UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ

ANA CLÁUDIA GOUVEIA DE SOUSA

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E FORMAÇÃO DOCENTE PARA O TRABALHO COM NÚMEROS E OPERAÇÕES NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

FORTALEZA – CEARÁ
2009

ANA CLÁUDIA GOUVEIA DE SOUSA

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E FORMAÇÃO DOCENTE PARA O TRABALHO COM NÚMEROS E OPERAÇÕES NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de mestre em Educação.

Orientador(a): Profª. Drª. Marcília Chagas Barreto.

FORTALEZA – CEARÁ

2009

S725r Sousa, Ana Cláudia Gouveia de
Representações semióticas e formação docente para o trabalho com números e operações nos anos iniciais do ensino fundamental / Ana Cláudia Gouveia de Sousa. — Fortaleza, 2010.
145 p. : il.
Orientadora: Profª. Drª. Marcília Chagas Barreto.
Dissertação Mestrado em Educação – Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação.
1. Formação de professores 2. Representação semiótica. 3. Ensino de matemática. 4. Compreensão em matemática. I. Universidade Estadual do Ceará, Centro de Educação.

CDD: 370.71

ANA CLÁUDIA GOUVEIA DE SOUSA

REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E FORMAÇÃO DOCENTE PARA O TRABALHO COM NÚMEROS E OPERAÇÕES NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do grau de mestre em Educação.

Aprovada em: 07/08/2009.

BANCA EXAMINADORA

Profª. Drª. Marcília Chagas Barreto (Orientadora)
Universidade Estadual do Ceará – UECE

Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN

Profª. Drª. Ana Maria Iório Dias
Universidade Federal do Ceará - UFC

Dedico este trabalho a alguém que registrou em minha vida as representações mais significativas, que até hoje trago em meu coração e pensamento, meu pai, professor e mestre, Paulo Crispim de Sousa (in memorian), ou simplesmente “prof. Crispim”, como era titulado por alunos e amigos.

AGRADECIMENTOS

A Deus, luz e força em todas as horas. E na finalização deste trabalho foram muitas as horas em que Ele me carregou nos braços.

A minha mãe, Maria da Penha Gouveia de Sousa, fiel companheira nessa caminhada. Pelas suas orações, incentivos e esperanças.

Ao meu pai, Paulo Crispim de Sousa (in memorian) primeiro mestre, que cedo partiu, mas muitos ensinamentos deixou.

Aos meus irmãos, Paulo Jáder, Fernando Igor e Tiago, torcedores ferrenhos pelo meu sucesso.

A minha cunhada, Natália, pela silenciosa compreensão desse meu processo.

A professora Dra. Marcília Chagas Barreto, pelo conhecimento e disponibilidade da orientadora, o carinho e a sabedoria do “ser humano” e o ombro solícito da amiga em dificuldades que supus insuperáveis.

A professora Dra. Ana Maria Iório Dias, que já na graduação me despertou para olhar as linguagens com olhos mais apurados.

Ao professor Dr. Iran Abreu Mendes, que me empolgou através das diversas possibilidades mostradas para o ensino e a aprendizagem da matemática.

A todos os que fazem o Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará, coordenadores, professores, funcionários e alunos. Em especial às colegas Tânia, Rosalina, Gilmara, Marteana, Manuela e Auricélia.

Aos companheiros de pesquisa, meus colegas Auricélia e Paulo André, que tão prontamente desempenharam, não só o papel de observadores externos, mas de parceiros nesta empreitada.

Ao GEPAP – Grupo de Estudo Pesquisa e Ação Pedagógica da OfinArtes (Centro de Vivências Educativas), espaço de interlocução das angústias e descobertas em meu processo de formação.

Ao MAES – Grupo de Pesquisa Matemática e Ensino – CMAE/CED/UECE, um espaço de aprendizado e partilha na construção de conhecimentos.

A Socorro Sousa, amiga e professora em muitos momentos da minha vida pessoal e profissional.

A Tânia Maria de Sousa França, amiga e colega de profissão, que comigo tem partilhado a luta de acreditar nas possibilidades da educação.

A Alcyanne, que mesmo a milhares de quilômetros de distância, foi presença firme e constante no final dessa caminhada. Força decisiva para a culminância desse projeto individual.

A família, da qual ainda sou parte (de coração), que foi suporte de compreensão e cuidados no início da jornada que culmina com este trabalho. Em especial à Victória, demonstrando sempre sua torcida por mim, com pureza e carinho.

A você, parceria feita e desfeita num misto de sentimentos, presenças e ausências, força e abandono. Por todo o amor ontem, hoje...

A todos os amigos e familiares que compreenderam minhas ausências, respeitaram meu isolamento e torceram pelo meu sucesso.

Há efetivamente uma moralidade associada ao conhecimento e em particular ao conhecimento matemático. Por que educação e educação matemática e o próprio fazer matemático se não percebemos como nossa prática pode ajudar a construir uma humanidade ancorada em respeito, solidariedade e cooperação?

D'ambrosio

RESUMO

Esta pesquisa objetivou analisar a compreensão, o uso e a coordenação de diferentes registros de representação semiótica por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de um processo de formação, visando o trabalho com números e operações numéricas. Seu suporte teórico foi fundamentalmente a Teoria dos Registros de Representações Semióticas (RRS), de Raymond Duval. Nesta pesquisa, realizei um estudo qualitativo, com características de "ação-pesquisa" (Barbier, 2002), através de um curso de 20 horas, com 08 (oito) professoras de uma escola municipal de Fortaleza – CE. Para a coleta de dados utilizei um diagnóstico no início do curso, observações feitas por mim e por dois observadores externos durante as vivências realizadas com as professoras e gravações em áudio. As professoras não tinham conhecimento acerca da teoria antes do curso, mas mostraram-se receptivas às vivências baseadas nos RRS. Elas reconheceram progressos em suas compreensões matemáticas a partir dessas vivências, e possibilidade do uso dos RRS em suas aulas. Suas crenças acerca do ensino e aprendizagem da matemática mostraram-se ligadas a atividades que privilegiam a memorização e a realização algorítmica, sem a diversificação de atividades ou materiais. O uso de materiais concretos mostrou-se como estratégia pouco familiar a elas. A coordenação de diferentes RRS foi reconhecida por elas como atividade importante para a compreensão dos conhecimentos matemáticos. A pesquisa aponta para a necessidade de formação teórico-metodológica para as professoras, visando à diversificação dos RRS no trabalho com a matemática, para uma melhor apreensão dos conceitos. E, ainda, para o imperativo de um trabalho didático voltado para a leitura das diferentes representações semióticas utilizadas pela matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Ensino de Matemática, Formação de Professores, Prática Pedagógica, Registros de Representação Semiótica.

ABSTRACT

This research aims to analyze the understanding, the use and the coordination of different semiotic registrations made by elementary school teachers, during a teacher training program, viewing the work with numbers and numerical operations. The theoretical support was mainly the Semiotic Representation Registration (RRS), of Raymond Duval. In this research, we made the option of making a qualitative study, with the characteristics of "action-research" (Barbier, 2002), in which a 20 hour course took place with the attendance of 08 (eight) teachers from a municipal district school in Fortaleza – Ce. The theme of the course was: "The RRS and the work with numbers and numerical operations in elementary years of school." The data collection was done based on the application of an investigation exercise in the beginning of the course, on the observations done by the researcher and two outside observers, on the moments experienced with the teachers, besides audio recordings of what took place during the course. We noticed the lack of knowledge on this theory from the teachers before the course; however, they seemed to be very receptive to the experiences based on the RRS. They seemed to recognize the differences on their math comprehension based on the RRS experiences, showing the possibility of using the RRS in their own classes. Their beliefs about math learning and teaching were connected to activities which privileged the memorization and the algorithmic accomplishment, without the use of diverse materials and activities. The use of concrete materials seemed to be an unfamiliar strategy. The coordination of different RRS was recognized by the teachers as an important activity for the understanding of the mathematics knowledge. We concluded that there is a theoretic – methodological specialization need for the teachers, to enable them to understand the need to diverse the RRS in the mathematics teaching, benefiting the acquisitions of the concepts.

Key words: Mathematics teaching, teacher specialization program, teaching practice, Semiotic Representation Registration.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FOTOS

LISTA DE FIGURAS

[1] Refere-se à segunda resolução do problema, solicitada a partir do registro anterior (numérico).

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Os resultados das avaliações oficiais – SAEB, Prova Brasil, SPAECE – e os problemas de aprendizagem em matemática apresentados pelos alunos, em sala de aula, têm me levado a algumas reflexões e questionamentos: Que dificuldades dos alunos são mais determinantes para a não construção de habilidades e competências em matemática? Que dificuldades de ensino dos professores também podem contribuir para essa realidade?

Como professora da disciplina de matemática, tenho me sentido incomodada com esse quadro de não aprendizagem. Na experiência profissional com alunos da Educação Básica (tanto no Ensino Fundamental quanto no Médio), as aulas têm se constituído, para mim, em momentos instigantes, pelas hipóteses que suscitam quanto à aprendizagem dos alunos. Percebo-os muito desestimulados com o estudo da matemática, distantes dela, sem encontrar identificação ou significação, como se ela fosse totalmente desconectada da vida deles.

Machado (1990, p.85) afirma que "o verdadeiro significado da matemática e das funções que deve desempenhar nos currículos escolares deve ser buscado na mesma fonte onde se encontram respostas às questões homólogas relativas ao ensino da Língua Materna". Tenho me perguntado se não seria a falta de compreensão do "objeto lido" uma das causas das dificuldades e da não aprendizagem dos alunos, já que a leitura e interpretação da língua materna é um dos elementos envolvidos na proposição e resolução de problemas matemáticos.

Ao aprofundar o olhar sobre a aprendizagem matemática, reconhecendo muitas dificuldades de aprendizagem dos alunos e, por que não dizer, dificuldades de ensino minhas, percebia os equívocos na compreensão dos conceitos, na interpretação e no estabelecimento de relações entre definição e aplicação, e na formalização do raciocínio.

Assim, outras perguntas despontaram: por que os alunos apresentam tanta dificuldade em "passar" do enunciado de uma questão ao cálculo numérico? O que falta para eles conseguirem ler, interpretar um enunciado, levantar os dados, buscar os próprios conhecimentos prévios, relacionar esses dados e resolver um problema?

Em busca de respostas a essas inquietações, passei a propor, nas aulas, algumas atividades que envolvessem a leitura e interpretação dos enunciados das questões trabalhadas e dos textos matemáticos do livro didático. Assim, visava a produção de significado pelos alunos, na perspectiva da leitura-compreensão-interpretação-manipulação dos dados matemáticos e suas relações.

Ao realizar esse trabalho com alunos das séries iniciais, a fundamentação era buscada, principalmente, em teóricos da leitura. Considerava os princípios enunciados por Jolibert (1994, p.15) que, ao referir-se à formação de leitores, diz que a atividade de leitura envolve "questionar algo escrito como tal, a partir de uma expectativa real (necessidade-prazer), numa verdadeira situação de vida". Assim, a autora afirma que no trabalho com as crianças, devemos questionar o texto, fazer com que elas façam perguntas ao texto, sobre o seu tipo, seus enunciados explícitos e implícitos, sobre as suas características, intenções e palavras significativas.

As atividades desenvolvidas em minha prática pedagógica, nessa perspectiva, contribuíram sobremaneira para uma percepção mais apurada das dificuldades dos alunos em entender as definições do livro, em compreender os enunciados das questões dos diversos conteúdos, principalmente as que envolviam outras representações como tabelas, gravuras e gráficos, em estruturar o cálculo a partir do enunciado do problema, selecionando elementos da língua materna para a escrita numérica e percebendo suas relações.

Baseado no conceito de leitura como "a produção do sentido e apropriação do texto pelo leitor" (BIRMAN, 1994, p.104), o trabalho com problemas de matemática, nas minhas aulas, era realizado a partir de uma leitura oral e coletiva do enunciado, perguntando aos alunos o significado das palavras estranhas a seu vocabulário usual.

Em seguida buscava, junto com os alunos, ressaltar quais dessas palavras significavam informações relevantes, visando transpô-las à linguagem na qual se deveria resolver o problema, quer fosse numérica ou algébrica. A representação numa dessas linguagens possibilitaria o cálculo e a chegada à solução do problema.

Fui percebendo, com isso, que o momento coletivo e oral de questionar o texto, levantar hipóteses, ajudava a chegar à etapa na qual efetivamente realizava-se o cálculo, da forma e pelo caminho que cada um escolhesse. Esse trabalho foi realizado com os textos do livro didático, os enunciados das diversas questões, dos problemas e/ou desafios propostos, a partir de vários conteúdos trabalhados.

Em experiências de formação continuada[2] com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental (EF), levava essas inquietações sobre a relação entre leitura e matemática no trabalho com números, operações e problemas, através de atividades semelhantes às que

[2] Oficinas e cursos de formação continuada realizadas por mim na OfinArtes – Centro de vivência, ensino e pesquisa educativa.

desenvolvia com os alunos. Nesses momentos percebia a surpresa das professoras com relação aos diferentes níveis de complexidade da elaboração dos enunciados dos problemas. Fui despertando, então, o olhar para a formação dos professores do primeiro segmento do EF, que acontece na sua maioria em cursos de Pedagogia.

Passei a questionar: o professor dos anos iniciais reconhece e trabalha problemas com diferentes graus de complexidade? Há a possibilidade de maior significação da aprendizagem matemática a partir da evidenciação da interação entre leitura e matemática no trabalho com esses problemas? Isso é percebido, estudado, vivenciado nas salas de aula das escolas? E nos cursos de formação inicial, os futuros professores vivenciaram discussões sobre essas estratégias?

Foi a partir destes questionamentos que decidi que este trabalho se voltaria para a formação de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no sentido de vivenciar e refletir sobre atividades relativas à leitura e interpretação de questões, com ênfase nas diversas linguagens (representações) em que se apresentam os elementos matemáticos.

Por limitações próprias da pesquisa, evidentemente não era possível propor um trabalho sobre todos os conteúdos matemáticos do currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Foi escolhido, então, o bloco Números e Operações, proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1997). Tal escolha decorreu da compreensão de ser esse um bloco basilar na formação dos conceitos matemáticos para uma aprendizagem consistente nesse nível de ensino, e ser sobre ele que se voltam as maiores atenções da escola.

Acredito que para acontecer a aprendizagem dos números e operações, ultrapassando a mera memorização de um algoritmo, faz-se necessária uma atribuição de significado. Para tanto, é preciso reconhecer a matemática também como linguagem simbólica. Segundo Smole (2001), esta linguagem relaciona o mundo real com representações, e essas com princípios e conceitos, denotando, assim, uma grande importância à comunicação em matemática (ler, escrever, falar, desenhar, representar). Os problemas que envolvem números e operações necessitam de um trabalho visando transpor elementos da língua materna para uma linguagem simbólica matemática, notadamente a numérica ou aritmética, o que pode contribuir para tornar a aprendizagem da matemática com atribuição de significado.

Por isso busquei uma teoria que desse suporte para compreender o raciocínio interpretativo necessário nas atividades matemáticas, e para, a partir dessa compreensão, pensar situações de aprendizagem nessa perspectiva. Perguntava-me, então: a partir de um processo de formação continuada, o professor conseguiria reconhecer a necessidade de trabalhar a mobilização entre as diferentes formas de linguagem (representações) utilizadas pela matemática?

Desta forma, na busca de interpretar essas dificuldades quanto à aprendizagem da matemática, reconhecendo-a também como linguagem, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, surgiu como uma possibilidade importante. No âmbito deste trabalho, ela constitui aporte teórico fundamental.

Difundida mais fortemente no Brasil a partir de meados da década de 1990, esta teoria já foi tomada como base para relevantes pesquisas realizadas. Ela estuda a elaboração conceitual em matemática, a partir das diversas representações semióticas dos objetos matemáticos. Semióticas porque ligadas às diferentes formas de representação, como escrita na língua materna, escrita numérica, gravuras, gráficos, tabelas, escritas algébricas, figuras geométricas, etc.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS), estudada por Raymond Duval, estabelece que o objeto matemático somente se dá a conhecer por meio de suas representações; e que o enclausuramento da aprendizagem do aluno em um único registro (sistema simbólico de representação), quer seja a escrita numérica, a língua materna, as gravuras..., dificulta a sua apreensão conceitual.

Estas reflexões e contribuições da teoria foram decisivas para clarear a pergunta central desta pesquisa: Como professoras dos anos iniciais do EF, em um curso de formação continuada, compreendem, usam e coordenam diferentes registros de representação semiótica, quando trabalham com números e operações aritméticas?

A partir de então, elaborei o objetivo geral da pesquisa que consistiu em: Analisar a compreensão, o uso e a coordenação de diferentes registros de representação semiótica por professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de um processo de formação, visando o trabalho com números e operações numéricas.

Considerei, ainda, os seguintes objetivos específicos: investigar os conhecimentos e o desempenho das professoras, relativos à resolução de problemas aritméticos, ligados aos números e operações; analisar o uso que elas fizeram de diferentes registros de representação semiótica, durante o processo formativo, quando da resolução de atividades e problemas propostos, além de suas percepções acerca do processo vivido; identificar os elementos da

Teoria dos Registros de Representação Semiótica apreendidos pelas professoras, ao longo do processo formativo oferecido.

Tomados estes objetivos, concebi elementos que, articulados entre si, configuraram-se como a representação de uma trajetória percorrida. Iniciei pela concepção de pesquisa, pensada em sua ligação com o real, vinculando pensamento e ação. Tomei, assim, a definição de Minayo (1994, p.17), para quem pesquisa é a "atividade básica da Ciência na sua indagação e construção da realidade. É a pesquisa que alimenta a atividade de ensino e a atualiza frente à realidade do mundo."

Portanto, acredito ser necessário, para a realização de um trabalho investigativo, o cuidado e a pertinência na escolha metodológica, buscando uma integração harmoniosa entre a metodologia, as técnicas de coleta, a teoria e a criatividade do pesquisador na realização da pesquisa.

A escolha metodológica, portanto, situa-se na perspectiva da pesquisa qualitativa, por acreditar que é ela quem dá conta, nas ciências humanas, de um nível de realidade não apenas quantificável. A pesquisa qualitativa apresenta, como características, segundo Bogdan (1991), o ambiente natural como fonte direta dos dados, o investigador como principal instrumento de busca, o interesse mais centrado no processo que nos resultados, uma tendência à análise de forma indutiva e a construção pela significação. Esta abordagem foi considerada adequada ao objeto de estudo, onde não se desejou dar validade estatística aos dados observados, mas compreender o processo de formação das professoras.

Dentro da pesquisa qualitativa, tomei a abordagem interpretativa ou fenomenológica, que, de acordo com André (2000, p.17), não aceita

> que a realidade seja algo externo ao sujeito [...] valoriza a maneira própria de entendimento da realidade pelo indivíduo. Em oposição a uma visão empirista de ciência, busca a interpretação em lugar da mensuração, a descoberta em lugar da constatação, valoriza a indução e assume que fatos e valores estão intimamente relacionados, tornando-se inaceitável uma postura neutra do pesquisador.

Essa abordagem é apresentada também por Sánchez Gamboa (1989) como uma tendência metodológica: a fenomenológica-hermenêutica, na qual o sujeito tem papel primordial na busca por desvendar a essência dos fenômenos, interpretando seus significados e discursos. Fiorentinni e Lorenzato atestam que essa tendência metodológica tem sido utilizada frequentemente nas pesquisas em Educação Matemática, e que ela

> fundamenta-se filosoficamente na fenomenologia e no processo hermenêutico de interpretação. Parte do pressuposto de que a solução dos problemas educacionais passa primeiramente pela busca de interpretação e compreensão dos significados atribuídos pelos envolvidos (os sujeitos que experienciam o fenômeno). Isso pode acontecer por meio de um processo de investigação que consiste em desvendar mecanismos e significados ocultos, atingindo, assim, a essência dos fenômenos (FIORENTINNI e LORENZATO, 2006, p.65).

Dentre as metodologias de pesquisa qualitativa que buscam a compreensão dos fenômenos a partir dos sujeitos investigados, está a pesquisa-ação. Surgida nas ciências sociais há mais de cinquenta anos, teve uma perspectiva inicial de transformação da realidade e pesquisa sobre essa transformação.

Na classificação sugerida por Barbier (2002) sobre a diversidade dos tipos de pesquisa-ação, aparecem *as pesquisas-ações de inspiração lewiniana ou neolewiniana, a consulta-pesquisa de inspiração analítica ou sócio-analítica, a ação-pesquisa e a experimentação social.*

Neste trabalho, foi utilizado, como método, a *ação-pesquisa*, resultante da atividade de pesquisa durante e sobre a ação realizada com os próprios atores do processo investigativo.

> Esse tipo representa pesquisas utilizadas e concebidas como meio de favorecer mudanças intencionais decididas pelo pesquisador. O pesquisador intervém de modo quase militante no processo, em função de uma mudança cujos fins ele define como a estratégia. Mas a mudança visada não é imposta de fora pelos pesquisadores. Resulta de uma atividade de pesquisa na qual os atores se debruçam sobre eles mesmos (BARBIER, 2002, p.42-43).

A escolha pela utilização da ação-pesquisa deu-se, nesse caso, porque ela possibilita mudanças na prática docente. Assim, o trabalho consistiu em uma intervenção junto a um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir de um processo de formação (curso)[3] sobre tema específico – Os RRS e o trabalho com números e operações numéricas nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Números e operações é um bloco de conteúdos que apresenta problemas tanto no ensino quanto na aprendizagem, como já justificado pelos resultados das avaliações oficias, bem como pelas pesquisas acadêmicas realizadas.

O ambiente escolhido para a pesquisa foi uma escola pública municipal de Fortaleza. A escola referida conta com 1058 alunos, divididos em turmas de Educação Infantil e Ensino Fundamental, funcionando nos turnos manhã e tarde; e turmas de anos finais do Ensino

---

[3] Utilizaremos a denominação curso para designar, especificamente, o processo de formação de 20 horas, proposto nesta ação-pesquisa.

Fundamental e Educação de Jovens e Adultos (EJA) funcionando à noite. 477 alunos estão matriculados nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A escola conta com 17 funcionários técnico-administrativos, e na gestão tem um diretor, um vice-diretor e uma secretária, além de uma supervisora pedagógica. O quadro docente é composto por 45 professores, dos quais 15 são dos anos iniciais.

A escolha da escola obedeceu ao critério do interesse e aceitação, por parte de professores e gestores, para a realização do trabalho. O processo para essa aceitação e interesse aconteceu a partir de contatos informais com a supervisora pedagógica e o diretor da escola, em seguida um contato programado com os professores da instituição, durante uma reunião de planejamento.

Nesta oportunidade a supervisora abriu um espaço para apresentação da idéia do curso e das motivações que me levavam a acreditar em sua importância; em seguida, os professores e gestores opinaram sobre o que estava inicialmente planejado. 10 das 15 professoras dos anos iniciais estavam presentes nesse encontro, e demonstraram interesse em participar do processo de formação. Após a discussão das condições de realização do curso, 02 delas evidenciaram incompatibilidades de datas e horários, o que reduziu para 08 o número das professoras envolvidas. Essas 08 professoras lecionavam em diferentes anos do Ensino Fundamental.

Sete das professoras participantes tinham curso de graduação e uma tinha curso Magistério nível médio. Das graduadas, seis tinham formação em Pedagogia e uma em Letras; três delas tinham também pós-graduação *lato sensu*, duas em Psicopedagogia e uma em Planejamento Educacional. Duas professoras lecionam há mais de quinze anos, três professoras entre dois e cinco anos, e três lecionam entre seis e onze anos.

O contato inicial configurou-se como um encontro de negociação. Ele objetivou a aproximação com o campo, vinculação com o ambiente e os sujeitos, no sentido de ganhar-lhes a confiança, compreender melhor as necessidades do grupo, buscando acolher sugestões de mudança na proposta do curso.

O curso[4] foi realizado, portanto, com 08 professoras e teve duração de 20 horas-aula, divididas em seis encontros, acontecidos dentro da própria escola, nos sábados de planejamento, durante um período de quatro meses – maio, junho, agosto e setembro. Essa organização visava não impor às professoras uma sobrecarga de trabalho, dando-lhes tempo para processar o que era vivenciado e discutido, realizar leituras complementares, maturar

[4] O curso encontra-se detalhado no capítulo 4, na seção referente à descrição das vivências pedagógicas.

suas percepções e até tentar transpor seus aprendizados para suas aulas, embora avaliar tal transposição não fosse o foco desta pesquisa.

No primeiro encontro do curso, foi realizada uma vivência pedagógica[5] que objetivava a aproximação com o campo e o aprofundamento da vinculação com os sujeitos da pesquisa. Foi também aplicado um diagnóstico (apêndice 01) para identificar e analisar os conhecimentos e o uso de diferentes representações semióticas pelas professoras, nas resoluções de problemas aritméticos. Nos cinco encontros seguintes foram propostas, às professoras, vivências pedagógicas envolvendo atividades em torno dos conteúdos sistema de numeração decimal e operações fundamentais. Essas atividades eram vivenciadas, discutidas e analisadas com elas, a partir dos elementos da Teoria dos RRS.

O curso foi ministrado por mim, o que exigiu atenção a diferentes elementos da dinâmica da sala de aula, quais sejam: o trabalho com os conteúdos, a realização das vivências com as professoras participantes, a atenção às demonstrações de conhecimentos, dúvidas e observações das professoras. Constituiu-se, assim, um conjunto de elementos difícil de ser registrado paralelamente à própria regência do curso.

Diante desse obstáculo, contei com a colaboração de dois observadores externos, membros do grupo de pesquisa do qual eu participava e onde se estudava a teoria dos RRS. Eles se inseriram na pesquisa na condição de observadores participantes, nos termos colocados por Fiorentinni e Lorenzato (2006, p.107): “o termo participante [...] significa, principalmente, participação com registro das observações, procurando produzir pouca ou nenhuma interferência no ambiente de estudo”. É o mesmo tipo de observador proposto por Haguette (1992, p.73) como o “‘observador passivo’ – aquele que interage com os observados o mínimo possível.”

Os observadores externos realizaram anotações em diário de campo, a partir de uma “grade de registros”, o que caracterizou a observação como “estruturada” (FIORENTINNI e LORENZATO, 2006, p.108). A presença dos observadores bem como o seu papel foi revelado e pactuado, antecipadamente, com os sujeitos pesquisados. Nessa grade de registros (apêndice 02) constavam os acontecimentos, as atividades realizadas, a reconstrução de diálogos, os comportamentos dos observados e o meu próprio, além de opiniões dos observadores.

---

[5] Essa denominação baseia-se em Moscovici (2003), e diz respeito a uma ou mais atividades que têm como características a clareza de objetivo, o planejamento prévio, a sensibilidade para a escuta dos sujeitos, a observação atenta às suas falas e a possibilidade de redirecionamento das atividades a partir da dinâmica do grupo, buscando favorecer a aprendizagem e as relações interpessoais.

Os observadores externos tiveram encontros prévios comigo no sentido de discutir a grade de registro, bem como a sua participação no curso. Após cada aula, realizei uma reunião com os observadores externos para partilha das observações: percepções e opiniões sobre as aulas, desempenho dos sujeitos e acontecimentos relevantes. Estes encontros foram importantes para os ajustes ao longo do curso. Além dos registros de observação, foram realizadas também gravações em áudio, visando captar o máximo possível de detalhes.

As reuniões com os observadores foram importantes para ressaltar diversas categorias de análise. Foi, entretanto, a partir do final do processo de coleta de dados que efetivamente se realizou a análise das informações.

> A etapa de análise das informações obtidas no trabalho de campo, ou levantadas a partir de documentos, é uma fase fundamental da pesquisa. Dela depende a obtenção de resultados consistentes e de respostas convincentes às questões formuladas no início da investigação (FIORENTINNI e LORENZATO, 2006, p.133).

Nesse sentido, a análise dos dados envolve a interpretação. Ou, como afirma Gomes (1999, p.68), “a análise e a interpretação estão contidas num mesmo movimento: o de olhar atentamente para os dados da pesquisa”. Com base nisso, foram realizadas repetidas leituras do material, guiadas pelas questões e pelos objetivos de pesquisa. Assim sendo, a análise envolveu, em primeiro lugar, a transcrição de gravações e a organização das informações – observações, respostas aos exercícios, falas das professoras.

Em seguida, foi realizado um processo de categorização, a partir de análise dos dados contidos em cada instrumento de coleta, sem a necessidade de que todas as categorias estivessem pré-estabelecidas. Elas também emergiram da própria análise, na articulação entre dados empíricos e teoria, na busca pelos núcleos de sentido presentes nos dados. Nesse processo optei pelo auxílio do NUD*IST, versão 4 – Non-numerical Unstructered Data * Indexing, Search, Theorizing, programa que

> enquadra-se nas técnicas que desenvolvem uma análise qualitativa, nomeadamente uma análise temática. É sobretudo uma análise relacional com uma vertente estatística muito limitada. A associação e a subdivisão de categorias são as suas operações mais importantes. Com estas podemos desmontar o texto, em função do encadeamento dos núcleos de sentido e da forma como estes se hierarquizam (do geral para o particular). A forma como o programa materializa este conjunto de operações é através da chamada estrutura em árvore invertida, que é utilizada em algumas técnicas de análise de conteúdo. (FERREIRA e MACHADO, 2008).

O programa colaborou, principalmente, na análise das respostas ao diagnóstico. As informações do curso – registro dos observadores e transcrição das gravações – foram interpretadas num movimento de inferências, buscando os significados implícitos nos textos e suas condições de produção. A análise das categorias emergidas teve como base a teoria apresentada no quadro teórico referencial da pesquisa, notadamente a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, o recorte feito acerca da formação de professores e do ensino e aprendizagem da matemática nos anos iniciais do EF.

O resultado da trajetória percorrida, apresentado neste texto, está estruturado em quatro capítulos. O primeiro capítulo – "Múltiplos olhares sobre a matemática nos anos iniciais do ensino fundamental" – discute o ensino e os resultados das avaliações da aprendizagem da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a partir do olhar oficial (PCNs e avaliações), do olhar de pesquisadores dessa temática, e de um olhar sobre os conhecimentos matemáticos trabalhados nesta pesquisa (números e operações numéricas). Essa discussão vem sempre entremeada pelo olhar das professoras, sujeitos da pesquisa, demonstrado ao longo do curso.

A dinâmica de trazer as falas das professoras para a discussão segue no capítulo 2: "Formação de professores que ensinam matemática". Este capítulo discute a importância da articulação teoria e prática na formação de professores e a formação específica de professores que ensinam matemática nos anos iniciais do EF.

O capítulo 3: "Os Registros de Representação Semiótica: uma escolha teórica" apresenta o quadro teórico que dá suporte às análises deste trabalho. Nele são discutidos aspectos pertinentes ao uso de diferentes representações no ensino e aprendizagem da matemática, as atividades cognitivas ligadas às representações, notadamente a conversão, além dos fatores de congruência e incongruência.

O capítulo 4: "O que aprendemos com o processo de formação de professores" apresenta a análise detalhada do diagnóstico realizado com as professoras, visando perceber o seu nível de elaboração dos conceitos relativos a números e operações, bem como o uso de diferentes representações; uma descrição das vivências pedagógicas propostas no curso, e as análises das vivências, agrupadas em categorias emergidas desses momentos.

Finalmente, as "Reflexões finais ou início de outra conversa", nas quais teci considerações acerca das percepções das professoras acerca de sua aprendizagem e do potencial da teoria para suas práticas pedagógicas. É onde abro também outras possibilidades de estudo e pesquisa a partir de novas inquietações surgidas ao longo desse processo.

Embora considerando as dificuldades de superação da dicotomia entre a teoria e a prática, tentei, nesta pesquisa, sistematizar os resultados num diálogo, onde as idéias dos diversos interlocutores e as minhas se entrelaçaram formando um tecido único. Este fazer, como um ensaio, foi prazeroso e possibilitou-me, como tecelã, tentar fazer, como diz Vergani (2009), da compreensão simbólica a atividade da imaginação que é raiz da força criativa.

CAPÍTULO 1. MÚLTIPLOS OLHARES SOBRE A MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Este capítulo estrutura-se em três seções, nas quais busco discutir e articular diferentes perspectivas em torno da matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. A perspectiva oficial, a visão de pesquisadores e a dos professores pesquisados.

1.1 UMA PERCEPÇÃO OFICIAL ACERCA DA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O ensino e a aprendizagem da matemática no Ensino Fundamental constituem processo de formação do cidadão, pelo desenvolvimento de capacidades relativas à estruturação do raciocínio lógico para apreender seu entorno e possibilitar uma participação social mais consciente.

Para a efetivação desse ensino e aprendizagem, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental enfatizam que o papel da matemática compreende a formação das capacidades intelectuais, a estruturação do pensamento, a agilização do raciocínio dedutivo, a aplicação do raciocínio a problemas, situações da vida cotidiana e o apoio ao aprendizado em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1997).

Nesse sentido, o Ensino Fundamental compreende um nível de ensino em que o potencial do conhecimento matemático deve ser trabalhado amplamente. Esse trabalho deve envolver a linguagem, a organização dos conteúdos em espiral, o trabalho em grupos, a problematização do cotidiano, a articulação entre as áreas da matemática, além da articulação com outras áreas do conhecimento e temas da realidade, na busca pela inserção sócio-cultural do homem.

Aqui se coloca uma contradição relevante sobre o ensino e a aprendizagem da matemática: por um lado, a matemática se mostra como aprendizado fundamental à construção dos diversos conhecimentos e formação do cidadão e por outro, há os frequentes resultados negativos apresentados nas avaliações oficiais.

No que se refere apenas às avaliações oficiais dos anos iniciais do Ensino Fundamental, nível educacional focado nesta pesquisa, são realizadas a Prova Brasil e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), na esfera federal. A partir dos resultados dessas avaliações periódicas é possível perceber que as crianças têm demonstrado pouco êxito no aprendizado da matemática.

Os dados do SAEB, relativos às médias de proficiência em Matemática, de alunos da 4ª série[6] do Ensino Fundamental, no Brasil e no Ceará, apontaram para os seguintes resultados, em dez anos de avaliação:

Tabela 1: Média de proficiência dos alunos de 4ª série em matemática por ano

Média de proficiência dos alunos de 4ª série em matemática por ano						
Ano	1995	1997	1999	2001	2003	2005
Brasil (média)	190,6	190,8	181	176,3	177,1	182,4
Ceará (média)	183,3	187,8	170,4	159,5	165,0	165,6

FONTE: INEP/MEC

Estes dados mostram o pouco crescimento, no período considerado, das médias que representam essa proficiência, e até, por vezes, o decréscimo nessa escala de níveis. Além disso, explicitam que a média do Ceará apresenta-se abaixo da média nacional, e que essa diferença cresce, consideravelmente, nos últimos anos.

Essa avaliação foi complementada, a partir de 2005, pela PROVA BRASIL, que, diferente do SAEB, não capta dados por amostragem, mas avalia todos os alunos das séries pesquisadas na escola, apresentando-os por série, escola, município, estado, além dos dados consolidados nacionalmente. A apresentação dos dados se dá também dentro de uma escala de níveis, sem pretender comparação entre diferentes séries, mas buscando o acúmulo de conhecimento, ou seja, que na 8ª série se saiba mais que na 4ª.

Os resultados mais detalhados da Prova Brasil/2005, em matemática, para a 4ª série, apresentaram os seguintes percentuais de crianças em cada uma das faixas de desempenho:

---

[6] Nomenclatura utilizada à época da criação dessa avaliação.

Tabela 2: Distribuição de percentual de alunos por escala de competências e habilidades

Distribuição de percentual de alunos por escala de competências e habilidades		
Escalas	Abrangência	
	Brasil	Ceará
0 – 125	9,16%	18,06%
125 – 150	16,25%	24,11%
150 – 175	22,13%	29,48%
175 – 200	19,80%	11,56%
200 – 225	15,29%	13,34%
225 – 250	9,62%	2,65%
250 – 275	5,22%	0,81%
275 – 300	2%	-
300 – 325	0,50%	-
325 – 350	0,03%	-

FONTE: INEP/MEC

O nível mais alto atingido nacionalmente, de acordo com estes dados, está no intervalo 325 – 350, mesmo assim com um percentual nada representativo de alunos (0,03%). Quando considerado apenas o estado do Ceará, o desempenho máximo fica na faixa de 250 a 275, com 0,81% de alunos, o que denota uma distância considerável do mais alto nível atingido nacionalmente. Observo, ainda, que 71,65% dos alunos do Ceará encontram-se nas faixas de desempenho de 0 a 175, ou seja, mais da metade dos alunos demonstram competências e habilidades em matemática, da ordem de até a metade do mais alto nível atingido no Brasil.

É necessário, portanto, elevar essas médias, ou seja, aprendizagens, tanto no Ceará quanto no Brasil, buscando atingir escalas cada vez mais elevadas, que significa mais competências e habilidades em matemática.

No faixa de desempenho 150 – 175, onde se encontra o maior percentual de crianças, tanto no nível nacional, quanto no nível estadual (Ceará), as competências demonstradas são as seguintes:

> resolver problemas envolvendo adição ou subtração, estabelecendo relação entre diferentes unidades monetárias (representando um mesmo valor ou uma situação de troca, incluindo a representação dos valores por numerais decimais); calcular adição com números naturais de três algarismos, com reserva; reconhecer o valor posicional dos algarismos em números naturais; localizar números naturais (informados) na reta numérica; ler informações em tabela de coluna única; e identificar quadriláteros. (INEP/MEC, 2005).

Estas competências apresentam características de um aprendizado inicial da matemática, nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Elas não condizem com os conteúdos selecionados para a 4ª série na maioria dos livros didáticos com recomendação pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), a partir dos PCNs. Portanto, o nível de desempenho em matemática onde se encontra a maior parte dos alunos da 4ª série, além de corresponder apenas à metade do nível mais alto atingido no País, não satisfaz ao que se tem oficialmente determinado como meta de aprendizagem matemática para essa série.

Além dessas avaliações federais, o estado do Ceará realiza, desde 1992, o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará – SPAECE. Os resultados dessas avaliações estaduais têm o objetivo de orientar as políticas públicas voltadas à educação. Os resultados divulgados, da 4ª e 8ª séries do EF, relativos ao período de avaliação 2001/2002/2003 apresentam um comparativo, entre os três anos, onde

> Os resultados obtidos demonstram homogeneidade no desempenho médio das escolas e dos CREDE nas diferentes regiões do estado. Em língua portuguesa, as médias de desempenho dos alunos são superiores às médias obtidas em matemática nas duas séries avaliadas. A análise comparativa do desempenho 2002-2003 no Ensino Fundamental registra um decréscimo significativo em Língua Portuguesa, permanecendo estável em Matemática. Movimento inverso registra-se no Ensino Médio, com o crescimento em Língua Portuguesa e decréscimo em Matemática. (SEDUC, 2008)

A partir dessas informações observo a existência de uma diferença nas médias de desempenho de Língua Portuguesa e Matemática dos alunos da 4ª e 8ª séries do Ceará no período considerado, denotando menos competência desses alunos com a matemática. Essa percepção é complementada pela oscilação de desempenho entre essas disciplinas, conforme citado, traduzida no movimento de decréscimo dos resultados relativos à matemática em detrimento dos resultados em Língua Portuguesa no período final da Educação Básica, o Ensino Médio.

No entanto, é sabido que resultados estatísticos como esses possuem uma margem de incerteza que necessita ser levada em conta. Ou seja, esses resultados não traduzem exatamente a realidade relativa à aprendizagem e compreensão matemática dos alunos avaliados, inclusive por tratar-se de pesquisas amostrais. Além disso, a própria forma como essas avaliações são realizadas reforça, por um lado, a falta de sentido do conhecimento matemático que venho questionando, e por outro a exclusão de quem não consegue acompanhar o ensino padrão da matemática.

Percebo, assim, o quanto ainda é preciso avançar para que a aprendizagem matemática consolide as habilidades de "generalizar, projetar, prever e abstrair, favorecendo a estruturação do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico" (BRASIL, 1998, p.29), como proposto nos PCNs. Para a consolidação dessas habilidades basilares, este documento curricular recomenda uma prática pedagógica que recorra à história da matemática, ao uso de jogos, às tecnologias e à resolução de problemas. A prática pedagógica, no entanto, compreende uma série de fatores e condicionantes partes de uma discussão maior, ligada à formação e profissionalização de professores, tema a ser enfocado no segundo capítulo deste trabalho.

1.2 UM OLHAR DOS PROFESORES E PESQUISADORES

O ensino e a aprendizagem da matemática têm sido tema de inquietações, discussões e tentativas de inovações, por parte de professores e pesquisadores. A partir de inquietações geradas nos contextos da sala de aula e da pesquisa acadêmica, professores e pesquisadores têm discutido e tentado inovações no ensino e aprendizagem da matemática.

Ao buscar referências na história do ensino de matemática, inicio com um movimento que teve ressonância no Brasil a partir de meados da década de 1960, o Movimento da Matemática Moderna. Esse movimento, com sua “ênfase para a linguagem simbólica de conjuntos e sobrecarga de aspectos formais na apresentação dos conteúdos matemáticos” (BITTAR e FREITAS, 2005, p.21), causou mudanças didático-pedagógicas no ensino da matemática. Desta forma, tornou o ensino e o currículo distantes do contexto real dos alunos, o que pode ser apontado como uma das causas de seu declínio.

Em seguida surgiram, dentre outras possibilidades no ensino da matemática no Brasil, a repetição exaustiva de modelos, através de exercícios, e a manipulação de materiais concretos, como alternativas metodológicas para o sucesso da aprendizagem. A década de 1990, com a promulgação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9394/96), a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e o início de uma preocupação mais sistemática com a formação de professores, trouxe, segundo Bittar e Freitas (2005, p.22), outras referências para esse ensino e aprendizagem, como: “problematização contextualizada, evolução histórica de conceitos, abordagem interdisciplinar, articulação de conteúdos, uso de novas tecnologias, valorização da avaliação processual e modelagem matemática, entre outros.”

As transformações ocorridas no ensino da matemática, segundo D’ambrosio (1996), dizem respeito a suas características sócio-culturais e históricas. Portanto, o contexto atual tem tornado imperativo o aprendizado da matemática, mas uma matemática inserida no cotidiano. Uma matemática percebida nas atividades de pensamento que visem classificar, seriar, ordenar; uma matemática que permeie também as operações sobre quantidades, grandezas ou medidas. E que esteja presente no uso das tecnologias, sobretudo as da informação, cada vez mais necessárias na realidade das pessoas, inclusive no mundo do trabalho.

Sobre transformações no ensino da matemática e o que esse ensino tem exigido no contexto atual, as professoras, sujeitos desta pesquisa, também opinaram. Suas opiniões são trazidas a partir deste ponto do trabalho, identificadas pelos códigos P1, P2, P3, ... P8.

Durante a realização do curso, parte integrante do processo de coleta de dados da pesquisa, as professoras discutiram que o ensino e o currículo de matemática devem atentar para a necessidade de mudanças. Para elas, há a necessidade de um ensino reflexivo da matemática, conforme evidenciam as falas a seguir:

> *A educação matemática vivenciada pela minha geração [década de 1980] não foi estimulada a pensar, a refletir sobre certas questões. Fica difícil resolver questões de raciocínio rápido. É importante passarmos aos nossos alunos um conhecimento mais reflexivo, mais prático* (P8).
>
> *É preciso abrir a mente para ver a matemática na tônica reflexiva, como docente. Não é mais só lidar com números* (P7).

As professoras opinam sobre como deve ser o ensino de matemática hoje, a partir da comparação com o ensino de matemática ao qual tiveram acesso. Evidenciam, neste último, a ausência de reflexão e um currículo centrado em números, isto é, sobretudo voltado para os cálculos, o que para elas foi um elemento determinante para suas aprendizagens sem reflexão.

As mudanças de que falam as professoras devem decorrer da utilização de diferentes técnicas. *As formas de aprender e ensinar mudaram: antigamente não podia contar nos dedos e hoje pode usar várias técnicas* (P2). As técnicas continuam a ocupar papel central, na percepção de ensino das professoras, reduzindo-se assim o papel da qualificação do professor e da mediação que este exerce no ambiente da sala de aula.

