PESQUISAS SOBRE ENSINO DE MATEMÁTICA NO GPEHM JUNIOR:

construindo uma prática investigativa

ORGANIZADORAS

Ana Carolina Costa Pereira

Antônia Naiara de Sousa Batista

Gisele Pereira Oliveira

Quipá Editora

PESQUISAS SOBRE ENSINO DE MATEMÁTICA NO GPEHM JUNIOR: CONSTRUINDO UMA PRÁTICA INVESTIGATIVA

Quipá Editora

Ana Carolina Costa Pereira
Antonia Naiara de Sousa Batista
Gisele Pereira Oliveira
(Organizadoras)

PESQUISAS SOBRE ENSINO DE MATEMÁTICA NO GPEHM JUNIOR: CONSTRUINDO UMA PRÁTICA INVESTIGATIVA

1ª Edição

Quipá Editora

2021

Normalização: dos autores e autoras.

Capa e Ilustração: Raylane Sampaio Nogueira

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

P474 Pesquisas sobre ensino de matemática no GPEHM Júnior : construindo uma prática investigativa / Organizado por Ana Carolina Costa Pereira, Antonia Naiara de Sousa Batista e Gisele Pereira Oliveira. — Iguatu, CE : Quipá Editora, 2021.

138 p. : il.

ISBN 978-65-89973-69-0
DOI 10.36599/qped-ed1.107

1. Matemática – Ensino. I. Pereira, Ana Carolina Costa. II. Batista, Antonia Naiara de Sousa. III. Oliveira, Gisele Pereira. IV. Título.

CDD 510.07

Elaborada por Rosana de Vasconcelos Sousa — CRB-3/1409

Obra publicada pela Quipá Editora em dezembro de 2021.

Quipá Editora
www.quipaeditora.com.br
@quipaeditora

PREFÁCIO

Um livro é uma forma de viajar

Viajar é um dos melhores prazeres que podemos ter na vida. Quando as viagens possibilitam rever e ressignificar os conhecimentos adquiridos ao longo da caminhada, temos um prazer duplo. Ao viajar no tempo, conhecendo a história do contexto social e cultural de obras produzidas, sendo estas que atravessam os séculos impactando os pesquisadores como se elas fossem recém-lançadas, o prazer é múltiplo.

O livro *PESQUISAS SOBRE ENSINO DE MATEMÁTICA NO GPEHM JÚNIOR: construindo uma prática investigativa*, proporciona ao leitor este prazer múltiplo. Uma viagem, ao longo de três séculos de história, onde conhecimentos matemáticos foram aplicados, fazendo girar as engrenagens do desenvolvimento social e cultural de povos europeus e, destes, para o mundo conhecido. Este girar de engrenagens resultou neste universo tecnológico que estamos imersos.

Não espere encontrar nas próximas páginas a matemática teórica, desprovida de aplicabilidade tão conhecida na atualidade. Você leitor terá o prazer de se familiarizar com uma matemática aplicada à vários instrumentos que buscavam solucionar diferentes dificuldades resultantes das crescentes necessidades de cálculos rápidos, precisos e com números que cresciam, ou em valor, ou em casas decimais, em conformidade com os diferentes desenvolvimentos das sociedades onde as obras foram impressas.

A matemática, neste livro, encontra-se inserida naqueles instrumentos que facilitaram as ações humanas na solução de problemas comerciais, astronômicos, navegacionais, determinação de áreas, lançamentos de projéteis. Muitos destes problemas estão presentes no ensino da Matemática, porém, descontextualizados de sua origem histórica.

Além da viagem, onde o contexto sociocultural de uma matemática historicamente é construído, este livro, apresenta situações de identificação e utilização daquelas práticas, presentes em comunidades atuais, possibilitando aos docentes, a elaboração de aulas e atividades de matemática que reflitam os aspectos histórico, cultural e social dos conhecimentos matemáticos constituídos nas comunidades em que lecionam.

Toda essa viagem é proporcionada por jovens que aceitaram se lançar no universo da pesquisa, explorando textos históricos dos séculos XVI, XVII e XVIII ou em temas mais atuais no século XXI, estes pesquisadores júniores nos trazem uma matemática amigável, palatável, que dá prazer em estudar, aprender e ensinar. Uma matemática objeto da construção histórico social que nós seres humanos fizemos ao longo dos séculos.

Boa viagem!

Eugeniano B. Martins

APRESENTAÇÃO

O Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) nasceu com o intuito de promover debates em torno da relação entre a história da matemática e a educação matemática no Ceará, sendo liderado pela professora Dra. Ana Carolina Costa Pereira. Segundo Pereira (2020, p. 17) [1] nos anos 2000 no Ceará:

> [...] proliferou mais discussões sobre a relação entre história e ensino de matemática, principalmente em suas instituições de origem, acarretando assim, a criação de grupos de estudos e pesquisas, assim como publicações e divulgações científicas (palestras, minicursos, oficinas etc.). Isso findou na criação do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM).

O GPEHM, criado em 2013, está vinculado ao Centro de Ciência e Tecnologias (CCT), da coordenação do curso de licenciatura em matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE), no qual desenvolve estudos e pesquisas acadêmicas na área da formação de professores de matemática.

Apesar de novo, o GPEHM atua diretamente na formação de licenciandos em matemática, pós-graduandos e na formação continuada de professores, que ensinam na educação básica e/ou superior. Dentre as várias ações desenvolvidas pelos membros do GPEHM, uma delas é a organização de um grupo de estudos intitulado GPEHM Junior, coordenado pelas professoras Antonia Naiara de Sousa Batista e Gisele Pereira Oliveira, no qual as reuniões acontecem semanalmente, as terças-feiras, das 17h às 18h30min.

Consoante aos aprofundamentos dos estudos experimentados no GPEHM, viu-se a necessidade de uma nova estruturação, que atendesse as demandas dos membros já participantes do grupo e inseridos no desenvolvimento de pesquisas na Educação Matemática e dos membros que passaram mais recentemente a fazer parte das discussões.

Essa nova ramificação, com a inserção de outras intencionalidades de pesquisa e sujeitos participantes, passou-se a ser denominada por Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática Junior (GPEHM Junior). Este nasceu a partir de iniciativas do GPEHM, já voltadas para a realização de discussões direcionadas ao público que se encontrava adentrando a universidade no curso de licenciatura em matemática, ou outros envolvidos com pesquisas na graduação, ou ainda, quem porventura se afastou desse

1 PEREIRA, Ana Carolina Costa. Conhecendo a história do GPEHM e sua contribuição para a educação matemática no Ceará. *In:* PEREIRA, Ana Carolina Costa (org.). **Ensino e história da matemática**: enfoques de uma prática. Fortaleza: Eduece, 2020. Cap. 1. p. 15-39.

cenário de investigação e gostaria de retornar, tendo-se a oportunidade de fornecer experiência reflexiva em torno da história e da educação matemática.

Nesse sentido, vale destacar que antes da chegada do cenário pandêmico, em março de 2020, as reuniões ocorriam presencialmente na sala do Laboratório de Matemática e Ensino da UECE. Após essa data, os encontros passaram a acontecer por meio remoto, fazendo uso das plataformas, *Zoom* ou *Meet*, possibilitando assim uma maior quantidade de pessoas participando das reuniões e se aproveitando das discussões em prol do desenvolvimento de suas pesquisas e inquietações acadêmicas e/ou profissional.

Assim, caracteriza-se o grupo de pessoas que se reúnem no GPEHM Junior como sendo composto por bolsistas de monitoria, iniciação científica e extensão, alunos de graduação, especialização, mestrado, doutorado e professores de matemática da educação básica e do ensino superior.

Além disso, é de extrema relevância sinalizar, que observasse que por trás da participação de cada um deles existe uma motivação distinta, que está ligada a busca por mais conhecimentos na área de educação matemática e história da matemática, outros como forma de se preparar para programas de pós-graduação como mestrado e doutorado, ou mesmo para o aprofundamento de temáticas vinculadas a projetos já desenvolvidos nas escolas ou nas universidades.

As discussões nas reuniões do GPEHM Junior perpassam por diversas temáticas, dentre elas história da educação matemática no Brasil, história da matemática e a formação do professor de matemática, história dos conteúdos matemáticos, história da matemática e sua incorporação em sala de aula, instrumentos matemáticos presentes na história e tecnologias digitais da informação e comunicação na educação matemática.

Essas reflexões didáticas que emergem nas reuniões do GPEHM Junior se conduzem ainda, por outras distintas abordagens, como a aliança entre história, tecnologia e investigação matemática, formação, saberes e a constituição da identidade profissional, aspectos inerentes a pesquisa em educação matemática, perspectivas historiográficas acerca da escrita da história, características do ofício de um historiador, instrumentos históricos presentes no uso entre os séculos XVI e XVII, entre outras.

O calendário é disposto semestralmente, após reuniões realizadas entre os membros da coordenação, que decidem a partir de uma seleção de artigos e capítulos de livros, os textos que melhor conversam com o foco do grupo e que porventura demonstram uma conexão entre as reuniões realizadas por semestre, buscando assim uma continuidade dos debates promovidos em reuniões anteriores.

Dessa forma, esse livro é fruto de atividades de pesquisas desenvolvidas nos anos de 2020 e 2021 por integrantes do GPEHM Junior. Nele, é contemplado trabalhos que estão em desenvolvimento ou já foram concluídos, que versam não só estudos na área de história da matemática, mas também de outras tendências presentes na educação matemática.

O **primeiro capítulo** das autoras Lívia Bezerra de Alencar e Andressa Gomes dos Santos, intitulado "O Setor de Thomas Hood como objeto de estudo sobre a interface entre a história e o ensino de matemática" tem o intuito de apresentar um estudo inicial do tratado *The making and use of the geometricall instrument, called a sector* de Thomas Hood (1556 – 1620), publicado em 1598, que aborda o instrumento denominado "Setor" enfocando aspectos contextuais. Esse texto faz parte de tratados do século XVI que traziam instrumentos que emergiram diante de uma demanda que visava a execução de cálculos matemáticos para a agrimensura e a navegação, por exemplo.

O **segundo capítulo** é redigido por Amanda Cardoso Benicio de Lima, Kawoana da Costa Soares e Verusca Batista Alves, denominado por "As duas réguas para cálculo de William Oughtred como objeto de estudo sobre a interface entre a história e o ensino de matemática". Este capítulo apresenta as primeiras conclusões obtidas a respeito de como são constituídas as duas réguas, suas escalas, e a forma como são utilizadas, além do contexto de publicação da declaração, a partir do tratado do clérigo inglês William Oughtred (1574-1660), apresentadas em *The Declaration of The Two Rules for Calculations*, uma declaração que está contida em uma adição ao tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (1639).

O **terceiro capítulo** escrito por Jeniffer Pires de Almeida e Ana Carolina Costa Pereira intitulado "A aritmética de localização na formação do professor que ensina matemática" tem o intuito de apresentar o método de Aritmética de Localização de John Napier (1550-1617), contido no tratado *Rabdologiae*, publicado em 1617, como um recurso que auxilie o professor que ensina matemática. O método de localização de Napier pode contribuir não só no ensino das operações aritméticas, mas em outras áreas e conteúdos, como nos conceitos de números binários, além de proporcionar um olhar dinâmico e questionador sobre a matemática, uma vez que se apresenta como um potencializador didático no ensino.

O **quarto capítulo** foi elaborado pelo autor Emerson Gordiano de Almeida e nomeado "As controvérsias na descoberta dos incomensuráveis: uma reflexão sobre o fazer matemático na história", em que a história dos números irracionais e das grandezas incomensuráveis persiste envolta em mitos e lendas, dentre essas, a mais famosa, conta que os pitagóricos gregos teriam feito a descoberta ao aplicar o precioso Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo isósceles e se escandalizaram ao encontrar algo que não sendo um número inteiro, tampouco se expressava como uma relação de dois destes. A historiografia tradicional aponta que tal episódio se transformou num escândalo lógico que ficou conhecido como “crise dos incomensuráveis”, em que neste capítulo, fazemos uma discussão contrapondo autores e evidências que sustentam esse ponto de vista com outros que revelam o problema e a descoberta dos incomensuráveis como uma situação oportuna para a evolução da matemática.

O **quinto capítulo** foi desenvolvido pelo autor Francisco Cleuton de Araújo denominado por “O ensino de Matemática nos anos finais do ensino fundamental: reflexões sobre currículo, formação docente e elaboração de material didático de apoio” e refere-se a uma parte de uma pesquisa em andamento. Reflete, portanto, nossas inquietações como professor de Matemática que atua nos anos finais do Ensino Fundamental, assim como nossas leituras no GPEHM, vinculado à UECE. Nossos objetivos são: investigar, de maneira aprofundada, as temáticas do currículo escolar e da formação docente; auxiliar na formação docente crítica e reflexiva; desenvolver um material didático de apoio, que consiste em um banco de atividades relacionado à Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, fundamentando-se para isso nos parâmetros propostos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Assim, pretende-se verificar a contribuição desta aplicação, na forma de estudo de caso, no ensino e aprendizagem de Matemática.

O **sexto capítulo** foi produzido pelos autores Pedro Henrique Sales Ribeiro e Gisele Pereira Oliveira, intitulado por “Reflexões acerca do *Promptuario* de John Napier (1550-1617) na formação de professores que ensinam Matemática”, tem como objetivo expor algumas reflexões baseadas na possibilidade do instrumento matemático denominado *Promptuario*, em permitir o cálculo de multiplicações, sendo utilizado como o foco de diálogo da interface entre história e ensino de matemática, visando sua incorporação na formação inicial e continuada de docentes. Neste será assinalado que o *Promptuario* poderá ser utilizado por professores que ensinam matemática, como forma de tentar contornar algumas das dificuldades existentes no processo de aprendizagem da multiplicação, que tem origens em especial no algoritmo utilizado, ou nos procedimentos do cálculo.

O **sétimo capítulo** desenvolvido por Francisco Hemerson Brito da Silva e Antonia Naiara de Sousa Batista, denominado por “O ensino de geometria pautado na medição de profundidade com o báculo de Petrus Ramus em uma prática universitária” é fruto decorrente da vivência de um curso realizado na XXV Semana Universitária da Universidade Estadual do Ceará (UECE), visando enfatizar sobre as possibilidades para o ensino de geometria por meio de um antigo instrumento matemático, báculo de Petrus Ramus. Ao longo do escrito será destacado as relações que podem ser construídas a partir do procedimento de medição com os momentos do ensino na sala de aula, vislumbrado os elementos matemáticos identificados, sob as concepções dos licenciandos em matemática da UECE, participantes de tal aplicação via remota.

O **oitavo capítulo** escrito por Jéssica Veiga Pastana, Verusca Batista Alves e Daniele Esteves Pereira Smith, sob o título de “História da matemática e livro didático: análise sobre aspectos históricos da coleção A conquista da matemática”, aborda sobre como a História da Matemática foi tratada didaticamente na coletânea de livros didáticos A Conquista da Matemática de Geovanni Júnior e Castrucci (2018), adotada pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) versão 2020. Para esse estudo foram utilizados livros que foram aprovados pelo Ministério da Educação e, adotados em toda a rede pública do país para estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). A partir das informações obtidas e por meio da Análise de Conteúdo de Bardin (2011), analisamos à coleção, segundo as categorias elencadas e verificamos que há a presença da História da Matemática e que ela se dá principalmente de modo informativo.

O **nono capítulo** redigido por Joyce Tayze Pinheiro de Pinheiro, Verusca Batista Alves e Daniele Esteves Pereira Smith, nomeado por “Base Nacional Comum Curricular: O pensamento algébrico nos currículos de matemática do 6º ao 9º ano do ensino fundamental” tem como objetivo conhecer as principais mudanças elencadas na BNCC no que diz respeito ao ensino de álgebra e a construção do pensamento algébrico, nos Anos Finais do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano). Assim, traçamos as principais características presentes nos documentos oficiais como, BNCC e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a respeito dessa temática. Em seguida, seguimos para a reflexão de como esses documentos indicavam em seu corpo textual sobre o ensino de álgebra nos anos finais do ensino fundamental. Desse modo, concluiu-se que a partir desses marcos oficiais o ensino dos conteúdos algébricos passou a receber um tratamento que incentive uma melhor compreensão e aprendizagem dos estudantes no âmbito do ensino fundamental.

Por fim, no **décimo capítulo**, composto Waldimirson Garcia de Melo Júnior, Jeová Pereira Martins e Daniele Esteves Pereira Smith, chamado de “Farinha de mandioca e ensino de matemática no Ensino Fundamental: um estudo na Comunidade Matias (PA)”, tem como objeto de estudo a produção da farinha de mandioca na comunidade Matias, localizada na Vila Juaba no Município de Cametá, no Estado do Pará/Brasil. Os autores investigam, a obtenção de elementos que possam ser relacionados com a matemática escolar do Ensino Fundamental, de modo específico as unidades de medidas utilizadas nessa prática sociocultural. Os resultados obtidos mostraram que, apesar de existir um sistema de unidades de medida padrão, o produtor de farinha cria suas próprias medidas, fazendo aproximações com o sistema padrão e inferindo valores, de modo a realizar as tarefas necessárias à referida produção.

Dessa forma, esse livro pretende contribuir com a divulgação de pesquisas relacionadas a educação matemática para todo o Brasil.

As organizadoras

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

O SETOR DE THOMAS HOOD (1556 – 1620) COMO OBJETIVO DE ESTUDO NA INTERFACE ENTRE A HISTÓRIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Lívia Bezerra de Alencar
Andressa Gomes dos Santos

CAPÍTULO 1

O SETOR DE THOMAS HOOD (1556 – 1620) COMO OBJETIVO DE ESTUDO NA INTERFACE ENTRE A HISTÓRIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA[2]

Lívia Bezerra de Alencar
Andressa Gomes dos Santos

O período compreendido entre os séculos XVI e XVII foi um momento que teve ascensão na produção e publicação de tratados contendo instrumentos matemáticos, principalmente os publicados em Londres, na Inglaterra, visto que, houve um grande aumento de praticantes de matemática, diante das demandas que surgiram na época.

Os estudiosos das matemáticas se apropriaram da tecnologia voltada para impressão para divulgar, registrar e influenciar aspectos dos estudos desenvolvidos para ganhar patrocínio e visibilidade na sociedade londrina, especificamente (JOHNSTON, 2006; HARKNESS, 2007).

Entre os tratados ingleses que foram elaborados nesse período e que trazem a fabricação e o uso de instrumentos, temos o estudo intitulado *The making and use of the geometricall instrument, called a Sector*[3], publicado em 1598, de autoria de Thomas Hood, no qual é exposto a construção e a utilização do instrumento Setor, que dentre suas diversas utilidades, é descrito por Hood principalmente para o uso na agrimensura.

Os capítulos do tratado de Hood (1598) são descritos inicialmente por meio da construção do instrumento Setor, no qual o autor cita suas partes e como são construídas. Em seguida, apresenta alguns problemas envolvendo o uso do Setor, por meio de proposições e exemplos abordados durante os capítulos finais.

O documento utilizado nesse artigo é um *fac-símile*[4] intitulado *The english experience*, publicado em 1973, em Nova York, que contém a primeira edição do tratado denominado *The making and use of the... Sector*, em português: “A construção e o uso do instrumento geométrico, denominado Setor” escrito por Thomas Hood, impresso por John Windes, com o instrumento construído por Charles Whitwell (1568 – 1611).

O tratado traz referências a conceitos matemáticos relacionados à geometria, diante da construção e do uso do Setor. O autor cita utilizações para a mensuração de terras,

2 Esta pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, professora adjunta da UECE.
3 Ao longo do artigo usaremos a denominação abreviada *The making and use of the... Sector.*
4 Uma obra com a reprodução exata e sem modificações de uma outra.

medição de alturas e larguras, assim como para outras práticas matemáticas voltadas para a agrimensura.

Ressaltamos que o apresentado aqui é um estudo inicial sobre o documento desenvolvido por Hood (1598) que objetiva discutir acerca dos aspectos contextuais da elaboração do tratado *The making and use of the... Sector.*

Para isso, nos apropriamos de uma abordagem metodológica qualitativa de cunho documental, haja vista que uma pesquisa documental tem como base, uma fonte principal, sendo ela um documento que não passou por um tratamento analítico prévio (SEVERINO, 2007).

Desse modo, o estudo está dividido em três partes. A primeira trata sobre os aspectos históricos que permeiam o contexto de elaboração do tratado escolhido para a pesquisa, em seguida apresentamos as características do instrumento Setor e a organização que o documento de Hood (1598) apresenta. Por fim, trazemos as considerações finais e os resultados do estudo.

Contexto histórico

Tendo em vista o contexto histórico por traz do tratado *The making and use of the... Sector,* é necessário analisar os pontos em que o autor e o desenvolvimento do instrumento estão inseridos. Logo, essa abordagem nos dá possibilidades para entender a demanda pela qual a elaboração do tratado se deu, qual o cenário proeminente para o autor desenvolver esse feito, entre outras características que permeiam toda essa construção.

Logo, veremos quais as influências permearam o desenvolvimento do tratado, quais profissionais estavam envolvidos nesse processo e como essa relação influencia os objetivos pelos quais o tratado foi escrito, o uso e a construção do instrumento denominado Setor.

Thomas Hood e a matemática prática

Thomas Hood foi um estudioso, praticante de matemática, professor e médico inglês que direcionou seu foco à matemática diante de um cenário que demandava diversas práticas, como a agrimensura e a navegação, nos séculos XVI e XVII.

Essas práticas, exercidas pelos chamados praticantes de matemática Taylor (1968), tinham uma influência muito evidente no desenvolvimento de instrumentos que possibilitavam a execução de cálculos matemáticos para o cotidiano do agrimensor ou do navegante, por exemplo. Contexto em que

> Esses homens, que podemos chamar de praticantes matemáticos, venderam sua experiência como professores por meio da publicação de livros, construção de instrumentos e oferecendo aulas particulares em pequenos grupos. No processo, eles defenderam a necessidade de conhecimento prático de medição, levantamento e mapeamento, entre outros, ao invés de um conhecimento mais filosófico e abrangente da terra (CORMACK, 2017, p. 69, tradução nossa)[5]

Foi nesse cenário que Thomas Hood desenvolveu diversos trabalhos e contribuiu, de forma intensa, para o desenvolvimento da matemática, entre outros aspectos como a cosmografia e a cartografia, os quais se dedicava bastante por conta das suas habilidades com desenho e com as matemáticas.

Alguns dos seus estudos foram, por exemplo, *The Use of the Celestial Globe in Plano, set forth in two hemispheres*, publicado em 1590, *The Use of Jacobs Staffe* datado de 1590, *Elementes of Geometrie* do ano de 1590, traduzido do tratado do autor francês Petrus Ramus (1515 – 1572) e *Work on surveying* publicado em 1598, entre outros.

Referente à formação de Hood, ele estudou em Cambridge e foi o primeiro professor nomeado na Inglaterra, em que na sua prática como professor, tinha como público-alvo uma pequena parte da população, como a nobreza e os cavalheiros existentes na época (CORMACK, 2017). Hood tinha uma relação muito próxima com o comércio e por meio dele fazia diversos acordos para obter benefícios em relação aos seus tratados e instrumentos e/ou para as suas aulas particulares. Em resumo,

> Os textos que Hood afirma ter usado nas palestras e aqueles que publicou no decorrer das suas postagens, sugerem que a geometria e a cosmografia eram preferidas às preocupações militares, e que Hood estava interessado em alcançar cavalheiros e comerciantes ricos que queriam saber mais sobre questões matemáticas do que os próprios marinheiros ou militares (TAYLOR, 2014, p. 158, tradução nossa)[6].

---

5 No original: *These men, who we might call mathematical practitioners, sold their expertise as teachers through publishing textbooks, making instruments, and offering individual and small group tutoring. In the process, they argued for the necessity of practical knowledge of measurement, surveying, and mapping, among others, rather than for a more philosophical and all-encompassing knowledge of the earth.* (CORMACK, 2017, p. 69).

6 No original: *The texts that Hood claims to have used in the lectures and those that he published in the course of the post suggest that geometry and comography were preferred above military concerns, and that Hood was interested with reaching gentlemen and wealthy merchants who wanted to know more abot mathematical matters than mariners or military men themselves.* (TAYLOR, 2014, p.158)

Foi dessa forma que Hood se desenvolveu enquanto praticante de matemática e começou a ganhar renome por conta das suas relações consistentes com o comércio local da qual fazia parte. O comércio é um elemento de grande presença na atuação do autor, fazendo com que em 1582, com suas relações, Hood fosse chamado por *Sir* Thomas Smythe[7] para dar aulas, no qual obteve grande apoio de outros atuantes da nobreza, como Sir John Wolstenholme [8] e John Lumley[9]. Esse apoio e investimento ao praticante Hood reflete diretamente na demanda que o autor passou a se dedicar.

Além dos investimentos que Hood recebia para as suas aulas e para propagar suas construções e se fomentar enquanto professor, esses vínculos também possibilitaram que ele pudesse fazer parcerias com outros comerciantes, como Charles Whitwell (que era artesão e construtor de instrumentos), como por exemplo, na sua obra intitulada *The making and use of the... Sector* (JOHNSTON, 2006).

Hood escrevia seus tratados por meio dessas parcerias e, além disso, possibilitava que as construções delas fossem por meio de separações de trabalhos entre os diversos comerciantes que participavam daquele desenvolvimento. Ele encarregou-se da escrita e a execução dos desenhos, pois como era cartografo, se utilizava das suas habilidades para desenvolvê-los e Charles Whitwell fabricou o instrumento e no caso do tratado sobre o Setor, John Wides fez a impressão do documento.

Por mais que Hood tenha feito diversas contribuições para a ciência, ele buscou por vários anos ser habilitado para atuar como médico em Londres, no qual precisava passar por um processo para ser aceito na *Royal College of Physicians*[10].

Ele obteve a licença para atuar como médico em 1595, por conseguinte envolveu-se de forma mais simplória e menos intensa na área dos praticantes matemáticos, sendo o *The making and use of the... Sector* uma das suas últimas obras foi feita (em 1598), constando no documento sua assinatura como "*Doctor in Physic*"[11]. A partir de então, Hood se concentrou na prática da medicina e não desenvolveu mais estudos sobre as matemáticas, seguiu a carreira de médico até sua morte em 1620.

7 Um grande comerciante rico do século XVI.
8 1º baronete, título concebido que se localiza entre barão e cavaleiro.
9 O primeiro barão de Lumley.
10 Uma associação britânica voltada para melhorar a prática de medicina.
11 O que corresponde a Médico no século XVII na Inglaterra.

Thomas Hood e o tratado The making and use of the... Sector

O Setor, contido no tratado intitulado *The making and use of the... Sector,* de Thomas Hood, foi um dos últimos tratados que o autor escreveu, uma vez que, nos anos seguintes da sua publicação, ele manteve o foco na atuação como médico, já que sua carreira toda foi baseada também na busca pelas licenças de medicina em Londres, Inglaterra.

Segundo Johnston (2006), o desenvolvimento do tratado se deu, principalmente, em parceria de Thomas Hood com Charles Whitwell, que foi um construtor de instrumentos muito influente no comércio londrino e que era especializado em construir instrumentos em latão.

Hood elaborou suas ideias sobre o instrumento Setor durante o ano de 1597, que precedeu a publicação do estudo, e por meio de uma parceria com Charles Whitwell, que tinha o intuito de fabricar o instrumento proposto. Ele e Hood colocaram em prática o uso e a construção do instrumento, publicando o tratado em 1598.

Ao desenvolver a construção e o uso do Setor, Hood se baseou em um tratado de Petrus Ramus, *Via regia ad geometriam – They Way of Geometry* e nos Elementos de Euclides para justificar as proposições e construções utilizadas ao longo do estudo, mostrando, assim, uma ligação direta com uma geometria prática, uma vez que ele não se preocupa em fazer demonstrações.

A relação entre Hood e o tratado de Petrus Ramos está intimamente ligada pelas influências diretas e indiretas feitas ao longo do tratado *The making and use of the... Sector*. Por meio das fontes pelas quais o autor desenvolveu a geometria utilizada e também, pelo fato de Hood ter iniciado uma tradução da obra de Ramus, intitulada *Elementes of Geometrie* de 1590, Hood se apropria de muitos conhecimentos e referências de Ramus.

Além disso, quando Thomas Hood apresentou as escalas utilizadas no instrumento, ele expôs desenvolvimentos implícitos utilizados ao longo do tratado, o que pode significar (principalmente pelo nível social de seu público) que o leitor dessa obra deveria possuir conhecimentos prévios sobre a geometria prática abordada, além de ser familiarizado com construções geométricas que são citadas, por exemplo, nos Elementos de Euclides.

Assim, podemos perceber a influência da matemática prática na elaboração desse estudo, não só acerca dos estudos práticos de autores londrinos, mas da Europa em geral.

O desenvolvimento do *The making and use of the... Sector* está diretamente relacionado ao destaque das matemáticas práticas no período.

Estrutura do tratado

O tratado estudado nesse artigo, *The making and use of the... Sector*, pode ser contemplado em um *fac-símile* (Figura 1), intitulado *The english experience*, de número 610, publicado no ano de 1973. Esse livro possui diversas edições com compilados de obras inglesas sobre tratados e instrumentos dos séculos XVI e XVII, incluindo, em uma de suas edições (610), o tratado de Thomas Hood.

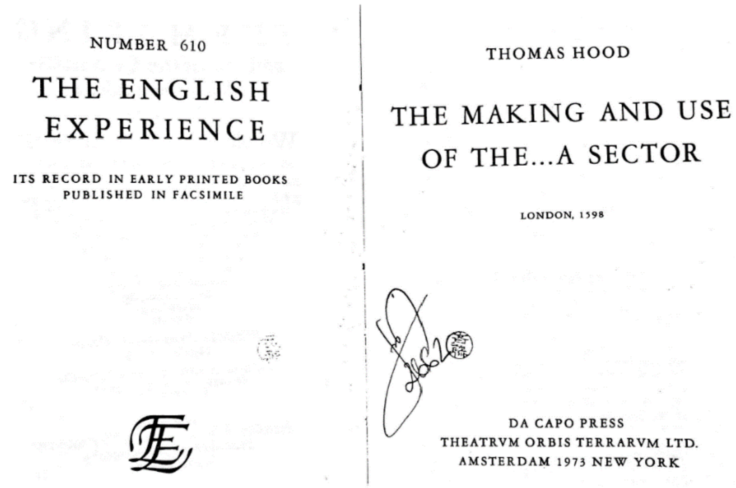
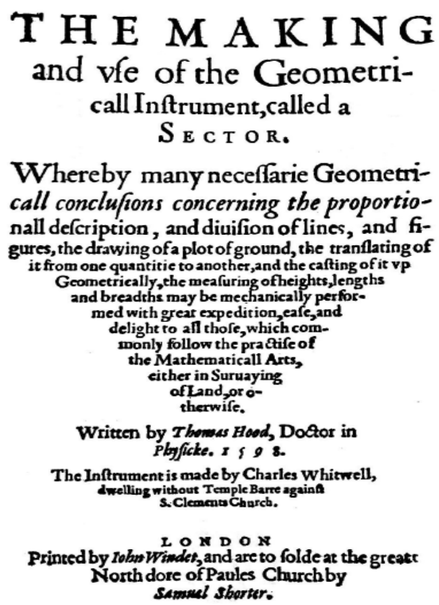


Figura 1: Capa do *Fac-símile* intitulado: *The english experience.*
Fonte: Da Capo Press (1973, frontispício).

A princípio, está disposto no frontispício (Figura 2) do tratado, o seu título e uma breve descrição das possíveis funcionalidades do instrumento Setor, como fins geométricos, práticas matemáticas envolvendo a medição de terrenos, medição de alturas e comprimentos, entre outros. Descreve também quem foi o autor, quem construiu o instrumento proposto, quem fez a impressão da obra, a data e o local de publicação.



THE MAKING
and vſe of the Geometri-
call Inſtrument, called a
SECTOR.
Whereby many neceſſarie Geometri-
call concluſions concerning the proportio-
nall deſcription, and diuiſion of lines, and fi-
gures, the drawing of a plot of ground, the tranſlating of
it from one quantitie to another, and the caſting of it vp
Geometrically, the meaſuring of heights, lengths
and breadths may be mechanically perfor-
med with great expedition, eaſe, and
delight to all thoſe, which com-
monly follow the practiſe of
the Mathematicall Arts,
either in Suruaying
of Land, or o-
therwiſe.
Written by *Thomas Hood*, Doctor in
Phyſicke. 1598.
The Inſtrument is made by Charles Whitwell,
dwelling without Temple Barre againſt
S. Clements Church.
LONDON
Printed by *Iohn Windet*, and are to ſolde at the great
North dore of Paules Church by
Samuel Shorter.

Figura 2: Frontispício do tratado "*The making and use of the... Sector*"
Fonte: Hood (1598, frontispício).

Em relação às partes iniciais do tratado, temos na carta ao leitor, uma menção a Charles Blunt[12] que pertencia à nobreza da Inglaterra elizabethana, na qual Hood faz uma dedicatória honrosa a ele, em relação ao estudo publicado. Ademais, o autor traz referências ao tratado de Petrus Ramus, *Via regia ad geometriam* e aos Elementos de Euclides, no qual ele usa proposições de Ramus e de Euclides para relacionar ao uso do Setor, descrito ao longo do tratado.

No "*The contents of this booke*", em português: "Os conteúdos deste livro", o autor explica minuciosamente o que cada capítulo trará, desde as proposições até os problemas que envolvem a geometria. Podemos notar divisões essenciais nos capítulos do livro (Quadro 1) que nortearão o leitor durante o tratado.

Quadro 1: Assuntos tratados nos capítulos do tratado "*The making and use of the... Sector*"

CAPÍTULO	ASSUNTO
Capítulo 1	Traz as definições e características das partes essenciais (ou partes principais) do Setor.
Capítulo 2	Traz as definições e características das partes não essenciais do Setor e como se relacionam com o restante.
Capítulo 3 ao Capítulo 7	Há uma abordagem voltada para o uso do instrumento, por meio de proposições e exemplos.

