



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ**

**FRANCISCA DANIELLE DE ABREU BARRETO**

**AVALIAÇÃO DE TARIFAS DE ENERGIA ELÉTRICA  
ATRAVÉS DAS VARIÁVEIS DUAIS DE MODELOS  
LINEARES - SIMULADOR DE DECISÕES MULTI-  
PARTICIPANTES**

**FORTALEZA, CEARÁ**

**2011**

**FRANCISCA DANIELLE DE ABREU BARRETO**

**AVALIAÇÃO DE TARIFAS DE ENERGIA ELÉTRICA ATRAVÉS DAS  
VARIÁVEIS DUAIS DE MODELOS LINEARES - SIMULADOR DE  
DECISÕES MULTI - PARTICIPANTES**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Mestrado em Ciência da Computação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: Antônio Clécio Fontelles Thomaz

**FORTALEZA, CEARÁ**

**2011**

A000z

Avaliação de Tarifas de Energia Elétrica através das Variáveis Duais de Modelos Lineares - Simulador de Decisões Multi - Participantes / Francisca Danielle de Abreu Barreto. – Fortaleza, 2011.

86p.;il.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Clécio Fontelles Thomaz

Dissertação (Curso de Mestrado Acadêmico em Ciência da Computação) - Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia.

1. multi-participantes 2. modelo bloco-angular 3. energia elétrica I. Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia.

CDD:000.0

**FRANCISCA DANIELLE DE ABREU BARRETO**

**AVALIAÇÃO DE TARIFAS DE ENERGIA ELÉTRICA  
ATRAVÉS DAS VARIÁVEIS DUAIS DE MODELOS  
LINEARES - SIMULADOR DE DECISÕES MULTI -  
PARTICIPANTES**

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Mestrado em Ciência da Computação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre.

Aprovada em: \_\_/\_\_/----

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Antônio Clécio Fontelles Thomaz  
Universidade Estadual do Ceará - UECE  
Orientador

---

Prof. Dr. Reinaldo Castro Souza  
Pontifícia Universidade Católica - PUC

---

Prof. Dr. Gerardo Valdísio Rodrigues Viana  
Universidade Estadual do Ceará - UECE

---

Prof. Dr. José Raimundo Carvalho (Membro  
Externo)  
Universidade Federal do Ceará - UFC

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a FUNCAP pelo apoio à pesquisa e ao meu orientador Prof. Antônio Clécio pela compreensão e contribuição para a realização deste trabalho.

Agradeço também a Deus, a meus pais e ao querido Renato pela paciência e apoio nos momentos difíceis.

# SUMÁRIO

<b>Lista de Figuras</b> .....	
<b>Lista de Tabelas</b> .....	
<b>Lista de Siglas</b> .....	
<b>Resumo</b> .....	
<b>Abstract</b> .....	
<b>1 Introdução</b> .....	<b>15</b>
1.1 Trabalho de Conclusão de Curso .....	16
1.2 Motivação .....	18
1.3 Objetivos .....	18
1.4 Organização da Dissertação .....	19
<b>2 Mercado de Energia Elétrica</b> .....	<b>21</b>
2.1 Tipos de Mercado de Energia .....	21
2.2 Mudanças no Setor Elétrico Brasileiro .....	22
2.2.1 Características do Setor Elétrico Brasileiro .....	22
2.2.2 Novo Modelo do Setor de Energia Elétrica no Brasil .....	27
2.3 Câmara de Comercialização de Energia .....	29
<b>3 Técnicas de Programação Matemática</b> .....	<b>32</b>
3.1 Máximos, Mínimos e Dualidade em Programação Linear .....	32
3.2 Condições de Otimalidade de Kuhn - Tucker .....	35
3.3 Algoritmo Simplex Revisado .....	36
3.4 Exemplo de uma Firma .....	37
3.4.1 Interpretando a Solução .....	39

3.4.2	Resolvendo o Exemplo da Firma pelo Método dos Multiplicadores de <i>Lagrange</i> ..	40
3.4.3	Interpretando a Convergência da Solução Primal/Dual do Exemplo da Firma .....	41
3.4.4	Decomposição Bloco Angular de Dantzig-Wolfe .....	42
<b>4</b>	<b>Estudo de Casos</b> .....	<b>45</b>
4.1	Caso de Um Participante .....	45
4.1.1	Parâmetros do Modelo de Precificação para Um Participante .....	45
4.1.1.1	Parâmetros de Previsão de Energia Elétrica do Participante 1 .....	47
4.1.1.2	Parâmetros de Capacidade Produtiva e Custos Operacionais das Geradoras .....	51
4.1.2	Interpretação Econômica dos Resultados do Participante 1 .....	51
4.2	Caso de K Participantes .....	55
4.2.1	Parâmetros do Modelo de Precificação Multi-Participantes .....	55
4.2.2	Modelo Multi-Participantes .....	57
<b>5</b>	<b>Resultados</b> .....	<b>60</b>
5.1	Interpretação Econômica da Solução Ótima K Participantes .....	60
5.1.1	Participante 1 (Sub-Problema 1) .....	60
5.1.2	Participante 2 (Sub-Problema 2) .....	62
5.1.3	Participante 3 (Sub-Problema 3) .....	64
5.1.4	Participante 4 (Sub-Problema 4) .....	65
5.2	Síntese dos Resultados .....	67
<b>6</b>	<b>Conclusões e Recomendações</b> .....	<b>71</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b> .....	<b>73</b>
	<b>Apêndice A – Modelo para K-Participantes</b> .....	<b>76</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Estrutura Bloco Angular Multidivisional	16
Figura 2.1	Modelo de Monopólio, Fonte: (BANDEIRA, 2003)	23
Figura 2.2	Modelo Agente Comprador(Pool), Fonte: (BANDEIRA, 2003)	24
Figura 2.3	Modelo Competição no Atacado, Fonte: (BANDEIRA, 2003)	24
Figura 2.4	Modelo Competição no Varejo , Fonte: (BANDEIRA, 2003)	25
Figura 2.5	Instituições do Setor Elétrico Brasileiro, Fonte: (CCEE, 2011a)	28
Figura 2.6	Mercado de Curto Prazo, Fonte: (CCEE, 2011b)	30
Figura 3.1	Convergência Primal Dual	34
Figura 3.2	Tableaux Primal - Dual Revisado	37
Figura 4.1	Fluxo de Compra e Venda de Energia Elétrica	46
Figura 4.2	Curva de Carga de Energia Elétrica do Brasil em um dia útil. Fonte: (LIMA, 2007)	47
Figura 4.3	Demanda da Cidade A em MW em um Dia Útil Qualquer	48
Figura 4.4	Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 1	49
Figura 4.5	Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 2	49
Figura 4.6	Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 3	50

Figura 4.7	Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 4	50
Figura 4.8	Modelo Matemático de Dantzig - Wolfe	55
Figura A.1	Visualização do Modelo Bloco Angular (picture - LINDO)	76

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1	Demanda Horária de Energia Elétrica	48
Tabela 4.2	Tabela de Valores dos Coeficientes da Função Objetivo	51
Tabela 4.3	Alocação de Estações Geradoras	52
Tabela 4.4	Energia produzida nas Geradoras	53
Tabela 4.5	Oferta e Demanda de Energia - Preço de Oportunidade	53
Tabela 4.6	Preços de Oportunidade	53
Tabela 4.7	Alocação de Estações Geradoras em MW por período	54
Tabela 4.8	Tabela de Custos referentes ao Participante 2	56
Tabela 4.9	Demanda Horária de Energia Elétrica - Participante 2	56
Tabela 4.10	Tabela de Custos referentes ao Participante 3	56
Tabela 4.11	Demanda Horária de Energia Elétrica - Participante 3	57
Tabela 4.12	Tabela de Custos referentes ao Participante 4	57
Tabela 4.13	Demanda Horária de Energia Elétrica - Participante 4	58
Tabela 5.1	Alocação de Estações Geradoras do Participante 1	61
Tabela 5.2	Estações Geradoras não Alocadas	62

Tabela 5.3	Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 1	63
Tabela 5.4	Alocação de Estações Geradoras do Participante 2	63
Tabela 5.5	Estações Geradoras não Alocadas	64
Tabela 5.6	Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 2	65
Tabela 5.7	Alocação de Estações Geradoras do Participante 3	65
Tabela 5.8	Estações Geradoras não Alocadas	66
Tabela 5.9	Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 3	66
Tabela 5.10	Alocação de Estações Geradoras do Participante 4	67
Tabela 5.11	Estações Geradoras não Alocadas	68
Tabela 5.12	Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 4	69
Tabela 5.13	Preços de Oportunidade do Participante 1	69
Tabela 5.14	Preços de Oportunidade do Participante 2	69
Tabela 5.15	Preços de Oportunidade do Participante 3	69
Tabela 5.16	Preços de Oportunidade do Participante 4	70
Tabela 5.17	Planejamento Energético	70