No entanto, compreendo que a ação pedagógica do professor é insubstituível, independente dos mediadores que ele utilize em suas aulas. Utilizar jogos, tecnologia da informação, materiais manipuláveis (concretos), além do livro didático ou outros pode favorecer a aprendizagem, mas é necessário atentar para um cuidado vital em reconhecer esses materiais apenas como componentes para mediar a construção do conhecimento pelo aprendiz, a partir da imprescindível ação do professor.

Porém, para isso, é necessário que o professor conheça esses materiais e suas possibilidades. Durante o curso ministrado às professoras sujeitos desta pesquisa percebi a pouca familiaridade do grupo com alguns materiais amplamente disponíveis na escola, mas que não são utilizados pelas professoras, por causas diversas. Uma dessas causas é o desconhecimento teórico e metodológico para o uso do material concreto como auxiliar na prática pedagógica, conforme revelado nas falas que se seguem:

> *Nunca usei esse material não, mas já vi* (P3). [em relação ao material dourado[7]]
>
> *Sei que usamos as cores com esse material* (P1). [em relação ao material de Cuisenaire[8]]
>
> *Mas às vezes até o professor tem vontade de usar...* (P2).
>
> *Mas não sabe* (P4).

As professoras referem-se à sua prática também. Aos hábitos e condições de uso desses materiais na escola:

> *A importância do material também... Que a gente não tem o hábito de usar isso aqui* (P6).
>
> *Por isso está mofado* (P7).
>
> *Cheio de teia de aranha* (P4).

A seleção do material e das atividades adequadas a ele depende do professor. “Nenhum material, por mais rico e sofisticado que seja, dispensará o trabalho do professor no processo de construção do conhecimento” (BITTAR e FREITAS, 2005, p.29). No entanto, para isso, o professor precisa de uma formação com esse intuito.

Na reflexão sobre as vivências realizadas com materiais manipuláveis, durante o curso ministrado às professoras, elas perceberam suas possibilidades de aprendizado usando esses materiais:

> *As peças estimulam, dá vontade de pegar. Dá vontade de aprender mais, ter outras aulas* (P2).
>
> *Eu tive mais interesse nesse curso porque eu sempre tive dificuldade em matemática, e aqui, trabalhando com esses materiais, está abrindo a minha mente* (P7).
>
> *Esse material Cuisenaire eu não sabia trabalhar com ele não. Dá pra fazer muita coisa com ele, porque representa cores e quantidades* (P5).

A manipulação dos materiais em vivências pedagógicas voltadas para aprendizagens da matemática parece ter feito as professoras perceberem a possibilidade de melhoramento dessas aprendizagens a partir desse uso. Além disso, elas estabelecem relação entre suas aprendizagens no curso e a utilização desse material concreto no ensino de matemática, pelas

---

[7] “Criado pela médica italiana Maria Montessori (1870 – 1952) [...], [esse material permite] que a criança visualize os valores de cada peça por correspondência dos tamanhos e formatos.” (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p.72).

[8] “Criado pelo professor belga Georges Hottelet Cuisenaire, que o apresentou em [...] 1952. O material de Cuisenaire compõe-se de barrinhas de madeira *[coloridas]* em forma de prisma, com altura que varia de 1 cm a 10 cm” (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p.104).

possibilidades de trabalho com ele. Porém, P2 julga que não é possível realizar muitas dessas vivências com os alunos: *Mas muitas vezes a gente até tenta, mas os meninos dizem: 'tia, que horas começa a aula? Não tem dever hoje não?'* (P2).

Essa fala denota a percepção da professora de que a tentativa do uso de materiais manipuláveis esbarra na resistência dos alunos, em face de sua visão padronizada do que seja a aula. De acordo com o depoimento da professora, a responsabilidade pela não utilização do material manipulável passa a ser do aluno, isentando-a.

As vivências pedagógicas propostas com materiais manipuláveis, durante o curso, fizeram as professoras reconhecer que a manipulação, para gerar aprendizagem, deve ser complementada, como recomenda Duval (1995), pela representação com diferentes registros, numa aproximação entre a teoria e a prática, o concreto e o abstrato:

> *A partir de tudo que comentamos, eu fui relacionando com as atividades que a gente fez. Tem tudo haver. A gente fez primeiro na prática, pra depois compreender a teoria* (P1).
>
> *Fica mais fácil na aplicação antes* (P8).
>
> *Na sala, a gente faz o contrário, né? A gente primeiro explica a teoria para os meninos pra depois aplicar. E assim como fizemos vai abrindo mais a mente... A gente fez a prática e comentou, depois relacionou com a teoria* (P1).

As professoras relacionam a experiência vivida com a sua prática de sala de aula. Suas falas reafirmam a concepção de Bittar e Freitas (2005), segundo a qual, o uso de materiais concretos no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos tem como meta a experimentação para a teorização e posterior formalização do raciocínio. Essa visão deve ser, portanto, levada em conta no trabalho didático com o bloco de conteúdos números e operações, básico na estruturação do pensamento matemático das crianças dos anos iniciais. Lançaremos, agora, o nosso olhar sobre esse tema.

1.3 UM OLHAR SOBRE NÚMEROS, OPERAÇÕES NUMÉRICAS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Na divisão estabelecida entre os conteúdos matemáticos relativos aos anos iniciais, os PCNs estruturam quatro blocos: grandezas e medidas, espaço e forma, tratamento da informação e números e operações. Dentro de cada bloco, o documento recomenda uma seleção de conteúdos que identifiquem e coordenem os "conhecimentos, competências, hábitos e valores socialmente relevantes" e que contribuam "para o desenvolvimento intelectual do aluno" (BRASIL, 1997, p.53). Cada bloco de conteúdos, portanto, tem sua especificidade na construção desses conhecimentos e desenvolvimento. Este trabalho se debruça, especificamente, sobre o sistema de numeração decimal, as operações numéricas e as situações-problema, partes integrantes do bloco Números e Operações.

Muito se tem pesquisado a esse respeito em trabalhos como o de Pauleto (2001), Lima (2001), Barreto (2002), Reges (2006), Maia (2007), dentre outros. Estas pesquisas buscam compreender a formação do conceito de número, dão relevo às concepções sobre o sistema de numeração decimal (SND), o desempenho nas operações com os números e na resolução de situações-problema, tanto por parte de crianças, estudantes do Ensino Fundamental, como por parte de professores.

> Os sistemas de numeração amplificam nossa capacidade de raciocinar sobre quantidades. Portanto, os sistemas de numeração são necessários para que os alunos venham a desenvolver sua inteligência no âmbito da matemática, usando os instrumentos que a sociedade lhes oferece. (NUNES et. al., 2005, p. 33)

A importância da compreensão do sistema de numeração é reconhecida também entre as professoras pesquisadas: *"O alicerce de todo o SND está nesses significados aí, do agrupamento na base dez e das trocas"* (P6). O domínio conceitual e didático dos conteúdos a serem ensinados é também necessidade formativa dos professores. E uma alternativa pode ser cada professor repensar "sua prática de sala de aula e" [...] buscar [...] "aprofundar cada vez mais seus conhecimentos sobre os conteúdos matemáticos que trabalha e também sobre seus alunos, sobre como pensam e como aprendem matemática." (BITTAR e FREITAS, 2005, p.18)

As dificuldades de seu aprendizado são comentadas pelas professoras sujeitos desta pesquisa: *Olha, eu tenho muitas dificuldades, principalmente quando envolve questões de aritmética relacionadas a tempo, frações que sou péssima* (P7). Essa fala ratifica a necessidade de aprofundar os conhecimentos matemáticos de que falam os autores citados.

O bloco dos Números e Operações, por meio das operações aritméticas (mesmo sabendo que a aritmética está presente nos outros blocos), apresenta também possibilidades férteis para um trabalho focado nos símbolos e na linguagem matemática, conforme trazem os PCNs:

> ao longo do ensino fundamental os conhecimentos numéricos são construídos e assimilados pelos alunos num processo dialético, em que intervêm como instrumentos eficazes para resolver determinados problemas e como objetos que serão estudados, considerando-se suas propriedades, relações e o modo como se configuram historicamente (BRASIL, 1997, p.55).

Nos anos iniciais, o conceito de número e as operações aritméticas são conhecimentos em construção, assim como estão também em fase de consolidação as competências de leitura (ler e compreender os significados e relações das palavras no discurso textual). Por isso vale lembrar que a apreensão das operações requer, além do domínio do sistema de numeração como linguagem simbólica, a familiarização com resolução de diferentes problemas, contendo variados níveis de complexidade.

O tema Resolução de Problemas tem sido muito pesquisado no ensino da matemática. O clássico livro de Polya, *A Arte de Resolver Problemas,* inaugura o interesse nessa temática por professores e alunos. Nesta obra, Polya (1986), apresenta um modelo teórico de classificação das etapas percorridas na resolução de problemas. Segundo ele, seriam quatro essas etapas: compreensão do problema; elaboração de um plano de resolução; execução do plano; retrospecto ou exame da solução produzida.

Diversas são as concepções de resolução de problema apresentadas em pesquisas ao longo dos anos. Nos anos 80 do século XX, a concepção era condizente com a que Branca (1980) enuncia. Para a autora, são três concepções: meta, processo e habilidade básica. Como meta: o problema é o alvo do ensino, que deve preparar o aluno para conseguir resolvê-lo; no sentido de processo, o foco se volta para os procedimentos, como acontece com as etapas de Polya; enquanto habilidade básica, a idéia central é a da resolução de problema como competência mínima para a inserção no mundo do conhecimento e do trabalho.

Os anos 90, do mesmo século, abrem espaço para a Resolução de Problema numa dimensão de metodologia de ensino, conforme enuncia Onuchic (1999, p.207). “A Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino passa a ser o lema das pesquisas e estudos de Resolução de Problemas para os anos 90”. Assim, o problema é o meio para deflagrar a construção de conhecimentos, num movimento que vai de uma situação real, concreta, para uma representação simbólica, abstrata de sua solução.

Smole e Diniz (2001) atentam para o uso de recursos da comunicação nas aulas de matemática, particularmente na Resolução de Problemas. Esses recursos envolvem um trabalho didático voltado para a leitura e a escrita, o uso de outras representações como o desenho, além da representação numérica. Dante (1988) desenvolve trabalho abrangendo a criatividade na resolução de problema.

A Resolução de Problemas se faz presente hoje nas diversas temáticas e áreas da Educação Matemática. Para os PCNs, o aluno, ao final do primeiro ciclo do EF, deve ser capaz de “resolver situações-problema que envolvam contagem e medida, significados das operações e seleção de procedimentos de cálculo” (BRASIL, 1997, p.76). Na discussão sobre resolução de problemas, após vivências realizadas durante o curso, as professoras também se posicionaram a este respeito: *a resolução de problemas exige concentração e noções das operações matemáticas* (P1). Desta forma, a professora define os requisitos a serem preenchidos pelos alunos para resolver problemas, numa visão de aplicação final de habilidades adquiridas. No entanto, os PCNs orientam, em relação à situação-problema, que ela seja ponto de partida para a aprendizagem, através do desenvolvimento de estratégias pelos alunos.

> Problema não é, certamente um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada. (BITTAR e FREITAS, 2005, p.28).

Desta feita a Resolução de Problemas se caracteriza como espaço de participação ativa dos estudantes, onde os problemas são instrumentos definidos e a sua resolução uma coordenação de atividades realizadas em vários níveis de complexidade. (Onuchic, 1999). É mister, portanto, discernir o conceito de problema: situação que estimule a busca de sua solução, que não deve ser óbvia, senão seria exercício. Para ser problema é preciso colocar para pensar (Bittar e Freitas, 2005). É importante, portanto, ressaltar que a resolução de problema, nessa perspectiva, caracteriza-se como método de ensino, o que é diferente da resolução de problema como exercício matemático.

A concepção de Diniz (2001) converge para essa visão e é denominada “perspectiva metodológica”, um modo de organizar o ensino para além de procedimentos estanques. A autora nomeia situação-problema porque, para ela a “Resolução de Problemas trata de situações que não possuem solução evidente e que exigem que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução.” (DINIZ, 2001, p.89).

Ao analisar as situações-problema propostas no diagnóstico feito no início do curso, uma das professoras afirmou: A*lgumas possuem dados desnecessários que dificultaram ou em nada auxiliaram na resolução. Mas no geral foram interessantes, pois me fizeram refletir mais sobre dados implícitos que são fundamentais* (P8). A professora demonstra a pouca familiaridade com a presença de dados excessivos em uma situação-problema. Sua estranheza pode ser indício de maior experiência com o que Diniz (2001) denomina problema convencional.

Este tipo de problema, segundo a autora, possui informações curtas, explícitas e é trabalhado como culminância de um conteúdo. É resolvido pela simples aplicação de algoritmos, requer a identificação das operações e a resposta em linguagem matemática. Requer, ainda, apenas a solução numérica, correta, que é única e sempre existente.

Para Onuchic (1999), o foco do ensino da matemática, relativo à resolução de problemas, deve ser a compreensão do problema. Isso muda a visão restrita "de que a matemática é apenas uma ferramenta para resolver problemas, para uma visão mais ampla de que matemática é um caminho de pensar e um organizador de experiências" (ONUCHIC, 1999, p.208).

Na avaliação de um exercício de resolução de problemas realizado no curso, as professoras descreveram suas experiências, enquanto alunas, em que só se podia usar o procedimento demonstrado como modelo pelo professor, na resolução do problema:

> *Nós, professores, estamos acostumados a ter aquela resposta... Enquanto alunos, no Ensino Médio... era aquela resposta, tinha que ser daquele jeito e pronto. Se você não fizesse... Se você fizesse assim por representação estava errado, mesmo que o resultado lá no final estivesse certo...* (P8).
>
> *Se a gente usasse outro caminho ele* [o professor] *não considerava* (P7).
>
> *É que o professor tem que ter um bom senso* (P5).

As professoras apontam uma visão restrita por parte de seus professores. Visão que centra a resolução de problemas no procedimento único e no resultado correto. Elas demonstram também sensibilidade para outras possibilidades na prática pedagógica, denotada pela idéia de "bom senso." Para Diniz (2001, p.92), "a resposta correta é tão importante quanto a ênfase a ser dada ao processo de resolução, permitindo o aparecimento de diferentes soluções, comparando-as entre si e tornando possível que alguns dos resolvedores verbalizem como chegaram à solução."

Dessa forma, o pensamento matemático se desenvolve mais amplamente, pois é uma proposta em que se busca analisar qualitativamente a situação-problema, numa discussão dos dados, da questão e das soluções encontradas pelos alunos. Para isso é permitido e até necessário o uso de recursos da comunicação.

Nesse sentido, em uma atividade de resolução de situações-problema, durante o curso, foi realizado um momento de levantamento de hipóteses, discussão da situação e dos dados no grupo. Sobre esse momento as professoras refletiram, abordando a importância da discussão oral e coletiva para o levantamento de hipóteses, e do momento individual de elaboração e sistematização, tanto pela oralidade como pela escrita.

> *No momento da conversa... É importante porque tem a troca de idéias. Porque a gente percebe uma coisa, ela percebe outra e assim a gente encaixa as duas coisas e resolve o problema* (P7).
>
> *Isso antes era condenado* (P2).
>
> *A gente assimila, trocando idéias, vendo se o que o outro falou é parecido com o que a gente pensa* (P7).
>
> *Mas também tem que fazer só, né? Porque depois a gente foi fazer sozinho no papel* (P8).
>
> *Por isso às vezes eu deixo os alunos explicarem, porque às vezes eles entendem melhor quando o colega explica* (P1).

As professoras refletem sobre a metodologia adotada de discussão e levantamento de hipóteses acerca dos dados da situação-problema, percebendo a contribuição desse momento para elas e para seus alunos. Compreendendo a situação-problema como um texto a ser lido e interpretado, concordo com DIAS (2001) quando afirma que, além de trabalhar a leitura e a oralidade em situações reais de uso da mesma, para favorecer a compreensão da sua função social, a escola ou a professora precisa ajudar o aluno a questionar os diversos textos, a encontrar suas estratégias de leitura e refletir sobre elas, tornando autônomo o leitor.

Nessa perspectiva, a aula de matemática deve constituir-se também em espaço de leitura. Leitura de textos matemáticos, com o levantamento de questionamentos matemáticos e a busca de estratégias de leitura e raciocínio lógico-matemáticos, num verdadeiro movimento de formação de um “leitor matemático”.

Para Diniz (2001), dentro da concepção de “perspectiva metodológica”, a situação-problema deve permitir a problematização. Portanto, além de propor e resolver a situação, é necessário questionar as respostas obtidas e questionar a situação inicial. “A Resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre idéias e sobre o ‘dar sentido’. Ao resolver problemas, os alunos necessitam refletir sobre as idéias que estão inerentes e/ou ligadas ao problema.” (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004, p.223).

Portanto, a mediação do professor nessas atividades de questionamento e reflexão sobre a situação, o caminho percorrido e as soluções encontradas é fundamental para o aluno estruturar suas idéias e estratégias no trabalho com resolução de problemas, aproximando-se cada vez mais do conhecimento matemático.

Nesse sentido, trabalhar os conhecimentos matemáticos em termos de resolução de problemas requer a busca pelos conhecimentos prévios do aluno, pois ao buscá-los, tentar aplicá-los, ou ligá-los a outros conhecimentos em construção, ele amplia suas estratégias de resolução e consequentemente suas aprendizagens.

Requer também o questionamento às respostas encontradas, dando aos alunos tempo para pensar, oportunidade para justificar. Tudo a partir de perguntas que os instiguem a responder, tentar, refazer o pensamento e os procedimentos, variar as representações. É preciso saber ouvi-los e estimulá-los.

Para uma prática pedagógica com esse intuito, o professor precisa selecionar com cuidado os problemas com os quais trabalhar; reelaborar, muitas vezes, adequando ao nível de seus alunos, aos objetivos a serem alcançados; chamar o aluno a elaborar o enunciado a partir de alguns dados, usar a criatividade nesse processo de ensino e aprendizagem.

Porém, um problema existente na educação brasileira é que os professores não foram assim formados. Eles apresentam dificuldades para trabalhar com a resolução de problemas, para implementar as propostas e recomendações dos PCNs como um todo, inclusive no que concerne aos problemas. E, antes disso, para resolver problemas também. Sobre a resolução das situações-problema propostas no diagnóstico (início do curso), algumas das dificuldades sentidas pelas professoras ligam-se à sua formação, como ratificam as falas a seguir:

> E*u não tive uma base muito boa de matemática, por isso não sei resolver todas, tenho algumas dificuldades, como disse no início do curso* (P7).
>
> *Muito difícil. Primeiro não fiz nem o 4º pedagógico* (P3).

As professoras referem-se tanto à formação básica quanto à profissional para justificar suas dificuldades. P3 acredita que suas dificuldades poderiam ser menores, ou até inexistentes, caso ela tivesse feito o 4º pedagógico ou um curso superior.

As professoras observaram também analogias entre as suas dificuldades e as de seus alunos, caso lhes fosse proposto o mesmo diagnóstico respondido por elas. Em suas concepções, os alunos teriam dificuldades.

> *Baseando-se por mim mesma, acho que os de nº 4 e 5, porque envolvem diversos dados diferentes, que se interdependem* (P6).
>
> *Muitas. Principalmente aquelas que envolvem multiplicações (5ª, 6ª e 7ª questões)* (P1).
>
> *Sim, nos exercícios de regras de três, pois tenho dificuldades para transmitir* (P2).

Elas ressaltam quais situações-problema e conteúdos poderiam apresentar mais dificuldades para os alunos. As dificuldades foram centradas não apenas na resolução dos problemas, mas também nas suas dificuldades para o trabalho didático com os conteúdos.

Além disso, a professora refere-se a esse trabalho didático, como “transmissão de conteúdo”, denotando sua crença de que o conteúdo é transmitido por ela aos seus alunos.

A discussão realizada ao longo deste capítulo, e principalmente as contribuições trazidas pelas professoras pesquisadas apontam algumas respostas parciais às perguntas iniciais. As professoras parecem não trabalhar didaticamente problemas com diferentes graus de complexidade, mas reconhecem possibilidades de maior significação da aprendizagem matemática a partir da evidenciação da interação entre leitura e matemática no trabalho de levantamento de hipóteses, conhecimentos prévios e estratégias pelos alunos para a resolução desses problemas, apesar de demonstrarem não utilizar esses recursos em sua prática pedagógica.

Elas atribuem muitas das suas dificuldades com alguns conteúdos matemáticos e com o trato didático desses conteúdos, à sua educação básica e aos cursos de formação inicial, em que não foram vivenciadas nem discutidas diferentes estratégias e representações para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Tudo isso ratifica a necessidade de formação para essas professoras, que inclua também a resolução de situações-problema com dados desnecessários e os conteúdos por elas citados, além de uma reflexão fundamentada, acerca de sua prática pedagógica para o trabalho com situações-problema.

Nesse tocante, outras perguntas parciais ainda necessitam ser respondidas neste trabalho, como as que tangem à formação docente para o trabalho com a matemática nos anos iniciais: como os cursos de formação inicial estão formando o professor que ensina matemática nos anos iniciais? Até que ponto essa formação articula teoria e prática, conteúdo e didática? Esses cursos possibilitam que os futuros professores vivenciem discussões sobre suas aprendizagens e possíveis estratégias de ensino?

Assim, tentarei, no próximo capítulo, responder a essas e outras questões, por meio da discussão de aspectos relativos à formação de professores, notadamente nos cursos de Pedagogia, que formam o professor dos anos iniciais do EF. Discutirei também a necessária articulação teoria e prática na formação docente, tanto inicial quanto continuada.

CAPÍTULO 2. A FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

A formação de professores tem sido um tema muito discutido desde os anos 1980 até os dias atuais, recebendo diversos olhares, baseados em diferentes pressupostos teóricos. Em vários países, o tema tem sido aprofundado por autores como Nóvoa (1995), Shulman (1989), Popkewitz (1997), Zeichner (1993), Schön (1995, 2000), Tardif (2002), Alarcão (2003), Cachapuz (2003), dentre tanto outros.

As pesquisas, o debate e as políticas voltadas à formação docente são motivadas, no Brasil, principalmente, pela necessidade de reverter os resultados negativos dos estudantes da Educação Básica nas avaliações internas e para atender às exigências de organismos internacionais, a partir das avaliações externas. Esse movimento tem gerado pesquisas e produções relevantes como as de: Lima (2004), Imbernón (2006), Pimenta (2000), Perez (1999); Polettini (1999) Pimenta e Guedin (2002).

Reconhecendo, portanto, a amplitude dessa discussão e da própria formação, não pretendo, neste trabalho, abranger todas as dimensões dessas reflexões, mas focá-la, mais especificamente, na formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2.1 FORMAÇÃO DOCENTE E ARTICULAÇÃO TEORIA E PRÁTICA

No Brasil, a universalização da educação, que se concretizou mais fortemente a partir da LDB 9394/96, representa uma das consequências da Conferência Mundial de Educação para Todos, acontecida em 1990. O documento, no tocante à formação de professores para os anos iniciais, determina que ela deva ser feita “em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena em universidades e institutos superiores de educação” (art. 64 da LDB nº 9394, 1996). Essa formação acontece, via de regra, no curso de Pedagogia, embora ainda permaneça a aceitação de professores com formação em nível médio, no curso pedagógico, conforme art. 62 da referida Lei. Esta realidade foi encontrada na escola onde realizei a coleta de dados desta pesquisa, em que uma das professoras tinha esse nível de qualificação, conforme anunciado anteriormente.

No entanto, a formação inicial dos professores, mesmo em nível superior, não tem abarcado a complexidade da prática docente. Os debates têm evidenciado a necessidade de interações teórico-práticas mais consistentes nos cursos de licenciatura, visto que

> aprender a ensinar é um processo que continua ao longo da carreira docente e que, não obstante a qualidade do que fizermos nos nossos programas de formação de professores, na melhor das hipóteses só poderemos preparar os professores para começar a ensinar (ZEICHNER, 1993, p.19).

A formação inicial do professor é, portanto, apenas uma etapa da sua formação, compreende um início necessário para a assunção legal da profissão. Mas é após o ingresso efetivo no sistema de ensino que o professor começa, de fato, a sua caminhada rumo à construção da sua identidade profissional, quer seja do ponto de vista pedagógico, cultural, político, profissional ou pessoal.

Nóvoa (1998, p.34) adverte que

> os professores encontram-se hoje, perante vários paradoxos. Por um lado, são olhados com desconfiança, acusados de serem profissionais medíocres e de terem uma formação deficiente; por outro lado, são bombardeados com uma retórica cada vez mais abundante que os considera elementos essenciais para a melhoria da qualidade do ensino e para o progresso social e cultural. *Pede-se-lhes quase tudo. Dá-se-lhes quase nada*.

Diante disto, é preciso um cuidado no trato com a temática da formação de professores, para não atribuir apenas ao professor, a responsabilidade pela sua formação e desenvolvimento profissional, e pela própria melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos. Seria um erro desconsiderar o contexto sócio-econômico e cultural que cerca, historicamente, o professor, onde é possível perceber quão recente é a preocupação com sua formação e o quão descontextualizadas são algumas dessas iniciativas.

Aqui discuto a formação, portanto, como uma atividade humana intencional e interativa, dentro de uma visão sócio-histórica (Nunes, 2002). A formação, para esta autora, abrange as etapas da formação inicial e da formação continuada, que se dá após o início da efetiva docência, podendo ter certificação ou não.

> Aprender a ser professor, nesse contexto, não é, portanto, tarefa que se conclua após estudos de um aparato de conteúdo e de técnicas para a transmissão deles. É uma aprendizagem que deve se dar por meio de situações práticas que sejam efetivamente problemáticas, o que exige o desenvolvimento de uma prática reflexiva competente. (LIMA, 2004, p.18)

Muito se tem discutido acerca das iniciativas de formação continuada, sobre a ineficácia de iniciativas centradas em procedimentos estanques, desconectados das problemáticas emergentes do ensino, das necessidades do professor e da aprendizagem dos alunos, e que não acontecem no *lócus* da prática pedagógica – a escola.

Popkewitz (1998) discute e critica o que denomina visão “redentora” da formação, a qual, vinda de fora da escola, representa a solução para os males internos. Uma formação, nesse sentido, não leva em conta os conhecimentos e experiências dos professores, seus depoimentos, seus percursos formativos, suas dificuldades. Muitas vezes não atenta para a realidade e cultura local. Traz um saber pronto e não investiga o que os professores já sabem, o que pensam sobre o que sabem, o que precisam saber mais, suas angústias e dúvidas etc.

As professoras, sujeitos desta pesquisa, revelaram expectativas, diante do curso, que denotam uma percepção de melhorias para seu conhecimentos e práticas, vindas de fora para dentro:

> *Espero que o curso traga melhoria para as nossas aulas (P2).*
> *Desejo aprender mais, pois nunca fui boa em matemática (P7).*
> *Quero aperfeiçoar meus conhecimentos (P8).*
> *Fortalecer o que já domino e superar as dificuldades (P1).*

A fala de P2 apresenta o reconhecimento de uma relação direta entre uma formação e a consequência desta em sua prática pedagógica. P7, P8 e P1 admitem as lacunas existentes em sua formação, no que diz respeito à matemática.

O desejo por melhoria nas aulas, aperfeiçoamento e aprendizado das professoras revela a necessidade de formações continuadas para esse grupo. Compreendo, porém, que os cursos ofertados, mesmo que sejam de boa qualidade – proposta pedagógica eficaz, objetivos bem definidos, formadores competentes etc – não são os únicos responsáveis por produzir essa melhora das aulas e esse tão sonhado aprendizado das professoras, pois existem outros condicionantes à qualidade das aulas dessas professoras, relacionadas às condições de trabalho e a suas próprias histórias de vida. Percebo também, nessa necessidade de aprender matemática, importantes lacunas deixadas pela educação básica e pela formação inicial. Portanto, não tenho a ilusão de que a formação ofertada por ocasião deste trabalho venha a preencher todos esses espaços.

Busco, entretanto, oferecer um curso que trate de conteúdos básicos de matemática dos anos iniciais, levando em consideração as dificuldades específicas percebidas nas respostas dadas ao diagnóstico e utilizando um referencial teórico central que ajude as professoras a compreender e utilizar diferentes representações da matemática, percebendo-a como linguagem e assim buscando lê-la e interpretá-la.

Considero pertinente, ao pensar a formação continuada ou permanente, adotar a idéia de aprendizagem contínua, por parte dos professores, conforme sugere Cachapuz (2003, p.453), "articulando harmoniosamente saberes acadêmicos e epistemologias das práticas dos professores, lógica essa implicando necessariamente uma visão sistêmica da formação". Essa lógica sistêmica associa a aprendizagem do professor, sua prática, a reflexão sobre a prática e a teoria, num processo contínuo e articulado interna e externamente à escola.

> O ser humano vive num processo de ensino-aprendizagem permanente e falamos sempre de ensino-aprendizagem, mas é na inversão aprendizagem-ensino-aprendizagem que é mais compreensível o exercício da prática docente. Estar disposto a aprender é conjugar a ação de ensinar (SOUSA et al., 2007, p.69).

Nessa perspectiva, o professor é um sujeito em transformação e transformador, detentor de conhecimentos, experiências e práticas capazes de serem explicitadas, refletidas e acrescidas. Ele é, a qualquer tempo e lugar, construtor e reconstrutor de seus saberes e dignidade, capaz de intervir nos acontecimentos e modificá-los.

O processo de formação docente ou de construção humana e social, pela interação entre os sujeitos e o contexto, portanto, se dá também pela reflexão da própria prática docente. Uma reflexão que não se encerre em si, mas que busque a(s) teoria(s) como suporte e orientação.

> O professor moderno não valoriza apenas o legado teórico, mas sabe fazer da *prática* uma trajetória de reconstrução do conhecimento, desde que saiba teorizá-la. Teorizar a prática significa não separar a produção do conhecimento frente à realidade, como se para estudar fosse mister deixar o mundo e ir para a Universidade. Na verdade, a aprendizagem sempre começa com a prática, que logo é teoricamente confrontada. (DEMO, 2004, p.121)

Perceber, então, as problemáticas emergentes em sala de aula, quanto ao ensino e à aprendizagem docente e discente é de grande importância para a reconstrução do conhecimento pelo professor, que segundo Demo (2004, p.119-120), é pesquisador, "tanto no horizonte da pesquisa como princípio científico quanto, sobretudo, no da pesquisa como princípio educativo".

Porém, essa percepção não é suficiente para provocar o avanço na prática docente. Falta ao professor, muitas vezes, o espaço e a possibilidade de estudar, aprender, discutir, refletir e experimentar, sistematicamente, outras aprendizagens. Há que se considerar, além dos espaços de formação inicial, ou das formações continuadas tradicionalmente ofertadas, o espaço de reflexão sobre a própria prática, dentro da escola, em suas atividades pedagógicas, como reuniões de planejamentos, por exemplo. Desta forma, num constante movimento de investigação, ação e reflexão, o professor forma-se e ajuda na formação de seus pares, enquanto (re)forma sua própria ação pedagógica.

> A pesquisa sobre a própria prática tem sido desenvolvida na abordagem denominada “professor reflexivo” (cf. SCHÖN, 1983 e ZEICHNER 1988, nos EUA: ELLIOT, 1993, na Inglaterra). Essas abordagens entendem que as transformações das práticas docentes só se efetivam na medida em que o professor amplia sua consciência sobre a própria prática. O alargamento da consciência, por sua vez, se dá pela *reflexão que o professor realiza na ação* (PIMENTA, 2000, p.19).

Portanto, quando destaco a pesquisa da prática, é nessa perspectiva do professor reflexivo, que olha para a sua prática com o olhar de pesquisador, busca nas pesquisas e teorias o suporte para questionar, problematizar e transformar a prática, conscientizando-se das possibilidades e limitações, do contexto amplo e próximo, de si mesmo e da sua ação pedagógica.

Perez (2004) discute o papel da reflexão sobre as experiências presentes e passadas no desenvolvimento profissional do professor. O autor adverte que os desafios que se colocam a esta profissão não advêm apenas da formação, mas dos alunos, do contexto profissional, dos colegas, do governo, dentre outros. Assim é que afirma *“o professor pesquisador e reflexivo* é o profissional que consegue incorporar o ‘ensino adquirido pela sua experiência’, assim como pela experiência dos colegas” (PEREZ, 2004, p. 261).

Essa compreensão fundamenta-se na discussão teórica sobre o professor reflexivo, inaugurada por Schön (1995:83), que concebe a aquisição do conhecimento em ação pela “reflexão-na-ação” e “reflexão-sobre-a-ação”. A primeira, concomitante à ação, exige do professor uma elaboração rápida, um olhar imediato para a experiência vivida no sentido de perceber-lhe as características e contradições para a tomada de decisão e até o improviso. A segunda diz respeito a um momento de reflexão posterior à ação, que ocorre sistematicamente, permitindo que o professor pense e tente elaborar sua visão sobre o acontecido (Mizukami, 1996; Perez, 2004).

De acordo com Mizukami, (1996, p.60), o ensino reflexivo pressupõe que o professor possa, através da reflexão, reconhecer seus “modelos, crenças, valores, conceitos e pré-conceitos, atitudes que constituem, ao lado do conteúdo específico da disciplina ensinada, outros tipos de conteúdos por ele mediados.” Desta forma, pela conscientização de sua prática pedagógica e dos condicionantes internos e externos dessa prática, é possível que o professor desenvolva “ações concretas que modifiquem sua prática pedagógica” (Perez, 2004, p.261).

Compreendo, no entanto, que a prática pedagógica é apenas um dos aspectos do desenvolvimento profissional do professor, pois como afirma Imbernón (2006, p.46-47),

> O desenvolvimento profissional do professor não é apenas o desenvolvimento pedagógico, o conhecimento e compreensão de si mesmo, o desenvolvimento cognitivo ou teórico, mas tudo isso ao mesmo tempo delimitado ou incrementado por uma situação profissional que permite ou impede o desenvolvimento de uma carreira docente [...] um estímulo para melhorar a prática profissional, convicções e conhecimentos profissionais, com o objetivo de aumentar a qualidade docente, de pesquisa e de gestão.

O desenvolvimento profissional do professor, portanto, vai além da formação, envolve além do aprendizado, as condições de trabalho, o contexto sócio-cultural. Esses, porém, não são os únicos responsáveis por aprendizados e mudanças na profissão, se forem considerados os fatores internos, ligados aos aspectos mais individuais do ser professor. Nessa perspectiva, pesquisas que tratam da história de vida do professor colaboram para a compreensão dos condicionantes mais subjetivos dessa discussão.

Para Nóvoa (2007), o próprio professor também desempenha importante papel em seu próprio desenvolvimento profissional. Para ele, “ser professor é possuir conhecimento, revelar tacto pedagógico e assumir uma responsabilidade profissional plena” (NÓVOA, 2007, p.27). Assim, torna-se importante para o professor, adquirir a capacidade de aprender constantemente com a própria prática, articulada com a(s) teoria(s).

Nessa perspectiva, no curso ofertado para o grupo de professoras sujeitos desta pesquisa, busquei discutir o SND, as operações aritméticas e a resolução de situações-problema envolvendo adição, subtração e divisão, a partir de vivências e reflexões sobre as mesmas, evidenciando elementos teóricos que embasavam o curso.

Compreendo que a docência, pelo que a realidade tem demonstrado, precisa se comprometer, para além do ensino, com a aprendizagem dos alunos, o que requer tanto o conhecimento pedagógico quanto o desenvolvimento epistemológico do conteúdo a ser trabalhado. Por isso considero importante discutir, especificamente, a formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais do EF.

2.2 FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

A compreensão das limitações de uma formação inicial, no sentido de abranger os aspectos teóricos e práticos da profissão, não isenta a necessidade de uma discussão sobre a mesma. A formação do professor que ensina matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, por exemplo, gera preocupações com o espaço e a abordagem que os cursos de Pedagogia geralmente dão à especificidade dessa formação.

A identidade do curso de Pedagogia encontra-se em construção, desde a sua regulamentação no Brasil, em 1939, passando por uma formação fragmentária (licenciado/bacharel), depois com ênfase nos especialistas escolares (administrador, orientador, supervisor). No entanto, desde a determinação do exposto no artigo 64 da LDB nº 9394, de 1996, sobre a formação do professor da educação básica, o curso tem assumido, cada vez mais, a docência como a base da sua identidade. Embora não seja a única área de atuação profissional. A ênfase na formação de docentes vem ratificada na Resolução do Conselho Nacional de Educação (CNE) que institui as Diretrizes Curriculares para o curso de Pedagogia (2006): “As Diretrizes Curriculares para o curso de Pedagogia aplicam-se à formação inicial para o exercício da docência na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental” (art. 2º CNE, 2006).

Mesmo com a opção pela docência explicitada na legislação, o curso de Pedagogia, em geral, apresenta uma insuficiente carga-horária relativa ao trabalho com os fundamentos teórico-metodológicos da matemática, objeto da discussão neste trabalho. Essa insuficiência se configura, dentre outros aspectos, nas poucas horas da estrutura curricular do curso de Pedagogia dedicadas à aprendizagem conceitual e didática da matemática pelo futuro professor, apesar de o art. 5º da Resolução citada defender que “O egresso do curso de Pedagogia deverá estar apto a [...]VI - ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano.”

No caso específico de Fortaleza, cidade onde realizei a pesquisa, os cursos de Pedagogia, nas diversas instituições que o oferecem, apresentam estruturas curriculares com diferentes carga-horárias para disciplinas concernentes ao ensino da Matemática. Considerando as duas universidades públicas, a Universidade Federal do Ceará (UFC) oferece 160 horas para o trabalho com a matemática; a Universidade Estadual do Ceará (UECE) até o ano de 2008 contava com 60 horas, e após a implementação do novo currículo, em 2009, passou a ter 136 horas para trabalhar a matemática. Em Instituições Ensino Superior (IES) privadas de Fortaleza, que contam com o curso de Pedagogia, há variações na carga-horária desde 60 (sessenta)[9] a 144 (cento e quarenta e quatro) horas.

Com esta variação, e com a existência de reduzidas carga horárias, as instituições têm optado pela valorização da metodologia de ensino, em detrimento do trabalho com os conteúdos. Isto atesta o desconhecimento de que os estudantes do curso de Pedagogia apresentam, com frequência, dificuldades conceituais em torno dos conteúdos de matemática que compõem o currículo dos anos iniciais, com os quais irão trabalhar, conforme atestam pesquisas já realizadas, acerca da realidade cearense (BARRETO, 2002; MAIA, 2007; REGES, 2004).

Diante de uma formação deficitária, torna-se difícil o professor de matemática concretizar a valorização da disciplina, conforme sugere Perez (2004, p.21): “tornando-a prazerosa, criativa e, mais ainda, tornando-a útil, garantindo, assim, a participação e o interesse, da parte dos alunos, assim como da comunidade, a fim de proporcionar um aprendizado eficiente e de qualidade.”

Sem que o próprio professor tenha passado por um processo de formação, no qual a matemática tenha sido efetivamente valorizada, torna-se difícil que ele se sinta seguro quanto ao conhecimento matemático, tanto da perspectiva conceitual quanto didática. O professor torna-se, assim, um profissional limitado, resguardando, em geral, apenas a possibilidade de repetir os modelos de professores que teve ou de seguir o que vem prescrito pelo livro didático.

Durante o curso, as professoras, sujeitos dessa pesquisa, apontaram para este tipo de limitação em suas próprias formações. Em suas falas elas enfatizam o desconhecimento dos conteúdos, e a consequente impossibilidade de bem trabalhá-los junto a seus alunos:

> *Eu só aprendi o procedimento mecânico, e meu professor não sabia também, assim como a maioria dos professores das séries iniciais* (P2).
>
> *Eu não vou explicar isso que eu não entendo para os meninos* [falando sobre o transporte de reserva numa operação de subtração] (P7).

Ao referir-se ao seu desconhecimento e à forma mecânica de tratar os conteúdos matemáticos, P2 localiza estas falhas como algo historicamente consolidado nas práticas escolares. Isto fica claro quando ela afirma que o seu desconhecimento é o mesmo que, hoje,

---

[9] Considerando duas disciplinas de uma mesma instituição, cujas carga-horárias somadas totalizam 60 horas.

ela percebe já estivera presente em seus professores. Já P7 evidencia a sua impossibilidade de tratar de conceitos que ela mesma não apreendeu em sua formação escolar.

Trata-se do conceito de "subtração com reserva" vinculado ao trabalho com algoritmos, elementos muito valorizados nas práticas pedagógicas, mas que ela não aprendeu efetivamente em seu processo formativo. A influência da formação escolar na prática pedagógica é discutida por Perez (2204, p.261), quando alerta que não se deve "deixar que os alunos ingressem nas universidades com uma concepção de professor – lembrando daqueles que já tiveram – e concluam seus cursos com a mesma concepção", limitando-se a ela em sua prática.

P6 enfatiza outros aspectos relativos ao seu aprendizado na formação básica e a existência de aprendizados da experiência, da prática, pelo exercício da docência (SHULMAN, 1986).

> *Eu aprendi de outra forma. Desse jeito aí* [apontando para um algoritmo na lousa]. *Nunca usei material dourado ou outro material concreto em minha aprendizagem. Só vim aprender quando fui ser professora. Olhava nos livros e via que alguns alunos já sabiam, então fazia o transporte de reserva, tomando emprestado, mas mecanicamente* (P6).

A professora se refere também à "subtração com reserva", explicando que sua aprendizagem centrou-se apenas no algoritmo da subtração, sem uso de representação concreta, e que só veio a aprender, de fato, o transporte de reserva vendo seus alunos fazer e buscando apoio no livro didático. Desta forma, a aprendizagem dessa professora centrou-se em uma única forma de representação: o algoritmo, que tornou essa aprendizagem mecânica e sem significado.

Sobre a formação específica do professor de matemática, Fiorentinni e Lorenzato (2006) afirmam que foram justamente os professores das escolas "que trouxeram, para o âmbito da reflexão sistemática da pós-graduação, as interrogações e os problemas concretos por eles vividos no dia-a-dia da sala de aula" (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p.31).

Os autores afirmam, ainda, que as primeiras pesquisas voltadas para a prática de sala de aula, eram feitas com ênfase nos aspectos negativos, nas carências dessa ação. Os saberes profissionais do professor, pesquisados até o início dos anos de 1990, foram alvo dessas carências, revelando seu pouco conhecimento do conteúdo matemático a ser ensinado, além da dificuldade de articulação desse conhecimento com o saber pedagógico.

Somente a partir de 1990, a identidade e o desenvolvimento profissional dos professores de matemática passam a ser investigados dentro da abordagem qualitativa de pesquisa, por meio de técnicas de coleta de dados como entrevistas, história oral e história de vida. As pesquisas, desde então, têm focado os programas, as novas experiências, o currículo e as políticas de formação do professor de matemática (PONTE, 1994 apud FIORENTINI e LORENZATO, 2006).

> Na verdade [...], a ênfase atual sobre a formação de professores tem incidido sobre os *processos de formação*, ou melhor, de *aprendizagem profissional*. Dentre os processos pesquisados, destacam-se: a reflexão sobre a prática pedagógica; a pesquisa-ação; e os processos colaborativos (FIORENTINI e LORENZATO, 2006, p.50).

Entendo, assim, que a reflexão sobre a prática pedagógica em matemática nos anos iniciais do EF pode ser realizada, também, a partir de processos de formação continuada, que visem trabalhar, além dos conhecimentos específicos da matemática, os processos de aprendizagem de alunos e professores, além dos processos de ensino dos professores. Com relação à reflexão da prática, o professor precisa, ainda, ouvir a própria voz, perceber as suas crenças naquilo que fala sobre o próprio fazer pedagógico.