Fonte: Elaborado pelas autoras.

12 8º barão de Mountjoy, título nomeado à família de Blunt.

O Setor (Figura 3) que é descrito como feito de latão, também é disposto no tratado, em que podemos identificar as partes essenciais e não essenciais descritas nos capítulos iniciais do texto. A partir da descrição das partes do Setor, inicialmente, o autor trata um pouco sobre os pés do instrumento (o pé esquerdo e o pé direito), em que há um pé móvel e outro fixo, e também sobre o *The circunferentall Limbe*, em português: O membro circunferencial, partes essas que são descritas como principais e de suma importância para o funcionamento do Setor.

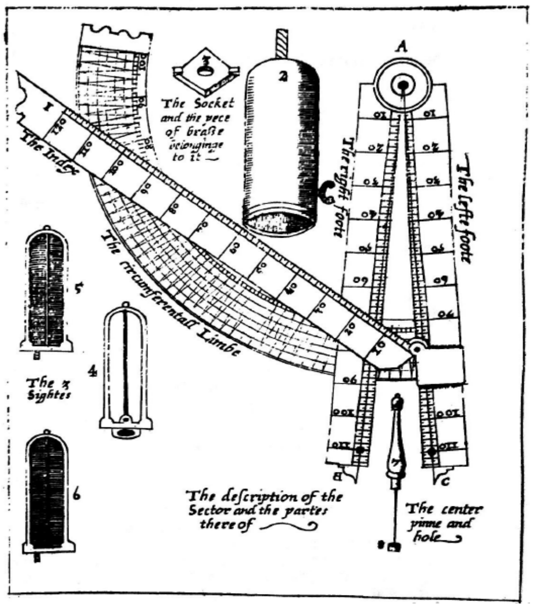


Figura 3: Instrumento Setor, contido no tratado *The making and use of the... Sector*.
Fonte: Hood (1598, p. 10).

Ao longo do desenvolvimento dos conceitos dentro do tratado, podemos notar que o autor menciona a construção das escalas que o Setor possui. Segundo Taylor (2014), a omissão de Hood em relação a vários processos de construções geométricas para a abordagem da escala, faz-se subentender que o leitor já deveria possuir conhecimentos prévios e familiarizados com o que é apresentado geometricamente pelo autor.

Além disso, o autor descreve com clareza que as partes essenciais, são aquelas pelas quais o Setor não poderia levar esse nome, caso não as possuíssem, pois como é descrito na obra, essas são as partes principais pelas quais o instrumento será regido, e assim, sem o Membro circunferencial e os pés do Setor, as partes ditas “não essenciais” não teriam utilidade.

Assim, o Setor é o elemento principal do tratado *The making and use of the... Sector,* desde a distribuição dos capítulos do texto a especificidades como a construção e utilização do instrumento.

Considerações Finais

Ao longo desse artigo podemos observar os aspectos contextuais por volta do tratado intitulado *The making and use of the... Sector* e a sua relação direta com as influências e formação do praticante de matemática Thomas Hood, além da realidade que circundava o desenvolvimento desse documento.

Logo, é imprescindível entender as construções perante o tratado, uma vez que a sua formação foi feita por um conjunto de demandas influentes da época, assim também, com objetivos ligados às necessidades existentes do período.

Nos estudos iniciais apresentados nesse artigo, já é notável a preexistência de potencialidades didáticas voltadas para o uso e a construção do instrumento proposto no tratado "*The making and use of the... Sector*", de Thomas Hood, visto que, existem ações matemáticas requeridas que incorporam e mobilizam conhecimentos matemáticos, tanto do tratado, como por meio do instrumento, que podem ser executados didaticamente.

Ademais, como o estudo e o desenvolvimento de um instrumento contido em um tratado, está relacionado diretamente à história da matemática, notamos que a possível abordagem com o professor de matemática em formação (inicial ou continuada), em relação ao estudo de Hood (1598), pode ser interessante, uma vez que, segundo Baroni (2004), a História da Matemática fomenta o estudo de conceitos matemáticos, a estimulação e motivação do aluno, o fornecimento de articulação de diferentes subsídios da matemática e o levantamento de questões relevantes e críticas para a área.

Assim, a relação da história da matemática com o campo da educação matemática tem suscitado discussões direcionadas a construção de interfaces, utilizando recursos didáticos providos da história, voltados para a formação do professor de matemática, seja ela inicial, ainda da licenciatura, ou continuada como os estudos de Santos e Pereira (2020) e de Pereira e Saito (2019).

Portanto, é imprescindível analisar possibilidades que agreguem subsídios necessário para levar a história da matemática ao licenciando em matemática ou ao professor em exercício, haja vista que o estudo de um tratado matemático como o *The making and use of the... Sector* e do Setor pode torná-los mais críticos em relação à matemática.

Referências

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. Instrumentos históricos e o ensino de Matemática: a Régua de Cálculo Circular e suas contribuições na formação do professor. **REMAT**: Revista Eletrônica da Matemática, Bento Gonçalves, RS, v. 2, n. 2, p. 39–50, 2016.

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. **A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A.(org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.p. 129-136.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V.; NOBRE, S. **A Investigação científica em história da matemática e suas relações com o programa de pós-graduação em educação matemática**. In: BICUDO, M. A. e BORBA, M. C (org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez Editora, 2004. p. 164-185.

CORMACK, L. Mathematical Practitioners and the Transformation of Natural Knowledge in Early Modern Europe. **Studies in History Philosophy of Science**. Alemanha, 2017, p. 69 – 86.

HARKNESS, D. E. **The Jewel House**: Elizabethan London and the Scientific Revolution. London: Yale University Press, 2007.

HOOD, T. **The making and use of the geometricall instrument, called a sector.** 1ª Edição. Londres: John Winds, 1598.

JOHNSTON, S. **Mathematical Practitioners and Instruments in Elizabethan England**. Annals of Science, Londres, 48, p. 319-341, agosto, 2006.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista Cocar**, [s.l.], v. 13, n. 25, p. 342-372, fev. 2019. Universidade do Estado do Para. http://dx.doi.org/10.31792/rc.v13i25.

SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. 1ª Edição. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SANTOS, A. G. dos; PEREIRA, A. C. C. A incorporação da régua de cálculo no ensino de multiplicação através da sua construção e do seu manuseio. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S.L.], v. 7, n. 20, p. 357-369, 12 jul. 2020. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática - BOCEHM.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2007.

TAYLOR, E. G. R. **The mathematical practitioners of Tudor and Stuart England**. Cambridge: At The University Press, 1968.

TAYLOR, K. Reconstructing Vernacular Mathematics: The Case of Thomas Hood's Sector. **Early Science and medicine**. Leiden, 01 jun, 2014, p.153–179.

CAPÍTULO 2

AS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DE WILLIAM OUGHTRED (1574-1660) COMO OBJETO DE ESTUDO NA INTERFACE ENTRE A HISTÓRIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Amanda Cardoso Benicio de Lima
Kawoana da Costa Soares
Verusca Batista Alves

CAPÍTULO 2
AS DUAS RÉGUAS PARA CÁLCULO DE WILLIAM OUGHTRED (1574-1660) COMO OBJETO DE ESTUDO NA INTERFACE ENTRE A HISTÓRIA E O ENSINO DE MATEMÁTICA

Amanda Cardoso Benicio de Lima
Kawoana da Costa Soares
Verusca Batista Alves

Pesquisas relacionadas a construção de interfaces entre a história e o ensino de matemática, vem sendo interesse de educadores matemáticos, que buscam perceber na história, elementos e recursos que podem auxiliar na compreensão de diversos temas matemáticos. Essas investigações visam principalmente “[...] propiciar a reflexão do processo histórico da formação do conceito matemático para elaborar ações (didáticas e/ou pedagógicas) e produtos que contribuam para o ensino de matemática” (PEREIRA; SAITO, 2019, p. 406).

Esses estudos são desenvolvidos principalmente através da investigação de um documento[13] histórico que pode ser de ordem matemática ou extra matemática[14], e fornecem indícios que possibilitam “[...] restituir o objeto matemático que estuda à malha histórica, procurando contextualizá-lo no espaço e no tempo” (SAITO, 2015, p. 27).

Desse modo, partindo do documento intitulado *The Declaration of The Two Rules for Calculations,* de William Oughtred (1574-1660), buscamos conhecer as possibilidades relacionadas as questões da Educação Matemática. Assim, neste capítulo visamos apresentar algumas primeiras conclusões obtidas do estudo do documento e da análise do instrumento inserido nele, de acordo com sua constituição física e contextual, bem como o seu manuseio.

Quem foi William Oughtred?

William Oughtred (1574-1660) (Figura 1) é um personagem ainda pouco explorado na história da matemática. Ele foi um ministro anglicano que dedicou sua vida aos estudos das matemáticas e que “[...] nasceu em 5 de março de 1574, em Eton, uma cidade

13 Esses documentos podem ser livros e tratados, cartas, manuscritos e minutas, instrumentos e máquinas dentre vários outros (ALVES, 2019).
14 Nos referimos as questões sociais, políticas, econômicas, religiosas etc. (SAITO, 2015).

localizada no condado de Buckinghmshire, na Inglaterra e faleceu no dia 30 de junho de 1660, em Albury, no condado de Surrey, localizado a 50km de Londres" (ALVES, 2019, p. 24).

Figura 1: William Oughtred
Fonte: Hopp (1999, p.12).

Quando tratamos de sua formação e carreira acadêmica, Cajori (1916) relata que Oughtred foi admitido como aluno na King's College, um anexo da Universidade de Cambridge, onde recebeu seu grau de Bacharel em Artes no ano de 1596 e o de Mestre em Artes, em 1600.

Alves (2019) explica que no ano de 1610, Oughtred tornou-se reitor de uma paróquia em Albury, onde permaneceu cerca de 50 anos de sua vida, dedicando-se a atividade de pastor. No entanto, apesar dos afazeres religiosos, ele continuou a dedicar-se ao estudo sobre as matemáticas em seu tempo livre (ALVES, 2019).

A relação de William Oughtred com as matemáticas é destacada em Alves (2019) como tendo tido uma influência direta de seu período de estudos da Universidade e do momento em que a Inglaterra estava, em se tratando do desenvolvimento e interesse sobre as ciências. Cajori (1916, p. 5, tradução nossa) também explica que "Fazia parte de sua obra de vida como matemático fazer álgebra, como estava sendo desenvolvido em seu tempo, acessível aos jovens ingleses"[15].

Suas obras são um retrato disso. William Oughtred (1574-1660) escreveu e publicou tratados que retratavam conhecimentos matemáticos do período. Dentre eles, três - *Clavis Mathematicae (1631), Trigonometrie (1657)* e *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment (1632, 1633, 1639, 1660* - foram consideradas de grande importância para seus

15 Em inglês lê-se: *It was part of his life-work as a mathematician to make algebra, as it was being developed in his time, accessible to English youths" (CAJORI, 1916, p. 5).*

contemporâneos e posteriores, pois indicavam renovações na escrita matemática e a utilização de instrumentos matemáticos.

A obra de nosso interesse, *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment*[16], foi publicada e republicada em outras edições, dentre as quais tivemos acesso a quatro. Somente a partir da edição do ano de 1639, encontra-se a informação de uma adição ao tratado principal, contendo a declaração intitulada *The Declaration of Two Rules for Calculations,* do qual discutimos nas seções seguintes.

Breve contexto histórico do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment*

O tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* (Figura 2), foi manuscrito em latim por William Oughtred (1574-1660), e traduzido para o inglês e impresso pela primeira vez em 1632, por William Forster (fl.1632-1673), um de seus alunos. Alves (2019) relata que esse tratado apresenta sobre conteúdos aritméticos, como proporção simples e composta, multiplicação e divisão, assim como medidas planas e sólidas, entre outros conteúdos.

Figura 2: *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment (1632)*
Fonte: Oughtred (1632, frontispício).

Além disso, a obra de Oughtred (1632) aborda o manuseio e questões de uso de um instrumento “[...] composto de dois lados (frente e verso), nomeados como círculos de proporção e o instrumento horizontal” (ALVES, 2019, p. 22) (Figura 3).

16 Indicamos a leitura de Alves (2019) como forma de conhecer mais a respeito do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment* e do instrumento círculos de proporção.

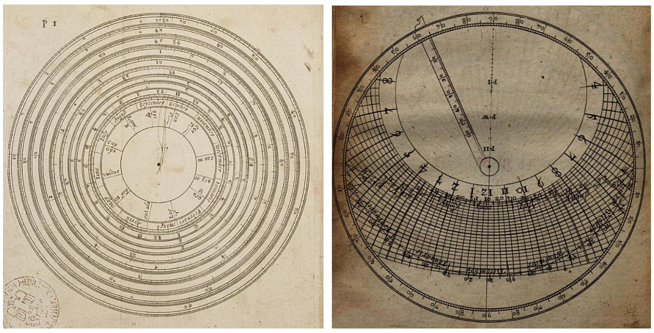


Figura 3: Os círculos de proporção (esquerda) e o instrumento horizontal (direita).
Fonte: Oughtred (1633, p. P1, P195).

Essa versão foi impressa por Elias Allen (c.1588-1653), um fabricante de instrumentos matemáticos do período, e é dividida em duas partes. A primeira é composta de 14 capítulos e a segunda contém 30 casos a respeito do uso do instrumento horizontal.

A segunda versão do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment,* foi impressa no ano de 1633. Essa continua sendo dividida em duas partes, entretanto, o frontispício foi alterado (Figura 4), deixando mais claro para o leitor acerca do conteúdo do tratado.

> A primeira [parte] apresenta a maneira de trabalhar as proporções simples e compostas: e a resolução fácil e rápida de questões tanto em aritmética, geometria e astronomia. E foi recentemente aumentado com uma adição para Navegação. [...] A última [parte], ensinando a trabalhar a maioria das questões, que podem ser realizadas pelo Globo: e a delinear mostradores em qualquer tipo de plano (OUGHTRED, 1633, frontispício, tradução nossa)[17].

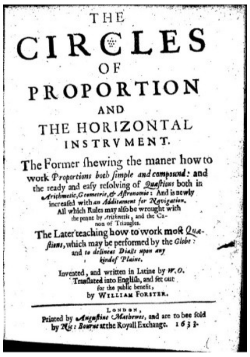
Apesar desta modificação no frontispício, o conteúdo e a estrutura de organização das versões de 1632 e 1633 parece não ter sido alterado. Um ponto que destacamos é a quem foi destinado o serviço de impressão, que agora passou a ser realizado por Augustine Mathewes.

Note que, ainda sobre o que Oughtred (1633, frontispício, tradução nossa) aponta em seu conteúdo, há a informação de que "[...] foi recentemente aumentado com uma adição para Navegação"[18]. De antemão essa informação pode nos deixar confusos sobre qual adição seria essa, visto que o conteúdo da edição de 1633 é semelhante ao da edição de 1632. Aqui podemos levantar a hipótese de que a edição de 1633 da qual tivemos

17 Em inglês lê-se: *The former fhewing the maner how to work proportions both fimple and compound: and the ready and eafy refolving of queftions both in arithmetic, geometrie, & aftronomie: And is newly increafed with na additament for navigation. [...] The later teaching how to work moft queftions, which may be performed by the globe: and the delineat dialls upon any kind of plaine. (OUGHTRED, 1633, frontispiece).*

18 Em inglês lê-se: *"[...] newly increafed with na additament for navigation" (OUGHTRED, 1633, frontispiece).*

acesso, possa ter passado por alguma alteração e não conter a adição indicada (do qual falamos a seguir). Ressaltamos que essa informação ainda está sendo analisada.



THE
CIRCLES
OF
PROPORTION
AND
THE HORIZONTAL
INSTRVMENT.
The Former ſhewing the maner how to work Proportions both ſimple and compound: and the ready and eaſy reſolving of Queſtions both in Arithmetic, Geometrie, & Aſtronomie: And is newly increaſed with an Additament for Navigation.
All which Rules may alſo be wrought with the penne by Arithmetic, and the Canon of Triangles.
The Later teaching how to work moſt Queſtions, which may be performed by the Globe: and to delineat Dialls upon any kind of Plaine.
Invented, and written in Latine by W.O.
Tranſlated into Engliſh, and ſet out for the public benefit, by William Forster.
London,
Printed by Auguſtine Mathewes, and are to bee ſold by Nic: Bourne at the Royall Exchange. 1633.

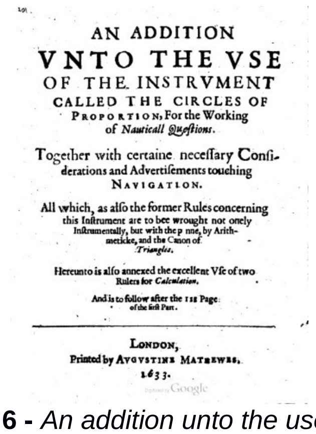
Figura 4: *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrument (1633)*
Fonte: Oughtred (1633, frontispício).

A terceira edição de *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment,* da qual tivemos acesso foi impressa em 1639 (Figura 5) e apresenta a divisão também em duas partes. No entanto, nesta há à adição indicada e nomeada por *An Addition unto the use of the Instrument Called the Circles Of Proportion, for the Working of Nauticall Questions* (Figura 6), que contém a *The Declaration of the Two Rules for Calculations*.

No frontispício desta adição encontra-se uma declaração a respeito de seu conteúdo ao dizer que:

> Uma adição ao uso do instrumento denominado círculos de proporção, para o trabalho de questões náuticas. Junto com certas considerações necessárias e anúncios relacionados à navegação. [...] Aqui também está anexado o excelente uso de duas réguas para cálculos (OUGHTRED, 1639, frontispício, tradução nossa)[19].

Figura 5 - *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment (1639)*
Fonte: Oughtred (1639, frontispício).

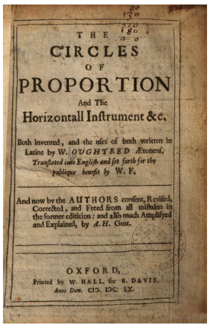


AN ADDITION
VNTO THE VSE
OF THE INSTRVMENT
CALLED THE CIRCLES OF PROPORTION, For the Working of Nauticall Queſtions.
Together with certaine neceſſary Conſiderations and Advertiſements touching NAVIGATION.
All which, as alſo the former Rules concerning this Inſtrument are to bee wrought not onely Inſtrumentally, but with the penne, by Arithmeticke, and the Canon of Triangles.
Hereunto is alſo annexed the excellent Vſe of two Rulers for Calculation.
And is to follow after the 111 Page of the firſt Part.
LONDON,
Printed by AVGVSTINE MATHEWES.
1633.

Figura 6 - *An addition unto the use of the instrument called … (1639)*
Fonte: Oughtred (1639, frontispício).

19 Em inglês lê-se: *an addition vnto the vse of the instrvment called the circles of proportion, for the working of nauticall queftions. Together with certaine neceffary confiderations and advertifements touching navigation. [...] Here is alfo annexed the excelente vfe of two rulers for calculation. (OUGHTRED, 1639, frontispiece).*

A última publicação do tratado *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment* ocorreu em 1660 (Figura 7), o ano da morte de Oughtred. Essa edição apresenta conteúdo semelhante a versão de 1639, mas de forma reorganizada: Inicia com a primeira parte dos círculos de proporção, em seguida o frontispício da adição ao tratado (Figura 8) contendo as questões a respeito de navegação, logo após apresenta a segunda parte do tratado e finaliza com a declaração das duas réguas para cálculo.



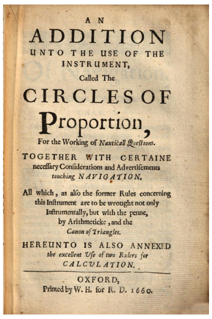
THE
CIRCLES
OF
PROPORTION
And The
Horizontall Inſtrument &c.

Both invented, and the uſes of both written in Latine by W. OUGHTRED Ætonenſ. *Tranſlated into Engliſh and ſet forth for the publique benefit by* W. F.

And now by the AUTHORS conſent, Reviſed, Corrected, and Freed from all miſtakes in the former editition: and alſo much Amplifyed and Explained, by *A. H.* Gent.

OXFORD,
Printed by W. HALL, for R. DAVIS.
Anno Dom. CIƆ. IƆC. LX.

Figura 7 - *The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment (1660)*
Fonte: Oughtred (1660, frontispício).



AN
ADDITION
UNTO THE USE OF THE
INSTRUMENT,
Called The
CIRCLES OF
Proportion,
For the Working of *Nauticall Queſtions.*

TOGETHER WITH CERTAINE neceſſary Conſiderations and Advertiſements *touching* NAVIGATION.

All which, as alſo the former Rules concerning this Inſtrument are to be wrought not only Inſtrumentally, but with the penne, by Arithmeticke, and the *Canon of Triangles.*

HEREUNTO IS ALSO ANNEXED *the excellent Uſe of two Rulers for* CALCULATION.

OXFORD,
Printed by W. H. for R. D. 1660.

Figura 8 - *An addition unto the use of the instrument called … (1660)*
Fonte: Oughtred (1660, frontispício).

Em 1638, um ano antes da publicação desta edição do tratado dos círculos de proporção com a declaração anexada, William Oughtred escreveu uma carta (Figura 9) ao fabricante de instrumentos matemáticos Elias Allen, em que expôs ao fabricante algumas instruções e orientações a respeito da construção das duas réguas para cálculo.

Além disso, ao final da carta evidencia que ele próprio nunca construiu esses instrumentos, quando diz “[...] Eu ficaria feliz em ver um deles quando estiver concluído: o que eu nunca fiz” (OUGHTRED,1638, CARTA, TRADUÇÃO NOSSA)[20].

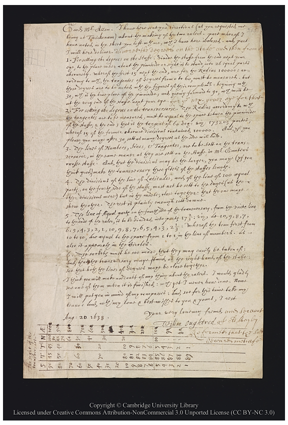


Figura 9: Carta de William Oughtred enviada a Elias Allen
Fonte: Oughtred (1638, carta).

20 Em inglês lê-se*: [...] I would gladly see one of them when ir is finished: [which] yet I never have done.* (OUGHTRED, 1638).

Com isso, a seção a seguir tratará de maneira mais aprofundada sobre a declaração *The Two Rules for Calculations* e os instrumentos do qual ela aborda.

Apresentação da *The Declaration of the Two Rules For Calculations* (1639)

No documento nomeado como *The Declaration of the Two Rules For Calculations* estão contidas, em 12 páginas, informações acerca dos instrumentos conhecidos como as duas réguas para cálculo. A declaração não apresenta divisões por partes assim como o tratado dos círculos de proporção, e indica a constituição das duas réguas, suas escalas e seu uso. Nela também não há uma imagem do instrumento.

Ao iniciar o relato acerca das duas réguas, William Oughtred (1639, p. 63, tradução nossa) introduz que

> As réguas são estruturadas e compostas de modo que não só podem ser aplicadas ao cálculo de triângulos e à resolução de questões aritméticas, mas também podem muito bem servir como um *Crosse-Staffe* para medir a altura do sol ou de qualquer estrela acima do horizonte, e também suas distâncias[21].

Essas duas réguas são intituladas de *Staffe* e *Transversarie*, sendo a primeira a mais longa delas e a segunda a mais curta, com um comprimento de três para dois. Em seguida, Oughtred (1639) diz que as réguas têm apenas quatro quadrados, com ângulos retos e iguais em tamanho e que são divididas em quatro escalas - a dos senos, tangentes, números e das partes iguais - logo após especifica as escalas em cada régua.

As escalas da régua *Transversarie*

Oughtred (1639) começa a descrição do instrumento e indica como é graduado, destacando que na extremidade superior da régua *Tranversarie* (Figura 10) existe uma marcação das letras S, T, N, E, remetendo as escalas em cada lado.

Figura 10: Escalas da régua Transversarie
Fonte: Oughtred (1638, carta).

21 Em inglês lê-se: *The rulers are fo framed and compofed, that They may not only be applyed to the calculation of triangles, and the refolution of arthmetical queftions: but that they may alfo very fitly ferve for croffe-ftaffe to take the height of sunne, or any starre above the horizon, and alfo their diftances.* (OUGHTRED, 1639, p. 63).

A régua também apresenta um pinacídio e suas divisões começam na parte inferior. Em seguida, ainda sobre a régua *Tranversarie* ele enuncia que

> Na borda esquerda de um dos lados estão definidos os graus de 0 a 33. E na borda direita do mesmo lado é definida a linha dos senos de 90 a 1 grau. No lado seguinte são definidas duas linhas de tangentes, que na borda direita vai para cima de 1 a 45 graus, e na borda esquerda vai para baixo de 45 a 89 graus (OUGHTRED, 1639, p. 63, tradução nossa)[22].

Oughtred (1639) continua dizendo que na borda direita do terceiro lado da régua *Tranversarie*, está definida a linha dos números em ordem decrescente 1, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 9, 8, 7, etc. Já no quarto lado da régua, em sua borda direita, está definida a linha das partes iguais e em sua borda esquerda estão diversas cordas para a divisão dos círculos.

A imagem das escalas da régua *Transversarie* (figura 10) retratada acima pode ser encontrada na coleção Macclesfield da Biblioteca da Universidade de Cambridge, juntamente com a carta original enviada por William Oughtred a Elias Allen. A impressão das escalas da *Transversarie* na coleção Macclesfield, também é acompanhada de uma descrição na qual diz

> Esta impressão estreita de sessenta centímetros de comprimento é a única evidência que temos da primeira régua de cálculo. Um exame mais atento mostra que os números estão invertidos— isso porque ela foi feita diretamente da própria régua de cálculo (há muito perdida), em vez de uma chapa de impressão normal. [...] Em uma carta que acompanha o fabricante de instrumentos Elias Allen, Oughtred diz que "veria com prazer" a régua de cálculo, "o que eu nunca fiz". A partir disso, podemos ter certeza de que a impressão é um registro do primeiro exemplo de um instrumento que estava em uso até a invenção das calculadoras eletrônicas modernas na década de 1960. (JARDINE, 2021, descrição, tradução nossa)[23].

Portanto, na subseção a seguir falaremos sobre a segunda régua de William Oughtred denominada *Staffe.*

22 Em inglês lê-se: *On the left edge o fone of the fides are fet the degrees from 0 to 33 degrees. And on the right edge of the fame fide is fet the line of fines from 90 to 1 degree. In the next fide are fet two lines of tangentes, that on the right edge goeth upward from 1 to 45 degrees: and that on the left edge goeth downeward from 45 to 89 degrees.* (OUGHTRED, 1639, p. 63).

23 Em inglês lê-se*: This narrow two-foot-long print is the only evidence we have of the very first slide-rule. A close look shows that the numbers are reversed—this is because it was made directly from the slide-rule itself (long since lost), rather than from a normal printing plate. [...] in an accompanying letter to the instrument maker Elias Allen, Oughtred says that he ‘would gladly see’ the slide-rule, ‘wch yet I never have done’. From this we can be certain that the print is a record of the first example of an instrument that was in use right up to the invention of modern electronic calculators in the 1960s.* (JARDINE, 2021).

As escalas da régua *Staffe*

Após o relato a respeito da régua *Tranversarie*, Oughtred (1639, p. 64, tradução nossa) descreve a segunda régua, denominada Staffe dizendo que

> Em sua extremidade mais distante existe um encaixe com um pinacídio ou mira, no qual começa a 30 e então avança para 90 graus no final do *Staffe,* próximo ao olho de quem está o manuseando, sendo esses graus definidos na borda direita de um dos lados do *Staffe.* Em seguida, aplicando seu *Transversarie* ao *Staffe* com a extremidade inferior definida para 90 graus, marque nos quatro lados do *Staffe* a linha do raio ou unidade, em que cada borda esquerda deve começar a única linha de Senos, Tangente e Números, os mesmos que estavam na *Transversarie* (com o dos senos estando no lado onde os graus estão) e apenas a linha das tangentes e dos números são continuadas além da linha do raio até a outra extremidade do *Staffe*[24]*.*

No quarto e último lado do *Staffe*, Oughtred (1639) relata que no meio estão as divisões duplas, no qual à direita está uma linha de partes iguais até 100, atingindo assim toda a extensão do *Staffe.* E à esquerda é a linha de latitudes e elevações do polo em 70 graus marcada com a letra L. Finalizando a descrição das duas réguas, Oughtred (1639) diz que os graus das duas réguas, dos senos e tangentes podem ser divididos em 6 partes que contêm 10 minutos cada uma, ou melhor, podem ser divididas em 10 partes contendo 6 minutos cada, pois assim podem servir também para decimais.

Após a descrição, Oughtred (1639) inicia o relato acerca da utilização do *Staffe* e da *Transversarie*, que pode ser realizado separadamente, e, também como *Crosse-Staffe.* A adição *The Declaration of the Two Rules for Calculations* apresenta a utilização das réguas através de exemplos, casos, teoremas, e ao final o autor dedica um tópico para falar sobre o *Crosse-Staffe,* um instrumento matemático que se destacava na prática de astronomia, agrimensura e navegação nos séculos XVI e XVII” (CASTILLO, 2016, *apud* SANTOS; PEREIRA, 2021).

Sendo assim, escolhemos um problema para exemplificarmos como Oughtred (1639, p. 66, tradução nossa) apresenta o uso das réguas *Staffe* e *Transversarie:*

> Exemplo IV: Existe uma torre cuja altura gostaria de medir.
> Pego duas posições na mesma linha direita da torre e em qualquer posição tendo observado a altura pela mira do Staffe, encontro a posição mais próxima 28 graus e

24 Em inglês lê-se: *At the further end of it hath a socket with a pinnicide or fight: at which beginneth the 30 degree, and fo goeth on to 90 degrees at the endo f the staffe next your eye: which degrees from 30 to 90 are feto n the right edge o fone of the fides the staffe. Then applying your tranfverfarie to the staffe with the lower end fet to 90, marke on the foure fides of the staffe the line of the radius or vnite: at which on Every left edge muft beginne the fingle line of sines. Tangentes, and numbers, the very fame which were in the tranfverfarie (that of the sines being on that fide Where the degrees are) only the line of tangentes, and numbers are continued beyond the line of the radius, to the further endo f the staffe.* (OUGHTRED, 1639, p. 64).

> 7 minutos quase, e a outra posição 21 graus e quase 58 minutos, e entre as duas posições a distância era de 76 pés[25].

Ao longo da declaração também observamos a utilização das réguas para medir a altura de construções, para encontrar a ascensão do sol em um determinado dia do ano, para a medição de tamanho de terras, para o cálculo de distâncias em longitudes, entre outros exemplos.

Dentre as orientações escritas na carta escrita por William Oughtred (1638) apresentada anteriormente, ele diz no item 3, que “[...] as linhas de Números, Senos e Tangentes devem estar definidas no *Transversarie*, da mesma maneira que são definidas no Staff no *Crosse-Staffe* do Sr. Gunter [...].[26] Através dessa evidência é notado que as duas réguas de Oughtred possuem relação com o *Crosse-Staffe* de Edmund Gunter (1581-1626), e por essa razão um estudo mais aprofundado está em construção para comprovar essa hipótese levantada.

Considerações Finais

Por meio do desenvolvimento desse estudo, percebemos que as réguas indicadas na *The Declaration of the Two Rules for Calculations* de William Oughtred, apresentam algumas potencialidades didáticas associada as questões educacionais, principalmente em primeira instância, na formação de professores de Matemática.

Dentre os elementos com esse potencial didático, podemos citar o estudo dos senos e das tangentes utilizadas para a construção das escalas das duas réguas, em que se tem que estudar as unidades estabelecidas no período e como ocorre a demarcação dos valores dos senos e das tangentes nas réguas, a fim de podermos realizar os cálculos devidos. Além disso, com o início da análise da declaração levantou-se a hipótese de que as réguas possam conter conhecimentos de proporcionalidade e logaritmos, podendo assim assemelhassem a outros *Crosse-Staffe* do período, principalmente ao de Edmund Gunter (1581-1626).

Ressaltamos que essa análise é de aspecto inicial, desenvolvido desde o primeiro semestre do ano de 2021, e que outros conhecimentos de cunho epistemológicos ainda

25 Em inglês lê-se: *Example IIII. There is a tower whofe height I would meafure. I take two ftations in the fame right line from the tower: and at either ftation having obferved the height by the fights of the ftaffe, I find the neerer ftation 28 deg: 7 min: almoft:and th further ftation 21 degr: 58 minutes almoft: and betweene both the ftations the diftance was 76 feet.* (OUGHTRED, 1639, p. 66).

26 Em inglês lê-se: *The lines of Numbers, Sines & Tangentes, are to be set on the Transversarie, in the same maner as they are set in the staff in Mr [Gunter's] Crosse-Staffe.*

precisam ser estudados para que se entenda de uma forma mais clara o processo de construção das escalas das duas réguas e a sua utilização, para enfim ser possível seguir a uma etapa seguinte, de elaboração de abordagens para a formação do professor de Matemática.

Referências

ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 156 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará -Ifce, Fortaleza, 2019.

CAJORI, F. **William Oughtred:** a great seventeenth-century teacher of mathematics. Chicago: The Open Court Publishing Company, 1916.

HOPP, P. M. **Slide Rules:** Their History, Models, and Makers. New Jersey: Astragal Press,1999.

JARDINE, B. (org.). **Paper slide-rule**. 2021. Autoria de William Oughtred. Localização física: Biblioteca da Universidade de Cambridge, Coleção Macclesfield.

OUGHTRED, W. **Key of Mathematicks.** London: John Salusburn, 1694.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontal Instrvment.** London: Augustine Mathewes, 1633.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment.** London: Elias Allen, 1632.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment.** London: Elias Allen, 1639.