## LISTA DE SIGLAS

ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
PL	Programação Linear
PPL	Problema de Programação Linear
RHS	Right Hand Side
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
MAE	Mercado Atacadista de Energia
PIE	Produtor Independente de Energia
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
ACR	Ambiente de Contratação Regulada
ACL	Ambiente de Contratação Livre
SBPO	Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional
LINDO	Linear and Interactive and Discret Optimizer
Simplex	Algoritmo para Solução Numérica de PPI's
Primal	Modelo de Programação Linear Principal
Dual	Modelo de Programação Linear Secundário
Slack	Variáveis de Folga
Dual Price	Preço Marginal ou Preço de Oportunidade
KT	Khun Tucker
SEB	Setor Elétrico Brasileiro
SIN	Sistema Integrado Nacional
PND	Programa Nacional de Desestatização
RESEB	Projeto de Restruturação do Setor Elétrico Brasileiro
CBEE	Comercializadora Brasileira de Energia Emergencial
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
CMSE	Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico
CNPE	Conselho Nacional de Política Energética
MME	Ministério de Minas
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
CCEAR	Contrato de Comercialização de Energia Elétrica no Ambiente Regulado
CCEAL	Contratos de Compra de Energia no Ambiente Livre
PLD	Preço de Liquidação das Diferenças

ANEEL PL PPL RHS TCC ONS MAE PIE PLIM ACR ACL SBPO LINDO Simplex  
Primal Dual Slack Dual Price KT SEB SIN PND RESEB CBEE EPE CMSE CNPE MME ONS

CCEAR CCEAL PLD

## RESUMO

As tomadas de decisões em organizações multi-divisionais constituem cenários apropriados para o uso de metodologias de programação matemática paralelizadas. Devido às características de certas estruturas de modelos bloco-angular com elevado número de variáveis e restrições, é possível tratá-los através de algoritmos que possibilitem o uso de técnicas de processamento paralelo. O trabalho de conclusão de curso da autora versou sobre a modelagem de um participante isolado com os mesmos objetivos. Neste trabalho, propõe-se a inovação estendida para  $k$  participantes, isto é: a solução de um problema de precificação de tarifas de energia elétrica considerando multi-participantes independentes entre si, que se utilizam de várias geradoras para disponibilizarem um único produto cuja gestão é centralizada pelo órgão regulador. Aqui, o modelo foi enquadrado dentro de uma estrutura diagonal por blocos onde cada participante representa um bloco de restrições independentes e a restrição de acoplamento é representada pela restrição de estados entre os participantes, onde o algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe pode ser utilizado para resolver o problema multi-participantes, cujo objetivo deste trabalho é através das variáveis duais de cada participante (bloco) indicar os preços de oportunidade (*shadow-price*) de compra e venda de energia elétrica para cada participante do sistema de gestão de energia elétrica.

Palavras-Chave: multi-participantes, modelo bloco-angular, energia elétrica

## **ABSTRACT**

The decision taking in multidivisional organization structures makes an appropriated scenario to the use of methodologies of parallelized mathematical programming. Because the characteristics of certain structures of block-angular models with a large number of variables and constraints, it's possible to handle them using parallel processing algorithms. The monography, which was made at end of graduation, talks about a modeling for the same goals but with only one retailer. In this work, it proposed an innovation expanding the model to k-retailers, it means: the solution of a problem of pricing of electricity concerning many independent retailers, which use many generation plants to reach the total ammount of electricity which is managed by the regulatory agency. Here, It showed a model inside a diagonal block structure of independent constraints and the where each retailer is represented by constraints of states between retailers, where the Dantzing-Wolfe decomposition algorithm can be used to find optimal solution to the model, which will be used to indicate the shadow-prices of buying and selling of electricity for each retailer within the electricity management system.

# 1 INTRODUÇÃO

A energia elétrica é um bem indispensável no cotidiano dos seres humanos e um componente fundamental para a manutenção da sobrevivência da sociedade, pois é utilizada em residências, indústrias, agências bancárias, hospitais, fornecendo abastecimento para atividades básicas como refrigeração de alimentos, iluminação das casas, avenidas, funcionamento de máquinas nas indústrias, aparelhos hospitalares, manutenção do funcionamento de computadores nos mercados financeiros, nos controladores de voô, etc.

Estando presente em tantas atividades, pode-se perceber a importância da energia elétrica e, conseqüentemente, a necessidade de ser gerida da melhor forma possível, para que possa ser bem aproveitada e não haja desperdícios, já que se tornou um bem tão precioso. Isto despertou o surgimento de inúmeros trabalhos de pesquisas em muitas instituições acadêmicas em torno deste tema, porém nenhum trabalho utiliza a programação matemática para determinar tarifas de energia elétrica no novo cenário em que é comercializada no Brasil.

Este trabalho além de fornecer tarifas de energia elétrica também trás como contribuição o planejamento energético das empresas que atuam na geração e distribuição, pois será possível determinar a produção ótima de energia para atendimento da demanda dos participantes permitindo o equilíbrio energético entre produção e consumo através da programação matemática que será descrita nos próximos capítulos. Por isso, trará grande contribuição para gestão de planejamento, evitando desperdícios e permitindo uma melhor organização quando houver necessidade de manutenção nas estações geradoras, de modo que não afete o fornecimento de energia elétrica para seu consumo.

É importante ressaltar que, nesse trabalho, os estudos elaborados estão de acordo com a nova realidade do setor energético brasileiro que trata a energia como um bem que pode ser comercializado como uma *commodity* nos leilões de energia no ACR (Ambiente de Contratação Regulada), como também pode ser negociada ACL (Ambiente de Contratação Livre), onde participam consumidores livres, produtores, geradores, importadores e exportadores. Isso implica a necessidade da utilização de ferramentas de otimização, para que as tarifas de compra e venda de energia possam ser previstas com antecedência de sua negociação principalmente no ambiente de contratação livre, (CORREIA; MELO; COSTA, 2006).

Devido ao novo cenário de comercialização da energia citado anteriormente, será apresentado um capítulo que apresenta o perfil atual do setor de energia elétrica brasileiro e como ele surgiu, suas características e o que têm influenciado estas mudanças.

Neste trabalho, consideramos a geração e o consumo em períodos diários (horizonte

de curto prazo). Os resultados esperados nesse trabalho são: a indicação dos níveis ótimos de consumo de energia, a minimização dos custos de planejamento e, o principal objetivo, estimar o preço para compra e venda de energia através do uso de técnicas de programação matemática.

O processo de decisão de compra e venda de energia elétrica no mercado proposto neste trabalho está centrado em modelagem de programação matemática com parâmetros de demanda e capacidade produtiva, onde o cenário geral se apresenta sob a forma da figura 1.1.



Figura 1.1: Estrutura Bloco Angular Multidivisional

Propõe-se a gestão de precificação de tarifas elétricas em dois momentos: no TCC (Trabalho de Conclusão de Curso) foi trabalhado um modelo de Programação Linear considerando um único participante e, no segundo momento, neste trabalho foi elaborado um modelo mais geral considerando  $K$  participantes simultaneamente, conforme 1.1, onde este modelo pode ser resolvido através do algoritmo de Decomposição de Dantzig - Wolfe (LASDON, 1970).

## 1.1 Trabalho de Conclusão de Curso

Esta seção apresenta o estudo de caso para um participante, o qual foi trabalhado o modelo de otimização linear de precificação de tarifas elétricas para o caso de um participante no TCC (Trabalho de Conclusão de Curso), porém no capítulo 4 serão apresentados os parâmetros deste modelo considerando 4 períodos segundo a classificação apresentada em (LIMA, 2007) e a nova análise econômica, pois foram considerados 5 períodos no TCC, e neste, trabalho 4 períodos o que gerou alteração na quantidade de horas de cada período, consequentemente a demanda de energia elétrica.

O modelo de precificação da geração de energia elétrica para o suprimento de um participante do SIN foi trabalhado no TCC, leva em consideração as seguintes variáveis de decisão:

$n_{ij}$  = número de unidades geradoras do tipo  $i$  que estão operando no período  $j$ ;

$s_{ij}$  = número de geradoras do tipo  $i$  que podem ser utilizadas no período  $j$ ;

$x_{ij}$  = nível de geração de energia do gerador tipo  $i$  no período  $j$ ;

Em seguida, o modelo matemático é apresentado:

$$\text{Minimizar}(\text{Custo} = [\sum_{i,j} c_{ij}(x_{ij} - m_i n_{ij}) + \sum_{i,j} E_{i,j} n_{ij} + \sum_{i,j} F_i s_{ij}]) \quad (1.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_j x_{ij} \geq D_j \quad \forall j \quad (1.2)$$

$$m_i n_{ij} \leq x_{ij} \leq M_i n_{ij} \quad \forall i, j \quad (1.3)$$

$$\sum_i M_i n_{ij} \geq 1.05 D_j \quad \forall j \quad (1.4)$$

$$s_{ij} \geq n_{ij} - n_{i(j-1)} \quad \forall j \quad (1.5)$$

Onde todas as variáveis de decisão são positivas e maiores que zero.