Durante o curso, busquei fomentar reflexão sobre a ação, a partir das vivências realizadas, instigando as professoras a pensar sobre como elas pensam e aprendem. Com essa estratégia tentava envolvê-las o máximo possível de modo ativo no curso, desde o primeiro contato, quando levei uma proposta mais ou menos estruturada, mas com possibilidades de ajustes a partir do que ouvisse delas. Nesse sentido concordo com Nacarato (2008), que a formação continuada de professores que ensinam matemática nos anos iniciais precisa ser pensado a partir da perspectiva dos professores.

CAPÍTULO 3. OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: UMA ESCOLHA TEÓRICA

Desde o início da sua existência, o homem tem a sua vida ligada a símbolos, que, convencionados, tornam-se socializados, portanto viram signos sociais. Raciocinar a partir dos símbolos é uma característica humana, assim como abstrair, pensar sobre o que não está presente. Ao longo da história, então, o homem tem codificado e decodificado o mundo, representado o mundo, como uma linguagem, uma forma de comunicar.

Forma de codificar o mundo, a matemática é também uma linguagem simbólica, portanto precisa ser lida, não apenas decodificada. Assim como a leitura, a matemática precisa ser interpretada, relacionada, raciocinada, percebida como

> uma forma de pensar o mundo, mas também como um metadiscurso da ciência para a compreensão das outras áreas do conhecimento humano. É, ao mesmo tempo, uma forma de raciocínio de qualquer indivíduo e uma ferramenta de conhecimento da qual se utilizam diversas outras áreas da ciência. Podemos dizer que, em grande parte, ela está na base da resolução dos fenômenos da natureza e da sociedade e responde também pela nossa necessidade de codificar a realidade. (MENDES, 2003, p.154-155)

Segundo VERGANI (2003), a linguagem simbólica matemática é muito mais um sistema estruturado de códigos particulares de interpretação, que sistemas gerais de codificação. Isto denota a necessidade de que cada indivíduo aproprie-se desse sistema, tornando os símbolos em signos socializados, associando-os segundo as suas representações e vivências, para de fato aprender a lê-los, interpretá-los e utilizá-los do seu modo, com a sua lógica interpretativa.

A Língua, como diz Saussure (1969) apud Machado (1990, p.92), “é um sistema de signos que exprimem idéias.” Ela pode ser vista como uma dialética de conceito e imagem, ou significante e significado, onde a idéia é expressa pela palavra, que ao mesmo tempo reconstrói a idéia. Sendo assim, pensar a língua não é apenas pensar o código, uma técnica, mas uma carga semântica que vem implícita na mensagem.

Raciocínio e símbolos, portanto, têm estado presentes ao longo da existência humana, numa conjunção que parece ter sido necessária ao desenvolvimento do homem, do conhecimento e das relações entre os humanos. E sendo a matemática um sistema simbólico universal, ela torna-se inerente à vida humana como linguagem, conhecimento lógico e entendimento simbólico.

A este respeito, ao analisar a matemática como linguagem e sistema de representação, Machado (1990, p.96) nos diz que:

> A matemática erige-se, desde os primórdios, como um sistema de representação original; aprendê-lo tem o significado de um mapeamento da realidade, como no caso da Língua. Muito mais do que a aprendizagem de técnicas para operar com símbolos, a Matemática relaciona-se de modo visceral com o desenvolvimento da capacidade de interpretar, analisar, sintetizar, significar, conceber, transcender o imediatamente sensível, extrapolar, projetar.

A Matemática, como a Língua Materna (MACHADO, 1990), também foi construída ao longo da história. Seus objetos (números, formas, expressões, propriedade, relações etc.) foram construídos como representação original para mapear a realidade. Portanto, Língua Portuguesa[10] e Matemática são dois sistemas de representação da realidade, que se complementam numa "(...) dependência mútua, interferência e interpenetração que se estabelece entre os dois sistemas de representação (...), sobretudo no nível semântico" (MACHADO, 1990, p.96).

A Língua Portuguesa e a linguagem matemática, vistas como signos, recebem também um significativo olhar a partir da semiótica. "Semiótica é a ciência dos signos [...] a ciência de todas as linguagens" (SANTAELLA, 1990, p.07). O seu estudo amplia a nossa percepção de estar-no-mundo como indivíduos sociais que somos, mediados por uma rede intrincada e plural de linguagem.

Assim, "nos comunicamos e nos orientamos através de imagens, gráficos, sinais, setas, números, luzes" (idem, 1990, p.10). Somos, portanto, "seres de linguagem" (idem, 1990, p.10), e como tal lidamos com o conhecimento através das diversas linguagens. A matemática, ciência composta por diversas linguagens, contém vastas representações semióticas em seu bojo.

É de sistemas simbólicos, semióticos, portanto, que fala Raymond Duval. É sobre as representações possíveis com os diversos registros semióticos capazes de representar os objetos de conhecimento matemático, que trata a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, estudo que se segue.

---

[10] Na realidade refiro-me à qualquer língua pátria, porém nesse momento do trabalho trago a linguagem para uma realidade bem mais próxima.

3.1 A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Na literatura construída a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, já é muito significativa a quantidade de pesquisas que a utilizaram para compreender diferentes aspectos do ensino e da aprendizagem matemática. Elas versam, principalmente, sobre o estudo das funções, equações, matrizes, sistemas lineares, pensamento algébrico. São, portanto, estudos que se voltam para conteúdos matemáticos relativos ao currículo de séries que ultrapassam o foco deste trabalho.

Foi possível, entretanto, localizar alguns trabalhos relativos aos temas atinentes ao currículo dos anos iniciais, como os de Buehring (2006), Flores e Moretti (2006), Ventura e Selva (2007). O trabalho de Buehring (2006) propõe uma sequência didática para trabalhar o que ela denomina "análise de dados (gráficos e tabelas) em séries iniciais", baseada na coordenação de diferentes registros. Dessa forma, o trabalho demonstra a possibilidade e a importância do ensino do bloco de conteúdos tratamento da informação desde o início do Ensino Fundamental, o que permite ao aluno maiores possibilidades de visualização, comunicação e desenvolvimento do pensamento matemático.

Flores e Moretti (2006), que também trabalham com gráficos e tabelas, analisando livros didáticos do Ensino Fundamental, destacam a complexidade representacional e implicações cognitivas envolvidas no trabalho com a representação do tipo tabela. O trabalho de Ventura e Selva (2007) reconhece a importância da reta numérica, das fichas e contagens como suportes representacionais na resolução de problemas aditivos neste nível de ensino.

Percebo, portanto, a realização de trabalhos relevantes em relação ao Ensino Fundamental, que tomaram por base a teoria de Raymond Duval. Porém, olhando especificamente o que se relaciona aos anos iniciais, dentre os trabalhos pesquisados, é possível perceber a escassez, ainda existente, de trabalhos fundamentados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, principalmente que se voltem à prática docente nesse nível.

Este quadro ratifica a afirmativa de Fiorentini e Lorenzato (2006) sobre a pouca investigação, ainda, quanto aos conhecimentos e à formação dos professores de matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. Foi nesta lacuna que se inseriu este trabalho, ao realizar um processo de formação continuada para professores de tal nível de ensino, majoritariamente com formação inicial nos cursos de Pedagogia.

A seguir, discutirei elementos que considero centrais nessa teoria, para o quadro teórico desta pesquisa. São aspectos relativos a conceitos, classificações, exemplos e outros na busca por compor uma compreensão e explicação da teoria de Duval.

Reconhecidamente parte integrante do nosso viver, a matemática é indispensável e necessária à compreensão da realidade e da vida humana. O reconhecimento de sua importância é atestado por sua presença marcante nas propostas curriculares de toda a educação básica. Isto não impede, entretanto, que alunos e professores apresentem dificuldades em compreender tal significação em suas vidas. De acordo com Duval (2003), o ensino desta ciência deve ter como objetivo desenvolver capacidades de raciocínio, análise e visualização matemática que interesse aos alunos. Desta forma, é possível chegar-se a dar um significado à atividade de aprender e ensinar matemática.

Elemento central na Teoria é a percepção de que a apreensão da ciência matemática está diretamente ligada à utilização de diversos sistemas de representações. O objeto do conhecimento matemático só se dá a conhecer por intermédio de suas representações, isto é, ele não é acessado diretamente, por ser abstrato. Assim, são muitas as representações utilizadas para expressar, compreender e "manipular" os conhecimentos relativos a esta ciência.

Em seus estudos, Duval (1995) se fundamenta em autores como Chomsky (1978), Pierce (1977), Frege (1978), Granger (1979) e Benveniste (1989, 1995) e seus modelos para explicar a linguagem, inclusive relacionando dois sistemas semióticos diferentes (Benveniste, 1989).

Duval (1995) analisa a importância das representações dentro de diferentes estudos da psicologia cognitiva. Ele aponta a relevância dos estudos já realizados sobre as representações mentais para o conhecimento de como funciona o pensamento humano. Mas é para as representações semióticas que ele lança o seu olhar, num estudo sobre o funcionamento cognitivo do pensamento para a aprendizagem matemática.

No mundo da Matemática, essa representação semiótica pode se dar no registro dos números, da língua materna ou natural, das gravuras, das figuras geométricas, da álgebra, dos gráficos, das tabelas, das linguagens formais[11] etc. "Ela [a representação semiótica] acentua

[11] Duval chama de linguagem formal, a linguagem simbólica específica de cada ciência – as equações, os símbolos próprios da física, da química etc.

ao mesmo tempo o caráter semiótico das representações e a existência de vários registros de representação semiótica" (DAMM, 1999, p.137) para os objetos matemáticos.

Todos os registros que configuram as representações utilizadas no trabalho com a Matemática articulam entre si representações e registros, segundo os quais Duval (2003) classifica as representações semióticas de acordo com o quadro a seguir:

Quadro 1 – Articulação em registros e representações

	Representações Discursivas	**Representações Não-discursivas**
Registros	Monofuncionais	Monofuncionais
	Multifuncionais	Multifuncionais

Portanto as representações podem ser discursivas e não-discursivas. As representações discursivas contêm um discurso articulado, que permite variadas interpretações. As representações não-discursivas propiciam diferentes tipos de interpretações, mas sem um discurso articulado, utilizando seus signos.

Cada uma dessas representações pode ocorrer dar em registros multifuncionais ou em registros monofuncionais. Os registros multifuncionais são aqueles cujos tratamentos não são algoritmizáveis, não são passíveis de utilização de procedimentos fechados com seus signos, pois eles apresentam possibilidades polissêmicas de interpretações. Os registros monofuncionais dizem respeito a sistemas simbólicos de escrita que permitem tratamentos algorítmicos com seus signos.

São exemplos de representações discursivas: I. Em registros multifuncionais: a língua materna, que permite associações, argumentações, deduções; II. Em registros monofuncionais: números, símbolos, registro algébrico, que exigem uma interpretação exata dos signos ali presentes. Como exemplos de representações não-discursivas: I. Em registros multifuncionais: figuras geométricas, desenhos. Tais figuras propiciam diferentes tipos de interpretação, mas não se pode observar nelas um discurso completo, a partir de seus signos. É por isto que tal registro necessita, normalmente, de uma complementação de um registro discursivo; II. Em registros monofuncionais: gráficos cartesianos.

O uso desses diferentes registros de representação, embora apresentados por Duval como indispensáveis para a aprendizagem matemática, não esgota o problema da compreensão conceitual. É importante atentar para a necessária diferenciação entre o *representante e o representado.* O *representante* é a forma (números, letras, figuras, gráficos etc.) sob a qual o conteúdo matemático se apresenta. O *representado* é o próprio conteúdo do conhecimento matemático (conceitos, relações, propriedades, estruturas). Sem esta distinção, corre-se o risco de confundir conteúdo e forma, restringindo a compreensão conceitual dos seus representantes.

Convém lembrar que o mesmo objeto matemático pode ser apresentado sob várias formas ou registros de representação. Um mesmo número, por exemplo, pode ser escrito em diferentes registros, como 0,25, que tem o mesmo significado de ¼, embora seus representantes sejam diferentes. O conceito de uma das quatro partes de um todo não está nem na escrita decimal nem na escrita fracionária, mas no valor conceitual, que é apreendido mediante a coordenação do significado das diferentes representações, ou seja, do objeto representado. Assim, é possível ao sujeito que aprende transformar uma representação em outra, construindo efetivamente o conceito de fração.

Duval desenvolve suas pesquisas acerca da aprendizagem matemática, a partir da abordagem cognitiva, que para ele objetiva "descrever o funcionamento cognitivo que possibilite a um aluno compreender, efetuar e controlar ele próprio a diversidade dos processos matemáticos que lhe são propostos em situação de ensino" (DUVAL, 2003, p.12).

O autor afirma que, do ponto de vista cognitivo, a aprendizagem matemática requer a diversificação de registros de representação, a diferenciação entre representante e representado e a coordenação desses diferentes registros. "A compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas" (DUVAL, 2003, p.15), possibilitando a interação entre *semiósis* e *noésis*. Essa idéia é explicada também por Damm:

> Para que ocorra a apreensão de um objeto matemático é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiósis* (representações). A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação pelo sujeito que apreende, de vários registros de representação. Ou seja, quanto maior for a mobilidade com *registros de representação diferentes* do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto (DAMM, 1999, p.143-144).

Duval (1995) acrescenta que a coordenação de diferentes registros de representação semiótica é importante para a aprendizagem matemática por três razões:

1. Pelos custos de tratamento e funcionamento de cada registro. Sabendo que o conhecimento pode ser representado por registros diferentes, e

conhecendo o funcionamento de cada um deles, é possível ao sujeito escolher o que lhe possibilita realizar tratamento de forma mais econômica e rápida.

2. Pelas limitações de representação próprias de cada registro, necessitando a complementaridade de registros.

   Um registro permite apreensão parcial do objeto, e para o tratamento, outro registro pode ser mais eficaz. Ex: Se o aluno sabe que 0,25 corresponde a ¼, ele pode escolher entre um e outro para operar.

3. Porque a atividade de conceituar implica uma coordenação de registros de representação.

   Dessa forma a compreensão do aluno não fica restrita a um registro, favorecendo que ele entenda que o conteúdo não é a forma, ou que o representado não é o representante.

Os registros de representação semiótica (RRS) cumprem as funções de *comunicação, objetivação e tratamento*. A *comunicação* consiste na forma de externar o pensamento (as representações mentais) permitindo ao sujeito, pelo conhecimento e utilização de diferentes registros, maior condição de se expressar para um possível interlocutor, quer seja em seu discurso em língua natural, graficamente, ou qualquer outra forma escolhida. A não utilização da representação para a comunicação tornaria inviável qualquer troca de conhecimentos.

A escola tem usualmente, no ensino da matemática, reconhecido a importância das representações semióticas prioritariamente em suas funções de comunicação e tratamento, pois prioriza a utilização do registro semiótico pelo aluno apenas para comunicar a representação mental ou para realizar os tratamentos. Mas para Duval (1995) sua função vai mais além, sendo a expressão do pensamento e o procedimento algorítmico parte dela.

Assim, as representações semióticas também têm o papel de ajudar o sujeito cognoscente a construir o saber para si próprio e tomar consciência de tal construção. Esta função se denomina *objetivação* e tem uma grande importância do ponto de vista da aquisição do conhecimento, pois permite ao sujeito saber que aprendeu. Para compreender um determinado problema, o matemático ou o aluno se utilizam de esboços através dos quais procuram destacar os elementos e as relações ali presentes para somente assim partirem efetivamente para a sua solução. Este é, então, o processo de busca da objetivação.

Duval (1995) chama compreensão integrativa de uma representação, a coordenação entre dois registros, colocando-os em correspondência. Só quando o sujeito é capaz disto, é possível dizer que ele objetivou o conhecimento, o que não se dá sem o auxílio de algum tipo de representação. Ao objetivar, o sujeito toma consciência, é capaz de explicar a ele mesmo.

Nesse sentido, quando o aluno está estudando um determinado assunto em matemática, ele precisa representar para compreender. É a representação que o ajuda a objetivar, tomar consciência. É a *semiósis* que provoca a *noésis*. E para apreender o conceito, além de representar em um registro simbólico, ele deve perceber a correspondência entre dois registros, que representam um mesmo conceito, como é o caso dos números 0,25 e ¼.

O *tratamento*, por sua vez, diz respeito a “transformações de representações dentro de um mesmo registro” (DUVAL, 2003, p.16). A resolução de um problema matemático impõe o trabalho sobre os dados presentes na representação em que ele se encontra expresso. Operar com os termos de uma equação, por exemplo, onde se adicionam ou subtraem-se números ou incógnitas é proceder ao tratamento da equação, processo a partir do qual se chegará à resposta esperada. Além de o tratamento ser considerado uma função dos registros de representação semiótica, ele é também uma das atividades cognitivas de representação, fundamentais à noesis. Ao falar dessas atividades aprofundaremos o tratamento.

As três atividades cognitivas de representação apresentadas por Duval (1995) são, além do próprio *tratamento*, a *formação* e a *conversão*. Assim, os sistemas semióticos devem possibilitar que se reconheçam as três atividades cognitivas inerentes a toda representação. Desta forma, o autor expressa o que deve existir em um sistema desta natureza:

> Inicialmente, constituir um traço ou um conjunto de traços perceptíveis que sejam identificáveis como *uma representação de alguma coisa* dentro de um sistema determinado. Em seguida, transformar as representações somente pelas regras próprias ao sistema, de forma a obter outras representações podendo constituir uma contribuição de conhecimento em relação às representações iniciais. Enfim, converter as representações produzidas dentro de um sistema em representações de um outro sistema, de tal forma que essas últimas permitam explicitar outras significações relativas àquilo que está representado. (DUVAL, 1995, p.20-21)[12]

Essas atividades cognitivas não acontecem a partir de qualquer sistema semiótico, portanto nem todos os sistemas constituem-se como registros de representação semiótica. Apenas os que cumprem as três atividades cognitivas mencionadas são classificados como tal. Então, a relação entre *semiósis* e *noésis* acontece apenas nos sistemas de representação que

---

[12] As citações referentes a esta obra são provenientes de tradução livre realizada pela Profa. Dra. Marcília Chagas Barreto.

permitem essas três atividades. São exemplos desses sistemas: a língua natural (ou materna), as linguagens simbólicas, os gráficos, as figuras geométricas.

A atividade cognitiva da *formação* consiste na constituição de uma representação coerente, capaz de conter todos os elementos indispensáveis para a sua compreensão. Ela requer o conhecimento das regras de conformidade ou de funcionamento, próprias a cada sistema semiótico utilizado. A observância dessas regras é indispensável tanto para a comunicação quanto para o tratamento dentro do registro em que a representação tenha sido formada.

De volta ao exemplo da elaboração da representação do número 0,25, para a *formação* correta desta representação, o sujeito precisa conhecer as regras de organização de um registro decimal (considerando que o número é menor que um, exige-se a colocação de um zero na ordem das unidades, seguido de vírgula à direita, para somente então ser possível acrescentar os demais algarismos). Se a *formação* ocorrer de forma incorreta, haverá problemas na comunicação, pois o interlocutor ficará incapaz de compreender o número expresso, e no tratamento, pois se operará sobre um número incorreto.

Para a *formação* de uma representação em Língua Portuguesa, é preciso conhecer as regras de funcionamento desse sistema simbólico. Conhecer o alfabeto, saber articulá-lo, conhecer regras gramaticais e ortográficas, além das regras pertinentes à formação de uma produção escrita.

O *tratamento*, já definido anteriormente, quando analisado sob a perspectiva de ser uma atividade cognitiva consiste em transformações realizadas dentro de um mesmo registro de representação. Para realizar esta atividade cognitiva, o sujeito precisa conhecer as regras de expansão próprias a cada registro, portanto o tratamento depende da forma, ou seja, do representante, já que cada um tem uma significação operatória diferente. Representações diferentes envolvem tratamentos diferentes para o mesmo objeto matemático, conforme se pode verificar a partir das seguintes adições ¼ + 3/5 e 0,25 + 0,6, tomadas como exemplo.

Embora se trate da adição dos mesmos elementos matemáticos, no primeiro caso, é necessário considerar os denominadores diferentes, transformar as frações em frações equivalentes e então adicioná-las, considerando que ao tratá-las, o denominador se manterá o mesmo. No segundo caso é necessário reconhecer que a primeira ordem depois da vírgula é sempre o décimo e assim sucessivamente e que somente se adicionam ordens iguais.

Duval (1995) considera que existem dois tipos de tratamento – os quase-instantâneos e os intencionais. Os tratamentos *quase-instantâneos* são os efetuados antes mesmo da tomada de consciência das significações e informações pelo sujeito. Eles são consequência da familiaridade, experiência ou prática do sujeito dentro de um determinado domínio. Por exemplo, um sujeito que conheça a operação de adição e tenha familiaridade com ela, ao se deparar com a operação 7 + 7 + 7, não terá dificuldades em concluir que se trata do número 21.

Já os tratamentos *intencionais* requerem o controle consciente sobre os dados observados e visão do objeto, mesmo que furtiva. Eles são oriundos de uma situação que apresente obstáculos e que exija a realização de esforço cognitivo mais intenso. Estes tratamentos são gerados a partir dos esquemas de tratamento quase-instantâneos do sujeito. A mesma operação anterior, quando se apresenta sob a forma de 3 X 7 para um sujeito em primeiros contatos com a multiplicação, requer tratamento intencional de multiplicação. Conforme afirma DUVAL (1995, p.34-35), "o conjunto dos tratamentos quase-instantâneos dos quais um sujeito dispõe determina o nível e o horizonte epistêmico para a aplicação de tratamentos intencionais". A complementaridade entre eles é de fundamental importância ao funcionamento cognitivo do pensamento humano.

As *conversões*, terceira atividade cognitiva inerente à representação, "são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados" (DUVAL, 2003, p.16), ou parte deles. É uma atividade que requer e ao mesmo tempo provoca a percepção da diferença entre representante e representado. Converter é, então, tomar os elementos significantes no registro de representação de partida e reorganizá-los em outro registro de chegada.

Buehring (2006, p.40) considerando as contribuições de Duval enumera diferentes tipos de conversão: "as conversões podem ser ilustrações (conversão linguística para figural), traduções (conversões linguísticas de uma língua para outra) e descrições (conversões de representações não verbais para representações linguísticas)". Elas não devem, no entanto, ser confundidas com codificações, como se fossem meras "passagens" de uma linguagem à outra, apenas por escolha aleatória. As conversões possibilitam a apreensão global e qualitativa dos objetos matemáticos, a partir das transformações, portanto não devem ser confundidas com tratamentos, sendo irredutíveis a esse último.

No processo de conversão das representações, são considerados dois tipos de fenômenos que lhes são característicos: os níveis de congruência e a heterogeneidade entre os dois sentidos de conversão.

Os níveis de congruência entre dois registros de representação diferentes dizem respeito à proximidade ou distanciamento entre o registro de partida e o de chegada. Para avaliar tais níveis Duval (2003) enuncia três fatores:

> 1. *Correspondência semântica das unidades de significado*: trata-se de analisar se as unidades significativas presentes no registro de partida guardam a mesma significação quando efetuada a conversão para o registro de chegada. Na situação-problema "Maria doou vinte livros para a biblioteca de sua escola em 2006 e doou treze livros em 2007. Quantos livros Maria doou ao final dos dois anos?" Não existe correspondência semântica, pois o verbo "doar" tem o sentido de subtração e não o de adição, conforme impõe a situação-problema.
>
> *2. Unicidade semântica terminal:* necessidade de que cada uma das unidades significantes do registro de partida corresponda a apenas uma unidade significante no registro de chegada. Na situação anterior, a unicidade semântica se configura porque cada unidade significante em língua materna: 'vinte', 'doou', 'treze', 'Quantos livros... ao final dos dois anos', corresponde a apenas uma unidade de significado no registro numérico: 20 + 13 =
>
> *3. Conservação da ordem das unidades de significado:* correspondência necessária entre a ordem em que as unidades significantes aparecem no registro de partida e aquela em que elas vão ser organizadas no registro de chegada.

Ainda em relação aos fenômenos considerados no processo de conversão das representações, Duval (1995) alerta para a heterogeneidade dos sentidos da conversão. Para a efetivação da aprendizagem a partir da coordenação entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático não basta, portanto, realizar conversões apenas em um sentido. Converter da língua materna para o registro numérico não garante, por exemplo, que a elaboração do enunciado de uma situação-problema, em língua materna, a partir de uma expressão numérica, aconteça espontaneamente. Isto é, que a conversão do registro numérico para a língua materna seja evidente.

As atividades cognitivas de *formação*, *tratamento* e *conversão* intervêm diretamente nas tarefas de produção e compreensão em matemática. Sobre a atividade de conversão, no entanto, é que recai grande parte das dificuldades dos alunos quanto ao aprendizado da matemática, porém pouca atenção tem sido dada a ela na escola, por concebê-la como mera tradução para gerar menor custo de tratamento. No entanto, as dificuldades e fracassos dos alunos estão ligados à necessidade de mudança de registro de representação (conversão), de mobilização simultânea de dois registros, e, ainda, ligadas a conversões não-congruentes.

Assim, a atividade de conversão ocupa, segundo Duval (1995), importante papel no desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. É por meio dela que o aluno transitará entre dois ou mais registros de representação diferentes para compreender o conceito ali representado. Quando ele compreende que 0,25 , ¼ , 25% representam o mesmo número, ele tem compreensão suficiente para usá-los nos algoritmos, porque essas representações semióticas estão carregadas de significado para ele.

Porém, o ensino centrado em procedimentos algorítmicos, ou seja, em tratamentos (mudanças dentro do mesmo registro) em um único registro (numérico) tem enclausurado os alunos no mono-registro, limitando a sua compreensão. A preocupação da escola, relativa ao ensino de matemática, de acordo com Duval (1995), tem se centrado principalmente no fazer mecânico dos alunos, no uso correto dos algoritmos. Esses cálculos com números, feitos repetidas vezes de uma mesma forma, apenas mudando valores ou operações, configuram-se em tratamentos, pois apenas provocam transformações dentro do mesmo registro simbólico, não levando o aluno a perceber o objeto matemático, o representado na forma de dois ou mais representantes, para gerar uma compreensão integrativa e a compreensão conceitual.

Para acontecer uma aprendizagem matemática baseada na coordenação de diferentes registros de representação, é necessária a propositura de atividades, situações didáticas com esse fim. O professor, portanto, deve ter clareza do objeto matemático a ser trabalhado, pois disso depende a escolha dos registros de representação e das atividades de conversão e tratamento. A este respeito Damm afirma:

> A utilização de diferentes registros de representação semiótica é uma maneira didática/metodológica que o professor pode usar quando busca a conceitualização, a aquisição de conhecimento. Mas é importante lembrar que o essencial não são os registros de representação que estão sendo utilizados, mas a maneira como estão sendo utilizados. Poderemos falar em conceitualização, aquisição de conhecimentos somente a partir do momento em que o aluno “transitar” naturalmente por diferentes registros (DAMM, 1999, p.142).

Podemos concluir, portanto, que é vital à aprendizagem, que o aluno perceba a relação entre diferentes representações de um mesmo objeto matemático, coordenando-as, para que ele conceitue esse objeto representado pelas diferentes representações semióticas sob as quais ele se apresenta, já que ele compreende integrativamente que todas as diferentes representações (0,25 , ¼ , 25%) dizem respeito ao mesmo conceito.

Este, entretanto, não é um processo que acontece espontaneamente, necessita de atividades didático-metodológicas pensadas para esse fim. Atividades que contem com a intervenção atenta do professor, pois o fato de apresentar diferentes representações de um mesmo objeto matemático não é por si só, suficiente para gerar a compreensão conceitual desse objeto.

Para o aluno conseguir converter um enunciado de um problema, da língua materna para uma escrita numérica ou figural, que permita realizar tratamento e encontrar a solução, ligando os significados em ambas as representações, é necessário que o professor estruture, com esse fim, atividades didáticas pertinentes, situações de ensino e aprendizagem para tal, pois essa conversão não ocorrerá naturalmente. É com esta percepção que Damm (1999, p.135-136) reconhece que a "teoria de Raymond Duval tem sido cada vez mais utilizada quando as pesquisas concernem à aquisição de conhecimento, à organização de situações de aprendizagem".

Duval (1995), conforme já foi dito, atribui parte da dificuldade da aprendizagem matemática ao ensino centrado no mono-registro, isto é, à escolha de um único registro que se julga mais adequado para representar o conceito em foco. Essa escolha, na maioria das vezes, já é imposta pelo professor, e o registro, no caso específico dos anos iniciais do Ensino Fundamental, é, frequentemente, o numérico, conforme observa pesquisa de Sousa e Barreto (2009).

Em geral a escola espera que o aluno compreenda o conceito por meio dessa exploração didática no mono-registro, sem propor a realização de conversões entre diferentes registros. Ela julga ser espontânea essa transição entre as diferentes representações matemáticas. O autor sugere, então, a elaboração de situações de ensino que permitam certo grau de liberdade para as conversões e a coordenação de diferentes registros, inclusive pela utilização de um ou mais registros intermediários e de apoio, no aprendizado dos conhecimentos matemáticos, quer sejam as gravuras ou a própria língua materna, âncora de todas as aprendizagens.

No período dos anos iniciais a criança se encontra em plena construção da leitura, da compreensão pela atribuição de sentido. Assim, se o conhecimento matemático é acessado a partir de suas representações, e a língua materna é a representação-suporte, na fala e escrita, para as aprendizagens, é necessário um trabalho didático/metodológico conjunto com a língua materna, atentando, inclusive, para as variações do uso dessa língua, em sua forma oral e escrita, próprias às interações sócio-culturais dos sujeitos.

Duval (1995) considera, inclusive, que "a organização de situações de aprendizagem centradas sobre a coordenação de registros requer, então, que se tenha previamente identificado todas as variações cognitivamente pertinentes de uma representação dentro de um registro" (DUVAL, 1995, p.79). E, sendo a língua materna o registro mais complexo, com maior número de variações, pelo seu papel meta-discursivo na comunicação, requer um trabalho inicial nela.

As variações na língua materna são arbitradas pelo enunciador: "fixa-se uma organização sintática para a enunciação, e permutam-se os verbos e os objetos de referência dentro da frase enunciada" (DUVAL, 1995, p.83). Essas variações são de dois tipos: as de organização sintática – internas ao funcionamento linguístico, e as cognitivas: variações de enunciados em relação às mudanças da situação descrita pelo primeiro enunciado.

Comparemos os exemplos a seguir: caso A: *Juliana tinha 8 balas, ganhou 6, com quantas ficou?* Os verbos, a ordem da enunciação, os objetos referenciados denotam uma situação aditiva, de "juntar" e totalizar; caso B: *Juliana tinha 14 balas, deu 6 para seu irmão e 4 para sua prima. Quantas balas ela deu? Com quantas ela ficou?* Temos o verbo "dar", que faz variar a enunciação, principalmente porque seu sentido contextual varia entre o de retirar (subtrair) e o de totalizar (adicionar). É importante atestar que nem todas as variações sintáticas e lexicamente possíveis dentro da língua materna são cognitivamente pertinentes. As únicas que o são, referem-se às que causam variação dentro de um outro registro, quando da conversão.

Nesse sentido Duval ainda acrescenta que a conversão da representação de qualquer registro para a língua materna tem menor complexidade que no sentido inverso, ou seja, da língua materna para outro tipo de representação. Esta característica se acirra quando a conversão é feita para um registro não-discursivo. Assim, ele ressalta a necessidade de se trabalharem os dois sentidos de conversão.

O autor adverte, ainda, para o fato de que a conversão da língua materna para a representação não-discursiva exige a passagem por um registro intermediário. "Aqui, o registro de chegada é uma descrição da situação apresentada pela representação intermediária e não pela representação de partida. [...] estamos em presença de uma *composição de duas conversões sucessivas*” (DUVAL, 1995, p.85).

Assim, fica patente a necessidade de situações de ensino e aprendizagem que visem à discriminação das unidades significantes na representação de partida, e tomem, simultaneamente, dois registros de representação entre os quais se proceda a conversão. A partir da passagem de um registro a outro, ou a partir das sucessivas passagens entre registros, a conceitualização poderá acontecer.

Foi nesta perspectiva que a teoria de Duval foi utilizada para propor vivências pedagógicas no curso oferecido às professoras. O intuito foi vivenciar situações de aprendizagem e refletir sobre elas, com vistas a ressaltar a importância da utilização das conversões entre diferentes registros, dos tratamentos e da coordenação entre registros de representação. Assim, considero que, a partir desse curso, as professoras poderão tentar superar possíveis dificuldades com o conteúdo matemático, refletir sobre suas aprendizagens e sentirem-se aptas a criar situações e aplicá-las para um trabalho facilitador da aprendizagem dos alunos nos conhecimentos pertinentes à aritmética, notadamente, os números e operações numéricas. Os aspectos trabalhados e percebidos durante esse curso encontram-se analisados no capítulo seguinte.

CAPÍTULO 4. O QUE APRENDEMOS COM O PROCESSO DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Neste capítulo procedemos à descrição e análise do curso ministrado às professoras, buscando uma articulação concreta entre a teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS) e os aspectos observados a partir das vivências pedagógicas propostas durante o curso. Nestas ocasiões, busquei quebrar a dicotomia teoria/prática, por meio de uma abordagem didática assim organizada: 1. Eu propunha uma vivência pedagógica previamente estruturada; 2. Convidava as professoras a refletir sobre as ações realizadas, à luz dos seus referenciais individuais e coletivos, por meio de perguntas ou a partir de seus comentários espontâneos; 3. Discutia conceitual e didaticamente a vivência com elas, tomando por base as referências teóricas.

Esses momentos não eram fechados ou estanques. Na verdade a reflexão começava, muitas vezes, já na ação, na realização da vivência, e o diálogo também, na tentativa de sistematizar com elas o que estava sendo aprendido, reforçado ou refutado por meio daquelas reflexões. Muitas crenças, lacunas e aprendizados aconteceram a partir desses diálogos e dessas reflexões.

Para estruturar esta análise, optei pela criação de uma primeira seção na qual considero as condições de aproximação com o grupo de professoras, de modo a favorecer o processo de formação e o vínculo grupal. Por compreender vínculo como "uma estrutura complexa que inclui um sujeito, um objeto, e sua mútua interelação com processos de comunicação e aprendizagem" (PICHON RIVIERE, 1988, p.13), acredito no importante papel dessa conexão com o grupo. Por isto, realizei, inicialmente, uma vivência grupal denominada dinâmica de aquecimento, que relato na referida seção.

Essa vivência visava contribuir para o estabelecimento de uma maior aproximação entre as professoras e delas comigo. Esse vínculo favoreceria a disponibilidade e o envolvimento das professoras para comunicar-se e aprender, falando de sua prática, de suas limitações, de suas necessidades; disponibilizando-se, inclusive, para buscar alternativas para preencher possíveis lacunas em sua formação e prática pedagógica.

Na próxima seção apresentarei os aspectos captados quando da aplicação de um *diagnóstico,* realizada no primeiro encontro do curso, que visou avaliar como as professoras usavam diferentes registros de representações semióticas (número, desenho e língua materna) na resolução de problemas aritméticos. Não esperava que as professoras tivessem domínio da teoria, mas desejava investigar como elas resolveriam os problemas em registros diversificados, e quais dificuldades poderiam apresentar para tal atividade. Embora este exercício tenha sido parte integrante do curso, ele se encontra destacado na análise devido ao fato de ele ter sido tomado como uma avaliação das professoras, a qual forneceu indicadores para o próprio planejamento das cinco aulas seguintes componentes do curso.

A análise do *diagnóstico* em si foi realizada avaliando-se, em primeiro lugar, o nível de congruência presente nas conversões dos problemas que foram propostos às professoras. Em seguida, tomei duas das categorias fundamentais da teoria dos Registros de Representação Semiótica – as conversões e os tratamentos – cada uma delas compondo uma seção desta análise. Na primeira, foram considerados: tipos de conversão; êxito ou não na realização da conversão; previsão de variações entre registros; justificações das conversões. Na segunda, foram analisados: a efetiva realização dos tratamentos; êxito ou não na sua realização; justificação dos tratamentos.

Na seção Vivências pedagógicas e o processo da formação descrevo as vivências pedagógicas realizadas com as professoras, em seguida analiso a evolução da percepção das professoras acerca da teoria dos registros de representação semiótica no decorrer do curso.

4.1 PRIMEIRAS APROXIMAÇÕES ENTRE PESQUISADORA E GRUPO

O primeiro encontro iniciou-se com um momento de aquecimento do grupo para o trabalho, o que, segundo Aguiar (1998, p.91), “implica principalmente a integração de todos os participantes na tarefa comum”. Esse momento tinha como objetivo conhecer um pouco as professoras e suas expectativas em relação ao curso. Assim, foi realizada uma dinâmica de apresentação das professoras utilizando um material intitulado “geometria sagrada” (apêndice 03). Com esse material busquei aproximar as professoras dos números como símbolos, que, para além da representação para as atividades de contagem, guardam uma significação simbólica ligada à história e desenvolvimento da humanidade (MENDES, 2006).

O material “geometria sagrada” consiste em nove cartelas, numeradas de 1 a 9. Tais números são associados às figuras geométricas, de forma que: o número 1 corresponde ao ponto, o 2 à reta, o 3 ao triângulo, o 4 ao quadrado... até o 9, que corresponde ao eneágono (polígono de nove lados). Em cada cartela há uma mensagem que explica a formação da figura correspondente ao número e o seu “significado” na geometria sagrada, buscado dentre as religiões e culturas mundiais.

Para a escolha do número, solicitei a cada professora que pensasse e depois dissesse um número de 1 a 9, que tivesse importância ou significado em sua vida. Elas foram aquiescentes à atividade e relacionaram os números às suas datas significativas: dia e mês do aniversário, datas em que aconteceram eventos pessoais significativos e dias santos.

Em seguida entreguei a cada professora a cartela correspondente ao número escolhido. Sugeri que lessem a mensagem expressa na cartela e vissem se elas se identificavam ou não com o conteúdo ali presente. Eu também participei da atividade, visando uma maior identificação com o grupo. Os observadores externos, no entanto, não participaram, permanecendo no exercício das observações e anotações. Como o número era de livre escolha, aconteceram repetições entre eles. Os números escolhidos e seus significados dados pela geometria sagrada foram: número 2 - equilíbrio entre conhecimento e afetividade, dualidade, caminho do meio em todos os aspectos da vida pessoal e profissional; número 3 – equilíbrio, forma perfeita, realização e materialização também ligada às questões espirituais; número 7 – sorte, relação entre espírito e matéria, serenidade, equilíbrio entre o espiritual e o material; número 8 – número harmonioso a partir da geometria do próprio número e poderoso, que expressa a realização material.

Foi partilhado, com essa vivência, um pouco da vida de cada membro do grupo, inclusive da minha, dando-nos a oportunidade de uma aproximação inicial, fundamental na vinculação de um grupo com o qual se pretendia conviver durante o período da formação, no intuito de pesquisar, aprender e ensinar.

A concepção de formação continuada que adoto como suporte para este trabalho pensa o professor como um profissional com formação humana, técnica e política, fatores que compõem sua formação e desenvolvimento profissional. Imbernón (2006, p.46-47) fala do "conhecimento e compreensão de si mesmo" como inerentes e necessários ao desenvolvimento profissional do professor. Esse conhecimento e compreensão se coadunam com a idéia de que

> É preciso ver os professores não como seres abstratos, ou essencialmente intelectuais, mas como seres essencialmente sociais, com suas identidades pessoais e profissionais, imersos numa vida grupal na qual partilham uma cultura, derivando conhecimentos, valores e atitudes dessas relações, com base nas representações constituídas nesse processo que é, ao mesmo tempo, social e intersubjetivo (GATTI, 2003, p.06).

Desta foram, entendo que o curso não poderia se restringir ao trabalho com a matemática e seu ensino, e à teoria dos Registros de Representação Semiótica. Ao contrário, eu precisava de uma aproximação com o grupo e com a cultura grupal, tanto para melhor conhecê-los, criando certa intimidade e passando a fazer um pouco parte do grupo, mesmo que temporariamente, quanto para compreender melhor as revelações da pesquisa.

Momentos desta natureza, que nomeamos *aquecimento*, introduziram cada um dos encontros, não para realizar uma "dinâmica" como uma técnica fragmentada e sem significado, mas para acolher o grupo, sintonizar-se com ele, trazê-lo para o momento presente a fim de unir as forças em torno do projeto comum. Nem sempre as atividades propostas no aquecimento guardavam relação com a matemática, pois o objetivo não era o conteúdo, mas as pessoas. Estes momentos de aproximação do grupo parecem ter gerado bons frutos, visto que, após o término do curso, as professoras permanecem em contato comigo, solicitam material didático, retiram dúvidas, pedem informações acerca de leituras para aprofundamento do que foi trabalhado.

No primeiro encontro, após o aquecimento, apresentei o projeto do curso (anexo 04). O projeto foi lido e discutido na íntegra, seguido de uma breve explanação de como seriam desenvolvidas as atividades ao longo do curso. Neste tocante, orientei as professoras sobre a natureza das vivências que se realizariam durante o curso, ressaltando que a prioridade não recaia sobre a checagem de acertos e erros, mas sobre a compreensão do papel das representações semióticas no ensino e aprendizagem da matemática. Foi combinado que, quando da resolução de atividades no papel, não seria usada a borracha, deixando registrado, desta forma, todas as representações utilizadas e todos os possíveis registros de que as professoras tivessem feito uso no esforço de objetivar os conceitos em jogo.

Relembrei o que fora acordado no encontro de negociação, quanto à gravação de áudio das aulas e a presença dos dois observadores externos, que fariam anotações acerca do vivido, constituindo assim, parte dos dados coletados na pesquisa. Todas ratificaram este contrato. Acredito na importância da explicitação do contrato didático antes do início de um trabalho pedagógico com qualquer grupo. Dar a conhecer ao grupo as regras que nortearão as atividades, ou ainda, construir algumas com eles, divide as responsabilidades, torna as pessoas co-autoras do processo, partícipes e atuantes.

4.2 O DIAGNÓSTICO

O diagnóstico foi realizado com base em um exercício composto por sete problemas, envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Tais problemas tinham nível de complexidade relativo aos cinco anos iniciais do Ensino Fundamental, visto terem sido retirados de livros a eles dedicados. As questões requeriam resoluções a partir de diferentes registros, ou que fossem previstas alterações nas resoluções dos problemas a partir de modificações realizadas em seus enunciados. Considerei, portanto, as conversões e os tratamentos. Quanto às operações, os problemas 1, 2, 3 e 4 tratavam apenas de adição e subtração, enquanto os problemas 5, 6 e 7 envolviam também multiplicação e/ou divisão.

As questões do exercício solicitavam diferentes realizações para um mesmo problema, que variavam entre as conversões da língua materna ou natural[13] para o registro numérico, da língua materna para o registro no desenho, do registro no desenho para o registro numérico, do registro numérico para a língua materna, do registro numérico para o registro no desenho. Em algumas questões, ainda, questionamos as professoras quanto ao que fizeram, para responderem por escrito, visando à sistematização do raciocínio e objetivação do conhecimento. Foram propostas questões para avaliar o tratamento realizado pelas participantes do curso.

4.2.1 O NÍVEL DE CONGRUÊNCIA NAS CONVERSÕES DOS PROBLEMAS

Para a análise deste *diagnóstico,* o primeiro aspecto ressaltado foi o nível de congruência na conversão entre o registro de partida e o de chegada. Duval (1995) considera que os erros em resoluções de problemas estão ligados prioritariamente a níveis de congruência e esta não pode ser avaliada de forma absoluta, isto é, um problema não é, em si mesmo, congruente ou não. É necessário considerar a qualidade dos registros que estão em jogo, além do sentido em que se faz a conversão.

Na conversão da língua materna (LM) para o registro numérico (RN), os problemas apresentavam características que denotavam diferentes níveis de congruência.

Problema 1A:

Resolva o problema a seguir, utilizando o cálculo numérico.