OUGHTRED, W. **The Circles of Proportion and the Horizontall Instrvment.** London: W. Hall, 1660.

OUGHTRED, W. **Trigonometrie**. London: Thomas Johnson, 1657.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizamos em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 1, pp. 405-432, 2019. DOI: .

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Livraria da Física, 2015.

SANTOS, A. G. dos; PEREIRA, A. C. C. Descrição das escalas do Cross-Staff (1623) de Edmund Gunter. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S.L.], v. 8, n. 23, p. 707-720, 17 jun. 2021. Boletim Cearense de Educação e História da Matematica - BOCEHM.

CAPÍTULO 3

A ARITMÉTICA DE LOCALIZAÇÃO DE JOHN NAPIER (1550-1617) NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Jeniffer Pires de Almeida
Ana Carolina Costa Pereira

CAPÍTULO 3
A ARITMÉTICA DE LOCALIZAÇÃO DE JOHN NAPIER (1550-1617) NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA

Jeniffer Pires de Almeida
Ana Carolina Costa Pereira

O ensino e a aprendizagem de Matemática são questões que trazem grandes desafios: de um lado tem-se docentes que necessitam sempre reinventar-se e de outro discentes que demandam por conteúdos que tenham uma aplicação cotidiana e imediata, procurando uma matemática menos abstrata e mais divertida.

Dessa forma, pesquisas vêm sendo desenvolvidas buscando apresentar recursos didáticos que auxiliem o professor em seu magistério[27] e que contribua para que o aluno tenha uma posição ativa na formação do seu conhecimento. Dentre esses recursos pode-se encontrar os que são providos da história da matemática[28].

De fato, a história da matemática pode ser usada de diferentes maneiras e níveis, contudo, com base em uma historiografia atualizada, pesquisas vêm sendo desenvolvidas para que a história não apareça como um mero exercício ou fatos anedóticos, mas como “um recurso que possibilita levantar diferentes questões de ordem epistemológica e matemática por meio das quais o educador matemático pode desenvolver ações de modo mais crítico e criativo” (SAITO, 2016, p. 5). Ou seja, levantar questionamento sobre como as teorias e as práticas matemáticas foram construídas em seu contexto, a fim de listar potencialidades didáticas para se discutir determinados conteúdos.

Nesse sentido, para que esses recursos advindos da história adentrem a sala de aula, Saito e Dias (2013, p. 92) propoe a construção de uma interface entre a história e o ensino de matemática, que para os autores, é um “conjunto de ações e produções que provoca a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades que busquem articular história e ensino de matemática”.

Uma das formas de mobilizar essa interface é através dos chamados instrumentos históricos matemáticos, que segundo Pereira e Saito (2018, p.109) é um “articulador dos dois campos (história da matemática e educação matemática)”. Segundo Saito (2014), as atividades que buscam a utilização desses intrumentos podem explorar, além do seu processo de reconstrução, os fatores contextuais presentes neles, fazendo com que a

27 Vide Oliveira e Pereira (2018).
28 Vide Silva e Pereira (2020) e Pereira, Batista e Silva (2017).

história realmente seja mobilizada, e os estudantes e professores que estejam em contato com esses recursos não os analise somente com os conhecimentos matemáticos atuais, mas que construam um relação entre o passado e o presente.

Por isso, torna-se importantes que essas pesquisas adentrem principalmente na formação dos professores de matemática, visto que, isso pode contribuir para a construção de diversos saberes docentes e, de modo consequente, influenciar no seu ato de ensinar.

O *Rabdologiae* de John Napier[29]

O avanço do comércio, a necessidade e o crescimento de atividades práticas influenciaram boa parte estudiosos das matemáticas entre os séculos XVI e XVII, o que levou ao grande aumento de oficinas que fabricavam e publicavam tratados que descreviam os chamados instrumentos matemáticos.

Esses tratados discorriam sobre a construção, a manipulação e a utilização de instrumentos, e ainda apresentavam uma validação matemática para eles (SAITO, 2015). Entre eles evidencia-se o tratado intitulado *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo*, podendo ser traduzido como "Rabdologiae, dois livros de contar dinheiro com varetas", publicado em 1617, no ano da morte de seu autor, John Napier (1550 – 1617).

Com essa publicação, John Napier (2017) relata que tinha como objetivo reduzir e simplificar os cálculos aritméticos, os quais dizia serem grandes e tediosos. Para isso, Napier descreve durante sua obra a construção e a utilização de três instrumentos, sendo eles o *Rabdologiae* ou Barras de Calcular, o Promptuário e um método de Aritmética de Localização, realizado por meio do Tabuleiro de Xadrez.

Essa obra está dividida em quatro livros, sendo os dois primeiros voltados para o instrumento Barras de Calcular[30], o terceiro um apêndice, no qual está contido o *Promptuário*[31], e o quarto retratando sobre a Aritmética de Localização. Cada um desses livros é dividido em capítulos, em que Napier explica a construção de cada instrumento e em seguida sua utilização nas operações aritméticas, citando exemplos de como realizá-las.

Contudo, ressalta-se que este estudo terá como foco o quarto livro do tratado de Napier, o Aritmética de Localização, que será apresentado e discutido brevemente a seguir.

29 Para maiores informações sobre a biografia do John Napier e a descrição de seu tratado vide: Martins (2019).
30 Vide Martins (2019).
31 Vide Ribeiro, Cavalcante e Pereira (2020).

O método de Aritmética de Localização

Descrito no último livro do tratado *Rabdologiae*, a Aritmética de Localização é um método pelo qual John Napier propõe a realização dos cálculos das operações aritméticas, como a adição, subtração, divisão, multiplicação e até mesmo extração de raízes quadradas. Durante esse processo são realizadas movimentações de peças (ou fichas) através de uma barra, denominada Aritmética Linear, ou sobre um ábaco, intitulado pelo autor como Tabuleiro de Xadrez, por isso essa técnica é caracterizada “mais como uma brincadeira do que uma tarefa”[32] (NAPIER, 2017, p. 727, tradução nossa).

Assim sendo, esses cálculos podem ser efetuados por meio de ambos os instrumentos, contudo, Napier irá apresentar a adição e a subtração através da Aritmética Linear e o restante das operações sendo realizadas no Tabuleiro de Xadrez. Isso se dá porque, embora haja a possibilidade de escolha dos instrumentos, os cálculos de multiplicação, divisão e extração de raízes quadradas se tornam mais claro quando efetuados no ábaco, por ser bidimensional, como cita o autor, “comparado com a dimensão única da barra, essas operações são realizadas com muito mais clareza e facilidade por meio das colocações em duas dimensões”[33] (NAPIER, 2017, p. 734, tradução nossa).

Porém, o processo de construção dos dois aparatos segue um mesmo padrão. Em ambos são delimitadas pequenas divisões, de acordo com a necessidade do usuário, chamadas posições, as quais são atribuídos valores, que irão influenciar principalmente em como essas operações são realizadas. Ademais, ressalta-se que eles podem ser produzidos utilizando qualquer material, desde madeira, por exemplo, até desenhos em folhas de papel. Todavia, usar materiais que possibilitem o real movimento das peças torna os cálculos mais fáceis, ao invés de utilizar desenhos ou diagramas com peças inamovíveis (NAPIER, 2017).

Quanto aos valores inscritos nos instrumentos, o autor irá ressaltar que devem ser dispostos “por um processo contínuo de duplicação”[34] (NAPIER, 2017, p.728, tradução nossa), ou seja, cada posição determinada nos instrumentos irá corresponder a um valor, os quais serão sempre o dobro do anterior, de baixo para cima, começando por 1. Portanto, se uma barra, por exemplo, contiver quatro divisões, a primeira delas

32 No original: […] *more of a lark than a labour*. (NAPIER, 2017, p. 727).
33 No original: […] *compared with the single dimension of the Rod, these operations are carried out Much more clearly and easily by using placements in two dimensions*. (NAPIER, 2017, p.734).
34 Em inglês: [...] by a continual processo of doubling. (NAPIER, 2017, p. 728).

corresponderá ao valor 1, a segunda ao 2, a terceira ao 4 e a quarta ao valor 8, se ela possuir uma quinta posição, essa equivalerá ao valor 16, e assim em diante.

Além disso, cada um dos valores apresentados será representado por uma letra do alfabeto, em ordem, dessa forma o número 1 será representado pela letra *a*, o número 2 por *b*, e sucessivamente.

Evidencia-se que, o limite dos valores que podem ser operados nos instrumentos está diretamente ligado com a quantidade de posições que eles possuem. Na Aritmética Linear esse limite será o dobro do valor da última posição, ou seja, em uma barra com dez posições a última delas corresponderá ao valor 512, logo, essa barra irá calcular todos os números menores que 1024 (Figura 1).

k	512
i	256
h	128
g	64
f	32
e	16
d	8
c	4
b	2
a	1

Figura 1: Representação da Aritmética Linear com dez posições
Fonte: Almeida e Pereira (2021. p. 6).

Já no Tabuleiro de Xadrez, o limite será o dobro do, ao que Napier denomina como, número do meio. Esse número diz respeito aos valores iguais correspondentes às quinas do tabuleiro, logo, em um tabuleiro 8x8 o valor do número do meio será 128, e com ele poderão ser realizados cálculos com todos os números menores que 256 (Figura 2).

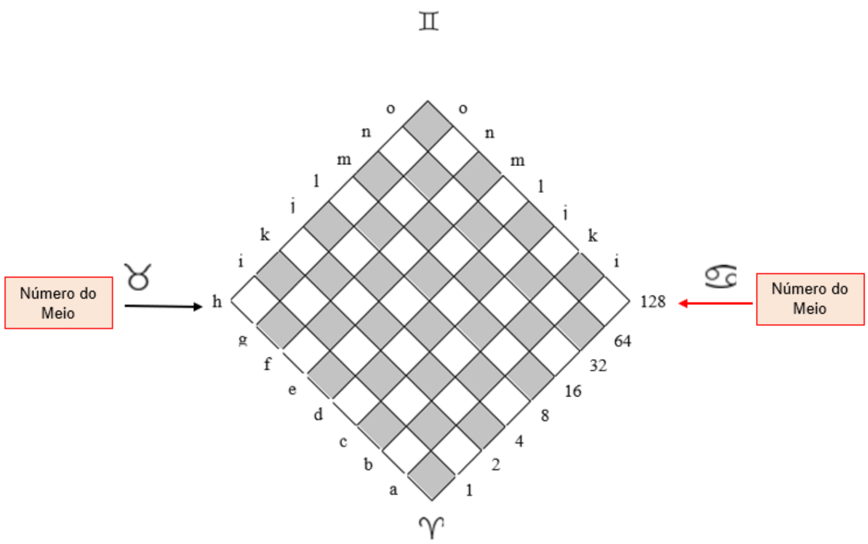


Figura 2: Representação do Tabuleiro de Xadrez 8x8
Fonte: Elaborada pelas autoras.

Em vista da forma como os números são apresentados nos instrumentos citados, Napier (2017) relata que existe uma pequena dificuldade na utilização do método de Aritmética de Localização, já que, caso haja a necessidade de operar números que não possuem suas correspondências diretas nos instrumentos, precisaremos realizar conversões numéricas com eles.

As conversões numéricas são feitas antes e depois da realização dos cálculos das operações, de modo que, o primeiro processo é realizado para transformar números comuns em números locais e o segundo para realizar o procedimento contrário. Os números são ditos comuns quando são escritos na forma usual, ou numérica, já os números locais são os valores escritos na forma alfabética, de acordo com as equivalências mencionadas anteriormente. Por exemplo, o número comum 4, pode ser escrito como *c* em sua forma local, e o número 9 como *ad*, após a conversão.

Para desenvolver essas conversões[35], Napier (2017) descreve duas técnicas para converter um número comum em local, sendo elas os métodos de subtração e divisão por dois, e apresenta mais dois processos para converter um número local em comum, sendo eles os métodos de adição e duplicação.

Sobre esses processos Almeida e Pereira (2021, p.13) relatam que “entender como funciona as conversões de um número comum para o local, e vice-versa, é a base para realizar as operações utilizando o método de Aritmética de Localização”. Isto é, o método de Aritmética de Localização não está relacionado somente aos movimentos das peças durante os cálculos, mas com todas as técnicas realizadas antes e depois dos mesmos.

A Aritmética de Localização na formação do professor que ensina matemática

O ensino automático, passado por meio de exercícios repetidos, utilizando materiais que não atraem tanto a atenção e o interesse do aluno é um fator que pode contribuir para a passividade do mesmo na formação do seu conhecimento. Sobre isso Cavalho (1994, p.14) explica que “a consequência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento matemático por um professor que, supõe-se, domina e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar à autoridade da “perfeição científica”.

Desta maneira, expor os conceitos por trás de um conteúdo é indispensável para que o aprendiz estabeleça relações com o que já traz de conhecimento, proporcionando a ele diferentes modos de resolver um mesmo problema, procurando maneiras de ensinar que “implique a identificação da informação relevante, a utilização de contextos e

35 Vide Almeida e Pereira (2021).

estratégias diversificadas, a verificação dos resultados alcançados e a discussão na turma das estratégias utilizadas e dos resultados obtidos" (IAVE, 2013 *apud* VIEIRA e PINTO, 2016, p. 272).

Para buscar resolver esses problemas, é fundamental que os professores busquem novas estratégias metodológicas, pois, quando eles se apropriam de materiais que estimulam a curiosidade e a compreensão matemática, como os instrumentos matemáticos, pode-se dizer que a vivência através desses mecanismos funcionará para uma aprendizagem baseada no raciocínio gerado pelo aluno, fazendo com que a criatividade seja aflorada na resolução de um problema (PIRES, ABRANTES, BORBA, 2013)

Dessa forma, de acordo com que foi abordado a respeito do Aritmética de Localização e os instrumentos que ele utiliza, pode-se perceber a mobilização de diversos conhecimentos matemáticos, além das próprias operações aritméticas, que podem dar subsídios para a elaboração de atividades envolvendo outros conteúdos.

Um exemplo desses conhecimentos incorporados ao Aritmética de Localização estão os processos de conversões numéricas, que, embora na época de sua publicação a notação binária não havia sido padronizada, podem nos dar recursos para desenvolver os assuntos envolvendo números binários, como ressalta Almeida e Pereira (2021, p. 13), quando falado desses métodos sendo realizados nas barras de Aritmética Linear, "o processo realizado com as barras de Aritmética Linear pode servir como um coadjutor na assimilação dessas conversões numéricas, no que refere-se à base binária, pois o método já atua com esse sistema".

Assim sendo, o método de localização de Napier pode contribuir, após um tratamento didático, para desenvolver as conversões de números binários estudados, principalmente, na área da computação.

Ainda sobre as conversões numéricas, temos que elas nos proporcionam já o uso das operações aritméticas, posto que, cada um dos métodos citados desenvolve o uso de um desses cálculos, como a subtração e divisão nas conversões de números comuns para locais, e a adição e multiplicação nas conversões de números locais para comuns, conforme cita Almeida e Pereira (2021, p. 13),

> considera-se que o uso desse dispositivo auxilie no ensino das operações básicas de aritméticas, facilitando a compreensão de cálculos considerados difíceis para alunos do ensino fundamento e médio, em particular no estudo da divisão.

Desse modo, além do próprio Aritmética de Localização ser voltado para realizar as operações aritméticas, tem-se que elas são mobilizadas em outros processos durante a utilização do método. Contudo, a forma como as operações são realmente efetuadas nos instrumentos nos proporciona outras maneiras de potencializar o ensino desse conteúdo, ainda mais pelo modo lúdico em que eles são expostos, como afirma Almeida e Pereira (2020, p.55), “com esse instrumento podemos realizar cálculos aritméticos como um jogo”.

Considerações Finais

As operações realizadas nos instrumentos, principalmente por meio do Tabuleiro de Xadrez, podem oportunizar uma interação maior tanto entre o professor e o estudante, como na turma em geral, dado que são desenvolvidas por meio de movimentações de peças, que seguem regras, entre elas, algumas advindas do próprio jogo de xadrez comum.

Além disso, a forma como os números são dispostos nos instrumentos podem oferecer um recurso para introduzir os conceitos de potências e Progressões Geométricas (PG), uma vez que esses valores podem ser apresentados como potências de base 2, ou como uma sequência numérica em que cada termo é igual ao produto do termo anterior por uma constante, que no caso será de razão 2.

À vista disso, as ideias de números binários, potências e PG, podem ser expostas apenas pelo processo de construção dos instrumentos, sem precisar adentrar de fato em sua utilização, isso é um dos recursos que instrumentos matemáticos podem oferecer, conhecimentos que são mobilizados desde sua produção.

Fora que, fatores contextuais e epistemológicos também podem ser explanados com o uso desses instrumentos e método, proporcionando aos alunos o levantamento de questões e discussões a respeito da matemática apresentada, favorecendo principalmente a curiosidade.

Em síntese, levando em consideração que o uso dos instrumentos matemáticos pode contribuir na interface entre história e ensino de matemática, por apresentarem conhecimentos incorporados tanto na sua utilização como em outros processos, pode-se observar que o mesmo acontece com o método de Aritmética de Localização, visto que, além de apresentar os cálculos das operações aritméticas de uma forma dinâmica, agrega diversos outros conteúdos que, com um tratamento didático, podem dar subsídios para a elaboração de atividades.

Referências

ALMEIDA, J. P. D.; PEREIRA, A. C. C. A aritmética de localização de John Napier para a multiplicação. **Revista história da matemática para professores**, v. 6, n. 2, p. 43 - 56, 31 dez. 2020.

ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. A matemática presente nas conversões de números nas barras da Aritmética de Localização. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 8, n. 23, p. 691–706, 2021.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino da Matemática.** São Paulo, SP: Cortez, 1994.

MARTINS, E. B. **Conhecimentos matemáticos mobilizados na manipulação das barras de calcular de john napier descritas no tratado rabdologiae de 1617**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Ifce, Fortaleza, 2019.

NAPIER, J. **Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas**: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus acessit e arithmeticea localis liber unus. In: RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E.; CORRIGAN, A. The Life and Works of John Napier. Cham: Springer, 2017. p. 652-749.

OLIVEIRA, G. P.; PEREIRA, A. C. C. O uso da engenharia didática como ferramenta facilitadora para utilização e produção de objetos de aprendizagem a partir da formação inicial e continuada de professores de matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 5, n. 13, p. 46–65, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i13.19.

PEREIRA, A. C. C.; BATISTA, A. N. de S.; SILVA, I. C. da. A balestilha descrita na obra Chronographia Repertorio dos Tempos (1603): discussões iniciais sobre o saber incorporado no instrumento. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 4, n. 11, p. 105–118, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v4i11.43.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 5, n. 14, p. 109-122, 2018.

PIRES, M. J. da S.; ABRANTES, N. N. F. de; BORBA, V. M. de L. Matemática e multiplicação: dificuldades e novos olhares em torno deste ensino. **Revista Principia**, João Pessoa, n. 23, p. 87-94, dez. 2013.

RIBEIRO, P. H. S.; CAVALCANTE, D. S.; PEREIRA, A. C. C. O procedimento de construção das varetas do Promptuario de John Napier (1550-1617). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 21, p. 112–121, 2020.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, 2016.

SAITO, F. História da matemática e suas (re)construções contextuais. São Paulo: **Editora Livraria da Física**, 2015. 259 p.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre história, ensino e aprendizagem de matemática. **Rematec, Natal**, v. 9, n. 16, p. 25-47, 2014.

SAITO, F; DIAS, Marisa da Silva. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 19, p. 89-111, 2013.

SILVA, F. H. B. DA; PEREIRA, A. C. C. O báculo de Petrus Ramus e seu uso para medição de profundidade. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. e020042, 2 set. 2020.

VIEIRA, A. T. B.R.; PINTO, H. G. o ensino e aprendizagem da multiplicação num contexto de ensino exploratório. **Livro de Atas Conferências Painel**, p. 272.

CAPÍTULO 4

AS CONTROVÉRSIAS NA DESCOBERTA DOS INCOMENSURÁVEIS: UMA REFLEXÃO SOBRE O FAZER MATEMÁTICO NA HISTÓRIA

Emerson Gordiano de Almeida

CAPÍTULO 4
AS CONTROVÉRSIAS NA DESCOBERTA DOS INCOMENSURÁVEIS: UMA REFLEXÃO SOBRE O FAZER MATEMÁTICO NA HISTÓRIA

Emerson Gordiano de Almeida

Talvez o maior desafio quando se estuda a evolução de um tema ao longo da história seja fazer a dissociação da percepção subjetiva e individual do contexto dos fatos. A dificuldade está no fato de que somos naturalmente imbuídos a interpretar a realidade a nossa volta segundo os nossos termos, mas quando se trata da pesquisa de fatos históricos, isso deve dar lugar discussão objetiva das afirmações, com fundamentação em evidências e possíveis ressalvas, somente assim podemos gerar elucidação de fatos importantes e convencimento.

No que diz respeito a história da matemática há diversos episódios em que os juízos de valor predominaram por muito tempo gerando certos mitos e lendas. Uma ilustração disto está na tendência de enquadrar toda matemática pré-helênica como essencialmente empírica ou indutiva. Essa apreciação está em conformidade com os preceitos da filosofia grega e sua predileção aos aspectos lógico e formal das quais nossa prática matemática atual é herdeira. As relações das civilizações mais antigas com a matemática estão ligadas ao próprio processo de formação, por isso a ênfase inicial foi dada em torno da aritmética e mensuração, mas com o avanço das atividades administrativas surgiu um grupo social que detinha o conhecimento sobre os processos de impressão na argila e seria responsável por transmitir esse conhecimento aos jovens, futuros componentes dessa elite intelectual: o escriba. Esse mesmo traço pedagógico determinou uma tendência no sentido da abstração e de se estudar uma ciência por ela mesma.

Sob esse aspecto seria possível pensar que objetos abstratos como os números irracionais não fariam parte da cultura matemática desses povos, contudo hoje já se sabe que os babilônios tinham métodos procedimentais baseados em geometria para obter aproximações para números irracionais destacados como $\sqrt{2}$ e π, no Egito há evidências do uso do número de ouro na arquitetura da grande pirâmide. Com estas observações, devemos refletir que no passo dos séculos, a utilização particular de aproximações, obtidas por processos manuais e empíricos dos números irracionais para problemas numéricos específicos das civilizações da Antiguidade Oriental foi substituído pelos gregos do período clássico pela análise da consistência das grandezas incomensuráveis. Os gregos Tales de Mileto e Pitágoras de Samos são as figuras mais antigas e nebulosas associadas com descobertas matemáticas específicas, isso porque os relatos de seus feitos sempre se dão por fontes indiretas e posteriores. Mileto e Samos, eram colônias gregas do extremo Leste da Bacia do Mediterrâneo, com localização próxima do Egito e da Mesopotâmia que por sua vez localizavam-se no Oriente Próximo, numa região cortada por muitos rios conhecida como Crescente Fértil e eram os mais proeminentes centros culturais da época e que já haviam produzido muita matemática no intuito de desenvolver a astronomia, agrimensura e arquitetura e isso naturalmente atraía os sábios e filósofos gregos

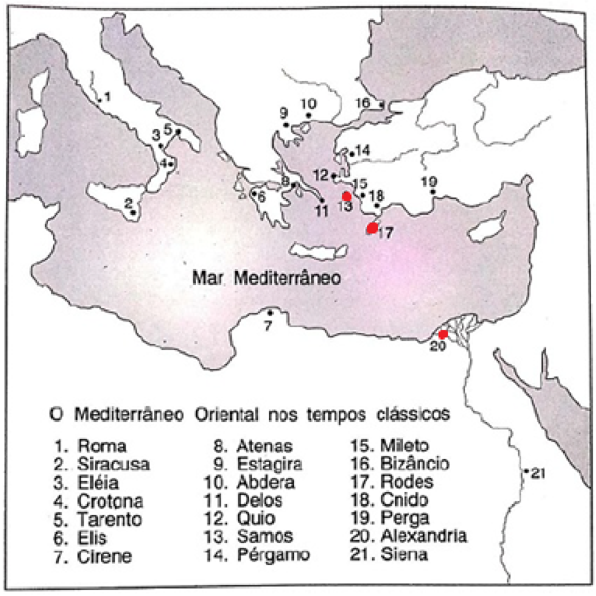


Figura 1: Proximidade de Samos e Mileto da Babilônia e do Egito
Fonte: Eves (2004, p.130).

Uma evidência da conexão dos conhecimentos entre as civilizações do Oriente Antigo e a Grécia pode estar no símbolo da escola pitagórica: o pentágono estrelado ou pentagrama, figura presente na arte babilônia de acordo com tabletes e vasos que remetem a 3200 a.C. Esta figura é construída a partir das diagonais de um pentágono regular que se intersectam de modo que a medida do comprimento da diagonal está para a maior parte assim como a maior parte está para a menor. Os pontos determinados pelas interseções das diagonais constituem um novo pentágono regular no centro da figura original o que nos sugere, pelo menos em tese, que temos a possibilidade, de replicar a figura original indefinidamente procedendo infinitamente.

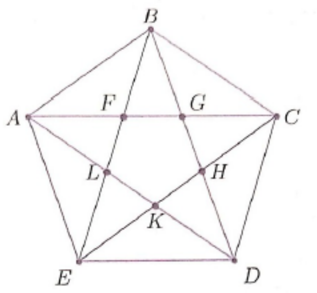


Figura 2: Modelo de pentagrama (pentágono regular e diagonais)
Fonte: Roque (2012, p. 81).

Euclides, em seu livro IV dos elementos, denomina esse processo de dividir um segmento em média e extrema razão, mas os gregos tinham tanto apreço por esse procedimento que designavam esse processo simplesmente por secção como se quisessem dizer que essa era a - única - forma adequada de particionar um segmento de reta.

Versões contam que Hipaso de Mataponto no século V a.C., teria feito a descoberta da incomensurabilidade por meio do pentagrama, enquanto criava uma série de pentágonos e pentagramas encaixados indefinidamente com tamanhos cada vez menores. Neste caso pode-se provar que o lado e a diagonal do pentágono não admitem uma unidade comum, isto é não são comensuráveis, uma vez que admitindo uma unidade para mensurar ambas, por menor que ela seja, sempre podemos repetir o processo, obtendo um pentágono com diagonais e lados menores que a unidade estabelecida. Desta forma, ao invés $\sqrt{2}$ teria sido $\sqrt{5}$, o pivô da descoberta incomensurabilidade, contrariando as versões mais tradicionais que vinculam tal descoberta a um conhecimento geométrico do que os gregos não dispunham a época, provocando um escândalo lógico.

Discutindo a crise dos incomensuráveis

É consenso que a descoberta dos incomensuráveis se deu no seio da escola pitagórica, mas dentro da narrativa tradicional, depararmo-nos com o relato de um escândalo lógico que tal descoberta teria desatado e ocasionado uma crise dentro da matemática da época. Os argumentos que sustentam essa versão e os que se opõem a ela, levam em conta que a escola pitagórica, mais do que um grupo de matemáticos, compunha-se como uma seita adepta a visões esotéricas e místicas sobre o papel dos números na explicação do cosmos ao contrário dos demais filósofos da época que estabeleciam os elementos físicos como a causa de tudo.

O lema pitagórico "tudo é número" pode parecer-nos até um tanto chistosa do nosso ponto de vista atual já que se contradiz com fato de que para os pitagóricos apenas os naturais recebiam o status de número, sendo as frações não um ente único existente por si só, mas uma relação entre inteiros. A aritmética dos inteiros era estabelecida por meio da manipulação de certas configurações geométrica que representavam esses números, chamados de figurados.

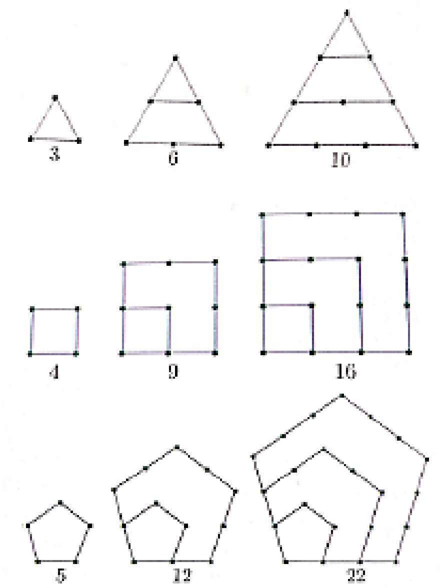


Figura 3: Números figurados
Fonte: Roque (2012, p.66 e 67).

Segundo Roque e Carvalho (2012), informações como "todo número quadrado é obtido por meio da soma de dois triangulares consecutivos" eram obtidas de forma visual. Assim nos dias de hoje há uma discussão quanto ao Teorema de Pitágoras ter sido desenvolvido de fato por Pitágoras ou qualquer um de seus discípulos, o que pelo costume da época, iria render-lhe os créditos de igual maneira. É sabido que os babilônios já tinham conhecimento sobre as ternas pitagóricas evidenciando que a relação entendida hoje como o Teorema de Pitágoras era pelo menos parcialmente conhecida possivelmente desde o século XVIII a.C. De qualquer forma o certo é que o Teorema de Pitágoras dentro da escola pitagórica não teve tratamento geométrico.

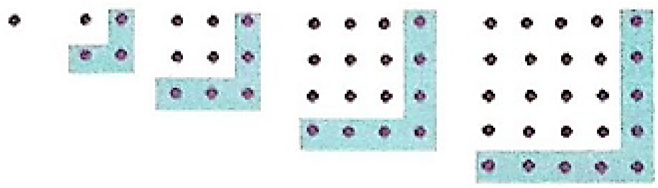


Figura 4: Gnomons da aritmética pitagórica
Fonte: Roque (2012, p.69).

Dado esse fato podemos lançar mão dos questionamentos sobre a suposição do trauma da descoberta dos incomensuráveis na versão mais tradicional uma vez que $\sqrt{2}$ teria surgido da aplicação do Teorema de Pitágoras no cálculo da diagonal do quadrado. A concepção pitagórica previa que existissem dois inteiros cuja razão resultasse em tal número, mas com esta suposição os pitagóricos chegavam inevitavelmente a um paradoxo sobre a paridade desses inteiros. O escândalo atribui-se ao impasse que teria acometido os pitagóricos: ou estavam eles diante de uma entidade que fugia a suas explicações, pois não era um número inteiro e tampouco se exprimia pela razão de outros inteiros ou seriam as suas crenças que estariam equivocadas. As lendas a favor dessa versão contam que Hipaso de Mataponto, a quem se atribui a descoberta, foi jogado ao mar por ter tido o atrevimento de produzir algo no Universo que seria inexplicável pela lógica dos números, outras versões contam que ele foi expulso da seita e ainda em vida teve seu túmulo erigido como indicativo de que estava morto por tamanha blasfêmia.

Segundo Gonçalves e Possani (2009), a tese que defende o escândalo conta com autores da Antiguidade, que fazem deferência ao fato. A figura de Pitágoras como matemático chega a nós por meio de Proclo (485 d.C.) que lhe faz referência por meio de um escrito de história da geometria devida a Eudemo (320 a.C.) cujo texto original não se tem notícia, mas se supõe que Proclo tinha uma cópia deste quando fez a citação.

> E após esses, Pitágoras transformou a filosofia sobre ela [a geometria] em um esquema de educação liberal, procurando os princípios dela a partir do alto e perseguindo os teoremas de um modo imaterial e intelectual; e ele descobriu então tanto o assunto dos irracionais como a construção dos esquemas cósmicos [isto é, os sólidos regulares] (PROCLO *apud* GONÇALVES e POSSANI, p.17-18, 2009).

Jâmblico (330 a.C) é um outro autor que faz menção aos fatos, dizendo que seria Hipaso de Metaponto (470 a.C) um usurpador da fama da descoberta da incomensurabilidade na ocasião de uma investigação geométrica sobre o dodecaedro regular, comunicando esta descoberta a pessoas comuns, consideradas indignas da revelação o que se constituía como crime contra a seita e justificaria sua terrível punição -

afogamento ou ostracismo. Temos ainda Papus de Alexandria que faz menção aos fatos, mas interpreta a punição de forma conotativa.

> Essa ciência (ou conhecimento) teve sua origem na seita (ou escola) de Pitágoras, mas passou por um importante desenvolvimento nas mãos do ateniense, Teeteto [...]. De fato, a seita (ou escola) de Pitágoras foi de tal forma afetada por sua reverência por essas coisas que uma história tornou-se corrente nela, a saber, aquele que primeiro desvendou o conhecimento de inexprimíveis ou irracionais e o divulgou entre a massa de gente comum pereceu por afogamento; o que _e mais provavelmente uma parábola pela qual eles procuraram expressar sua convicção de que, primeiro, _e melhor esconder todo inexprimível, ou irracional ou inconcebível no universo e, segundo, a alma que por erro ou descuido desvela ou revela qualquer coisa dessa natureza que esteja nela ou neste mundo, vaga (por isso) aqui e ali no mar da não-identidade (isto é, carecendo de toda similaridade de qualidade ou acidente), imersa no fluxo do vir-a-ser e do deixar-de-ser, onde não há padrão de medida (PAPUS *apud* GONÇALVES e POSSANI, p. 18, 2009).

Por fim temos Oscar Beker que em seus estudos aponta para uma sequência de proposições do livro IX de Euclides referentes a paridades dos inteiros que aparentavam vir de uma tradição mais antiga e mais simples que os demais livros e seriam, portanto, uma sistematização lógico-dedutiva da aritmética pitagórica. Com isso ele sustenta que o pitagorismo teria conhecimento suficiente para elaborar a prova por absurdo da incomensurabilidade entre o lado e a diagonal do quadrado como anunciada por Aristóteles, sendo tal prova a afronta a sua doutrina primeira de explicar tudo por meio de inteiros.