Na equação 1.1, o custo total das operações de atendimento energético é minimizado obedecendo as restrições de oferta e de demanda no horizonte de planejamento considerado. O modelo apresenta como valores de custos:

$c_{ij}$  = os custos horários por megawatts acima do nível mínimo multiplicado pelo número de megawatts/hora;

$m_i$  = o nível mínimo de geração de energia do gerador do tipo  $i$ ;

$E_{ij}$  = os custos megawatts de uma geradora do tipo  $i$  para operar no seu nível de custo mínimo no período  $j$  multiplicado pelo número delas neste período;

$F_i$  = o custo do start-up (ou seja, o custo fixo para alocar uma nova estação geradora);

A equação 1.2 refere-se à geração de energia do tipo  $i$  no período  $j$ , esta deve ser maior ou igual a  $D_j$  (demanda conhecida no período  $j$ ).

A restrição 1.3 indica os níveis de energia das variáveis de decisão que devem satisfazer os limites que as geradoras de energia podem ofertar, onde:

$m_i$  = nível mínimo de geração de energia da geradora do tipo  $i$ ;

$M_i$  = nível máximo de cada estação geradora de energia do tipo  $i$ .

Deve-se garantir a quantidade de carga extra necessária para assegurar a demanda está estimada em 5%. Isso está definido pela restrição 1.4. Já as restrições do tipo 1.5 indicam que o número de estações geradoras colocadas em funcionamento no período  $j$  deve ser maior ou igual ao acréscimo em seu número, onde:

$n_{ij}$  = o número de estações geradoras colocadas em funcionamento no período  $j$  (observe-se que quando  $j = 1$ , o período  $j - 1$ ).

## 1.2 Motivação

A motivação maior contida neste trabalho, reside no fato de transformar o problema do cálculo tarifário de energia elétrica de um participante (BARRETO, 2008) no mercado de energia para o caso de  $k$  participantes, recaindo num problema com estrutura bloco-angular onde é possível utilizar o princípio da Decomposição de Dantzig-Wolfe para obtenção da sua solução numérica através de um algoritmo mais robusto (maior número de variáveis e restrições e, menor tempo de processamento). Esta idéia permite se trabalhar com todas os participantes do sistema integrado de energia (SIN) de forma otimizada que atuam no ambiente de contratação livre.

O tratamento matemático-computacional de modelos bloco-angular (multi-divisional), de grandes dimensões, proporciona o uso de técnicas eficientes de decomposição, permitindo processar cada bloco (participante) num processador separadamente e, pode-se solucionar o problema geral contendo  $k$  blocos com suas restrições de acoplamento através do uso do algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe.

Este trabalho possibilita, de forma otimizada, estimar preços (tarifas) para compra e venda em mercados de energia elétrica para participantes do SIN através do uso de um eficiente modelo de programação matemática (THOMAZ; MAHEY, 1994). Os resultados aqui propostos, contribuem de forma eficaz com o planejamento energético dos participantes do sistema integrado de energia envolvendo custos de geração e equilíbrio entre produção e consumo através da demanda para atender os consumidores, através da programação matemática que será descrita no decorrer deste trabalho. Por isso, espera-se que este trabalho proponha uma contribuição para gestão de um planejamento energético que evite desperdícios, permita uma melhor organização na manutenção das estações geradoras, na distribuição de modo a não afetar o fornecimento de energia elétrica. A modelagem de otimização aqui proposta tenta estabelecer um equilíbrio entre a oferta e a demanda de energia elétrica para os consumidores que participam da comercialização de energia elétrica.

Outra motivação está centrada na continuidade dos trabalhos científicos que estão sendo desenvolvidos no setor de energia elétrica no curso de Ciência da Computação da Universidade Estadual do Ceará, a partir do trabalho de conclusão do curso de graduação desenvolvido pela autora e, agora estendida ao Mestrado Acadêmico em Ciência da Computação (MACC-UECE).

## 1.3 Objetivos

Neste trabalho, serão descritas técnicas, modelos e procedimentos inovadores de programação matemática para estimar preços de compras e vendas para tarifas de energia elétrica. Já que a energia é tratada como um produto que pode ser comercializado em leilões especializadas como uma *commodity* no ACR (Ambiente de Contratação Regulada), como também no ACL (Ambiente de Contratação Livre).

Aborda-se no primeiro momento, o caso em que o estudo é realizado para apenas um participante (agente que atua no Ambiente de Contratação Livre) onde desenvolve-se um modelo de programação linear cuja solução é obtida pelo algoritmo Simplex Revisado e no segundo momento, o caso para  $k$  participantes do SIN onde aborda-se o problema com variáveis separadas bloco-angular caracterizando decisões multidivisionais onde a solução numérica também foi obtida pelo algoritmo SIMPLEX, mas também pode ser obtida através do algoritmo de Decomposição de Dantzig-Wolfe, quando o tempo de processamento se tornar proibitivo, isto poderá ocorrer quando o número de variáveis de decisão e restrições crescer bastante .

Grande parte deste trabalho está voltado para teoria da dualidade em PL, onde se concentra esforços na interpretação da função Lagrangeana associada ao primal-dual do PPL na busca de se identificar os “preços sombra” ou preços de oportunidades definidos pelas derivadas parciais da função Lagrangeana em relação as variações nos RHS do modelo em questão.

Também explora-se de forma exaustiva a análise paramétrica dos modelos propostos na busca de identificar a estabilidade dos modelos quanto às perturbações (simulações) nos seus coeficientes que venham a ser praticadas pelos gestores dos participantes da comercialização da energia elétrica.

Espera-se que este trabalho sirva como ferramentas de apoio à decisão para os participantes que comprem e vendem energia elétrica em grandes quantidades nos leilões da ANEEL e no mercado livre, simularem seus estoques para um melhor planejamento futuro, isto é, possam negociar com antecedência seus estoques do dia seguinte de forma otimizada.

## 1.4 Organização da Dissertação

Para atender os objetivos da pesquisa de estabelecer uma metodologia de precificação para tarifas de energia elétrica utilizando-se modelos de programação matemática de apoio à decisão onde seja possível identificar cenários alternativos de compra e venda de energia elétrica, este trabalho foi composto em seis capítulos os quais abordam os seguintes tópicos:

Capítulo 1: nesta introdução, foram apresentados os objetivos, motivação, organização e assuntos abordados no trabalho, também foi ressaltada a importância desta pesquisa no sentido da concepção modelagem e implementação de uma ferramenta inovadora de gestão para que os participantes do SIN possam controlar e gerenciar suas demandas diárias de geração e demanda, já que não é possível seu armazenamento físico.

Capítulo 2: serão apresentadas as mudanças ocorridas no Mercado de Energia Elétrica no Brasil e sua estrutura para comercialização da energia elétrica.

Capítulo 3: neste capítulo será apresentada a teoria clássica de otimização linear enfatizando teoremas, conceitos e definições de álgebra linear, um pouco de análise no  $R^n$  destacando as condições necessárias e suficientes para máximos e mínimos de problemas de programação linear.

Capítulo 4: apresenta-se o modelo de precificação para  $k$  participantes que constitui a

principal contribuição desta pesquisa.

Capítulo 5: são apresentados os resultados, interpretação econômica da solução ótima juntamente com o planejamento energético após otimização da capacidade produtora das geradoras, minimizando seus custos, juntamente com atendimento da demanda dos participantes e a precificação da energia elétrica.

Por fim, o capítulo 6 que é composto pelas conclusões e recomendações finais deste trabalho.

## 2 MERCADO DE ENERGIA ELÉTRICA

O crescimento populacional aliado ao desenvolvimento industrial e mecanização na agricultura no Brasil tem acarretado, ao longo do tempo, uma comprometimento crescente nas estatísticas de demanda de energia elétrica que crescem com taxas superiores a do PIB (PIRES et al., 2001), devido a crescente necessidade por energia, porém os investimentos no setor não eram aplicados na mesma proporção. Esta necessidade de energia elétrica ocorre devido ao desenvolvimento sócio-econômico, em contrapartida havia falta de investimento e planejamento na estrutura do setor elétrico do país, principalmente, em 1995 nos segmentos de transmissão e distribuição.