Caio é um garoto de 6 anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias ele acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo ele havia perdido 6 de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha 54 bolinhas. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

A conversão do problema 1A apresentava dificuldades com todos os fatores de congruência apontados por Duval. Quanto à *unicidade semântica terminal,* o ponto nevrálgico

[13] Utilizamos neste trabalho os termos língua materna (MACHADO,1990) e língua natural (DUVAL, 1995) como sinônimos.

era a existência de dados a mais que os necessários à sua resolução. Assim sendo, cabia ao sujeito selecionar quais eram os dados do registro de partida que constituíam efetivamente unidades significantes, as quais deveriam ser, portanto, convertidas para o registro de chegada. Somente após o êxito nesta seleção passaria a ser possível falar-se da presença da *unicidade semântica terminal*. A ausência de *correspondência semântica* se configurou na necessidade de inferir que as bolinhas perdidas por Caio foram ganhas por Júnior. Finalmente, a *conservação da ordem das unidades de significado* quando da conversão não acontece, pois o dado fornecido é a quantidade final e a indagação é acerca de uma quantidade inicial, o que impõe inversão na ordem da conversão das unidades significantes.

Problema 2A:

Resolva o problema seguinte, utilizando cálculo numérico.

Para comprar um vestido que custa R$ 96,00 e uma blusa que custa R$ 61,00, Maria precisa de mais R$ 44,00. Quanto Maria tem?

A conversão deste problema apresentava dificuldades em relação à *correspondência semântica*, pois o que o registro em Língua Materna enunciava como “de mais”, no registro numérico se configurava numa subtração. A *conservação da ordem das unidades de significado,* da mesma forma que no problema anterior, estava prejudicada pelo fornecimento da quantidade final e a indagação acerca da quantidade inicial.

Problema 3A:

Resolva esse problema, representando-o com cálculo numérico.

João joga dominó com seus primos apostando bombons. Ele jogou duas partidas. Ao final da segunda partida, João perdeu 6 bombons, e ao final do jogo havia perdido 13. O que aconteceu na primeira partida? João ganhou ou perdeu? Quantos bombons?

Mais uma vez os mesmos dois fatores de congruência não estão presentes. A *correspondência semântica* não é realizada pelo fato de o problema tratar de perdas. Como se trata da consideração de diversas perdas, a conversão para o registro numérico impõe uma soma, em lugar de uma subtração. A demanda pela quantidade inicial compromete a *conservação da ordem das unidades de significado* quando da conversão.

Problema 7A:

Resolva o problema a seguir com cálculo(s) aritmético(s)

> *Uma empresa que produz caixas de embalagens emprega 25 mulheres e 75 homens. Das pessoas que trabalham na empresa, a quarta parte vai a pé para o trabalho.*
>
> *Na empresa são produzidas diariamente 2 centenas de caixas grandes, 38 dezenas de caixas médias e meio milhar de caixas pequenas.*
>
> *Quantas pessoas usam algum tipo de transporte para ir ao trabalho? Quantas caixas são produzidas por dia na empresa?*

A conversão deste problema não apresentava uma perfeita *correspondência semântica terminal*, pois havia unidades significantes a serem deduzidas pelas relações estabelecidas no registro de partida, como: "2 centenas", "38 dezenas" "meio milhar". Além disto, o registro inicial trazia a informação sobre pessoas que "vão a pé" e no registro de chegada a questão deveria ser respondida acerca das que "usam transporte". O registro de partida apresentava, ainda, uma mesclagem entre os dados de dois problemas que eram enunciados concomitantemente, comprometendo, assim, a *conservação da ordem das unidades de significado*.

Com vistas a investigar a heterogeneidade de sentido da conversão, de que fala Duval (1995), propus, no problema 4A, a conversão do registro numérico (RN) para a língua materna (LM).

Problema 4A:

> *4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?*
>
> *A) Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.*

A conversão deste problema apresentava alta congruência para a LM, visto que a ordem das unidades é a mesma em ambos os registros, cada unidade de um registro corresponde a uma unidade no outro registro e a significação dos termos fica a critério do elaborador do enunciado.

A conversão do registro numérico (RN) para o registro no desenho (RD) esteve presente como segunda resolução dos problemas 3 e 7, que nomeamos de 3B e 7B.

Problema 3B:

João joga dominó com seus primos apostando bombons. Ele jogou duas partidas. Ao final da segunda partida, João perdeu 6 bombons, e ao final do jogo havia perdido 13. O que aconteceu na primeira partida? João ganhou ou perdeu? Quantos bombons?

Agora represente a resolução com desenho.

Tendo-se em vista que se tratava de uma segunda resolução para um mesmo problema, que já havia sido resolvido no registro numérico, a congruência deve ser avaliada entre o RN e o RD. O registro de partida passou a ser, então, a própria resolução das professoras, em cálculo numérico, o que tornou a conversão perfeitamente congruente, visto obedecer aos três critérios propostos por Duval. Importante observar que a congruência, neste caso, está condicionada à conversão e tratamento corretos realizados no registro numérico, pelas professoras. Uma vez cometidos erros neste registro, a conversão para RD fica comprometida.

Problema 7B:

Uma empresa que produz caixas de embalagens emprega 25 mulheres e 75 homens. Das pessoas que trabalham na empresa, a quarta parte vai a pé para o trabalho. *Na empresa são produzidas diariamente 2 centenas de caixas grandes, 38 dezenas de caixas médias e meio milhar de caixas pequenas.* *Quantas pessoas usam algum tipo de transporte para ir ao trabalho? Quantas caixas são produzidas por dia na empresa?*

Agora o represente com desenho.

Embora, como no problema anterior, a primeira conversão para o registro numérico tenha favorecido a congruência na conversão para o registro no desenho, neste caso subsiste um fator de incongruência. Devido às grandes quantidades representadas no registro numérico, há uma dificuldade em criar um representante no registro no desenho que lhes corresponda, o que compromete a *correspondência semântica terminal.*

Já no sentido contrário, isto é, a conversão do registro no desenho (RD) para o registro numérico (RN) foi solicitada apenas no problema 6B.

Problema 6B:

Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

Agora, resolva-o com algoritmo(s) aritmético(s):

O Problema 6B mantém alta congruência na conversão de RD para RN, pela *correspondência* e *unicidade semântica* e pela *conservação da ordem das unidades significantes* que permanecem iguais. Vale ressaltar que se trata de uma segunda conversão, decorrente de uma primeira já realizada entre LM e RD em 6A. Tal tipo de conversão será tratada a seguir.

A conversão entre o registro em língua materna (LM) e o registro no desenho (RD) foi uma possibilidade aberta para a resolução do problema 5A, além de ser solicitada explicitamente no problema 6A.

Problema 5A:

5. A) Resolva o problema com cálculo aritmético e/ou desenho, o que lhe for melhor.

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média, e cada um leva 4 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?

Neste problema, devido a grandes quantidades envolvidas (300 pessoas), a conversão de LM para RD impõe o apoio de outro registro, seja o numérico ou a língua materna, o que já denota sua baixa congruência. Isto já foi considerado por Duval (2006), ao tratar das conversões para representações não discursivas, como é o caso do desenho.

Em 5A, os três fatores de congruência estavam ausentes: a *correspondência semântica terminal* ficava ferida devido aos dados serem tratados em diferentes unidades de tempo, o que impunha a percepção da equivalência entre cada grupo de 60 segundos para 1 minuto. O número 25 apresentado duas vezes, apenas para indicar a periodicidade da partida dos carrinhos, retira a *unicidade semântica terminal* do processo de conversão. Dito de outra forma, há duas unidades no registro de partida representando apenas uma no registro de chegada. A ausência da *conservação da ordem das unidades significantes* decorria da necessidade de relacionar a primeira unidade significante apresentada no registro de partida (número total de pessoas) com a terceira unidade (pessoas por carrinho), para somente depois considerar a segunda unidade apresentada, isto é, a questão do tempo.

Problema 6A:

Resolva este problema utilizando o desenho:

Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

Este problema apresenta alto nível de congruência entre LM e RD, pois conta com os três fatores que a determinam. É possível, ao sujeito que o resolve, construir a conversão na medida em que vai percebendo os dados no registro de partida (*conservação da ordem das unidades significantes)*. A cada elemento enunciado corresponde um elemento a converter (*unicidade semântica terminal)* e, ainda, não existe qualquer diferenciação na compreensão dos significados das unidades significantes entre os dois registros (*correspondência semântica terminal)*.

Os problemas 1, 2B, 4B e 5B requeriam a previsão de variação no registro de chegada, a partir de mudanças no registro de partida. Este tipo de atividade é ressaltado por Duval (1995) como uma importante estratégia para efetivar a correspondência entre diferentes representações e, portanto, chegar ao domínio dos conceitos.

Problema 2B:

Para comprar um vestido que custa R$ 96,00 e uma blusa que custa R$ 61,00, Maria precisa de mais R$ 44,00. Quanto Maria tem?

2. B) Se mudarmos as frases:

"Maria precisa de mais R$ 44,00" para "Maria já tem R$ 52,00";

e "Quanto Maria tem?" para "De quanto Maria precisa?", o que você acha que pode acontecer na resolução do problema? Explique por escrito.

A conversão do problema 2B, a partir das variações propostas, continua com dificuldade de congruência nos mesmos fatores do enunciado original – *correspondência semântica terminal* e *conservação da ordem das unidades significantes.*

Problema 4B:

Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?

4B) Agora responda:

Se mudarmos as expressões para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?

No formato original, as sentenças matemáticas podem ser conectadas entre si, pois o resultado da primeira corresponde ao primeiro elemento da segunda sentença. A mudança em 4B desconecta estas sentenças, passando a existir duas operações separadas, impondo a elaboração de um problema em LM com maior grau de complexidade. Para relacionar as duas sentenças compromete-se a unicidade semântica terminal.

Problema 5B:

5. B) Se o problema for: Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

O que ocorre com a solução do problema? Por quê?

Essa mudança sugerida em 5B torna o problema impossível de ser convertido corretamente, ou seja, sem solução pela ausência de dados para tanto. Assim sendo, não cabe o julgamento acerca da presença ou ausência dos três fatores de congruência de que fala Duval.

4.2.2. AS CONVERSÕES

Conforme discutido anteriormente, para Duval (1995, p.40), a conversão constitui-se me uma "transformação da representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada dentro de um registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação dentro de um outro registro."

Já considerado, na seção anterior, o grau de congruência existente em cada tipo de conversão realizada para a resolução dos problemas, analiso, agora, como as professoras realizaram essas conversões, com vistas a resolver os problemas, para o diagnóstico. Foram considerados os diferentes tipos de conversão propostas no diagnóstico (LM – RN; RN – LM; RN – RD; RD – RN; LM – RD), além das previsões das consequências decorrentes de variações nos registros de partida. Foram consideradas, ainda, as categorias êxito e falha nas atividades. A análise do diagnóstico considera, inicialmente, os diferentes tipos de conversões solicitadas ou necessárias à resolução do problema:

4.2.2.1. Conversão da Língua Materna para o Registro Numérico (LM – RN)

Este tipo de conversão foi requerida nas questões 1A, 2A, 3A, 5A e 7A. O enunciado já explicitava a necessidade de tal procedimento. Para a questão 5A, este tipo de conversão era uma das possibilidades de resolução.

Esta conversão foi realizada em 40 resoluções dos cinco problemas, das quais 32 estavam corretas e 08 não. Observamos dois tipos diferentes de procedimentos: a conversão feita diretamente entre um registro e o outro e a conversão realizada com o apoio da língua materna. Isto aconteceu tanto em problemas com níveis mais altos quanto mais baixos de congruência entre os diferentes registros.

Conversão (LM – RN) exitosa com apoio da língua materna em conversões com baixa congruência

Doze resoluções se enquadraram nesta condição. Elas correspondem aos problemas 1A, 2A, 3A, 5A e 7A. Pode-se ver nos exemplos, a seguir:

Figura 01 – Problema 1 - RESOLUÇÃO P1

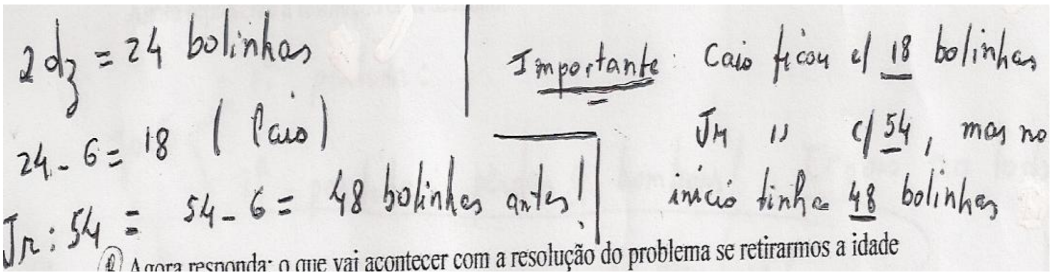
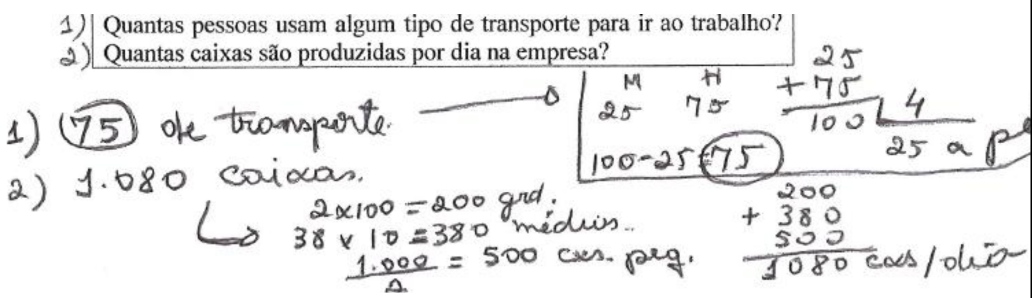


Figura 02 – Problema 7A – RESOLUÇÃO P6



Nestes exemplos, todos os dados extraídos da LM, quando convertidos para o RN, são complementados na própria língua materna, utilizada como apoio na organização da representação do raciocínio. Em P1 (figura 01) isso fica muito claro, pois ela converte todos os dados que considera relevantes para chegar à resposta, na ordem em que aparecem no texto, e faz registros complementares em língua materna, com vistas a esclarecer para ela e, talvez, para o “outro” a linha de raciocínio adotada e a resposta encontrada.

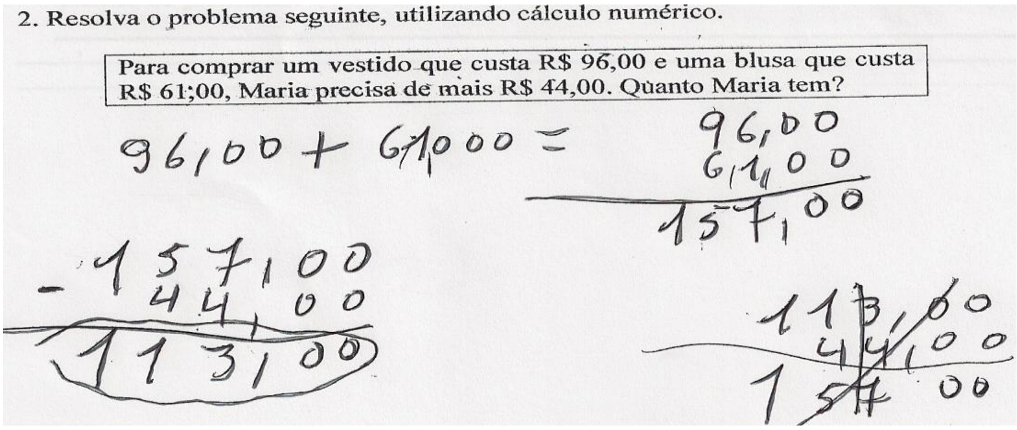
Esse esclarecimento feito para si próprio, pelo sujeito que resolve o problema, é denominado por Duval como a função de objetivação, que a representação semiótica preenche. Objetivar é, então, tomar consciência do processo de construção conceitual. Para isso, a representação cumpre papel fundamental. Os dados obtidos, no entanto, não são capazes de atestar se as professoras utilizaram o apoio da LM com vistas a esclarecer a si próprias ou se o objetivo foi propiciar uma comunicação mais clara com o “outro”, no caso, comigo, que elas sabiam analisaria a sua resolução. Suporte de todas as aprendizagens, a língua materna cumpre, nessa perspectiva, tanto a função de objetivação, quanto a função de comunicação.

De qualquer modo, a utilização do apoio da LM evidencia que essas professoras necessitaram dos dados do registro de partida para conduzir seu processo de conversão com êxito. Ou seja, o apoio da língua materna se apresenta como uma importante ferramenta para garantir o sucesso desse tipo de conversão.

Conversão (LM – RN) Exitosa sem Apoio da Língua Materna em conversões com baixa congruência

Este tipo de conversão aconteceu em cinco resoluções do problema 2A e duas do problema 1A.

Figura 03 – Problema 2A – RESOLUÇÃO P5


2. Resolva o problema seguinte, utilizando cálculo numérico.

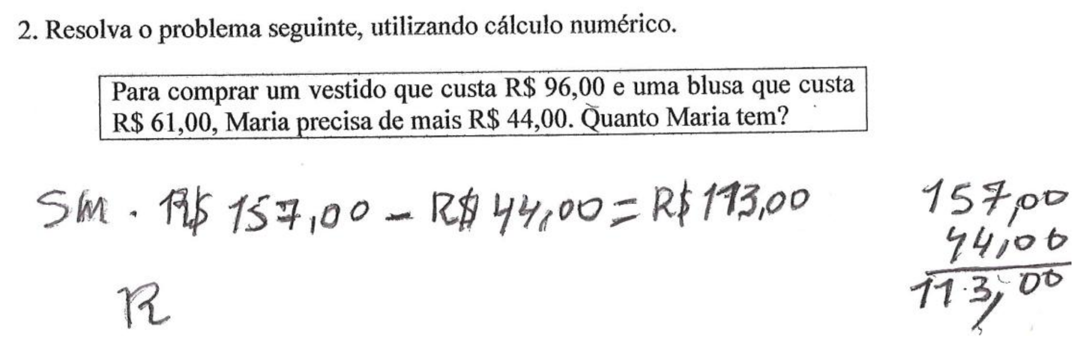
Para comprar um vestido que custa R$ 96,00 e uma blusa que custa R$ 61;00, Maria precisa de mais R$ 44,00. Quanto Maria tem?

96,00 + 61,000 = 96,00 + 61,00 = 157,00

157,00 − 44,00 = 113,00

113,00 + 44,00 = 157,00

Figura 04 – Problema 2A – RESOLUÇÃO P4


2. Resolva o problema seguinte, utilizando cálculo numérico.

Para comprar um vestido que custa R$ 96,00 e uma blusa que custa R$ 61,00, Maria precisa de mais R$ 44,00. Quanto Maria tem?

SM · R$ 157,00 − R$ 44,00 = R$ 113,00

157,00 − 44,00 = 113,00

R

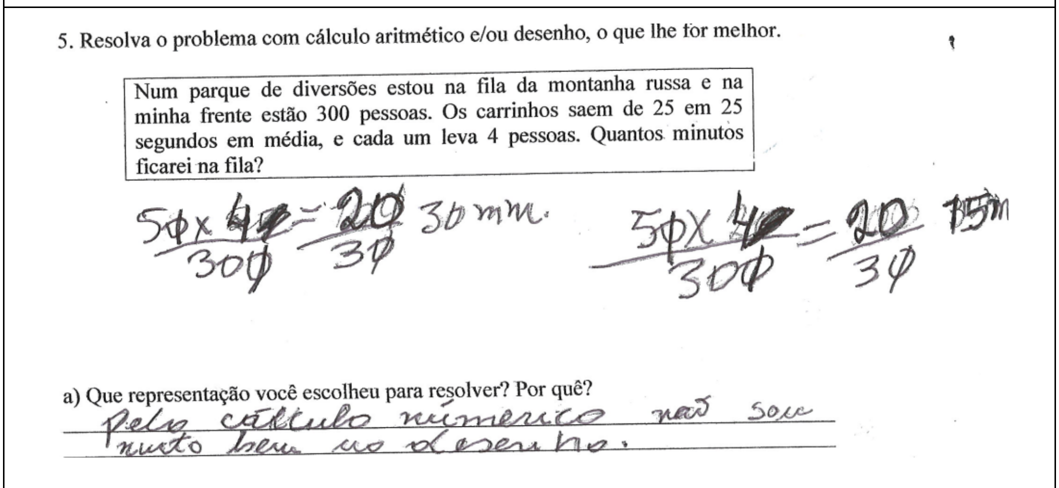
Destaco nestas resoluções, além da ausência de apoio da língua materna, a configuração da resolução em P4 (figura 04). Ela utiliza o cálculo mental para determinar o valor R$ 157,00, e em seguida usa o formato: sentença matemática, cálculo e resposta, tão ensinado como procedimento de resolução de um problema matemático nas escolas. Tal ensinamento pode colaborar com quem está aprendendo a resolver problemas matemáticos, por estruturar um padrão, mas também pode aprisionar professor e aluno numa única representação da situação a ser solucionada, isto é no mono-registro. Na figura 03, também é possível perceber o uso de procedimentos padrão, quando P5 estrutura o algoritmo horizontalmente e, em seguida, reorganiza-o para o padrão vertical.

Falha na conversão (LM – RN)

Este caso só se deu no grupo dos problemas com conversão de baixa congruência (3A, 5A, 7A). Foram seis as resoluções que se enquadraram nesta situação. Quatro da questão 5A, uma da questão 3A e uma da questão 7A.

Vale ressaltar que na resolução do problema 5A podia-se optar por registro numérico (RN) ou registro no desenho (RD). A conversão deste problema apresentava baixo grau de congruência e requeria, além de uma leitura interpretativa à busca das unidades significantes para possibilitar a conversão, a escolha das operações que trariam menor custo de memória, e, ainda, a transformação de unidades de medida do tempo (segundos para minutos). Este foi o problema em que houve mais falhas de conversão. Seis professoras tentaram resolver este problema, cinco utilizando apenas o RN. Destas, quatro não obtiveram êxito. Apresento a seguir duas tentativas:

Figura 05 – Problema 5A – RESOLUÇÃO P4


5. Resolva o problema com cálculo aritmético e/ou desenho, o que lhe for melhor.

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média, e cada um leva 4 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?

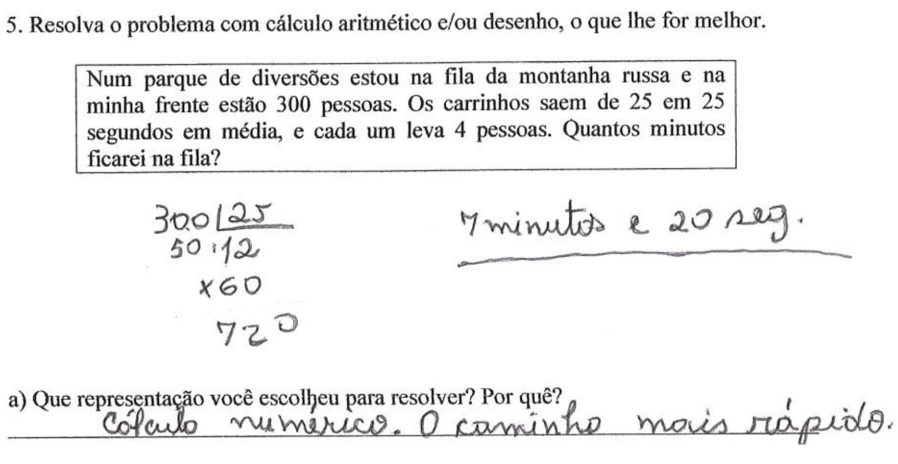
50 x 40 = 20 / 300 30 30 min.

50 X 40 = 20 / 300 30 15m

a) Que representação você escolheu para resolver? Por quê?

Pelo cálculo numérico não sou muito bem nos desenhos.

Figura 06 – Problema 5A – RESOLUÇÃO P6


5. Resolva o problema com cálculo aritmético e/ou desenho, o que lhe for melhor.

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média, e cada um leva 4 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?

300 | 25
50 12
x60
720

7 minutos e 20 seg.

a) Que representação você escolheu para resolver? Por quê?
Cálculo numérico. O caminho mais rápido.

P6 considerou apenas os elementos numéricos, 300 e 25, como unidades significantes. As relações necessárias à resolução do problema não foram vistas como tal. A ênfase recaiu apenas sobre os números, com os quais foram procedidas operações quaisquer. Já P4, percebeu como unidades significantes, apenas os elementos numéricos presentes no enunciado, isto é, o intervalo de 25 em 25 segundos, que ela transformou em 50, as 4 pessoas por carrinho e as 300 pessoas na fila. Isto nos remete ao fato que : “a colocação dos dados de um enunciado de um problema em equação, é a conversão das diferentes expressões lingüísticas das relações, em outras expressões dessas relações dentro do registro de uma escrita simbólica” (DUVAL, 1995, p.41). Foi o que faltou ser percebido e realizado pelas professoras nas resoluções mencionadas. Na representação da unidade de tempo, P4 também cometeu erros (30mm para representar 30 minutos).

Não conversão (LM – RN)

Seis resoluções não realizadas se enquadraram nesta situação, todas em problemas cuja conversão apresentava baixa congruência – questões 3A, 5A e 7A. Destas, cinco foram deixadas totalmente em branco. Houve uma professora (P7) que comunicou sua dificuldade em realizar a conversão da LM para o RN, no problema da questão 5A. A expressão registrada por ela ilustra este tipo de dificuldade e deixa ver que ela não foi capaz de destacar as unidades significantes do problema 5A, não sendo capaz, portanto, de representá-las no RN para depois proceder ao adequado tratamento. Ela deixou expressa uma mensagem no local reservado à resolução do problema, que atesta esta impossibilidade: *não sei resolver esta* *questão, por isto não tenho como fazer os cálculos* (P7). Na concepção da professora a resolução da questão é desmembrada dos cálculos.

4.2.2.2. Conversão do Registro Numérico para a Língua Materna (RN – LM)

Essa conversão, que parte de um registro discursivo para outro também discursivo, foi solicitada apenas no problema 4A. A conversão do problema apresenta alta congruência, tendo em vista que se trata de uma operação de adição e outra de subtração, a partir do resultado da primeira. A criação de um contexto a partir dessa operação, como em todas as conversões, requeria a identificação das unidades significantes, determinante no sucesso dessa atividade cognitiva. Nas resoluções, destaco:

Conversão (RN – LM) exitosa em conversões com alta congruência

Das oito resoluções, cinco obtiveram êxito, ou seja, conseguiram converter as unidades significantes, elaborando um texto com significado.

Figura 07 – Problema 4A – RESOLUÇÃO P1

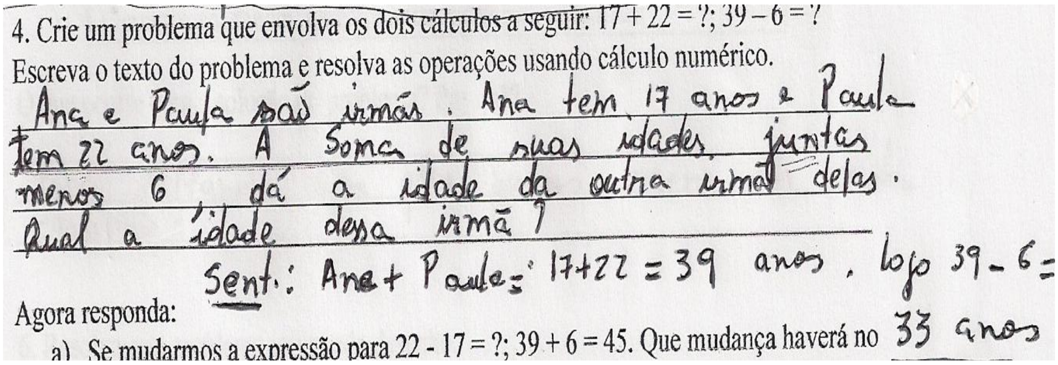
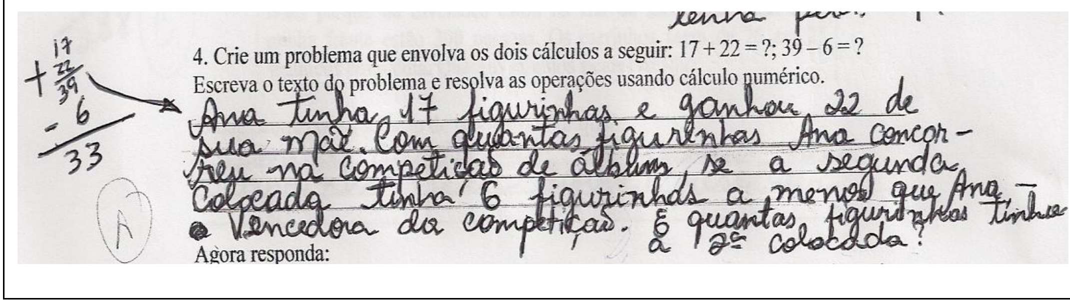
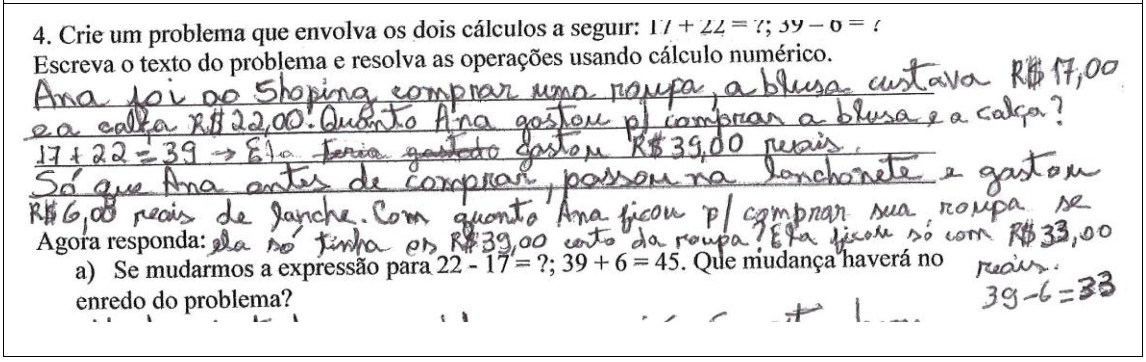

4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.
Ana e Paula são irmãs. Ana tem 17 anos e Paula tem 22 anos. A soma de suas idades juntas menos 6, dá a idade da outra irmã delas. Qual a idade dessa irmã?
Sent.: Ana + Paula = 17+22 = 39 anos, logo 39 – 6 = 33 anos
Agora responda:
a) Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no

Figura 08 – Problema 4A – RESOLUÇÃO P8


17
+ 22
39
- 6
33
4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.
Ana tinha 17 figurinhas e ganhou 22 de sua mãe. Com quantas figurinhas Ana concorreu na competição de álbum se a segunda colocada tinha 6 figurinhas a menos que Ana – a vencedora da competição. E quantas figurinhas tinha a 2ª colocada?
Agora responda:

Nessas duas conversões as professoras elaboraram contextos condizentes com as operações sugeridas. P1 trabalhou as duas operações articuladamente, embora não tenha explicitado a questão intermediária. De todo modo, ela utilizou o dado decorrente da resolução da primeira sentença para construir a relação subsequente. P8 considerou todas as unidades significantes, embora tenha colocado um condicionante (se) deslocado do contexto, com dados relativos à segunda pergunta colocados na primeira. Ela, entretanto, conseguiu articular as duas sentenças matemáticas em um único contexto no registro LM.

Figura 09 – Problema 4A – RESOLUÇÃO P7

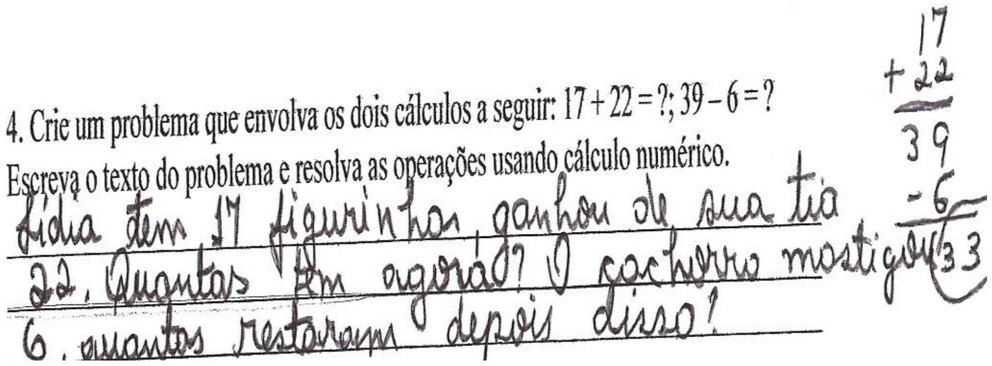


4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.
Ana foi ao Shoping comprar uma roupa, a blusa custava R$ 17,00 e a calça R$ 22,00. Quanto Ana gastou p/ comprar a blusa e a calça?
17 + 22 = 39 → Ela ~~teria gastado~~ gastou R$ 39,00 reais.
Só que Ana antes de comprar, passou na lanchonete e gastou R$ 6,00 reais de lanche. Com quanto Ana ficou p/ comprar sua roupa se
Agora responda: ela só tinha os R$ 39,00 certo da roupa? Ela ficou só com R$ 33,00 reais.
39 – 6 = 33
a) Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?

Em sua resolução, P7 não escreveu um problema apenas, convertendo a expressão matemática em uma expressão escrita em língua materna. Ela escreveu o problema e o resolveu, num discurso único, ininterrupto, respondendo cada pergunta que fez, como se estivesse contando uma história.

P7 também teve dificuldades em envolver, num enredo único, todas as unidades significantes em RN. Primeiro ela fechou a primeira parte do enunciado do problema com a pergunta *Quanto Ana gastou p/ comprar a blusa e a calça?*, e ao respondê-la teve dificuldade no uso do tempo verbal (entre “gastou” e “teria gastado”). Essa oscilação parece indicar que a professora, somente nesse momento, percebeu que o enunciado da segunda parte do problema precisava ter ligação com o da primeira, assim como acontece com as operações, no registro de partida. P7, então, utilizou o valor R$ 39,00 na segunda pergunta (*Com quanto Ana ficou p/ comprar sua roupa se ela só tinha os R$ 39,00 certo da roupa*?), convertendo literalmente o elemento de ligação entre as duas perguntas.

Figura 10 – Problema 4A – RESOLUÇÃO P6


4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.
Lidia tem 17 figurinhas, ganhou de sua tia 22. Quantas tem agora? O cachorro mastigou 6. quantos restaram depois disso?

$$\begin{array}{r} 17 \\ +22 \\ \hline 39 \\ -6 \\ \hline 33 \end{array}$$

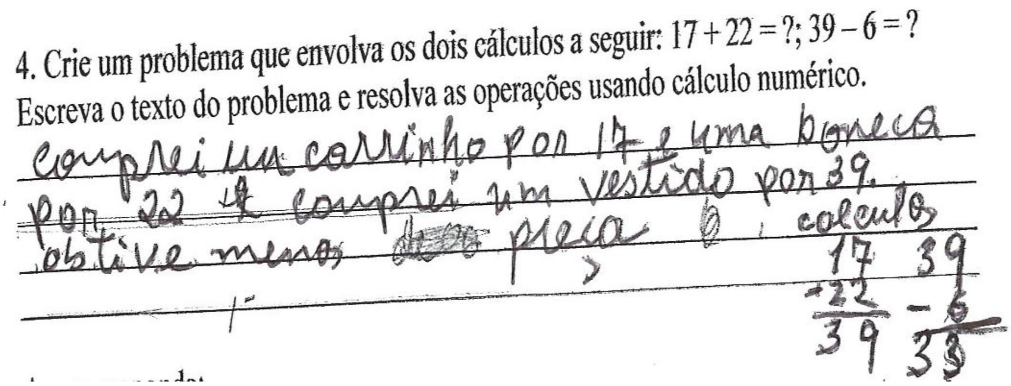
O texto de P6 é simples e direto. Ele guarda uma alta congruência com os cálculos numéricos, incluindo a ordem de perguntas, que segue a ordem de resultados dos cálculos.

Percebo, nessas resoluções, que as professoras, apresentando textos de elaboração mais ou menos complexa, não tiveram maiores dificuldades em redigir o enunciado do problema, ou seja, criar um texto escrito para comunicar, em outro registro semiótico, um discurso.

Falha na conversão (RN – LM) em conversões com alta congruência

Mesmo tratando-se de uma conversão de alta congruência, duas professoras não obtiveram êxito e uma não conseguiu realizá-la.

Figura 11 – Problema 4A – RESOLUÇÃO P3


4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.
comprei un carrinho por 17 e uma boneca por 22 e comprei um vestido por 39. obtive menos preço 6. calculos

$$\begin{array}{r} 17 \\ +22 \\ \hline 39 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39 \\ -6 \\ \hline 33 \end{array}$$

Nessa conversão, P3 demonstra não ser capaz de identificar as unidades significantes para converter em um texto que enuncie a situação apresentada pela sentença matemática. Ela deixa o problema sem perguntas que descrevam ou interpretem o que as expressões numéricas buscam saber.

4.2.2.3. Conversão do Registro Numérico para o Registro no Desenho[14] (RN – RD)

Este tipo de conversão foi realizada corretamente em 01 das 16 resoluções previstas para os problemas 3B e 7B; apresentou erro em 08 delas, e nas outras 07, as professoras não realizaram a conversão. Foi tentada também como complementaridade em uma resolução do problema 5A.

A conversão do registro numérico (RN) para o registro no desenho (RD), nos problemas com conversão de baixa congruência ora analisados, foi solicitada apenas como segunda conversão dentro da resolução dos problemas 3 e 7, ou como opção no problema 5. Os dois primeiros foram inicialmente convertidos da LM para o RN (já analisada), e somente depois do RN para o RD. O registro no desenho, diferentemente da língua materna ou dos números, requer apoio, de modo a explicitar as relações representadas. Duval assim se expressa:

> Na prática, as representações (...) [desenhos esquemáticos e marcas de unidade] não são jamais empregados sem que se recorra a um segundo tipo de representação semiótica para justamente explicitar ou para efetuar as operações: seja, por exemplo, uma explicação verbal (...) seja a utilização de uma escrita numérica que vem de qualquer forma representar as operações (DUVAL, 2006, p.59).

Embora as professoras tenham solucionado corretamente alguns dos problemas, no tocante à conversão para o RD, o êxito foi raro. Normalmente tal registro foi utilizado como ilustração da resposta e não como estratégia de resolução. Nestes casos, esta representação semiótica ocupou apenas a função de comunicação da idéia, deixando de lado as outras funções, de objetivação e tratamento. Como todas as tentativas de resolução utilizaram o apoio da língua materna e dos números, a análise a seguir está estruturada em três categorias: conversão exitosa, falha na conversão com o apoio da língua materna e dos números, e falha na conversão com o apoio do registro algébrico/numérico.

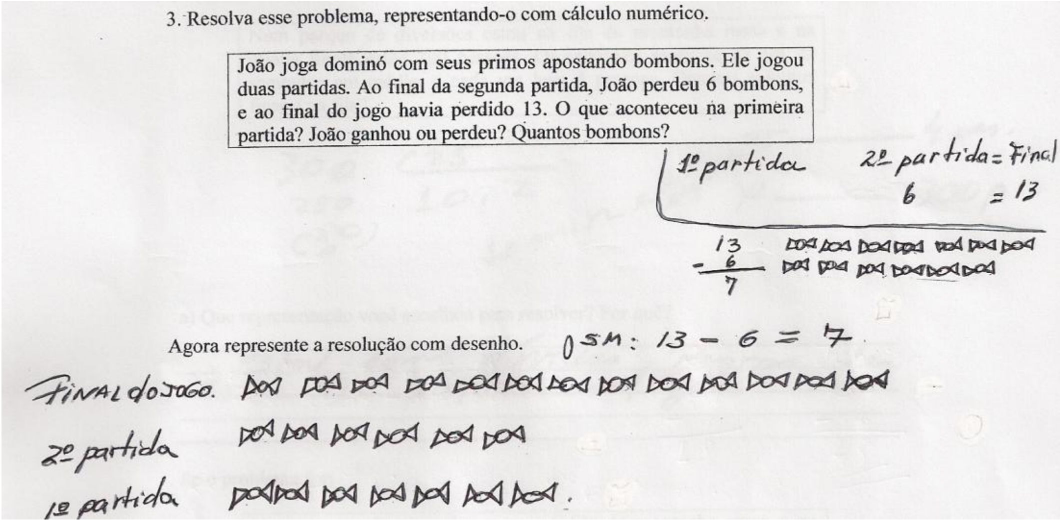
Conversão (RN – RD) exitosa

Somente uma professora teve êxito na conversão entre estes dois tipos de registro.

---

[14] Nomeamos “desenho” no diagnóstico, mas explicamos oralmente que o mesmo significava qualquer registro pictórico, ilustração (diagramas, setas, símbolos) que ajudasse a representar o problema, que não fossem números ou letras.

Figura 12 – Problema 3B[15] – RESOLUÇÃO P2



A resolução de P2 foi considerada correta, mesmo reconhecendo que a professora utilizou o símbolo “–”, emprestado de outros registros, para representar a relação de perda presente no problema. Como já explicitado, este é um apoio frequente, quando do uso de representações não discursivas. Neste caso, entretanto, havia a possibilidade de estratégias no próprio registro do desenho (marcar com traço os elementos relativos à 2ª partida, por exemplo) que poderiam dispensar o apoio. Após a realização da conversão para o RN, conforme se pode ver na primeira resolução e no início da resolução em RN, o problema passou a ser totalmente congruente, atendendo aos três critérios de Duval (2003), o que favoreceu o êxito de P2.

Falha na conversão (RN – RD) com apoio da língua materna e dos números em conversões com baixa congruência

Nesse tipo de conversão também foi percebido o apoio da língua materna em seis resoluções, quatro do problema 3B, uma do problema 7B e uma do problema 5A. Destaco algumas a seguir:

[15] Refere-se à segunda resolução do problema, solicitada a partir do registro anterior (numérico).

