neste estudo, constatamos que o ensino desta área ainda deixa lacunas mesmo na formação do licenciado em Matemática. Pudemos perceber que o conteúdo não se esgota com as diferentes disciplinas dedicadas à Geometria. No caso do Desenho Geométrico, as construções geométricas de elaboração conceitual não foram exploradas em sala, provocando uma limitação na construção do raciocínio geométrico do aluno. Caberá, portanto, ao aluno a busca da complementação de sua formação geométrica. Pode-se supor, assim, que esta lacuna de formação é um dos elementos que se encontram na origem das dificuldades do ensino da Geometria na escola básica. Ao lado disto, a própria formação pedagógica para o ensino Desenho Geométrico é limitada. Em sala de aula, o professor sempre esteve voltado para desenvolver as competências do aluno no sentido de aprendizagem dos conteúdos, isto é, das construções geométricas. Não se percebeu a ação pedagógica do Professor observada no sentido de exploração desses conteúdos com os futuros alunos desses licenciados que estavam em formação. Podemos dizer que o aluno que cursou a disciplina Desenho Geométrico cresceu em relação à sua percepção geométrica, mas não no que é pertinente à transposição destes conteúdos para o ensino.

A experiência adquirida neste trabalho contribuiu para melhor leitura da dimensão do trabalho pedagógico do professor formador na disciplina Desenho Geométrico da licenciatura em Matemática. Muitos elementos ressaltados pela Etnometodologia foram observados naquela sala de aula, tais como os conceitos de *prática e realização, indicialidade, reflexividade, relatabilidade* e de *noção de membro.*

A *prática* pedagógica e a *realização* do trabalho docente serviram de pano de fundo para a construção social do grupo e do conhecimento. Nas atividades da sala de aula na disciplina Desenho Geométrico, observamos a ação docente em constante construção por meio das interações entre professor e alunos, formando a prática com base no conteúdo a ser trabalhado. O trabalho do Professor observado diferencia-se da metodologia tradicional de ensino da Matemática, cujos conteúdos costumam ser apresentados numa sequência lógica: dedução formal, exercícios resolvidos e exercícios propostos. Na disciplina em análise, a prática pedagógica se caracterizou pela condensação dos momentos de demonstração formal com os exercícios resolvidos com os alunos. Tais exercícios eram elaborados com a participação conjunta da turma, com uso da régua e compasso no quadro. A fixação, tão comum no ensino de outros conteúdos matemáticos, não passa mais a ser entendida como mero procedimento de absorção de uma ferramenta matemática (fórmula, axioma, lema), mas como mecanismo de um desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno. O professor nunca propôs exercícios para os alunos resolverem de forma autônoma. Desta maneira, não estimulou os alunos à busca de momentos para ampliação de sua formação acerca das construções.

Durante as aulas, ocorreram interações do Professor com os alunos. Notamos interações repletas de palavras *indiciais*. A *indicialidade* analisada do ponto de vista pedagógico, no trabalho do Professor, agregou em si mesma um conjunto de ideias que superou o seu próprio significado literal. Entre os atores no momento da interação não havia a necessidade de explanação verbal pormenorizada. Com efeito, palavras como *traçar* e *marcar* foram agregadas ao diálogo sem nenhuma compreensão literal, mas pelo uso continuo entre professor e alunos como referencia ao traço continuo e a marcação de pontos. Já as expressões como *traçar a reta-suporte* ou *solução econômica,* verificadas pela linguagem cotidiana, são referencias ao inicio da construção e aos passos reduzidos da construção de uma solução geométrica com a utilização da menor quantidade de conceitos. A *indicialidade* é, assim, essa incompletude que toda palavra possui. Ela precisa estar situada num contexto específico para revestir-se de significado (GUESSE, 2007). Na compreensão das interações estabelecidas durante a mediação docente para a construção do raciocínio geométrico, os termos ou expressões utilizadas foram analisados do ponto de vista *indicial* para mergulhar no contexto e melhor relatar a construção dos significados atribuídos por Professor e alunos.

A *reflexividade* foi observada sob o ponto de vista de construção do raciocínio geométrico. Percebeu-se que esse processo ocorreu com um diálogo repleto de situações de reflexão sobre o conhecimento que se constrói com a solução de problemas de geometria. Neste passo, os sujeitos utilizaram as atividades em sala de aula para descrever e constituir um quadro social em que, ao mesmo tempo, se vivenciam situações de aprendizagem com os pares, e constroem, mediante os fatos, consciência do domínio desse conhecimento. Através desse processo, os alunos realizam a reflexividade, conseguindo refletir sobre as construções geométricas proporcionadas em cada situação-problema. Para Coulon (1995), a capacidade de reflexão não é inerente, mas construída nas interações. Nelas, alunos e professor, durante a construção do raciocínio geométrico, fazem leituras das falas e símbolos em uma reflexibilidade, mas de caráter inconsciente, uma vez que a produção de pensamentos não relaciona diretamente a aplicação dos conceitos de forma explícita.

A *relatabilidade* refere-se à propriedade das descrições que os alunos fazem nas atividades de sala de aula, no sentido de que mostram continuamente a constituição das construções geométricas. Determinada atividade é passível de *relatabilidade* se ela é "descritível, relatável e analisável" (COULLON, 1995). A *relatabilidade* no processo de construção do raciocínio geométrico é a reconstituição de aspectos das atividades de construções geométricas verificadas como um processo que envolve o professor, os alunos e a própria dinâmica da sala de aula que se configura com suporte em diferentes mediações.

E por fim, a *noção de membro* na dimensão do grupo de alunos da disciplina Desenho Geométrico. Coulon (1995) ensina que para se tornar membro, o sujeito social necessita afiliar-se a um determinado grupo, do qual deve conhecer as regras implícitas, as rotinas inscritas nas práticas sociais e, sobretudo, ter o domínio da linguagem comum àquele grupo. Membro é, portanto, a "pessoa dotada de um conjunto de procedimentos, métodos, atividades, savoir-faire, que a tornam capaz de inventar dispositivos de adaptação para dar sentido ao mundo que a rodeia" (COULON, 1995). Um membro consegue sem dificuldade preencher as lacunas induzidas pela *indicialidade* dos discursos, pois ele domina a cultura e a linguagem daquele grupo. No caso do grupo de trabalho com o desenho geométrico, os alunos e o professor se tornaram membros do grupo desde o momento que, inscritos na disciplina, criaram uma comunidade para discussão em torno das questões específicas das construções geométricas, utilizando, para tanto, conceitos, linguagens e símbolos da Geometria Plana plenos de *indicialidade*.

Relativamente à formação inicial do Professor, constatamos algumas lacunas relativas ao conhecimento técnico que foram supridas por estudos sistematizados e intencionais, compra de livros. No que diz respeito aos aspectos pedagógicos, as ações do Professor se voltaram apenas para a aquisição de instrumentos, para discussões informais com docentes mais experientes e para a reflexão sobre a prática nas avaliações a cada turma. Foi possível perceber que o Professor, mesmo tendo realizado atividades desta natureza, não as contabiliza como parte de sua formação continuada, pois não ofereceram certificação.

A formação fez com que o professor valorizasse a técnica de construção Desenho Geométrico mais que a teoria nela envolvida. Oliveira & Almeida (2007) ensinam que o conhecimento é o objeto de trabalho do professor. Se ele desconhece as questões que envolvem a Teoria do Conhecimento, ou Gnosiologia, que norteia o seu trabalho educativo, em relação às questões dos limites, possibilidades, meios de acesso ao conhecimento e sua validação, como pode torná-lo ensinável? A ausência de exploração formal dos conceitos que justificam as construções geométricas decorre da formação inicial do Professor. Sua base de conhecimentos de cálculo da Engenharia Civil não guarda o rigor matemático e a lógica formal dos resultados como aporte teórico, mas tão-somente como resultados de uma solução. É fato que sua formação acadêmica deixa uma lacuna no trabalho docente que limita a formação do raciocínio geométrico do aluno. Esse raciocínio seria bem mais elaborado se fosse trabalhada a validação matemática das construções. A dedução é importante, mas o Professor não a faz, o que torna o desenho parcialmente explorado pelos conceitos, deixando sob a responsabilidade e iniciativa do aluno ampliá-la.

Tardif (2008) defende a necessidade de aprofundamento em torno dos conhecimentos teóricos como uma contribuição importante na formação docente. Ele destaca o fato de que o movimento de profissionalização do ensino na década de 1980 conduziu a uma valorização exagerada da prática, da experiência de campo, dos estágios, da ação, em detrimento do pensamento por conceitos. O Professor em análise alcançaria melhor desempenho no ensino da disciplina com a ampliação dos conhecimentos didáticos e matemático, para suprir a lacuna que limita o aluno à reprodução da técnica. Esse aprofundamento teórico não é ausente desse profissional, apenas não é utilizado nos momentos em que trabalha as construções. Assim sendo, o desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno fica limitado, comprometendo as generalizações para trabalhar as construções geométricas de elaboração conceitual.

Mesmo utilizando o computador na sua atividade de Engenharia, o Professor não o entrega como recurso didático em auxilio as suas aulas. Compreende que construções geométricas são importantes ao desenvolvimento do raciocínio do aluno, mas não utiliza a dinâmica de tal construção que é proporcionada pelos *softwares* para auxiliar os alunos na construção desse pensamento. Ele valoriza os traços elaborados com o uso da régua e do compasso, resistindo a agregar conhecimentos de Informática Educativa para auxiliar sua prática educativa.

A experiência de trabalho docente agregou à prática do Professor características peculiares na sua mediação durante os trabalhos com os alunos. Esse profissional consegue realizar intervenções, com qualidade, nos processos de resolução de problemas, assim como ajudar o aluno a refletir sobre a produção desse conhecimento. A relação do Professor com os alunos é um fator determinante para a mediação: há uma valorização na participação do aluno durante as construções geométricas por meio de sugestões às soluções; pelo reconhecimento do trabalho com os pares nas discussões dos passos de elaboração das soluções; pela valorização do traço do desenho produzido para as avaliações.

Constatamos que os alunos, antes de ingressar na disciplina Desenho Geométrico apresentavam imperfeições conceituais que se originaram no ensino fundamental e que não foram superadas. Inicialmente, apresentaram dificuldades sobre alguns conceitos prévios elencados na *LISTA DE EXERCICIO I*, como classificação e propriedades de figuras planas, relação de congruência, semelhança e proporção. Houve grande dificuldade dos alunos em esboçar desenhos para solucionar as questões de Geometria dessa lista. Notamos ainda, uma característica predominantemente algébrica para pensar soluções geométricas. Isso acontece porque os alunos trabalharam anteriormente em duas disciplinas de Geometria com os conteúdos axiomatizados, sem exploração do raciocínio intuitivo característico da Geometria, para a elaboração dos conceitos. Eles apresentaram um bom domínio do pensamento algébrico para as soluções geométricas, mas não utilizaram o pensamento intuitivo para auxilio do esboço das questões.

Percebemos que, mesmo alunos com grande carência conceitual ao iniciar a disciplina, foram capazes de desenvolver o raciocínio geométrico, demonstrando apreensão das técnicas trabalhadas em sala de aula e utilização dos conceitos nas soluções geométricas dos problemas. Em contrapartida, alunos que ingressaram com nível intermediário de elaboração de conceitos avançaram no que diz respeito ao pensamento geométrico, apresentando, no entanto, problemas quanto ao uso da técnica de construção de figuras.

A aplicação da *LISTA DE EXERCÍCIO II* e a entrevista com os alunos foram muito significativas para compreender a contribuição dos trabalhos desenvolvidos na disciplina para a construção do raciocínio geométrico desses alunos. Esse trabalho é mais próximo de uma aprendizagem significativa quando há qualidade na *mediação* estabelecida por meio do uso dos instrumentos e da dialética docente sobre o pensamento dos alunos. Os modelos fornecidos pelo Professor permitiram que os alunos utilizassem a criação e movimento das figuras para dinamizarem a utilização dos conceitos de Geometria Plana na produção de soluções de situações-problemas que envolvem tais conceitos. Todos os alunos demonstraram bom traço no desenho após a conclusão da disciplina.