Isto culminou com a reforma no setor elétrico que se iniciou na década de 90, para que ocorresse maior investimento no setor elétrico cujo objetivo é atender a demanda crescente, através dos incentivos de geração o que afeta diretamente a distribuição e transmissão de energia elétrica, investimentos necessários principalmente após o racionamento de energia ocorrido em junho de 2001 a fevereiro de 2002, segundo o artigo (SCHMIDT; LIMA, 2004).

Partindo deste princípio, o objetivo deste trabalho é otimizar o uso destes recursos junto aos produtores de energia elétrica no sentido de minimizarem suas perdas através do uso adequado de sua produção de energia para atender a demanda dos compradores a um menor custo operacional e financeiro possível, pois a energia é um produto que não pode ser estocado. Assim, propõe-se neste trabalho uma ferramenta de gestão otimizada para o processo dinâmico de compra e venda de energia elétrica, sem esquecer o equilíbrio entre produção e consumo.

Neste capítulo serão contextualizadas as mudanças ocorridas no setor de energia elétrica brasileiro ocorrido nos últimos anos que nos despertou para desenvolver este trabalho.

### 2.1 Tipos de Mercado de Energia

As transformações no setor elétrico em diversos países como Estados Unidos e Inglaterra foram baseadas em quatro modelos de mercados definidos por Hunt e Suttleworth com variações de competição e seleção dos consumidores, que evoluíram de acordo com a desagregação das atividades da geração, transmissão, distribuição e comercialização, segundo (BANDEIRA, 2003). Importante ressaltar que estes modelos levam em consideração a competitividade existente em cada setor e as relações contratuais, segundo (SANTANA; OLIVEIRA, ).

Em seguida, os modelos do mercado de energia são descritos e ilustrados com as figu-

ras de acordo com a representação de cada modelo.

- Modelo 1(Modelo Verticalmente Integrado): caracterizado pelo monopólio das atividades de geração, transmissão e distribuição. representado pela figura 2.1, representa a verticalização no setor de energia elétrica. Modelo aplicado no Brasil até 1998, (SANTANA; OLIVEIRA, ).
- Modelo 2: neste modelo existe a competitividade na atividade de geração, pois foi introduzido o PIE (Produtor Independente de Energia), porém existe a regulamentação da geração através de um responsável pela compra monopolizada (POOL - agente comprador de energia) e venda aos distribuidores, representado pela figura 2.2.
- Modelo 3(Competição no Atacado): Possui competitividade na geração e permite acesso livre à atividade de transmissão. Neste modelo, a energia é considerada como produto a ser comercializado no mercado atacadista (*spot*), representado pela figura 2.3, modelo aplicado nos Estados Unidos, na Inglaterra e na Argentina.
- Modelo 4(Competição Plena): representa a total segregação (desverticalização) entre as atividades e inclusão do mercado varejista, o qual permite a competitividade na atividade de comercialização, representado pela figura 2.4.

O modelo adotado pelo Brasil possui características dos modelos 3 e 4, ou seja, a competição na geração de energia e a escolha dos varejistas, porém somente os consumidores considerados livres (“que são aqueles consumidores de energia cuja demanda seja igual ou maior do que 10 MW e que sejam atendidos em tensão superior a 69 kV”), definição de (SANTANA; OLIVEIRA, ), os quais é permitida a livre opção de selecionar seus fornecedores de energia.

## 2.2 Mudanças no Setor Elétrico Brasileiro

As mudanças ocorridas no setor elétrico brasileiro têm como principais características a liberação do mercado, ou seja, uma maior atuação da competitividade, maior investimento financeiro no setor através da atuação das privatizações e, conseqüentemente, uma menor interferência do Estado. Tais mudanças se fizeram necessárias devido à falta de incentivos financeiros e a ameaça de escassez de energia elétrica, como ocorreu nos apagões de 2002. Isto favoreceu o surgimento das reformas que serão descritas nas próximas subseções.

### 2.2.1 Características do Setor Elétrico Brasileiro

O setor elétrico brasileiro é caracterizado por ter uma fonte energética eminentemente hidráulica, onde o abastecimento é composto por 75% das hidrelétricas. Dessa forma, o parque energético precisa ser otimizado, para que o despacho da energia ocorra de modo à atender a

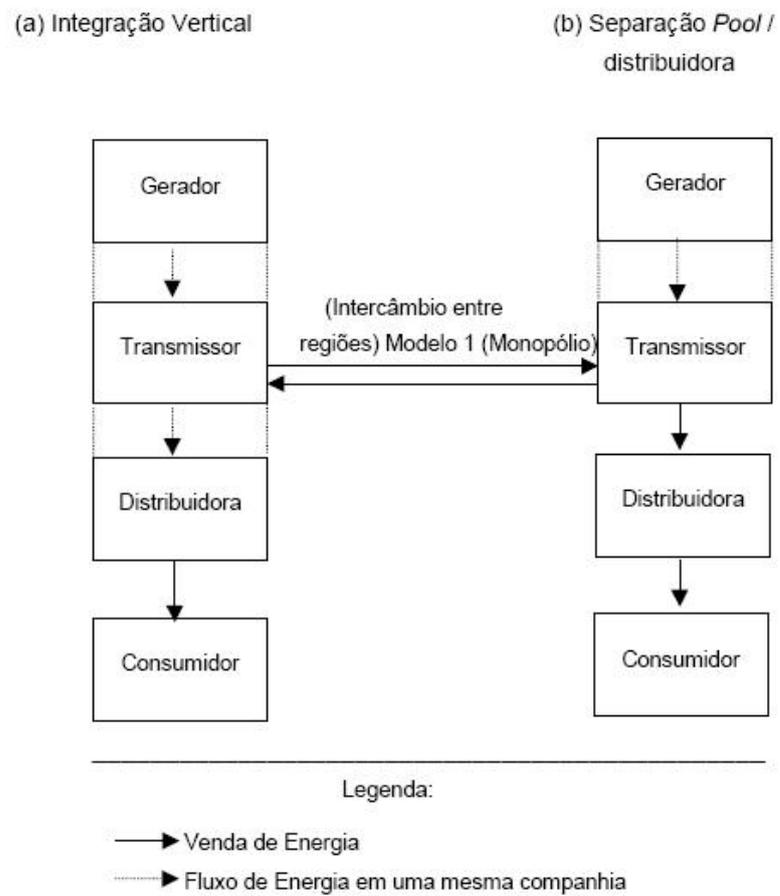


Figura 2.1: Modelo de Monopólio, Fonte: (BANDEIRA, 2003)

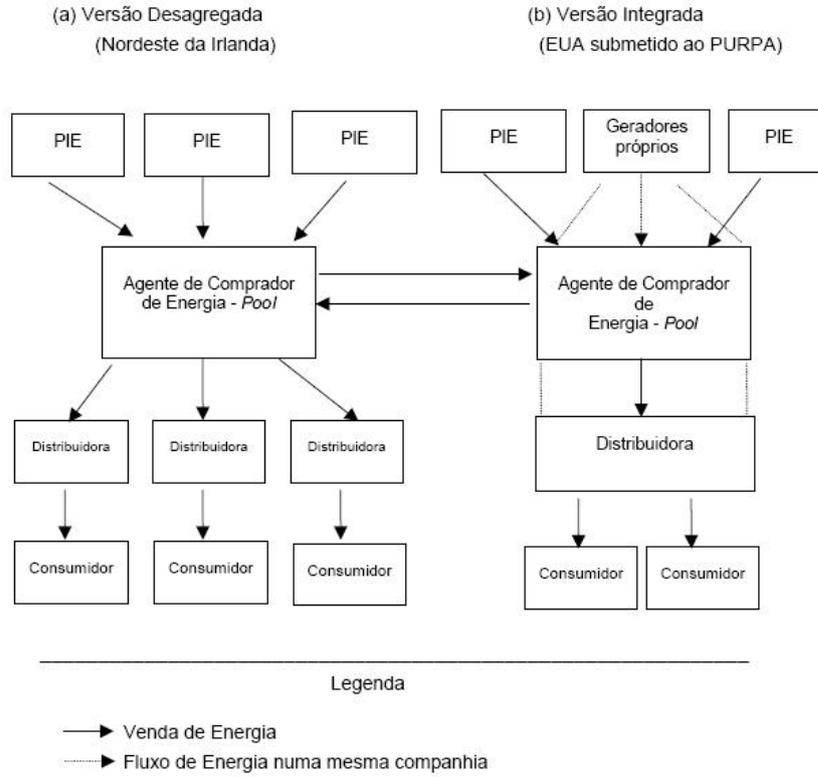


Figura 2.2: Modelo Agente Comprador(Pool), Fonte: (BANDEIRA, 2003)

