# Experiência na iniciação científica: Estudo introdutório de geometria Lipschitz e teoria das singularidades

**Samuel Cassiano Oliveira**[1], **Emanoel Ferreira de Souza**[2]

[1]Universidade Estadual do Ceará, CCT, e-mail: samuel.cassiano@aluno.uece.br

[2]Universidade Estadual do Ceará, CCT, e-mail: emanoel.souza@uece.br

**RESUMO.** Este resumo expandido tem como objetivo relatar a experiência no projeto de iniciação científica dedicado ao estudo de geometria Lipschitz em germes singulares, e seus impactos positivos tanto na formação acadêmica quanto no rendimento escolar do bolsista. Além disso, o trabalho também contempla os esforços desenvolvidos no projeto, como o estudo de artigos científicos importantes na área de teoria das singularidades e a criação de um material didático e introdutório voltado para alunos da graduação interessados no tema.

Palavras-chave: Iniciação Científica. Geometria Lipschitz. Matemática.

## 1. INTRODUÇÃO

A geometria Lipschitz é uma área de pesquisa recente no campo da matemática, fundamentalmente relacionada com a teoria de singularidades. Por se tratar de um assunto complexo onde muitos problemas ainda não possuem solução, raramente é abordado a nível de graduação. Nesse sentido, os conteúdos que são pré-requisitos para começar a estudar esse tema são diversos e igualmente densos, o que por sua vez teve um impacto direto na formação e no desempenho acadêmico do bolsista, antecipando o estudo de temas que são vistos apenas em cursos de pós-graduação. Durante o período de vigência da bolsa, foi produzido um documento em LaTex de caráter didático, visando facilitar a entrada de novos estudantes nessa linha de pesquisa e registrar os estudos feitos pelo bolsista. Ainda sobre os esforços realizados durante a bolsa, vale ressaltar o estudo de artigos fundamentais da área, como [1] e [2], e a documentação dos seus resultados principais, contendo alguns cálculos e passagens que foram omitidas nos textos originais.

## 2. METODOLOGIA

Ao decorrer do projeto, o orientador designava objetivos para o bolsista, como por exemplo: leitura de livros e/ou artigos, resolução de exercícios e atividades de estudo direcionado. Todo o progresso foi então sendo documentado na plataforma OverLeaf, onde era monitorado pelo professor. Além disso, foram realizadas diversas reuniões entre orientador e orientando para a discussão dos tópicos de estudo e possíveis estratégias para avançar no tema de pesquisa. Juntamente a isso, houveram

também apresentações de seminários sobre os artigos estudados, bem como a documentação dos resultados apresentados e discutidos com o orientador no documento produzido em LaTex.

## 3. RESULTADO E DISCUSSÃO

Dentre todo o conhecimento adquirido, destaca-se a noção de conjunto normalmente mergulhado (ou Lipschitz normalmente mergulhado), introduzida pela primeira vez em [1]. A saber, um conjunto semialgébrico conexo é dito normalmente mergulhado quando a sua métrica interna é equivalente a métrica externa do espaço euclidiano. Utilizando-se da linguagem matemática, dizemos que um conjunto semialgébrico X é normalmente mergulhado quando, para quaisquer dois pontos tivermos $d_i(x, y) \leq k\|x - y\|$ , para algum $k > 0$, $x, y \in X$. Nesta última notação, $d_i$ é chamada de distância interna do conjunto X e é geralmente relacionada com o comprimento da curva geodésica, outro conceito importante da geometria diferencial. Ademais, vale ressaltar outros resultados importantes sobre conjuntos semialgébricos conexos, como a existência de uma métrica equivalente a métrica interna, a chamada métrica da panqueca (como pode ser vista em [1]); e dois teoremas fundamentais para o estudo de tais conjuntos, como o teorema do critério de arcos, apresentado em [2], e o teorema de equivalência bi-Lipschitz, apresentado em [1]. Ainda nesse contexto, o teorema do critério de arcos se constitui como uma ferramenta poderosa para o estudo de conjuntos com singularidade e, por isso, foi utilizado diversas vezes no esforço para tentar resolver um problema ainda em aberto na área, como parte do projeto de pesquisa.

Além disso, todo o estudo realizado contribuiu de maneira edificante para a formação acadêmica do bolsista, bem como para aumentar sua maturidade intelectual no âmbito da pesquisa. Vale ressaltar que toda a prática adquirida utilizando a linguagem LaTex também torna-se um subproduto importantíssimo do projeto, visto que boa parte da produção científica na área de matemática se dá por meio dessa linguagem de programação, o que por sua vez agrega a experiência do bolsista como uma formação complementar. Ademais, a elaboração e apresentação de seminários, bem como o comparecimento a palestras e reuniões de pesquisa, serviram para introduzir o bolsista a realidade da produção científica na área de matemática; enfatizando a grande necessidade da colaboração entre pesquisadores e apresentando as dificuldades naturais ao processo, como a escolha do problema de pesquisa e o esforço para criar uma solução inédita; o que, em geometria Lipschitz, acaba se tornando um desafio maior ainda, justamente por se tratar de uma área recente, que vem se desenvolvendo rapidamente, mas que não possui uma grande disponibilidade de ferramentas para resolver certos problemas em aberto. Nesse sentido, outra particularidade da área é a de que muitos de seus resultados e discussões principais são contextualizados por conhecimentos de outras áreas, como por exemplo: geometria semialgébrica real, teoria da medida geométrica, topologia e espaços métricos, fazendo com o que o preparo para ingressar na área seja longo; especialmente para alunos de cursos de graduação.

## 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

É importante salientar o fato de que, para além da pesquisa, o projeto também contribuiu para a formação docente do bolsista, à medida que os seminários ministrados também trabalhavam questões importantes como organização, postura ao quadro e domínio do conteúdo apresentado. Outro aspecto importante do trabalho, com relação aos textos estudados, é justamente o esforço de detalhar as demonstrações e traduzir algumas passagens para facilitar a compreensão de futuros estudantes que estejam interessados em começar a pesquisa na área; um tipo de trabalho comum em matemática porém extremamente necessário.

## REFERÊNCIAS

[1] BIRBRAIR, L.; MOSTOWSKI, T. **Normal embeddings of semialgebraic sets.** Michigan Mathematical Journal, University of Michigan, Department of Mathematics, v. 47, n. 1, p. 125–132, 2000.

[2] BIRBRAIR, L.; MENDES, R. **Arc criterion of normal embedding**. arXiv preprint ar-Xiv:1710.01811, 2017.


ISSN: 2317-6458

Avenida Silas Munguba, 1700 Campus Itaperi – CEP: 60.714.903
Fortaleza-CE • Telefone: (85) 3101.9650
E-mail: semana.universitaria@uece.br
Site: www.uece.br