Ao analisar o estilo de pensamento de que nos fala Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968), observamos que os alunos, ao início a disciplina, apresentavam predominantemente o estilo algébrico. Ao final do processo pedagógico, passaram a exibir a predominância do estilo harmônico, aquele em que coexiste a utilização de recursos geométricos e algébricos para solucionar os problemas. Tais características evidenciam a importância da disciplina, pois ela foi capaz de introduzir novos elementos na forma de raciocínio do aluno. Na análise de van Hielle e van Hiele vimos que os alunos transitam nas diferentes questões entre os níveis 2 (dedução informal) e 4 (rigor), evidenciando ainda uma carência conceitual que poderá comprometer a eficácia de sua prática pedagógica futura, no que diz respeito à transposição dos conteúdos geométricos para o ensino.

A mediação pedagógica caracterizou-se pela construção de relações do conceito com o desenho, desde interações e intervenções com o auxílio de instrumentos régua e compasso que evidenciaram a geração efetiva de um grupo que compartilha elementos com forte indicialidade. Com esta mediação, os alunos egressos da disciplina apresentaram desenvolvimento conceitual, isto é, elevação do nível de elaboração do raciocínio geométrico. Como pôde ser observado na sala de aula, o Professor repetia técnicas apreendidas em seu processo de formação inicial, mas se percebeu que a qualidade da sua mediação diferenciou essa prática, visto que o professor valorizava a participação e contribuições dos alunos na efetivação de sua aula, levando-os a um processo de reflexão baseado nas construções.

Constatamos que o trabalho de construções geométricas desenvolvido pelo Professor em sala de aula foi de grande contribuição para o desenvolvimento do raciocínio geométrico do aluno. A qualidade desse trabalho foi promovida pela interação do Professor com os alunos, alunos com alunos, além de todas as questões didáticas que envolvem o conteúdo, material e posturas desse docente para que a *mediação* acontecesse no tempo da aula. Esse processo rico em reflexão colabora com a compreensão do aluno sobre os conceitos envolvidos e a reconstrução de signos. Notamos o valor desse trabalho no limite de apenas um semestre, embora não se esgote o conteúdo nem se explorem as questões didáticas necessárias à formação do futuro professor para o trabalho com as construções geométricas. Reconhecemos a contribuição na formação dos alunos sobre técnicas e métodos para estudar a Geometria de maneira mais dinâmica, pela participação do próprio aluno em construções e reelaborações conceituais.

Com base nos estudos que desenvolvemos na realização deste trabalho, podemos assegurar que, apesar das limitações no trabalho docente, com algumas lacunas da formação do Professor observado, ele possui domínio do uso dos instrumentos – régua e compasso – que auxiliam na mediação do conhecimento de Geometria Plana e promovem uma contribuição significativa para o desenvolvimento do raciocínio geométrico dos licenciados.

No que concerne ao raciocínio geométrico do aluno, as construções geométricas são processos fundamentais para a construção de signos que modificam a estrutura do pensamento. Constatamos, pelos resultado, que o ensino-aprendizagem desses conceitos, por intermédio de tais construções, tão importantes para a compreensão de outras áreas da Matemática, não podem ser negligenciados. Parece-nos, entretanto, que um fator destacado por Miguel e Miorim (1989), com relação aos problemas do ensino da Matemática, ainda continua muito presente: a ausência de professores com domínio dos conteúdos e técnicas para o ensino de Desenho Geométrico. Para superação dessa carência, faz-se necessário o compromisso das instituições no sentido de incluir, nas licenciaturas, disciplinas que favoreçam o trabalho da Geometria com os referidos recursos.

Dos elementos captados no trabalho de mediação do Professor nessa disciplina, alguns nos parecem recomendáveis para serem replicados na prática docente daqueles que vão trabalhar com as construções geométricas. Para falarmos de um "professor-tipo" sugerimos a validação de elementos da prática que consideramos constituintes do núcleo válido de sua ação pedagógica. Percebemos que o traçado do desenho realizado pelo Professor é executado com ferramentas que propiciam o rigor e a precisão da figura. Esta prática fornece modelos ao futuro licenciado. Tal traçado pode ser repetido pelos alunos em sua futura prática docente, sem requerer aptidões especiais, mas apenas o domínio da técnica. Aliado a esta prática, outro elemento a destacar é a capacidade de promover o diálogo e a reflexividade com os alunos a partir das construções propostas. Neste processo dialogal, usando os vínculos criados com os alunos, torna-se possível um processo de avaliação contínua, a qual redimensiona o conteúdo a ser trabalhado. Além disto, as próprias limitações conceituais dos alunos vão se tornando evidentes para eles próprios, permitindo uma reelaboração dos conceitos ainda não apreendidos.

Em contra partida, da prática docente, podem apreender elementos desfavoráveis ao trabalho com as construções geométricas os quais recomendamos sejam evitados na prática dos professores para esta disciplina: a falta de planejamento da disciplina e das aulas que ocasionou supressão de conteúdos e maximização de tempo pedagógico para o trabalho com outros conteúdos; a supervalorização da técnica em detrimento da justificativa matemática das construções; a ausência de reflexões sobre as questões didáticas. Não se pode esquecer de que, nas licenciaturas, procede a formação do professor e não do bacharel em Matemática.

Acreditamos que os currículos das licenciaturas em Matemática devem ser repensados em relação às disciplinas de Geometria. A maioria desses cursos oferece as disciplinas de geometria privilegiando apenas o raciocínio algébrico do aluno, como se preparassem bacharéis em vez de licenciados. A inclusão poderia ser feita desde o aumento da carga horária do Curso, ou então, de análise critica da grade curricular, a fim de ampliar as disciplinas de Geometria que desenvolvam aspectos do pensamento geométrico com o movimento das figuras peculiares a essa área. Assim, os cursos estariam ensejando aos futuros professores a melhorar de habilidade acerca desse aspecto tão importante para o ensino nas séries iniciais.

Defendemos a ideia de que as Licenciaturas em Matemática, além de utilizarem os instrumentos régua e compasso para o ensino de Geometria Plana, deveriam oferecer disciplinas na área de tecnologia na formação de seus professores, a fim de levá-los a pensar em outros instrumentos que pudessem auxiliar na construção do raciocínio geométrico dos licenciados, visando à construção completa desse aluno.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIANCHINI, Edwaldo; MIANI, Marcos. Construindo conhecimentos em matemática. Editora Moderna, São Paulo, 2000, vol. 6 e 7.

BIGODE, Antônio José Lopes. Matemática hoje é feita assim. Editora FTD, São Paulo, 2000, vol. 8.

BITTAR, Marilena; FREITAS, José Luiz Magalhães de. Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental. Editora UFMS, Campo Grande (MG), 2005.

BORGES NETO, Hermínio. O ensino de matemática assistido por computador nos cursos de pedagogia. XIII Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, Natal, 1997.

BORGES NETO, Hermínio. O Ensino de matemática: analisando o raciocínio matemático do mediador. Revista Educação em Debate. Fortaleza: Imprensa Universitária, Ano 21 – V. 1 – no 37, 1999.

BrasiL. Secretaria de Educação Fundamental. Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei nº. 9.394/96, Brasília: MEC/SEF, 1996.

CARRAHER, Terezinha Nunes. O método clínico: usando os exames de Piaget. Editora Cortez, São Paulo, 1994.

CARVALHO, Benjamin de A. Desenho Geométrico, Editora Ao Livro Técnico, São Paulo, 1958.

CATUNDA, Omar...et ali. As transformações geométricas e o ensino de geometria. Salvador. Centro Editorial da UFBA.1988.

CHARLOT, Bernard. Relação com o saber, formação dos professores e globalização: questões para a educação hoje. Porto Alegre, Editora Artmed, 2005.

CHAUI, Marilena. Convite à filosofia. Editora Ática, São Paulo, 2000. http://br.geocities.com/mcrost02/convite_a_filosofia_33.htm

COSTA, Conceição. Visualização, veículo para a educação em geometria. Escola Superior de Educação de Coimbra, Secção de Educação Matemática da SPEC - Sociedade Portuguesa de Ciência da Educação, Visualização 157-184, 2000. http://www.spce.org.pt/sem/CC.pdf

COULON, Alan. Etnometodologia. Tradução de Ephraim Ferreira Alves. Petrópolis, Editora Vozes, 1995.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Da realidade à ação – reflexões sobre educação e matemática. Editora da Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Educação e matemática – da teoria à prática. Editora Papirus, São Paulo, 1996, Coleção perspectivas em educação matemática.

DAVIS, Philipe J. e HERSH, Robson. Modelo simplificado de Lakatos para a heurística da descoberta matemática. A experiência matemática, Lisboa, Portugal, Editora Gradiva, 1995.

EYSENCK, H. J. Check your own I. Q. Tradução e adaptação de Walter H. Geenen. Título: Faça seu teste. Editora Mestre Ju, São Paulo, 1972.

FACCI, Marilda Gonçalves Dias. Valorização ou esvaziamento do trabalho do professor? Um estudo crítico-comparativo da teoria do professor reflexivo, do construtivismo e da psicologia vigotsiana. Autores Associados, Campinas, São Paula, 2004. Coleção Formação de Professores.

FAINGUELERNT, E. K. O Ensino de Geometria no 1º e 2º Graus: In Educação Matemática em revista – SBEM 4, 1995, p. 45 – 52.

FALSARELLA, A. M. Formação continuada e prática de sala de aula: os efeitos da formação continuada na atuação do professor. Campinas (SP), Autores Associados, 2004, Coleção Formação de Professores.

FIORENTINI, Dario (Org.). Formação do professores de matemática – explorando novos caminhos com outros olhares. Editora Mercado de Letras, São Paulo, 2003.

FIORENTINI, Dario; NACARATO, Adair Mendes (Org.). Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. Musa Editora, São Paulo, 2005.

GÉGLIO, P. C. Questões da Formação Continuada de Professores. Editora Alfa - Omega, 2005.

GOLDENBERG, P. e CUOCO, A.(1998). What is a dynamic geometry? Em R. Lehrer e D. Chazan (Eds.), Designing, learning environments for developing understanding of geometry and space, (pp. 351 -368) Londres: Lawrence Erlbaum.

GRANGER, Gilles-Gaston. A ciência e as ciências. São Paulo, Editora UNESP, 1994.

GRAVEMEIJER, K. (1998). From a different perspective: Building on students' informal knowledge. Em R. Lehrer & D. Chazan (Eds.), Designing, learning environments for developing understanding of geometry and space, (pp. 45-66) Londres: Lawrence Erlbaum

GUESSER, Adalto H. A etnometodologia e a análise da conversação e da fala. Revista Eletrônica dos Pós-Graduandos em Sociologia Política da UFSC Vol. 1, nº 1, agosto-dezembro/2003, p. 149-168. Disponível em http://www.emtese.ufsc.br/h_Adalto.pdf , acessado em 12/11/2007.

HAGUETTE, Tereza Maria Frota. Metodologias qualitativas na sociologia. Editora Vozes, Petrópolis, RJ, 1992.

http://www.geocities.com/Athens/Styx/9231/etnometodologia.html , acessado em

JOTA, José Carlos Putnoki. Elementos de Geometria & Desenho Geométrico. Editora Scipione Ltda., São Paulo, 1989.

KUENZER, Acacia Zeneida. A formação de educadores no contexto das mudanças no mundo do trabalho: Novos desafios para as faculdades de educação. Revista Educação & Sociedade, vol. 19, n. 63 Campinas, 1998.

LAKATOS, Imre. A lógica do descobrimento matemático: provas e refutações. Organizado por Jonh Worrall e Elie Zahar. Zahar Editores, Rio de Janeiro (RS), 1978, 212p.

LEIVAS, José Carlos Pinto. Geometria das transformações. Departamento de matemática da Fundação Universidade Federal do Rio Grande-FURG, Universidade Luterana do Brasil – Campus Canoas – SBEM,

LEIVAS, José Carlos Pinto. Uma Estrutura Algébrica – Geométrica. Anais do V ENEM-Encontro Nacional de Educação Matemática, UFS-Universidade Federal de Sergipe, 1995.