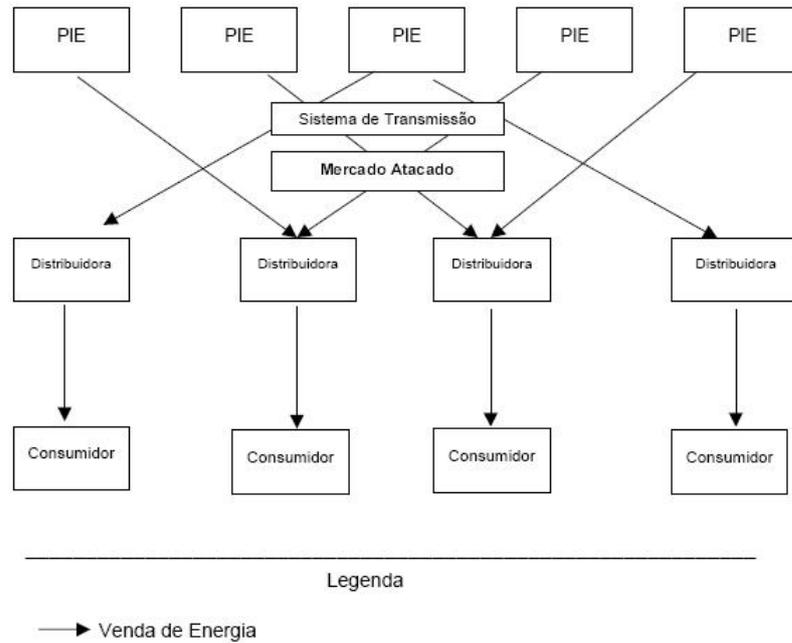


Figura 2.3: Modelo Competição no Atacado, Fonte: (BANDEIRA, 2003)

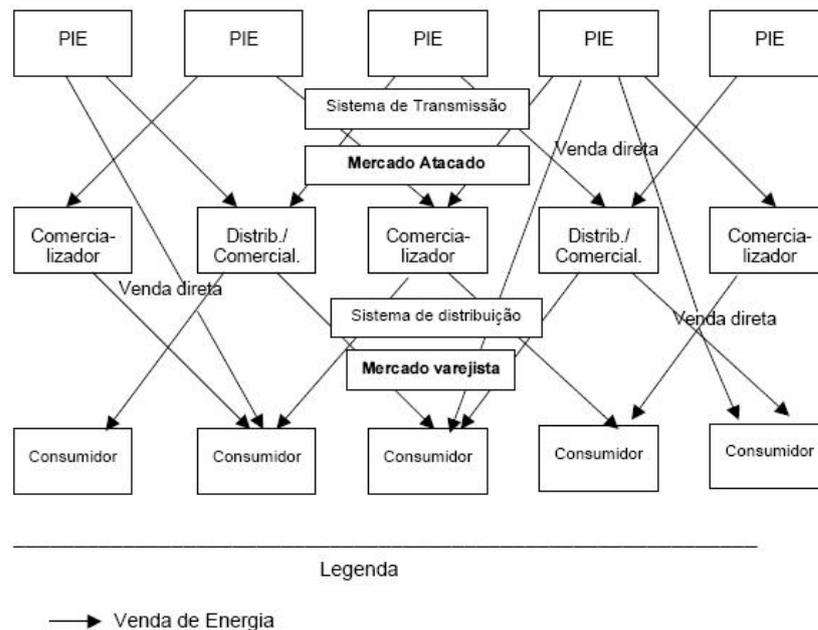


Figura 2.4: Modelo Competição no Varejo , Fonte: (BANDEIRA, 2003)

necessidade de demanda de energia de todo um país que possui dimensões continentais (PIRES; ECONÔMICO, 2000).

A estrutura do setor elétrico brasileiro antes era verticalizada, ou seja, as atividades do setor elétrico, descritas abaixo, eram controladas pelo governo estadual e federal, onde existia um monopólio do Estado, porém não havia incentivo financeiro para o crescimento do setor elétrico, isto culminou no desequilíbrio econômico do setor, sendo necessário que o governo adquirisse dívidas das concessionárias devido à inadimplência o que gerou crescimento no déficit energético e problemas no sistema de transmissão, segundo (NASCIMENTO, 2008).

Atividades que compõe o setor elétrico:

- Geração: refere-se a produção de energia elétrica (ELÉTRICO, 1997).
- Transmissão: refere-se ao transporte de energia elétrica para o sistema de distribuição (ELÉTRICO, 1997).
- Distribuição: refere-se ao transporte de energia elétrica da entrada do sistema de distribuição até os clientes finais (ELÉTRICO, 1997).
- Comercialização: negociação da energia nos ambientes ACR e ACL (descritos na seção 2.3).

Isto permitiu que transformações ocorressem no setor elétrico a partir da década de 90, no que tange a política de concessões de prestação de serviços públicos. A partir de 1995, a Lei 8987 foi promulgada, onde define que toda concessão de serviço público deverá ocorrer a partir de licitações, segundo (LEI..., 1995a). Também no mesmo ano foi promulgada a Lei 9074, através da qual surgiram, segundo (LEI..., 1995b):

- O PIE (Produtores Independentes de Energia) que será considerado PIE segundo definido nesta lei: “uma pessoa jurídica ou consórcio de empresas que recebem autorização para produzir energia”, (LEI. . . , 1995b);
- Foi concedido aos fornecedores e consumidores de energia elétrica acesso livre aos sistemas de distribuição e transmissão;
- Surgiram os novos consumidores que tem a livre opção de selecionar seu fornecedor de energia elétrica, porém sua carga deve ser maior ou igual a 3.000 KW com qualquer tensão;

Ainda no ano de 1995, surgiu o PND (Programa Nacional de Desestatização) cujo objetivo principal seria aumentar a capacidade de abastecimento elétrico com maior qualidade e menor custo, segundo (FILHO; OLIVEIRA, 1996). Para isto ocorrer foram necessárias ações de reestruturação devido à falta de investimento no setor, para que acompanhasse o crescimento da demanda de energia e, conseqüentemente, da geração e demais atividades do setor. Assim, seria necessário o crescimento da produção para atendimento da demanda e com tarifas menores, segundo (SAUER et al., 2002).

Para o início da reestruturação no setor elétrico brasileiro, foram contratados técnicos e consultores brasileiros e estrangeiros para o desenvolvimento do Projeto RESEB (Projeto de Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro) que tinha como principal objetivo propor um novo modelo institucional para o setor e inserir a concorrência no setor, segundo (CAMPELO; FERRAZ, 2006).

Ainda como consequência das reformas, no ano de 1996, foi promulgada a lei 9.424 que definiu a criação da ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) que atuaria na fiscalização e regulamentação do setor, tendo como atividade primordial “definir normas e procedimentos para o funcionamento do SEB (Sistema Elétrico Brasileiro)”, segundo (MEDEIROS, 2004). Este órgão foi criado para atuar como garantidor da concorrência no setor.

Também ocorreu a desverticalização no setor, ou seja, separação das atividades de geração, transmissão e distribuição, já a comercialização ocorreria no MAE (Mercado Atacadista de Energia) e a criação de um operador independente do sistema (ONS), (CORREIA et al., 2006), cujo objetivo seria controlar e coordenar as redes de transmissão, de modo a centralizar e otimizar o despacho da geração, (NASCIMENTO, 2008).