O primeiro argumento a ir contra a versão do escândalo lógico sustenta-se no fato de as fontes que fazem referência a Pitágoras serem sempre posteriores e algumas bem posteriores: enquanto as descobertas são alocadas ao século V a.C., bem como a existência de Pitágoras, os escritos de Jâmblico localizam-se cerca de oitocentos anos depois ao passo que o relato de Proclo, fonte mais segura em defesa de Pitágoras como matemático, segundo Gonçalves e Possani (2009), está praticamente mil anos à frente. Suspeita-se que haja interpolações anacronísticas e mal entendidos por conta de gregos posteriores. Não havia por exemplo, razão para Eudemo, enquanto destacado discípulo de Aristóteles, referir-se a matemática de Pitágoras por meio dos termos imaterial e intelectual, enquanto seu mestre distinguia os pitagóricos dos verdadeiros matemáticos porque esses últimos aplicavam suas proposições a corpos. Outra contestação nessa linha é de que o texto de Proclo parece mais uma reformulação de Jâmblico no *De communi mathematica scientia* quando este se refere a pureza, sutileza e exatidão do método de Pitágoras e a como sua matemática purifica a alma e a conduz para os mais altos princípios e para o reino do ser puro e imaterial dando sentido ao uso dos termos imaterial e intelectual por parte de Proclo.

De acordo com Gonçalves e Possani (2009) já é um consenso dos historiadores da matemática e da filosofia grega que Proclo interpolou o texto de Jâmblico no de Eudemo, porque originalmente este falava pouco ou nada de Pitágoras, colocando em xeque a ideia de que seria verdadeiramente um matemático ou uma invenção de neopitagóricos como Jâmblico (que viveu 800 anos depois de seu mestre).

Os textos de Jâmblico não são claros em diversos aspectos! Não se sabe se Hipaso teria sido o único delator da descoberta dos então nomeados *alogos* - inexprimível ou *aratos* – não tendo razão ou se haveria outros. Também não se consegue obter qualquer ligação entre a construção do dodecaedro e o problema da incomensurabilidade o que para um neopitagórico como ele seria de máxima importância elucidar. Atualmente existe também a suspeita de que os pitagóricos conhecessem o dodecaedro apenas de forma empírica e nunca chegaram a construí-lo. Essa teoria é levantada por Eva Sachs e se apoia em evidências arqueológicas: existência de dodecaedros de bronze já nos séculos IX ao VI a.C.

Os próprios pitagóricos não deixaram escritos, possivelmente apoiados na ideia que suas descobertas ficariam retidas na memória daqueles que merecessem tomar conhecimento delas como Plutarco, o historiador, traz em seu relato. Aliás Plutarco que é anterior a Jâmblico e seu contemporâneo, Papus de Alexandria, não apresentam qualquer menção a uma crise entre incomensurabilidade e a teoria pitagórica de que tudo é número, além de dar uma interpretação alegórica as punições sofridas pelos delatores dos feitos dentro da seita.

Outro ponto levantado contra a crise dos incomensuráveis é o fato dos autores não fazerem uma ligação clara do contraste entre a incomensurabilidade e a filosofia de que tudo é número. Para Gonçalves e Possani (2009), isso exigiria a conexão de três requisitos por parte dos pitagóricos: a oposição entre pares e ímpares o que é um consenso entre os historiadores, uma aritmética capaz de demonstrar teoremas sobre pares e ímpares e aqui já não há mais consenso pois sabe-se que a aritmética no pitagorismo não tinha um tratamento lógico-dedutivo e por fim uma prova da incomensurabilidade que recorresse a pares e ímpares, o que Burkert (1962) apud. Gonçalves e Possani (2009) aponta como impossível no seu trabalho de reprodução com seixos das provas indutivas e pictóricas típicas do pitagorismo que recorria aos padrões visuais para dispor as pedrinhas e representar os números. Como representariam $a^2=2b^2$?

Uma prova por redução ao absurdo, presente em manuscritos do livro X dos Elementos de Euclides, atribuída a Aristóteles mostra que ele tinha conhecimento de que a suposição da comensurabilidade entre o lado e a diagonal do quadrado conduzem a contradição de números pares serem iguais a números ímpares. Para o pitagorismo, isto não seria essencialmente uma contradição, já que o número um, a unidade, é ao mesmo tempo par e ímpar, portanto da suposta demonstração por absurdo poderia simplesmente levar a conclusão que cada número é feito de unidades e carrega dentro de si, o par e o ímpar. De qualquer forma Aristóteles não faz qualquer menção a crise dos incomensuráveis dentro do pitagorismo, ainda que lhes dedique uma forte crítica em sua Metafísica.

Gonçalves e Possani (2009) indicam que a geometria grega dispunha de uma ferramenta que lhes permitiria lidar com a incomensurabilidade sem crise alguma: a antifairese. A etimologia da palavra antifairese remete ao grego antigo anti-hypo-hairesis que significa literalmente subtração recíproca. A antifairese permite definir e comparar razões sem a necessidade dos conceitos de número racional, fração ou relação de proporções. O procedimento era empregado na aritmética do século V a.C., segundo o peripatético *De lineis insecabilibus* atribuído a Aritóteles. Alguns estudiosos afirmam que por trás dos livros II e X dos Elementos haveria um interesse de estudar a antifairese de razões quadráticas.

Em se tratando ainda dos Elementos, no livro X, a versão aritmética da antifairese que ficaria conhecida como lema de Euclides, estabelecendo um paralelo entre coprimos e incomensuráveis. Nas palavras de Roque e Carvalho (2012), o objetivo deste volume da obra de Euclides seria distinguir números que tem uma boa antifairese dos que tem uma má antifairese, o que basicamente significa verificar quando o mdc de dois números é diferente de 1. No caso geométrico, duas grandezas estariam na mesma razão quando possuem a mesma antifairese, isto quer dizer que ambas poderiam ser medidas com uma unidade comum, enquanto que se as diferenças não terminam nunca, isto é, o processo é não finito, as grandezas são incomensuráveis.

Vamos empregar esse procedimento para concluir a incomensurabilidade entre a diagonal e o lado do quadrado.

Seja um quadrado ABCD, tomemos um ponto B_1 sobre a diagonal AC tal que B_1C = AB. Sobre B_1 baixemos uma perpendicular a AC definindo C_1 na interseção entre o lado AB e está perpendicular. Traçamos C_1D_1 e AD_1 paralelas a AB_1 e B_1C_1 respectivamente, definindo o ponto D_1 na interseção destas duas retas. Observe que de fato temos um quadrado, pois $AB_1 \perp B_1C_1$ por construção, AD_1 é paralelo a B_1C_1 então $AD_1 \perp AB_1$ e como D_1C_1 é paralelo a AB_1 podemos concluir que os dois últimos ângulos determinados por esses segmentos são retos também. O triângulo AB_1C_1 é isósceles de base AC_1, pois sendo AC diagonal de ABCD, B_1AC_1 = 45° assim temos AC_1B_1 = C_1AD_1 = AC_1D_1 = 45°, o que acarreta na congruência dos triângulos AB_1C_1 e AD_1C_1 pelo caso LAAo (lado/ângulo/ângulo oposto), garantindo a igualdade dos quatro lados.

Fizemos BC = B_1C logo BCB1 é isósceles com B_1BC = CB_1B, mas sendo assim BB_1C_1 = C_1B_1B pois ambos são complementos de um ângulo reto. Assim,

Sendo assim, supondo o segmento AP como unidade de medida, se AB e AC são comensuráveis em relação a AP, AB_1 e AC_1 também serão.

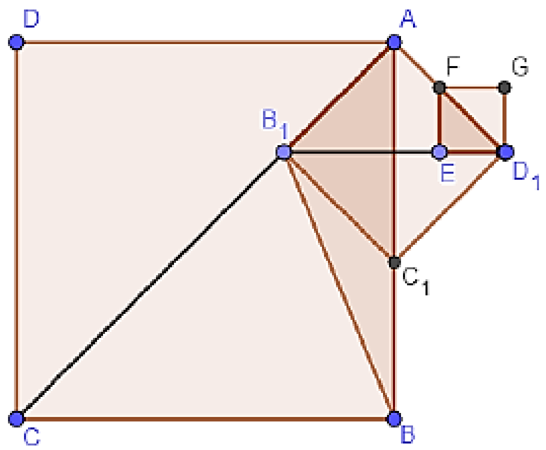


Figura 5: Antifairese diagonal x lado do quadrado
Fonte: o autor (2020, p. 97).

Repetindo indefinidamente o processo podemos tornar essas quantidades ainda menores, até o ponto de obter um quadrado de lado ABn e diagonal ACn cujos comprimentos serão menores que AP por menor que esta seja. Assim a escolha de AP e a suposição de AB e AC comensuráveis nos leva a ABn < ACn < AP de modo que se diminuíssemos a unidade de medida AP ainda seria possível construir algum quadrado cujas dimensões fossem inferiores a AP, portanto somos levados a concluir que AB e AC são incomensuráveis.

Evolução a partir dos incomensuráveis: Teoria das proporções de Eudoxo.

Enquanto existe uma discussão para verificar a ocorrência ou não de uma crise dos fundamentos do pitagorismo, não resta dúvida que essa descoberta ocasionou uma cisão entre o tratamento das grandezas e o universo dos números de forma definitiva ou em termos mais atuais a separação entre aritmética e geometria, assim aconteceu com o problema dos incomensuráveis o que geralmente acontece na matemática: motivação para descobertas interessantes e novos desenvolvimentos.

A existência de grandezas incomensuráveis demandava uma teoria de razões e proporções que fosse além da igualdade de números, uma vez que esta não era suficiente para explicar os fatos envolvendo incomensuráveis, já que a razão de incomensuráveis não podia estar associada a razão de suas medidas.

Nos Elementos de Euclides encontramos uma teoria das proporções devida ao platônico Eudoxo que sobrepunha a ideia de razão de números pela razão de grandezas e desatando o nó de dificuldades no tratamento dos incomensuráveis. Na verdade, encontramos várias definições de razão nos Elementos de Euclides e isso se deve principalmente ao fato de esse tratado estabelece a estrutura lógico dedutivo mínima (ao ver de Euclides) da geometria plana (livros I a VI), espacial (livros XI a XIII) e teoria dos números (livros VII a IX), sempre fazendo um tratamento separado dos números e das grandezas.

No livro VII (contexto aritmético) encontramos a definição a : b :: c : d (lê-se a está para b assim como c está para d) enunciado como segue: “as áreas dos retângulos ad e bc se equivalem” o que escrevemos em notação atual como

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ab=cd$$

Porém essa definição vale apenas para segmentos comensuráveis. No livro encontramos um conjunto de quatro definições que dão fundamento a teoria das proporções de Eudoxo. A primeira estabelece razão como relação de tamanho de duas grandezas do mesmo tipo, isto faz referência a homogeneidade das grandezas, já que no contexto grego, o manejo de segmentos de reta se dava somente entre segmentos de reta, áreas entre áreas e assim por diante de modo que a natureza das grandezas deve ser observada. A segunda diz que duas grandezas possuem uma mesma razão entre elas se podem ultrapassar-se mutuamente quando multiplicadas o que equivale em nossa notação a $\exists m, n \in Z$, tais que $ma > nb$, assim fica estabelecido um critério operatório para determinar se duas grandezas possuem uma razão. A terceira definição traz um critério para comparar duas razões entre grandezas. Em linguagem atual, traduz-se como: as grandezas homogêneas a, b, c, d são proporcionais, se e somente se, para todo par de inteiros positivos m e n temos um dos casos abaixo:

$$\text{se } ma < nb, \text{ então } mc < nd$$
$$\text{se } ma = nb, \text{ então } mc = nd$$
$$\text{se } ma > nb, \text{ então } mc > nd$$

Esta definição nos diz que um conjunto de grandezas está em proporção quando a primeira e a terceira são expandidas ou contraídas pelos mesmos inteiros da mesma forma que a segunda e a quarta. Vejamos um exemplo: tomando $a=1$, $b=\sqrt{2}$, $c=1$ e $d=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Ao multiplicar a e a por 7 e b e d por 5 observamos que $7a<5b$ assim como $7c<5d$. Se procedemos analogamente utilizando os inteiros 2 e 3, percebemos que $2b<3a$, bem como $2d<3c$.

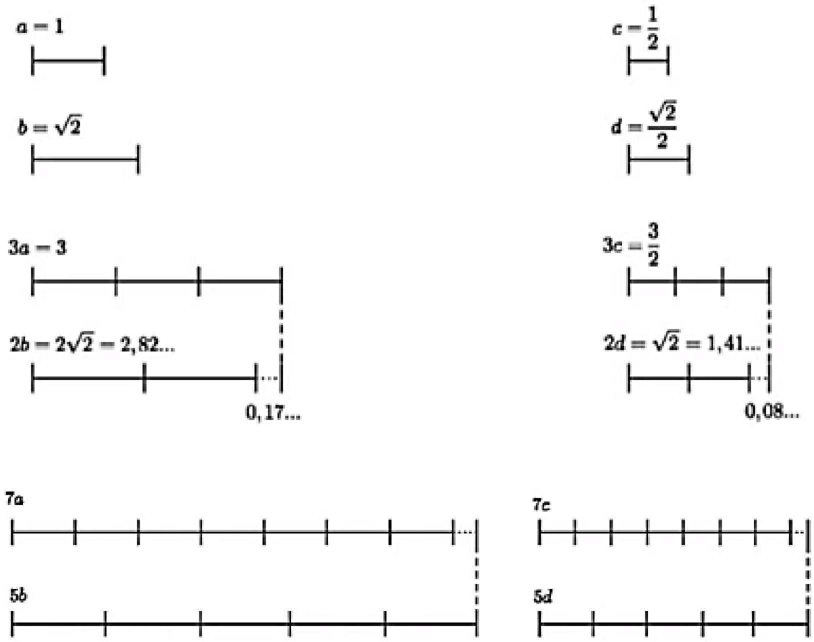


Figura 6: Ilustração da definição de proporção de Eudoxo
Fonte: Roque (2015).

Assim Eudoxo introduziu uma noção de razão de grandezas puramente geométrica e distinta da razão entre números, de modo que a segunda é um caso particular da primeira (sempre que as grandezas forem comensuráveis). Por fim na última definição é estabelecido que grandezas que estão na mesma razão são chamadas proporcionais.

Roque e Carvalho (2012), apontam que alguns historiadores acreditam que a definição eudoxiana de proporção teria inspirado Dedekind a elaborar a teoria dos cortes. De fato, podemos observar que a definição de Eudoxo produz um corte de racionais, mas não há registros de que Dedekind tenha obtido seus resultados a partir de Eudoxo. Reescrevendo os itens I e III da ideia de Eudoxo, segundo uma interpretação moderna, podemos vislumbrar conexões entre Eudoxo e Dedekind.

Sejam m e n inteiros e $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ em que a,b,c e d são números quaisquer, temos:

$$I\ \frac{a}{b}=\frac{c}{d}\ II\ \frac{a}{b}>\frac{n}{m}e\frac{c}{d}>\frac{n}{m}\ III\ \frac{a}{b}<\frac{n}{m}e\frac{a}{b}<\frac{n}{m}$$

Por II entendemos que existem infinitos racionais $\frac{n}{m}$ simultaneamente a esquerda de $\frac{a}{b}$ e de $\frac{c}{d}$ e por III pensamos nos racionais $\frac{n}{m}$ a direita de $\frac{a}{b}$ e de $\frac{c}{d}$.

Pela proporcionalidade de $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ de sabemos que não há qualquer racional entre os dois o que nos leva a concluir que a b produz um corte que é único e serve para Dedekind definir os números reais, o que seria feito cerca de 2000 anos depois.

Considerações Finais

Diante de uma conexão tão duvidosa entre a filosofia pitagórica e a descoberta da incomensurabilidade, colocamos em xeque o vislumbre das grandezas incomensuráveis no seio do pitagorismo. Não há sequer certeza da relação entre o Teorema de Pitágoras e a descoberta dos irracionais visto que os babilônios e chineses conheciam o Teorema, mas não chegaram nos irracionais. O mais palpável é que na Grécia tenha ocorrido o mesmo e a incomensurabilidade tenha sido abordada primordialmente como um problema da Geometria livre sem essa carga filosófica que lhe atribuem, já que o grau de sofisticação deste tema não permitiria surpreender ninguém que não fosse suficientemente instruído em matemática.

Muito provavelmente tenhamos sustentado a visão a favor da versão “descoberta dentro da aritmética pitagórica" baseado no espanto que nós, fruto de uma matemática mais recente, sentimos com a existência de grandezas incomensuráveis que é absolutamente contraintuitiva: como não imaginar que duas grandezas físicas sempre terão uma unidade em comum? De modo que a crise dos incomensuráveis é muito mais um processo anacrônico da historiografia que se deu quando os intérpretes fizeram a leitura dos personagens e fatos históricos não nos termos destes, mas nos seus próprios.

Referências

ALMEIDA, E. G. **Onde estão os números irracionais?** 2020. 163p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana - BA, 2020.

EVES, H. **Introdução a história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 3ª edição. Campinas, SP. Editora da UNICAMP, 2004. 844p.

GONÇALVES, C. H. B.; POSSANI, C. **Revisitando a descoberta dos incomensuráveis na Grécia Antiga**. Matemática universitária. v.47, p.16- 24, 2009.

ROQUE, T. CARVALHO, J. B. P. de. **Tópicos de história da Matemática**. 1ª edição. Rio de Janeiro: Sociedade brasileira de Matemática, 2012.

WAYNE, C. B.; COLOMB, G. G.; WILLIAMS, J. M. **A arte da pesquisa**. Tradução de Henrique A. Rego Monteiro. 2ª edição. São Paulo: Martins Fontes, 2008. 351 p.

CAPÍTULO 5

O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: REFLEXÕES SOBRE CURRÍCULO, FORMAÇÃO DOCENTE E ELABORAÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO DE APOIO

Francisco Cleuton de Araújo

CAPÍTULO 5
O ENSINO DE MATEMÁTICA NOS ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: REFLEXÕES SOBRE CURRÍCULO, FORMAÇÃO DOCENTE E ELABORAÇÃO DE MATERIAL DIDÁTICO DE APOIO

Francisco Cleuton de Araújo

O ensino de Matemática tradicional, que privilegia a memorização acrítica, a repetição e o excesso de fórmulas prontas, ainda é bastante forte e enraizado nas escolas brasileiras.

Parte da problemática reside na questão da padronização curricular, caracterizada pela transmissão de conteúdos de maneira mecânica e autoritária. Inibindo-se, com isso, o potencial criativo de educandos e educadores. Sabe-se que determinados centros de poder exercem uma ingerência e manipulam as atividades em sala de aula (FREIRE; SHOR, 2008).

Em tempos em que o obscurantismo se difunde amplamente em diversos países, torna-se ainda mais necessário um combate justo em defesa da difusão do pensamento científico. Neste sentido, o currículo escolar deve apontar para o desenvolvimento de potencialidades, para o enriquecimento das necessidades culturais e para promoção da liberdade (DUARTE, 2018).

Também consideramos que os professores que ensinam Matemática não podem ficar alheios aos intensos debates que se insurgem da diversidade cultural. Haja vista que “não há educação que não esteja imersa nos processos culturais do contexto em que se situa” (CANDAU, 2008, p.13). São candentes, por exemplo, as discussões referentes à raça, etnia, sexualidade e gênero.

Para além disso, em relação à Matemática e o seu ensino, o currículo atual mostra-se “obsoleto, desinteressante e pouco útil” (D’AMBROSIO, 2005, p. 99).

D’Ambrosio (2009) concebe a Matemática como estratégia humana, desenvolvida ao longo da história, que permite explicar, entender, manejar e conviver com a realidade perceptível e com o imaginário, dentro de um determinado contexto natural e cultural.

A Matemática é parte importante da herança cultural da humanidade, assim como as ciências e as artes. E para assegurarmos uma educação que promova vida plena ao educando, no sentido do desenvolvimento das potencialidades humanas, faz-se necessário a apropriação dessa herança cultural (FOSSA, 2020).

Entendemos que uma boa formação do professor que ensina Matemática tende a favorecer o ensino-aprendizagem de conteúdos matemáticos. Nesta perspectiva, é necessário que o professor tenha acesso a uma formação sólida que não se limite aos conteúdos estritamente matemáticos. Saber refletir criticamente sobre o contexto social e cultural no qual está inserido é fundamental. Cabe ressaltar que a formação docente deve ser contínua e continuada.

Este trabalho justifica-se pela trajetória profissional do autor, vinculado à sala de aula dos anos finais do Ensino Fundamental na rede municipal de Fortaleza/CE. De nossa vivência docente emerge a necessidade de aprofundar a investigação sobre dificuldades e possibilidades de transformação.

Pretendemos estudar, esmeradamente, as temáticas do currículo escolar e da formação docente, buscando compreender as múltiplas relações entre estes temas e o ensino de Matemática. E, para além disso, intervir na realidade concreta buscando contribuir com a formação crítica e reflexiva dos sujeitos.

À luz da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), pretende-se desenvolver um material didático envolvendo conteúdos matemáticos em formato textual (livro). Tal material didático de apoio será composto por um banco de atividades, voltado para professores que ensinam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental.

A BNCC é um documento de cunho normativo, que estabelece aprendizagens essenciais que todo estudante deve desenvolver ao longo da educação básica (BRASIL, 2018). Em relação ao material didático de apoio que pretendemos construir, podemos dizer que se trata de um conjunto de atividades autorais, envolvendo uma série de habilidades distintas, que se relacionam com objetos de conhecimento organizados dentro das unidades temáticas, presentes na BNCC.

Diante das inquietações aqui levantadas, buscaremos responder ao seguinte questionamento: qual o impacto da formação docente crítica e reflexiva, aliada a material didático de apoio, no ensino de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental no contexto da rede pública municipal de Fortaleza/CE?

Em busca de superar práticas do ensino tradicional, que reduzem as potencialidades de educandos e educadores, esta pesquisa se propõe a contribuir com a melhoria do ensino na perspectiva de formar indivíduos críticos, reflexivos e atuantes na transformação da vida social. Sob esta ótica, esperamos que os resultados desta pesquisa possam se efetivar em orientações que apontem para a superação de dificuldades no ensino de Matemática.

Fundamentação Teórica

Grosso modo, podemos dizer que as escolas são utilizadas para determinadas finalidades hegemônicas, no sentido de transmitir valores e tendências culturais e econômicas que, supostamente, seriam compartilhados por todas as pessoas. Em paralelo a isso, permite-se que apenas um número pequeno de estudantes possa ascender aos níveis mais elevados de ensino (APPLE, 1982).

De nossa parte, consideramos fundamental a defesa de uma educação inclusiva, que reflita valores éticos e relações solidárias. Neste sentido, acreditamos que mais do que simplesmente “seguir o currículo” padronizado, devemos refletir e elaborar criticamente, pontuando, dialeticamente, os conflitos e contradições existentes na esfera social.

Entendemos que as finalidades educativas refletem um determinado contexto social, marcado por relações de poder entre grupos e organizações sociais que travam uma batalha em torno de interesses econômicos, políticos e ideológicos. Originam-se, deste modo, da correlação de forças que envolve sistemas de valores, ideologias, tradições, interesses particulares e de grupos. Evidenciando-se que não há neutralidade nesta questão. E que expectativas e valores sobre objetivos formativos, assim como as políticas para os sistemas de educação e a estrutura e conteúdo do currículo são diretamente influenciados por este contexto social e ideológico (LIBÂNEO, 2019).

Desta maneira, o currículo escolar deve ser caracterizado não como um ente abstrato, que guarda certa neutralidade intrínseca dentro da sociedade, e sim como o resultado do enfrentamento político e ideológico entre os diversos atores sociais.

Para Sacristán e Pérez Gomez (1998), existem diversas concepções de currículo que refletem os contextos em que estes foram elaborados e as opções tomadas na construção deste conceito.

Queremos mencionar alguns estudos importantes que irão nos embasar: Apple (2002); D’Ambrosio (2012); Sacristán (2000); Sacristán (2013); Saviani (2011); Saviani (2012); Silva e Moreira (1994).

No que diz respeito à formação docente, concordamos que “a formação nunca está pronta e acabada, é um processo que continua ao longo da vida” (NÓVOA, 2019, p. 9).

Historicamente, o país perde uma oportunidade importante para enfrentar problemas que envolvem a formação docente no cenário de criação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (1996). Neste sentido, esperanças foram frustradas (SAVIANI, 2005).

De maneira mais geral, revela-se uma precariedade das ações formativas no país ao longo do tempo, que não conseguiram estabelecer padrões mínimos consistentes de preparação docente para fazer frente aos problemas da educação (SAVIANI, 2009).

Por sua vez, a questão da formação docente não deve ser encarada de maneira separada das condições de trabalho do professor e da jornada de trabalho. Condições precárias dificultam a ação docente e a boa formação, atuando como desestímulo na busca por formação e no desempenho nos estudos. Em um aspecto geral, faz-se necessário conciliar formação sólida e condições de trabalho adequadas (SAVIANI, 2009).

No que concerne à formação docente, podemos destacar os seguintes trabalhos: Lorenzato (2006); Fiorentini (2003); Fiorentini, Nacarato e Pinto (1999); Freire (1996); Tardif (2002).

Quanto à orientação teórica, acreditamos que um bom caminho que podemos percorrer seria a abordagem sociocultural de educação matemática proposta pela Teoria da Objetivação.

Nesta abordagem, observamos a necessidade de criar, dialeticamente, sujeitos capazes de refletir, de maneira crítica e ética, práticas matemáticas. E onde as atenções não se concentram apenas na dimensão do conhecimento matemático, mas também na dimensão do sujeito (RADFORD, 2020).

Distinguindo-se tanto da perspectiva do ensino tradicional (aluno receptor) quanto do construtivismo (aluno construtor do seu saber), a Teoria da Objetivação apresenta como elemento fundamental a produção do saber historicamente construído a partir do trabalho em conjunto de professores e estudantes. Busca recuperar a atividade em sala de aula como forma não-alienante. Não há passividade do sujeito, tampouco construção individualista do saber. O professor não é um mero executor do currículo. Os indivíduos trabalham juntos (RADFORD, 2017).

Por seu turno, diversas pesquisas vêm demonstrando a efetividade do uso da metodologia Sequência Fedathi como suporte à formação docente, podemos destacar: Borges Neto *et al.* (2013); Felício (2020); Santana (2004); Santos (2017).

Para Silva *et al.* (2014), a metodologia Sequência Fedathi serviu para nortear o trabalho docente, contribuindo de maneira positiva em relação à mudança de postura, de transmissor de conhecimentos para um sujeito que passa a ter ações reflexivas dentro do processo de ensino. Observou-se que o docente, dentro da abordagem tradicional, restringe-se à exposição e transmissão de conteúdos. Enquanto que na metodologia Sequência Fedathi, o docente reflete acerca de sua própria prática, em um processo ininterrupto de ação e reflexão.

Dentro da Sequência Fedathi, o estudante é instigado a seguir os passos de um matemático diante de um problema. Ou seja, abordar os dados do problema, experimentar diversos caminhos que podem levar à solução, testar os resultados para verificar se houve erro, eventualmente corrigir-se e montar um modelo. A metodologia Sequência Fedathi possui quatro etapas: tomada de posição, maturação, solução e prova (SOUZA, 2013).

Souza (2013, p. 38) considera que a metodologia “Sequência Fedathi busca diferenciar-se positivamente em relação ao ensino tradicional, valorizando igualmente as ações do professor e do aluno durante o ensino”.

Desta forma, compreendemos que docentes e discentes buscam se envolver ativamente na aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Deslocando-se de uma abordagem com ênfase na exposição para um modelo que prima pelo engajamento.

Em recente estudo envolvendo professores pedagogos e estudantes de Pedagogia, a partir de uma perspectiva crítico-reflexiva de formação e de ensino, observou-se que elementos da Teoria da Objetivação e da metodologia Sequência Fedathi se mostraram possíveis à formação docente e podem se refletir na aprendizagem de conteúdos matemáticos (MATOS; SANTOS, 2020).

Ainda segundo as autoras, o currículo não deve incluir apenas os conteúdos, mas também a cultura social dos indivíduos e a práxis docente deve possibilitar a construção de saberes desalienantes, em consonância com uma educação não mercadológica (MATOS; SANTOS, 2020).

Tanto na Teoria da Objetivação quanto na metodologia Sequência Fedathi, observamos elementos importantes que atuam no sentido de reduzir problemas do ensino de Matemática. Obviamente, não há solução fácil para uma problemática tão complexa. Mas acreditamos que esta pesquisa pode contribuir positivamente com elementos teóricos e práticos nesta questão, mesmo no limite de um estudo de caso.

Concordamos com as reflexões de Fiorentini (2008), quando afirma que os saberes, assim como as maneiras de se ensinar e de aprender, tradicionalmente promovidos nas escolas, se mostram obsoletos e desinteressantes para os estudantes. E o professor é constantemente desafiado a se atualizar e promover maneiras de ensinar distintas daquelas de sua escolarização e de sua formação.

Metodologia

Nossa pesquisa terá caráter empírico. Temos como proposta realizar oficinas de formação envolvendo professores da rede municipal de Fortaleza/CE que ensinam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. Tendo em vista auxiliar o docente na construção de sessões didáticas (aulas) envolvendo unidades temáticas da BNCC, amparando-se na Teoria da Objetivação e na metodologia Sequência Fedathi.

Nos propomos realizar observações por cerca de 8 meses, avaliando continuamente a questão do impacto da formação docente do tipo crítica e reflexiva, apoiada por material de apoio específico, no ensino de Matemática. Nossa ideia é aplicarmos um questionário ao fim de cada encontro.

Trata-se de um estudo de caso, na acepção de “estudo profundo e exaustivo de um ou de poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento” (GIL, 2002, p. 54). Nossa abordagem será do tipo qualitativa, com disposição formativa e explicativa.

Esta pesquisa é também do tipo bibliográfica, desenvolvendo-se principalmente em torno de livros de referência e de artigos científicos.

Resultados Esperados

Nosso intuito é que este trabalho possa proporcionar o desenvolvimento de um material didático de apoio, que possa servir como suporte à formação docente do professor de Matemática que atua nos anos finais do Ensino Fundamental. Para além disso, privilegiamos uma perspectiva crítica de currículo e formação. Neste sentido, queremos fazer avançar o debate que envolve um conjunto de reflexões que permeiam a área de ensino da Matemática, particularmente, a Teoria da Objetivação e a metodologia Sequência Fedathi.

Considerações Finais

Acreditamos que esta pesquisa pode contribuir de forma relevante na questão do ensino-aprendizagem de Matemática, indo ao encontro de esforços científicos relevantes empreendidos em torno da temática do currículo, da formação docente e do uso de recurso didático de apoio ao ensino.

Referências

APPLE, M. W. A política do conhecimento oficial: faz sentido a ideia de um currículo nacional? In: MOREIRA, F. B.; SILVA, T. T. **Currículo, cultura e sociedade.** 7 ed. São Paulo: Cortez, 2002. p. 59-91.

APPLE, M. W. **Ideologia e currículo.** Tradução: Carlos Eduardo F. Carvalho. São Paulo: Brasiliense, 1982.

BOOTH, W.C; COLOMB, G. G.; WILLIAMS, J. M. **A arte da pesquisa.** Tradução: Henrique A. Rego Monteiro. São Paulo: Martins Fontes, 2008.

BORGES NETO, H.; LIMA, I. P.; ROCHA, E. M.; SANTOS, M. J. C.; VASCONCELOS, F. H. L. A Sequência Fedathi na elaboração de conceitos de Geometria na formação inicial do pedagogo. *In:* SOUSA, F. E. E.; VASCONCELOS, F. H. L.; BORGES NETO, H.; LIMA, I. P.; SANTOS, M. J. C.; ANDRADE, V. S. (Orgs.). **Sequência Fedathi:** uma proposta pedagógica para o ensino de ciências e matemática. Fortaleza: Edições UFC, 2013, p. 101-118. Disponível em: < >. Acesso em: 10 out. 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC.** Ministério da Educação. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: < >. Acesso em: 02 out. 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: < >. Acesso em: 10 out. 2021.

CANDAU, V. M. Multiculturalismo e educação: desafios para a prática pedagógica. In: CANDAU, V.M; MOREIRA, A. F. (Orgs). **Multiculturalismo:** diferenças culturais e práticas pedagógicas. 2ed. Petrópolis: Vozes, 2008.

D’AMBROSIO, U. **Educação matemática:** da teoria à prática. 17ª ed. São Paulo: Papirus, 2009.

D’AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 1, p. 99-120. São Paulo: 2005. Disponível em: < >. Acesso em: 06 out. 2021.

D’AMBROSIO, U. Priorizar História e Filosofia da Matemática na Educação. **Tópicos Educacionais**, v. 18, n.1-2, p. 159-175. Recife, jun./dez. 2012. Disponível em: < https://periodicos.ufpe.br/revistas/topicoseducacionais/article/download/22336/18536#:~:text=A%20conclus%C3%A3o%20%C3%A9%20priorizar%20um,que%20inclui%20hist%C3%B3ria%20e%20filosofia >. Acesso em: 06 out. 2021.

DUARTE, N. O Currículo em tempos de obscurantismo beligerante. **Revista Espaço do Currículo (online)**, v.11, n.2, p. 139-145. João Pessoa, mai./ago. 2018. Disponível em: < >. Acesso em: 07 out. 2021.

FELÍCIO, M. S. N. B.; MENEZES, D. B.; BORGES NETO, H. Formação fedathi generalizável: metodologia de formação de professores. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 19, p. 24–40, 2020. Disponível em: . Acesso em: 08 out. 2021.

FIORENTINI, D. A pesquisa e as práticas de formação de professores de Matemática em face das políticas públicas no Brasil. **Bolema**, Rio Claro, ano 21, n. 29, p. 43-70, 2008. Disponível em: < > . Acesso em: 10 out. 2021.

FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores de matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado de Letras, 2003.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A.; PINTO, R. Saberes da experiência docente em Matemática e educação continuada. **Quadrante**, 8, n. 1, p. 33–59, 1999. Disponível em: < >. Acesso em: 02 out. 2021.