LINDQUIST, M.M.,SHULTE, A. P. Aprendendo e Ensinando Geometria. São Paulo.Atual Editora, 1994.

LORENZATO, Sérgio (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Editora Autores Associados, Campinas, São Paulo, 2006, Coleção Formação de professores.

LORENZATO, Sérgio. Para aprender matemática. Editora Autores Associados, Campinas, São Paulo, 2006, Coleção Formação de professores.

LORENZATO, Sérgio. Por que não ensinar Geometria? *In*: Educação Matemática em Revista.

LORENZATO, Sérgio; FIORENTINI, Dario. Investigação em educação matemática – percursos teóricos e metodológicos. Editora Autores Associados, Campinas, São Paulo, 2006, Coleção Formação de professores.

LORENZONI, Ionice. Formação de professor é a maior carência, MEC, 2008. http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&task=view&id=11037

MACHADO, Nilson José. Matemática e realidade. Cortez editora, São Paulo, 1987.

MARIN, A. J. Educação continuada: introdução a uma análise de termos e concepções. Cadernos CAPES, Campinas (SP), Editora Papirus, no. 36, p.13-20.

MAS, American Mathematical Society. Programa Mathematical Moments. Disponível em http://www.dm.ufscar.br/cursos/grad/cartaz-003-p.pdf, acessado em 12/11/2007.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. O Ensino da Matemática no Primeiro Grau. São Paulo, Atual Editora, 1989.

NACARATO, Adair Mendes; PAIVA, Maria Auxiliadora Vilela (Org.). A formação do professor que ensina matemática: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte (MG), Editora Autêntica, 2006. MANRIQUE, Ana Lúcia; ANDRÉ, Marli. Relações com saberes na formação de professores.

NELSEN, Roger B. Proofs without words I: more exercises in visual thinking. Published and distributed by The Mathematical Association of America, vol. I e II.

OLIVEIRA, Edilson Moreira de; ALMEIDA, José Luis Vieira de; ARNORI, Maria Eliza Brefere. Mediação dialética na educação escolar: teoria e prática. Edições Loyola, São Paulo, 2007.

OLIVEIRA, L. A ação-investigação e o desenvolvimento profissional dos professores: um estudo no âmbito da formação continuada. IN: SÁ-CHAVES, L. (Org.) Percursos da formação e desenvolvimento profissional. Porto (Portugal), Porto Editora, 1997, p.91-106.

Organização Curricular do Curso de Licenciatura em Matemática do Centro Federal de Educação Tecnológica CEFET-Ceará Disponível em: http://www.cefetce.br/Ensino/Cursos/Graduacao/Licenciatura%20Matematica/licenciatura_matematica.php, acessado em 02/01/2009.

PASSERINO, Liliana Maria; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. Uma visão sócio-histórica da interação dentro de ambientes computacionais. RIBIER, 2000. Disponível em http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/papers/200/index.htm acessado em 13/12/2007.

PASSERINO, Liliana Maria; SANTAROSA, Lucila Maria Costi. Uma visão sócio-histórica da interação dentro de ambientes computacionais. RIBIER, 2000. Disponível em http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/papers/200/index.htm acessado em 13/12/2007.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino da geometria: uma visão histórica. v1989. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação. Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

PEREIRA, Gislane A; SILVA, Sandreane P.; MOTTA Jr., Walter dos Santos. O modelo Van Hiele e van Hiele de ensino de geometria aplicado a 5ª e 6ª série do ensino fundamental. FAMAT em revista, número 5, setembro 2005.

PIMENTA, S. G. (Org.) Saberes pedagógicos e atividades docentes. In: PIMENTA, S.G. Formação de professores: identidades e saberes da docência. 2 ed., São Paulo (SP), Editora Cortez, 1999.

POINCARÉ, Julies Henri. A intuição e a lógica na matemática. In: O valor da ciência. Rio de Janeiro, Editora Contraponto, 1995.

POINCARÉ, Julies Henri. Sobre a natureza do raciocínio matemático. In: A ciência e a hipótese. Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1984.

POLYA, George. Como resolver problemas. A arte de resolver problemas, Arte médica, 1998.

PONTE, João Pedro da. A investigação sobre o professor de Matemática Problemas e perspectivas, I SIPEM - Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, (SBEM — Sociedade Brasileira de Educação Matemática), Editora Gradiva, São Paulo, 2008.

PUTNOKI, José Carlos. Desenho Geométrico. Editora Scipione Ltda., São Paulo, 1989.

SBEM 4, 1995, p. 3 -13.

SCHUBAUER, Leoni. Le contrat didactique: differentes approches. Interactions Didactiques, 1988, p. 1-77.

SERRAZINA, Maria de Lurdes; MATOS, José Manuel. Didáctica da matemática. Portugal, Universidade Aberta, 1996.

SOUSA, Luiz Gonzaga de. (2006) Artigos de Economia Edición electrónica. Texto completo em www.eumed.net/libros/2006b/lgs-art/

SOUZA, Ana Maria Martins de; DEPRESBITERIS, Lea; MACHADO, Osny Telles Marcondes. A mediação como princípio educacional: bases teóricas das abordagens de Reuven Feuerstein. Editora SENAC, São Paulo, 2004.

TARDIF, Maurice. Princípios para guiar a aplicação dos programas de formação inicial para o ensino. Anais do XIV ENDIPE-Trajetórias e processos de ensinar e aprender: didática e formação de professores, 2008.

TRAUTH, Eileen M. & O'CONNOR, Barbara. A study of the interaction between information technology and society: an illustration of combined qualitative research methods. [online], maio 2000. Disponível em http://www.cba.neu.edu/~etrauth/works/ifip5.txt acessado em 12/11/2007

VOTRE, Sebastião Josué; FIGUEIREDO, Carlos. Etnometodologia e Educação Física. Disponível em

VYGOTSKY, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. 6ed. São Paulo: Editora Martins Fontes, 2001. Tradução Paulo Bezerra

VYGOTSKY, L. S. A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. COLE, M.; at all (Org.). Tradução: CIPOLLO NETO, J.; BARRETO, L. S. M.; AFECHE, S. C.. São Paulo: Editora Martins Fontes, 6ª. Edição, 1998.

WAGNER, Eduardo. Construções Geométricas. Editora SBM-Sociedade Brasileira de Matemática, Rio de Janeiro, 1997.

WIELEWSKI, Gladys Denise. Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii. Tese de doutorado em Educação Matemática, PUC (SP), 2005.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática Para o 3º e 4º Ciclos do Ensino Fundamental e o Ensino das Construções Geométricas, Entre Outras Considerações, 2001.

ANEXO

Anexo – Autorização para realização da pesquisa

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ - UECE
Centro de Educação - CED
Curso Mestrado Acadêmico em Educação - CMAE
Aluna: Ana Cláudia Mendonça Pinheiro
Orientadora: Dra. Marcilia Chagas Barreto
Pesquisa “A MEDIAÇAO DOCENTE NA CONSTRUÇÃO DO RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO DE ALUNOS DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA DISCIPLINA DE DESENHO GEOMÉTRICO”

TERMO DE AUTORIZAÇÃO PARA A PESQUISA

Eu, ____, aluno(a) regularmente matriculado(a) na disciplina de Desenho Geométrico, ofertada para o Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Ceará-UECE, no segundo semestre letivo de 2007, autorizo a utilização das informações referentes à minha entrevista para fins de pesquisa científica. Declaro, por oportuno, estar ciente de que a pesquisadora compromete-se a respeitar os critérios científicos de sigilo, responsabilidade e respeito aos sujeitos, no decorrer de todo o processo de coleta de dados e entrevistas.

Fortaleza, ____ de ________________ de 2007.

____
Aluno(a)

RG: ________________________

APÊNDICES

Apêndice I – Lista de Exercício I e sua Solução Exploratória

Neste momento, evidenciaremos os conhecimentos de Geometria Plana que devem estar na base do raciocínio matemático do indivíduo para iniciar estudos de construções geométricas. Para esta discussão, foram selecionados exercícios de Geometria, visando a realizar um apanhado do que julgaram ser estes referidos conceitos prévios. Os conceitos efetivamente pesquisados foram àqueles relativos às *construções geométricas elementares.* Neste trabalho, eles compõem a *LISTA DE EXERCÍCIO I (Apêndice II)*, que foi utilizada junto aos alunos, sujeitos desta pesquisa, visando a responder à seguinte questão: quais são os prerrequisitos que os alunos efetivamente portam ao ingressarem na disciplina Desenho Geométrico. A análise do desempenho dos alunos, diante deste exercício, poderá ser vista no Capítulo 6, item 6.2 desta dissertação.

Os conhecimentos prévios para elaboração das *construções geométricas elementares* compreendem conceitos, classificação e propriedades de figuras planas, relação de congruência, semelhança e proporção. Tais conceitos foram envolvidos nos dez exercícios que compõem a lista, conforme se passa a comentar.

1. Complete o quadro para que a sentença em cada proposição seja verdadeira (BITTAR E FREITAS; 2005).

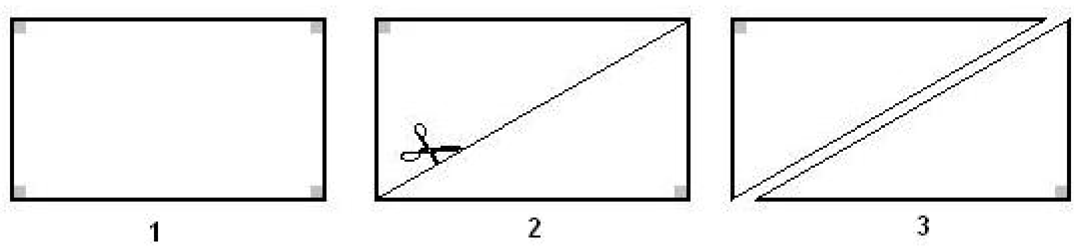


Figura 34 – Esquema de corte do retângulo

Prop.	***Figura original (Figura sem cortar)***	***Tipo de corte***	***Figuras resultantes***
1	Retângulo	Diagonal	2 triângulos retângulos iguais
2	Retângulo		1 triângulo e 1 pentágono
3		Diagonal	2 triângulos retângulos isósceles

4	Quadrado		2 trapézios
5	Triângulo equilátero	Paralelo a um dos lados	
6		Diagonal	2 trapézios

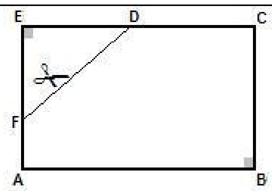
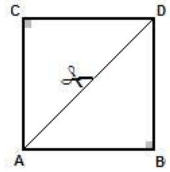
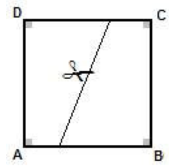
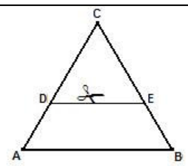
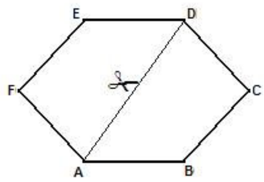
(BITTAR E FREITAS; 2005, p.113).

O objetivo da atividade é a identificação de figuras planas e a exploração das dimensões. Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos e classificação das figuras planas.

A organização do exercício em três colunas consiste em fornecer dois elementos e pedir para que o aluno descubra o elemento que falta (BITTAR & FREITAS; 2005). As colunas são: 1) figura original ou figura a ser cortada, 2) tipo de corte e 3) figura resultante. A ordem lógica do pensamento é utilizar percepção e conceitos para construir a solução. A solução para o exercício é construída em cada proposição. Assim sendo, na proposição 2, o corte que resulta em um triângulo e um pentágono deve interceptar dois lados consecutivos do retângulo sem passar pelos vértices. Para a proposição 3, a figura original é um quadrado que, como o exercício sugere, um corte na diagonal deve resultar em dois triângulos isósceles. Na proposição 4, num quadrado, o tipo de corte que origina dois trapézios deve interceptar dois lados opostos, não passando por nenhum vértice e não sendo paralelo a nenhum dos lados. Para a proposição 5, um corte num triângulo equilátero, a figura resultante é um triângulo e um trapézio isósceles. E para a proposição 6, para obter dois trapézios com um corte na diagonal, a figura original é um hexágono com dois lados paralelos à diagonal.