Junto com a tentativa de implantar o novo modelo proposto pelo RESEB, no ano de 2001, o setor elétrico brasileiro passou pela crise de abastecimento elétrico, isto resultou no surgimento do Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico que lançou propostas para mudanças no setor, assim, nos anos de 2002 e 2004, foram promulgadas leis, que adequassem o setor a nova realidade, descritas abaixo:

1. Lei 10.438, segundo (LEI. . . , 2002):

- Os custos de aquisição e contratação de energia elétrica pela CBEE (Comercializadora Brasileira de Energia Emergencial) serão repassados para todos os consumidores finais que fazem parte do Sistema Elétrico Nacional Interligado;

- A empresas de geração poderiam comercializar energia elétrica através de leilões, dos quais participassem consumidores livres;
2. Lei 10.847, segundo (LEI... , 2004a):
- Criação do EPE (Empresa de Pesquisa Energética) responsável por elaborar estudos para o crescimento da geração e transmissão de energia no curto, médio e longo prazo, efetuar estudos e projeções da matriz energética e publicação do balanço energético nacional;
3. Lei 10.848, segundo (LEI... , 2004b):
- Criação da CCEE (Câmara de Comercialização de Energia Elétrica) responsável pela comercialização de energia elétrica;
  - A CCEE foi criado para suceder o MAE;
  - Criação do CMSE (Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico) que ficou responsável por cuidar de modo permanente da segurança e do suprimento de energia elétrica no Brasil;
  - A parcela de energia elétrica que não for comercializada nos leilões poderá ser negociada no mercado de curto prazo do CCEE;

### **2.2.2 Novo Modelo do Setor de Energia Elétrica no Brasil**

O novo mercado atua principalmente para incentivar a competição nas atividades de geração e comercialização. Já a regulamentação foi estabelecida principalmente através da Lei 10.848, também denominada de Lei do Novo Modelo do Setor Elétrico, a qual promovia a modicidade tarifária, regulamentação estável do setor e garantia a segurança do suprimento de energia elétrica. Entre outras alterações no modelo do setor elétrico foram promovidas por esta lei:

- Surgimento do Ambiente de Contratação Livre (ACL) onde ocorrerá compra e venda de energia elétrica entre comercializadores, produtores independentes e consumidores livres, já o Ambiente de Contratação Regulada (ACR) onde haverá a comercialização de energia elétrica entre agentes geradores, distribuidores e consumidores cativos, (CCEE, 2011a) e (NASCIMENTO, 2008);
- Regulamentação de preços no mercado de curto prazo;

Neste novo modelo, tem-se como instituições:

- CNPE (Conselho Nacional de Política Energética) é um órgão presidido pelo MME que acessora à Presidência da República em relação a elaboração de políticas para o setor energético, garantir suprimento energético em áreas mais distantes do país e analisar a matriz energética de regiões do Brasil;

- MME (Ministério de Minas e Energia): é um órgão federal responsável por elaborar e implementar políticas para o setor energético;
- CMSE (Comitê de Monitoramento do Setor Elétrico) constituído pela lei 10.848 cuja responsabilidade é manter a segurança de suprimento energético no Brasil;
- EPE (Empresa de Pesquisa Energética) foi criada através da lei 10.847 cuja função é promover pesquisas na área energética, elaboração e publicação do balanço energético e realização de estudos da matriz energética;
- ANEEL (Agência Nacional de Energia Elétrica) foi instituída pela lei 9.427 cujo objetivo era a regulamentação e fiscalização das atividades de geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica, promover a universalização da energia elétrica, (LEI... , 1996);
- ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico) foi responsabilizado por coordenar e controlar a operação de geração e transmissão no SIN (Sistema Interligado Nacional) na lei 9.648, (LEI... , 1996);
- CCEE (Câmara Nacional de Comercialização de Energia Elétrica) foi criada pela lei 10.848 para promover a comercialização de energia elétrica tanto no mercado de curto prazo como através dos leilões de energia, (LEI... , 2004b);

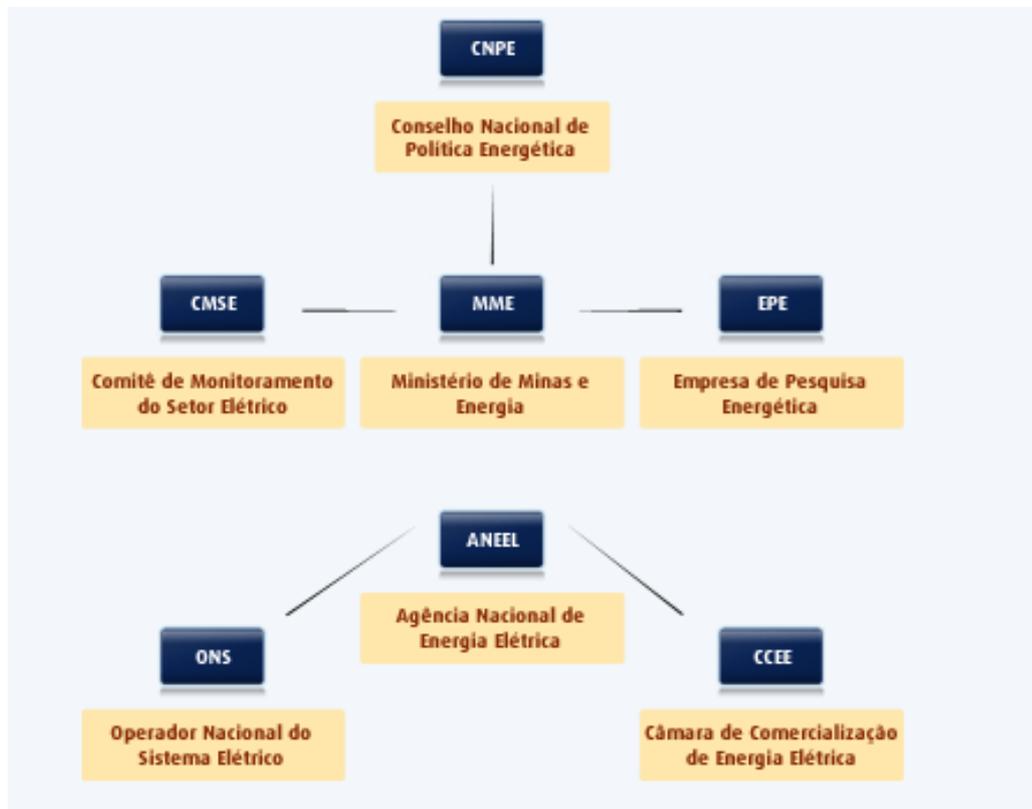


Figura 2.5: Instituições do Setor Elétrico Brasileiro, Fonte: (CCEE, 2011a)

Com a nova estruturação do setor elétrico, a comercialização ocorre através da CCEE que será melhor descrita devido ao tema deste trabalho que trata de preços de compra e venda de energia elétrica. Assim, será dada ênfase à CCEE na próxima seção.

## 2.3 Câmara de Comercialização de Energia

Foi instituída pela lei 10.848 para substituir o MAE (Mercado Atacadista de Energia) que surgiu a partir da criação da Lei 9.648/98. Entre as funções da CCEE estão, (ESTATUTO... , 2009):

- Executar leilões de compra e venda de energia elétrica, desde que estejam autorizados pela ANEEL;
- Manter os contratos dos ambientes ACR e ACL registrados;
- Contabilizar a quantidade de energia comercializada e efetuar a liquidação financeira no mercado de curto prazo;
- Verificar as infrações em relação aos limites de energia e outras infrações em relação aos termos da Convenção de Comercialização;

Já os participantes da CCEE foram divididos nas categorias de Geração, Distribuição e Comercialização cujos participantes são, (ESTATUTO... , 2009):

- Geração fazem parte os agentes geradores, produtores independentes (produtores individuais ou em consórcios que tem permissão para gerar energia para comercialização) e autoprodutores (produtores de energia que tem permissão para gerar energia para seu próprio consumo ou comercialização de excedente com prévia autorização). Estes agentes podem atuar no ACL e ACR, (CCEE, 2011b);
- Distribuição fazem parte os agentes distribuidores;
- Comercialização fazem parte os agentes importadores, comercializadores, consumidores livres, geradores, produtores independentes;

A comercialização da energia elétrica pode ocorrer em dois ambientes o ACR (Ambiente de Contratação Regulada) onde a energia é comercializada por meio de contratos bilaterais CCEAR (Contrato de Comercialização de Energia Elétrica no Ambiente Regulado) cujos envolvidos são os agentes de geração e distribuição que participam dos leilões. O ACL há livre comercialização entre os agentes geradores, consumidores livres por meio dos contratos CCEAL (Contratos de Compra de Energia no Ambiente Livre), (CCEE, 2011b).

Os contratos do ACR e ACL devem ser registrados, para que ocorra a contabilização e liquidação das diferenças no mercado de curto prazo (spot), também conhecido como mercado

das diferenças, pois a equação realizada neste mercado é a subtração da quantidade de energia que foi gerada ou consumida e o que foi contratada, o resultado positivo ou negativo é comercializado através do Preço de Liquidação das Diferenças (PLD), o qual é gerado por semana considerando a classificação de cargas (leve, média e pesada) sujeitas a um preço mínimo e por um preço máximo. A figura 2.6 ilustra a energia comercializada no Mercado de Curto Prazo que representa a diferença entre a energia verificada e a energia contratada.

Importante ressaltar que os contratos CCEAL precisam estar registrados no CCEE informando as quantidades e os prazos, porém os valores de precificação não precisam ser informados, (CCEE, 2011b). Pois, não há regulação de preços, isto gera liberdade de negociação entre os agentes de geração, comercializadores, importadores, exportadores e consumidores livres.