FOSSA, J. A. Lectura de textos históricos en el aula. **Revista Paradigma**, v. XLI, n° extra 1; abril de 2020 / 116 – 132. Disponível em: < >. Acesso em: 25 set. 2021.

FREIRE, P; SHOR, I. **Medo e Ousadia:** o cotidiano do professor. Tradução: Adriana Lopez. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2008.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MATOS, F. C. C.; SANTOS, M. J. C. Proposta de formação docente crítico-reflexiva a partir da Teoria da Objetivação e da Metodologia Sequência Fedathi. *In:* GOBARA, S. T; RADFORD, L. (Org.). **Teoria da Objetivação:** fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática. 1ed.São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020, v. 1, p. 247-264.

NÓVOA, A. Os professores e a sua formação num tempo de metamorfose da escola. **Educação & Realidade**, v. 44, n. 3. Porto Alegre, 2019. Disponível em: < > Acesso em: 04 out. 2021.

LIBÂNEO, J. C. **Adeus professor, adeus professora? Novas exigências educacionais e profissão docente.** São Paulo: Cortez, 1998.

LIBÂNEO, J. C. Finalidades educativas escolares em disputa, currículo e didática. *In:* LIBÂNEO, J. C.; ECHALAR A. D. L. F.; SUANNO, M. V. R.; ROSA, S. V. L. (orgs.). **Em defesa do direito à educação escolar:** didática, currículo e políticas educacionais em debate. VII Edipe. Goiânia: Editora da UFG, 2019. Disponível em: < >. Acesso em: 28 set. 2021.

LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In:* LORENZATO, S. A. (Org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

RADFORD, L. A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. Tradução Vanessa Dias Moretti. *In:* MORETTI, V. D.; CEDRO, W. L. **Educação Matemática e a teoria histórico-cultural.** p. 229-261. Campinas: Mercado de Letras, 2017.

RADFORD, L. Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. *In:* GOBARA, S. T; RADFORD, L. (Org.). **Teoria da Objetivação:** fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática. 1ed.São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020, v. 1, p. 15-42.

SACRISTÁN, J. G.; PÉREZ GÓMEZ, A. I. **Compreender e transformar o ensino.** Tradução: Ernani F. Rosa. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo:** uma reflexão sobre a prática. Tradução: Ernani F. Rosa. 3. ed. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G. (Org.). **Saberes e incertezas sobre o currículo.** Tradução: Alexandre Salvaterra. Porto Alegre: Penso, 2013.

SANTANA, J. R.; BORGES NETO, H.; ROCHA, E. M. A Sequência Fedathi: uma proposta de mediação pedagógica no ensino de matemática. *In:* Encontro Nacional em Educação Matemática, 8, 15-18 jul. 2004, Recife (PE). **Anais.** Recife (PE): SBEM, 2004. Disponível em: < > Acesso em: 07 out. 2021.

SANTOS, M. J. C. A formação do professor de matemática: metodologia sequência fedathi (sf). **Revista Lusófona de Educação**, v. 38, n. 38, 2017. Disponível em: < >. Acesso em: 04 out. 2021.

SAVIANI, D. **Escola e democracia.** 42 ed. Campinas: Autores Associados, 2012.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação (online)**, vol.14, n. 40, p. 143-155, 2009. Disponível em: < > Acesso em: 04 out. 2021.

SAVIANI, D. História da Formação Docente no Brasil: três momentos decisivos. **Revista Educação (UFSM)**, Santa Maria, v. 30, n. 2, p. 11-26, 2005. Disponível em: < >. Acesso em: 02 out. 2021.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica:** primeiras aproximações. 11.ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2011.

SILVA, T. T; MOREIRA, A. F. (Orgs.). **Currículo, Cultura e Sociedade.** São Paulo: Cortez, 1994.

SILVA, M. A.; BORGES NETO, H.; SANTOS, M. J. C. Sequência Fedathi: uma proposta metodológica para a formação do professor. *In:* Encontro De Grupos de Pesquisa em Educação Matemática (E- GRUPEM), 12 dez. 2014, Fortaleza (CE). **Anais.** Fortaleza (CE): s.n., 2014. p. 70-74. Disponível em: < > Acesso em: 11 out. 2021.

SOUZA, M. J. A. Sequência Fedathi: apresentação e caracterização. *In:* SOUSA, F. E. E.; VASCONCELOS, F. H. L.; BORGES NETO, H.; LIMA, I. P.; SANTOS, M. J. C.; ANDRADE, V. S. (Orgs.). **Sequência Fedathi:** uma proposta para o ensino de matemática e ciências. Fortaleza: Edições UFC, 2013. p. 15-47. Disponível em: < >. Acesso em: 10 out. 2021.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional.** Petrópolis: Vozes, 2002.

CAPÍTULO 6

REFLEXÕES ACERCA DO PROMPTUARIO DE JOHN NAPIER (1550 - 1617) NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA

Pedro Henrique Sales Ribeiro
Gisele Pereira Oliveira

CAPITULO 6

REFLEXÕES ACERCA DO *PROMPTUARIO* DE JOHN NAPIER (1550 - 1617) NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA[36]

Pedro Henrique Sales Ribeiro

Gisele Pereira Oliveira

O ensino de matemática do século XXI, em especial nos anos iniciais do ensino fundamental, tem enfrentado diversas dificuldades, como a defasagem de alguns livros didáticos, por exemplo, e por conta disso, é recorrente a busca de professores por novos recursos didáticos que possam auxiliar no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Tendo em vista esta realidade, surgem-se diversas pesquisas que objetivam suprir tal necessidade. Particularmente, pode-se destacar aquelas pesquisas que utilizam a História da Matemática como uma potencial provedora de recursos que podem ser utilizados para um melhor ensino de matemática[37].

Dentre estas, encontra-se os estudos envolvendo a proposta de interface entre história e ensino de matemática[38], que visa a criação de um espaço de diálogo entre o educador matemático e o historiador da matemática, objetivando mapear as potencialidades didáticas para a construção do conhecimento matemático valendo-se, por exemplo, de tratados ou textos históricos.

Neste sentido, está interface pode ocorrer para propiciar uma formação inicial e continuada ao professor que ensina matemática, de forma que abranja questões de ordens histórica e epistemológica, possibilitando ao professor em formação, que compreenda os processos de construção dos conhecimentos e conceitos matemáticos que serão ensinados aos alunos da educação básica.

Desta forma, este estudo tem como objetivo apresentar algumas reflexões, baseadas na proposta de interface entre história e ensino de matemática, no que se refere a um dispositivo[39] do século XVII, denominado *Promptuario*, durante a formação de professores que ensinam matemática.

36 Esta pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, professora adjunta da UECE.
37 Sobre as pesquisas envolvendo História da Matemática e Ensino de Matemática, vide: Baroni e Nobre (1999).
38 Para mais informações sobre esta interface, vide: Saito e Dias (2013a, 2013b) e Saito (2016).
39 Neste contexto, entende-se dispositivo como um sinônimo para instrumento.

Assim, no decorrer desse capítulo, abordam-se questões contextuais do instrumento, sobretudo os aspectos da vida de John Napier, bem como os seus trabalhos matemáticos, e especialmente o tratado *Rabdologiae...*, que contém o instrumento *Promptuario*, foco do presente estudo. Além disso, são expostas as reflexões quanto a inserção do referido aparato na formação de professores.

John Napier e seus trabalhos

Nascido em 1550 na Escócia, John Napier foi um dos grandes colaboradores da matemática prática[40] deste país europeu, sendo responsável pela escrita de diversos tratados que apresentavam instrumentos matemáticos[41] para cálculos aritméticos e que abordavam conteúdos matemáticos, em especial, os logaritmos.

Filho de Nobres escoceses, Napier ingressou em 1563, aos 13 ou 14 anos, na universidade de St. Andrews, porém não se encontrou indícios de que ele concluiu seus estudos nesta instituição, já que segundo Rice, Gonzaléz - Velasco e Corrigan (2017, p. 12, tradução nossa),

> Se Napier tivesse permanecido em St. Andrews, seu nome apareceria na lista de Determinantes (Bacharel em Artes) de 1566 e de Mestre em Artes de 1568, mas não está entre eles e parece que apenas a base de sua educação foi desenvolvida em St. Andrews[42].

Por outro lado, após deixar a universidade, há relatos de que o escritor estudou fora de seu país, e que

> [...] passou vários anos na França, Países Baixos e Itália; aplicou-se intimamente ao estudo da matemática, e conjectura-se que adquiriu o gosto por esse ramo de aprendizagem durante sua residência no exterior, especialmente na Itália, onde naquela época havia muitos matemáticos de alta reputação. (GRANT, 1883, p. 35, tradução nossa)[43].

Não se sabe ao certo quando houve seu retorno para Escócia, mas “ele certamente estava em casa em 1571” (RICE, GONZÁLEZ-VELASCO, CORRIGAN, 2017, p. 12, tradução nossa). Já em 1608, devido a morte de seu pai, Napier assume o título de 8º

40 Para mais informações sobre Matemática Prática, vide: Cormack, Walton e Schuster (2017).
41 Segundo Saito (2015, p. 187), instrumentos matemáticos são aqueles dispositivos que “foram concebidos para medir aquilo que Aristóteles denominava ‘quantidade’ “.
42 Original lê-se: *If Napier had remained at St Andrews his name would appear in the list of Determinants (Bachelor of Arts) for 1566 and of Masters of Arts for 1568, but it is not amongst them and it seems that only the basis of his education was laid at St Andrews.*
43 Original lê-se: *[...] spent several years in France, the Low Countries, and Italy ; he applied himself closely to the study of mathematics, and it is conjectured that he gained a taste for that branch of learning during his residence abroad, especially in Italy, where at that time were many mathematicians of high repute.*

Laird[44] de Merchiston, e consequentemente o controle da Merchiston Tower, instalação na qual ele nasceu, e que foi de responsabilidade da família Napier por diversas gerações.

Após isto, o matemático escocês passou a dedicar-se para a escrita de tratados matemáticos, tendo publicado em 1614, o *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio...*, que tratava sobre a descrição dos logaritmos pensados pelo autor, que desenvolveu sua construção apenas em um tratado futuro, *o Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio...*, lançada dois anos após a sua morte, em 1619, sendo finalizada com a ajuda de um de seus filhos.

A última publicação do autor, denominada *De Arte Logistica* foi trazida a público mais de dois séculos após a sua morte, no ano de 1839, sendo um compilado de textos que abordam conteúdos matemáticos diversos, e que foram reunidos por seus descendentes, culminando na publicação deste tratado.

No ano de sua morte, em 1617, entre o período de publicação do *Descriptio* e do *Constructio*, Napier ainda publicou um outro texto, que não guardava relação com os logaritmos. Ele nomeou-o de *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas...*¸ e utilizou este tratado para levar ao conhecimento do público daquele período os seus instrumentos matemáticos para cálculos aritméticos.

O tratado *Rabdologiae....*

Tendo como nome completo "*Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes Promptuario, quibus acessit e arithmeticea localis liber unus"*, como visto em Napier (1617), ou em português, "Rabdologia, ou cálculo com barras em dois livros: com um apêndice do rapidíssimo Promptuario para multiplicação, ao qual é adicionado um livro de aritmética de localização", este tratado foi publicado em latim no ano de 1617, e expõe três instrumentos matemáticos para a realização de cálculos aritméticos.

Assim como informa o título, o primeiro destes dispositivos são as Barras de Calcular[45], as quais recebem um grande destaque do autor, uma vez que os dois primeiros livros que compõe o tratado são exclusivamente para abordar seu processo de construção, e principalmente suas diversas utilizações.

Existe ainda um terceiro livro de "aritmética de localização" que foi adicionado ao final, como dito no título. Neste excerto, Napier aborda a construção e utilização do

44 Na cultura escocesa, Laird foi o título concedido àqueles que eram donos de uma grande propriedade.
45 Para mais informações sobre as Barras de Calcular, vide Martins (2019).

Tabuleiro de Xadrez[46] para performar a aritmética de localização, sendo possível a realização de diversos cálculos aritméticos, como soma, multiplicação e extração de raízes.

Situado entre os dois livros mencionados anteriormente, e este último, existe um apêndice intermediário, que trata acerca do instrumento matemático *Promptuario*, tal dispositivo foi concebido por Napier com o objetivo de realizar multiplicações longas, de até dez ordens decimais, com a maior facilidade possível. Para isto, utiliza-se um conjunto de varetas verticais e horizontais, que devem ser sobrepostas para a realização dos cálculos. Tal artefato será o foco das discussões realizadas daqui em diante.

O instrumento *Promptuario*

Dentre os três instrumentos abordados no *Rabdologiae*, o *Promptuario* foi o último a ser desenvolvido pelo autor (NAPIER, 2017)[47], e embora sua utilização seja praticamente exclusiva para multiplicações, ele é, dentre os três, o dispositivo que permite a mais rápida realização desta operação.

Este artefato é composto por um conjunto (Figura 1), o qual contém dois subconjuntos de varetas e uma caixa. O primeiro subconjunto contém as varetas verticais, e o segundo, as horizontais. A caixa mencionada possui duas funções, a de armazenar tais varetas, e de guiar a disposição delas para o cálculo de multiplicações.

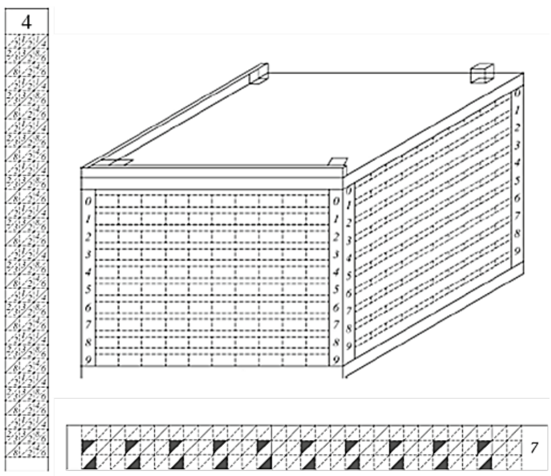


Figura 1: O Conjunto que compõem o *Promptuario*
Fonte: Napier (2017, p. 714, 715, 719).

46 Para mais informações sobre o Tabuleiro de Xadrez, vide Almeida (2020).
47 Por estarmos utilizando uma tradução em inglês publicada em 2017, o tratado será referenciado como (NAPIER, 2017).

A construção física[48] destas varetas é descrita pelo autor no primeiro capítulo do mencionado apêndice, sendo fabricadas de marfim ou qualquer outro material branco sólido (NAPIER, 2017). A quantidade deverá ser adequada a necessidade do usuário, para as multiplicações de até dez algarismos, é necessário 100 verticais e 100 horizontais.

As varetas verticais contêm os nove primeiros múltiplos naturais[49] de cada um dos dez primeiros algarismos, ou seja, há dez tipos distintos de varetas verticais, cada tipo contendo um algarismo de 0 a 9 em sua margem maior, e em cada um destes tipos de varetas, há os mencionados múltiplos do algarismo que se encontra na margem maior, conforme exemplos da Figura 2.

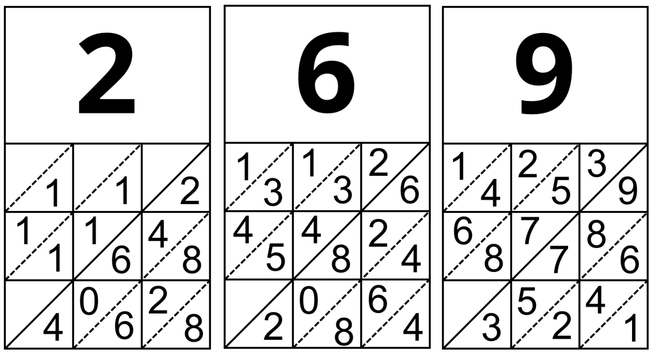


Figura 2: Exemplos de varetas verticais graduadas (Visualização parcial)
Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Portanto, das 100 varetas verticais citadas, existem dez conjuntos de varetas iguais, isto é, com a mesma inscrição na margem maior e consequentemente com a mesma graduação. Ou seja, há dez varetas com algarismo 0, dez com algarismo 1, dez com algarismo 2, e sucessivamente até o algarismo 9. Nesse sentido, o processo de graduação[50] se dá a partir das orientações do autor, sendo necessário que se inscreva os múltiplos do algarismo presente na margem maior.

No que se refere as horizontais (Figura 3), há esta mesma particularidade quanto a quantidade de varetas, dentre 100 produzidas pelo autor, existem os mesmos dez conjuntos, sendo dez com o algarismo 0, dez com o 1, e sucessivamente até o 9. Quanto a graduação das horizontais, deverá ser realizado perfurações nos locais pré-estabelecidos por Napier.

48 Sobre a construção física das varetas do *Promptuario*, vide Ribeiro, Cavalcante e Pereira (2020).
49 Estamos considerando que 0 não é um número natural, isto é, 1 é o menor elemento dos naturais.
50 Quanto ao processo de graduação, vide Ribeiro e Pereira (2021).

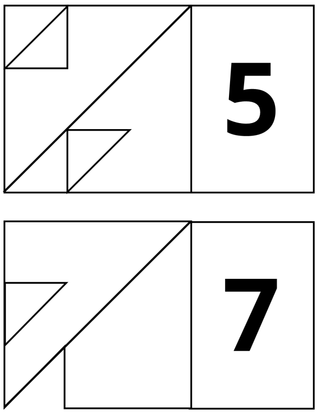


Figura 3: Exemplo de varetas horizontais graduadas (Visualização Parcial)
Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Estando ambos os tipos de varetas construídos e graduados, é possível realizar a operação de multiplicação, e para isso, se faz necessário a sobreposição destas varetas, sendo a horizontal sobre a vertical. Desta forma, as horizontais irão cobrir parte dos números presentes nas verticais, restando apenas alguns que ficarão visíveis pelas perfurações, como pode ser visto no exemplo apresentado na Figura 4.

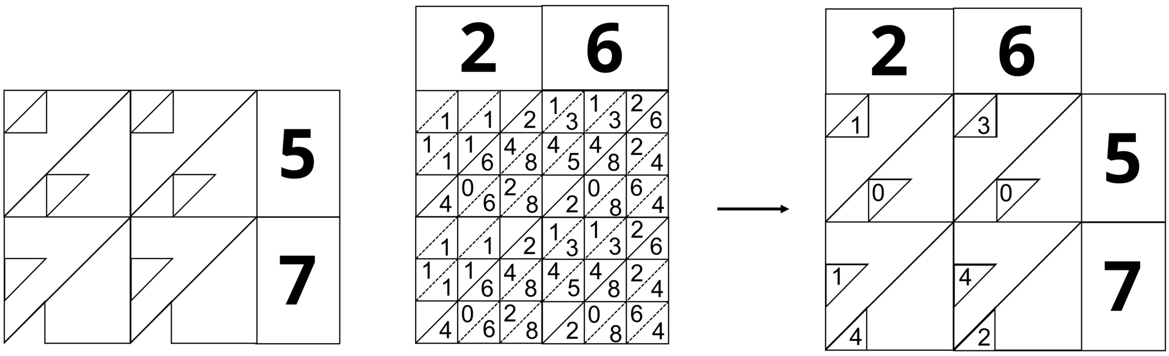


Figura 4: Processo de sobreposição das varetas (Visualização Parcial)
Fonte: Elaborado pelos autores (2021).

Estando assim dispostas, a operação de multiplicação já está realizada, restando apenas que sejam efetuadas somas em cada diagonal, iniciando no canto inferior direito, em direção ao canto superior esquerdo. Os resultados destas somas devem ser anotados abaixo da respectiva diagonal e lidos da direita para a esquerda, sendo este o produto final do cálculo de multiplicação realizado.

A partir dos procedimentos realizados, tanto na construção e graduação do *Promptuario*, quanto em sua utilização para os cálculos multiplicativos, percebe-se que esse dispositivo é potencialmente didático, podendo ser o foco do diálogo para a construção de uma interface entre história e ensino de matemática.

Reflexões quanto a adoção do *Promptuario na* formação de professores

Durante este estudo, tem-se feito referência não aos professores de matemática, mas sim aos professores que ensinam matemática, e tal distinção precisa ocorrer, uma vez que o conhecimento matemático de multiplicação incorporado no *Promptuario*, é ensinado desde os primeiros anos do ensino fundamental.

Ao examinar a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), viu-se que o conhecimento multiplicativo aparece pela primeira vez no 2° ano do ensino fundamental, na Unidade Temática “Números”, e tendo o objeto de conhecimento como “Problemas envolvendo adição de parcelas iguais (multiplicação)” (BRASIL, 2018, p. 282).

Embora trate de multiplicações, este objeto de conhecimento não é o mais adequado para as potencialidades didáticas[51] presentes no dispositivo, uma vez que, como visto anteriormente, o método de multiplicação empregado no instrumento não utiliza desta noção de multiplicação.

Já na matemática do 6º ano, a BNCC traz na mesma Unidade Temática de Números, o objeto de conhecimento “Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais” (BRASIL, 2018, p. 300), com a respectiva habilidade,

> (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos neles envolvidos com e sem uso de calculadora. (BRASIL, 2018, p. 301).

Nesta habilidade, a BNCC exibe uma concepção sobre o ensino de cálculos aritméticos que se mostra mais alinhada com o propósito de utilização do *Promptuario*, principalmente se levarmos em consideração as “estratégias variadas” que são mencionas pelo documento oficial.

Partindo desta perspectiva, a adoção de novas estratégias, como por exemplo, a mobilização de um dispositivo matemático histórico, se torna possível, e sobretudo, oferta-se a oportunidade de o instrumento adentrar na formação de professores que ensinam matemática.

Uma das possíveis formas deste recurso advindo da história da matemática ser inserido na formação de professores, é a partir de um diálogo centrado nas potencialidades do *Promptuario*, que envolva a figura do historiador da matemática, bem como a do educador matemático e a do professor que ensina matemática, configurando-se

51 Para mais informações sobre Potencialidades Didáticas, vide Saito (2016) e Pereira e Saito (2019).

uma interface, já que “procuramos buscar na história o movimento que faz o conhecimento matemático que mobiliza esses mesmos conteúdos, devidamente contextualizados no tempo e no espaço” (SAITO, 2016, p. 9).

Vale destacar que essa discussão já foi iniciada por Ribeiro e Pereira (2021), onde é apresentado o processo de graduação do instrumento, bem como o procedimento necessário para efetuar a operação de multiplicação, o qual “sugere uma forma diferente para a realização do cálculo, contrapondo com o algoritmo usado atualmente” (RIBEIRO; PEREIRA, 2021, p. 10).

A necessidade da adoção deste e de outros recursos, dá-se principalmente por conta das dúvidas em relação as operações realizadas com os naturais, que

> [...] podem ser associadas a pelo menos dois aspectos do processo de aprendizagem dos sistemas numéricos, os quais tendem a sobrepor-se. O primeiro aspecto [...] refere-se ao fato de que, do ponto de vista da aprendizagem escolar, a aritmética dos naturais é um tema complexo cuja apreensão, em níveis considerados satisfatórios, não se esgota no processo que se desenvolve ao longo das séries iniciais. Assim, o professor terá que lidar com dificuldades nesse tema que, muitas vezes, acompanham o aluno até as séries finais do ensino fundamental. O segundo aspecto refere-se ao processo, que se desenvolve no plano da estrutura cognitiva dos alunos, de acomodação do conhecimento novo e de construção de um estágio diferenciado de compreensão do conhecimento antigo (MOREIRA; DAVID, 2005, p. 53).

Especificamente quanto as dificuldades existentes na realização dos cálculos de multiplicação, em destaque, no que se refere ao conhecimento matemático, Azerêdo (2013, p. 130), identificou em sua pesquisa que algumas das tais dificuldades estão relacionadas à “aprendizagem do algoritmo e procedimentos de cálculo”.

Quanto os procedimentos de cálculo, é possível perceber que a incorporação do *Promptuario* na formação de professores que ensinam matemática, possibilitaria que estes docentes estivessem aptos a apresentar um método diferente de operar expressões multiplicativas aos seus alunos, e consequentemente, contribuir com o entendimento da multiplicação.

A aprendizagem do algoritmo também pode ser abordada a partir do processo de graduação do dispositivo, já que ele acontece com base nos primeiros múltiplos naturais, que podem ser encontrados utilizando o algoritmo convencional, ou a soma de parcelas iguais, comumente ensinada nos anos iniciais. Assim, no caso da adoção deste instrumento na formação de professores que ensinam matemática, é fundamental que seja explicitado o processo de graduação, já que ele também pode ser um recurso utilizado pelo professor dentro do contexto da educação básica.

Considerações Finais

Embora ainda pouco difundidas, as pesquisas abordando História da Matemática e Ensino de Matemática, particularmente por meio da construção de uma interface entre essas áreas, apresentam um potencial para o desenvolvimento de recursos didáticos a serem utilizados por professores.

Além disso, tem-se priorizado as formações iniciais e continuadas, a partir do entendimento que a proposta de interface pode contribuir para uma melhor formação dos professores que ensinam matemática, uma vez que possibilita que estes docentes entrem em contato com questões de ordem histórica, baseado na mobilização de instrumentos matemáticos, por exemplo, e questões de natureza epistemológica, com foco na construção do conhecimento matemático.

Neste estudo, propôs-se a adesão do dispositivo denominado *Promptuario*, como articulador central dos diálogos que devem ocorrer na interface, por entender-se que este instrumento possui potencialidades didáticas que devem ser exploradas, partindo de atividades que envolvam a formação dos professores que ensinam matemática, como em cursos de extensão universitária, que viabilizem os referidos diálogos.

Desta forma, é possível colaborar tanto na formação de futuros professores, quanto acrescentar ao repertório de recursos que os professores em exercício já dispõem, objetivando, em últimas instâncias, que haja um melhor ensino de matemática na educação básica.

Referências

ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. **A aritmética de localização de John Napier para a multiplicação**. Revista história da matemática para professores, v. 6, n. 2, p. 43 - 56, 31 dez. 2020.

AZERÊDO, M. A. de. **As representações semióticas de multiplicação**: um instrumento de mediação pedagógica. 2013. 279 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

BRASIL**. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: . Acesso em: 12 set. 2021.

BARONI, R. L. S.; NOBRE, S. **A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática**. In: BICUDO, M. A.(org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999.p. 129-136.

CORMACK, L. B.; WALTON, S. A.; SCHUSTER, J. A. (ed.). **Mathematical Practitioners and the Transformation of Natural Knowledge in Early Modern Europe**. Cham: Springer, 2017.

GRANT, J. **Old and New Edinburgh**: its history, its peopie, and its places. Londres: Cassell, Petter, Galpin & Co., 1883. Volume III.

MARTINS, E. B. **Conhecimentos Matemáticos Mobilizados na Manipulação das Barras de Calcular de Jonh Napier Descritas no Tratado Rabdologiae de 1617**. 2019. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Instituto Federal do Ceará, Fortaleza, 2019.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, [S.L.], n. 28, p. 50-61, abr. 2005. .

NAPIER, J. Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas: cum appendice de expeditíssimo Multiplicationes promptuario, quibus acessit e arithmeticea localis liber unus. In: RICE, Brian; GONZÁLEZ-VELASCO, Enrique; CORRIGAN, Alexander. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017. p. 652-749.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre história e ensino de matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, *[S. l.]*, v. 5, n. 14, p. 109–122, 2019. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.225.

RIBEIRO, P. H. S.; CAVALCANTE, D. S.; PEREIRA, A. C. C. O procedimento de construção das varetas do *Promptuario* de John Napier (1550-1617). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 21, p. 112–121, 2020.

RIBEIRO, P. H. S.; PEREIRA, A. C. C. O processo de graduação e uma utilização do promptuario para multiplicação. **Revista história da matemática para professores**, v. 7, n. 2, p. 1-11, 25 set. 2021.

RICE, B.; GONZÁLEZ-VELASCO, E.; CORRIGAN, A.. **The Life and Works of John Napier**. Cham: Springer, 2017.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 19, n. 1, p. 89-111, 2013a.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história e ensino de matemática: aspectos teóricos e metodológicos. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 7., 2013, Montevideo. **Actas del VII CIBEM**. Montevideo: [S.N.], 2013b. p. 7502-7509.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015. 259 p.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, [S.l.], v. 3, n. 1, ago. 2016. ISSN 2358-4122.

CAPÍTULO 7

O ENSINO DE GEOMETRIA PAUTADO NA MEDIÇÃO DE PROFUNDIDADE COM O BÁCULO DE PETRUS RAMUS EM UMA PRÁTICA UNIVERSITÁRIA

Francisco Hemerson Brito da Silva
Antonia Naiara de Sousa Batista

CAPITULO 7
O ENSINO DE GEOMETRIA PAUTADO NA MEDIÇÃO DE PROFUNDIDADE COM O BÁCULO DE PETRUS RAMUS EM UMA PRÁTICA UNIVERSITÁRIA[52]

Francisco Hemerson Brito da Silva
Antonia Naiara de Sousa Batista

O ensino de geometria no século XXI, tem sua orientação pautada no que se refere a sua abordagem em sala de aula e a produção dos livros didáticos, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com suas competências e habilidades (BRASIL, 2018). Todavia, o processo de ensino não se dá apenas pela escolha de um objeto de conhecimento, sendo ele a geometria, e uma habilidade de acordo com um determinado ano, mas se inicia a partir da formação do professor que passar a vivenciar novas experiências no campo do ensino, que aos poucos vai se constituindo com saberes necessários à sua prática.

Almouloud *et al.* (2004) e Ferner, Soares e Mariani (2020) apresentam em seus estudos experiências na Educação Básica e investigações nos cursos de licenciatura em matemática, respectivamente, em torno do ensino de geometria, de modo a destacar problemas na formação inicial, no que se refere a necessidade de preparar professores para realizar reflexões mais intensas na sua área de atuação e também as formações nos cursos de licenciatura serem mais voltadas para a parte metodológica e menos conteudistas.

Partindo disso, é que se percebe a necessidade de licenciandos e professores participarem de formações, de modo a conhecer alguns recursos ou estratégias que podem ser incorporados ao ensino de geometria, como uma forma de auxiliar nas dificuldades enfrentadas não só pelos alunos, mas também por eles mesmos, que cada vez mais precisam passar por preparação complementar nesse âmbito.

Dentre os diferentes recursos e estratégias existentes, pode-se destacar os documentos que advém do campo da história da matemática e que são caracterizados não apenas como livros e tratados, “mas também cartas, manuscritos, minutas e outros documentos não só escritos, mas também aqueles da cultura material, tais como instrumentos, monumentos, máquinas, etc.” (SAITO, 2015, p. 27). De acordo com Silva e Pereira (2021) tem-se também o “texto original” que é uma parte escrita desse documento.

52 Esta pesquisa é orientada pela Profa. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, professora adjunta da UECE.

Esse estudo apresenta um documento, sendo uma versão inglesa, intitulada de *Via regia ad geometriam*, publicada em 1636, escrito por Petrus Ramus (1515 - 1752), no qual a partir dele foi dado ênfase a um texto que trata de algumas situações de medição, em particular, a forma de medir a profundidade com o uso de seu báculo.

Assim, com vista a articular história e ensino de matemática pautamos esse estudo na construção de uma interface proposta por Saito e Dias (2013) que visa a construção de atividades a partir desses documentos para que se possa mobilizar ações sobre o material usado com vista a promover uma reflexão sobre o processo histórico do conhecimento matemático. Essa interface, leva em consideração dois movimentos o “contexto no qual os conhecimentos matemáticos foram desenvolvidos” e o “movimento do pensamento na formação do conceito matemático” discutidos por Pereira e Saito (2019a, 2019b), respectivamente.

Assim, essa pesquisa se caracteriza como qualitativa, pois vai de encontro com alguns pontos listados por Yin (2014), no que se relaciona a consideração de aspectos ligados a vida das pessoas e o contexto em condições reais na qual estão imersas, assim como suas opiniões e perspectivas mediante ao estudo realizado.

Nesse sentido, os dados coletados foram pautados em uma das atividades preparadas com base no texto de *Via regia ad geometriam* que foi aplicado em um curso na XXV Semana Universitária da UECE voltado para os futuros professores de matemática. Dessa forma, a pesquisa tem como objetivo, apresentar considerações a respeito dos conteúdos geométricos mobilizados a partir da situação de medição da profundidade, envolvendo o báculo de Petrus Ramus aplicada com discentes do curso de licenciatura em matemática.

Este capítulo se encontra dividido em cinco partes: a primeira sendo a introdução com a justificativa e o problema; o segundo, tratando sobre a perspectiva didática do báculo de Petrus Ramus na visão da interface entre história e ensino de matemática, tendo algumas informações complementares; o terceiro, a estrutura, o lócus e os participantes com a atividade desenvolvida; no quarto os conhecimentos matemáticos mobilizados e a relação com o ensino de geometria; e por fim as conclusões contendo reflexões sobre o estudo.

A inserção do báculo de Petrus Ramus na prática docente por meio da interface entre história e ensino de matemática

Para a construção de uma interface tanto os documentos históricos como os instrumentos contido neles, são extremamente importantes, pois através deles é possível levantar aspectos epistemológicos, matemáticos e históricos do período no qual estavam inseridos, de modo a descobrir os porquês de sua produção, qual a sua finalidade, entre outros elementos.

Saito (2015, p. 187) destaca que esses instrumentos por volta dos séculos XVI e XVII, eram denominados por matemáticos, pois “foram concebidos para medir aquilo que Aristóteles denominava “quantidades” (distâncias e ângulos)”. De acordo com Castillo e Saito (2016, p. 238) esses instrumentos “são construtores de conhecimento e revelam interessantes aspectos do saber matemático”. Por isso, os autores ressaltam o cuidado que se deve ter com eles, de modo a não os reduzir a meros instrumentos para se obter uma medida, pois revelam saberes peculiares de um período, inclusive do conhecimento matemático.