O direcionamento de investigação da resolução da atividade deve consistir em perguntas sobre a condição de utilização dos conceitos durante os cortes, nas estratégias de solução do aluno em realizar os cortes pela construção das figuras dentro da figura original ou se ele precisa manipular o desenho das figuras cortadas para construir o corte. Na utilização da primeira estratégia, a solução indica maior abstração e domínio dos conceitos de reta, semi-reta e polígonos, enquanto na segunda há compreensão dos conceitos, mas um menor domínio na abstração e utilização dos conceitos na construção do corte.

Na primeira proposição o aluno deve compreender o direcionamento da atividade, tentar visualizar um retângulo e construir os cortes mentalmente sem manipulação concreta.

Quadro 21 – Resolução das proposições do Exercício 1				
Prop.	***Figura original***	***Tipo de corte***	***Figuras resultantes***	***Esboço do corte***
2	Retângulo	Corte Transversal	1 triângulo e 1 pentágono	
3	Quadrado	Diagonal	2 triângulos retângulos isósceles	
4	Quadrado	Corte Transversal	2 trapézios	
5	Triângulo equilátero	Paralelo a um dos lados	1 triângulo (equilátero ou isósceles) e 1 trapézio	
6	Hexágono	Diagonal	2 trapézios	

Na segunda proposição, o aluno deve procurar uma situação de corte na figura que produza um triângulo e um pentágono. Para tanto, ele pode realizar a atividade pela sequência da primeira proposição, mediante a visualização da figura, realização do corte e obtenção do resultado pelo corte, ou pode realizar a junção das figuras cortadas dentro da figura inicial e construir o corte. Na primeira possibilidade, o aluno utilizará o conceito de linha poligonal, enquanto no segundo o conceito de polígono e figura plana.

As proposições que se seguem, de 3 a 6, exigem raciocínio semelhante do aluno. Não há necessidade de se realizar o exercício na ordem das proposições, mas se pode verificar um aumento de dificuldade da proposição 1 a 6. O fato de o aluno não conseguir realizar o exercício na ordem das proposições não deve sugerir dificuldade, mas atentamos para uma dificuldade de concentração e de domínio nos conceitos.

2. Dobrando uma folha de papel ao meio e cortando em forma de triângulo, obtém-se um quadrilátero (BITTAR E FREITAS; 2005).

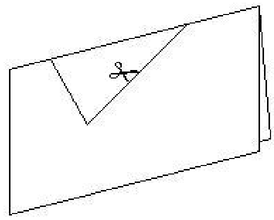


Figura 35 – Esquema de corte sobre o eixo de simetria
(BITTAR E FREITAS; 2005, p.118)

Cortando sobre a dobra, como devem ser os cortes no papel para obter:

a) um losango b) um quadrado c) um triângulo equilátero

d) um triângulo isósceles e) um triângulo escaleno

O objetivo da atividade é a identificação de eixo de simetria em figuras planas (BITTAR & FREITAS; 2005). Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.

A solução da atividade consiste em obter, no item ***a***, um losango, a partir de dois cortes de mesmo comprimento na dobra do papel, ou seja, utilizar a dobra como um eixo de simetria do losango para construir o corte. No item ***b***, para obter um quadrado, deve-se utilizar a diagonal como eixo de simetria sobre a dobra do papel e, a partir de dois cortes de mesmo comprimento, montar os lados, formando ângulos retos. Para o item ***c***, obtém-se um triângulo equilátero, desde um corte formando ângulo reto com a dobra e o outro com o dobro do comprimento. A solução para o item ***d*** origina-se de um triângulo retângulo, desde um corte, formando um ângulo reto com a reta da dobra. E finalmente, para o item ***e***, em hipótese alguma se constrói um triângulo escaleno, pela impossibilidade de não existir nenhum eixo de simetria na figura.

O direcionamento de investigação na resolução dessa atividade deve consistir em perguntas sobre as condições de uso do conceito de simetria e linha poligonal durante os cortes, nas estratégias de construção dos lados para os cortes das figuras e na necessidade de manipulação das figuras resultantes para construção dos cortes. Na utilização dos conceitos para os cortes, a solução indica maior abstração e domínio dos conceitos de reta, semi reta, eixo de simetria e linha poligonal, enquanto a manipulação concreta ou abstrata das figuras resultantes evidencia menor domínio na abstração e utilização dos conceitos na construção do corte.

Em todas as proposições, o aluno deve compreender o direcionamento da atividade, tentando visualizar o eixo de simetria para construir a linha poligonal e que resulta nos cortes mentalmente sem manipulação concreta das figuras resultantes.

3. Dobrando uma folha de papel oficio duas vezes e fazendo somente um corte, conforme a figura 36, que figura será possível obter? A figura possui eixos de simetria? Quantos eixos de simetria ela possui? Quais são eles? (BITTAR & FREITAS; 2005).

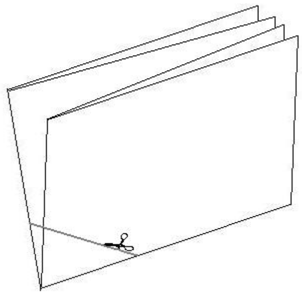


Figura 36 – Esquema de corte na dobradura
(BITTAR & FREITAS; 2005, p.118)

O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria em figuras planas por meio das dobras do papel. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.

A solução da atividade consiste em, formando duas dobras e apenas um corte, conforme sugere a figura, obtém-se sempre um losango regular, com as diagonais perpendiculares e os lados congruentes, onde ficam "marcados" dois de seus eixos de simetria. Dessa forma, a resposta ao primeiro questionamento é um losango.

A figura possui eixos de simetria, sendo afirmativa a resposta para o segundo questionamento. A quantidade e a determinação dos eixos de simetria são analisado com a definição de losango. Tomando a definição que losango é todo paralelogramo que possui dois lados consecutivos congruentes, com as seguintes propriedades: as diagonais são perpendiculares; as diagonais estão nas bissetrizes dos ângulos internos; e os quatros lados são congruentes. E associado a essa definição, tomamos o conceito de simetria: existe simetria se uma mudança num dado sistema mantém as características essenciais do sistema inalteradas. Há três tipos de simetria: a de reflexão, de rotação e de translação. Na simetria de reflexão, há um eixo que poderá estar na figura ou fora dela e que serve de espelho, refletindo a imagem da figura desenhada. Na simetria de translação, a figura desliza sobre uma reta, mantendo-se inalterada. Na simetria de rotação, a figura toda gira em torno de um ponto que pode estar na figura ou fora dela, sendo que cada ponto da figura percorre um ângulo com vértice nesse ponto. Diz-se que duas figuras são simétricas se podem ser obtidas por meio de uma reflexão, rotação ou translação. Ante essas duas definições, podemos garantir que um losango possui quatro eixos de simetria: as diagonais e as retas que passam pelos pontos médios dos lados. Essas retas encontram-se figuras com características de congruência e equidistância entre seus pontos por intermédio de apenas um movimento, nesse caso o de reflexão. Para o terceiro e o quarto questionamentos, temos respectivamente quatro eixos e são eles as diagonais e as retas que passam pelo ponto médio dos lados.

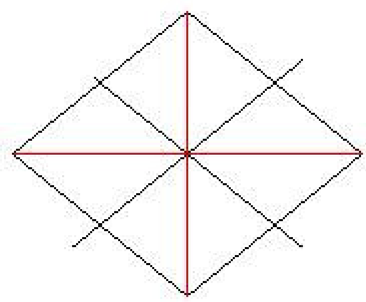


Figura 37 – Eixos de simetria do losango

Para investigar a resolução dessa atividade, o direcionamento deve consistir em perguntas sobre as condições de utilização do conceito de simetria durante o corte, bem como investigar a estratégia de visualização da figura, sem a necessidade de manipulação da figura resultante para construção do corte.

4. Um quadrado de papel é dobrado e recortado conforme a sequência de figuras abaixo:

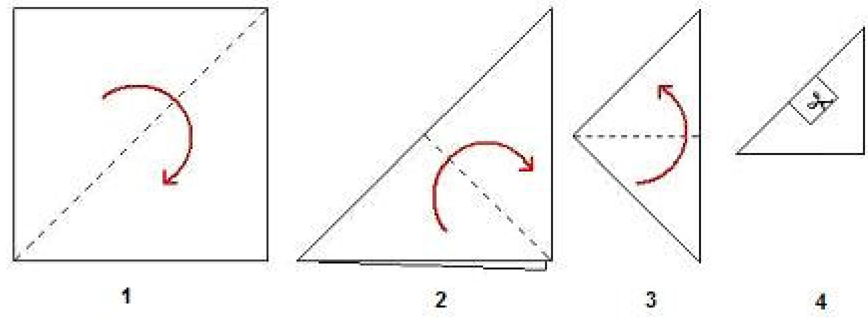


Figura 38 – Sequência da dobradura no papel quadrado
(BIANCHINE E MIANI; 2000)

Ao realizar as dobras no quadrado e fazer o corte, qual das figuras se obtém como resultado? (BIANCHINE E MIANI; 2000, 6ª série, p.280).

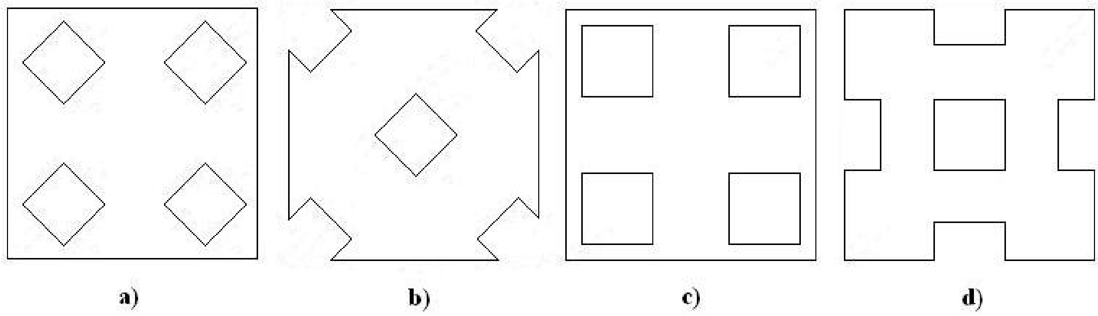


Figura 39 – Esquemas de corte na dobradura do papel quadrado
(BIANCHINE E MIANI; 2000)

O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria no movimento de rotação de figuras planas por meio das dobras do papel. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos dos quadriláteros e eixo de simetria.

A solução da atividade consiste em identificar nas dobras do quadrilátero os eixos de simetria entre as figura recortadas e obter os eixos dessa figura nas dobras. O corte final é o resultado da figura do item ***a***. Na sequência das dobras, a Figura 4 sugere que o eixo de simetria que se obtém na dobra do papel passa pelo lado do quadrado recortado. O quadrado recortado, por sua vez, tem seu eixo na dobra do corte, passando também por um lado.

O direcionamento de investigação para resolver essa atividade deve consistir em perguntas sobre as condições de utilização do conceito de simetria nas dobras que formam as diagonais e na terceira dobra que marca um eixo de simetria passando pelos pontos médios dos lados, bem como verificar a condição de corte do quadrado como referência às marcas das dobras.

5. No desenho que segue, temos duas figuras sobrepostas – uma cinza, que está sob a figura branca. Calcule a área da figura cinza relacionando com os dados da figura sobreposta (NELSEN, vol. I s/d)

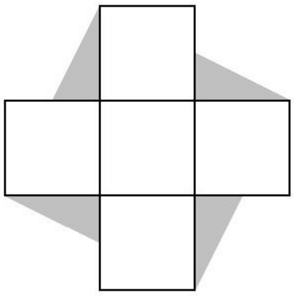


Figura 40 – Quadriláteros sobrepostos
(NELSEN, vol. I s/d)

O objetivo da atividade é investigar a percepção das figuras sobrepostas e verificar regularidades entre as formas geométricas. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de segmento de reta, ângulo, mediatriz, bissetriz, semelhança e congruência de triângulos, unidade de área, translação.