Figura 13 – Problema 3B – RESOLUÇÃO P7

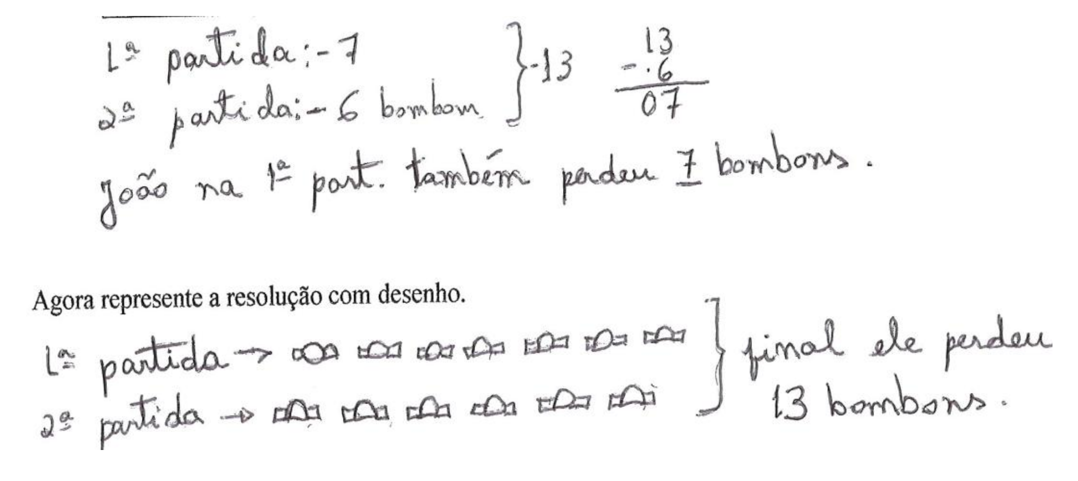
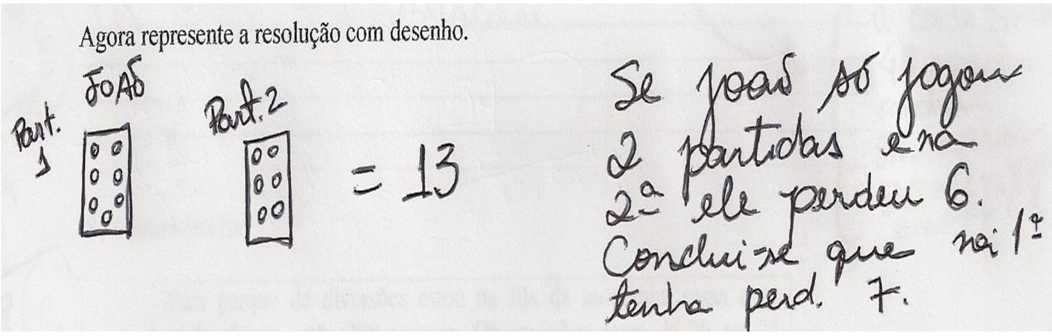


Figura 14 – Problema 3B – RESOLUÇÃO P8



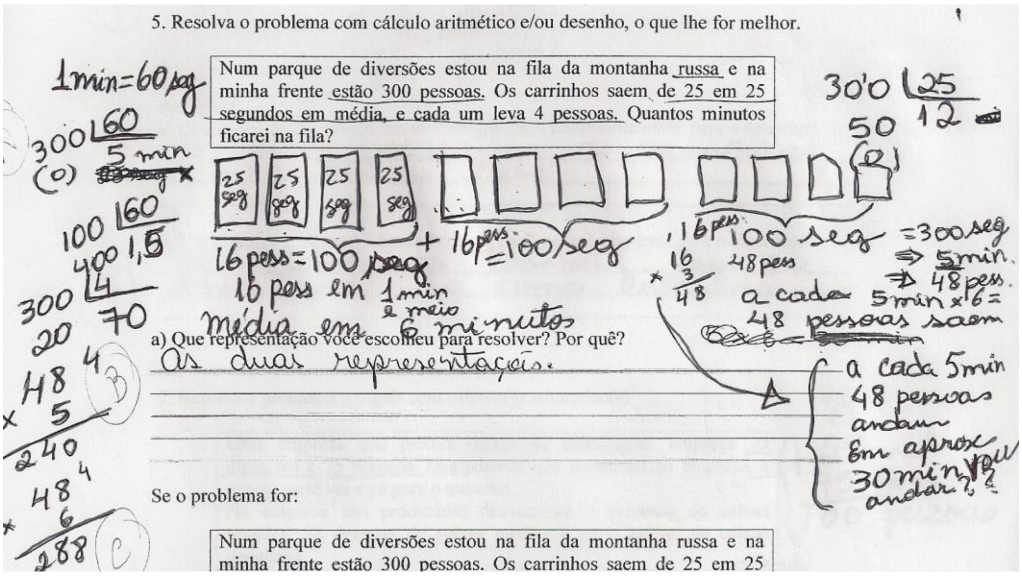
As conversões feitas pelas professoras mostram a dificuldade que se configurou a conversão de um registro discursivo (LM ou RN) para um registro não discursivo (RD) em um problema cuja conversão apresenta baixa congruência. Embora no caso do problema 3B a incongruência estivesse ligada apenas à inversão da ordem das unidades significantes, as professoras não conseguiram representar figurativamente a ação da perda e do ganho, com nenhum tipo de desenho, diagrama, seta, etc., neste problema.

P8 não converte todas as unidades significantes para o RD, tanto no que diz respeito às quantidades (13 no RN), quanto às relações de perda e ganho. Em ambos os casos o discurso em língua materna foi utilizado preenchendo a função de comunicação da resposta. Mesmo assim, somente P8 expressou a resposta corretamente.

Para Duval (1995), tanto as conversões de uma representação discursiva para uma não discursiva quanto as conversões com baixa congruência geram maior dificuldade. Segundo o autor, isso exige, muitas vezes, a conversão para um registro intermediário, constituindo-se em sucessivas conversões. Isso justifica a necessidade sentida pelas professoras de apoio da língua materna nas conversões realizadas.

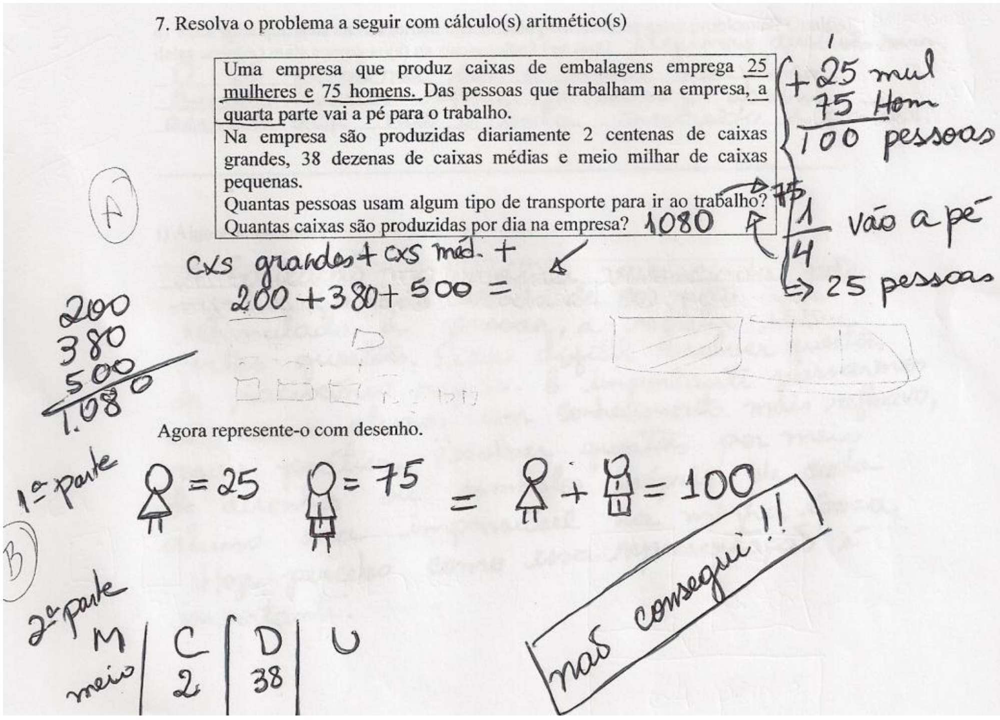
No problema 5A, a conversão para RD tornou-se ainda mais complexa devido ao seu baixo grau de congruência. A congruência dependeria do êxito no RN.

Figura 15 – Problema 5A – RESOLUÇÃO P8



P8 tentou a solução do problema através de conversões simultâneas para RN e RD. A professora iniciou o processo de conversão pelo RD, e foi a partir dele que ela conseguiu destacar as unidades significantes, embora para avançar na resolução tenha usado o apoio na LM e RN. Duval (1995) discute as dificuldades da conversão de um registro discursivo para um não discursivo, afirmando que elas são maiores que no sentido contrário. Segundo o autor, essa atividade cognitiva, muitas vezes, exige a utilização de um registro intermediário. No caso em análise, observo um procedimento contrário, isto é, a professora utilizou um registro não-discursivo (RD) como intermediário entre dois registros discursivos (LM e RN).

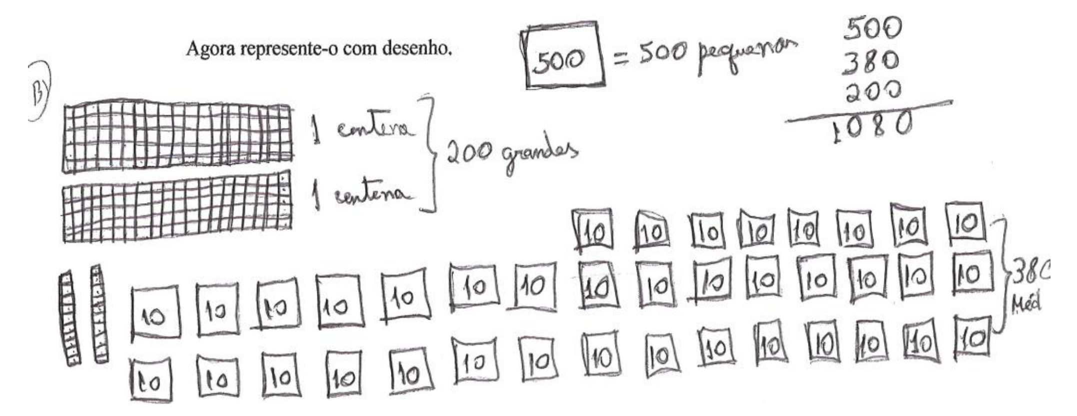
Figura 16– Problema 7B – RESOLUÇÃO P8



P8 explicita não ter conseguido na sua segunda resolução da questão 7B. É necessário lembrar que o registro de partida do problema era a língua materna. E, embora, a solicitação fosse para responder com o desenho, após fazê-lo no registro numérico, a resolução proposta não nos garante que as pessoas tenham usado exatamente essa ordem. E mesmo que o tenham feito, é patente que estavam em correspondência, nessa questão, pelo menos dois registros de representação, língua materna e registro numérico.

Foi encontrado, ainda, o desenho fazendo referência a quadriculados de 20x5, 1x10 e 1x1 correspondendo a alguns valores atribuídos pela professora, em uma resolução da questão 7B. Mesmo com essa representação, a professora só consegue êxito em parte da conversão, como destacado:

Figura 17 – Problema 7B – RESOLUÇÃO P7



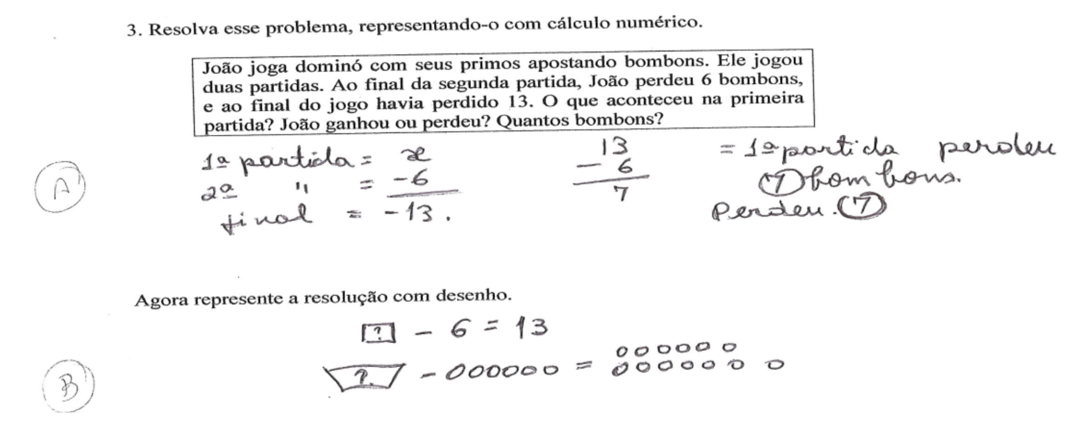
Este êxito, no entanto, pode, em parte, ser decorrente da primeira conversão (para o registro numérico), já bem sucedida.

Duval assevera que tanto os desenhos esquemáticos dos objetos quanto as marcas de unidades (traços, pontos etc) favorecem as “operações possíveis de transformações das representações” (DUVAL, 2006, p.58). O desenho feito pela professora pode ser caracterizado como marcas de unidades. Porém, segundo o mesmo autor elas permitem apenas operações “totalmente exteriores a essas representações: pode-se contá-las, apontá-las com o dedo, reagrupá-las em conjuntos, ou dispô-las sobre duas filas paralelas para colocá-las em correspondência etc” (DUVAL, 2006, p.59). Não são possíveis operações internas ao registro, como é o caso dos algoritmos para os números e as substituições para a álgebra.

Falha na conversão (RN – RD) com apoio do registro algébrico/numérico em conversões com baixa congruência

Nesse tipo de conversão também foi percebido o apoio do registro numérico/algébrico em uma resolução da questão 3B.

Figura 18 – Problema 3B – RESOLUÇÃO P6



A conversão de P6 (item B) é realizada a partir de uma primeira conversão algébrica, não prevista na proposição dos problemas. Algébrico pela constituição de uma equação cuja incógnita é representada por um quadrado com interrogação. Assim procedendo, a conversão para o desenho passa a ter alto nível de congruência.

Duval alerta que a “ilustração é a colocação em correspondência de uma palavra, de uma frase, ou de um enunciado com uma figura ou com um de seus elementos” (DUVAL, 1995, p.41). Mesmo a partir do uso desta estratégia, com a estruturação da “equação” em desenhos, a professora não conseguiu objetivar o conhecimento, visto que não procedeu ao tratamento da questão, conforme se analisará na seção relativa a Tratamentos.

4.2.2.4. Conversão do Registro no Desenho para o Registro Numérico (RD – RN)

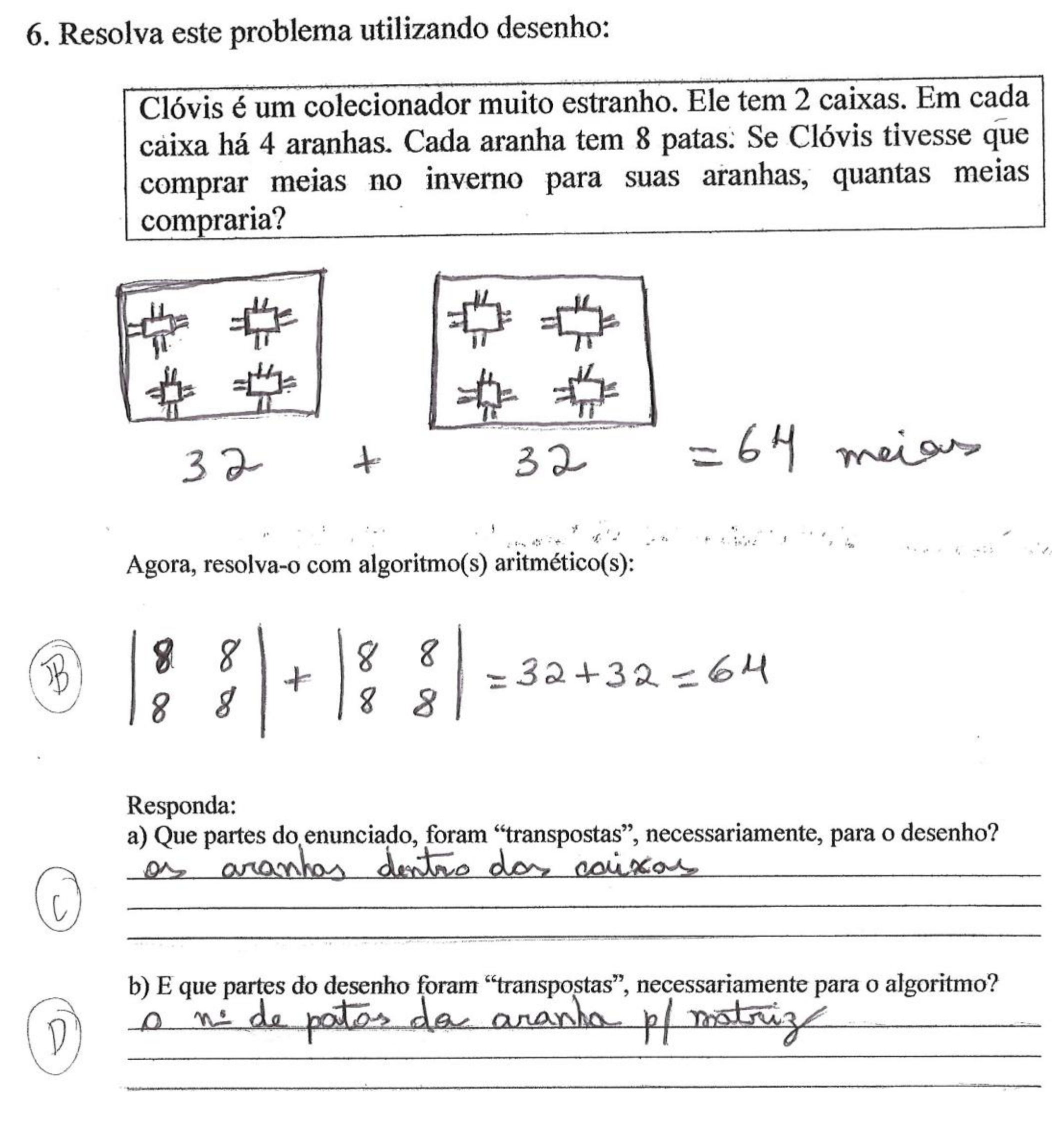
A resolução do problema 6 foi proposta no sentido contrário das conversões anteriores, isto é do RD para o RN. Nele, foi solicitada, inicialmente, a resolução com desenho; a segunda parte, 6B, solicitava a resolução no algoritmo aritmético, exigindo, assim, a conversão para o registro numérico.

Observo neste ponto especificamente a conversão solicitada para o problema 6B (RD – RN). Não posso afirmar que as professoras obedeceram à ordem solicitada na questão (conversão da língua natural para o desenho, depois do desenho para o registro numérico) e não se remeteram, na segunda conversão, ao enunciado em língua natural, registro inicial do problema. Afinal de contas não é estritamente a atividade de conversão, ação cognitiva pertinente à transformação de um registro em outro, que busco com a aplicação da teoria dos registros de representação semiótica na resolução dos problemas deste exercício. Busco muito mais perceber aquilo que Duval nomeia compreensão integrativa – a colocação em correspondência de pelo menos dois registros de representação. Deste modo destaco:

Êxito na conversão (RD – RN) com alta congruência

Nessa conversão quatro professoras obtiveram êxito. A seguir apresento algumas dessas conversões:

Figura 19 – Problema 6B – RESOLUÇÃO P7


6. Resolva este problema utilizando desenho:

Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

32 + 32 = 64 meias

Agora, resolva-o com algoritmo(s) aritmético(s):

B

$\begin{vmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 8 & 8 \\ 8 & 8 \end{vmatrix} = 32 + 32 = 64$

Responda:

a) Que partes do enunciado, foram "transpostas", necessariamente, para o desenho?

C

os aranhas dentro das caixas

b) E que partes do desenho foram "transpostas", necessariamente para o algoritmo?

D

o nº de patas da aranha p/ matriz

Na conversão que ora trato (RD – RN), P7 converteu corretamente, se utilizando de uma adição de duas matrizes. Esse conhecimento matemático certamente não seria utilizado por um aluno de anos iniciais na resolução desse problema, pelo simples fato de ele não o conhecer.

Ao buscar referência na teoria para entender essa escolha, reconhecí que a professora buscou um registro pertinente a um determinado conhecimento matemático, que lhe dava menor custo cognitivo, de acordo com Duval (1995). Esse menor custo pode decorrer, ainda segundo o autor, de uma maior proximidade com o registro anterior (o desenho), ou ainda com a língua natural.

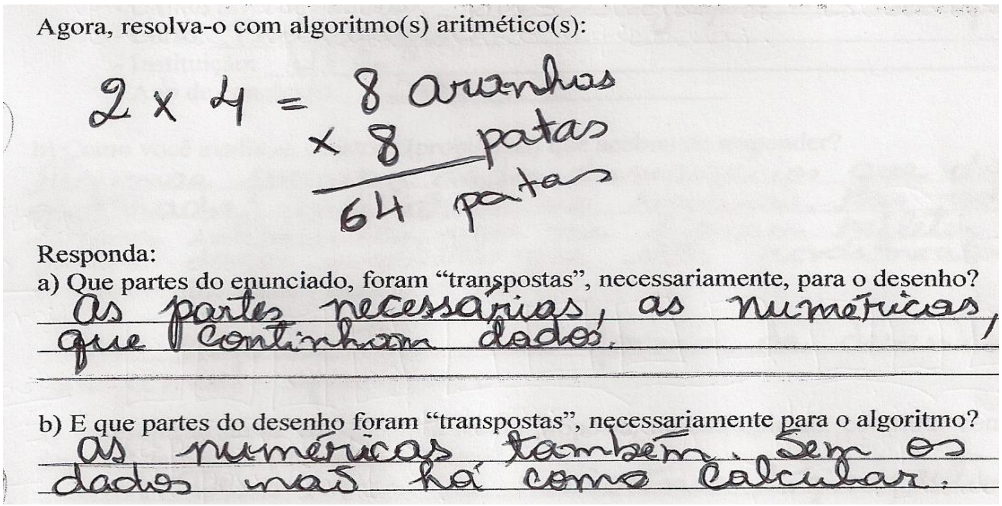
Ao usar matriz a professora guardou, inclusive, uma proximidade com seu desenho. O desenho contém dois quadros, com quatro aranhas cada, e cada uma com oito patas. No registro numérico, cada matriz tem quatro elementos, que são números oito. O desenho também tem uma proximidade com o registro inicial, a língua materna.

Nas perguntas sobre que partes do enunciado foram transpostas para o desenho, e do desenho para o cálculo numérico, P7 identificou as unidades significantes, o que favoreceu o êxito na conversão. Essas perguntas buscavam possibilitar às professoras a reflexão sobre o que pensaram e fizeram, num exercício explícito de metacognição, fundamental à resolução de problemas.

Êxito na conversão (RD – RN) com alta congruência e com apoio da língua materna

Duas das professoras que obtiveram êxito utilizaram o apoio da língua materna. Segue uma das resoluções:

Figura 20 – Problema 6B – RESOLUÇÃO P8


Agora, resolva-o com algoritmo(s) aritmético(s):

2 x 4 = 8 aranhas
x 8 patas
64 patas

Responda:

a) Que partes do enunciado, foram “transpostas”, necessariamente, para o desenho?

as partes necessárias, as numéricas, que continham dados.

b) E que partes do desenho foram “transpostas”, necessariamente para o algoritmo?

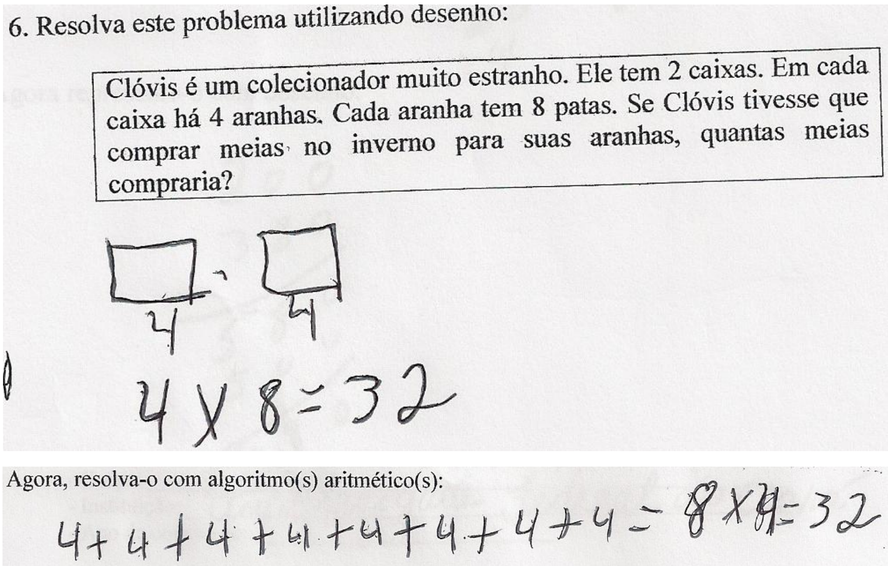
as numéricas também. Sem os dados não há como calcular.

P8 utilizou a língua materna para complementar o algoritmo aritmético com os referenciados (aranhas e patas) desses referentes (números), conforme Duval (1995). Nas duas perguntas que se seguiram à resolução do problema, ela respondeu, quanto às partes necessárias às “transposições” LM – RD e RD – RN, como sendo *as partes necessárias, as numéricas que continham dados. Sem os dados não há como calcular* (P8). Essas respostas ratificam a busca por números para “calcular” e resolver um problema. Nesse problema, cuja conversão apresentava alta congruência, as unidades significantes coincidiam com os valores numéricos e sua sequência de aparição no texto.

Falha em conversão (RD – RN) com alta congruência

Apesar da alta congruência do problema, houve erro na sua resolução, decorrente da conversão RD - RN em uma das resoluções; e ainda houve a não conversão por parte de três professoras.

Figura 21 – Problema 6B – RESOLUÇÃO P5



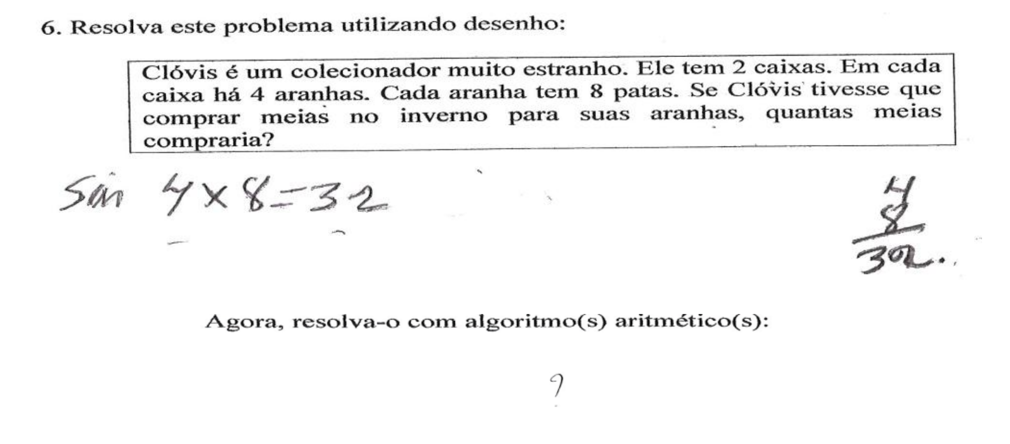
Neste caso, P5 errou na conversão de um registro semiótico para o outro. Na primeira conversão (LM – RD) ela já não conseguiu identificar todas as unidades significantes para converter. Converteu as caixas (2), já para representar a unidade seguinte (as aranhas) P5 abandona o RD e utiliza o RN, pondo o número 4 abaixo de cada caixa, e não converte a última unidade significante que é o número de patas. Essa ausência comprometeu a resolução correta do problema.

“Do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que [...] aparece como a atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão” (DUVAL, 2003, p.16). Essa resolução mal sucedida do problema aponta claramente para a ausência da conversão, conforme expressa na afirmativa acima, pois uma leitura superficial, global, sem detecção das unidades significantes, comprometeu a atividade cognitiva da conversão e a resolução do problema como um todo.

P5 utilizou, ainda, dois tratamentos diferentes na segunda conversão. Ela usou adição e multiplicação, mas nem essa estratégia a ajudou a objetivar o conhecimento relativo a esse problema, pois a conversão inicial não foi repensada por ela durante a segunda conversão, o que, nesse caso, seria imprescindível à aquisição do conhecimento.

Três professoras não converteram de RD para RN em 6B. Estas mesmas não converteram nem de LM para RD em 6A, conforme ilustrações a seguir:

Figura 22 – Problema 6B – RESOLUÇÃO P4



6. Resolva este problema utilizando desenho:

Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

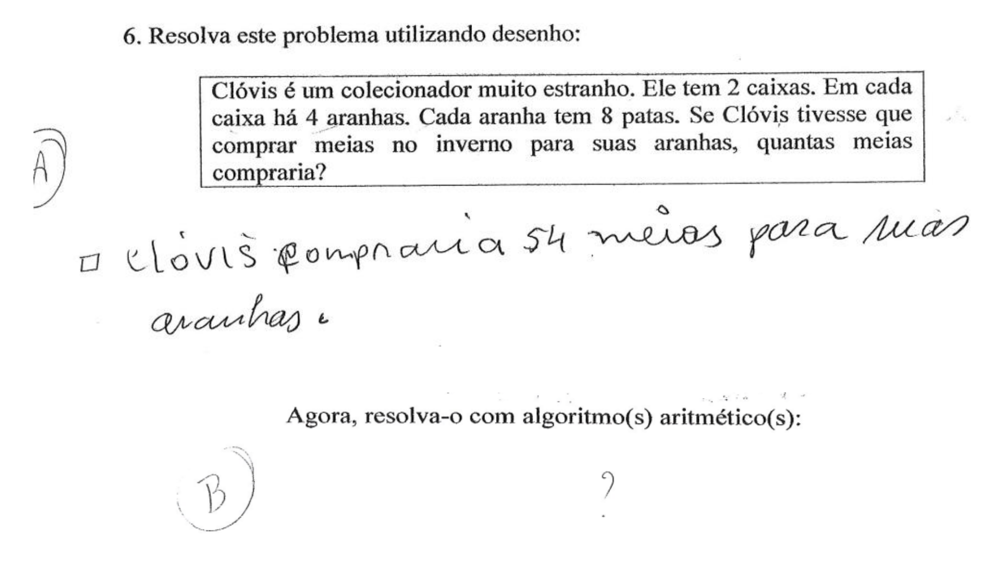
Sim 4x8=32

4
8
32..

Agora, resolva-o com algoritmo(s) aritmético(s):

?

Figura 23 – Problema 6B – RESOLUÇÃO P3



6. Resolva este problema utilizando desenho:

Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

A)

Clóvis compraria 54 meias para suas aranhas.

Agora, resolva-o com algoritmo(s) aritmético(s):

B)

?

P4 não converte para RD e, no espaço reservado a esta atividade, realiza o algoritmo aritmético. Ao chegar à demanda seguinte, isto é, a elaboração do algoritmo aritmético, a professora coloca apenas uma interrogação. Impossível afirmar se tal sinal significa que ela não compreende o significado do termo ou se é referente ao fato de já haver realizado a atividade anteriormente. Mesmo no RN ela comete erros na conversão, pois registra apenas duas das unidades significantes presentes no problema. Já P3 não realiza qualquer conversão, apresentando apenas a resposta errada, que pode advir de cálculo mental.

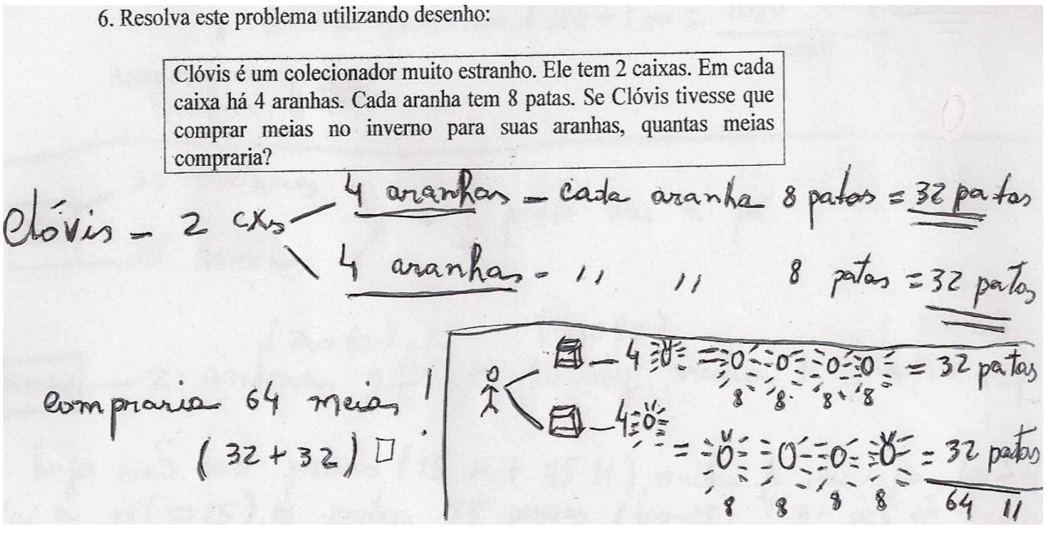
4.2.2.5. Conversão da língua materna para o registro no desenho (LM - RD)

Somente o problema 6B solicitava essa conversão. Todas as professoras tentaram converter, mas, mesmo tratando-se de uma conversão de alta congruência, apenas quatro professoras obtiveram sucesso. Nas resoluções destacamos:

Conversão (LM – RD) exitosa com apoio da língua materna/registro numérico em problema com alta congruência

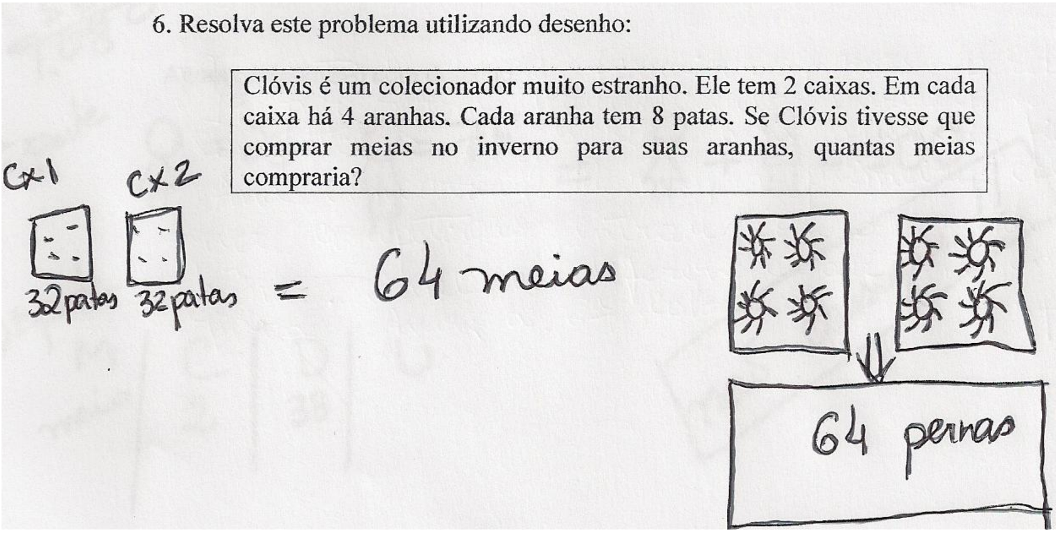
Mais uma vez evidencia-se a necessidade de apoio de um outro registro quando se necessita realizar a conversão para um registro não discursivo. Esse recurso aparece nas quatro resoluções que apresentaram êxito.

Figura 24 – Problema 6A – RESOLUÇÃO P1



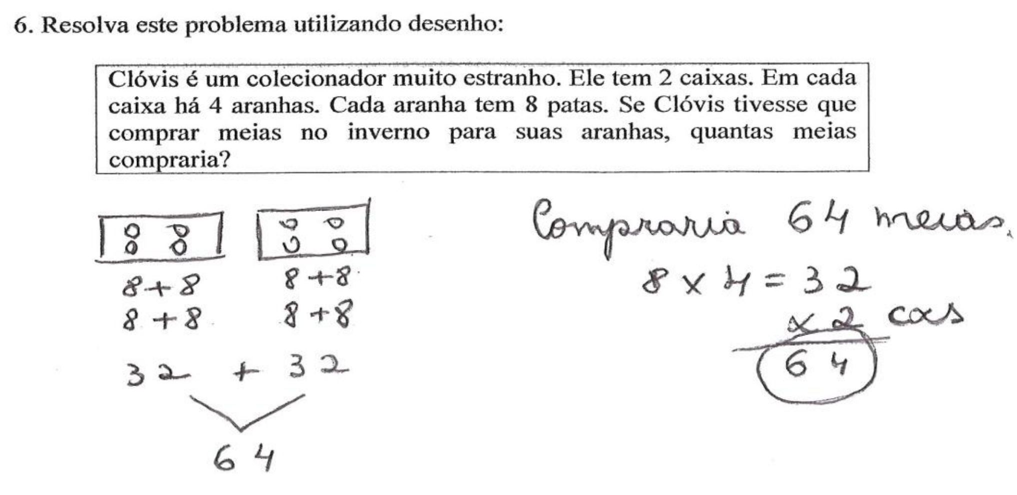
A Resolução de P1 segue uma característica que é praticamente a mesma em todas as suas conversões, para qualquer que seja o registro, a de representar a sequência do seu pensamento com o auxílio da língua materna. Aqui ela faz isso de forma ainda mais sistemática que em outras resoluções.

Figura 25 – Problema 6A – RESOLUÇÃO P8



P8 utiliza pouco ou quase nenhum apoio da língua materna/números em sua resolução. A maior proximidade com o registro de partida torna esse apoio pouco necessário. Esta conversão para o desenho é muito tranquila, possibilitando, inclusive, uma contagem termo a termo.

Figura 26 – Problema 6A – RESOLUÇÃO P6

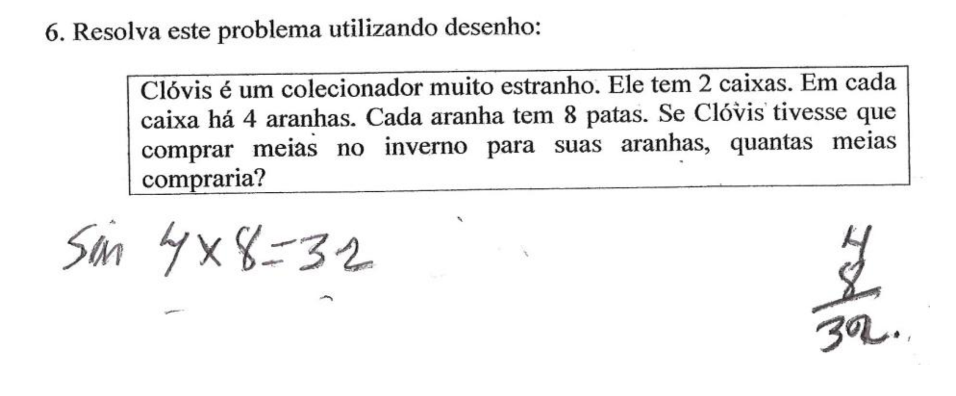


P6 coloca em correspondência os valores numéricos correspondentes à representação do desenho, objetivando e comunicando melhor a sua resolução.

Falha na Conversão (LM – RD)

Mesmo em uma conversão com alta congruência, ou seja, com maior proximidade entre os registros, a não discriminação das unidades significantes levou quatro das oito professoras a uma conversão incorreta da língua materna para o desenho. E mesmo a tentativa de apoio do cálculo numérico não teve sucesso, como é possível perceber no exemplo abaixo:

Figura 27 – Problema 6A – RESOLUÇÃO P4


6. Resolva este problema utilizando desenho:

Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

Sim 4x8=32

4
8
32..

P4 não converte para o desenho e, além disto, não percebe ter deixado de lado elementos importantes para a resolução do problema. Desta forma, percebo a importância da afirmação de Duval:

> A discriminação das unidades significantes próprias a cada registro deve, então, se fazer objeto de uma aprendizagem específica. Ela é a condição necessária para toda atividade de conversão, e em conseqüência para o desenvolvimento da coordenação dos registros de representação. E isto independentemente do caráter direto ou indireto da conversão, isto é, do fato que ela se efetua sem recorrer a uma representação intermediária ou que ela requer um tal recurso (DUVAL, 1995, p.77).

Esses casos ratificam a necessidade do trabalho didático com mais de uma representação semiótica, colocando-as em correspondência, no intuito de favorecer a conceitualização. A ampliação de possibilidades representacionais contribui para a comunicação e principalmente a objetivação, pois cada uma delas enfoca o conceito a partir de algumas de suas características. No conjunto, as representações oferecem diferentes perspectivas de apreensão conceitual. Nesta perspectiva Damm afirma que "poderemos falar em conceitualização, aquisição de conhecimentos somente a partir do momento em que o aluno 'transitar' naturalmente por diferentes registros" (DAMM, 1999, p.142).

4.2.2.6. Previsão de Variações no Registro de Chegada a partir de Variações no Registro de Partida.

Foram sugeridas algumas variações no registro de partida de quatro problemas. Foram eles: 1B, 2B, 4B e 5B. Em 1B, 2B e 5B as alterações recaíram sobre o enunciado em língua materna; no problema 4B sobre o registro numérico. Essas variações tiveram como objetivo observar a percepção das professoras quanto a essas modificações e sua influência no registro de chegada para a atividade de conversão. Tiveram como intuito também observar como elas fariam ou explicariam essa segunda conversão, ou seja, a conversão após as mudanças sugeridas. É importante lembrar que dessas, somente a conversão do problema 4B tinha alta congruência, as conversões dos problemas 1B, 2B e 5B apresentavam baixa congruência.

As categorias analisadas foram: variações nos registros de partida em língua materna para registro numérico, seus êxitos e suas falhas; variações nos registros de partida numéricos, seus êxitos e suas falhas.

Variações no registro de partida (LM), êxito no reconhecimento de mudanças no registro de chegada (RN)

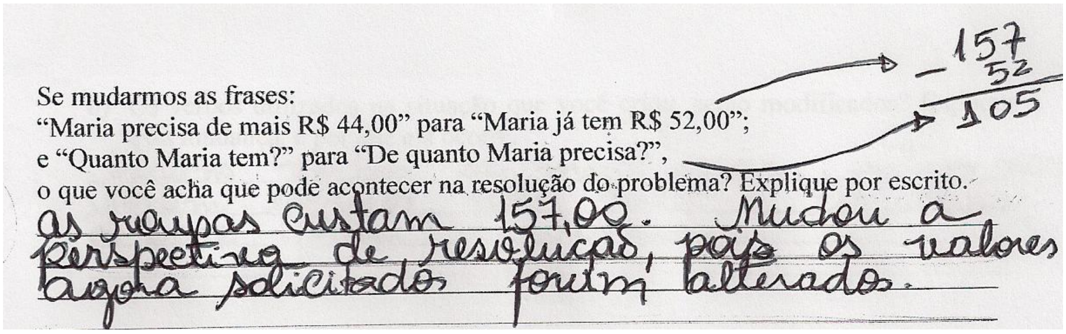
Em 1B foi perguntado o que aconteceria se fossem retirados alguns dados desnecessários existentes em 1A (a idade de Caio e a hora em que ele acorda). Seis professoras tiveram êxito, pois perceberam que essa mudança não alteraria a resolução do problema. Porém duas acreditaram que a retirada desses dados alteraria o problema, impossibilitando a resolução, como exemplifico: *Assim não dá pra fazer a soma* (P3).

Em relação ao problema 2B, houve reconhecimento, por parte de cinco professoras, das variações explícitas: em língua materna, nos valores a serem operados e nas operações a serem feitas. A conversão deste problema já apresentava baixa congruência em sua versão 2A, e passou a ser mais congruente após as mudanças sugeridas, em função da conservação da ordem das unidades significantes, pois em 2B solicita-se uma quantidade final e não inicial, como em 2A. Semioticamente (analisando estritamente os signos e seus significados) essas mudanças, na verdade, alteraram apenas os valores numéricos e a forma escrita do enunciado. O significado operatório, porém, permaneceu o mesmo, pois as operações envolvidas antes e depois das mudanças sugeridas são adição e subtração, em decorrência do texto sugerir a idéia de completar nas duas versões, uma das idéias presentes na subtração, conforme afirmam os autores:

> A subtração envolve idéias bastante diferentes entre si, como tirar, comparar, completar. Com freqüência, também, o vocabulário utilizado para representar as situações de subtração não é claro, induzindo a criança a erros. [...] A idéia de completar aparece em situações nas quais o cálculo começa por uma parte e vai sendo completado até chegar ao todo (TOLEDO e TOLEDO, 1997, p.110).