Diante disso, nesse estudo temos como instrumento matemático, o báculo de Petrus Ramus[53], destinado a medir comprimento, altura e largura, sendo bastante utilizado por praticantes de matemática no campo da agrimensura em meados dos séculos XVI e XVII. Esse processo era desenvolvido por meio de suas principais partes (visualizar Figura 1), no qual o usuário teria que se atentar ao manejo correto do instrumento para a obtenção da medida procurada.

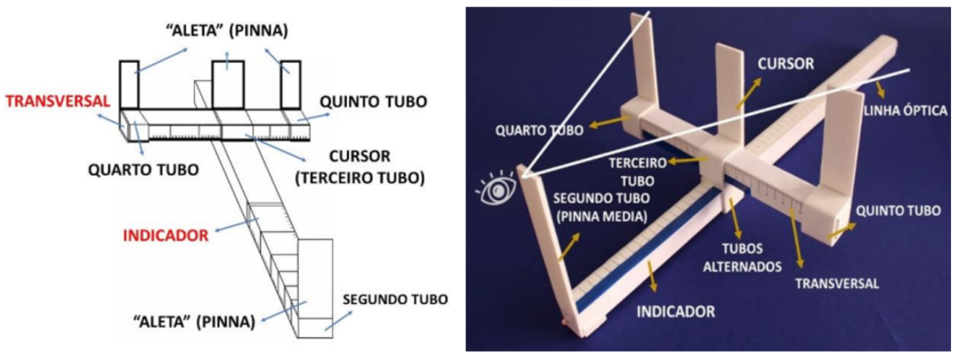


Figura 1: O báculo de Petrus Ramus e suas partes
Fonte: Pereira e Saito (2019a, p. 363).

Entre tantos componentes[54] ilustrados na Figura 1, o usuário deve se atentar para os elementos principais como o indicador, a transversal, o cursor, os tubos e as aletas, que

53 Para mais informações sobre esse instrumento, vide Pereira e Saito (2019a), bem como Silva (2021).
54 Para saber mais informações sobre tais componentes, verificar Silva (2021).

se relacionam para o funcionamento do instrumento. Destacamos que cada parte destacada tem a sua funcionalidade, de modo que são manuseadas em momentos estratégicos da medição. Em decorrência disso, Ramus (1636) particularizou 10 formas de medição com o seu báculo, tratadas como mais detalhes posteriormente.

A partir desses procedimentos de medição, temos que alguns elementos matemáticos estão incorporados com o intuito de validar a medida da grandeza a ser encontrada. Assim, para que algum usuário tenha condições de manusear o instrumento, necessita-se de conhecimentos prévios adquiridos, que podem ser de ordem material, matemática e prática, que perpassam pelo próprio objeto.

Nesse sentido, pensando em uma forma de dialogar com esses conhecimentos é que visamos a construção de uma proposta didático-pedagógica, orientada na interface entre história e ensino de matemática para aprimoramento do conteúdo matemático, explorado sob outra visão, além da maneira tradicional de ensino (SILVA, 2021; ALMEIDA; PEREIRA, 2020).

No entanto, para que tal ação possa se concretizar é preciso que um tratamento didático seja feito no texto histórico, preservando seus elementos primários do passado, sem descaracterizá-los, de modo a dialogar com o contexto (PEREIRA; SAITO, 2019a). Para isso, o educador matemático, enquanto pesquisador, se elucida da forma de apropriação do conhecimento do documento histórico, estando atento para fatores internos e externos que circulam pelo objeto da sua investigação.

Tais questões estão relacionadas diretamente como as três esferas de análise na interface[55] (contextual, histórica, epistemológica), que procuram particularizar, enfatizar e definir elementos distintos dentro da sua própria categoria, que estão presentes tanto no texto histórico, como no instrumento matemático (SILVA, 2020). Diante da visão que é constituída com cada esfera de análise, destacamos que ambas devem ser alinhadas para o que tratamento didático possa ser realizando dentro do texto histórico, de forma que nenhuma possa sobrepor a outra.

Assim sendo, como produto do tratamento, obtemos algumas atividades didáticas que permitem mobilizar os conhecimentos matemáticos incorporados nas situações de medição com o báculo de Petrus Ramus, orientados para a sala. Uma dessas foram exploradas em um curso para licenciandos em matemática da UECE, exposto a seguir.

55 Para mais informações, vide Silva (2020) e Silva (2021).

Estrutura do curso de extensão universitária e o desenvolvimento da prática

Diante da necessidade de aplicação das atividades elaboradas por meio do antigo instrumento báculo de Petrus Ramus, ministramos um curso na XXV Semana Universitária da UECE, com o intuito de explorar uma das situações de medição descritas por Ramus em seu documento, sendo especificadamente a medição de um tipo de altura, a profundidade. Tal vivência foi realizada no ano de 2020, durante o mês de novembro, sob o formato remoto em virtude da pandemia do COVID-19, tendo uma carga horária de 6h/a.

Esse formato de ministração do curso nos permitiu utilizar tecnologias como o *Google Meet* para promover o contato dos participantes com abordagens teóricas e práticas. Nesse sentido, tivemos a participação de 30 graduandos, dois docentes e uma coordenadora, que contaram como integrantes da vivência, contribuindo de formas diversificadas. A partir do estudo histórico desenvolvido por meio do báculo de Petrus Ramus, organizamos o conteúdo programado juntamente com os objetivos dos discentes e docentes, que contemplou a proposta de nossa experiência, como se pode ver no Quadro 1.

Quadro 1: Síntese da organização conteudista do curso

<table>
<tr><th>Unidades temáticas</th><th colspan="2">CURSO DE EXTENSÃO: Os conhecimentos matemáticos presentes na medição de profundidade com o báculo de Petrus Ramus</th><th>Carga horária</th></tr>
<tr><th>MÓDULO 1:</th><th colspan="2">Objetivos para os discentes</th><th>h/a</th></tr>
<tr><td rowspan="7">Petrus Ramus e o documento Via regia ad geometriam (1636)</td><td colspan="2">Compreender a importância de Petrus Ramus para a matemática dos séculos XVI e XVII.</td><td rowspan="7">2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Reconhecer a obra Via regia ad geometriam como parte integrante do diálogo entre as geometrias teórica e prática nos séculos XVI e XVII.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Objetivos dos docentes</th></tr>
<tr><td colspan="2">Apresentar aos participantes o documento que será estudado, assim como seu autor e sua importância para a disseminação da geometria prática dos séculos XVI e XVII.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Atividades desenvolvidas</th></tr>
<tr><td>Videoconferência</td><td>Questionário</td></tr>
<tr></tr>
<tr><th>MÓDULO 2:</th><th colspan="2">Objetivos para os discentes</th><th>h/a</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Conhecendo o báculo de Petrus Ramus</td><td colspan="2">Conhecer o báculo de Petrus Ramus a partir da descrição de suas partes contidas no Via regia ad geometriam - The Way To Geometry (1636).</td><td rowspan="5">2</td></tr>
<tr><th colspan="2">Objetivos dos docentes</th></tr>
<tr><td colspan="2">Fazer com que os participantes conheçam e visualizem o báculo de Petrus Ramus, a partir de uma situação problema.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Atividades desenvolvidas</th></tr>
<tr><td>Videoconferência</td><td>Relatório</td></tr>
<tr><th>MÓDULO 3:</th><th colspan="2">Objetivos para os discentes</th><th>h/a</th></tr>
<tr><td rowspan="3">Estudo da medição de profundidad e com o</td><td colspan="2">Explorar a situação de medição de modo a identificar a matemática nela presente.</td><td rowspan="3">2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Compreender uma aplicação do báculo a partir das instruções fornecidas por Petrus Ramus.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Objetivos dos docentes</th></tr>
</table>

báculo	Estimular os participantes a explorarem, formularem e expressarem os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do báculo.			
	Elencar as possíveis potencialidades didáticas que envolve a situação de uso do báculo.			
	Atividades desenvolvidas			
	Videoconferência	Relatório	Questionário	

Fonte: Elaborado pelos autores.

Observando o que foi destacado no Quadro 1, a primeira unidade temática deu ênfase a elementos contextuais referentes ao autor Petrus Ramus e seu documento histórico *Via regia ad geometriam*, publicado e traduzido para a versão inglesa no ano de 1636, por William Bedwell. Nesse momento, procuramos esclarecer as razões que levaram Ramus a escrever seu documento, bem como a produção para a versão do seu báculo para orientações práticas, instrumento esse que integra a variedade de instrumentos matemáticos disseminados na Idade Moderna.

Na segunda unidade temática, priorizamos apresentar o báculo de Petrus Ramus, juntamente com as suas peças, conforme as descrições presentes no tratado, visando localizar os participantes sobre essas orientações para o entendimento da função de cada peça do instrumento, direcionando-as em sua forma de medir.

Por fim, no último momento, exploramos os assuntos provenientes da terceira unidade temática, que abordou as condições iniciais de uso do báculo de Petrus Ramus, bem como a situação de medição de profundidade com o instrumento. Nessa etapa, os cursistas tiveram o contato com o excerto adaptado do texto histórico, culminando na discussão dos elementos do texto, junto a atividade proposta.

Enfatizamos que em cada momento da nossa experiência, obtemos produtos distintos que foram organizados como material de coleta para a pesquisa. Entre esses, tivemos a entrega de relatórios e questionários, bem como a videoconferência ofertada durante os três de ministração do curso de extensão universitária.

Assim sendo, em relação a atividade que foi desenvolvida e escolhida para esse escrito, salientamos que ela teve sua exploração no último dia da vivência, no qual os alunos tiveram contato com o texto histórico adaptado e com isso foram desencadeando as primeiras noções sobre a situação. Destacamos que no meio virtual no qual a experiência foi desenvolvida, não se foi possível realizar uma medição concreta com o báculo de Petrus Ramus, visando medir a profundidade. Desse modo, realizamos junto com os participantes uma discussão, pautada nas orientações postas por Ramus no documento histórico sobre tal assunto.

A partir disso, a atividade utilizada foi construída em formato com perguntas direcionadas a situação de medição de profundidade. Nela, os cursistas puderam colocar as impressões preliminares acerca do que é descrito no texto histórico, podendo relacionar os conhecimentos matemáticos incorporados com propostas para a sala de aula na educação básica. Para a solidificação dessas concepções, uma discussão foi realizada no último dia do curso, de modo a dar espaço para as manifestações sobre os aspectos da atividade.

A geometria mobilizada com a situação de medição envolvendo o báculo de Petrus Ramus para o ensino de conceitos matemáticos

A experiência vivenciada no curso de extensão universitária, explorou em seu tempo de ministração, apenas o estudo da medição de profundidade com os participantes ativos. Esse tipo de abordagem foi utilizado em razão do curso ter sido realizado de maneira remota, impedindo os integrantes de mobilizarem fisicamente o instrumento e a situação, visto que se precisa de um grupo seleto para poder medir alguma grandeza literal com o báculo de Petrus Ramus.

A situação de medição de profundidade é descrita como a segunda forma de medir altura com o uso do báculo de Petrus Ramus. Nesse sentido, para que o valor da grandeza a ser medida seja encontrado, o usuário deve posicionar o instrumento corretamente, respeitando as principais condições de manuseio e as orientações particulares da forma de medição, conforme mostra a Figura 2 (SILVA; PEREIRA, 2020).

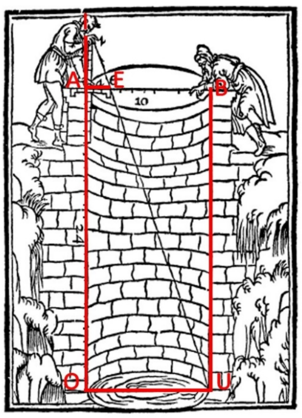


Figura 2: A medição de profundidade com o báculo de Petrus Ramus
Fonte: Adaptado de Ramus (1636, p. 125).

Diante disso, Ramus (1636, p.124 - 125, tradução nossa) descreve o enunciado da proposição de medição da seguinte forma: “se a visão, a partir do início do Indicador, estiver paralela à altura, [então], assim como o segmento da transversal está para o segmento do Indicador, assim o comprimento dado estará para a altura procurada”[56]. Nessa perspectiva, para entender a dinâmica da situação de medição é preciso relacionar o que é ilustrado na Figura 2 com o que destacado na orientação da proposição.

A situação de medição indica inicialmente como os componentes do báculo de Petrus Ramus devem estar ajustadas diante da grandeza que se quer mensurar, em nosso caso, a profundidade de um poço. Se essas orientações forem respeitadas, então a relação destacada é válida para as seguintes grandezas, tais como o segmento da Transversal ($\acute{A}E$), segmento do Indicador ($\acute{I}A$), comprimento do diâmetro do poço ($\acute{O}U$) e a altura procurada ($\acute{A}O$), relevantes dentro do procedimento de medição.

Sabendo disso, os participantes ao tomarem noção sobre as condições apresentadas a respeito da medição de profundidade, iniciou-se um processo de questionamentos sobre como esse tipo de manuseio do instrumento poderia ser articulada ao ensino de geometria. Nessa fase, enfatizamos que muitas potencialidades didáticas desse recurso material emergiram, incitando os cursistas a pensarem em outras propostas utilizando o mesmo.

Essas questões passaram a ser visíveis no período em que foi destinado para as discussões promovidas pelos mediadores do curso de extensão. Além disso, tomamos como parâmetro, a última atividade desenvolvida que se relacionada diretamente com a medição de profundidade. Esses elementos se complementaram na análise dos dados e com isso, nos ajudou a entender uma posição dos integrantes da vivência em relação ao recurso didático explorado.

Assim sendo, com os conhecimentos matemáticos que foram identificados, conseguimos sintetizá-los e relacioná-los com algumas abordagens que podem ser empregadas no ensino da geometria. Dessa forma, destacamos de maneira sequenciada os conteúdos geométricos iniciais até aqueles pertencentes a um patamar mais balanceado de informações[57].

Entre esses, temos os entes básicos da geometria que se relacionam como os conceitos primitivos como os ponto, reta e plano, ao desenvolver o esquema matemático para o desenho da formação dos triângulos semelhantes. Tais conhecimentos podem ser

56 No original: “*If the sight be from the beginning of the Index parallell to the height, as the segment of the transome is, unto the segment of the index, so shall the length given be, unto the height sought*” (RAMUS, 1636, p. 124-125).
57 Para uma melhor compreensão das relações indicadas, visite periodicamente a ilustração da Figura 2.

mobilizados em seu momento de apropriação do conteúdo, onde esses elementos podem ser encarados de maneira visual, tendo algum significado.

Ademais, conhecimentos como a semelhança de triângulos, a razão e a proporção de medidas, foram destacados diante da ilustração colocada, tendo seu direcionamento para a utilização das unidades de medidas que poderiam ser usadas no instrumento. Esses objetos de conhecimento poderiam reforçar a mobilização entre a teoria e a demonstração, de forma a construir um trajeto partido do saber teórico até o resultado usando outros conhecimentos matemáticos.

Ainda tendo como aporte essa orientação, também foi enfatizado os conceitos de paralelismo e perpendicularidade, ensinados de maneira habitual com uma certa tenacidade. Tais conhecimentos poderiam uma melhor materialização do conceito, indo do abstrato para o concreto, de forma que os alunos iriam visualizar o conhecimento aplicado a prática.

Salientamos que o uso do báculo de Petrus Ramus em sala de aula, irá depender do nível de abstração, formulação e compressão em cada etapa na educação básica. Desse modo, o docente precisa de uma sondagem e saber do nível de conhecimento de seus alunos para cumprir tais ações e proceder com uma prática de ensino elaborada.

Considerações Finais

O processo da vivência promoveu algumas contribuições tanto para a formação docente quanto para a prática docente, uma vez que conseguimos visualizar perspectivas na visão dos cursistas e enquanto ministrantes do curso de extensão. Tais impressões foram relevantes na caminhada desses indivíduos, posto que as discussões realizadas podem causar um processo de reflexão na forma como se ensina matemática nas instâncias da educação.

Nesse sentido, consideramos que o ensino de geometria pode ser implementado na educação via báculo de Petrus Ramus, exigindo o preparo necessário para os futuros professores em lidarem com o objeto em si e as atividades elaboradas por meio dele. Essa estratégia contribui de forma positiva para as práticas de ensino de matemática, tornando o aluno um ser ativo na construção do conhecimento, tendo como o docente mediador desse processo de aprendizagem.

Com isso, ao fazer o uso de um antigo instrumento que incorpora conhecimentos matemáticos, visando explorá-los no ensino de geometria, tem-se a ideia de evidenciar com mais clareza, o diálogo feito com as aplicações cotidianas da Idade Moderna com a matemática formalizada em um contexto atual, desencadeando conexões intrínsecas. Nesse sentido, daríamos mais um elemento concreto para a visualização de conceitos abstratos, facilitando a compreensão e o entendimento dos alunos na apropriação do conhecimento abordado.

Desse modo, temos indícios de que a partir das pesquisas envolvendo instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII, orientados em uma abordagem voltada para o ensino, vêm ganhando seu espaço na busca por recursos didáticos que auxiliem o professor de matemática. Logo, esses objetos se configuram como elementos de fortalecimento do processo de maturação do conteúdo matemático.

Referências

ALMEIDA, J. P. de; PEREIRA, A. C. C. A aritmética de localização de John Napier para a multiplicação. **Revista história da matemática para professores**, v. 6, n. 2, p. 43 - 56, 31 dez. 2020.

ALMOULOUD, S. A.; MANRIQUE, A. L.; SILVA, M. J. F. da; CAMPOS, T. M. M. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, [S.L.], n. 27, p. 94-108, dez. 2004.

BRASIL. Ministério da Educação; Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC/ SEB, 2018. 600 p.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Algumas considerações sobre o uso do báculo (baculum) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática. In: SALAZAR, Jesús Flores; GUERRA, Francico Ugarte. **Investigaciones en Educación Matemática.** Perú: Fondo Editorial Pontificia Univesidad Católica del Perú, 2016. p. 237-251.

FERNER, D. da L.; SOARES, M. A. da S.; MARIANI, R. de C. P. Geometria nas licenciaturas em Matemática: um panorama a partir de Projetos Pedagógicos de Cursos. **Ensino em Revista**, v. 27, n. 2, p. 434-457, 28 abr. 2020.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Cocar**, Belém, v. 13, n. 25, pp. 342-372, 2019a.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os conceitos de perpendicularidade e de paralelismo mobilizados em uma atividade com o uso do báculo (1636) de Petrus Ramus. **Educação Matemática Pesquisa.** São Paulo, v. 21, n. 1, p. 405-432, 2019b.

RAMUS, P. ***Via regia ad geometriam: The way to geometry*****.** Londres: Thomas Cotes, 1636. Tradução de: Willian Bedwell.
SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais.** São Paulo: Livraria da Física, 2015. 259 p. (História da Matemática para Professores).

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da Matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, p.89-111, mar. 2013. Quadrimestral.
SILVA, F. H. B. da. **Sobre os conhecimentos matemáticos a partir da reconstrução do báculo de Petrus Ramus (1515-1572) advindos de uma vivência dos licenciandos em Matemática da UECE.** 2021. 110 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em 2021) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2021.

SILVA, F. H. B. da; PEREIRA, A. C. C. Explorando as situações de medição de comprimento, altura e largura com o uso do báculo de Petrus Ramus. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática – HIPÁTIA**, São Paulo, v. 5, n.2, p. 398-409, dez. 2020.

SILVA, I. C. da. A articulação entre história e ensino de Matemática a partir de textos originais: considerações iniciais para o educador matemático. In: PEREIRA, Ana Carolina Costa. (org.) **Ensino e história da Matemática: enfoques de uma prática.** Fortaleza: Eduece, 2020. Cap. 2. p. 40-56.

SILVA, I. C. da; PEREIRA, A. C. C. Definições e critérios para uso de textos originais na articulação entre história e ensino de matemática. **Boletim de Educação Matemática – Bolema** [online]. 2021, vol.35, n.69, pp.223-241. EpubApr16, 2021.

YIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim**. Porto Alegre: Editora Penso, 2016. (Métodos de Pesquisa). Tradução: Daniel Bueno

CAPÍTULO 8

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO: ANÁLISE SOBRE ASPECTOS HISTÓRICOS DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Jéssica Veiga Pastana
Verusca Batista Alves
Daniele Esteves Pereira Smith

CAPITULO 8

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E LIVRO DIDÁTICO: ANÁLISE SOBRE ASPECTOS HISTÓRICOS DA COLEÇÃO A CONQUISTA DA MATEMÁTICA

Jéssica Veiga Pastana
Verusca Batista Alves
Daniele Esteves Pereira Smith

Os livros didáticos são uma importante ferramenta para o ensino. Podemos dizer que eles são um dos primeiros instrumentos no qual o aluno irá ter acesso para nortear seu processo de aprendizagem. Além disso, o Livro Didático fornece importantes sugestões para o desenvolvimento de conteúdos, que possibilitam a elaboração de aulas com vários recursos, dentre eles, podemos citar os elementos provenientes da História da Matemática.

Nesse sentido, cabe ressaltar que diversas pesquisas vêm se encaminhando para associar a História da Matemática com os objetos da Educação Matemática, dentre eles o próprio ensino (MENDES, 2017; BELTRAN, 2009; ALVES, 2019; OLIVEIRA, 2021; SAITO, 2015). Além disso, Alves (2019, p.14) destaca que:

> [...] a história da matemática pode contribuir para o processo de construção de conceitos pelo sujeito, promovendo a apropriação de significados. Por meio de recursos que a própria história fornece, a história da matemática articulada ao ensino permite refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem de conceitos.

Compreendemos que esse potencial oriundo da História da Matemática (HM) pode ser adotado no próprio livro didático, auxiliando nos processos relacionados a aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, o guia do Programa Nacional do Livro e do Material Didático - PNLD 2020 apresenta, dentre outros, a coleção *A Conquista da Matemática*, de José Ruy Giovanni Júnior e Benedito Castrucci (2018), Editora FTD, 4ª edição como opção válida para o Ensino Fundamental.

Os documentos oficiais no que diz respeito aos aspectos que uma coletânea de livros didáticos deve apresentar para obter a aprovação no PNLD avaliam as coletâneas, entre outros muitos aspectos, sobre a presença ou não de elementos da HM como item imprescindível para aceitação no programa.

A partir destas constatações buscamos analisar em que *termos* a coleção A Conquista da Matemática, 4ª edição, aborda a HM, a partir de critérios avaliativos do PNLD.

Buscando discutir sobre as constatações desse estudo, este capítulo apresenta-se dividido em 3 seções principais, em que a primeira apresenta sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático, a segunda discute sobre a HM no ensino e a terceira indica os resultados observados.

Programa Nacional do Livro e do Material Didático

O material utilizado para o ensino, principalmente os livros didáticos, é fonte de interesse das políticas públicas desde o século passado. Traçando uma cronologia, o Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD), como é atualmente conhecido, foi o pioneiro dentre os programas de distribuição de livros.

Para conhecer como se deu o processo de instituição do PNLD, voltamos para o período histórico conhecido por Era Vargas, no qual foi criado o Instituto Nacional do Livro (INL) pelo Decreto nº 93, de dezembro de 1937, por uma ação do então ministro da Educação e Saúde Pública, Gustavo Capanema (BRASIL, 1937).

A partir dos anos de 1967 até 1971, o Instituto Nacional do Livro começou a produzir as obras literárias em conjunto com editoras de âmbito privado e, com Decreto nº 68.728, de 9 de junho de 1971, tornou-se responsável por coordenar e executar as atividades relacionadas a produção, edição e distribuição de obras técnicas e livros didáticos ao Ministério da Educação (MEC).

Quando o INL assumiu as atribuições administrativas, iniciou-se o desenvolvimento do Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF). Segundo Peres e Vahl (2014, p. 54),

> Tratava-se de um Programa que previa um sistema de coedição entre o setor público e o setor privado. Após esse período (1976), o PLIDEF passou a ser coordenado pela Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME), sendo incorporado à Fundação de Apoio ao Estudante (FAE) em 1983. Somente dois anos mais tarde, em 1985, o PLIDEF foi extinto com a criação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

De modo complementar, Zúñiga (2007) explica que essa criação do PNLD se deu "[...] formalmente no ano de 1985, mas suas características foram mudando, sobretudo a partir de meados da década de 1990, quando o Governo instaurou a avaliação pedagógica dos livros participantes do Programa" (ZÚÑIGA, 2007, p. 14).

É importante destacar que, de acordo com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), de 1996, o Estado deve exercer seu dever com o a educação escolar pública e também, os programas suplementares de material didático-escolar como apoio ao estudante (BRASIL, 2020).

E neste mesmo ano, a Secretaria da Educação Básica teve a responsabilidade de coordenar e avaliar o conteúdo das obras inscritas no PNLD, e, após essa avaliação das obras, o Ministério da Educação (MEC) publicou o guia de livros didáticos.

Através do Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017 que unificou as ações de aquisição e distribuição de livros didáticos e literários, anteriormente contempladas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e pelo Programa Nacional Biblioteca da Escola (PNBE), o PNLD passou a ser nomeado de Programa Nacional do Livro e do Material Didático, ainda sendo referido com a mesma sigla.

A partir da nova nomenclatura, o programa também teve seu objetivo e finalidade ampliados, com a inclusão de materiais de apoio. Brasil (2020, grifo do autor) explica então que o PNLD tem como:

> **Principais metas:** Avaliar e disponibilizar obras didáticas e literárias, de uso individual ou coletivo, acervos para bibliotecas, obras pedagógicas, softwares e jogos educacionais, materiais de reforço e correção de fluxo, materiais de formação e materiais destinados à gestão escolar, entre outros materiais de apoio à prática educativa, incluídas ações de qualificação de materiais para a aquisição descentralizada pelos entes federativos (BRASIL, 2020).
> **Principais resultados:** Aprimorar o processo de ensino e aprendizagem nas escolas públicas de educação básica, com a consequente melhoria da qualidade da educação. Garantir o padrão de qualidade do material de apoio à prática educativa utilizado nas escolas públicas de educação básica. Democratizar o acesso às fontes de informação e cultura. Fomentar a leitura e o estímulo à atitude investigativa dos estudantes. Apoiar a atualização, a autonomia e o desenvolvimento profissional do professor e apoiar a implementação da Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2020).

Além disso, Brasil (2020) explica que "[...] a execução do PNLD é realizada de forma alternada. São atendidos em ciclos diferentes os quatro segmentos: educação infantil, anos iniciais do ensino fundamental, anos finais do ensino fundamental e ensino médio". Assim, os segmentos que não são atendidos em determinado período, recebem livros de apoio de acordo com as novas matrículas da instituição escolar (BRASIL, 2020).

Com base nisso, cabe então destacar o que é o livro didático. Para Lajolo (1996, p. 4) o livro didático é aquele "[...] que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática”.

O livro didático tem o estatuto e funções privilegiadas por ser o principal meio que o docente organiza, desenvolve e avalia seu trabalho pedagógico de sala de aula. Para o aluno, o livro didático é um dos principais meios da sua relação com a disciplina. Na Matemática, por exemplo,

> A dependência de um curso de matemática aos livros didáticos, portanto, ocorreu desde as primeiras aulas que deram origem à matemática hoje ensinada na escola básica. Desde os seus primórdios, ficou assim caracterizada, para a matemática escolar, a ligação direta entre compêndios didáticos e desenvolvimento de seu ensino no país. Talvez seja possível dizer que a matemática se constitua na disciplina que mais tem a sua trajetória histórica atrelada aos livros didáticos (VALENTE, 2008, p. 141).

Desse modo, com base no exposto, nessa pesquisa utilizaremos como base as indicações do PNLD 2020, em específico a coleção de livros *A Conquista Da Matemática*, no qual, buscaremos conhecer se há a presença da HM e como ela está sendo inserida nos livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental (6° ao 9° ano). Deste modo, na seção a seguir discutiremos a respeito da importância da HM para o ensino de Matemática
.

História da Matemática para o ensino e o Livro Didático

Quando falamos de HM, é preciso questionar-se de que história estamos tratando. Conforme Saito (2015, p. 31)

> Consideramos aqui que a história da matemática é o estudo das formas de elaboração, transformação e transmissão de conhecimentos sobre as matemáticas, a natureza, as técnicas e as sociedades, em diferentes época e cultura”. Desse modo, estamos tratando de uma história da matemática que se constitui como uma área de conhecimento, provedora de recursos históricos.

Além disso, a História da Matemática também deve ser compreendida

> [...] não apenas como um conjunto cumulativo de ideias matemáticas, mas como um campo de investigação em que tais resultados ou ideias são produzidas, e inclui estudos teóricos investigando, diacrônica ou sincronicamente, quaisquer elementos ou aspectos que constituem e/ou condicionam a atividade matemática na história (MIGUEL; MIORIM, 2002, p.186).

Nessa perspectiva, a dimensão histórica é constituída de diversos recursos que podem ser associados a educação matemática (BARONI, TEIXEIRA; NOBRE, 2004, SAITO, 2015, TRIVIZOLI, 2016) tais como: utilização de documentos históricos, fotos e registros antigos, vídeos dentre várias outras possiblidades, que carregam consigo uma gama de conhecimento, sejam eles matemáticos ou não (SAITO, 2015).

Essa valorização da HM no ensino, tem sido realizada por pesquisadores tanto em educação, quanto os próprios professores (BELTRAN, 2009). Além disso, os documentos oficiais, como Base Nacional Comum Curricular (BNCC), consideram que "[...] é importante incluir a HM como recurso que pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática" (BRASIL, 2018, p. 299).

Trivizoli (2016, p.190) ainda ressalta que:

> Existem várias maneiras em que pesquisas em História da Matemática podem interagir e dialogar com a Filosofia, Filosofia da Matemática, História das Ciências, Educação etc. Este entendimento se relaciona à ideia de que pesquisas em História da Matemática são mais do que a simples criação de listas de pessoas, datas, documentos, realizações e/ou invenções. Assim sendo, esse campo inevitavelmente herda técnicas e métodos desenvolvidos na História (e na História das Ciências) e na Educação Matemática.

Apesar do que diz Trivizoli (2016), utilização da HM como contação de anedotas e apontamentos de biografias e datas consideradas importantes ainda está presente nas incorporações em sala de aula. No entanto, esse tipo de emprego da HM considera apenas um aspecto descritivo, não valorizando a construção do conhecimento (SAITO, 2015).

Como recurso de ensino para a docência da matemática é necessário que, quando o professor considerar apoiar-se a HM, deve-se considerar outros potenciais que essa história pode fornecer, tais como: o uso de fontes originais, associação da HM com as tecnologias de informação e comunicação, inserção de instrumentos históricos com vistas a construção de conhecimento, dentre vários outros (SILVA; PEREIRA, 2018; PEREIRA; OLIVEIRA, 2021; OLIVEIRA, 2021; BATISTA; PEREIRA, 2020; ALVES; PEREIRA, 2020; ALVES, 2019, SANTOS; PEREIRA, 2020).

Tendo como base então, as possibilidades de inserir recursos históricos no ensino de matemática, cabe destacar os critérios de avaliação específicos do PNLD 2020:

> a. Consistência e coerência entre os conteúdos e as atividades propostas e os objetos de conhecimento e habilidades constantes na BNCC; b. Contemplação de todos os objetos de conhecimento e habilidades constantes na BNCC. Serão excluídas as obras que não contribuírem adequadamente para o desenvolvimento de todas as competências gerais competências específicas das áreas de conhecimento, constantes na BNCC (BRASIL, 2019, p. 14).

Em consonância, a BNCC destaca que:

> [...] para a aprendizagem de certo conceito ou procedimento, é fundamental haver um contexto significativo para os alunos, não necessariamente do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento e da própria história da Matemática. No entanto, é necessário que eles desenvolvam a capacidade de abstrair o contexto,

> apreendendo relações e significados, para aplicá-los em outros contextos (BRASIL, 2018, p. 299).

Assim, apesar da forma discreta, a BNCC abre precedentes importantes para essa articulação pois, a HM se propõe a:

> [...] levantar questões e sugerir respostas sobre a evolução e desenvolvimento da matemática, mostrar aos estudantes que a matemática existe e está envolvida no espaço e no tempo, que o ser humano faz parte da evolução desta ciência, discutir os aspectos culturais e sociais da matemática e da sua história, as forças internas e externas motivadoras dessa evolução etc. (TRIVIZOLI, 2016, p. 202).

Seguindo a mesma ideia, Mendes (2017, p. 147) reforça que a HM se constitui como:

> [...] uma oportunidade enriquecedora de se inserir ao máximo possível no contexto em que o matemático, o texto matemático escrito por ele, a comunidade em que viveu, trabalhou e produziu tal matemática, em busca de estabelecer uma explicação múltipla para as noções matemáticas que precisará aprender.

Com isso, de forma a atender a essa característica, o livro didático tem como ponto a inserção de aspectos relacionados a História da Matemática (OLIVEIRA; SOUSA, 2018). No entanto, é preciso destacar que, no Brasil, segundo Cardoso e Zuin (2015, p. 3) "[...] o livro didático ainda é a principal fonte de consulta de professores e alunos e é o instrumento de maior relevância dentro das instituições escolares, principalmente das escolas públicas." Assim, é no livro didático, que o professor e aluno tem acesso em primeira instância sobre a História da Matemática.

Desse modo, é importante considerar como essa HM está sendo apresentada nos livros didáticos destinados à educação básica no Brasil. Por isso, na seção a seguir, discutimos a respeito dessa presença da HM nos livros do PNLD 2020, bem como, de que forma essa HM está sendo colocada.

Análise da 4ª edição da coleção *A Conquista da Matemática* ,

Para desenvolver uma análise sobre a coleção a ser discutida, tivemos como base metodológica a Análise de Conteúdo de Bardin (2]011), pois prioritariamente, estamos verificando as mensagens dispostas nos livros didáticos, e ela, "[...] seja verbal (oral ou escrita), gestual, silenciosa, figurativa, documental ou diretamente provocada" é o ponto de partida para a análise (FRANCO, 2005, p. 13).