A solução para a atividade é a percepção de congruências das áreas. Um método de solução utilizado pode ser visualizar as partes que excede da figura que se encontra por cima da figura cinza, que completa a sombra cinza e torna uma congruência de áreas.

6. Cortando-se os cantos de um quadrado ABCD, obtém-se um octógono regular de lados iguais a 10 cm. Qual é a área total dos quatro triângulos cortados? (avaliação Colégio Christus, 9ª série, 2007).

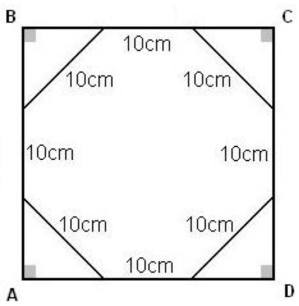


Figura 41 – Esquema do quadrado seccionado nos cantos

O objetivo da atividade foi investigar a percepção geométrica com a utilização do cálculo dedutivo da área do quadrado, pelo agrupamento desses triângulos em uma figura. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de quadriláteros e triângulos, além dos conceitos de rotação, translação e reflexão.

A solução para a atividade corresponde ao agrupamento dos triângulos na seguinte sugestão:

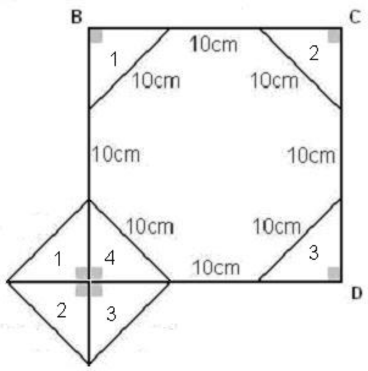


Figura 42 – Esquema de solução geométrica do cálculo da área dos cantos seccionados do quadrado

7. O quadrado pequeno tem 1m de lado e o grande tem 1,5m. Este tem um de seus vértices no centro do quadrado pequeno. O lado do quadrado grande corta o lado do pequeno em 1/3 de seu comprimento. Determine, em m^2, a área hachuriada (BIANCHINE E MIANI; 2000, 7ª Série, p.173).

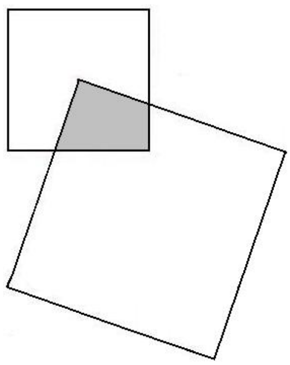


Figura 43 – Quadrados sobrepostos

(BIANCHINE E MIANI; 2000)

O objetivo da atividade é o cálculo dedutivo da área por meio de um movimento de rotação da figura plana maior sobre os eixos de simetria da figura menor. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos dos quadriláteros e eixo de simetria.

A solução pode surgir de duas possibilidades: a primeira da rotação do quadrado maior sobre os eixos de simetria do quadrado menor, de modo a obter a figura do Desenho 2; a segunda de modo a decompor a figura sombreada, a fim de formar um quadrado como na figura do Desenho 3. Substituir o nome figura por modelo.

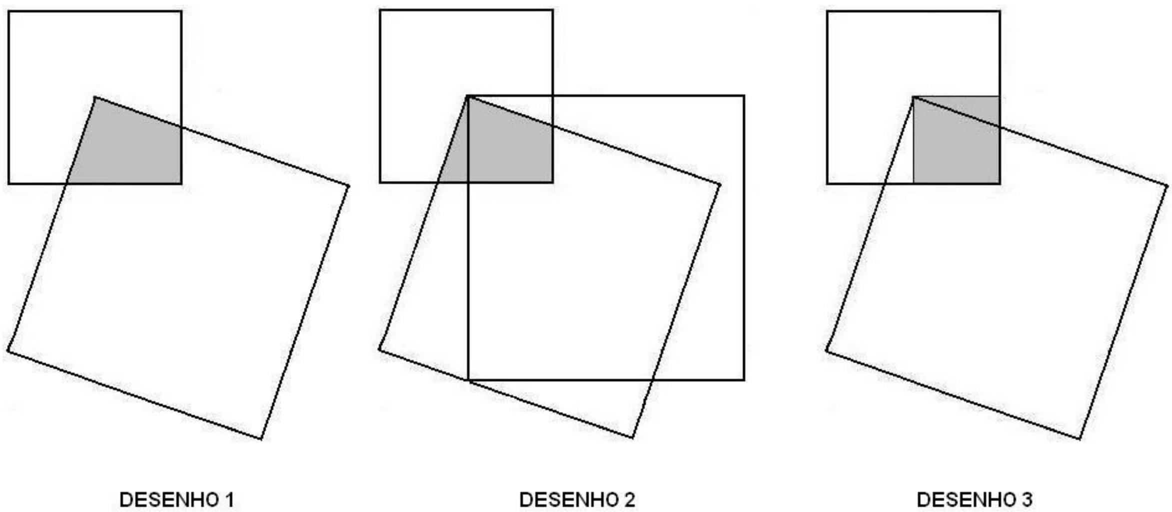


Figura 44 – Esquema de solução geométrica do cálculo da área de interseção dos quadriláteros

8. Determine o comprimento aproximado do traçado em vermelho (BIANCHINE E MIANI; 2000, 7ª Série, p.12).

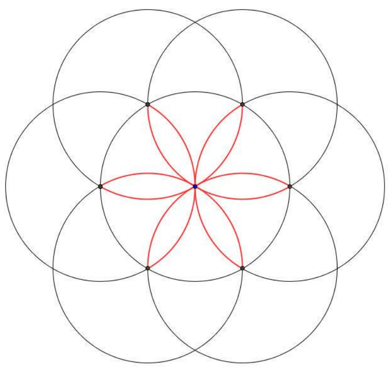


Figura 45 – Circunferências concêntricas

O objetivo dessa atividade é a percepção de regularidades e a utilização dos conceitos de comprimento e divisão da circunferência. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios sobre circunferência, arco, ângulo, comprimento da circunferência, diâmetro, raio, divisão da circunferência.

9. Quantos quadriláteros possui esta figura? Considere os quadriláteros convexos, côncavos e cruzados (SILVÉRIO, 1995).

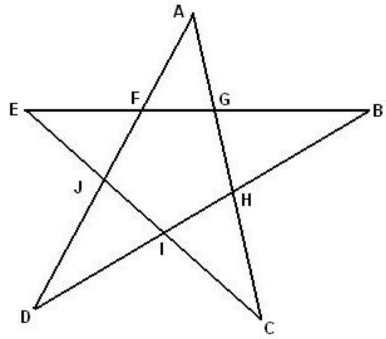


Figura 46 – Estrela poligonal
(SILVÉRIO, 1995)

O objetivo da atividade é investigar a percepção geométrica. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de quadriláteros.

A solução para a atividade corresponde a dez quadriláteros, contados a partir da seguinte combinação: ACID, AHIJ, BDJF, BIJF, CEFA, CJFG, DAGB, DFGH, EBHC, EGHI (Veja *Figura 47*).

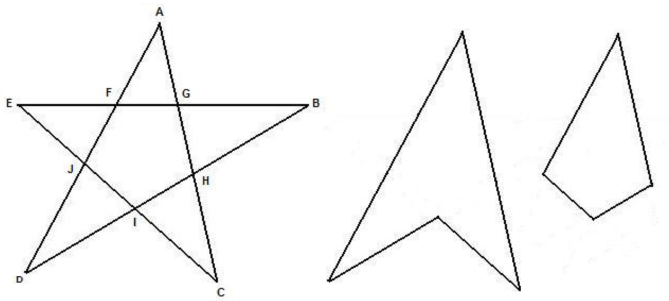


Figura 47 – Esboço dos quadriláteros existentes na figura da estrela.

A atividade seguinte tem como conceito prévio a simetria. Há três tipos de simetria: reflexão, rotação e translação. Na simetria de reflexão, observamos um eixo que poderá estar na figura ou fora dela e que serve de espelho refletindo a imagem da figura desenhada. Na simetria de translação, a figura desliza sobre uma reta, mantendo-se inalterada. Na simetria de rotação, a figura toda gira em torno de um ponto que pode estar na figura ou fora dela, sendo que cada ponto da figura percorre um ângulo com vértice nesse ponto. Diz-se que duas figuras são simétricas se podem ser obtidas mediante reflexão, rotação ou translação.

10. É possível passar de uma figura para outra por um dos movimentos descritos há pouco? Especifique.

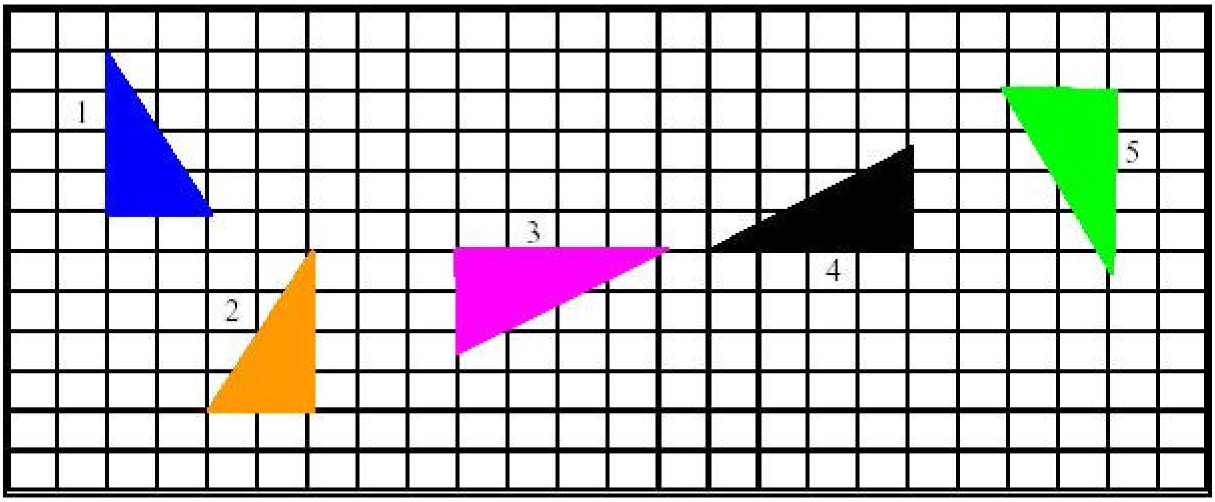


Figura 48 – Malha de localização dos eixos de referências dos triângulos
(LEIVAS; 2000, p.10)

Passar da figura 1 para a 2 foi realizado ______________________
Passar da figura 1 para a 3 foi realizado ______________________
Passar da figura 1 para a 4 foi realizado ______________________
Passar da figura 1 para a 5 foi realizado ______________________
Passar da figura 2 para a 3 foi realizado ______________________
Passar da figura 2 para a 4 foi realizado ______________________
Passar da figura 2 para a 5 foi realizado ______________________
Passar da figura 3 para a 4 foi realizado ______________________
Passar da figura 3 para a 5 foi realizado ______________________
Passar da figura 4 para a 5 foi realizado ______________________
(LEIVA; 1995)

Quando são trabalhados os conceitos de rotação e translação desde séries iniciais, os estudantes vão adquirindo habilidades geométricas e visão plana e espacial o que lhes permitirá verificar relações de semelhança e congruência com facilidade, por intermédio de uma geometria de movimento, fugindo ao ensino tradicional de Geometria, que utiliza, quase sempre, os casos clássicos de semelhança e congruência (exclusivamente para triângulos), de forma axiomática, explorando unicamente a capacidade de memorização. Segundo Catunda (apud LEIVAS; 1995), a Geometria, ao final do ensino fundamental, pode ser desenvolvida de forma muito mais eficiente se houver um trabalho deste tipo desde as séries inicias (incluindo a educação infantil). Acrescenta ainda que a Trigonometria pode ser desenvolvida também de maneira mais eficiente assim como a Geometria Analítica dentre outros.