Abaixo apresento os procedimentos das professoras:

Figura 28 – Problema 2B – RESOLUÇÃO P8

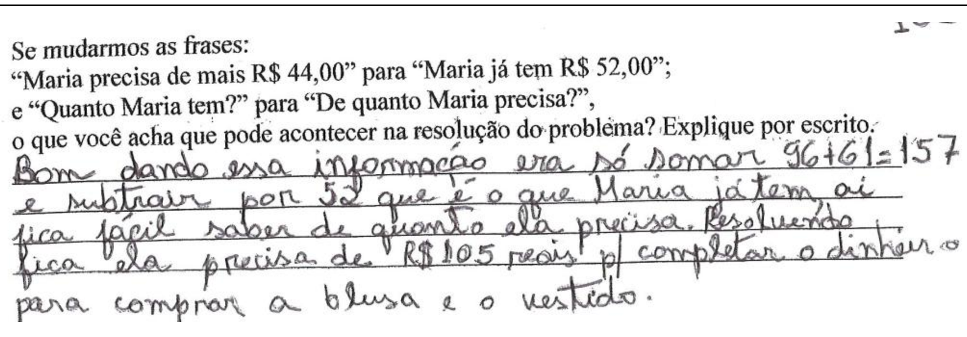

Se mudarmos as frases:
"Maria precisa de mais R$ 44,00" para "Maria já tem R$ 52,00";
e "Quanto Maria tem?" para "De quanto Maria precisa?",
o que você acha que pode acontecer na resolução do problema? Explique por escrito.

as roupas custam 157,00. Mudou a perspectiva de resolução, pois os valores agora solicitados foram alterados.

$$\begin{array}{r} 157 \\ -\ 52 \\ \hline 105 \end{array}$$

Ao explicar por escrito o que acontece na resolução do problema após as mudanças sugeridas, P8 fala que *mudou a perspectiva de resolução, pois os valores agora solicitados foram alterados* (P8). Na verdade não foram somente os valores, mas frases inteiras foram substituídas, porém essas substituições, apesar de alterarem o significado contextual, não alteraram os significados operacionais, apenas os significantes a serem tratados. Na sua resolução, P7, por exemplo, escreve explicitamente a palavra "completar":

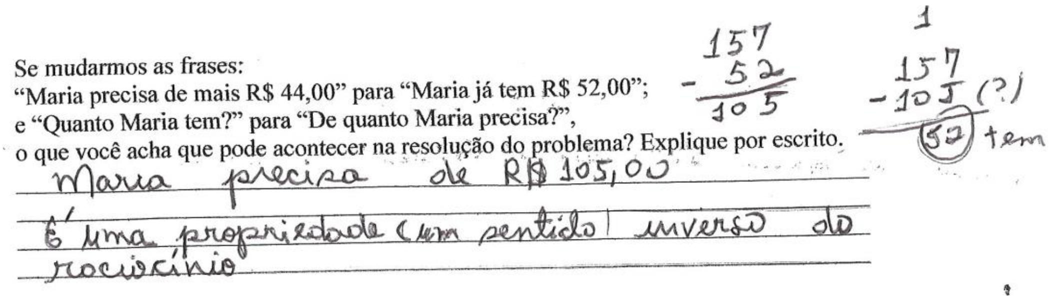
Figura 29 – Problema 2B – RESOLUÇÃO P7


Se mudarmos as frases:
"Maria precisa de mais R$ 44,00" para "Maria já tem R$ 52,00";
e "Quanto Maria tem?" para "De quanto Maria precisa?",
o que você acha que pode acontecer na resolução do problema? Explique por escrito.

Bom dando essa informação era só somar 96+61=157 e subtrair por 52 que é o que Maria já tem aí fica fácil saber de quanto ela precisa. Resolvendo fica ela precisa de R$105 reais p/ completar o dinheiro para comprar a blusa e o vestido.

Para a atividade de conversão, as unidades significantes a serem identificadas neste problema são, além dos valores numéricos, explícitos nas frases alteradas, as operações de adição e subtração envolvidas no conceito de complementaridade, que permeia o problema. P7 obteve sucesso nessa previsão de variação.

Figura 30 – Problema 2B – RESOLUÇÃO P6



Se mudarmos as frases:
“Maria precisa de mais R$ 44,00” para “Maria já tem R$ 52,00”;
e “Quanto Maria tem?” para “De quanto Maria precisa?”,
o que você acha que pode acontecer na resolução do problema? Explique por escrito.

Maria precisa de R$ 105,00
É uma propriedade (um sentido) inverso do raciocínio

157 − 52 = 105

157 − 105 (?) = 52 tem

P6 acerta a previsão de variação. Ela diz: *É uma propriedade (um sentido) inverso do raciocínio*. Isto pode demonstrar que ela se baseia na inversão das situações descritas a partir das alternações entre as frases “Maria tem” e “Maria precisa de”.

Nas variações das frases há, de fato, uma troca da ordem dos verbos e, consequentemente, das ações. Os verbos “tem” e “precisa” são alternados, o que denota uma mudança nos significantes e significados dessas frases especificamente. Essa alteração muda a situação descrita, mas não será cognitivamente relevante, pois não provoca mudança no processo de conversão. A variação que provocará mudança no outro registro será apenas a dos valores numéricos.

> As variações que são sintaxicamente ou lexicamente possíveis ao interior do registro da língua natural não são todos cognitivamente pertinentes. E isso por duas razões. [...] As únicas variações cognitivamente pertinentes são aquelas que causam uma variação dentro de um outro registro. [...] A segunda razão é mais sutil. As variações são sempre feitas sob uma imposição arbitrária do ponto de vista da espontaneidade discursiva dos locutores: se fixa uma organização sintáxica para a enunciação e se permutam os verbos e os objetos de referência dentro da frase enunciada (DUVAL, 1995, p.83).

Assim, o registro língua natural apresenta maior complexidade em relação aos outros. Trata-se do registro gênese, aquele que oferece o suporte para todas as aprendizagens, e que detém infinitas possibilidades de variações em seu funcionamento e, ainda, em decorrência das diferenças sócio-culturais dos sujeitos e dos grupos sociais.

Duval fala que as representações semióticas “são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento” (DUVAL apud DAMM, 1999, p.143). O enunciado de um problema escrito em língua materna exige, para sua interpretação e posterior conversão a um outro sistema semiótico que demande menor custo de memória para o tratamento, que se conheça a língua e o seu funcionamento.

Um enunciado com maior grau de congruência facilita bastante a conversão. E, nesse caso, especificamente, a variação sugerida no enunciado não alterou a congruência do problema. O inverso disto aconteceu na alteração sugerida no problema 5B. A retirada de uma frase do enunciado altera de forma definitiva a resolução do mesmo, porque a inviabiliza, tornando o problema sem solução. Porém, somente duas professoras o perceberam. Apresento os problemas 5A e 5B, a seguir, para uma análise comparativa:

5.A

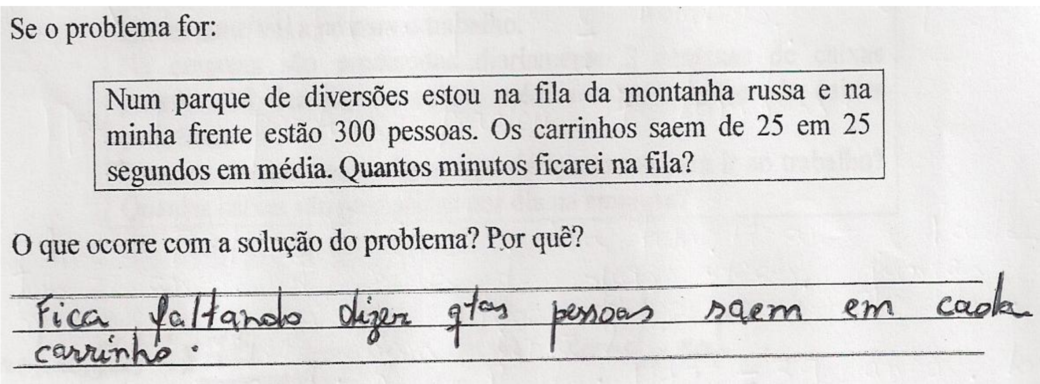
Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média, e cada um leva 4 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?

5.B

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

Destaco os dois casos em que as professoras perceberam o significado da alteração do registro. No primeiro, P1 afirma com segurança a impossibilidade de resolução do problema provocada pela alteração proposta.

Figura 31 – Problema 5B – RESOLUÇÃO P1


Se o problema for:

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

O que ocorre com a solução do problema? Por quê?

Fica faltando dizer qtas pessoas saem em cada carrinho.

No segundo caso, mesmo que tenha aqui sido considerado correto, a professora não demonstra a mesma segurança na sua percepção. Ela afirma que a alteração vai tornar o problema "difícil", mas não explicitamente impossível, como realmente acontece.

Figura 32 – Problema 5B – RESOLUÇÃO P8

Se o problema for:

> Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

O que ocorre com a solução do problema? Por quê?

Sem a quantidade de pessoas por carrinho fica difícil resolver.

Parece bastante significativo que apenas duas professoras tenham reconhecido a alteração explícita no enunciado do problema, principalmente tendo-se em vista que os dois estavam dispostos na mesma folha, com 5B colocado poucos centímetros abaixo de 5A. Após esse reconhecimento, meramente visual, ou seja, no nível literal de compreensão leitora, viria a percepção do significado dessa mudança, que se colocaria no nível interpretativo de compreensão leitora, o que faltou às demais professoras.

Variações no registro de partida (LM), falha no reconhecimento de mudanças para o registro de chegada (RN)

Três professoras não reconheceram corretamente as variações nos enunciados de 2B e 5B. Neste primeiro caso, P4 reconhece que houve alteração, mas não consegue explicitar o que ocorreria na conversão para o RN:

Figura 33 – Problema 2B – RESOLUÇÃO P4

Se mudarmos as frases:
"Maria precisa de mais R$ 44,00" para "Maria já tem R$ 52,00";
e "Quanto Maria tem?" para "De quanto Maria precisa?",
o que você acha que pode acontecer na resolução do problema? Explique por escrito.

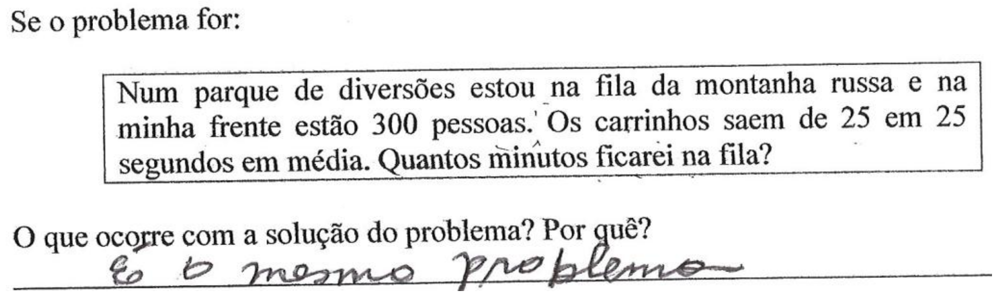
Se fizermos a troca da frase maria precisa R$ 8,00

A resposta de P4 leva à inferência de que ela tomou dado do primeiro enunciado e tratou como dado do enunciado novo, como se, ao fazer a alteração, ambos continuassem a subsistir. Ela parece ter realizado uma subtração entre R$ 52,00 e R$ 44,00, para obter o resultado 8 presente em sua resposta.

Encontra-se presente, mais uma vez nesse diagnóstico, a estratégia de seleção na leitura (Dias, 2001), caracterizada pela busca dos valores numéricos para operar, sem uma compreensão contextual da situação. Essa estratégia de leitura – seleção - visa à eleição de significantes, representantes, e não contempla uma leitura contextual dos significados representados.

Nestes exemplos abaixo, as professoras não notam que uma alteração no registro de partida acarretará, necessariamente, alteração no registro de chegada.

Figura 34 – Problema 5B – RESOLUÇÃO P4



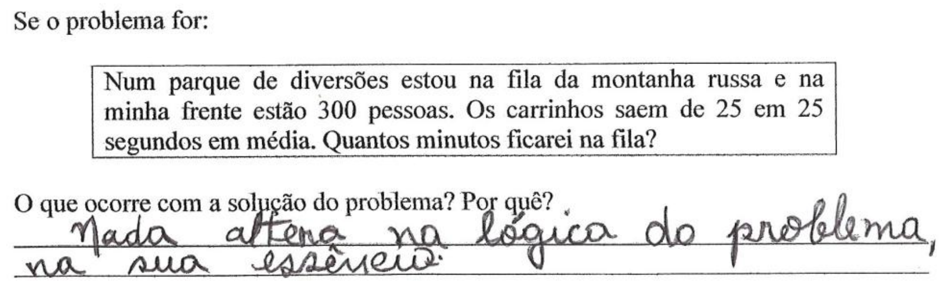
Se o problema for:

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

O que ocorre com a solução do problema? Por quê?

É o mesmo problema

Figura 35 – Problema 5B – RESOLUÇÃO P6



Se o problema for:

Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

O que ocorre com a solução do problema? Por quê?

Nada altera na lógica do problema, na sua essência.

P4 parece não reconhecer nem a variação no enunciado em LM, já que expressa: *É o mesmo problema* (P4). Já P6, não reconhece que a variação no enunciado em LM provocará mudança considerável à resolução do problema em RN. Ela diz: *Nada altera na lógica do problema, na sua essência* (P6). Vale ressaltar que ambas as professoras não acertaram ao tentar responder o problema em 5A, e, talvez por isso, lhes foi mais difícil perceber a mudança essencial (insolubilidade do problema) causada pela variação no registro inicial (LM). Como elas não apreenderam as unidades significantes, não compreenderam a enunciação inicial, não conseguiram perceber a mudança nessa enunciação e seus efeitos.

Quatro professoras nem tentaram resolver o problema 5B, deixando-o em branco. Dessas, duas haviam tentado (sem sucesso) resolver 5A. Provavelmente, pela baixa congruência da conversão de 5A e por não ter conseguido resolvê-lo, as professoras tenham se sentido desencorajadas a tentar ler 5B, comparando com 5A para chegar a alguma conclusão sobre o que se perguntou no exercício.

Variações no registro de partida registro numérico (RN) em conversão para língua materna (LM)

Duval aponta, como um dos fatores decisivos na atividade de conversão, a heterogeneidade dos sentidos. Com isso, ele enfatiza que a conversão em um sentido não provoca a compreensão da conversão inversa como consequência natural. Ao contrário, os dois sentidos devem ser exercitados, e não só, pois não são as sucessivas conversões que mobilizarão a apreensão conceitual, mas a coordenação dos diferentes registros.

Assim, o exercício solicitou também a elaboração de um enunciado de problema em língua materna a partir de uma enunciação numérica (4A). Essa enunciação era composta, no primeiro momento, por duas sentenças matemáticas, uma de adição e outra de subtração, a partir do resultado da adição:

> *4. A) Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?*
> *Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.*

Após a elaboração do problema em língua materna foi proposta uma variação em 4B, objeto desta análise:

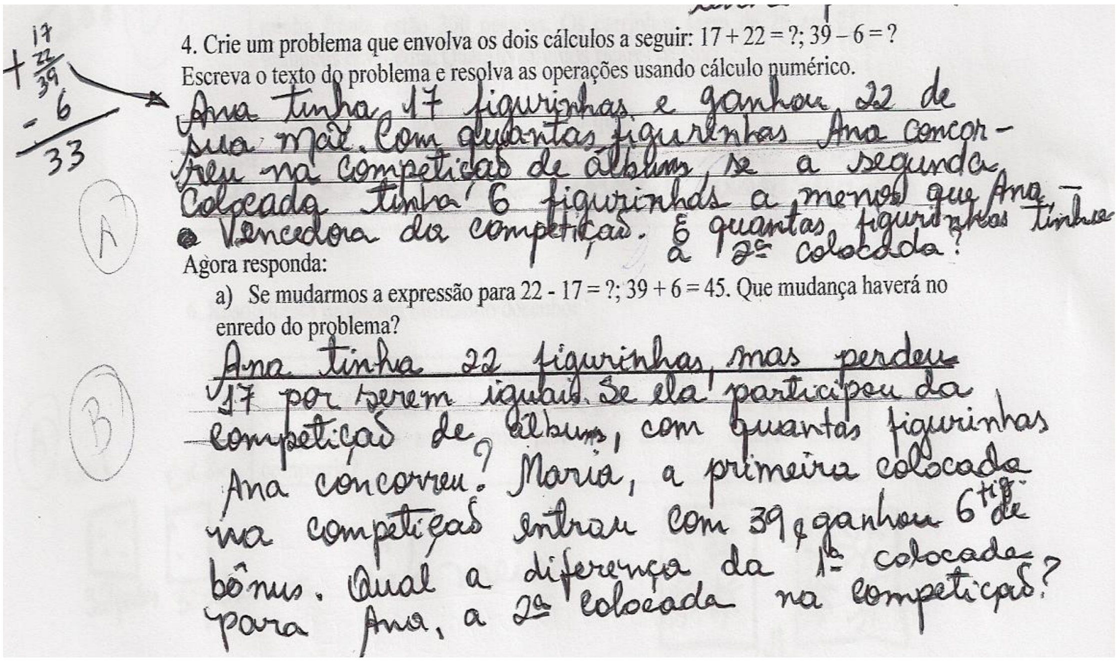
> *4. B) Agora responda:*
> *Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?*

A partir dessa variação, surgiram:

Variações no registro de partida (RN), êxito no reconhecimento de mudanças para o registro de chegada (LM)

Duas professoras reelaboraram corretamente a conversão para língua materna, a partir do reconhecimento de que o problema sofrera alteração. A seguir, um exemplo:

Figura 36 – Problema 4B – RESOLUÇÃO P8



4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.

17
+ 22
39
− 6
33

Ana tinha 17 figurinhas e ganhou 22 de sua mãe. Com quantas figurinhas Ana concorreu na competição de álbum, se a segunda colocada tinha 6 figurinhas a menos que Ana – a vencedora da competição. E quantas figurinhas tinha a 2ª colocada?

A

Agora responda:

a) Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?

B

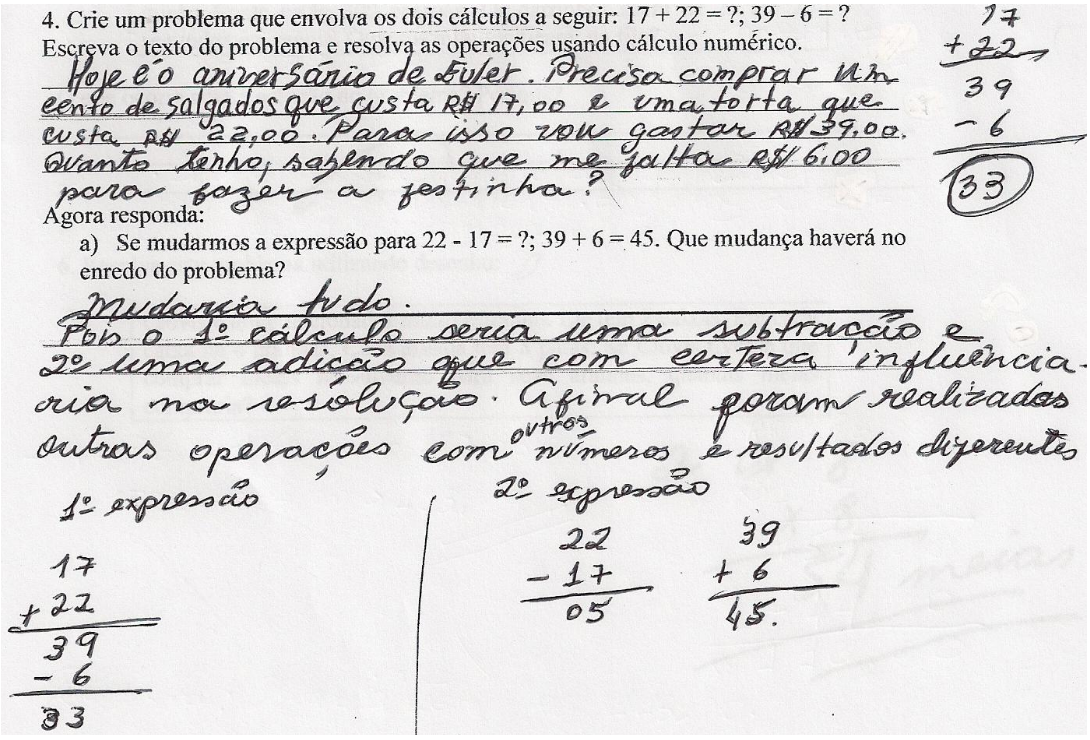
Ana tinha 22 figurinhas, mas perdeu 17 por serem iguais. Se ela participou da competição de álbuns, com quantas figurinhas Ana concorreu? Maria, a primeira colocada na competição entrou com 39 e ganhou 6 fig. de bônus. Qual a diferença da 1ª colocada para Ana, a 2ª colocada na competição?

Em sua reelaboração, P8 apresenta um bom texto, com coerência contextual, e consegue converter para a LM, a maior parte das unidades significantes do RN. Ela acrescenta, no entanto, uma pergunta que não corresponde ao RN: *Qual a diferença da 1ª colocada para Ana, a 2ª colocada na competição?* (P8); e omite a quantidade 45, presente em RN.

Êxito no reconhecimento de mudanças no registro de chegada (LM) a partir de variações no registro de partida (RN), sem reelaboração do enunciado do problema.

Cinco professoras reconheceram a consequência das variações, mas não reelaboraram o enunciado do problema. Apenas escreveram que haveria mudanças. Apresento uma dessas resoluções:

Figura 37 – Problema 4B – RESOLUÇÃO P2



4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.

Hoje é o aniversário de Euler. Preciso comprar um cento de salgados que custa R$ 17,00 e uma torta que custa R$ 22,00. Para isso vou gastar R$ 39,00. Quanto tenho, sabendo que me falta R$ 6,00 para fazer a festinha?

17
+22
39
−6
33

Agora responda:

a) Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?

Mudaria tudo.
Pois o 1º cálculo seria uma subtração e 2º uma adição que com certeza influenciaria na resolução. Afinal foram realizadas outras operações com outros números e resultados diferentes

1º expressão

17
+22
39
−6
33

2º expressão

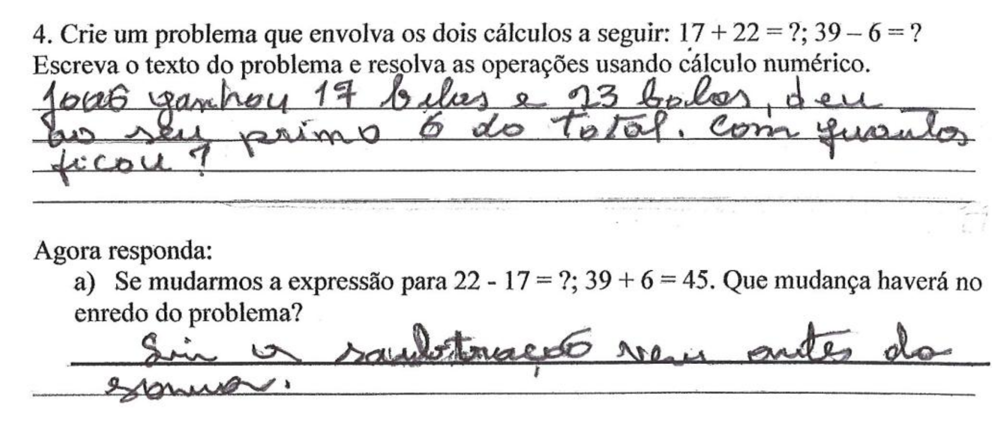
22
−17
05

39
+6
45.

P2 reconheceu a variação, e, ao explicar a mudança, o fez centrada no registro de partida (RN), enfatizando a mudança nas operações e números a serem tratados. Na verdade, os números permaneceram os mesmos, porém dispostos em operações diferentes. Esta mudança dificultou a articulação das sentenças matemáticas em um enunciado único, mas isso não foi comentado pela professora.

Falha no reconhecimento de mudanças no registro de chegada (LM) a partir de variações no registro de partida (RN)

Figura 38 – Problema 4B – RESOLUÇÃO P4



4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.

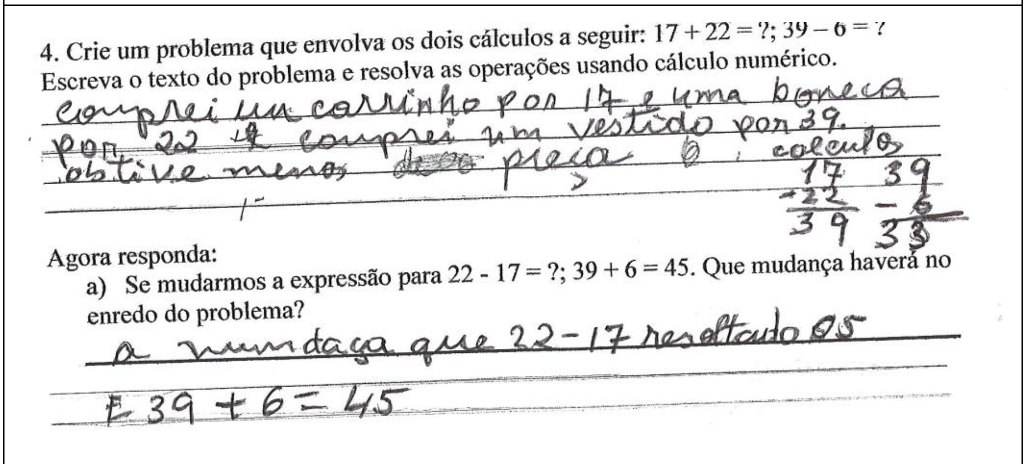
Joaõ ganhou 17 bolas e 23 bolas, deu ao seu primo 6 do total. com quantos ficou?

Agora responda:

a) Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?

Sim a subtração vem antes da soma.

Figura 39 – Problema 4B – RESOLUÇÃO P3



4. Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?
Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.

comprei um carrinho por 17 e uma boneca por 22 e comprei um vestido por 39. obtive menos ~~[illegible]~~ preço 6. calculos

17 + 22 = 39 39 – 6 = 33

Agora responda:

a) Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?

a mundaça que 22-17 resultado 05 E 39 + 6 = 45

P4 e P3 reconheceram somente o estritamente explícito, a mudança na ordem dos números dentro da operação e a mudança da própria operação, numa análise apenas dos representantes nesse registro (RN), mas sem atribuição de sentido, sem apreensão dos representados modificados. Houve, ainda, uma professora que não respondeu nem a 4A, nem a 4B.

A atividade de conversão não se presta a um mero treino, nem a uma mera tradução. Faz-se necessária a identificação das unidades significantes no registro de partida e de chegada, gerando uma compreensão integrativa. “Só uma compreensão integrativa, ou seja, uma compreensão fundada sobre uma coordenação de registros dá essa possibilidade de transferir” (DUVAL, 1995, p.76). Assim é possível libertar-se de uma aprendizagem mono-registro em matemática.

Segundo Duval, a coordenação de diferentes registros de representação é condição necessária para a compreensão matemática, conduzindo à conceituação. Um ensino de matemática que pressuponha essa coordenação, inclusive na resolução de problemas, colaborará com a diferenciação entre representante e representado, por parte do aprendiz, e, consequentemente, com a aquisição do conceito.

Esse é, no entanto, um aspecto difícil em conversões com baixa congruência. Assim, considero que a leitura do problema, das expressões, o levantamento de hipóteses quanto às relações estabelecidas se constitui num importante trabalho didático a partir das representações semióticas do enunciado do problema e do registro para o qual o mesmo é convertido.

A falta de diversificação das representações em sua formação pedagógica para o ensino da matemática pode ser um dos fatores que impediu, em diversas ocasiões, as professoras de realizar as conversões solicitadas. Talvez o trabalho com resolução de problemas, tanto na educação básica quanto na formação docente dessas professoras, tenha enfatizado apenas o procedimento para resolver problemas (algoritmo), sem explorar o questionamento, a problematização e a criatividade nessa resolução. Essas ações podem ser favorecidas sobremaneira com o uso de diferentes registros de representação semiótica nas aulas de matemática.

4.3 OS TRATAMENTOS

Como já discutido anteriormente, neste trabalho, o tratamento ocupa dois importantes espaços dentro da teoria dos Registros de Representação Semiótica (RRS). Ele é uma das funções do registro de representação semiótica, mas ao mesmo tempo é uma atividade cognitiva. “Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, [...] mobilizando um único registro de representação” (DUVAL, 1995, p.22-23).

Nesta análise busquei, nas resoluções dos problemas, perceber como as professoras efetivaram os tratamentos, de acordo com os registros de representação para os quais haviam realizado as conversões. Foram consideradas as seguintes categorias: o registro no qual o tratamento foi realizado; a efetivação ou a não efetivação do tratamento; os êxitos e as falhas nesta realização. Importante ressaltar que os tratamentos foram realizados, em sua maioria, em registro numérico (RN).

O fato de não haver tratamento em língua materna decorre da característica básica de tal registro, isto é, ser um registro multifuncional. Este tipo de registro não admite a algoritmização, não permitindo, portanto, o tratamento.

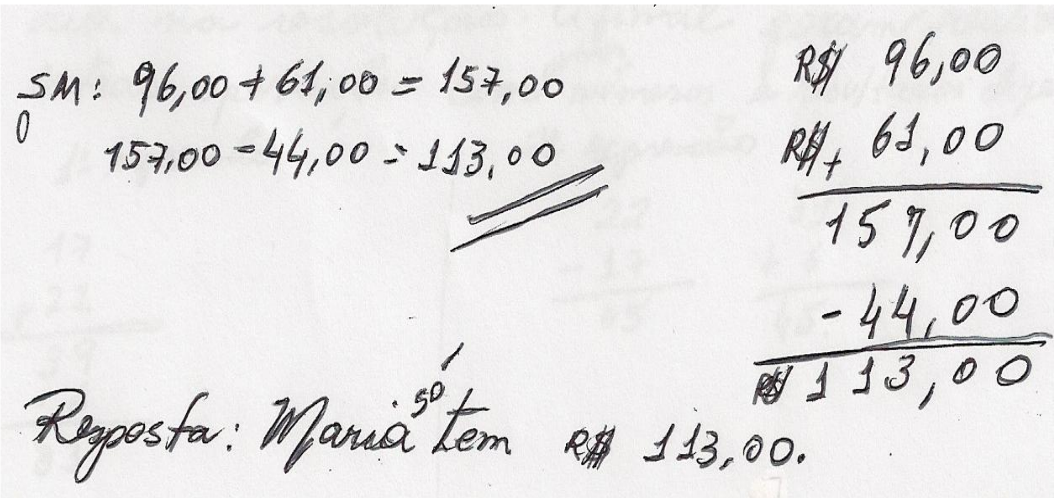
4.3.1. TRATAMENTOS REALIZADOS NO REGISTRO NUMÉRICO

Foram realizados 21 tratamentos corretos no registro numérico, dentre as resoluções de todos os problemas. Ou seja, tratamentos que obedeceram às regras de expansão informacional próprias à escrita simbólica com números, seguindo o que Duval nomeia “regras de derivação” (DUVAL, 1995, p.39). Estas regras dizem respeito às deduções e a lógica operacional de cada sistema simbólico, nesse caso o registro numérico.

É necessário considerar que mesmo com um tratamento realizado corretamente, se a conversão, anteriormente, tiver sido realizada incorretamente, a resposta obtida não será adequada à demanda do problema.

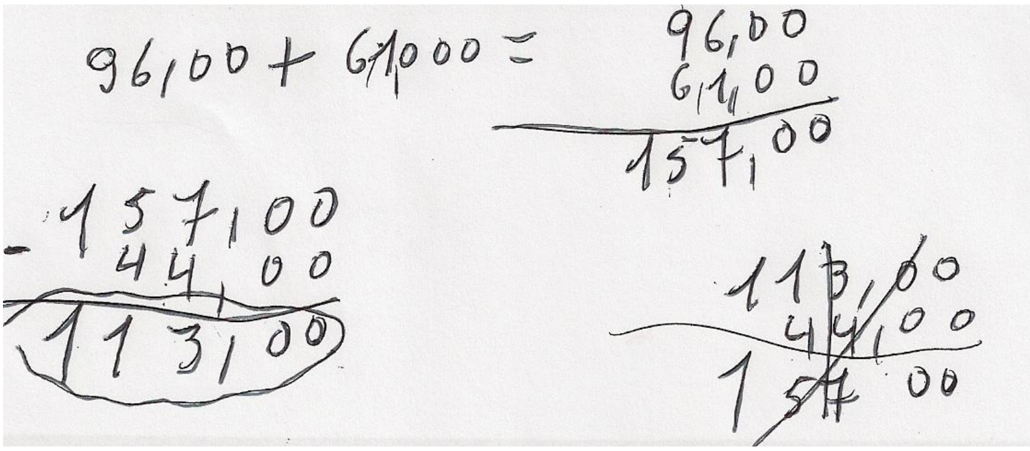
Tratamento exitoso (RN) com resposta correta ao problema

Figura 40 - Problema 2A – TRATAMENTO P2



P2 fez o tratamento a partir do que denominou “SM” – que entendo como sendo sentença matemática, e elaborou também o algoritmo, explicitando a resposta no final. Tal explicitação denota que ela percebeu as unidades significantes a serem buscadas para solucionar o problema. Esse padrão (sentença matemática, cálculo e resposta), freqüentemente adotado na escola, pode ter sido a base para a realização correta do tratamento.

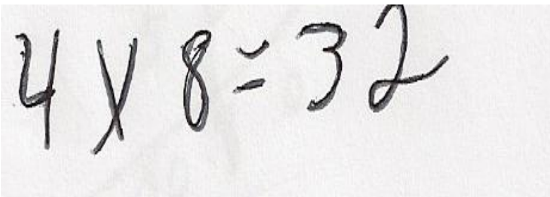
Figura 41 – Problema 2A – TRATAMENTO P5



P5, que também teve êxito no tratamento da questão, fez o cálculo: 157,00 – 44,00 = 113,00, depois realizou o cálculo inverso: 113,00 + 44,00 = 157,00. Posso presumir que para validar o resultado, como num "exame da solução produzida" (Polya, 1986). Em seguida ela riscou o algoritmo correspondente a tal verificação (113,00 + 44,00 = 157,00), demonstrando considerá-lo válido apenas para ela, sem fazer parte da resolução do problema.

Tratamento exitoso sem resposta correta ao problema

Seis resoluções apresentaram respostas erradas ao problema, a partir de tratamentos realizados corretamente. Nas resoluções dos problemas 3A e 6A, principalmente, foram realizados tratamentos corretos a partir de conversões equivocadas, não permitindo a chegada à resposta certa do problema. As professoras não reconheceram a obtenção de respostas incorretas; não buscaram realizar verificações de resultados para assegurarem-se da adequação dos tratamentos, nem questionaram o teor do dado obtido, diante daquilo que era solicitado como solução do problema. Foi o que aconteceu com P5 na resolução dos problemas 6A e 6B, em que a resposta correta ao problema era 64, e ela obteve 32 como resultado. Ela parece ter duvidado da resposta obtida em 6A e adotou um outro caminho em 6B, mas não verificou se os resultados eram compatíveis com o que demandava o problema. Ver figuras abaixo:

Figura 42 – Problema 6A – TRATAMENTO P5	Figura 43 – Problema 6B – TRATAMENTO P5
	

Falha no tratamento

Quatro tratamentos foram mal sucedidos em sua realização, por apresentarem falhas no desenvolvimento das operações, ou procedimentos efetivados.

Figura 44 – Problema 2A – TRATAMENTO P3

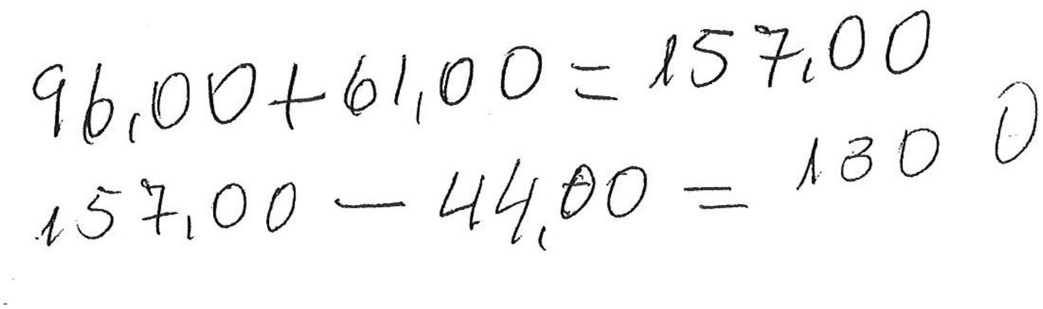
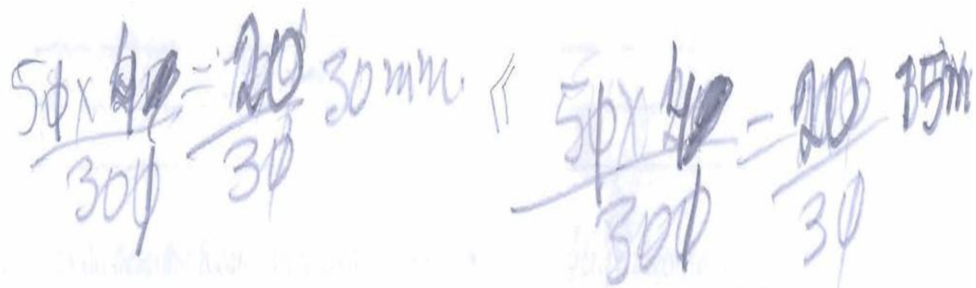


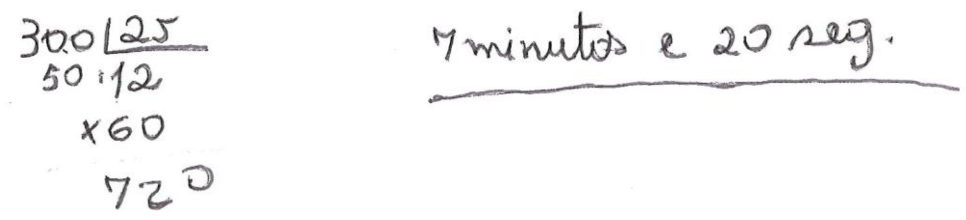
Figura 45 – Problema 5A – TRATAMENTO P4



P3 e P4, conforme evidenciam as figuras acima, cometeram erros nos tratamentos numéricos realizados. P3 errou na subtração, ao obter o resultado 130 para a diferença 157,00 – 44,00. P4, por sua vez, elaborou uma expressão numérica envolvendo fração. Operou corretamente a fração inicial, porém na divisão decorrente da fração (20/30) obteve o resultado 30. Em seguida, talvez insatisfeita com o resultado atingido, repetiu todo o algoritmo chegando ao resultado 15, demonstrando não saber operar no registro dos números fracionários, ou ter dificuldades de aceitar número fracionário como resposta.

A resolução presente na figura abaixo evidencia falha de tratamento, quando da transformação entre unidades de tempo.

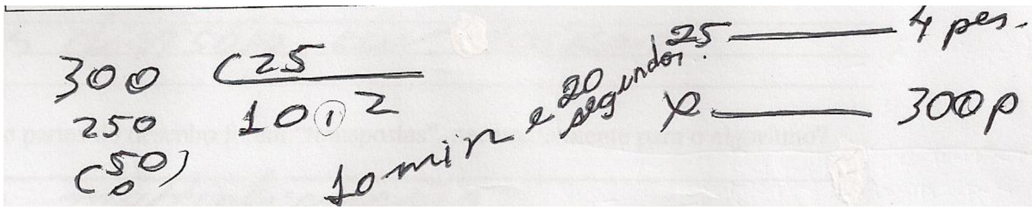
Figura 46 – Problema 5A – TRATAMENTO P6



Além de ter partido de uma conversão errada, P6, após obter o resultado 12, na divisão, multiplica-o por 60. Tal operação, relacionada com a resposta correspondente ao problema, nos leva a crer que 12 sejam minutos e 60 representem a quantidade de segundos em 1 minuto. Ao obter *720,* P6 os transforma em *7 minutos e 20 seg.*, como se as medidas de tempo seguissem o sistema decimal, característico das medidas de peso, comprimento etc.

Em uma das resoluções do problema 5A, foi possível perceber três falhas de tratamento cometidas pelo mesmo sujeito.

Figura 47 – Problema 5A – TRATAMENTO P2



Inicialmente, na falha cometida ao dividir 300 por 25, P2 demonstra a adoção de um procedimento híbrido. Ela estrutura o algoritmo de modo a proceder à divisão considerando cada uma das ordens separadamente. Ao mesmo tempo, usa o procedimento da decomposição, isto é, decompõe 300 em 250 + 50. Divide 250 por 25, colocando no quociente o resultado 10. Em seguida divide 50 por 25 e justapõe o resultado 2. Coloca uma vírgula após o 10, não percebendo que o número 2 é também parte da ordem das unidades e que por terem sido realizadas duas divisões independentes, os quocientes deveriam ter sido adicionados. Desta forma ela chega a uma resposta errada: *10,2*. O segundo erro de tratamento ocorreu na transformação entre unidades de tempo. Da mesma forma, como já foi comentado no problema anterior, a professora interpretou que *10,2* é o mesmo que *10 min e 20 segundos*. A terceira falha de tratamento cometida por P2 foi relativa à regra de três, a qual foi estruturada com relações arbitrárias e não foi tratada.

Indagada sobre qual representação escolheu para resolver o problema e por quê? P2 respondeu: *Estou com dúvidas. Regra de três. No próprio relógio* (P2). As dúvidas evidenciadas pela professora correspondem às categorias em que ela efetivamente cometeu falhas de tratamento, isto é, na realização da regra de três e na transformação de unidades de tempo.

Nos tratamentos em registro numérico (RN), os erros cometidos (subtração, fração, transformação de unidades de tempo, divisão e regra de três), com exceção da regra de três, correspondem a conteúdos matemáticos basilares no currículo dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de acordo com os PCNs de matemática desse nível da Educação Básica. Deveriam, portanto, ser conhecimentos de domínio conceitual e didático pleno por parte das professoras do1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, sujeitos desta pesquisa.

4.3.2. TRATAMENTOS NO REGISTRO DESENHO (RD)

Conforme visto nas conversões para o RD, esse é um registro em que as professoras apresentaram muitas dificuldades. Duval (1995) o classifica como uma representação não discursiva, isto é, ele não traz consigo as condições de expressar, sozinho, os elementos do problema. Faz-se necessário um apoio de outro registro, seja numérico, língua materna, ou outro.

Foram realizados dez tratamentos no desenho, donde as sete que tiveram êxito, ou seja, chegaram à resposta correta, utilizaram apoio numérico ou numérico e da língua materna. E as outras três falharam na tentativa.

Êxitos de tratamentos no RD com apoios

Figura 48 – Problema 6A – TRATAMENTO P1

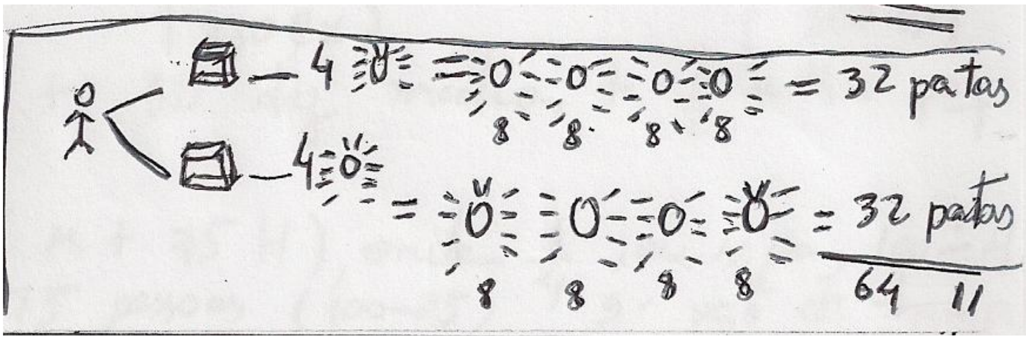
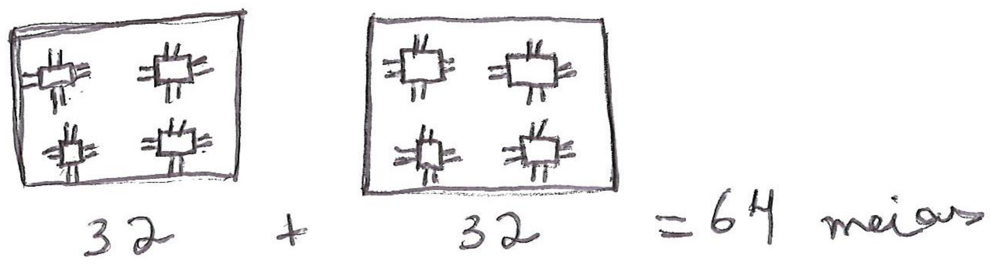


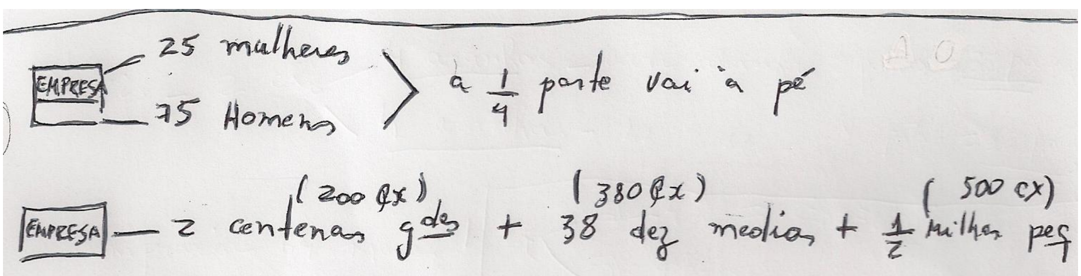
Figura 49 – Problema 6A – TRATAMENTO P7



Tanto P1 quanto P7, ao realizar os tratamentos em RD, perceberam ser esse registro insuficiente para tal atividade, complementando-o com os registros numérico e língua materna, para atribuir sentido às operações realizadas.