Bardin (2011) elenca algumas etapas a serem consideradas para a análise das mensagens, sendo elas: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados com a inferência e a interpretação (BARDIN, 2011). Assim, na primeira etapa realizou-se o primeiro contato com a coleção *A Conquista da Matemática*, visando organizar o processo e elencar as primeiras informações. Na segunda etapa, buscamos formular algumas hipóteses e objetivos a serem considerados na análise. Dentre eles, destacamos a hipótese de que há a utilização da História da Matemática nos livros didáticos da coleção *A Conquista da Matemática,* 4ª edição, de maneira informativa. Por fim, a terceira etapa consistiu na indicação dos parâmetros para a análise final.

Para a apresentação das informações, organizamos um quadro (Quadro 1) com finalidade de ilustrar os títulos analisados.

Quadro 1: Organização dos livros da coleção

Código	Livro
L1	A Conquista da Matemática 4ª edição: 6º ano
L2	A Conquista da Matemática 4ª edição: 7º ano
L3	A Conquista da Matemática 4ª edição: 8º ano
L4	A Conquista da Matemática 4ª edição: 9º ano

Fonte: Elaborado pela autora (2021).

A partir de uma visão geral da composição dos livros indicados no Quadro 1, notamos inicialmente o mesmo padrão nos quatro volumes destinados aos anos finais do ensino fundamental, que correspondem aos seguintes aspectos:

- Abertura da unidade - que indica elementos introdutórios do que se pretende em cada capítulo da unidade;
- Os capítulos – cujo a quantidade é variada em cada seção;
- Boxes – que contém caixas de destaque no corpo do texto, com chamadas para fórum, pense e responda, um novo olhar, saiba que, descubra mais, nós;
- Atividades – que indicam as propostas de atividade de cada capítulo;
- Educação financeira – que se destina a conteúdos de ensino da matemática para a vida financeira;
- Tratamento de informação – no qual se reúnem informações sobre temas de probabilidade e estatística;
- Tecnologias – destinada a ferramentas para a resolução de problemas;
- Retomando o que aprendeu – que tem o objetivo de revisar o conteúdo;

• Atualidades em foco – que fornece atividades para articulação entre os temas e as competências da BNCC.

De acordo com as indicações de Bardin (2011), para a análise desses volumes, elaboramos algumas categorias com a finalidade de organizar e responder a duas questões: há História da Matemática nos livros didáticos da coleção? Como está sendo inserida a História da Matemática nos livros analisados?

É importante ressaltar que também tivemos como base as categorias propostas por Bianchi (2006) que também fez uma análise de livros didáticos visando também conhecer os elementos relacionados a História da Matemática.

Desse modo, elencamos as seguintes categorias, conforme aponta o quadro 2 a seguir.

Quadro 2: Categorias de análise

Categoria	Descrição
Informação	Relaciona a HM a acontecimentos, biografias de matemáticos, datas, símbolos, indicações de livros ou sites que propiciam o aprofundamento do conteúdo.
Contextualização de conteúdo	Refere-se ao emprego dos conhecimentos da HM para contextualizar o tema proposto. Assim, considera-se nesta categoria, toda sorte de informações que permita ao aluno, compreender o conteúdo estudado, com base nas circunstâncias no qual ele foi desenvolvido. Podemos abranger nessa categoria, os elementos que estão articulados ao conteúdo matemático em si, por exemplo, o sistema de numeração romano.
Estratégia didática	Destaca-se no emprego da HM como um recurso para o entendimento do assunto apresentado no Livro Didático, dessa forma, busca-se um conjunto de ações esquematizadas e conduzidas pelo professor a fim de promover o envolvimento e empenho dos alunos levando-os à compreensão e realização de um conjunto maior de atividades.
Interdisciplinar e multicultural	Indica a associação da HM com outras áreas de conhecimento, como por exemplo, a própria história, física, química, dentre outras. Além disso, nessa categoria também estão inseridos os elementos que provém de outras culturas.
Atividade didática	Indica a HM sendo inserida em questões propostas pelo Livro Didático, sejam elas, atividade principal, indicação de projeto, discussão de ideias, dentre outros.

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

É importante destacar que, em algumas situações, é possível que os elementos observados nos livros, estejam associados a duas ou mais das categorias elencadas. Assim, de modo a organizar as informações, inicialmente fizemos a construção de quadros indicativos que apontam a presença da História da Matemática nos livros da coleção.

A respeito do livro do 6º ano (L1), a tabela 1 a seguir, ilustra como há, em termos quantitativos, a distribuição da História da Matemática em seu conteúdo.

Tabela 1: Classificação L1 – 6º ano

Categorias	Páginas
Informação	12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 30, 34, 35, 76,120, 123, 132, 140, 155, 175, 204, 236, 237.
Contextualização de conteúdo	14, 15, 16, 17, 20, 132, 204, 236, 237.
Estratégia Didática	12, 13, 14, 76, 77.
Interdisciplinar e multicultural	15, 19, 34, 35, 204, 237.
Atividade didática	12, 18, 32, 77, 120.

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Sobre a categoria informação, é notável que ela abrange a maior quantidade de pontos identificados. Ela aparece principalmente nas aberturas das unidades, abordando de forma introdutória e fazendo menções históricas sobre o assunto.

Já na tabela 2, que se refere ao L2, segundo livro da coleção observado, observamos que a quantidade de elementos denotamos na categoria informação continua sendo o maior.

Tabela 2: Classificação L2 – 7º ano

Categorias	Páginas
Informação	12, 13, 34, 40, 54, 76, 146, 149, 224.
Contextualização de conteúdo	34, 146, 224.
Estratégia Didática	12, 13, 14, 76, 77.
Interdisciplinar e multicultural	160, 258, 259.
Atividade didática	13, 35, 50, 54,159.

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

É possível destacar também que as categorias contextualização de conteúdo e interdisciplinar e multicultural apresentam-se de forma discreta em L2. Essa situação se mantém em L3, no que diz respeito a categoria de contextualização do conteúdo, conforme vemos na tabela 3.

Tabela 3: Classificação L3 – 8º ano

Categorias	Páginas
Informação	64, 65, 96, 97, 98, 134, 151, 230, 259.
Contextualização de conteúdo	98.
Estratégia Didática	64, 65, 96, 97, 259.
Interdisciplinar e multicultural	15, 19, 34, 35, 204, 237.
Atividade didática	64, 96, 259.

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Conforme indica a tabela 3, há somente uma menção observada na categoria de contextualização de conteúdo. Além disso, em L3, também surge de modo discreto as atividades didáticas.

A tabela 4, que se refere ao L4, a situação da categoria das atividades didáticas retoma um considerável crescimento. Além disso, apresentam-se de modo intenso, as categorias de informação e contextualização do conteúdo.

Tabela 4: Classificação L4 – 9º ano

Categorias	Páginas
Informação	12, 13, 43, 86, 87, 88, 94, 98, 99, 146, 171, 199, 203, 206, 215, 221.
Contextualização de conteúdo	43, 88, 94, 96, 97, 99, 146, 199, 215.
Estratégia Didática	12, 13, 86, 87.
Interdisciplinar e multicultural	86.
Atividade didática	12, 43, 86, 98, 167, 171, 203, 221.

Fonte: Dados da pesquisa (2021).

Considerando as categorias acima observadas, pode ser evidenciado a presença de uma quantidade razoável de menções históricas na coleção. A categoria **informação** é a que mais se destaca, pelo fato dela estar enquadrada com as demais categorias.

Já a categoria **contextualização de conteúdo** se apresenta em maior quantidade nos livros L1 e L4, enquanto o L2 e L3 apresenta-se discretamente. A categoria estratégia didática pouco se apresenta, apesar de contribuir muito para a compreensão dos conteúdos matemáticos. Assim como a estratégia didática, a categoria **interdisciplinar e multicultural** se apresenta de forma discreta em todos os livros, sendo que no L4 há somente uma menção dela e a categoria **atividade didática** está presente em toda coleção em uma quantidade razoável.

Embora a utilização da História da Matemática ainda seja discreta nestes materiais, entendemos que já é o começo e esperamos que seu uso seja ampliado nas próximas coleções didáticas por ser um item requisitado nas avaliações do PNLD e pela BNCC.

Considerações Finais

A História da Matemática vem se evidenciando cada vez mais nas pesquisas acadêmicas no que diz respeito as possibilidades que ela fornece para o ensino de conteúdos matemáticos. Nesse sentido, compreendemos que um dos primeiros materiais pelo qual a mesma pode ser inserida na educação básica, é através do próprio Livro Didático.

Destacamos que a História da Matemática é um componente obrigatório na avaliação realizada pelo MEC apresentada no Guia do PNLD. Então é indicado que os Livros Didáticos abordem a História da Matemática. Para além disso, ressaltamos também a importância do papel do professor de Matemática, na utilização dos recursos ofertados nos Livros Didáticos. Além disso, de posse do material de análise, buscamos identificar a presença da História da Matemática em Livros Didáticos através das avaliações do Plano Nacional do Livro Didático – PNLD e verificamos que há a presença de elementos da História da Matemática, mesmo que essa abordagem seja mais de modo informativo, trazendo a biografia de alguns importantes matemáticos para a construção de modelos e representações matemáticas da época.

Desse modo, entendemos que a História da Matemática pode ser inserida como uma importante ferramenta de apoio pedagógico na prática dos professores de Matemática. No entanto, cabe destacar que para que isso ocorra é necessária a formação desse professor de Matemática, visando a incorporação dos elementos da História da Matemática, para além de meras apresentações de biografias, mas sim para que seja possível a construção do conhecimento

Por fim, entendemos que os resultados desse estudo são iniciais e que essa pesquisa está longe de se esgotar suas possibilidades. Por isso, ressaltamos a importância da continuidade de investigações desse tipo, pois a história ajuda a mostrar a Matemática como uma construção humana, uma vez que seu desenvolvimento se deu com o propósito de solucionar problemas da época e no sentido de conhecer a respeito dos demais Livros Didáticos selecionados no PNLD 2020.

Referências

ALVES, V. B. **Um estudo sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados no manuseio do instrumento círculos de proporção de William Oughtred**. 2019. 153 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ensino de Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará, Fortaleza, 2019.

ALVES, V. B.; PEREIRA, A. C. C. Seno, cosseno e tangente: uma atividade com os círculos de proporção de William Oughtred (1633) na formação de professores de matemática. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, [S.l.], v. 16, n. 35, p. 74-88, abr. 2020. ISSN 2317-5125.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011. Tradução de: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro.

BARONI, R. L. S.; TEIXEIRA, M. V; NOBRE, S. R. A Investigação Científica em História da Matemática e suas relações com o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004, pp.164-185.

BATISTA, A. N. de S.; PEREIRA, A. C. C. A balhestilha (1603) como um instrumento matemático para o estudo de medidas na formação de professores de matemática. **Acta Scientiarum. Education, Maringá**, v. 43, p. 1-12, 23 nov. 2020. Universidade Estadual de Maringa. Acesso em: 24 jun. 2021.

BELTRAN, M. H. R. História da Ciência e Ensino: Algumas considerações sobre a construção de interfaces. In: WITTER, G. P; FUJIWARA, R. (Orgs.). **Ensino de Ciências e Matemática:** Análise de problemas. São Paulo: Ateliê Editorial, 2009, pp 179-208.

BIANCHI, M. I. Z. **Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos**. 2006. 103 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Ensino e Aprendizagem da Matemática e Seus Fundamentos Filosófico-Científicos, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação. **Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD)**. 2020. Disponível em: https://www.gov.br/mec/pt-br/programas-e-acoes/programa-nacional-do-livro-e-do-material-didatico-pnld. Acesso em: 12 jul. 2021.

BRASIL. Decreto nº 93, de 27 de dezembro de 1937. **Cria O Instituto Nacional do Livro**. Disponível em: . Acesso em: 13 maio 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **LDB:** Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. – 4. ed. – Brasília, DF: Senado Federal, Coordenação de Edições Técnicas, 2020. 59 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020**: matemática – guia de livros didáticos/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.

CARDOSO, E. J.; ZUIN, E. S. L. Equações quadráticas nos livros didáticos de Matemática: ainda “Fórmula de Bhaskara”?. In: **Anais...** XI Seminário Nacional de História da Matemática, 2015, Natal/RN. XI SNHM. Natal/RN: SBHMat, 2015.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo**. 2 ed. Brasília: Liber Livro Editora, 2005.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018. (6º ano).

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018. (7º ano).

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018. (8º ano).

GIOVANNI JÚNIOR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da matemática**. 4. ed. São Paulo: FTD, 2018. (9º ano).

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual de usuário. **Em Aberto**, Brasilia, v. 16, n. 69, p. 3-9, jan./mar. 1996.

MENDES, I. A. História para o Ensino da Matemática: uma reinvenção didática para a sala de aula. **Revista Cocar**: Programa de Pós-graduação Educação em Educação da UEPA, Belém, n. 3, p. 145-166, jan./jul. 2017.
MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. História da Matemática: uma prática social de investigação em construção. **Educação em Revista**, Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, n. 36, p.177-203, dez. 2002.

OLIVEIRA, F. W. S.; SOUSA, A. C. G. de. O livro didático e a história no ensino de matemática: limitações e possibilidades. **Boletim Cearense de Educação e História da**

Matemática, [S. l.], v. 5, n. 13, p. 16–27, 2018. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/21. Acesso em: 24 jun. 2021.

OLIVEIRA, G. P. O uso da história da matemática e dos objetos de aprendizagem como ferramentas pedagógicas na formação de professores de matemática. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 20, p. 126–138, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v7i20.2860. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2860. Acesso em: 24 jun. 2021.

PEREIRA, A. C. C.; OLIVEIRA, G. P. O ambiente remoto como ferramenta promotora de práticas laboratoriais no ensino de trigonometria em cursos de licenciatura em matemática. **Revista Prática Docente**, v. 6, p. e027-19, 2021.

PERES, E.; VAHL, M. M. Programa do livro didático para o ensino fundamental do instituto nacional do livro (plidef/inl, 1971-1976): contribuições à história e às políticas do livro didático no brasil. **Revista Educação e Políticas em Debate**, v. 3, n. 1, 8 set. 2014

SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SANTOS, A. G. dos; PEREIRA, A. C. C. A incorporação da régua de cálculo no ensino de multiplicação através da sua construção e do seu manuseio. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S.L.], v. 7, n. 20, p. 357-369, 2020. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/2827. Acesso em: 24 jun. 2021.

SILVA, I. C.; PEREIRA, A. C. P. O papel do documento original nos anais do SNHM de 1999 a 2015: estudos preliminares. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, V. 05, N. 14, p. 202-212, 2018.

TRIVIZOLI, L. M. Um panorama para a investigação em história da matemática: um panorama para a investigação em história da matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 5, n. 8, p. 189-212, jan./jun. 2016.

VALENTE, W. R. Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. **Zetetiké**, Cempem – Fe –Unicamp, v. 16, n. 30, p. 139-162, jul./dez. 2008.

ZÚÑIGA, N. O. C. **UMA ANÁLISE DAS REPERCUSSÕES DO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO NO LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA**. 2007. 183 f. Tese (Doutorado) - Curso de Doutorado em Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2007.

CAPÍTULO 9

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA DO 6 O AO 9 O ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Joyce Tayze Pinheiro de Pinheiro
Verusca Batista Alves
Daniele Esteves Pereira Smith

CAPITULO 9

BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR: O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA DO 6O AO 9O ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Joyce Tayze Pinheiro de Pinheiro

Verusca Batista Alves

Daniele Esteves Pereira Smith

No meio acadêmico, um dos temas de investigação vem sendo as relações pertinentes na sala de aula, no que diz respeito ao ensino de Matemática. Essas investigações pautam-se, na importância do ensino de álgebra e do desenvolvimento do pensamento algébrico (COELHO; AGUIAR, 2018; LINS, 1994; ALMEIDA; SANTOS, 2017).

Associado a isso, o ensino de Matemática no Brasil, segue orientações de documentos que são destinados a unificar o ensino, de modo que o conteúdo matemático seja incorporado na educação básica de forma igualitária em todo território nacional. Um desses documentos é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que

> define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE) (BRASIL, 2018, p. 7).

Além disso, em termos cronológicos, a BNCC vem sucedendo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que até então, orientavam os processos relacionados ao ensino dos conteúdos escolares. Desse modo, levando em consideração a importância da constituição do estudo da Matemática, cabe questionarmos sobre as relações que esses documentos têm, com o desenvolvimento que se busca ter, em termos teóricos, para o ensino de Matemática.

Com isso, nos movimentamos na construção dessa pesquisa, no sentido de investigar as possíveis mudanças relacionadas ao tratamento que os temas álgebra e o pensamento algébrico receberam na BNCC e, quais suas possíveis implicações no ensino dessa temática nas séries finais do ensino fundamental,

Desta forma, buscamos dividir o capítulo em 5 seções, a saber: Uma parte introdutória onde apresentamos a temática. Na segunda seção, discorremos sobre algumas concepções das definições da álgebra em si. Na sequência, tratamos a respeito da educação Matemática nos documentos oficiais. Na quarta seção, indicamos os resultados da pesquisa. E, finalizamos com as nossas considerações finais.

Breve definição sobre álgebra e o pensamento algébrico

Os reflexos das últimas reformas, criações de documentos e a formação de professores de matemática, proporcionaram as compreensões sobre o que é álgebra e como pensar algebricamente. Sobre isso, Radford (2006 *apud* Souza, Silva, 2016, p.12) explica que o pensamento algébrico é um termo no qual não se possui uma definição muito precisa.

No entanto, autores como Kaput (1999) e Lins (1994) empregam a ideia de que o pensamento algébrico se concretiza quando o aluno consegue produzir significado para a álgebra estudada (ALMEIDA; SANTOS, 2017). Assim, concordamos com esses autores no sentido de compreender o pensamento algébrico como um modo de refletir sobre a álgebra e elaborar uma definição para circunstâncias em relação aos números e operações aritméticas.

Sobre isso, Lins (1994) destaca que o pensamento algébrico pode ser caracterizado em três pontos – pensar aritmeticamente, pensar internamente e pensar analiticamente.

A respeito do pensar aritmeticamente, Lins (1994, p. 30) explica que “[...] significa que os *objetos* com que estou lidando são exclusivamente *números*, operações *aritméticas* e, acrescento aqui, uma relação de igualdade”. Desse modo, é a partir desse ponto inicial que o pensamento algébrico começa a se constituir. Coelho e Aguiar (2018) ressaltam que esses números e as operações, são consideradas como ferramentas para resolver ou modelar determinadas situações.

Já o pensar internamente relaciona-se “[...] as propriedades destes *objetos* que sustentam o que faço com eles, isto é, que sustentam a *lógica das operações* num sentido mais amplo, não fazem referência a nada fora do domínio destes *objetos*” (LINS, 1994, p. 30). Ou seja, significa que apenas considera-se os números e as operações, segundo suas propriedades particulares (COELHO; AGUIAR, 2018).

Por fim, pensar analiticamente implica “que números genéricos são tratados exatamente como se fossem específicos, ‘incógnitas’ são tratadas exatamente como se fossem ‘dados’” (LINS, 1994, p. 30). Em outras palavras, aquilo que é matematicamente não conhecido, é tratado como algo conhecido, seja número, incógnitas.

Partindo então das caracterizações propostas por Lins (1994) podemos dizer que ao se compreender a álgebra como um conglomerado de afirmações, o pensar algebricamente é quando se torna capaz de produzir sentidos em relação aos números e cálculos aritméticos englobando igualdade ou desigualdade dentre as inúmeras maneiras de render significados para a álgebra.

Com isso, vemos que o pensamento algébrico é muito mais que saber uma resolução. Constitui-se na busca por conhecer os significados e produzi-lo, considerando cada passo de modo que, possa se manifestar em seus contextos.

Diante disso, cabe conhecer sobre como está sendo estruturado e proposto o ensino da álgebra e o desenvolvimento desse pensamento algébrico, nos documentos que se constituem ainda, como principais bases para o ensino de Matemática no Brasil, ou seja, os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular, dos quais iremos tratar na próxima seção.

PCN e BNCC: Encaminhamentos para o ensino de álgebra e o pensamento algébrico

Os Parâmetros Curriculares Nacionais foram desenvolvidos visando a unificação do sistema escolar brasileiro e a garantia de um currículo com a predefinição de um conteúdo mínimo a ser ministrado na educação básica (GALIAN, 2014).

O documento teve sua primeira versão elaborada em 1995, por um grupo de professores especialistas, convocados pela Secretaria de Educação do Ministério da Educação (MEC). Em 1996, uma nova versão foi escrita e discutida com professores e equipes dos estados e municípios.

Foi então, em 1997 que o presidente Fernando Henrique Cardoso anunciou um documento que serviria de base para os professores do Brasil da educação básica, nos níveis fundamental I e II (GALIAN, 2014).

No acréscimo feito em 2002 da versão anterior do documento, argumenta-se a respeito da formação inicial do professor. Com isso, destacam-se três situações relevantes que justificam a necessidade da temática:

> a) suprir as deficiências na formação inicial dos professores; b) a não adequação dos professores às novas orientações relacionadas a formação de professores (Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica); c) que a formação continuada deve acontecer paralelamente ao horário de trabalho, ou seja, formação em serviço (BRASIL, 2002 *apud,* OLIVEIRA *et al.*, 2013, p. 6).

Oliveira *et al* (2013) explica que, em relação ao primeiro motivo, este tem base no distanciamento que há entre as teorias e as práticas dos professores. Além disso, há também, professores com falta de domínio conteudista e didático da sua disciplina escolar. A respeito do segundo motivo, para a forma de garantir o cumprimento das orientações dos parâmetros, é necessário que a escola se adeque e passe a vivenciar os preceitos (OLIVEIRA *et al.,* 2013).

Por fim, enfoca-se a questão da formação continuada de professores e suas condições de realização junto com seu período de serviço, através de cursos ou recursos.

A partir da sua constituição, a função primordial dos PCN, é o fornecimento de um ponto de partida para o trabalho do professor, norteando suas atividades escolares. No entanto, ressaltamos que isso não impede que cada instituição deve montar seu Projeto Político Pedagógico (PPP) adaptando os conteúdos de acordo com a sua necessidade e realidade social. Além disso, os PCN são fonte também de informações quanto ao cotidiano escolar.

Desse modo, concordamos com Ricardo (2007) que, as cooperações destes documentos, de certa forma, tornar-se-ão melhores quando o educador não for só mero executor de diretrizes curriculares exigidas e, incumbir-se no ensino a função de refletir, investigar e criticar tais documentos.

Uma conduta nesse sentido viabiliza o pensar e o repensar acerca da prática, fazendo com que esses profissionais da educação se tornem seres críticos e pensativos, independentes e com competência para laborar de modo interdisciplinar.

Nesse sentido, a formação do educador, independente se é inicial ou continuada, necessita da reflexão acerca das ações didático-pedagógicas, principalmente quando este professor é o da disciplina de Matemática. Do mesmo modo, outros aspectos que entornam o âmbito escolar como, ética, saúde, sociedade, cultura e economia são pouco e não discutidos nos materiais didáticos, mas ainda assim, são indicados nos documentos.

O documento da Base Nacional Comum Curricular foi homologado em 20 de dezembro de 2017 de 2017 e estabelecido coletivamente. De acordo com Brasil (2018), é uma “[...] proposta de direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento para os alunos da Educação Básica, pactuada com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios”.

Além dos marcos legal, participaram também da produção e criação da BNCC as instituições dos municípios e estados, o Conselho Nacional dos secretários de educação e a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação. Do mesmo modo foram ouvidas as instituições privadas.

A conferência para a construção da base foi realizada no Distrito Federal - Brasília, nos dias 28 de março a 1º de abril de 2010, advinda de outras conferências como Municipais, Intermunicipais e Estaduais.

Em seguida, foi realizada a II Conferência Nacional nos dias 19 e 23 de novembro de 2014, novamente em Brasília-DF. Essas conferências foram importantes para determinar as metas, estratégias e diretrizes do Plano Nacional de Educação (PNE), no período de 10 anos com início em 2004 com validade até 2014. Teve como marco de construção na Conferência Nacional de Educação sobre a qual Saviani (2010, p. 388) assegura que "[...] foi acertado o Encaminhamento da organização da Conferência Nacional de Educação ao articular, no tema central, a questão da construção do Sistema Nacional de Educação com o Plano Nacional de Educação".

Em 2015 no dia 16 de setembro, em um evento marcado por discutir o que se espera que os alunos aprendam, foi exposto a primeira versão da Base Nacional Comum Curricular elaborada por uma equipe especialista. Logo surgiram muitas críticas a respeito e vários pesquisadores lançaram pesquisas sobre as várias mudanças que se instituíram.

No entanto, foi em relação ao ensino médio que as críticas surgiram com mais propriedade. Com isso, continuaram as discussões sobre a reforma do ensino médio para que então o Ministério da Educação e Cultura, no dia 03 de maio de 2016, comunicasse o lançamento da segunda versão da BNCC. Somente no dia 20 de dezembro de 2017 a BNCC foi homologada durante uma cerimônia fechada.

Com isso, traçado um breve resumo dos principais documentos elencados nessa pesquisa, seguimos na próxima seção para a caracterização do nosso estudo.

O pensamento algébrico e os documentos oficiais: perspectiva para o futuro

A álgebra está presente no cotidiano, seja ele escolar ou social, e ainda que não se tenha consciência disso, é de extrema importância que ela também faça parte do desenvolvimento humano na área da educação. Seguindo essa ideia, Coelho e Aguiar (2018, p. 171) destacam "[...] a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que apresenta em seus documentos que a Unidade Temática Álgebra seja desenvolvida desde os anos iniciais do Ensino Fundamental". Desse modo, podemos compreender que, a partir do Ensino Fundamental Anos Finais, ou seja, 6º ao 9º ano, essa proposta já esteja, pelo menos, iniciada.

Nesse sentido, os documentos oficiais, nesse caso, referimo-nos aos Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular, propõe desenvolvimentos e avanços no sentido do ensino de conteúdos algébricos no ensino fundamental anos finais.

Sobre isso, a Base Nacional Comum Curricular, orienta que o conteúdo relacionado a álgebra, deva ser ensinado, em síntese, enfatizando a evolução do linguajar algébrico, a definição de generalizações, contemplação da correlação das grandezas, do mesmo modo que a solução de equações ou inequações (BRASIL, 2018).

Ao desenvolver-se o pensamento algébrico na BNCC, ou seja, os objetos de conhecimento da unidade temática referente à álgebra do 6º ano, tendem a promover uma integração entre as outras áreas da Matemática. Assim, a BNCC apresenta distintas áreas que constituem a disciplina de Matemática, unidos perante um aglomerado de pontos de vistas essenciais harmonizados entre si: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Com base nisso, o documento estipula cinco unidades temáticas, dentro da disciplina, para o Ensino Fundamental: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e Medidas, e Probabilidade e Estatística (BRASIL, 2018).

Ressalta-se ainda, que de acordo com PCN (1998) o ensino da álgebra no ensino fundamental maior era apenas consolidado a partir do 7º ano, conforme cita Brasil (1998, p. 50):

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver alguns aspectos da álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que as atividades algébricas serão ampliadas. Pela exploração de situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da Álgebra (generalizar padrões aritméticos, estabelecer relação entre duas grandezas, modelizar, resolver problemas aritmeticamente difíceis), representará problemas por meio de equações e inequações (diferenciando parâmetros, variáveis, incógnitas, tomando contato com fórmulas), compreenderá a sintaxe (regras para resolução) de uma equação.

Assim, a BNCC trouxe esse ensino algébrico para ter seu início no 6º ano, reforçando a importância citada por Coelho e Aguiar (2018). Para visualização, destacamos no Quadro 1 a seguir, os objetos de conhecimento relativos ao 6º ano do ensino fundamental anos finais.

Quadro 1: Objeto de conhecimento e habilidades relativas à matemática 6º ano

ANO	UNIDADE TEMÁTICA	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
6º	ÁLGEBRA	Propriedades da igualdade.	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
		Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo.	(EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo.

Fonte: Brasil (2018).

A respeito desses objetos de conhecimento, as habilidades inerentes ao pensamento algébrico se tornam claras, pois podemos reconhecer características relacionadas aos aspectos defendidos por Lins (1994) e Kaput (1999).

No que diz respeito a habilidade inerente ao objeto “propriedades da igualdade”, nota-se que a partir das considerações de Lins (1994), o pensamento algébrico já começa a ser explorado no 6º ano. Indo além, o objeto “Problemas que tratam da partição de um todo em duas partes desiguais, envolvendo razões entre as partes e entre uma das partes e o todo” parte para a ampliação desse pensamento algébrico.

Uma diferença de destaque é que a álgebra, de acordo com os PCN, e conforme já explicitado anteriormente, deva ser iniciada somente no 7º ano do Ensino Fundamental. Ainda sobre os PCN, no 7º ano as crianças devem aprender sobre a conceituação de variável e incógnita, habilidade a qual está relacionada à compreensão da variável através de símbolos. Além disso, também faz parte o conteúdo que trata de proporcionalidade, assim como formulação e resolução de problemas a envolvendo (BRASIL, 1998).

Se compararmos ao mesmo período indicado pela BNCC, podemos perceber que os objetos de conhecimentos estão relacionados a cálculos de valor numérico de expressões algébricas utilizando o conhecimento das operações (Quadro 2).

Quadro 2: Objeto de conhecimento e habilidades relativas à matemática 7º ano

ANO	UNIDADE TEMÁTICA	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
7º	ÁLGEBRA	Linguagem algébrica: variável e incógnita.	(EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
		Equivalência de expressões algébricas: identificação da	(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para

		regularidade de uma sequência numérica.	descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.
		Problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando sentença algébrica para expressar a relação entre elas.

Fonte: Brasil (2018).

Como disserta Portanova (2005, p. 5):

> A capacidade de raciocínio de um aluno desenvolve-se ao longo de um período de tempo e está intimamente ligada a vivência de uma gama de experiências variadas e potencialmente ricas, relacionadas ao desenvolvimento dos diferentes tipos de pensamentos que estão inter-relacionados aos diferentes ramos da matemática: a lógica, a aritmética, a álgebra, a geometria, a probabilidade e a estatística, e que devem ser, especialmente no ensino fundamental, apresentados como um todo integrado num currículo em espiral, organizado num grau crescente de complexidade.

Já no 8º ano, segundo os PCN, a perspectiva é que o pensamento se amplie e a utilização de letras nas suas expressões que englobe a concepção de variável (BRASIL, 1998). Com isso a BNCC salienta a relevância da linguagem algébrica, que possibilita interpretar uma estipulada circunstância em equações, tabelas e gráficos (BRASIL, 2018). O quadro 3 aponta sobre a álgebra no 8º ano segundo a BNCC.

Quadro 3: Objeto de conhecimento e habilidades relativas à matemática 8º ano

ANO	UNIDADE TEMÁTICA	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
8º	ÁLGEBRA	Equação polinomial de 2º grau do tipo $ax^2 = b$	(EF08MA09) Resolver e elaborar, com e sem uso de tecnologias, problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 2º grau do tipo $ax^2 = b$
		Sequências recursivas e não recursivas.	(EF08MA10) Identificar a regularidade de uma sequência numérica ou figural não recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números ou as figuras seguintes.
		Sequências recursivas e não recursivas.	(EF08MA11) Identificar a regularidade de uma sequência numérica recursiva e construir um algoritmo por meio de um fluxograma que permita indicar os números seguintes.
		Variação de grandezas: diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais.	(EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas.

Fonte: Brasil (2018).

No que concerne essa etapa do estudo da álgebra o relevante é: aguçar a curiosidade intelectual e empregar à abordagem, englobando o raciocínio, a apreciação crítica, e a criatividade, para inquirir os motivos, criar e testar situações, intentar e solucionar problemas. Isso abre as possibilidades para a constituição desse pensamento algébrico, associando principalmente a questão do pensamento funcional (COELHO; AGUIAR, 2018).

Isso revela a importância de compreender as conexões acerca de definições e procedimentos dos distintos cenários da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) com isso sentir segurança quanto à própria habilidade de construir e empregar conhecimentos matemáticos, fortalecendo a autoestima e a perseverança na procura de soluções. Isso se configura também como um dos pontos importantes em relação do desenvolvimento desse pensamento algébrico.

Já na Álgebra do 9º ano (antiga 8ª série), os PCN privilegiam a evolução de técnicas como instinto, equivalência, indução e dedução e não um labor que beneficie uma realização das definições (BRASIL,1998). No intuito para o quarto ciclo, relacionado ao pensamento algébrico, os PCN dissertam:

> * elaborar e elucidar distintas escritas algébricas, expressões, igualdades e desigualdades, categorizando as equações, inequações e sistemas;
> * solucionar situações-problema por intermédio de equações e inequações do primeiro grau, entendendo os mecanismos incluídos;
> * contemplar regularidades e determinar normas matemáticas que apresentem (BRASIL, 1998, p. 81).

Na parcela relativa ao quarto ciclo, os PCN (BRASIL, 1998) reprovam o destaque nos conteúdos algébricos versados de modo mecânico e preserva que precisa ser feito por situações-problema do cotidiano e associando com materiais anteriores, tanto que defende que ainda se dê grande relevância à aritmética (BRASIL, 1998, p. 83).

Já para a BNCC, as equações não são mais passadas de modo fadigoso no 9º ano. O destaque é ofertado na habilidade de solucionar situações-problema empregando o pensamento algébrico, sendo que pode ou não abarcar equações e inequações conforme é apontado no Quadro 4 a seguir.

Quadro 4: Objeto de conhecimento e habilidades relativas à matemática 9º ano

ANO	UNIDADE TEMÁTICA	OBJETO DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
9º	ÁLGEBRA	Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
		Razão entre grandezas de espécies diferentes.	(EF09MA07) Resolver problemas que envolvam a razão entre duas grandezas de espécies diferentes, como velocidade e densidade demográfica.

		Grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais.	(EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
		Expressões algébricas: fatoração e produtos notáveis Resolução de equações polinomiais do 2º grau por meio de fatorações.	(EF09MA09) Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau.

Fonte: Brasil (2018).