As simetrias podem ser apresentadas como – de reflexão, de translação e rotação. Na simetria de reflexão, observamos um eixo, que poderá estar na figura ou fora dela e que serve de espelho refletindo a imagem da figura desenhada. Na simetria de translação a figura desliza sobre uma reta, mantendo-se inalterada. Na simetria de rotação, a figura toda gira em torno de um ponto que pode estar na figura ou ficar fora dela, sendo que cada ponto da figura percorre um ângulo com vértice neste ponto. Diz-se que duas figuras são simétricas se podem ser obtidas por uma reflexão ou rotação ou translação.

A translação, bem como a simetria e a homotetia são partes do estudo das transformações de figuras. A translação tem várias aplicações na resolução dos problemas de construção geométrica mas, é frequentemente utilizada para aproximar extremidades de segmentos que se encontram afastados na figura, reunindo elementos em torno de um mesmo ponto. Os empregos da translação nas construções geométricas são inúmeros e de grande importância. O objetivo dessa atividade foi investigar a percepção geométrica das simetrias de reflexão, de translação e rotação.

A solução para essa atividade corresponde a uma combinação entre itens verificados a seguir:

Para passar da figura 1 para a 2 foram realizadas uma translação e uma reflexão.

Para passar da figura 1 para a 3 foram realizadas duas translações e uma rotação.

Para passar da figura 1 para a 4 foram realizadas duas translação e uma rotação.

Para passar da figura 1 para a 5 foram realizadas uma rotação e duas translações.

Para passar da figura 2 para a 3 foram realizadas uma reflexão, uma rotação e duas translações.

Para passar da figura 2 para a 4 foram realizadas uma reflexão, uma rotação e uma translação.

Para passar da figura 2 para a 5 foram realizadas uma translação e uma reflexão.

Para passar da figura 3 para a 4 foram realizadas duas reflexões.

Para passar da figura 3 para a 5 foram realizadas uma rotação e duas translações.

Para passar da figura 4 para a 5 foram realizadas uma rotação e duas translações.

Apêndice II – Lista de Exercício II e sua solução exploratória

A educação em Geometria pode ser abordada, segundo Gravemeijer (apud. COSTA, 2000), construindo o conhecimento informal dos estudantes em torno dos aspectos geométricos de situações realistas. Para Costa (2000), esse conhecimento informal é a base para a educação em Geometria e raciocínio espacial.

Costa (2000) ainda discute diferentes perspectivas de educação em geometria, todas valorizando a componente visual dos aspectos matemáticos e geométricos, quer para uma compreensão cognitiva quer para um entendimento didático e pedagógico da educação em Geometria. A importância da visualização no ensino/aprendizagem da Geometria, bem como a importância dos mecanismos essenciais à construção de significado matemático (a imagética[16] e as capacidades espaciais), são realçadas e mostradas como determinantes do sucesso para construção dos conceitos envolvidos nesse estudo. Os conceitos e técnicas de representação relacionadas com a visualização têm conotações e significados diversos, dependendo fundamentalmente do contexto, das perspectivas psicológicas, dos interesses pedagógicos e das intenções do professor. Assim, para Costa (2000), o pensamento geométrico é difícil de ser desenvolvido. Então, é imprescindível que os processos cognitivos que o acompanham devam ser compreendidos e tornados explícitos, para que se possa não só diminuir os problemas de aprendizagem que normalmente o acompanham como também identificar os modos de pensamento visual com que os alunos lidam. Para essa identificação, sugerimos as habilidades matemáticas segundo os estudos de Krutetskii (apud WIELEWSKI; 1968).

Para a elaboração da *LISTA DE EXERCÍCIO II*, tentamos responder à seguinte questão: quais são os conhecimentos de Geometria Plana obtidos na disciplina Desenho Geométrico que ajudam o aluno a pensar uma situação-problema de Geometria Plana que justifiquem uma solução matematicamente correta? Pensamos esses conhecimentos como um domínio conceitual que colabore com o raciocínio geométrico do aluno. Os conceitos para a elaboração das *construções algébricas* são aqueles compreendidos nas construções geométricas elementares que possibilitem construções possíveis, com régua e compasso, de expressões algébricas.

Desta forma, os conceitos efetivamente pesquisados nessa lista foram aqueles relativos às *construções algébricas* e os adquiridos na disciplina Desenho Geométrico.

---

[16] **Imagética:** *s.f. conjunto de imagens (símbolos, metáforas etc.) de uma composição, por exemplo, literária.*

Aqueles que dizem respeito às construções algébricas compõem parte dos exercícios da *LISTA DE EXERCÍCIO II*. Para a referida lista, além de contemplar exercícios para investigar as construções algébricas, procuramos incluir exercícios em que fossem necessários o conhecimento e a utilização de conceitos apreendidos durante a disciplina, a fim de saber se o aluno teve uma "elevação" ou aquisição de um nível de construção do raciocínio geométrico durante a realização da disciplina.

LISTA DE EXERCÍCIOS II

Nesta lista de exercícios, ao contrário do procedimento com a lista anterior, não será possível apresentar o esboço da solução, pois ela tem como prerrequisito o uso da régua e compasso. Procederemos, entretanto, a uma descrição de uma das possíveis soluções, buscando o emprego da solução mais econômica.

1. Determine um ponto "x" equidistante de A, B e C. (JOTA, 1989; p.15)

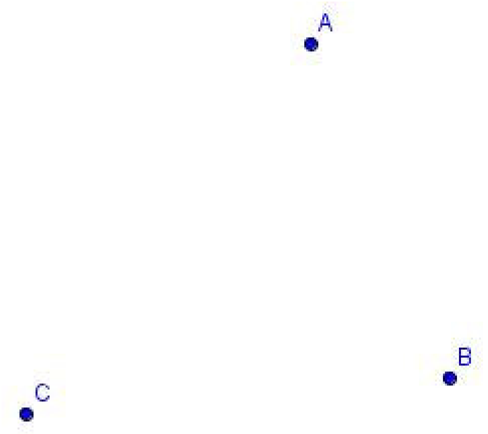


Figura 49 – Pontos sobre o plano
(JOTA, 1989; p.15)

Objetivo: aplicar os conceitos de equidistância entre pontos, mediatriz e circuncentro.
Sugestão: identificar uma linha poligonal que passa pelos pontos dados, traçar um triângulo, as mediatrizes de dois de seus lados, marcar o ponto de interseção dessas mediatrizes, determinar esse ponto como o circuncentro, que é centro da circunferência que passa pelos pontos A, B e C.
Encaminhamento: "x" é o centro da circunferência que passa pelos pontos A, B e C – identificar uma linha poligonal que passa pelos pontos, forma um triângulo, para traçar

as mediatrizes de dois de seus lados, determinar o ponto de interseção, marcar o circuncentro que é centro da circunferência que passa pelos pontos A, B e C.

2. Determine o centro desconhecido da circunferência dada (JOTA, 1989; p.15).

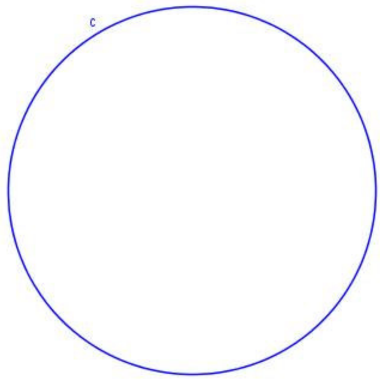


Figura 50 – Circunferência "c"
(JOTA, 1989; p.15)

Objetivo: aplicar os conceitos de equidistância entre pontos, mediatriz e circuncentro. Sugestão: marcar três pontos quaisquer sobre a circunferência, traçar um triângulo, passar as mediatrizes de dois de seus lados, determinar sua interseção e marcar o circuncentro que será o centro da circunferência.
Encaminhamento: a solução está em marcar três pontos quaisquer sobre a circunferência, traçar um triângulo (se achar necessário), passar as mediatrizes de dois de seus lados (ou se preferir entre dois pares de seus pontos), determinar sua interseção e marcar o circuncentro que será o centro procurado da circunferência.

3. Inscreva um triângulo equilátero na circunferência. (JOTA, 1989; p.57)

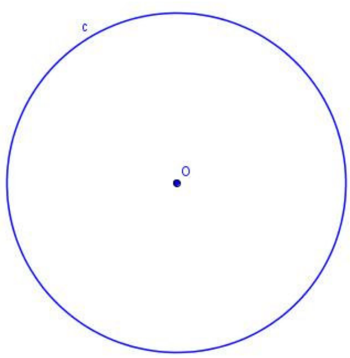


Figura 51 – Circunferência "c" de centro "O"
(JOTA, 1989; p.57)

Objetivo: aplicar os conceitos de equidistância entre pontos, mediatriz e circuncentro. Sugestão: marcar três pontos quaisquer sobre a circunferência, traçar um triângulo, passar as mediatrizes de dois de seus lados, determinar sua interseção e marcar o circuncentro que será o centro da circunferência.

Encaminhamento: a solução está em marcar três pontos quaisquer sobre a circunferência, traçar um triângulo (se achar necessário), passar as mediatrizes de dois de seus lados (ou se preferir entre dois pares de seus pontos), determinar sua interseção e marcar o circuncentro que será o centro procurado da circunferência.

4. Construa um triângulo retângulo em “c” e um triângulo isósceles, ambos equivalentes ao triângulo ABC dado. (MERCHESI JUNIOR, 1999; p.127)

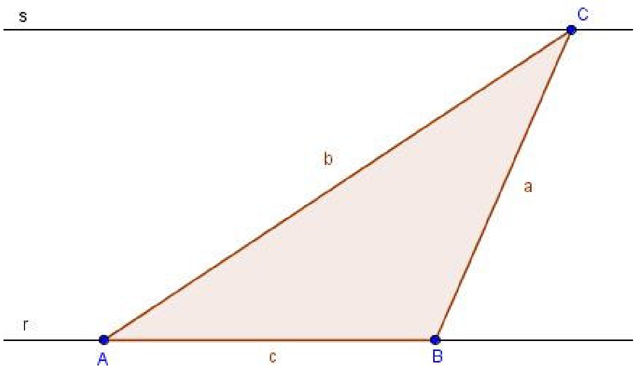


Figura 52 – Triângulo ABC
(MERCHESI JUNIOR, 1999; p.127)

Objetivo: aplicar o conceito de equivalência de áreas.

Sugestão: identificar na área do triângulo dado, os elementos da fórmula como a base e a altura, para fixar um deles e procurar construir o outro.

Encaminhamento: a solução está em associar, à área da figura dada, as áreas das figuras procuradas mediante a utilização dos elementos de cálculo dessas áreas, ou seja, identificando na área do triângulo dado os elementos da fórmula, a base e a altura, para fixar um deles e procurar construir o outro.

5. Na figura abaixo está representada uma piscina de 32 m^2 de superfície. Desenhe uma piscina quadrada com superfície equivalente a piscina da figura (MERCHESI JUNIOR, 1999; p.134).

Figura 53 – Piscina retangular
(MERCHESI JUNIOR, 1999, p.134)

Objetivo: aplicar os conceitos de equivalência de áreas de figuras planas.

Sugestão: aplicar razão geométrica.

Encaminhamento: sobre uma reta auxiliar, marcar a soma dos lados do retângulo (a+b), tirar a mediatriz do segmento da soma, determinar seu ponto médio, traçar uma circunferência de centro no ponto médio e abertura até a extremidade, levantar uma perpendicular pela extremidade interior do segmento, achar uma altura e determinar o lado do quadrado: com a medida desse segmento, construir um quadrado.

6. Sabendo que PQ tem a medida do perímetro do quadrado ABCD, construa esse quadrado. (LOPES & KANEGAE, 1992; p.32)

Figura 54 – Segmento de reta PQ
(LOPES & KANEGAE, 1992; p.32).