Já no ACR, a energia é comercializada através de leilões de energia que segundo o decreto 5.163 seguem a seguinte classificação, (DECRETO... , 2004):

- Leilão A-1: a previsão do suprimento que deverá ser adquirido no leilão ocorre no ano anterior ao ano base do leilão de compra e venda de energia elétrica;
- Leilão A-2: a previsão do suprimento que deverá ser adquirido no leilão ocorre 2 anos antes ao ano base do leilão de compra e venda de energia elétrica;
- Leilão A-5: a previsão do suprimento que deverá ser adquirido no leilão ocorre 5 anos antes ao ano base do leilão de compra e venda de energia elétrica;

Os leilões acima ocorrem, para que seja apresentada a quantidade de energia elétrica que deverá ser prevista antes de ser adquirida pelos agentes distribuidores que participam do Ambiente de Contratação Regulada.

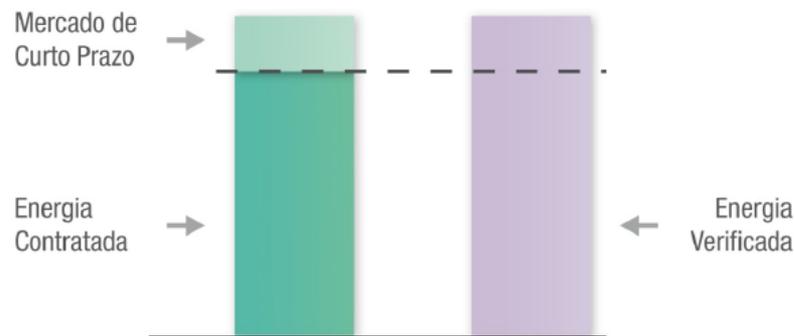


Figura 2.6: Mercado de Curto Prazo, Fonte: (CCEE, 2011b)

Portanto, a estratégia proposta neste trabalho está relacionada com o ACL (Ambiente de Contratação Livre), pois este não possui seu preço regulado pelo governo como no ACR, a partir deste ambiente foi possível desenvolver um modelo matemático complexo e exige inúmeras variáveis de decisões que estão relacionadas com o setor de geração e comercialização

de energia através de equações que envolvem: custos unitários de geração por MW, número de geradoras disponíveis, números de geradoras que podem ser alocadas (geradoras do tipo start), demanda real em MW por períodos de picos de consumo, restrições de equilíbrio entre oferta e demanda de energia. Importante, ressaltar que os agentes de geração e comercialização que participam do ACL serão definidos como **participantes**, os quais estão envolvidos na compra e venda de energia elétrica, assim o objetivo deste trabalho é gerar preços de compra e venda de energia para participantes que atuam no ACL.

As restrições de equilíbrio são de fundamental importância, para que problemas como as sobras de energia citadas em (SAUER et al., 2002) sejam minimizadas, ou até mesmo deixem de existir, pois a energia elétrica é um bem que não pode ser armazenado. Ainda deve-se considerar que o modelo desenvolvido neste trabalho se aplica aos consumidores livres, devido a necessidade de compra de energia a um valor mínimo, pois considera-se a compra e venda a num horizonte de curto prazo.

### 3 TÉCNICAS DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

As técnicas de programação linear exploradas neste trabalho constituem inovações nos métodos para precificação serão apresentados nos capítulos seguintes. Para uma melhor compreensão, serão descritos tópicos essenciais que embasam a metodologia de precificação aqui proposta.

#### 3.1 Máximos, Mínimos e Dualidade em Programação Linear

A análise de máximos e mínimos de funções não lineares convexas ou não convexas com ou sem restrições no  $\mathfrak{R}^n$  exige um forte background matemático que permeia conhecimentos em cálculo diferencial, análise real, topologia, geometria diferencial e álgebra linear. Quando se trata de prospectar máximos e mínimos em problemas de programação linear, este embasamento se torna mais simples, uma vez que, em geral, a função objetivo e suas restrições são convexas, bem comportadas e de classe  $C^1$ , isto é, são contínuas e suas derivadas de primeira ordem são também contínuas e diferenciáveis o que permite assegurar a existência de ótimos globais.

Neste trabalho de dissertação, é dada ênfase aos métodos e procedimentos para obtenção de máximos e mínimos de problemas de programação linear, uma vez que a modelagem de precificação aqui proposta se baseia em modelos lineares.

A caracterização de máximos e mínimos de problemas clássicos de programação linear com restrições é abordada neste trabalho pela teoria de pontos extremos do cálculo diferencial a  $n$  variáveis (HADLEY, 1964). Onde o interesse é encontrar o ponto  $x^*$  que produza o valor máximo absoluto de  $z = f(x)$  sobre o  $\mathfrak{R}^n$  para todo  $x$  satisfazendo  $g_i(x) = b_i$ , com  $i = 1, \dots, m$ ;  $m \leq n$ . Admite-se que  $f$  e  $g_i \in C^1$ . Denotado por  $Y$  o espaço das soluções viáveis  $x$  satisfazendo as restrições  $g_i(x) = b_i$  para  $i = 1, \dots, m$ .

**Máximo e Mínimo Absoluto:** A função  $f(x)$  é dita assumir um máximo absoluto sobre o conjunto fechado  $X \subseteq \mathfrak{R}^n$  para todo  $x$  satisfazendo  $g_i(x) = b_i$ ,  $i = 1, \dots, m$  no ponto  $x^* \in X \cap Y$  se para todo  $x \in X \cap Y$  tem-se  $f(x) \leq f(x^*)$ . Reciprocamente,  $f(x)$  assume um mínimo absoluto em  $x^*$ , se o sinal da última desigualdade é invertido.

A teoria da dualidade em programação linear constitui entendimentos básicos sobre: o princípio da otimalidade, análise de sensibilidade, análise paramétrica do modelo e sua interpretação econômica.

Considere o seguinte PPL que será denominado como Problema Primal:

$$\text{Max} f(x) = c'x \quad (3.1)$$

sujeito a:

$$g(x) = Ax \leq 0 \leftarrow \lambda \quad (3.2)$$

$$x \geq 0 \quad (3.3)$$

Onde:  $x = (x_1, \dots, x_n)$  vetor do  $\mathfrak{R}^n$  contendo as variáveis de decisão do PPL e  $c' = (c_1, \dots, c_n)$  vetor do  $\mathfrak{R}^n$  dos coeficientes da função objetivo com  $n$  componentes,  $A_{m \times n}$  é a matriz  $m \times n$  de coeficientes tecnológicos das restrições do modelo de PL,  $b \in \mathfrak{R}^m$  o vetor de termos independentes correspondentes as restrições do modelo de programação linear e  $\lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \dots \\ \lambda_m \end{pmatrix}$  um vetor do  $\mathfrak{R}^m$  constituído pelas variáveis duais associados as  $m$  restrições do modelo de PL ou multiplicadores de *Lagrange*  $\lambda_i$  associados as restrições do PPL Primal acima.

Em economia, os multiplicadores de *Lagrange* são conhecidos como preços de oportunidade, ou *shadow price*, ou ainda preço marginal, é aquele preço que a empresa está disposta a pagar por cada unidade a mais do recurso que está ativo, isto é onde a restrição correspondente a este recurso não tem folga (*slack* = 0, esgotou todo o *rhs* =  $b$ ).

O método dos multiplicadores de *Lagrange* é usado aqui para demonstrar características adicionais e proporcionar melhor entendimento das relações entre os problemas Primal e Dual em otimização, embora não seja a ferramenta mais adequada para resolver numericamente um PPL.

A função Lagrangeana, correspondente ao PPL Primal acima, é definida por:

$$L(x, \lambda) = f(x) + \lambda [b - g(x)] \quad (3.4)$$

A solução de 3.4 pelo método dos multiplicadores de *Lagrange* é equivalente a solução do PPL Primal. Portanto, as condições necessárias de primeira ordem do cálculo diferencial, para que a função  $f(x)$  admita um máximo  $x^*$  satisfazendo  $g(x) \leq b$  com  $x \geq 0$  são encontradas a partir da função Lagrangeana 3.4 tornando-se nulas as derivadas parciais independentes de  $L$  em relação a cada variável  $x$  e  $\lambda$ , ou seja, deve ser resolvido o seguinte sistema de equações diferenciais para encontrar a solução ótima do PPL Primal acima.