Reconhecer a pluralidade de saberes e experiências culturais e apoderar-se da percepção e capacidades que viabilizem compreender as próprias conexões a sua volta e mundial e fazer seleções ordenadas a utilização da cidadania e ao seu plano de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. Empregar processos e mecanismos matemáticos, incluindo tecnologias digitais, para solucionar problemas do dia a dia, e de inúmeros campos de conhecimento, asseverando estratégias e conclusões.

Com base no caminho que a educação Matemática vem traçando nos últimos tempos, percebe-se que a BNCC trouxe para o ensino da Matemática, algumas mudanças consideráveis. Os tópicos relacionados ao ensino da álgebra foram reorganizados de modo que, em primeira instância, se ensinasse sobre os conjuntos números e as propriedades inerentes. Somente após esse ponto considerado introdutório, que se deve considerar a utilização de equações.

Outra característica é a proposta de distanciamento de uma álgebra decorativa para uma aprendizagem significativa dos conteúdos. Nesse caso, concordamos com Cruz e Pereira (2019, p. 36), sobre a introdução de elementos que apontam uma aplicabilidade - "[...] é mais uma contribuição para se pensar no ensino dessa disciplina tão temida por meio de propostas de ensino mais dinâmicas e aparentemente distintas".

Um terceiro ponto que podemos destacar, é que a BNCC se transformou, em base para, do 6º ao 9º ano, o destaque tornar-se a respeito da habilidade de resolver situações-problema empregando as possibilidades do pensamento algébrico.

Cabe destacar aqui também, que quando se trata de evolução, "[...] no futuro como no passado as grandes ideias devem ser ideias simplificadoras" (BOYER, 1996 p. 440). Com isso, no que diz respeito a atual situação do ensino, a melhor perspectiva talvez seja aquela que nos leva para um caminho de constantes transformações e, ao invés de somente conteúdo sem sentido para os nossos alunos, que seja possível desenvolver lhes a melhor capacidade de compreender e aprender a Matemática.

Considerações Finais

O ensino de álgebra no decorre dos tempos trouxe distintas mudanças no que dispõe sobre sua função e seu objetivo nos currículos da Educação Básica no Brasil. Essas modificações são relevantes quando analisadas baseado no sujeito final que vai contemplar todo esse aprendizado, ou seja, os alunos. É notório que, os alunos do século XXI não são os mesmos da época da propagação dos PCN, e, todavia, são oportunas as alterações e mudanças, quando primordiais, nos documentos que dispõem acerca da Educação Básica com o intuito de garantir e possibilitar o ensino como um todo.

Com a publicação da Base Nacional Comum Curricular que veio a contemplar os novos alunos em formação, e assumindo também, as propostas elencadas nas diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais, nos inquietamos e questionamos, a saber: *quais as mudanças pertinentes podem ser verificadas na constituição do pensamento algébrico, em séries finais do ensino fundamental, identificados na Base Nacional Comum Curricular?*

Para tentar responder a essa questão, elencamos um objetivo geral, que foi pertinente conhecer as principais mudanças elencadas na Base Nacional Comum Curricular, no que diz respeito ao ensino de álgebra e a construção do pensamento algébrico, nos anos finais do ensino fundamental. Dessa forma, após os levantamentos iniciais, no segundo momento desse estudo, destinado a conhecer algumas definições sobre o pensamento algébrico.

Durante nosso estudo, no qual visamos descrever sobre as principais características e a constituição do PCN e a BNCC, observamos que a proposta nos PCN por ser extremamente enraizada na aritmética, e, todavia, aprimorada na viabilização da aritmética generalizada, não percorrendo as outras dimensões. Seu intuito se condensa na solução de problemas por intermédio de uma sucessão de cálculos algébricos, salientando o caráter técnico das operações.

Além disso, é importante destacar algumas dificuldades que ocorreram para a realização desse estudo, que foram a falta de acesso a materiais e a estudos mais específicos acerca da temática acima dissertada. Recomendamos que sejam concretizados outros estudos e até pesquisas acerca de tal assunto. Propomos também um novo estudo nos anos subsequentes para uma nova análise.

Referências

ALMEIDA, J. R. de; SANTOS, M. C. dos. Pensamento Algébrico: em busca de uma definição. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.6, n.10, p.34-60, jan.-jun. 2017.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. ... Barcelona: Ediciones UPC, *1996.*

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. MEC. CNE. **Define Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Resolução n. 2, de 30 de janeiro 2012.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 174 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

COELHO, F. U.; AGUIAR, M. A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino. **Estudos Avançados**, [S.L.], v. 32, n. 94, p. 171-187, dez. 2018. FapUNIFESP (SciELO).

CRUZ, K. M. da; PEREIRA, L. B. D. Ensino de Matemática com o auxílio de livros literários em turmas do 8º ano do ensino fundamental. In: SILVA, Eliel Constantino da (org.). **Ensino aprendizagem de Matemática**. Ponta Grossa: Atena Editora, 2019. Cap. 4. p. 35-45.

GALIAN, C. V. A. Os PCN e a elaboração de propostas curriculares no Brasil. **Cadernos de Pesquisa**, [S.L.], v. 44, n. 153, p. 648-669, set. 2014. FapUNIFESP (SciELO).

KÖCHE, J. C. **Fundamentos de metodologia científica: teoria da ciência e iniciação científica.** Petrópolis: Vozes, 2007.

LINS, R. C. O Modelo Teórico dos Campos Semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Dynamis**, Blumenau, v. 1, n. 7, p. 29-39, abr./jun. 1994.

LOPES, A. C.; MACEDO, E. Quem defende os PCN para o ensino Médio? In: LOPES, A. C.; MACEDO, E. (Orgs.). **Currículo**: debates contemporâneos. 2. Ed. São Paulo: Cortez, 2005. Cap. 1, p. 13-54.

OLIVEIRA, E. A. M. *et al*. Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, formação docente e a gestão escolar. In: Simpósio Brasileiro de Política e Administração da Educação, 26., 2013, Recife. **Anais [...].** Recife: Anpae, 2013. p. 1-13. Disponível em: https://www.anpae.org.br/simposio26/1comunicacoes/EduardoAugustoMosconOliveira-ComunicacaoOral-int.pdf. Acesso em: 04 jun. 2021.

PORTANOVA, R. **Um currículo de matemática em movimento**. EDIPUCRS, 2005.

RICARDO, E. C. Os Parâmetros Curriculares Nacionais na Formação Inicial dos Professores das Ciências da Natureza e Matemática do Ensino Médio. **Investigações em Ensino de Ciências** – V12(3), pp.339-355, 2007.

SAVIANI, D. Sistema Nacional de Educação articulado ao Plano Nacional de Educação. **Revista Brasileira de Educação**, [S.L.], v. 15, n. 44, p. 380-392, ago. 2010. FapUNIFESP (SciELO).

CAPÍTULO 10

FARINHA DE MANDIOCA E ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO NA COMUNIDADE MATIAS (PA)

Waldimirson Garcia de Melo Júnior
Jeová Pereira Martins
Daniele Esteves Pereira Smith

CAPITULO 10

FARINHA DE MANDIOCA E ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO NA COMUNIDADE MATIAS (PA)

Waldimirson Garcia de Melo Júnior
Jeová Pereira Martins
Daniele Esteves Pereira Smith

O objeto de investigação deste estudo é a produção da farinha de mandioca na comunidade Matias, localizada no Município de Cametá, no Pará. Investigamos esse objeto com foco na obtenção de elementos que possam ser relacionados com a matemática escolar do Ensino Fundamental. Partimos da hipótese de que há uma matemática própria do contexto estudado, mobilizada pelos produtores de farinha de mandioca, que pode ser relacionada com a matemática escolar do Ensino Fundamental.

Tomamos como norte deste estudo a seguinte questão: como as unidades de medidas utilizadas pelos agricultroes da comunidade Matias na prática sociocultural da produção da farinha de mandioca podem contribuir para o ensino de matemática no Ensino Fundamental? Para responder essa indagação, fomos a campo, chegando até a comunidade de Matias, situada na Vila de Juaba, na Cidade de Cametá, no Estado do Pará.

Vila de Juaba está situada no Norte da Amazônia, Nordeste do Pará, a 25 km da cidade de Cametá. É datada da segunda metade do século XIX e segundo relatos de moradores, o surgimento da vila se constituiu pelo fato de que o quilombo do Mola ficava distante da cidade de Cametá e os moradores do quilombo que se deslocavam para a cidade, quando não retornavam até o entardecer, ficavam em um ponto de parada para passar a noite, local que mais tarde se tornou vila. O nome Juaba foi dado pelo fato de existir um vasto matagal chamado juá (uma árvore do lugar), do qual derivou-se Juaba, que significa terras dos juás. Foi elevada à categoria de vila pela lei nº 557, de 07 de junho de 1898, e do decreto nº 819, de 08 de fevereiro de 1900 (PINTO, 2007).

Este estudo se deu por meio de pesquisa bibliográfica, para levantamento dos fundamentos teóricos utilizados, e pesquisa de campo, por meio da qual foi possível observar a prática dos produtores de farinha da Comunidade de Matias e extrair dessa prática os elementos que se conectam aos temas de matemática do Ensino Fundamental. Vale ressaltar que na produção de farinha há saberes que são repassados de geração a geração e que guardam em suas raízes as tradição e costumes do lugar.

Trata-se de uma comunidade rural, mas que mantém contato próximo com a cidade, já que seus habitantes prescisam de outros produtos que a gricultura de subsistência não oferece. Além disso, uma parte do que produzem na comunidade é comercializada na Cidade de Cametá, na feira do agricultor, geralmente aos sábados. A produção de farinha na comunidade Matias acontece em casas de farinha tradicionais de modo artesanal, feitas por meio de mutirão, ou seja, pela união dos comunitários nos momentos de plantio, colheita da mandioca e preparo da farinha.

Considerando esse contexto, investigamos as práticas dos agricultores e identificamos alguns elementos mobilizados na prática sociocultural da produção de farinha que se conectam a temas da matemática escolar do ensino fundamental, com detaque para as unidades de medidas utilizadas nessa prática. Para fundamentar o estudo dessas unidades de medida e suas relações com a matemática escolar, tomamos por base os estudos de Mendes (2014) e D'Ambrósio (2001, 2015), bem como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental.

Assim, realizamos visitas à comunidade Matias, para observar as práticas desenvolvidas durante a produção da farinha de mandioca, e conversamos com alguns produtores de farinha. Essas conversas foram fundamentais para a composição deste trabalho, pois nos fizeram conhecer a produção de farinha e entender a importância desse processo para a comunidade local, tanto para sua subsistência quanto para a afirmação de sua cultura e identidade.

A produção de farinha de mandioca como prática sociocultural

Pensar a matemática escolar e suas relações com os elementos da cultura requer que se conceba a matemática como produto do conhecimento humano ao longo da história, que foi desenvolvido para resolver problemas surgidos no tempo e no espaço. Além disso, precisa-se admitir que esse conhecimento foi repassado de geração a geração pelos mais diversos processos educativos e de transmissão da cultura. Assim, todas as atividades relacionadas ao fazer matemático são resultado de processos contínuos de tentativas, construção, observação dos resultados e reorganização dos grupos no contexto de suas práticas culturais (FARIAS; MENDES, 2014).

> É possível admitir que as matemáticas são, naturalmente, uma parte das culturas. Cada sociedade herda de seus predecessores, ou vizinhos contemporâneos, alguns modos de contar, calcular, medir e exercitar outras habilidades que fazem com que as matemáticas se tornem uma forma de conduta em busca de respostas às questões geradas no contexto sociocultural (MENDES, 2014, p. 43).

Desta forma, os grupos, no contexto de suas relações sociais, usam a matemática não sistematizada para solucionar seus problemas e realizar suas tarefas, e criam ferramentas para inferir valores aproximados dos seus produtos, suprindo suas necessidades sem recorrer a modelos matemáticos prontos e acabados (MENDES, 2014; D'AMBROSIO, 2015). Essa matemática não sistematizada vai ao encontro das unidades de medida utilizadas por agricultores da comunidade Matias na produção de farinha de mandioca, ou seja, essa prática mobiliza conhecimentos matematicos para que, com base neles, os agricultores resolvam os problemas necessários à sua prática.

Assim, neste trabalho tomamos a produção de farinha de mandioca da Comunidade Matias como uma prática sociocultural, ou seja, como uma prática desenvolvida por um grupo social ou comunidade, ao longo de sua história, prática fortemente carregada de elementos que os caracterizam, que fazem parte de sua cultura, por determinarem sua identidade (MARTINS, 2017).

Para Miguel e Mendes (2010, p. 383),

> [...] Uma Prática social é cultural porque mobiliza sempre objetos da cultura. Por outro lado, uma prática social é social porque, mesmo quando é realizada por uma única pessoa, é sempre ligada a atividades humanas desenvolvidas por comunidades socialmente organizadas (tradução livre).

Assim, as práticas socioculturais podem fornecer elementos que se relacionam a elementos da matemática escolar, a exemplo das unidades de medida utilizadas por agricultores na produção de farinha de mandioca na Comunidade Matias. Para isso, as práticas socioculturais devem ser olhadas pelos professores e pesquisadores a partir de múltiplos ângulos, buscando identificar elementos para subsidiar a ação didática e pedagógica de professores na elaboração de suas atividades de ensino de matemática no Ensino Fundamental (MARTINS, 2017).

> O olhar do professor, pesquisador para as atividades matematizantes pode oportunizar um exercício de um processo de apreensão cultural para aprender a olhar; aprender a pensar; aprender a imaginar; aprender a (re)criar; aprender (re)ver, e pensar a matemática como um veículo da criatividade humana (FARIAS; MENDES, 2014, p. 42).

Neste sentido, torna-se muito importante que as unidades de medidas presentes na prática sociocultural de fazer farinha de mandioca sejam identificadas, observadas e problematizadas (MIGUEL; MENDES, 2010), de modo a subsidiar a educação matemática, uma vez que serão aplicados às várias situações que envolvam o ensino de matemática, possibilitando raciocínio lógico e promovendo conexões diretas com a realidade, construindo no sujeito um fim significativo da matemática para vida.

As ideias de Mendes (2014) e Farias e Mendes (2014) sobre as relações da cultura com a matemática e com a matemática escolar se coadunam às ideias de D'Ambrosio (2001, 2015), que defende a inserção de outras possibilidades e modos de ver, pensar e praticar a matemática (e seu ensino), de modo a proporcionar um aprendizado de matemática com significado e fundado nas relações entre a matemática e os diferentes contextos nos quais os estudantes estejam inseridos.

Desta forma, há de se considerar as características da educação matemática em termos globais e locais, para não deixar de fora as matemáticas presentes no contexto das práticas socioculturais nas quais grupos de pessoas elaboram seu conhecimento para resolver problemas e se manterem vivos no planeta, a exemplo da produção de farinha de mandioca na Comunidade Matias

Valorizar e respeitar o conhecimento sociocultural do aluno ao ingressar na escola poderá lhe dar confiança no seu próprio conhecimento, como também, dignidade cultural ao ver suas raízes culturais sendo aceitas pela comunidade escolar e desse modo saber que esse respeito se estende também à sua família, à sua comunidade. Neste trabalho, tomamos uma prática sociocultural, mas outras poderão ser tomadas como objeto de estudo de modo a valorizar os contextos nos quais os estudantes estão inseridos.

Raiz de mandioca da comunidade Matias: a feitura da farinha da boa e suas relações com a matemática escolar

Como já foi mencionado, nosso estudo ocorreu na comunidade de Matias, em uma das casas de farinha do lugar; sua escolha ocorreu pela oportunidade em mostrar a cultura desta localidade, o modo tradicional de produção da farinha, e pelo compromisso em registrar e divulgar esse modo de vida.

O percurso até a comunidade pode ser feito por duas maneiras saindo da cidade de Cametá: a primeira é por meio de embarcações pelo Rio Tocantins até a Vila de Juaba de onde ainda se percorre estrada de chão batido, até o local; a outra, mais utilizada, é pelo ramal da BR-422, pelo qual, de carro, se pode chegar até a comunidade de Matias em 30 minutos. Por esse caminho, se passa por cima de uma ponte que atravessa o igarapé no qual os agricultores colocam a mandioca para amolecer.

A partir do contato com a comunidade, pudemos vivenciar a história de vida daqueles sujeitos no contexto de sua realidade. Isso nos despertou ainda mais o interesse, a responsabilidade e o compromisso em continuar o estudo. No sentido de observar unidades de medidas, realizei visitas à casa de farinha e registros fotográficos da atividade, para coletar material a ser analisado referente ao objetivo deste estudo.

De acordo com os relatos do proprietário (Agricultor A) da casa de farinha investigada, os caminhos a serem percorridos na feitura da farinha de mandioca são: a escolha do mato onde vai ser feito o “roçado”, por isso o nome roça; a derrubada do mato; “a encoivara”, que é a retirada das árvores que ficaram no meio do terreno; a queimada feita com toda atenção para o fogo não se espalhar e invadir outro mato; e o plantio da mandioca, em que se reúnem vários agricultores e se canta, e se planta.

Presenciamos uma das agricultoras (Agricultora B) retirando a mandioca do fundo do igarapé (Figura 1). A mesma participa de todas as etapas junto com seu pai desde pequena, como relata:

> Eu ajudo meu pai desde muito pequena por que eu não tive como sair para estudar então tive que trabalhar para ajudar na casa! Casei, tenho filhos, moro logo ali a uns 10 a 20 minutos andando, mas todo dia eu venho para tirar o mato para não tomar conta da roça. Ajudo a plantar, colher e fazer a farinha para comermos todo dia! Uma parte nós levamos no fim de semana para a cidade, para vender e comprar outras coisa que precisamos! (Informação verbal[58]).

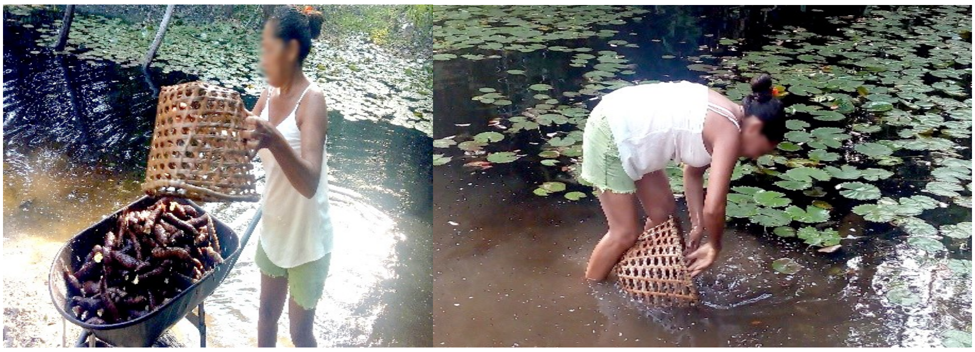


Figura 1: Retirada de mandioca do igarapé
Fonte: Acervo dos autores.

Nesse local onde se deposita a mandioca, a água é fria e coberta por uma ramagem presa à terra submersa chamada pelos agricultores de “sapés”, conhecida por vitória régia. De acordo com a agricultora mencionada, esse momento acontece de 03 a 04 dias após a raiz ser colocada de molho, para que todo veneno saia na água e a “farinha seja

58 Informação fornecida pela agricultora B em maio de 2021.

da mole", ou seja, feita apenas com mandioca amolecida. Essa é a "farinha da boa", afirma ela:

> leva em média um ano para que a roça esteja madura para poder a mandioca ser arrancada e transportada até o igarapé, onde é deixada de três a quatro dias de molho para o seu amolecimento ou é raspada. Depende do rumo. Se for pra comer ou encomenda, nós colocamos para amolecer, porque a farinha sai mais gostosa. Aí não tem ralado; se for para vender, pode ser apenas amolecida, apenas raspada ou as duas misturadas, depende muito do produtor. Eu só faço de mandioca mole (Informação verbal[59]).

Depois de amolecida, a mandioca é retirada, a sua casca e levada para a casa de forno ou casa de farinha (figura 2), assim chamada pelos agricultores e descrita da seguinte maneira: coberta de palha retirada pelos próprios agricultores na mata, bem como os caibros feitos de árvores e amarrados com cipó de jacitária. Este é o espaço de maior interesse para a pesquisa, haja vista que é neste ambiente que a família, amigos e as crianças circulam quando está "saindo uma fornada".

Figura 2: Casa de farinha ou casa de forno
Fonte: Acervo dos autores.

Nesse momento, os mais velhos contam as histórias de lavrador e os mais jovens ouvem e aprendem como produzir "farinha da boa". Este é um saber que passa de geração a geração. Apesar da relevância das casas de farinha nessa comunidade rural, elas estão sofrendo um processo de extinção, especialmente as chamadas *casas de farinhas tradicionais.* Em nossas visitas à comunidade, percebi que as casas de farinha já são cobertas com telha e utilizam equipamentos elétricos no processo de produção.

59 Idem à nota anterior.

Após retirada da água, a mandioca é descascada, processo relativamente rápido haja vista que a raiz da mandioca fora amolecida, o que facilita a retirada da casca. Logo após a retirada da casca, se deposita a mandioca numa tábua. A tábua, ou cocho, é feita de tronco de árvore retirada na mata pelos agricultores. É recortada ao meio e cavada com machado para ganhar espaço no seu interior. Imagine um cilindro que foi partido ao meio por uma lâmina; esse é o formato da tábua.

Neste recipiente, se deposita a mandioca descascada, que será transformada em massa por um processo manual no qual se usa uma "mussuca" (figura 3), um pedaço de madeira parecido com um martelo, segurado pelo agricultor em uma das mãos com a qual aplica vários golpes de cima para baixo, em um vai e vem, triturando e misturando a massa até ficar no ponto.

Figura 3: A mussuca e a tábua ou cocho
Fonte: acervo dos autores.

Depois deste processo, a massa é colocada no tipiti feito de palha de inajá, uma palmeira presente no roçado, que um traçando simétrico, com seus desenhos geométricos numa espécie de malha. A massa é colocada neste utensílio até ficar cheio. Em seguida, é pendurado na parte de cima, na ponta de uma vara e esticado até em baixo na extremidade de um tronco de árvore e sobre ele um peso, para que a água escorra. Esse processo faz com que a massa fique seca, para ser transformada em grãos após ser peneirada.

Em seguida, é colocada no forno (figura 4). O forno tem a forma arredondada, circular. Sua estrutura é feita com barro e varas amarradas com cipó, estilo pau a pique; sobre a mesma, se assenta uma peça de cobre, em baixo a lenha pega fogo para esquentar a chapa e onde o puxador, já sabendo a temperatura ideal, começa a depositar a massa já passada na peneira para assim ser torrada e ficar pronta para o consumo.

Figur 4: Farinha no forno sendo torrada
Fonte: acervo dos autores.

A partir daqui, falaremos um pouco das unidades de medida que são mobilizadas na produção de farinha e das suas relações com a matemática escolar, pois uma das unidades mais frequentes é o litro. Essa é uma das principais medidas utilizadas durante a produção de farinha e na sua comercialização. Na figura 5, temos um recipiente de metal que comporta 1 litro. Na comunidade Matias, ele é usado para medir farinha, pois dois litros equivalem a *um frasco* e o frasco é usado para medir a farinha no ato da venda, quer seja na própria comunidade, quando o comprador vai até à casa de forno, quer seja na cidade.

Figura 5: Litro
Fonte: acervo dos autores.

No meio rural, geralmente o litro é usado para medir grãos e alimentos sólidos como a farinha, entre outros. No caso da farinha de mandioca produzida na comunidade Matias, um litro equivale a aproximadamente 900 g, pois eles usam uma unidade de medida própria do lugar, uma cuia (figura 6) que equivale a *um frasco*, ou seja, comporta 2 litros de farina, aproximadamente 1800 gramas.

Figura 6: Cuia que equivale a um frasco
Fonte: Acervo dos autores.

Com esse utensílio, confeccionado pelo próprio agricultor a partir do fruto de uma árvore nativa, são feitas algumas das medidas necessárias no processo de produção da farinha.

> Olha, com essa cuia eu já tenho a base certa da quantidade que vai dar. Ela cheia dá uma base de dois litros, que é um frasco. Vinte e quatro cuias dão um alqueiro de farinha. Com ela, eu jogo a massa já peneirada no forno. Depois eu retiro com ela a farinha já torrada e coloco na tabua para esfriar e depois ensacar. Mas de cabeça eu já sei quantos frascos tem, quantos alqueiros vai sair só usando a cuia e dá certo, pode medir na outra medida que eles usam (informação verbal[60]).

Identificamos que existe uma medida padrão para que a farinha seja comercializada, mas o produtor usa o seu próprio artefato cultural feito a partir de suas vivências e conhecimento adquirido pela prática em fazer farinha. Na fala do agricultor A, podemos identificar que a *cuia,* que corresponde a um *frasco*, é utilizada em diferentes etapas do processo de produção de farinha. Desta forma, podemos fazer algumas inferências matemáticas, de modo a associar a matemática escolar com as unidades de medida mencionadas:

60 Informação fornecida pelo agricultor A, em maio de 2021.

- O recipiente de metal comporta 1 litro;
- 1 litro corresponde a 1000 ml;
- 1 litro usado como unidade padrão no ato da comercialização vale meio frasco de farinha (½ frasco);
- Então, são necessários dois litros para que o produtor obtenha 1 frasco;
- 1 litro de farinha equivale a, aproximadamente, 900g;
- Assim, 1 frasco de farinha equivale, aproximadamente, a 1800g;
- 1 cuia equivale a 1 frasco;
- 1 cuia equivale a 1800 g ou 1,8 kg;
- 1 Alqueire equivale a 48 litros;
- Assim, 1 alqueiro é equivalente a 24 cuias ou 24 frascos;
- Se transformarmos 1 alqueiro em kg, vamos obter 43 kg, aproximadamente.

Outra unidade de medida utilizada é a *quarta*, que equivale a 40 litros de farinha. É uma unidade de medida muito usada pelo agricultor que produz pequenas quantidades do produto. Geralmente sai uma quarta de farinha quando a produção é apenas para o consumo familiar.

Neste sentido, vamos fazer algumas inferências matemáticas em relação à unidade de medida quarta:

- 1 quarta corresponde a 40 litros;
- 1 quarta equivale, aproximadamente, a 20 cuias cheias;
- 1 quarta equivale a 20 frascos;
- 1 frasco equivale a 1,8 kg;
- Portanto, 1 quarta equivale a, aproximadamente, 36 kg de farinha.

As unidades de medida mobilizadas na produção de farinha de mandioca na comunidade Matias são a evidência de que as prática socioculturias carregam no seu interior elementos que comporvam a existência de uma matemática cultural, prática desenvolvida pelos seres humanos em decorrência dos porblemas reais que enfrentaram ao longo de sua história. Essa matemática, por vezes e por necessidades geradas por outros problemas, se conecta à matemática escolar, como exemplificamos.

Assim, as relações entre litro, frasco, alquiro, quarta, grama e quilograma são relações que podem ser estabelecidas no contexto escolar desde que os professores consigam ver essas práticas como mobilizadoras e portadoras de conhecimento matemático.

Uma maneira de isso ocorrer é se os professores fizerem um estudo de práticas socioculturais, como a produção de farinha de mandioca da comunidade Matias, buscando elementos de matematica e os conectando à matemática escolar, por meio do currículo e dos livros didáticos de matemática.

A exemplo do que mencionamos, a BNCC tem como uma de suas Unidades Temáticas *grandezas e medidas* que prevê o ensino das unidades de medidas usuais o que pode ser feito por meio das relações dessas medidas com as não usuais, pois “é preciso considerar o contexto em que a escola se encontra: em escolas de regiões agrícolas, por exemplo, as medidas agrárias podem merecer maior atenção em sala de aula”, a exemplo do frasco, litro e quarta de farinha utilizados na produção de farinha na comunidade de Matias (BRASIL, 2017, p. 271).

No que se refere às habilidades a serem adquiridas pelos alunos, destacamos a habilidade 29 do 7º ano do Ensino Fundamental (EF07MA29), por meio da qual o aluno precisa ser capaz de “Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada” (BRASIL, 2017, p. 307).

A habilidade em destaque, prevista na BNCC, vai ao encontro das inferências matemáticas que fizemos a partir das relações entre as unidades de medida frasco, litro e quarta de farinha e grama e quilograma, pois se tratam de medidas aproximadas. Além disso, as relações mencionadas são uma contextualização dos objetos de conhecimento da BNCC (especificamente as unidades de medida), pois estes são postos em correspondência com elementos do contexto da produção de farinha na comunidade Matias.

Ainda estabelecendo relações do nosso estudo empírico com a BNCC, destacamos uma das competências específicas da área de matemática que explicita que “a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas [...] (BRASIL, 2017, p. 265). Portanto, a matemática pode ser concebida como produto de práticas socioculturais, como a produção de farinha de mandioca na comunidade Matias, cujos elementos podem ser conectados à matemática escolar de modo a tornar seu ensino e aprendizagem mais efetivos e significativos.

Essa conexão pode ser feita de diferentes modos pelo professor de matemática do Ensino fundamental. Como exemplos, temos: o primeiro seria o professor fazer um estudo de uma prática sociocultural para identificar elementos dessa prática que se relacionam com a matemática escolar e elaborar seu plano de aula a partir da prática, seus elementos e os temas da matemática escolar que se relacionam; o segundo seria o professor elaborar atividades de ensino, como exercícios ou problemas que tenham como foco o contexto da prática sociocultural.

Referências

BRASIL. **Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). 2017.

BURITI. **Mais matemática**. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna; Editora responsável: Carolina Maria Toledo- 1º ed.- São Paulo: moderna, 2017.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática:** Da teoria à prática. 8 ed. Campinas: Papirus, 2001.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática –** elo entre as tradições e a modernidade. 5 ed.; 1. reimp.- Belo Horizonte: Autêntica, 2015.

FARIAS C. A.; MENDES, I. A. As culturas são as marcas das sociedades humanas. In: MENDES, I. A.; FARIAS C. A. (org.). **Práticas socioculturais e educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. (Coleção contextos da ciência). P 15-48.

MARTINS, J. P. **Ensino de simetria por meio de problematização sociocultural**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas, Belém, 2017.

MENDES, I. A. Práticas sociais históricas no ensino de matemática. In: MENDES, I. A.; FARIAS C. A. (org.). **Práticas socioculturais e educação matemática**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. (Coleção contextos da ciência).
MIGUEL, A.; MENDES, I. A. Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. In: **ZDM Mathematics Education**. v. 42. p. 381 – 392, 2010.

PINTO, B. C. M. **Memória, oralidade, danças, cantorias e rituais em um povoado amazônico**. Cametá: BCMP Editora, 2007.

SOBRE OS AUTORES

Amanda Cardoso Benicio de Lima é Bolsista Acadêmica de Inclusão Social pela Diretoria de Pesquisa da Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa (PROPGPq). Discente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

Ana Carolina Costa Pereira é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Mestra em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP). Doutora em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). E atualmente é professora adjunta da UECE.

Andressa Gomes dos Santos é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE), mestranda do Programa de Pós-graduação em ensino de Ciências e Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) e bolsista da Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico (FUNCAP).

Antonia Naiara de Sousa Batista é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE/2018). Atualmente, é doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) da Universidade Estadual do Ceará (UECE) e bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Daniele Esteves Pereira Smith é Doutora e Mestra em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Possui especialização em Educação Matemática pela Universidade Estadual do Pará (UEPA) e é licenciada plena em Matemática pela Universidade Estadual do Pará. Atualmente é professora efetiva da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Emerson Gordiano de Almeida é mestre pelo Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) pela Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS). É professor efetivo da rede estadual de ensino da Bahia e membro do GPEHM Jr.(UECE).

Francisco Cleuton de Araújo é mestre em Matemática pelo PROFMAT da UFERSA (2016), especialista em Ensino de Física pela UFC (2010) e graduado em Licenciatura em Matemática pela UFC (2007). Atua como professor da rede municipal em Fortaleza (SME).

Francisco Hemerson Brito da Silva é Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE). Atualmente é docente da rede municipal de ensino de Fortaleza/CE.

Gisele Pereira Oliveira é licenciada e bacharel em Matemática pela Universidade Federal do Ceará (UFC), especialista em ensino de Ciências e Matemática pela Faculdade Farias Brito, mestre em ensino de Ciências e Matemática pela (UFC), atualmente doutoranda em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação pela Universidade Estadual do Ceará (PPGE/UECE) e professora efetiva de Matemática na Secretária de Educação do Estado do Ceará (SEDUC).

Jeniffer Pires de Almeida é Bolsista de monitoria acadêmica pela Pró-Reitoria de Graduação (PROGRAD). Discente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

Jeová Pereira Martins é doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor de matemática da Rede Estadual do Pará desde 2004. Coordenador pedagógico na Rede Municipal de Muaná. Membro do Grupo de Pesquisa Práticas Socioculturais e Educação Matemática (GPSEM) da UFPA.

Jéssica Veiga Pastana é graduanda do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Joyce Tayze Pinheiro de Pinheiro é graduanda do curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA).

Kawoana da Costa Soares é bolsista de Extensão Acadêmica pela Pró-Reitoria de Extensão (Proex). Discente do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE).

Lívia Bezerra de Alencar é bolsista de Iniciação científica do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e licencianda em matemática pela Universidade Estadual do Ceará.

Pedro Henrique Sales Ribeiro é licenciando em matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e bolsista do Projeto de Monitoria Acadêmica (PROMAC) da disciplina de Laboratório de Matemática.

Verusca Batista Alves é licenciada em Matemática pela Universidade Estadual do Ceará (UECE) e mestra em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE). Atualmente é docente do curso de Licenciatura em Matemática da UECE.

Waldimirson Garcia de Melo Júnior é Graduado em Licenciatura Plena em Pedagogia (UFPA); Especialista em Educação e Desenvolvimento Regional (UFPA). Estudante de Licenciatura em Matemática pela UFPA.

ÍNDICE REMISSIVO

ISBN 978-6589973690
9 786589 973690