Objetivo: aplicar os conceitos de perímetro, divisão proporcional de segmentos, área de figuras planas e do Teorema de Tales.

Sugestão: utilizar reta auxiliar com divisão proporcional de segmento, tirar paralelas ao perímetro, determinar uma parte e construir o quadrado.

Encaminhamento: passar uma reta obliqua qualquer por uma das extremidades do perímetro, dividi-la em quatro partes, unir a extremidade do segmento ao perímetro, transferir essas medidas ao perímetro por paralelas, determinar segmentos iguais no perímetro, usar uma medida transportada como o lado do quadrado a construir.

Apêndice III – Roteiro entrevista semiestruturada aplicada com o professor de Desenho Geométrico

1. DADOS GERAIS

1.1. – Nome completo

1.2. – Idade.
1 – ( ) menos de 20   4 – ( ) 40-50
2 – ( ) 20-30   5 – ( ) 50-60
3 – ( ) 30-40   6 – ( ) mais de 60

1.3. – Qual a sua graduação?
1 – ( ) bacharelado   2 – ( ) licenciatura   3 – ( ) outro

1.3.1. – Qual o ano de conclusão?

1.3.2. – Qual a instituição onde você concluiu sua graduação?

1.4. – Qual sua maior titulação?
1 – ( ) técnico   2 – ( ) graduação   3 – ( ) especialização   4 – ( ) mestrado
5 – ( ) doutorado 6 – ( ) pós-doutorado   7 – ( ) docência livre

1.5. – Quanto tempo você tem de magistério? (no geral)
1 – ( ) menos de 10   4 – ( ) 30-40
2 – ( ) 10-20   5 – ( ) 40-50
3 – ( ) 20-30   6 – ( ) mais de 50

1.5.1. – Quanto tempo você tem de magistério no ensino superior?

1.6. – Quais disciplinas você leciona atualmente na Universidade (desde que o CEFET se transformou em nível superior)?

1.6.1. – Quais disciplinas você lecionou na Universidade?

2. TRAJETÓRIA DA FORMAÇÃO

2.1. – Como era o ensino na época de sua escolarização básica?

2.1.1. – Em que escola você estudou?
1 – ( ) pública 2 – ( ) privada 3 – ( ) outro sistema

2.1.2. – Que lembranças marcantes você tem desse período?

2.1.3. – a) De quais disciplinas você gostava?
b) E de quais não gostava? c) Por quê?

2.1.4. – Como surgiu o interesse pelo curso de graduação que você escolheu?

2.2. – Quais eram suas expectativas com relação ao curso de graduação?

2.2.1. – a) Como era o ensino no seu curso de graduação? b) Como os professores ensinavam? (metodologias, recursos, planejamento, avaliação, relação professor-aluno).

2.2.2. – a) Que professores marcaram sua vida acadêmica? b) Por quê?

2.3. – Que experiências de formação continuada você vivenciou em nível de pós-graduação?

2.3.1. – Qual a contribuição dessa formação continuada no exercício da docência na Universidade?

3. PRÁTICA DOCENTE NA UNIVERSIDADE

3.1. – Por que você se tornou um professor?

3.2. – a) Como você se tornou professor universitário? b) O que influenciou essa decisão?

3.3. – Para você, que atividades envolvem a docência na Universidade?

3.4. – Como é sua prática de ensino na Universidade? (a – metodologia, b – recursos, c – planejamento, d – avaliação, e – relação professor-aluno)

3.5. – a) Você participa de atividades técnico-administrativas na Universidade? b) Quais? c) Por quê?

3.6. – a) Você participa de atividade de pesquisa? b) Quais?

3.7. – a) Você participa de alguma atividade de extensão? b) Quais? c) Por quê?

3.8. – a) Você consegue articular no seu exercício docente essas atividades? b) Como? c) Por quê? (ensino – pesquisa – extensão).

4. CONCEPÇÃO SOBRE A DOCÊNCIA NO ENSINO SUPERIOR

4.1. – Qual sua concepção sobre docência?

4.1.1. – O que você entende por pesquisa?

4.1.2. - O que você entende por ensino?

4.1.3. - O que você entende por extensão?

4.1.4. – Qual sua compreensão da relação ensino-pesquisa-extensão como eixo de atividade universitária?

4.1.5. - O que você entende por aprendizagem?

4.1.6. - O que você entende por conhecimento?

4.2. – Para você o que é ser professor universitário?

4.3. – Qual a sua visão da “profissão professor universitário” hoje?

5. CONCEPÇÃO SOBRE A DISCIPLINA DESENHO GEOMÉTRICO

5.1. – Como você adquiriu habilidade com régua e compasso?

5.2. – Há quanto tempo você utiliza esse instrumento em sala de aula?

5.3. – Quantos instrumentos você já adquiriu durante seu tempo de magistério?

5.4. – Como você compreende o Desenho Geométrico na formação do professor de Matemática?

5.5. – A que áreas do conhecimento se relaciona a Geometria?

5.6. – Como o Desenho Geométrico ajuda na construção do conhecimento em geometria?

5.7. – Você já ensinou Geometria sem traço geométrico?

5.8. – Como você avalia o conhecimento do aluno na disciplina Desenho Geométrico?

5.9. – Você utiliza outros instrumentos didáticos na disciplina Desenho Geométrico como *software*, material concreto para modelagem, transparência, *slides*?

5.10. – Você conhece algum *software* de Geometria Dinâmica? Quais?

5.11 – Você possui cultura digital? Utiliza as tecnologias digitais de comunicação para trabalhar?

5.12. – Você já utilizou *software* de Geometria Dinâmica para testar suas atividades?

5.13. – Como você organiza a sequência de aula?

5.14. - Qual o conteúdo da disciplina de que você mais gosta e de qual o que menos gosta?

Apêndice IV – Calendário de aulas Observadas

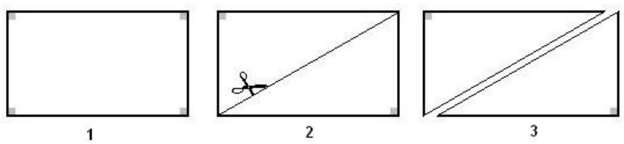
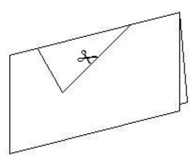
Quadro 22 – Calendários de registro dos Diários de Campo (Dn)
CEFET – 0ut/2007 a Fev/2008

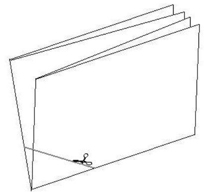
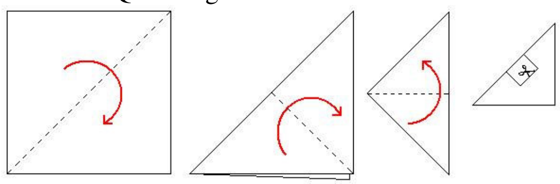
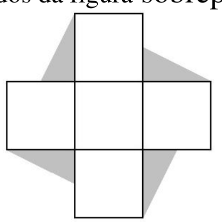
Dn	*Data*	*Descrição*	*Horas/aula*
	02/0ut/2007	Inicio das aulas no CEFET	
	04/0ut/2007	A disciplina será nas quintas-feiras, começando as 07h15min, durante três períodos seguidos de 50 (cinquenta) minutos, até 09h30min. Não houve comparecimento do Professor para aula.	Sem aula
D1	11/0ut/2007	07h25min iniciou-se a aula. 08h40min, final do discurso e chamada para responder a frequência. A aula se prorroga por mais dez minutos.	1h15min de h/a
D2	18/0ut/2007	7h25min e me dirigi à sala aula. Atrasei-me em 10 minutos por causa do trânsito.	
	25/0ut/2007		
	01/Nov/2007	Não houve aula. Professor avisou anteriormente que seria feriado.	
D3	08/Nov/2007	Não registrei diário porque esperei pelo Professor de 7h15min às 7h50min. Na aula seguinte, o Lincoln, funcionário da secretaria (técnico), me informou que o professor havia dado aula. Informou que quando sai com pouco tempo ele chegou e se dirigiu a sala de aula em torno de 8h00min. Nesse caso, seria 45 minutos de atraso.	Sem observação
	15/Nov/2007	Feriado – Proclamação da República	
D4	22/Nov/2007	7h30min o Professor inicia a aula no exercício 06, e as 9h45min termina a aula.	2h15min de h/a
	29/Nov/2007		Sem aula
D5	06/Dez/2007	Pouco antes de 7h30min começa a aula. Professor conversa com os alunos para a não-realização da aula por motivos de vestibular na UFC. Explicação no Diário. 7h55min termina a aula. Sem conteúdo observável.	40 min de h/a
D6	13/Dez/2007	7h33min inicio da aula	
D7	20/Dez/2007	Aula destina a avaliação. 7h30min inicio da aula. A prova iniciou as 7h40min e se estendeu até 9h00 min..	1h30min de h/a
	27/Dez/2007	Recesso de festas de fim de ano no CEFET	

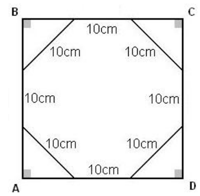
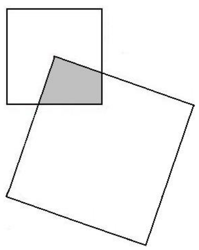
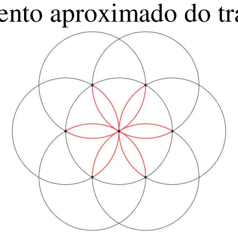
			
D8	03/Jan/2008	Recesso de final de ano.	Sem aula
D9	10/Jan/2008	7h40min inicio da aula e 9h45min termina a aula	2h05min de h/a
D10	17/Jan/2008	7h40min entramos na sala de aula e 9h40min o Professor termina a aula dizendo que termina o ultimo exercício na aula seguinte.	2h00min de h/a
D11	24/Jan/2008	7h30min chaguei a sala e constatei que o Professor não se encontrava. Depois de constatado que não era mais possível ele chegar para realizar a aula, às 8h30min sai do CEFET sem observação de Desenho Geométrico por ausência do Professor.	Sem aula
D12	31/Jan/2008	O funcionário informou que estava se realizando um encontro pedagógico em Cedro e que o Professor estaria nesse encontro colhendo adesão dos professores para filiação ao Sindicato.	Sem aula
			
D13	07/Fev/2008	7h15min começa a aula e 9h40min o Professor termina a aula. Deixa o exercício 50 para a próxima aula.	2h35min de h/a
D14	14/Fev/2008	7h30min o Professor começa falando de um problema sobre a próxima aula. Combinou com o Professor de Cálculo sobre dar suas aulas porque ele viajaria. E na semana seguinte ele fica com as aulas de Cálculo. 9h55min o Professor começa a finalizar a aula e diz que até ai conclui e vai começar a falar de equivalência de áreas na aula seguinte.	2h25min de h/a
D15	21/Fev/2008		
D16	28/Fev/2008	7h30min inicio da aula. 8h55min o Professor começa falando sobre equivalência de áreas. Toma a sala para exemplificar uma situação-problema. 11h40min termina a aula	4h10min de h/a
D17		Prova escrita da segunda etapa	

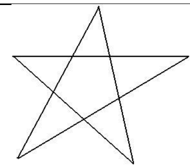
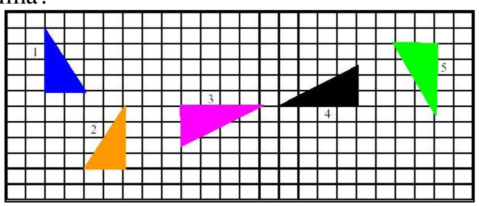
Apêndice V – Quadro resumo dos conceitos dos testes

Universidade Estadual do Ceará – UECE
Mestrado Acadêmico em Educação – MAE
Orientadora: Dra. Marcília Chagas Barreto Aluna: Ana Cláudia Mendonça Pinheiro