Falha de tratamentos no RD com apoios

Figura 50 – Problema 7B – TRATAMENTO P1



P1 não conseguiu realizar um tratamento no RD, fazendo-o quase totalmente com apoio de outros registros.

Ao avaliar globalmente os trabalhos realizados pelas professoras, durante a resolução do exercício diagnóstico, observo que as professoras apresentaram menos dificuldades nos tratamentos que nas conversões. Os tratamentos no registro numérico, em sua maioria, foram realizados corretamente. Esses se constituíram em tratamentos quase instantâneos, talvez devido a uma maior familiaridade dessas professoras dentro do domínio simbólico dos números. O registro no desenho, no entanto, exigiu delas o que Duval intitula tratamento intencional, pela necessidade de um controle consciente sobre essas representações semióticas, fundamental na aprendizagem humana.

Ressalto a pertinência do que Duval nomeia "irredutibilidade da conversão a um tratamento" (DUVAL, 2003, p.16). A conversão não é simplesmente uma tradução ou codificação, mas permite uma apreensão global e qualitativa dos objetos matemáticos, a partir da articulação das unidades de significado pertinentes ao funcionamento de cada registro. Portanto, a conversão não se reduz a um tratamento, atividade muito mais explorada didaticamente no dia-a-dia escolar, mesmo que apenas com foco nos procedimentos vazios de significados. A conversão, então, merece maior atenção por parte da escola, para uma maior eficácia da aprendizagem matemática.

4.4 VIVÊNCIAS PEDAGÓGICAS NO PROCESSO DA FORMAÇÃO

Esta seção se inicia com a descrição das vivências pedagógicas realizadas ao longo do curso. Vale ressaltar que a denominação vivência pedagógica compreende o processo grupal que traz em si a realização de uma ou mais atividades, mas que não se resume apenas a elas, pois envolve todo o encaminhamento didático e as reflexões do grupo.

Julgamos ser importante estruturar a apresentação dessa forma, para tornar compreensível ao leitor, neste ponto, os objetivos e encaminhamentos didáticos dessas vivências, já que a posterior análise não está formatada mediante o relato de cada vivência, mas sim das categorias emergidas a partir delas. As vivências já haviam sido planejadas anteriormente ao curso, mas sofreram modificações ao longo do processo, visando adaptá-las de forma mais eficaz ao que fora percebido junto às professoras, a partir do diagnóstico.

Apresento, a seguir, os objetivos de onze vivências e seus respectivos encaminhamentos didáticos, buscando fornecer ao leitor uma visão geral do que foi realizado ao longo do curso. Em seguida analiso, especificamente, os aspectos captados durante o curso. Esta análise ressalta as reflexões, os conhecimentos, as dúvidas e anseios revelados nesse processo, quer seja pelas falas das professoras ou pelas observações realizadas por mim ou pelos observadores externos.

4.4.1 AS VIVÊNCIAS

Vivência pedagógica 1 – Diagnóstico

Apenas para registro, enunciamos a vivência pedagógica 1 – o diagnóstico (exercício), cujas resoluções foram analisadas nas seções anteriores.

Objetivos: avaliar como as professoras usavam diferentes registros de representações semióticas (número, desenho e língua materna) na resolução de problemas aritméticos; captar indicadores para o próprio planejamento do curso.

Encaminhamento: resolução individual, após leitura feita por mim – questão a questão. Para a resolução, as professoras tiveram o tempo de 9:30h às 11h, tempo limite para o final de cada encontro do curso. As resoluções constituíram elementos fundamentais para o trabalho no decorrer do curso.

Vivência pedagógica 2 – O Problema do Tijolo

Objetivo: apresentar possibilidades do uso de diferentes representações semióticas para resolver uma situação-problema de matemática.

Encaminhamento: resolução, em duplas, de uma situação-problema. A orientação para a resolução desse problema foi que as professoras utilizassem representações de sua livre escolha (desenho, cálculos numéricos, escrita na língua materna, manipulação concreta) conforme melhor lhes conviesse, a partir do material fornecido. Para isso foi disponibilizado papel ofício e papel madeira, canetinhas e uma representação de um tijolo e de duas metades do tijolo recortados em cartolina. O problema apresentava o seguinte enunciado:

Um tijolo pesa um quilo mais meio tijolo. Quanto pesa um tijolo e meio?

Vivência pedagógica 3 – A comunicação nas aulas de Matemática

Objetivo: sensibilizar as professoras para a importância da comunicação em matemática, através do uso de diferentes representações na resolução de problemas.

Encaminhamento: discussão coletiva do texto *Comunicação em matemática* (CÂNDIDO, 2001, p.15-28), proposto para leitura, anteriormente. O texto propunha o uso de gravuras, escrita na língua materna, representação numérica, além da comunicação oral, no desenvolvimento de atividades matemáticas.

Vivência pedagógica 4 – Agrupamentos e trocas de canudos coloridos nas bases 2, 5 e 10

Objetivo: evidenciar a organização dos agrupamentos e das trocas em cada uma das bases, para justificá-las na base 10.

Encaminhamento: realizar agrupamentos de objetos manipuláveis (canudos), considerando as bases 2, 5 e 10. A atividade foi realizada em três grupos (dois trios e uma dupla), denominados A, B e C, que trabalharam com canudos amarelos, azuis e rosa. Em cada base, um grupo de canudos amarelos equivaleria a um canudo azul; cada grupo destes equivaleria a um canudo rosa. As quantidades a manipular foram definidas a partir do lançamento de dados. Desta forma se procedeu nas três bases.

Vivência pedagógica 5 - Agrupamentos e trocas de canudos coloridos e registro no Quadro de Valor e Lugar (QVL)

Objetivo: perceber a coordenação entre duas representações nos agrupamentos e trocas em cada base.

Encaminhamento: realizar agrupamentos e trocas, a partir do lançamento de dados, observando a equivalência entre dois registros de representação semiótica: a representação concreta (com canudos) e a representação numérica no Quadro de Valor e Lugar (QVL) (apêndice 05). A atividade foi feita em grupos. Ao final de quatro lançamentos, a atividade previa que as rodadas fossem somadas.

Vivência pedagógica 6 - Agrupamento e troca, adições e subtrações na base dez com material dourado (MD), usando o ábaco de papel e registrando o algoritmo por escrito

Objetivo: reconhecer a coordenação entre representações nas operações de adição e subtração no SND.

Encaminhamento: a atividade dividia-se em duas etapas: 1 representar quantidades com o material dourado sobre o ábaco de papel, a partir de perguntas feitas oralmente; 2 realizar operações de adição e subtração ditadas oralmente. As operações seriam realizadas a partir da representação com o material dourado sobre o ábaco e do registro numérico por escrito, para perceberem semelhanças e diferenças entre o registro numérico e a representação concreta com o MD.

Vivência pedagógica 7 – Jogo Nunca Dois

Objetivo: rediscutir conceitos do sistema de numeração decimal (SND) com representação concreta (Barras Cuisenaire).

Encaminhamento: a atividade foi desenvolvida em grupos e consistia em representar as quantidades obtidas a partir do lançamento dos dados, utilizando as peças branca, vermelha, lilás e marrom do “Material Cuisenaire”, que representam, respectivamente, 1, 2, 4 e 8 unidades. O jogador não poderia usar duas peças da mesma cor, devendo substituir, cada par de peças pelo seu equivalente conforme as quantidades anunciadas. Duas peças brancas, por exemplo, seriam substituídas por uma vermelha, duas peças vermelhas por uma lilás e assim sucessivamente. O jogo tinha duas rodadas alternadas para cada jogador. Caso o jogador não tivesse a peça branca na mesa, seria feita a substituição inversa das peças maiores pelas menores, até obter a peça branca que seria subtraída. Cada jogador anotaria, em uma tabela (apêndice 06), as quantidades de peças da rodada, usando apenas os algarismos 1 e 0 para representar respectivamente a existência ou não da peça.

Vivência pedagógica 8 – Resolução de situação-problema, representação com o material dourado no ábaco de papel e com o algoritmo escrito

Objetivo: utilizar a coordenação de diferentes representações na resolução de uma situação-problema para objetivar a compreensão da mesma.

Encaminhamento: resolver uma situação-problema em grupo, representando o cálculo com o material dourado no ábaco de papel, e com o registro numérico escrito; e comparar os procedimentos utilizados nas duas resoluções. Registros escritos feitos individualmente.

Situação: Uma doceira enrolou 136 docinhos em um dia e 98 no dia seguinte. Quantos docinhos enrolou nesses dois dias?

Vivência pedagógica 9 – Discussão acerca da Teoria dos RRS

Objetivo: compreender os aspectos teóricos embasadores do curso, a partir de uma discussão coletiva e reflexão sobre as atividades realizadas.

Encaminhamento: discussão com o grupo de aspectos relevantes da teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, que embasava mais fortemente o trabalho. Foram utilizados “slides” com conceitos e exemplos para mediar a conversa.

Aspectos discutidos:

1. A aprendizagem matemática ligada à noção de representação / representação semiótica; diferenciação entre representante e representado.
2. Funções dos RRS: comunicação, objetivação e tratamento; Uso de diferentes RRS em correspondência.
3. Atividades cognitivas de formação, conversão e tratamento.
4. Tratamentos quase-instantâneos e intencionais; Conversão; Fenômenos de congruência e incongruência na conversão entre registros.
5. Representação discursiva e não discursiva; Heterogeneidade de sentidos na conversão.

Vivência pedagógica 10 – Diferentes representações da "História dos oito pães" (Malba Tahan)

Objetivo: compreender a resolução dada pelo "Homem que calculava" para a situação descrita, utilizando livremente diferentes registros de representações que ajudassem a objetivar tal compreensão.

Encaminhamento: ouvir a leitura da história, feita por mim; discutir em grupo a solução dada no texto; representar, individualmente, usando diferentes registros, a resolução proposta na história, para a situação; partilhar as representações individuais.

Resumimos, a seguir, a situação a ser representada:

> Quando o Sheik propôs pagar à Beremiz e Bagdali, pelo auxílio prestado com a doação de oito pães para alimentá-lo ao longo de uma viagem, determinando que seriam cinco moedas de ouro para o primeiro e três moedas de ouro para o segundo, Beremiz retrucou dizendo ser uma divisão simples, mas não matematicamente certa. E propôs: "Se eu dei cinco pães, devo receber sete moedas; o meu companheiro Bagdali, que deu três pães, deve receber uma moeda [...] Quando, durante a viagem, tínhamos fome, eu tirava um pão da caixa em que estavam guardados e repartia-o em três pedaços, comendo, cada um de nós, um desses pedaços. Se eu dei cinco pães, dei, é claro, quinze pedaços; se o meu companheiro deu três pães, contribuiu com nove pedaços. Houve, assim, um total de vinte e quatro pedaços, cabendo, portanto, oito pedaços para cada um dos três. Dos quinze pedaços que dei, comi oito; então dei, na realidade, sete. O meu companheiro deu, como disse, nove pedaços e comeu também oito. Logo, deu apenas um. Os sete pedaços que eu dei e o um pedaço que o Bagdali forneceu formaram os oito que couberam ao Sheik Salem Nassair. Logo, é justo que eu receba sete moedas e o meu companheiro apenas uma. (TAHAN,2001)

Vivência pedagógica 11 – Retorno às situações do diagnóstico

Objetivo: reconhecer os elementos da teoria dos RRS presentes nas questões propostas no diagnóstico, identificando como podem ser trabalhadas em sala de aula visando melhor aprendizagem dos alunos.

Encaminhamento: Foi dado um tempo para resolução individual de cada questão, que em seguida foi discutida e resolvida no grupo, com a coordenação das professoras, que representavam as resoluções no quadro.

4.5 ANÁLISE DO PROCESSO DE FORMAÇÃO

Nesta seção analiso os aspectos que emergiram durante o curso, nos momentos de resolução das atividades e discussão nos grupos. Para tanto, os dados estão organizados em categorias que detalho a seguir.

4.5.1 FUNÇÕES ATRIBUÍDAS PELAS PROFESSORAS AO USO DE DIFERENTES REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

No início do curso, durante a discussão acerca do texto de Cândido (2001), a concepção das professoras acerca do uso de diferentes representações, era de uma ferramenta de ensino voltada a contemplar características de grupos específicos de alunos. Para elas, a expressão oral atende a crianças que ainda não escrevem, enquanto o desenho e a escrita atendem às tímidas. Elas ainda não percebiam a importância do uso de diferentes registros para o efetivo domínio conceitual em matemática, conforme afirmações das próprias professoras:

> *Isso pode gerar uma aprendizagem significativa. A oralidade é importante quando o aluno não domina a escrita. Isso é relevante para o trabalho com crianças das primeiras séries.* (P8 – vivência 3).
>
> *É interessante para as crianças tímidas, que não gostam de falar, mas desenham, escrevem. É necessário envolver os alunos nas atividades, para que as aulas sejam prazerosas. Usar vários tipos de material.* (P6 – vivência 3).

P8, entretanto, valorizou o uso das diferentes representações, comparando esta possibilidade com o que ela havia vivenciado em sua vida escolar:

> *Resolver questões por meio de desenhos ou símbolos próprios de cada aluno era impensável na minha época. Hoje percebo como essa representação é importante* (P8 – vivência 3).

FOTO 1 – Vivência 3

O reconhecimento de que o uso de diferentes representações é importante para a resolução de questões e problemas matemáticos são percepções que apontam para a possibilidade de mudanças concretas na aprendizagem e nas práticas docentes em matemática, por esta professora.

Ao resolverem uma situação-problema, representando no ábaco de papel com MD e por escrito, com registro numérico, visando à coordenação de diferentes RRS, o uso dos RRS foi considerado positivo pelas professoras, reconhecendo-o como estratégia de desenvolvimento do raciocínio. Os registros de representação foram reconhecidos pelas professoras como importantes para a tomada de consciência das dificuldades e avanços em suas aprendizagens, conforme atestam suas próprias expressões:

> *Conhecimento das minhas possibilidades de acertos e dificuldades de compreensão do problema e na elaboração das idéias, conceitos, conclusões* (P6 – vivência 8).
>
> *Essas representações estimulam o raciocínio, coisa que não foi muito praticada por mim no decorrer dos meus estudos* (P7 - vivência 8).

4.5.2 RECONHECIMENTO DAS FUNÇÕES DOS RRS (COMUNICAÇÃO E OBJETIVAÇÃO)

Na vivência que propunha a soma das quantidades de canudos e sua representação com números no QVL, um grupo não conseguiu expressar com palavras o cálculo que havia realizado, embora tivesse acertado a resposta. Sugeri a comparação entre a representação dos canudos que tinham sobre a mesa e as anotações no QVL, visando à explicitação do procedimento realizado. Em seus relatos surgiram indícios que começavam a apontar para o reconhecimento da importância do uso de diferentes registros de representações semióticas.

> *Fizemos uma transformação, é que a gente perde a noção se não anota* (P2 – vivência 5).
>
> *Tão fácil, a gente sabia, mas como não anotou perdeu. É como ela* [Cândido] *disse no texto, a importância de usar a comunicação na matemática.* (P6 - vivência 5)

FOTO 2 – Vivência 5

O grupo ainda não havia sido apresentado conceitualmente à teoria dos RRS, de Duval, no momento destas afirmações. Mesmo assim, a partir da proposta didática das vivências, já havia professoras que demonstravam perceber a função de objetivação - *não anotou perdeu* - e de comunicação que estas representações passavam a ocupar, favorecendo sua compreensão matemática nas atividades realizadas durante a vivência.

A percepção da importância do "anotar" é um exemplo de reconhecimento de uma das funções dos RRS. Para Duval esse "anotar" tem significado mais amplo, é utilizar a representação para objetivar o conhecimento. O registro de representação funcionando para além da comunicação, mas cognitivamente com a função de objetivar.

4.5.3 REFLEXÃO SOBRE A COORDENAÇÃO DE DIFERENTES REGISTROS NA PRÁTICA PEDAGÓGICA

Após a realização da vivência 8 – resolução de uma situação-problema no ábaco de papel e registro numérico, solicitei que as professoras confrontassem as operações realizadas com o MD no ábaco e o algoritmo escrito no papel, e perguntei: "o que há de diferente e semelhante entre as representações?" As repostas sugeriram uma percepção mais aprofundada de aspectos relacionados ao uso de diferentes Registros de Representações Semióticas (RRS):

> *Comunicação do concreto com o abstrato. O jogo com as peças já desperta o interesse do aluno. Dá vontade de aprender mais, é muito prazeroso, e complementa com a conta* (P2 – vivência 8).

> *Trabalhava só o material dourado em um momento e a conta no quadro em outro, não assim junto* (P1- vivência 8).
>
> *Foi importante a discussão no grupo. Eu nunca ensinei matemática como eu estou vendo agora. Eu só fazia na lousa. Agora vou fazer assim, com material concreto e na lousa, e os meninos com material e no caderno* (P7- vivência 8).

A partir desse confronto entre a representação das operações com o material dourado no ábaco e a escrita do algoritmo no papel, as professoras perceberam algumas possibilidades de ensino para suas aulas de matemática. A coordenação entre as representações já é percebida como algo importante para a prática pedagógica e para a aprendizagem de seus alunos.

FOTO 3 – Vivência 8

4.5.4 RECONHECIMENTO DA REPRESENTAÇÃO COM MATERIAL CONCRETO E DA COORDENAÇÃO COM OUTRAS REPRESENTAÇÕES

Ao final da vivência 7 - Jogo Nunca Dois, perguntei qual a relação desse jogo com a diversificação de RRS. As respostas das professoras apontaram para o uso do material concreto como representação e a coordenação com outras representações, conforme suas falas:

> *A relação? É que a gente usou o concreto, né? A gente representou através do concreto. E representamos na tabela também* (P7 – vivência 7).
>
> *Eu tinha uma peça marrom e uma peça lilás; 8 e 4, que dava 12. Duas peças, que representam 12 pontos. Foram três representações: nas peças, pela cor; no papel [*a tabela] *com os números; e no dado. Então é a representação da soma de duas formas: peças e números na tabela* (P7– vivência 7).
>
> *Na hora que a gente "tava" fazendo deu 13, aí fomos conferir nos valores saídos dos dados, e vimos que estava errado, corrigimos. Então foi outra representação* (P8– vivência 7).

FOTO 4 – Vivência 7

As professoras apontaram para a percepção da coordenação entre a representação concreta e outras representações, que gerou, inclusive uma objetivação – *vimos que estava errado, corrigimos* (P8) – da aprendizagem. Essa objetivação decorreu do que Duval nomeia compreensão integrativa, que se dá a partir da coordenação de diferentes RRS, quando o aluno consegue transitar livremente entre eles.

4.5.5 COMPREENSÕES EQUIVOCADAS DOS ASPECTOS TEÓRICOS

Os aspectos teóricos dos RRS foram discutidos com as professoras (vivência 9) na sequência enumerada anteriormente, no item 4.2. Apresentarei os diálogos suscitados entre as professoras e delas comigo, a partir de cada tópico da teoria discutido.

1. A aprendizagem matemática ligada à noção de representação; representação semiótica; diferenciação entre representante e representado.

Diálogos:

Através de representação a gente memoriza melhor? (P7 – vivência 9)

Pesquisadora: Não é de memória que o autor fala, mas de aprendizagem, formação de conceito.

Chega mais rápido na aprendizagem se a gente se preocupa também com as representações, né? (P2– vivência 9)

Apesar da realização de oito vivências relativas ao uso de diferentes RRS para gerar uma aprendizagem matemática, persiste a crença no valor da memorização, que já fora mencionada pelas professoras, como estratégia utilizada em suas práticas pedagógicas. Desta feita, observo a força das experiências escolares nas concepções das professoras. Entendo o quão difícil é o processo para que os professores cheguem a questionar as suas crenças e delas aproveitem apenas seu núcleo válido. A falta de um embasamento teórico em vinculação com suas práticas é uma das razões para esta permanência.

4.5.6 APREENSÕES DE ELEMENTOS DA TEORIA DOS RRS

Diálogos:

> *Semiótica estuda todo tipo de linguagens?* (P7– vivência 9)
>
> Pesquisadora: Sim, linguagens. A língua materna, os desenhos, gráficos, números, são sistemas simbólicos. Esses são os RRS.
>
> *As possibilidades, né? Lembrei das gerações passadas, né? Que não podiam... Perguntava aqui a palmatória aqui já do lado, e quanto é tanto mais tanto, e aqui os dedinhos escondidos, não dava nem... que era a representação que ele tinha no momento era a mão, mas não dava pra dizer, tem que ser... não podia contar nos dedos... se demorasse, puf!* (P2– vivência 9)
>
> Pesquisadora: Mas por quê? Será que os professores que utilizavam a palmatória nessa situação tinham essa percepção?
>
> *Exatamente. Eles não tinham esse conhecimento de que não era safadeza do menino, mas ele precisava representar pra compreender* (P2 – vivência 9).

A pergunta de P7 demonstra um interesse em compreender corretamente os conceitos desta teoria. P2 demonstra uma percepção de um dos principais aspectos da teoria – necessidade de representar para compreender. E faz isso pela reflexão comparativa com o comportamento de professores das *gerações passadas* (P2), provavelmente referindo-se também a experiências por ela vividas enquanto aluna.

2. Funções dos RRS: comunicação, objetivação e tratamento; Uso de diferentes RRS em correspondência.

Diálogos:

> Pesquisadora: Por que, então, eu pedi pra vocês representarem as operações e as situações no ábaco de papel e no algoritmo matemático?
>
> *Pra perceber nas duas representações. E quando usamos os dados, foram três representações: dados, tabela do jogo e as barrinhas coloridas* [Cuisenaire] (P7– vivência 9).

P7 atentou para outra vivência, que não a mencionada, onde havia uma terceira representação, os números saídos nos dados. Isto denota uma compreensão do aspecto da correspondência entre diferentes RRS, a, ainda, a atenção da professora em vincular teoria e prática na reflexão sobre vivências anteriores, facilitando a sua compreensão teórica.

3. Atividades cognitivas de formação, conversão e tratamento.

4. Tratamentos quase-instantâneos e intencionais; Fenômenos de congruência e incongruência na conversão entre registros.

Para exemplificar foram apresentados alguns problemas:

a. Um avião pode transportar 314 passageiros. Se o avião fizer 3 viagens totalmente lotado, quantos passageiros ele vai transportar? (SMOLE e DINIZ, 2001)

Diálogos:

Aí está 'mamão com açúcar', porque dá a informação bem 'facilzinho' pra qualquer pessoa entender. Agora, quando é aqueles exercícios que eles botam informação a mais que é pra baratinar, pra gente não saber como fazer a soma? Aí é que o negócio pega. E é o que eles fazem nas provas de vestibular e de concurso, pra dificultar, para a pessoa que está fazendo... pensar mais do que os outros e tentar adivinhar. Eles procuram o caminho mais difícil, eles colocam o caminho mais difícil que é pra nem todo mundo saber responder (P7– vivência 9).

Ao ser apresentada a problema com alto nível de congruência na conversão, exemplificado no problema acima, P7 estabelece uma comparação com enunciados de problemas que apresentam baixo nível de congruência, porque compostos por dados desnecessários – *informação a mais* (P7). Ela apresenta uma crença de que a presença de problemas com essa característica, em provas de concursos e vestibular objetiva *baratinar [...] dificultar para a pessoa que está fazendo* (P7). Com isso os avaliadores pretenderiam que nem todas as pessoas fossem capazes de resolver, pois para atingirem êxito precisariam adivinhar.

Os problemas considerados *facilzinho* são aqueles cuja conversão tem alta congruência e que implicam em tratamentos quase instantâneos. Já aqueles que *servem para baratinar* são os de baixa congruência e que requerem tratamentos intencionais.

Em sua fala, P7 demonstra não aceitar os objetivos de um trabalho com problemas cuja conversão apresenta baixa congruência. Com isto, podemos inferir a ausência ou escassez desse tipo de problema na sua prática de sala de aula.

b. Juliana tinha 25 balas e deu doze a uma amiga. Com quantas balas ela ficou? (SMOLE e DINIZ, 2001)

Diálogos:

Pesquisadora: O que se pode dizer sobre o nível de congruência dessa conversão: é mais ou menos congruente?

Congruente. Está bem próximo (P7 – vivência 9).

Pesquisadora: Por que?

Tá tudo fácil e bem arrumadinho. Pega 25 – 12 (P7 – vivência 9).

Pesquisadora: E dessa outra forma?

c. Juliana deu 25 balas a uma amiga e deu 12 balas a outra amiga. Quantas balas ela deu? (SMOLE e DINIZ, 2001)

Como é? Eu não entendi. Ela primeiro deu 25... (P3– vivência 9).

É 25 + 12, mas aí não está mais próximo de congruente, está mais próximo do não congruente. Porque ela dificultou através das palavras (P7– vivência 9).

Pesquisadora: O que dificulta mais? Que palavra, ou que palavras?

Ela 'deu' 25 balas a uma amiga e 'deu' mais 12 balas a outra amiga (P7– vivência 9).

Mas aí é só adição, mas só que a palavra que fez compreender que era subtração foi o 'deu'. Aquilo ali é que vai matar o aluno. Ele vai pegar o 25 e retirar 12 (P2– vivência 9).

É, esse 'deu' aí torna a conversão menos congruente (P7– vivência 9).

Pesquisadora: Que fator de incongruência é esse, olhando com os olhos da teoria?

Acho que é o primeiro (P7– vivência 9).

Pesquisadora: Isso, ausência da correspondência semântica.

Mesmo porque, a criança aprendeu que 'ganhar' é mais, e 'perder', 'dar' é menos. É a mesma questão do lotado no problema ***a****. Lotado pode ser cheio ou... lotado, nós estamos lotadas na escola. É outro sentido* (P2 – vivência 9).

P7 demonstra compreensão dos conceitos de alto e baixo nível de congruência, embora sem muita segurança nos três fatores definidos por Duval para conceber essa congruência. Essa professora, ao longo da vivência, pareceu estar tão empolgada com suas elaborações que participava repetidas vezes, até atropelando a fala das colegas, como aconteceu quando P3 evidenciou sua incompreensão no início.

P2 atenta para a correspondência semântica terminal (Duval, 1995), embora sem o uso dessa nomenclatura. Ela aborda a padronização, por parte dos alunos, em relação à compreensão dos significados de determinadas palavras, geralmente ligadas aos enunciados dos problemas, notadamente verbos que denotam ações de juntar, reunir, acrescentar (soma) ou de retirar, comparar, completar (subtração). Ela reitera que o verbo 'deu' *vai matar o aluno* (P2) na conversão do problema **c**, pois ele acreditará que no processo de conversão terá necessidade de elaborar uma subtração.

Esta observação da professora leva a inferências acerca de sua prática pedagógica e a centralidade desta em procedimentos mecânicos, mediados por modelos, quando da resolução de problemas. Mesmo assim, durante esta vivência, nenhuma das professoras chegou a ressaltar, explicitamente, a necessidade de uma prática pedagógica voltada para a leitura, compreensão dos significados contextuais das palavras e interpretação da situação, no encaminhamento didático da resolução de problemas.

> 5. Localização, compreensão e conversão das unidades significantes
>
> **d.** Sabemos que o ano tem 365 dias. Suponhamos que existam 12 feriados e 112 sábados e domingos durante o ano. Quantos dias úteis terá o ano? (TOLEDO e TOLEDO, 1997)
>
> *Tem que somar 12 com os sábados e domingos: 112. Primeiro uma adição, depois é que eu vou subtrair de 365* (P2– vivência 9).
>
> Pesquisadora: Mas, por que vocês estão me dizendo que somam sábados e domingos com feriados?
>
> *Porque não são úteis* (P5– vivência 9).
>
> Pesquisadora: Então vocês estão fazendo assim porque vocês já têm um conceito de dias úteis, se vocês não tivessem não dava pra partir daí.
>
> *É, e eu não vou mentir, que não faz tanto tempo assim que eu aprendi o que é dia útil não. Porque essa é uma linguagem bancária, comercial... Porque pra mim todo dia é útil, que eu faço tanta coisa com meu dia... Porque útil é de utilidade...* (P2– vivência 9).
>
> *A gente só acha que os meninos não sabem é fazer as somas, as contas...* (P7– vivência 9).
>
> *É, mas os significados das palavras, frases... Isso é muito sério mesmo.* (P1– vivência 9).

As professoras iniciam a discussão acerca do problema **d** a partir do tratamento no registro numérico, atropelando a atividade de conversão. Conforme Duval (1995), essa é uma prática corriqueira na escola. Quando questionadas, elas percebem a necessidade de compreensão do significado de “dia útil” como algo que se opõe, a um só tempo, aos sábados e domingos e feriados. Notam que somente após esta compreensão é possível concluir pela necessidade de subtrair estes três elementos do conjunto de dias do ano. P2 percebe isso a partir de sua própria experiência, atestando uma compreensão recente do significado desse termo.

Em seguida, P7 e P1 relacionam essa reflexão com a concepção delas sobre a não aprendizagem de seus alunos. Essa concepção também se centra no tratamento, sem levar muito em conta que as dificuldades dos alunos passam, antes, pela atividade de conversão, o que P1 ratifica quando diz que *o significado das palavras é muito sério*.

Ao final da vivência 9, algumas professoras demonstravam uma apropriação de aspectos pertinentes à teoria, inclusive de seus termos.

> *E você vê também a importância até da linguagem específica mesmo. A congruência e a não congruência. Eu posso dizer... Eu olho e analiso. Agora eu posso dizer: segundo o filósofo francês Raymond Duval, isso aqui eu posso identificar como uma conversão de*

> *maior congruência. Olha que linguagem! E além de só entender, também repassar para as crianças...* (P2)

Naturalmente, o foco do curso e dessa atividade, especificamente, não era a memorização de termos da teoria, mas a compreensão de aspectos teóricos que contribuíssem com o aprendizado das professoras, e abrissem possibilidade para mudanças em suas práticas. Percebo, na fala de P2, o reconhecimento sobre a sua aprendizagem acerca desses aspectos teóricos, incluindo possibilidades de aplicação na prática, pela identificação de conversões e o "repasse" para as crianças.

4.5.7 DESCONHECIMENTO DO CONTEÚDO/PROCEDIMENTO NO USO DA REPRESENTAÇÃO COM MATERIAL MANIPULÁVEL

Na realização das subtrações com o material concreto (MD), durante a vivência 6, algumas professoras apresentaram dúvidas. A operação 100 – 23, por exemplo, exigia que se retirassem 23 unidades de uma centena, e essas professoras não sabiam como "desagrupar" a centena e as dezenas. Perguntei: o que tiveram que fazer para retirar, subtrair? E as respostas apontaram:

> *Tirar a placa e colocar dez barras na centena, depois retirar uma barra e colocar dez cubinhos na unidade. Aí retira três da unidade. Depois retira duas barras da dezena* (P8 – vivência 6).
>
> *Coloca nove barras e dez cubinhos, aí tira duas barras e três cubinhos, não pode ficar dez* (P1 – vivência 6).

P5 teve dificuldade para retirar a barra da placa na realização dessa operação com a representação concreta. Ela subtraía direto, mentalmente, referindo-se ao conhecimento que já tinha do procedimento, mas não conseguia, no início, reproduzir esse raciocínio na manipulação da representação concreta, conseguiu a partir das falas de P8 e P1 apresentadas acima.

FOTO 5 – Vivência 6

As professoras preferiram realizar a operação, primeiro pelo algoritmo e depois a tentativa pela manipulação do material dourado no ábaco de papel. Essa opção levou-as a quererem utilizar o material concreto apenas para ilustrar a resposta já conhecida. Elas resistiram à realização da conversão dos dados propostos no problema para esta representação material. Essa dificuldade demonstrada por algumas professoras para representar a adição com o material manipulável reforça o que já fora dito por elas sobre sua pouca intimidade com esse tipo de material. Ao mesmo tempo, evidencia a sua prática mono-registro, vinculada à representação numérica.

Segundo Bittar e Freitas (2005, p.29),

> o trabalho realizado com material concreto deve subsidiar a construção dos conceitos abstratos: assim, ao usar um material para que o aluno aprenda o conceito do sistema de base dez, à medida que são efetuadas trocas com o material deve-se representar essas trocas em linguagem matemática.

Essa foi a intenção da vivência, quando solicitei a representação também com o algoritmo escrito no papel. Assim, as professoras poderiam perceber a representação dos conceitos envolvidos na operação de subtração de duas formas, o que poderia ajudar a compreender o significado do “transporte de reserva”.

Durante a vivência 7, ao fazer a soma de 136 + 98, a partir de uma situação-problema, utilizando o algoritmo escrito, um grupo de professoras representou, no ábaco de papel, apenas o resultado obtido (234). Quando questionadas sobre como repetiriam a operação utilizando a manipulação do material dourado, surgiram dúvidas quanto ao procedimento a ser adotado com esse material e em relação ao próprio SND, como mostra o diálogo que se segue:

> *Como vou fazer?* (P6 - vivência 7)
>
> Pesquisadora: O que você fez no algoritmo?
>
> *Somei 136 e 98... Aí eu coloco cada um... depois o total? Boto 136 com o material? E agora?* (P6- vivência 7)
>
> Pesquisadora: Como você fez com os números por escrito?
>
> *Pra somar, começa da unidade, né?* (P6- vivência 7)
>
> *Não sei não. Como é?* (P3- vivência 7)
>
> *Junta e conta, quando forma dez na unidade passa pra dezena, né?* (P6- vivência 7)

Juntar, acrescentar e reunir são "idéias intuitivas a partir das quais deve ser fundamentado o estudo dessa operação" [adição], segundo Bittar e Freitas (2005, p.58). A operação de adição dessa situação envolvia a idéia de juntar as quantidades de docinhos enrolados. P3 e P6, no entanto, não conseguiram perceber essa idéia, mesmo tendo utilizado corretamente o procedimento da adição na resolução pelo algoritmo. O foco no procedimento e não no conceito causou desequilíbrio nas professoras, devido à mudança de representação. Essa experiência reafirma a percepção de Duval quanto à necessidade de se trabalhar a coordenação entre diferentes representações para formar o conceito.

4.5.8 AUSÊNCIA DE LEITURA COM COMPREENSÃO DOS ENUNCIADOS DOS PROBLEMAS PELOS ALUNOS

Ainda nas discussões acerca da teoria – vivência 9 - as professoras evidenciaram dificuldades de leitura, com compreensão dos enunciados por parte de seus alunos.

> *Esse é o problema! Os alunos... Eles olham só os números. Eles podem somar 314 com 3... ou... Eles perguntam se é de mais ou de menos...* (P2 – vivência 9).
>
> *Outra coisa: ela sabe fazer o cálculo, mas se no enunciado ela não entendeu, ela erra... a gente erra, porque a gente não entendeu o enunciado. Por exemplo, a criança pode fazer qualquer tipo de cálculo, mas se ela não entendeu o enunciado, não vai responder direito, mesmo sabendo todos os cálculos* (P7– vivência 9).
>
> *Aí é onde integra a comunicação, o aluno sabendo disso* [compreendendo a situação] *vai discernir o enunciado do texto, ele relaciona rapidinho* (P2– vivência 9).

P2 reconhece que a leitura dos enunciados dos problemas feita pelos alunos é meramente seletiva, em busca de números para operar, sem uma compreensão do que é solicitado, de fato, e de quais subsídios o contexto fornece para atender a essa solicitação. P2 e P7 reconhecem que sem uma leitura com compreensão, saber fazer "os cálculos" não garante o sucesso do aluno numa resolução de problema. Em decorrência disso, elas percebem que leitura e interpretação precisam ser trabalhadas com os alunos:

> *Precisa trabalhar muito leitura e interpretação, então* (P7 – vivência 11).
> *Se eu colocar assim: João comprou oito balas, por escrito, eles não conseguem* (P1 – vivência 11).
> *Eu estou vendo como precisa fazer leitura, né? Do enunciado mesmo* (P6 – vivência 11).
> *Matemática não é só a conta, né? Tem a linguagem que é mais complicada...* (P3 – vivência 11).

O reconhecimento dessa necessidade na aprendizagem de seus alunos, o que gera, conseqüentemente, uma demanda para as suas práticas pedagógicas, aponta para uma importante possibilidade de mudança nessas práticas. Porém, percebi, ao longo do curso, uma necessidade formativa nesse sentido. As professoras separam tanto a aula de língua portuguesa da aula de matemática, que atividades de leitura não são, geralmente, propostas nessas últimas.

4.5.9 IMPORTÂNCIA DA LEITURA E ESCRITA PARA OBJETIVAÇÃO E CONVERSÃO DE DADOS DE UMA SITUAÇÃO-PROBLEMA

Na realização da vivência 10, após a leitura que fiz, da "história dos 8 pães" (Malba Tahan), sugeri um levantamento de hipóteses oral e coletivo sobre a resolução. Nesse momento, algumas das manifestações das professoras foram:

> *É uma salada danada de cálculos aí, né?* (P5 – vivência 10)
>
> *Ele usou a lógica de que cada vez que eles iam comer, partiam um pão em três pedaços. Então os cinco viraram quinze pedaços e os outros três ficaram nove* (P7 – vivência 10).
>
> *Se cada um comeu oito pedaços, né?... Então se o rapaz que tinha três pães, ele comeu oito pedaços, só sobrou um pedaço. Acho que ele pensou nessa lógica* (P8 – vivência 10).
>
> *Na hora da história, até deu pra entender, mas agora tá dando um nó* (P3– vivência 10).
>
> Pesquisadora: E se nós representássemos no papel?
>
> *Acho que é melhor pra entender* (P5 – vivência 10).

Nesse caso, o momento de exploração oral colaborou com a elaboração mental da resolução por parte de P7 e P8. Porém, P3 manifestou, desde o início, que a oralidade não lhe era suficiente à compreensão. Isso demonstra a necessidade do uso de uma representação, utilizando um registro, para a objetivação nessa vivência. As professoras, então, foram representando, individualmente, a resolução, mas continuaram a discutir sobre essas representações:

> *Aí o Sheik não entrou com nada nessa história, né?*(P8 – vivência 10)
>
> *Não, porque ele foi o beneficiado, ele estava com fome e sem nada. Ele deu as moedas depois* (P7 – vivência 10).

O justo foi a divisão do Beremiz, porque ele carregava mais pães, mas ele resolveu dividir né, doar a parte a mais... (P2 – vivência 10)

O outro só deu um pedaço. Ele tinha nove e comeu oito, só deu uma parte "pro" Sheik (P7 – vivência 10).

Perdi o raciocínio (P1 – vivência 10).

O Beremiz foi o que deu mais, né? (P7 – vivência 10)

Pesquisadora: Vocês querem que eu releia somente a parte em que Beremiz explica porque sua divisão é a mais correta? (Todas assentiram.)

No momento da conversão dos dados do problema, as professoras demonstraram dúvidas em relação aos dados em jogo, por isso propus a releitura do material. Não havia sido entregue cópia do texto às professoras, com o intuito de que elas percebessem a dificuldade de trabalhar sem a representação na língua materna. A simples escuta do problema gerava um alto custo de memória para o trabalho de conversão e tratamento. Após a releitura, as professoras retomaram a resolução individual e a discussão acerca dela:

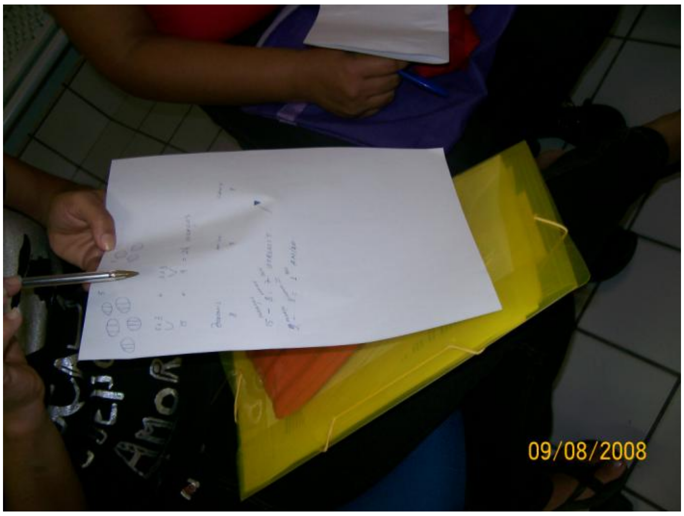
Pois é, 8 e 8, 16. Ele deu 15, aí completa 16 com 1 do Bagdalí (P7 – vivência 10).

Na realidade o Beremiz , ele deu pão pra ele e pro Sheik (P8 – vivência 10).

O Bagdalí só deu 1 pedaço, que ele comeu 8, e três pães dá 9 pedaços [mostrando a sua representação escrita] (P7 – vivência 10).

Ah, entendi (P1 – vivência 10).

FOTO 6 – Vivência 10



As professoras evidenciaram a importância da discussão para o sucesso da atividade: *a gente poder falar enquanto faz, vai ajudando a gente e a outra a pensar... a fazer... a gente entende, né?* (P7). A oralidade, a leitura e a escrita, portanto, se constituíram aqui em estratégias que possibilitaram a objetivação por parte das professoras. O texto lhes foi entregue ao final da vivência. Embora nenhuma delas tenha se referido à necessidade de permitir que os seus alunos discutam os problemas durante o processo de resolução, esta prática pode ter servido de alerta. A experiência docente e os conhecimentos acerca dos resultados de pesquisas já me permitem afirmar que a discussão dos problemas em sala de aula não constitui prática corriqueira delas.

4.5.10 CRENÇAS E DÚVIDAS INERENTES À PRÁTICA PEDAGÓGICA NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Durante a vivência 2, as professoras destacaram elementos pertinentes à sua prática pedagógica, como as operações e a memorização. Vale ressaltar que essa foi uma vivência inicial e as professoras ainda não percebiam as representações semióticas presentes no conteúdo matemático.

> *Eu trabalho as operações com os alunos, mas sem a noção de representação* (P7 – vivência 2).
>
> *Eu solicito que os alunos dêem a resposta memorizando. Por exemplo: 2 + 3 = 5, eu não quero que digam só 5, têm que falar tudo para facilitar a memorização* (P4 – vivência 2).

Na realização da vivência 6, a representação da subtração 240 – 1, com o material dourado no ábaco de papel, também levantou questionamentos e uma discussão relevante, que envolvia as dificuldades das professoras no ensino do conteúdo matemático:

> *Quando precisamos retirar um valor maior de um menor, decompomos ou desagrupamos uma dezena pra retirar o valor. Nesse momento posso desmanchar a barra e transformar em dez cubinhos e deixá-los na ordem das unidades? Porque o que mais me preocupa é como posso explicar isso para as crianças* (P8 – vivência 2).
>
> *O menino não entende de uma vez, é preciso desagrupar devagar, por isso deixamos, para ele perceber, mas em seguida já retira as unidades, porque não pode ficar dez cubinhos aí* [ordem das unidades] (P6 – vivência 2).