Ex	***Enunciado***	***Objetivos***	***Conceitos Prévios***
Quadro 23 – Resumo Lista de Exercício I			
1	 *Figura 55 – Esquema de corte do retângulo*	O objetivo da atividade é a identificação de figuras e a exploração de dimensões. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos e classificação das figuras planas.	Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno se ele realiza os cortes pela construção das figuras dentro da figura original ou se ele precisa manipular as figuras cortadas para construir o corte; bem como outras estratégias de solução e indicação de enunciar os conceitos prévios.
2	Uma dobra e vários cortes.  *Figura 56 – Esquema de corte sobre o eixo de simetria* *(BITTAR E FREITAS; 2005, p.118)*	O objetivo da atividade é a identificação de eixo de simetria em figuras planas. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, mediatriz, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.	Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno se ele constrói os cortes pela utilização dos conceitos de simetria e linha poligonal.
3	Duas dobras e um corte apenas.	O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria em figuras planas das dobras do papel. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta,	Investigação - verificar a resolução dessa atividade com o direcionamento de perguntas sobre as condições de utilização do conceito de simetria durante o corte, bem como investigar

	 *Figura 57 – Esquema de corte na dobradura*	ângulos, bissetriz, elementos das figuras planas, eixo de simetria.	a estratégia de visualização da figura sem a necessidade de manipulação da figura resultante para construção do corte.
4	Um quadrado de papel é dobrado e recortado conforme a sequência de figuras abaixo. Qual a figura resultante?  *Figura 58 – Sequência da dobradura no papel quadrado* *(BIANCHINE E MIANI; 2000)*	O objetivo da atividade é a identificação de eixos de simetria no movimento de rotação de figuras planas mediante as dobras do papel. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos dos quadriláteros e eixo de simetria.	Investigação – verificar as condições de utilização do conceito de simetria nas dobras que formam as diagonais e na terceira dobra que marca um eixo de simetria passando pelos pontos médios dos lados, bem como verificar a condição de corte do quadrado como referência às marcas das dobras.
5	No desenho que segue, temos duas figuras sobrepostas; uma cinza, que está sob a figura branca. Calcule a área da figura cinza relacionando com os dados da figura sobreposta.  *Figura 59 – Quadriláteros sobrepostos* *(NELSEN, vol. I s/d)*	O objetivo da atividade é investigar a percepção e verificar regularidades. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de segmento de reta, ângulo, mediatriz, bissetriz, semelhança e congruência de triângulos, unidade de área, translação. A solução para a atividade é a percepção de congruências das áreas. Um método de solução utilizado pode ser visualizar as partes que excedem da figura que se encontra por cima da figura cinza, que completa a sombra cinza e torna uma congruência de áreas.	Investigação – verificar se o aluno realiza o cálculo da área com o movimento de figuras pela simetria de rotação, translação e reflexão, ou se utiliza o conceito de equivalência de triângulos.
6	Cortando-se os cantos de um quadrado ABCD, obtém-se um octógono regular de lados iguais a 10 cm. Qual é a área total dos	O Objetivo da atividade é a verificação de congruência na figura do corte e o cálculo	Investigação – verificar se o aluno realiza o cálculo da área com o

	quatro triângulos cortados?  *Figura 60 – Esquema do quadrado seccionado nos cantos*	por semelhança. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de congruência e semelhança de triângulos.	movimento de figuras pela simetria de rotação, translação e reflexão, ou se utiliza o conceito de congruência de triângulos.
7	Determine, em m^2, a área hachuriada.  *Figura 61 – Quadrados sobrepostos* *(BIANCHINE E MIANI; 2000)*	O objetivo da atividade é o cálculo dedutivo da área por meio de um movimento de rotação da figura plana maior sobre os eixos de simetria da figura menor. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de reta, segmento de reta, ângulos, bissetriz, mediatriz, elementos dos quadriláteros e eixo de simetria.	Investigação – verificar se o aluno realiza o calculo da área pelo movimento da figura ou pela decomposição e congruência de figuras.
8	Determine o comprimento aproximado do traçado em vermelho.  *Figura 62 – Circunferências concêntricas*	O objetivo da atividade é a percepção de regularidades e a utilização dos conceitos de comprimento e divisão da circunferência. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios sobre circunferência, arco, ângulo, comprimento da circunferência, diâmetro, raio, divisão da circunferência.	Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização do conceito de divisão da circunferência pela medida do raio.
9	Quanto quadrilátero possui esta figura? Considere os quadriláteros convexos, côncavos e cruzados.	O objetivo da atividade é investigar a percepção geométrica de quadriláteros nas	Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização do

	 *Figura 63 – Estrela poligonal* *(SILVÉRIO, 1995)*	linhas que compõem a estrela. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de linha poligonal e polígono.	conceito de polígono côncavo e convexo, percepção de regularidades e ordenação lógica de contagem dos quadriláteros.
10	É possível passar de uma figura para outra por um dos movimentos descritos acima?  *Figura 64 – Malha de localização dos eixos de referências dos triângulos* *(LEIVAS; 2000, p.10)*	O objetivo da atividade é conceituar eixo de simetria. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de rotação, translação e reflexão.	Investigação - verificar nas estratégias de solução a utilização dos movimentos das figuras pela simetria de rotação, translação e reflexão.

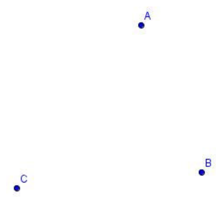
<table>
<tr><td colspan="4">Quadro 24 – Resumo Lista de Exercício II</td></tr>
<tr><td rowspan="3">1</td><td rowspan="3">Determine um ponto “x” equidistante de A, B e C (JOTA, 1989; p.15).


Figura 65 – Pontos sobre o plano
(JOTA, 1989; p.15)</td><td>O objetivo da atividade é aplicar os conceitos de equidistância entre pontos e mediatriz.</td><td rowspan="3">Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno com a utilização dos conceitos de circunferência como o lugar geométrico de todos os pontos equidistantes de um ponto; bem como outras estratégias de solução e indicação de enunciar os conceitos prévios de pontos notáveis do triângulo e mediatriz.</td></tr>
<tr><td>Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de circunferência, equidistância, mediatriz. Relação com os exercícios 2, 3 e 4 do Exercício I.</td></tr>
<tr><td>Encaminhamento: identificar uma linha poligonal que passa pelos pontos, que forma um triângulo, para traçar as mediatrizes de dois de seus lados, determinar o ponto de interseção, determinar o circuncentro que é centro da circunferência que passa pelos pontos A, B e C.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">2</td><td rowspan="3">Determine o centro desconhecido da circunferência dada (JOTA, 1989; p.15).

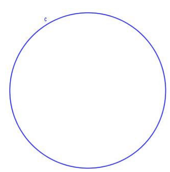



Figura 66 – Circunferência “c”
(JOTA, 1989; p.15)</td><td>O objetivo da atividade é aplicar os conceitos de equidistância entre pontos e mediatriz.</td><td rowspan="3">Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização dos conceitos de circunferência como o lugar geométrico de todos os pontos equidistantes de um ponto; bem como outras estratégias de solução e indicação de enunciar os conceitos prévios de pontos notáveis do triângulo e mediatriz.</td></tr>
<tr><td>Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de circunferência, equidistância, mediatriz. Relação com os exercícios 2, 3 e 4 do Exercício I.</td></tr>
<tr><td>Encaminhamento: marcar três pontos quaisquer sobre a circunferência, traçar um triângulo (se achar necessário), passar as mediatrizes de dois de seus lados (ou se preferir entre dois pares de seus pontos), determinar sua interseção e marcar o circuncentro que será o centro procurado da circunferência.</td></tr>
<tr><td>3</td><td>Inscreva um triângulo equilátero na circunferência, sabendo que A é um de seus vértices (JOTA, 1989; p.57).</td><td>O objetivo dessa atividade é aplicar o conhecimento do conceito de divisão da circunferência e dos métodos de inscrição de polígono regular na circunferência.</td><td>Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno se ele aplica o conceito de divisão da circunferência pelo método ensinado em sala, ou se</td></tr>
</table>

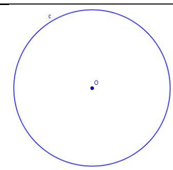
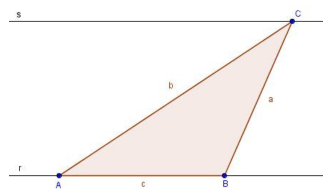
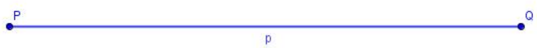
	 *Figura 67 – Circunferência “c” de centro “O”* *(JOTA, 1989; p.57)*	Nessa atividade podemos destacar os conceitos prévios de circunferência, equidistância, mediatriz. Relação com os exercícios 1, 6, 9, 8 e 10 do *Exercício I*. Encaminhamento: com a abertura do raio, marcar seis pontos sobre a circunferência e ligar os pontos alternadamente; ou então, traçar um diâmetro por AO, determinar um ponto sobre a circunferência D, com o mesmo raio AO traçar um arco por D e determinar sobre a circunferência os pontos B e C.	ele utiliza de estratégias de divisão da circunferência em seis partes iguais; bem como outras estratégias de solução e indicação de enunciar os conceitos prévios.
4	Construa um triângulo retângulo em “c” e um triângulo isósceles, ambos equivalente ao triângulo ABC dado. (MERCHESI JUNIOR, 1999; p.127)  *Figura 68 – Triângulo ABC* *(MERCHESI JUNIOR, 1999; p.127)*	O objetivo da atividade é aplicar o conceito de equivalência de áreas. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de equivalência de áreas e elementos dos triângulos -Relação com os exercícios 2, 3 e 4 do Exercício I. Encaminhamento: tomar como base dos triângulos a serem construídos a base do triângulo dado AB – para construir o triângulo retângulo, passar uma reta perpendicular a um dos vértices da base, determinar o ponto C’ de interseção na reta “s” e ligar os pontos. AC’B. – para a construção do triângulo isóscele, deve ser traçada uma mediatriz pelo segmento “AB”, determinar sua interseção com a reta “s”, ponto C”, e ligar os pontos. AC”B.	Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno se ele aplica o conceito de equivalência e cálculo de área das figuras através da identificação dos elementos do triângulo.
5	Na figura abaixo está representada uma piscina. Desenhe uma piscina quadrada com superfície equivalente à piscina da figura (MERCHESI JUNIOR, 1999; p.134)	O objetivo dessa atividade é aplicar os conceitos de equivalência de áreas de figuras planas. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de equivalência de áreas de figuras planas. Relação com os exercícios 1, 3, 7 e 9 do *Exercício I*. Encaminhamento: passar uma reta auxiliar qualquer, transportar a soma dos lados a e b	Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização do método da razão geométrica.

	 *Figura 69 – Piscina retangular* *(MERCHESI JUNIOR, 1999, p.134)*	do retângulo, achar a mediatriz do segmento, traçar uma circunferência de centro no ponto médio e na extremidade do segmento, levantar uma perpendicular pela interseção de a e b, determinar um segmento com a interseção dessa perpendicular com a circunferência, determinar o lado do quadrado. Com esse lado construir o quadrado.	
6	Sabendo que PQ tem a medida do perímetro do quadrado ABCD, construa esse quadrado. (LOPES & KANEGAE, 1992; p.32)  *Figura 70 – Segmento de reta PQ* *(LOPES & KANEGAE, 1992; p.32)*	Objetivo: aplicar os conceitos de perímetro, divisão proporcional de segmentos, Teorema de Tales. Nessa atividade, podemos destacar os conceitos prévios de perímetro, divisão proporcional de segmentos, área de figuras planas e do Teorema de Tales. Relação com os exercícios 1, 2, 4, 5, 6, 7 e 9 do *Exercício I*. Encaminhamento: passar uma reta auxiliar obliqua qualquer por uma das extremidades do perímetro, dividi-la em quatro partes, unir a extremidade do segmento ao perímetro, transferir essas medidas ao perímetro por paralelas, determinar segmentos iguais no perímetro, usar uma medida transportada como o lado do quadrado a construí-lo.	Investigação - verificar nas estratégias de solução do aluno a utilização do conceito e do método de divisão de segmentos em partes proporcionais.