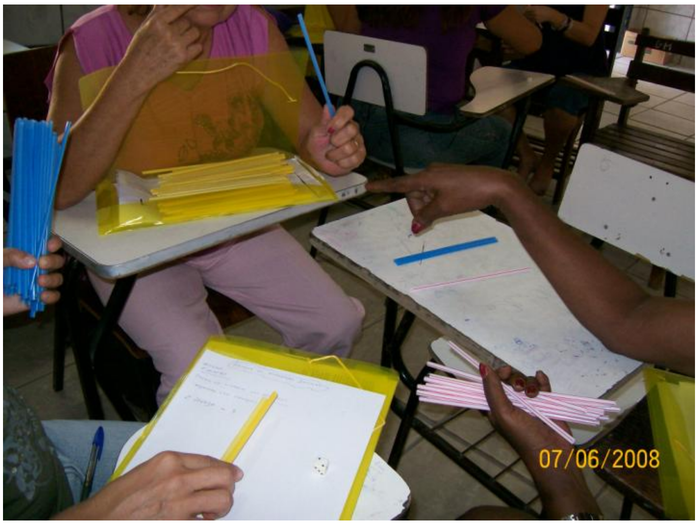
Essas falas evidenciam as dúvidas ainda existentes quanto à compreensão do funcionamento do SND na subtração, causando insegurança quanto ao ensino desse conteúdo matemático. Atento, portanto, para a necessidade de que as formações abordem também o "conhecimento de como lecionar o conteúdo" (Polettini, 1999, p.254), além do conhecimento do próprio conteúdo.

4.5.11 CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Durante a realização da vivência 4, as professoras sentiram dificuldades no processo de agrupar, embora tenha sido realizada uma demonstração, por mim, dos procedimentos para essa realização. Para representar a quantidade 3, com os canudos, na base dois, por exemplo, P2 comentou: *como a base é dois, vai sobrar um, e aí?*(P1), demonstrando dúvida quanto à representação do agrupamento em coleções de duas unidades, e troca de posição, elementos básicos de estruturação dos sistemas propostos nessa atividade. Na base cinco e até mesmo na base dez, mais familiar às professoras, no momento de realizar a representação concreta tais dúvidas persistiram.

Na base dez, perguntei: "Quantos canudos azuis devemos ter para formar um rosa?" Essa pergunta ficou alguns instantes no ar, até que a resposta veio em forma de pergunta: "só pode ser dez, não são grupos de dez?" (P1)

FOTO 7 – Vivência 4



As dúvidas conceituais demonstradas pelas professoras ratificam pesquisas que versam sobre a necessidade de conhecimento do conteúdo matemático, dentre outros conhecimentos (SHULMAN apud POLETTINI, 1999), na formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática (NACARATO e PAIVA, 2008). Neste caso, professoras que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental demonstraram ter dúvidas em relação a agrupamentos e trocas, inclusive no sistema de numeração decimal, conhecimento essencial nesse nível de ensino.

4.5.12 PERSPECTIVAS DE APLICAÇÃO DE ASPECTOS DA TEORIA À PRÁTICA PEDAGÓGICA

Na vivência 11, a última realizada no curso, visando, ainda uma vez, articular a Teoria dos Registros de Representação Semiótica com as atividades propostas, indagamos das professoras que aspectos da teoria lhes pareciam mais relevantes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Algumas falas ressaltaram informações importantes:

> *O que eu achei interessante "foi" mais formas que a gente usou pra representar. Quer dizer trazendo mais recursos pra gente representar aquele cálculo, e fica mais fácil... Mais fácil para os alunos aprenderem. Eu fiz na minha sala, coisa que eu nunca tinha*

> *feito na vida, né? Aí fiz na minha sala e os meninos adoraram. Todo mundo prestou atenção, todo mundo fez alguma coisa e a aula passou bem rapidinho* (P7 – vivência 11).
>
> *Eu achei interessante, porque isso aqui bateu bem em cima com o exercício que eu estava preparando, de situações-problema, pra fazer com meus alunos nessa semana. E a partir daqui eu vou reformular muita coisa. Eu peguei uma lista de exercícios pra eles fazerem, com multiplicação e divisão, e agora vou usar várias representações pra eles resolverem. E vou olhar se eles sabem converter* (P8 – vivência 11).

As professoras se mostraram interessadas em tentar utilizar elementos da teoria para modificar a sua maneira de trabalhar com a Matemática, quando, por exemplo, P8 afirma: "a partir daqui eu vou reformular muita coisa". P7 já afirma ter efetivamente realizado esta experiência, a partir da qual observou bons frutos. Entretanto, as falas apresentam alguns indícios de que ainda permanece a primazia dos algoritmos para o ensino da Matemática, quando a professora se refere a *representar aquele cálculo* ou ao uso de materiais para ocupar o tempo didático e não para a efetiva exploração conceitual, ao se referir ao fato de que *a aula passou bem rapidinho*.

Ao considerar globalmente o trabalho realizado, afirmo que as discussões sobre as atividades realizadas ao longo do curso tiveram a função de possibilitar uma reflexão, tanto dos conceitos matemáticos trabalhados, quanto do aspecto didático-pedagógico envolvido nos procedimentos adotados. Busquei compartilhar da concepção de Perez (2004, p.253), acerca da formação continuada de professores, a partir da qual ele afirma que "são elementos cruciais a *reflexão* sobre a prática pedagógica e a *colaboração* e *discussão* entre os professores". Por isso, procurava sempre instigar as professoras a pensar sobre o que fizeram, relacionando com os fundamentos teóricos subjacentes ao curso, com sua aprendizagem e com a prática de sala de aula.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

É chegado o momento de acrescentar algumas considerações, e ao mesmo tempo apontar futuras perspectivas e possibilidades, a partir das experiências vivenciadas. Porém, por acreditar, como Freire, no inacabamento do ser humano, não ambiciono por uma conclusão dessa investigação, mas um reexame das produções reveladas a partir dela.

Os momentos desenvolvidos ao longo do curso e a riqueza das discussões sobre as vivências realizadas em sala de aula possibilitaram a percepção: das crenças das professoras em relação à sua formação e prática pedagógica, do desempenho e compreensão delas acerca dos conhecimentos trabalhados e do reconhecimento de suas limitações e possibilidades. Acredito que isto tenha sido favorecido pela escolha metodológica que propunha a reflexão sobre as ações e elaborações desenvolvidas nas vivências propostas. Para o sucesso deste método, foi fundamental o vínculo estabelecido com o grupo, aguçando as percepções de cada uma sobre si e proporcionando maior profundidade nas reflexões, pelo espaço de trocas criado.

As vivências pedagógicas experienciadas no curso, mostraram as dificuldades das professoras relativas ao domínio conceitual do sistema de numeração decimal e das operações numéricas. Para elas, a relação do sistema decimal com as operações foi um fato que lhes causou estranheza. As professoras demonstraram desconhecimento dos materiais didáticos que são utilizados como estratégias para trabalhar estes conceitos, mas em contrapartida, manifestaram entusiasmo pelo fato de o curso ter-lhes aberto possibilidade de aprendizagem a este respeito. Com o domínio do modo como o material é usado, do momento em que é usado e a conexão feita com ele para a ampliação conceitual, as professoras abrem uma nova perspectiva de representação das operações numéricas nas salas de aula.

O trabalho no registro do desenho também lhes causou relevantes dificuldades, tanto no processo de conversão quanto nos tratamentos. Importante ressaltar que essas professoras trabalham com crianças de seis a dez anos, idades em que elas precisam de estratégias para tornar concreta a percepção dos conceitos, mais do que em outros períodos da vida. A dificuldade das professoras com o desenho denota a sua pouca familiaridade com o registro e, portanto, nos leva a acreditar no seu escasso uso nas práticas pedagógicas em suas salas de aula. Desenhar a matemática poderia ser uma estratégia para torná-la atraente e parte da vida das crianças, conforme sugere Machado (1990).

O trânsito mais fácil para as professoras ocorria quando do uso do registro numérico, mesmo que ainda se mantivesse a carência de relação entre os conteúdos, conforme acabo de afirmar. Desta forma, posso inferir que as práticas pedagógicas das professoras, em seu trabalho cotidiano, tendiam ao enclausuramento no mono-registro (DUVAL, 1995). Penso que localiza-se nesta prática uma das causas, sobejamente demonstradas nos processos avaliativos, das dificuldades das crianças com a aprendizagem da matemática

Nas resoluções de situações-problema, a atividade cognitiva de conversão foi responsável por um número maior de insucessos, o que confirma o pensamento de Duval (1995) acerca de uma maior necessidade de atenção didática à conversão, contrariamente ao que acontece na escola, onde a ênfase recai sobre o tratamento. As crenças das professoras quanto à resolução de problemas, ratificaram essa defesa de Duval, pois para elas, no início do curso, bastava o conhecimento das operações (tratamentos) e a concentração para se chegar ao sucesso nas atividades.

Os problemas cuja conversão apresentava baixa congruência, pela ausência de um ou mais dos fatores discutidos por Duval (1995), foram os que causaram mais dificuldade às professoras. Tal fato já era esperado, a partir do que enuncia a teoria. No processo de reflexão sobre essas resoluções, isto foi ratificado pelas professoras, quando demonstraram estranheza com enunciados mais complexos, pela presença de dados desnecessários ou implícitos, que requeriam inferências por parte do leitor.

As reflexões sobre as vivências realizadas ao longo do curso levaram as professoras a concluir que seus déficits nas resoluções decorrem de sua formação básica e inicial. Nesse sentido, acreditam que o comprometimento de suas aprendizagens se deveu a uma didática centrada em procedimentos mecânicos, ausência de diversificação de atividades e de materiais para a construção do conhecimento, e ênfase no caminho único na resolução de problemas, sem uma liberdade representacional possível. Com estas críticas manifestas, as professoras reconhecem que suas práticas repetem esses mesmos erros.

Nessa perspectiva, as professoras acreditam que o ensino da matemática hoje deve ser diferente daquele que a elas foi destinado. Esse ensino deve dar maior ênfase à reflexão sobre os conteúdos, ter um currículo que valorize mais a resolução de situações-problema ao invés dos cálculos descontextualizados.

No entanto, sobre uma mudança na postura pedagógica em relação ao ensino da matemática, as professoras demonstraram crença no uso de várias técnicas, na importância da memorização e do trabalho centrado apenas no algoritmo, minimizando o papel do professor. Ao mesmo tempo queixaram-se da dificuldade de implementação dessas possibilidades em decorrência da resistência dos alunos a uma aula fora do “padrão tradicional”. Tendo-se em vista que esta pesquisa não contemplou uma observação da prática dessas professoras, não é possível concluir se essas reflexões levarão a mudanças significativas em sua prática. Posso afirmar, no entanto, que ao longo do curso suas falas já traziam indícios de possíveis tentativas diferenciadas em suas salas de aula.

As expectativas de aprendizado demonstradas pelas professoras em relação ao curso, suas queixas em relação ao aprendizado da matemática na formação básica e inicial levam-me a pensar sobre as formações propostas a essas professoras, tanto inicial quanto continuada. O curso de Pedagogia com uma restrita carga-horária destinada ao ensino de matemática e, antes disso, as lacunas conceituais no aprendizado da matemática na Educação Básica, certamente colaboram para a carência de domínio conceitual e didático para ensinar essa disciplina. Os dados deste trabalho apontam para um repensar da formação inicial e, mais que isso, das iniciativas voltadas para a formação continuada para o ensino da matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Reafirmo, então, que as vivências pedagógicas propostas durante o curso, com base no uso de diferentes registros de representação semiótica em correspondência, colaboraram para as reflexões acerca do aprendizado da matemática por parte das professoras. As suas manifestações também evidenciaram que elas fizeram inferências sobre as possibilidades da teoria para a aprendizagem de seus alunos. O destaque desta percepção encontra-se relacionado ao reconhecimento da necessária formalização teórica, ou abstração, após a manipulação concreta de materiais na representação da resolução de uma situação-problema. Outro importante reconhecimento demonstrado por elas foi o da importância da compreensão do funcionamento do sistema de numeração decimal como base do aprendizado aritmético pelos alunos e, inicialmente, por elas.

A aproximação das professoras com a resolução de situações-problema face ao uso de diferentes registros de representação semiótica ratifica a importância dessa escolha teórica como suporte dessa formação. Percebo que é possível o trabalho com resolução de situações-problema a partir da coordenação de diferentes representações com professores em um processo formativo específico. Desta forma, alerto, inclusive, para a premente necessidade de incluir essa teoria, traduzida em vivências estruturadas sobre ela, em currículos de formação inicial e continuada de professores de matemática.

As professoras ressaltaram, dentre as vivências, o uso de recursos da comunicação na resolução de situações-problema, como a leitura, interpretação e uso dos diferentes registros, o levantamento de hipóteses, a oralidade, a discussão com o outro para o aprendizado. Assim, elas evidenciaram a necessidade de se estruturar procedimentos didáticos que contemplem essas possibilidades em suas aulas de matemática.

É neste ponto que reside, ao meu ver, um ponto alto do curso, que demanda, inclusive, uma continuação, no sentido de coordenar junto a esse grupo de professoras estudos para o efetivo planejamento e acompanhamento desse tipo de situações didáticas.

Ao longo do curso, foi possível perceber a apreensão de alguns aspectos do referencial teórico pelas professoras. Considero ter atingido o objetivo mais geral desse curso, em relação à fundamentação teórica a partir das vivências. Desta forma, penso que o curso trouxe contribuições para o aprendizado dessas professoras e que, a partir dele, elas podem ampliar sua prática pedagógica, criando e até implementando algumas atividades afins, embora não considere o curso um modelo para ser reproduzido exclusivamente.

Já foi firmado o compromisso de retornar ao grupo para apresentar os resultados deste trabalho, bem como para discuti-los com as professoras. Decorrente da relação travada com o grupo, encontra-se aberta a possibilidade de retorno para orientá-las quanto à continuidade de um processo mais amplo de formação continuada, que contemple o grupo de estudo, a presença de interlocutores internos e externos ao grupo, a trocas de experiências, dentre outros. Além da discussão com as professoras que participaram como sujeitos da pesquisa, considero importante a divulgação, no meio acadêmico e escolar, de trabalhos com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, como este estudo.

Este trabalho aponta, como necessidade investigativa para o futuro, um estudo sobre o trabalho didático com a leitura, no sentido de interpretação dos “textos matemáticos” (enunciados de problemas, de questões, histórias envolvendo dados quantitativos etc.) nas aulas de matemática, visando à compreensão em língua materna, registro de maior complexidade, segundo Duval (1995). Aponta, principalmente, para a necessidade de uma pesquisa-ação efetiva, em que seja possível o envolvimento mais profundo dos sujeitos com a pesquisa. A limitação de tempo característica do mestrado impediu que a relação pesquisador-grupo-teoria se desse de forma mais aprofundada.

Anda assim, considero ter atingido os objetivos da pesquisa, em sua realização e na forma em que a mesma se encontra apresentada. Reconheço a ousadia em sua estruturação que pressupõe uma maior articulação entre teoria e prática, o que foi buscado ao longo de todo o trabalho, mas evidencio também ter sido esta uma forte razão para o meu crescimento como pesquisadora.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, M. **Teatro espontâneo e psicodrama.** São Paulo : Ágora, 1998.

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva.** São Paulo, Cortez, 2003.

ANDRÉ, M. E. D. A. de. **Etnografia da prática escolar.** 4. ed. Campinas, SP: Papirus, 2000.

BARBIER, R. **A Pesquisa-ação.** Tradução de lucie Didio. Brasília: Plano Editora, 2002.

BARRETO, M. C. **Análise do nível de raciocínio matemático e da conceitualização de conteúdos aritméticos e algébricos no Ensino Fundamental: considerações acerca do sistema telensino cearense.** 2002. 361f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação, UFC, Fortaleza (CE). Orientador: Hermínio Borges Neto.

BENVENISTE, E. **Problemas de lingüística geral II**.Campinas, S.Paulo: Portes,1989.

______________. **Problemas de lingüística geral l** 4. ed. Campinas, S.Paulo: Portes,1995.

BIRMAN, J. **Leitura crítica: questões sobre recepção.** Caderno ler – Simpósio Nacional de Leitura: Leitura, saber e cidadania. Rio de Janeiro: FBN/Proler – CCBB, 1994. P: 103 – 111.

BITTAR, M. e FREITAS, J. L. M. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental.** Campo Grande – MS: Ed. UFMS, 2005.

BOGDAN, R. C. **Investigação Qualitativa na Educação.** Porto Editora, 1991

BRANCA, N. **A Resolução de problemas como meta, processo e habilidade básica** In: A Resolução de problemas na matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.

BRASIL. Congresso Nacional. **Lei nº 9.394,** de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática / Secretaria de Educação Fundamental** – Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Resolução CNE/CP Nº1, de 15 de maio de 2006. **Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia, Licenciatura.**

BUEHRING, R. S. **Análise de dados no início da escolaridade: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica.** Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC. Fórianópolis, Santa Catarina: 2006.

CACHAPUZ, A. F. **Do que temos, do que podemos ter e temos direito a ter na formação de professores: em defesa de uma formação em contexto.** BARBOSA, R. L. L. (Org.) Formação de educadores: desafios e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 2003.

CÂNDIDO, P. T. **Comunicação em matemática.** In: SMOLE, K. C. S. e DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas – habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CATTO, G. G. **Registros de representação e o número racional: uma abordagem nos livros didáticos.** Dissertação de mestrado. Pontifícia Universidade Católica – PUC. São Paulo : 2000.

CHOMSKY, N. **Aspectos da teoria da sintaxe.** Trad. José Antonio Meirelles. 2. ed. Coimbra- MG: A. Amado, 1978.

COLOMBO, J. A. A., FLORES, C. R. e MORETTI, M. T. **Representações do número racional na formação de professores que ensinam matemática.** REREMAT, UFSC, p. 41-48. Florianópolis, Santa Catarina: 2005

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática: da teoria à prática.** Campinas, SP: Papirus, 1996.

DAMM, R. F. **Registros de Representação.** In: MACHADO, Sílvia D. A. et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. **Criatividade e resolução de problemas na prática educativa matemática.** Rio Claro: Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Tese de Livre Docência, 1988.

DEMO, P. **Professor do futuro e reconstrução do conhecimento.** In: MACIEL, L. S. B. e SHIGUNOV NETO, A. (Orgs.) Formação de professores: passado, presente e futuro. São Paulo: Cortez, 2004

DIAS, Ana Iório. **Ensino da Linguagem no Currículo.** Fortaleza: Tropical, 2001. (Coleção para professores nas séries iniciais; v.5).

DINIZ, M. I. **Resolução de problemas e comunicação.** In: SMOLE, K. C. S. e DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas – habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

DUVAL, R. **Sémiosis et pensée humaine – registres sémiotiques et apprentissages intellectuels.** Peter Lang. SA. Neuchâtel, Suisse: 1995.

______________. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). Aprendizagem em matemática – registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

______________. **Quelle sémiotique pour l'annalyse de l'activité et dês productions mathématiques?.** Revista latinoamericana de investigacion em matematica educativa, número especial. Comité Latinoamericano de matemtica educativa. Distrito Federal, México. 2006. PP. 45-81

FERREIRA, V. e MACHADO, P. **O programa informático NUD IST – análise qualitativa de informação escrita.** (HTTP://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie94/II_310_314.htlm) Acesso em 25 de junho de 2008, às 10:42h.

FIORENTINI, D. e LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** (Coleção Formação de Professores) Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

FLORES, C. R. e MORETTI, M. T. **O funcionamento cognitivo das representações gráficas: ponto de análise para a aprendizagem matemática.** REREMAT, UFSC, p. 26-38, 2006.

FREGE, G. **Lógica e Filosofia da Linguagem.** São Paulo: Cultrix. Ed.USP. 1978.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessário à prática educativa.** 20ª ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GATTI, B. A. **Formação de professores, pesquisa e problemas metodológicos. Contrapontos.** Revista de educação da universidade do vale do itajaí, Itajaí: v. 3, n. 3, p. 381-392, set./dez., 2003.

GRABAUSKA, C. J. e BASTOS, F. da P. **Investigação-ação educacional: possibilidade crítica e emancipatória na prática educativa.** MION, R. A. e SAITO, C. H. Investigação-ação: mudando o trabalho de formar professores. Ponta Grossa: Gráfica Planeta, 2001.

GRANGER,G. **Langages et épistemologié.** Paris Klinksieck, 1979.

HAGUETE, T. M. F. **Metodologias qualitativas na sociologia.** Petrópolis, RJ: Vozes, 1992.

IMBERNÓN, F. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza.** São Paulo: Cortez, 2006.

INEP/MEC (www.inep.mec.gov.br) acesso em 30/03/2008, às 18:55h.

JOLIBERT, J. **Formando Crianças Leitoras.** Tradução de Bruno C. Magne. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

LIMA, V. S. de. **Solução de problemas: habilidades matemáticas, flexibilidade de pensamento e criatividade.** 2001. 215p. Tese (Doutorado em Educação: Educação Matemática) – FE – Unicamp – Campinas – SP. Orientadora: Marcia Regina Ferreira de Brito.

LIMA, E. de F. **Formação de professores – passado, presente e futuro: o curso de Pedagogia.** In: MACIEL, L. S. B. e SHIGUNOV NETO, A. (Orgs.) Formação de professores: passado, presente e futuro. São Paulo: Cortez, 2004.

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna (análise de uma impregnação mútua).** São Paulo: Cortez, 1990.

MAIA, M. G. B. **Professores do ensino fundamental e formação de conceitos: analisando o sistema decimal. 2007.** Dissertação. (Mestrado em Educação) – Centro de Educação – UECE, Fortaleza (CE). Orientadora: Marcília Chagas Barreto.

MENDES, I. A. **Matemática: ciência, arte e jogo.** In: ALMEIDA, M. C. de; ALMEIDA, A. M.; KNOBB, M. (Orgs.) Polifônicas Idéias: por uma ciência aberta. Porto Alegre: Sulina, 2003. P: 154 – 157.

________. **Números: o simbólico e o racional na história.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

MINAYO, M. C. de S. (Org.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade.** Petrópolis: Ed. Vozes, 1994.

MIZUKAMI, M. G. N. **Docência, trajetórias pessoais e desenvolvimento profissional.** In: REALI, A. M. M. R. e MIZUKAMI, M. G. N. Formação de professores: tendências atuais. São Carlos,: Ed. UFSCar, PP. 59-91, 1996.

MOSCOVICI, F. **Desenvolvimento interpessoal: treinamento em grupo.** Rio de Janeiro: José Olympio, 2003.

NACARATO, A. M. e PAIVA, M. A. V. **A formação do professor que ensina matemática: estudos e perspectivas a partir das investigações realizadas pelos pesquisadores do GT 7 da SBEM.** In: NACARATO, A. M. e PAIVA, M. A. V. (Orgs.) Belo Horizonte: Autêntica, 2008. p. 07-26.

NÓVOA, A. **Formação de professores e profissão docente.** In: Nóvoa, A. (Coord.). Os professores e a sua formação. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

__________. **Formação de professores.** 2. ed. São Paulo: Ed. Unesp, 1998.

__________. **Formação de professores e qualidade do ensino.** Revista Aprendizagem. Ano 1 nº 2. Pinhais, PR: Ed. Melo – set./out., 2007.

NUNES, A. I. B. L. *A* **Pesquisa no campo da formação continuada de professores: interrelacionando conhecimentos e cruzando caminhos.** In: CAVALCANTE, M. M. D. et al (Orgs.) Pesquisa em educação na UECE: um caminho em construção. Fortaleza: Demócrito Rocha, 2002.

NUNES, T., CAMPOS, T. M. M., MAGINA, S. (et al.) **Educação matemática 1: números e operações numéricas.** São Paulo: Cortez, 2005.

ONUCHIC, L. de la R. **Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

____________________ e ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V. e BORBA, M. de C. Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PAULETO, C. R. P. **Jogos de regras como meio de intervenção na construção do conceito aritmético em adição e subtração.** 2001. 120p. Dissertação (Mestrado em Educação: Educação Matemática) – FE – Unicamp – Campinas – SP. Orientadora: Rosely Palermo Brenelli.

PEREZ, G. **Formação do professor de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

__________. **Prática reflexiva do professor de matemática.** In: BICUDO, M. A. V. e BORBA, M. de C. Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004.

PICHON-RIVIÈRE, E. **Processo Grupal.** São Paulo: Martins Fontes, 1988.

PIMENTA, S. G. (Org.). **Didática e Formação de Professores: percursos e perspectivas no Brasil e em Portugal.** São Paulo: Cortez, 2000.

_____________. e GHEDIN, E. (Org.). **Professor reflexivo no Brasil: gênese e crítica de um conceito.** São Paulo: Cortez, 2002.

POLETTINI, A. F. F. **Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de matemática.** In: BICUDO, M. A. V. (Org.) Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Primeira reimpressão. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. Rio de janeiro: Interciência, 1986.

POPKEWITZ, Thomas. **Reforma educacional: uma política sociológica, poder e conhecimento em educação.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

REGES, M. A. G. **Estruturas aditivas: uma análise da prática pedagógica de professores do II Ciclo do Ensino Fundamental.** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação_ - Centro de Educação – UECE – Fortaleza (CE). Orientadora: Marcília Chagas Barreto.

ROLDÃO M. C. **A formação de profesores como objecto de pesquisa – contributos para a construção.** Revista Eletrônica de Educação. Universidade Federal de São Carlos.V.1nº1.(http://www.reveduc.ufscar.br/index.php?option=com_content&task=view&id=40&Itemid=43). Acesso em 23 de março de 2009.

SÁNCHEZ GAMBOA, S. A. A. **A dialética na pesquisa em educação: elementos de contexto.** In: FAZENDA, I. (Org.) Metodologia da pesquisa educacional. Sâo Peulo: Cortez, 1989, p. 91 – 115.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica.** 9. edição. Coleção primeiros passos. São Paulo: Brasiliense, 1990.

SEDUC. Secretaria da Educação Básica do Estado do Ceará. (www.seduc.ce.gov.br/spaece/spaece_avaliacao-desempenho.asp) Acesso em 14/05/2008, às 23:55h.

SCHÖN, D. A. **Formar professores como profissionais reflexivos.** In: Nóvoa, A. (Coord.). Os professores e a sua formação. 2. ed. Lisboa: Dom Quixote, 1995.

____________. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem.** Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

SHULMAN, J. H. **Paradigmas y programas de investigación en el estudio de la enseñanza: uma perspectiva contemporanea.** In: WITTROCK, M. C. La investigación de la enseñanza I. Enfoques, teorías y métodos. Barcelona: Paidós,1989. p. 9-91.

SMOLE, K.C.S. **Textos em matemática: por que não?** In: SMOLE, K. C. S. e DINIZ, M. I. (Org.). Ler, escrever e resolver problemas – habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

SOUSA, M. S. e FRANÇA, T. M. S. (Coords.) **Diversidade de ações educativas: formar formando-se.** Fortaleza: Encaixe, 2007.

SOUSA A. C. G. e BARRETO, M. C. B. **Conversões de problemas aritméticos com baixa congruência por professoras das séries iniciais.** XIX EPENN. João Pessoa – PB, 2009.

TAHAN, M. **O Homem que Calculava.** Rio de Janeiro: Record, 2001.

TARDIF, M. *Saberes docentes e formação profissional.* Petrópolis: Vozes, 2002.

TOLEDO, M. e TOLEDO, M. **Didática de matemática: como dois e dois - a cãostrução da matemática.** São Paulo: FTD, 1997.

VENTURA, L. S. e SELVA, A. C. V. **Crianças de 09 anos resolvendo problemas de estrutura aditiva com auxilio de recursos representacionais.** Anais IX ENEM. Belo Horizonte: 2007.

VERGANI, T. **A Surpresa do Mundo – ensaios sobre cognição, cultura e educação.** MENDES, I. A., FARIAS, C. A. e ALMEIDA, M. C. (Orgs.) Natal: Ed. Flecha do Tempo, 2003.

___________. **A criatividade como destino: transdisciplinaridade, cultura e educação.** MENDES, I. A., FARIAS, C. A. e ALMEIDA, M. C. (Orgs.) São Paulo: Livraria da Física, 2009.

(http://www.niee.ufrgs.br/ribie98/CONG_1994/VOLUME_II/C43/II_310_314.HTML) Acesso em 20/04/2008.

ZEICHNER, K. M. **A formação reflexiva de professores: idéias e práticas.** Lisboa: Educa, 1993.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Diagnóstico

Nome: ____

Data: ___/___/___ Série(s) em que leciona: _________________________

Prezada colaboradora

Solicitamos que você responda as questões seguintes, de forma seqüencial, ou seja, só passe à questão ou item seguinte após concluir a (o) anterior. Agradecemos, desde já, a sua colaboração com a realização dessa pesquisa e mais especificamente deste exercício. Para nós é muito cara a sua participação, pois acreditamos que trará elementos fundamentais à discussão que faremos neste curso.

1. Resolva o problema a seguir, utilizando o cálculo numérico.

Caio é um garoto de 6 anos e gosta muito de brincar com bolinhas de gude. Todos os dias ele acorda às 8 horas, toma o seu café e corre para a casa de seu amigo Júnior para brincar. Caio levou 2 dúzias de bolinhas coloridas para jogar. No final do jogo ele havia perdido 6 de suas bolinhas e Júnior ficou muito contente, pois agora tinha 54 bolinhas. Quantas bolinhas Júnior tinha ao iniciar o jogo?

Agora responda: o que vai acontecer com a resolução do problema se retirarmos a idade de Caio e a hora em que ele acorda, do texto?

Você fez algum cálculo desnecessário à busca da resposta? Qual? Por que?

2A. Resolva o problema seguinte, utilizando cálculo numérico.

Para comprar um vestido que custa R$ 96,00 e uma blusa que custa R$ 61,00, Maria precisa de mais R$ 44,00. Quanto Maria tem?

2B. Se mudarmos as frases:

“Maria precisa de mais R$ 44,00” para “Maria já tem R$ 52,00”;

e “Quanto Maria tem?” para “De quanto Maria precisa?”,

o que você acha que pode acontecer na resolução do problema? Explique por escrito.

3A. Resolva esse problema, representando-o com cálculo numérico.

João joga dominó com seus primos apostando bombons. Ele jogou duas partidas. Ao final da segunda partida, João perdeu 6 bombons, e ao final do jogo havia perdido 13. O que aconteceu na primeira partida? João ganhou ou perdeu? Quantos bombons?

3B. Agora represente a resolução com desenho.

4A . Crie um problema que envolva os dois cálculos a seguir: 17 + 22 = ?; 39 – 6 = ?

Escreva o texto do problema e resolva as operações usando cálculo numérico.

4B. Agora responda:

a) Se mudarmos a expressão para 22 - 17 = ?; 39 + 6 = 45. Que mudança haverá no enredo do problema?

5A. Resolva o problema com cálculo aritmético e/ou gravura, o que lhe for melhor.

> Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média e cada um leva 4 pessoas. Quantos minutos ficarei na fila?

a) Que representação você escolheu para resolver? Por quê?

5B. Se o problema for:

> Num parque de diversões estou na fila da montanha russa e na minha frente estão 300 pessoas. Os carrinhos saem de 25 em 25 segundos em média. Quantos minutos ficarei na fila?

O que ocorre com a solução do problema? Por quê?

6A. Resolva este problema utilizando desenho:

> Clóvis é um colecionador muito estranho. Ele tem 2 caixas. Em cada caixa há 4 aranhas. Cada aranha tem 8 patas. Se Clóvis tivesse que comprar meias no inverno para suas aranhas, quantas meias compraria?

6B. Agora, resolva-o com algoritmo(s) aritmético(s):

Responda:

a) Que partes do enunciado, foram "transpostas", necessariamente, para a gravura?

b) E que partes da gravura foram "transpostas", necessariamente para o algoritmo?

7A. Resolva o problema a seguir com cálculo(s) aritmético(s)

> Uma empresa que produz caixas de embalagens emprega 25 mulheres e 75 homens. Das pessoas que trabalham na empresa, a quarta parte vai a pé para o trabalho.
>
> Na empresa são produzidas diariamente 2 centenas de caixas grandes, 38 dezenas de caixas médias e meio milhar de caixas pequenas.
>
> Quantas pessoas usam algum tipo de transporte para ir ao trabalho? Quantas caixas são produzidas por dia na empresa?

7B. Agora represente-o com desenho.

8. Solicitamos, agora, que responda a alguns questionamentos

a) Como você avalia as questões (problemas) que acabou de responder?

b) Se houve dificuldades, quais foram elas?

c) A resolução dessa atividade, da forma proposta, na sua opinião, contribui com o desenvolvimento do pensamento? Como?

d) Você acha que seus alunos teriam dificuldade para resolver estes problemas? Qual(is) deles seria(m) mais complexo(s) na sua opinião? Por quê?

e) Algo a acrescentar?

APÊNDICE B – Grade de Registro da Observação do Curso

Aula: ____. Data:___/___/___. Observador: ____________________________

DESCRIÇÕES		Impressões
Local/Horário/Sujeitos	Atividades/Acontecimentos/Diálogos	

APÊNDICE C – Projeto do Curso

PROJETO DE TRABALHO

IDENTIFICAÇÃO
Evento: Formação Continuada de Professores
Tema: Os Registros de Representação Semiótica e o trabalho com números e operações nos anos iniciais.
Local: EMEIF____
Período previsto: maio, junho e agosto de 2008
Responsável pela execução: Profa. Ana Cláudia Gouveia de Sousa

PROFESSORA
Ana Cláudia Gouveia de Sousa
Mestranda em Educação pela UECE – Universidade Estadual do Ceará, Especialista em Leitura e Formação do Leitor pela UFC – Universidade Federal do Ceará e em Planejamento Educacional pela UNIVERSO – Universidade Salgado de Oliveira, com formação em Pedagogia e Ciências Contábeis pela UFC, Professora da rede pública estadual do Ceará e da Faculdade Latino-Americana de Educação, Membro do GEPAP – Grupo de Estudo, Pesquisa e Ação Pedagógica da OfinArtes – Centro de Vivências Educativas.

JUSTIFICATIVA:
Compreendemos que o aprendizado da matemática pressupõe "atividade de pensamento, caracterizando-se, por isso mesmo, na aquisição das estruturas lógicas elementares" (SCRIPTORI,1992). Portanto ele se faz condição necessária para a compreensão dos conhecimentos construídos pela humanidade, além dos conteúdos de matemática específicos de cada nível escolar.

As atividades cognitivas desencadeadas, principalmente, pelo ensino e a aprendizagem da matemática, quais sejam identificar, compreender, inferir, relacionar, deduzir, inverter, complementar são de essencial importância ao pensamento humano como um todo. Assim, como o objeto do conhecimento matemático é abstrato e inacessível, a não ser por meio de representações, estas últimas ganham grande significação no ensino e aprendizagem dessa ciência.

Não apenas as representações mentais, mas as representações semióticas, externas ao sujeito e responsáveis pela sua aquisição de conhecimento. As representações semióticas – signos, linguagens – utilizadas no aprendizado da matemática serão, pela coordenação das suas diferentes formas de representar os conteúdos matemáticos, deflagradoras das atividades de pensamento que permitirão a conceitualização.

Assim, a teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, se nos aparece como possibilidade de compreensão e embasamento para estudar, vivenciar e analisar atividades de ensino e aprendizagem com professoras, no intuito de criá-las e recriá-las para o trabalho com as crianças das séries iniciais.

OBJETIVO GERAL
Promover vivências e reflexão sobre o ensino e a aprendizagem da matemática, no tocante ao funcionamento cognitivo do pensamento para tal, a partir de atividades e problemas de aritmética, tendo como fundamento a teoria dos Registros de Representação Semiótica, para colaborar com a formação permanente do professor.

DESENVOLVIMENTO

- Aquecimento/memória;
- Vivências;
- Fundamentação teórica e sistematização;
- Avaliação.

Dentro desta sequência de trabalho serão abordados, como conteúdos: o sistema de numeração decimal (snd), e as operações aritméticas da adição, subtração, multiplicação e divisão, em situações-problema, visando subsidiar a formação matemática do professor. Estes conteúdos serão desenvolvidos a partir da proposição de atividades utilizando materiais diversos.

METODOLOGIA

Todos os momentos serão baseados na participação, no trabalho individual, de grupo e plenário. Em todas as etapas do trabalho, o ponto de partida será a realidade do grupo e o funcionamento cognitivo do pensamento dos professores, sem preocupação inicial com o certo ou o errado, mas com suas ações, reflexões e sistematizações do conhecimento coletivo.

AVALIAÇÃO

Será um momento em que analisaremos, em grupo, todos os momentos vividos, a qualidade das ações desenvolvidas e o sentir das pessoas envolvidas. Aspectos observados durante a execução do Projeto.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. (org.) **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: editora UNESP, 1999.

____________________________ e BORBA, Marcelo de Carvalho. (orgs.) **Educação matemática – pesquisa em movimento.** São Paulo: Cortez, 2004.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história.** São Paulo: editora Livraria da Física, 2006.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da Resolução de matemática.** São Paulo: Ática, 1989.

DUVAL, Raymond. Sémiosis et pensée humaine – registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Peter Lang. SA. Neuchâtel, Suisse: 1995.

______________. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em matemática – registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

FALCÃO, Jorge Tarcísio da Rocha. **Psicologia da educação matemática – uma introdução.** Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

FIORENTINI, Dário e CRISTOVÃO, Eliane Matesco (orgs.) **Histórias e investigações de/em aulas de matemática.** Campinas, SP: editora Alínea, 2006.

________________ e LORENZATO, Sérgio. Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos. (Coleção Formação de Professores) Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e Língua Materna (análise de uma impregnação mútua).** São Paulo: Cortez, 1990.

MACHADO, Sílvia Dias Alcântara. (org.) **Aprendizagem em matemática – registros de representação semiótica.** Campinas, SP: Papirus, 2003.

MENDES, Iran Abreu. **Dos números naturais às frações e números decimais: pontes que possibilitam a compreensão.** Belém: Preprint, 1995.

_________________. ***Matemática e Investigação em sala de aula*****: tecendo redes cognitivas na aprendizagem.** Natal: Flecha do Tempo, 2006.

_________________; SÁ Pedro Franco de. ***Matemática por atividades*****: sugestões para a sala de aula.** Natal: Flecha do Tempo, 2006.

_________________. **Matemática: ciência, arte e jogo.** In: ALMEIDA, Mª da Conceição de; ALMEIDA, Ângela Maria; KNOBB, Margarida (ufrgs.) Polifônicas Idéias: por uma ciência aberta. Porto Alegre: Sulina, 2003. P: 154 – 157.

_________________. ***Números*****: o simbólico e o racional na história:** São Paulo: Livraria da Física, 2006.

_________________. **Psicopedagoia e aprendizagem -m*atemática por atividades.*** (apostila compilada para curso de mesmo título) Fortaleza: OfinArtes, 2007.

SMOLE, Kátia Stocco. e DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas – habilidades básicas para aprender matemática.** (orgs.) Porto Alegre: Artmed editora, 2001.

SOUSA, Maria do Socorro de; FRANÇA, Tânia Maria de Sousa (coords.). **Diversidade de ações educativas:** formar, formando-se. Fortaleza: Encaixe, 2007.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava.** Rio de Janeiro: 55ª ed. Record, 2001.

TOLEDO, Marília e TOLEDO, Mauro. **Didática de Matemática –** Como dois e dois – A Construção da Matemática. São Paulo: FTD, 1997.

APÊNDICE D – QVL

EMEIF ________________________
Curso: Os RRS e o trabalho com aritmética nas séries iniciais da escolarização

Profas: ____
____

QVL
base 02

	Vermelho	Azul	Amarelo
1ª rodada			
2ª rodada			
total 1			
3ª rodada			
total 2			
4ª rodada			
total 3			

QVL
base 05

	Vermelho	Azul	Amarelo
1ª rodada			
2ª rodada			
total 1			
3ª rodada			
total 2			
4ª rodada			
total 3			

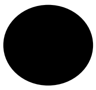
QVL
base 10

	Vermelho	Azul	Amarelo
1ª rodada			
2ª rodada			
total 1			
3ª rodada			
total 2			
4ª rodada			
total 3			

ANEXOS

ANEXO A – Geometria Sagrada

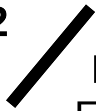
1



Ponto

É a figura que dá início a todas as formas geométricas. Representa a manifestação de toda força criadora e o princípio da vida. O ponto concentra a energia capaz de criar tudo o que existe no Universo.

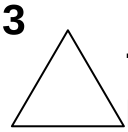
2



Reta

Ela é a distância mais curta entre dois pontos. Simboliza associação e equilíbrio de forças, mesmo que antagônicas. Expressa a dualidade que existe em praticamente tudo no Universo: dia e noite, luz e sombra, espírito e matéria, calor e frio, vida e morte.

3



Triangulo

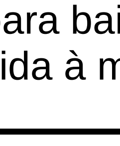
Primeira forma fechada obtida da união das linhas, significa concretização e realização. Símbolo da trindade sagrada para cristãos e hinduístas, com o vértice (a ponta) para cima, representa o espírito liberado da matéria, e para baixo, o espírito que dá a vida à matéria.

4

Quadrado

Símbolo do Universo materializado na terra, significa base, estrutura e organização. Cada um dos quatro lados simboliza um elemento da natureza (terra, água, fogo e ar) e os quatro pilares da sabedoria humana– ciência, religião, filosofia e arte.

5



Pentágono

Ao traçar linhas unindo seus pontos, obtém-se a estrela de cinco pontas,símbolo da perfeição do homem e de suas cinco grandes qualidades: amor, bondade, justiça, verdade e sabedoria. A figura é associada aos cinco sentidos: visão, audição, tato, paladar e olfato.

6

Hexágono

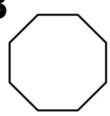
Seus seis lados significam ordem e harmonia e remetem à estrela de Davi, símbolo de perfeição para os judeus, que aparece quando se unem internamente os pontos. Os dois triângulos invertidos se harmonizam, representado os princípios masculinos e femininos.

7

Heptágono

A figura é o produto da soma do 3, numero do espírito, e do 4, numero da matéria. Assim, simboliza o Universo, que une os princípios divinos e terrenos. O 7 é também número mágico, que se manifesta, Por exemplo, nas sete cores do arco-íris e nas sete notas musicais.

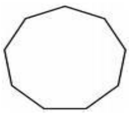
8



Octógono

Essa figura é formada por dois quadrados, que enfatizam o poder da matéria, e o raciocínio lógico. Simboliza estruturação, concretização e realização material. A estrela de oito pontas, que resulta da união das linhas internas, expressa o poder criativo do Universo.

9



Eneágono

A forma de nove lados surge da união das linhas de três triângulos. Nesse caso, a possibilidade de criação e concretização expressa pelo triângulo extrapola a realização individual e abrange toda a sociedade, já que o 9 está ligado a idéias humanitários e altruístas.

ANEXO B – Jogo Nunca Dois

JOGO NUNCA DOIS

Material:
Escala de Cursinaire
Dado
Ficha de resultado

Os Participantes do Jogo:
4 jogadores

Regras do Jogo:
Serão utilizados apenas as peças brancas, vermelhas, rosas (ou lilás) e marrons da escala;
Os valores das peças estão representados na tabela 1:

Peça da Escala	*Valor*
Branca	1 (um ponto)
Vermelha	2 (dois pontos)
Rosa ou Lilás	4 (quatro pontos)
Marron	8 (oito pontos)

O jogador irá fazer o lançamento do dado sobre a mesa, o número que apresentar será substituído pelo número de peças brancas.
O jogador não poderá ficar com duas peças da mesma cor, ele deverá substituir, trocar cada par de peças pelo equivalente conforme a tabela 1, durante sua jogada, por exemplo duas peças brancas devem ser substituídas por uma vermelha, duas peças vermelhas por uma rosa ou lilás e assim sucessivamente.
Cada jogo terá duas rodadas, isto é, o jogador terá direito a duas jogadas alternadas.
Nenhum jogador poderá ficar com duas peças da mesma cor.
Caso o jogador não tenha a peça branca na mesa, será feita a substituição inversa das peças maiores para as menores, até obter a peça branca que vai ser subtraída conforme o item anterior.
O jogador terá de anotar a quantidade de peças que ganhou, usando apenas os algarismo 1 e 0 para representar respectivamente a existência ou não da peça na tabela 2:

Peças	*1ª Rodada*	*2ª Rodada*	*Soma de peças*	*Soma de pontos*
Branca				
Vermelha				
Rosa ou Lilás				
Marrom				

Ganha o jogador que fizer mais pontos.