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial x_j} = \frac{\partial f(x)}{\partial x_j} - \lambda \frac{\partial g(x)}{\partial x_j} = 0; j = 1, \dots, n \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial L(x, \lambda)}{\partial \lambda} = b - g(x) = 0 \quad (3.6)$$

Reordenando a equação 3.4 acima tem-se:

$$L(x, \lambda) = \lambda' b + (c' - \lambda' A)x \quad (3.7)$$

A expressão 3.7 pode ser vista como a função Lagrangeana associada ao seguinte PPL que será denominado como Dual:

**PPL**

$$\text{Min} \psi(\lambda) = \lambda' b \quad (3.8)$$

$$\lambda' A \geq c' \quad (3.9)$$

$$\lambda \geq 0 \quad (3.10)$$

Se  $x^*$  e  $\lambda^*$  são soluções ótimas do Primal e do Dual respectivamente, então  $f(x^*) = \psi(\lambda^*)$ , isto é, o valor ótimo da função objetivo do primal = valor ótimo da função objetivo do dual.

É possível demonstrar que em problemas de maximização o valor da função objetivo do Primal é sempre menor ou igual ao valor da função objetivo do Dual ou seja: em qualquer interação tem-se que  $f(x) \leq \psi(\lambda)$  e se inverte para o caso de problemas de minimização, conforme convergência apresentada no gráfico da figura 3.1.

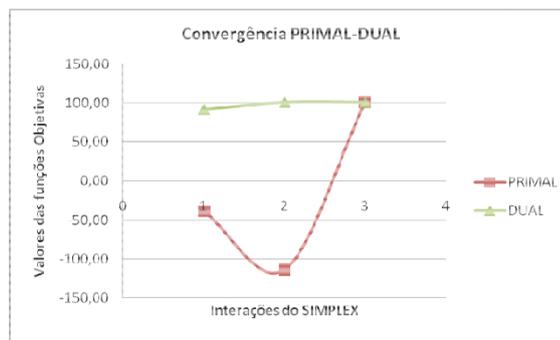


Figura 3.1: Convergência Primal Dual

O Princípio da otimalidade em Programação Linear consiste em mostrar que toda função convexa definida num conjunto convexo fechado e limitado assume um máximo global ou um mínimo global neste nesse conjunto conforme o teorema abaixo, descrito em (HADLEY, 1964).

**Teorema 1: Maximização** – Se o máximo absoluto da função convexa  $f(x)$  em  $X \subset \mathcal{R}^n$  é finito, então o máximo absoluto de  $f(x)$  ocorre em um ou mais pontos extremos (vértices do polítopo) e, reciprocamente para o caso de minimização. A demonstração deste teorema pode ser visto com maiores detalhes em (HADLEY, 1964).

É bastante intuitivo o teorema acima para o caso de um PPL, uma vez que a função objetivo é uma função convexa e o polítopo formado pelas restrições constitui um conjunto

fechado não necessariamente limitado o que pode levar o ponto extremo para um valor ilimitado. Este detalhe será observado quando da convergência do algoritmo Simplex. As condições necessárias e suficientes de otimalidade se encontram definidas no princípio de Kuhn-Tucker descrito na próxima seção.

## 3.2 Condições de Otimalidade de Kuhn - Tucker

O grande anseio dos pesquisadores e cientistas que trabalham com problemas generalizados de otimização, reside na busca do ótimo global. Esta é uma tarefa de grande complexidade quanto aos seus aspectos de soluções numéricas em tempos não proibitivos, capacidades de processamento, etc.

Na maioria das vezes esta complexidade está intimamente ligada ao bom ou mal comportamento matemático do problema de otimização, isto é, as regras de continuidade, convexidade ou concavidade, convergência, etc., que envolvem o problema serem ou não atendidas através de algoritmos específicos.

O foco das condições de otimalidade deste trabalho estão centradas em problemas de otimização linear, cuja complexidade é bastante reduzida em relação a problemas de otimização não linear.

O algoritmo SIMPLEX (DANTZIG, 1963) para solução de PPL procura enquadrar a solução numérica de um PPL no seguinte princípio matemático de análise real: *“Toda função convexa definida num conjunto convexo fechado e limitado  $P$  admite um máximo e um mínimo neste conjunto  $P$ ”*. Sabe-se que a função objetivo é convexa e o politópo é formado pelas restrições, convexo e fechado (podendo não ser limitado).

Nestas condições o algoritmo Simplex converge para o ótimo global, satisfazendo as condições necessárias de otimalidade da teoria Lagrangeana, e também satisfaz as condições suficientes de Kuhn-Tucker ou seja um ponto de máximo ou mínimo de um PPL é um ponto extremo global conforme será visto a seguir. O algoritmo Simplex apresentado na seção 3.3 deste trabalho descreve sob forma matricial os passos para obtenção da solução de um PPL que será utilizado na solução numérica de todos os modelos aqui tratados.

Retomando as equações 3.1 a 3.3 e considerando que  $f(x^*)$  é um máximo global para este PPL e  $\lambda^*$  o vetor ótimo dos multiplicadores de Lagrange associados então as seguintes condições de Kuhn-Tucker são necessárias e suficientes para que  $x^*$  seja máximo global do PPL acima:

Voltando a considerar o caso de otimização da função Lagrangeana descrita na equação 3.4 onde foi assumido que em  $x^*$ ,  $f(x)$  atinge seu máximo global. Seja  $J$  o subconjunto dos índices  $j = 1, \dots, n$  para os quais  $x_j^* > 0$  e seja  $I$  o subconjunto dos índices  $i = 1, \dots, m$  formado pelos índices  $i$  correspondente a  $i$ -ésima restrição ativa em  $x^*$ . Então, segundo (PFAFFENBERGER; WALKER, 1975), as condições de Kuhn-Tucker são:

$$\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \frac{\partial g_i(x^*)}{\partial x_j} = 0 \text{ para } j \in J \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^* \left[ \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^m \lambda_i^* \frac{\partial g_i(x^*)}{\partial x_j} \right] = 0 \quad (3.12)$$

$$b_i - g_i(x^*) \geq 0 \quad (3.13)$$

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i^* [b_i - g_i(x^*)] = 0 \quad (3.14)$$

### 3.3 Algoritmo Simplex Revisado

O método simplex revisado ou método simplex com multiplicadores é uma modificação do algoritmo simplex inicial com significativas reduções no número de operações necessárias em cada interação do algoritmo. Essencialmente, o método simplex revisado em vez de atualizar o *tableaux* inteiro em cada interação, processa somente aqueles coeficientes que são necessários para identificar o elemento *pivot*. Obviamente, a redução do custo da função objetivo se dará na escolha da variável a entrar na base. Na escolha da saída da variável da base pela regra da razão mínima, atualizam-se apenas os coeficientes da variável a entrar na base e o corrente valor do RHS. Portanto, o método simplex revisado considera somente informações necessárias para atualizar o *reduced cost* e o teste da razão mínima em cada interação, obtendo-se grande performance no tempo de processamento do algoritmo.

Em cada interação do simplex revisado, a forma canônica inicial vai sendo transformada em novas formas canônicas através de uma sequência de operações de pivoteamento. Para melhor compreensão, considere o PPL Primal definido pelas equações 3.1 a 3.3 sob a forma canônica inicial. Consideram-se as seguintes decomposições dos vetores  $c$  e  $x$ , e da matriz  $A$  coma a seguinte forma canônica inicial  $c = (c^B, c^N)$ ;  $(x = x^B, x^N, x^I)$ ;  $A = (B, N, I)$ . Então o PPL se escreve sob a forma canônica inicial:

$$\mathbf{Max} f(x) = c^B x^B + c^N x^N \quad (3.15)$$

**sujeito a:**

$$g(x) = Bx^B + Nx^N + Ix^I = b \quad (3.16)$$

$$x^B \geq 0; x^N \geq 0; x^I \geq 0 \quad (3.17)$$

Onde:  $B$ ,  $N$  e  $I$  indicam as variáveis básicas, não básicas e unitárias, respectivamente.

As soluções numéricas dos problemas de programação linear obtidas neste trabalho são baseadas no algoritmo simplex revisado que passaremos a descrever:

Passo(0): Considere a existência de uma base inversa inicial  $B^{-1}$  satisfazendo  $\bar{b} = B^{-1}b \geq 0$ . Considere, ainda que as colunas de  $B$  são  $A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jm}$  e que  $\lambda = c^B b_{-1}$  são os multipli-

cadores simplex.

- Passo(1): Os coeficientes  $\bar{c}_j$  das variáveis não básicas  $x_j$  são computadas via os multiplicadores  $\lambda$  calculados no Passo(0) utilizando as seguintes equações  $\bar{c}_j = c_j - \lambda A_j = c_j - \sum_{i=1}^m \lambda_i a_{ij}$  para  $j$  não básico. Se todos os  $\bar{c}_j \leq 0$  então PARE, o ótimo foi alcançado. Se não prossiga para o Passo(2).
- Passo(2): Escolha a variável a entrar na base pelo seguinte critério:  $\bar{c}_s = \text{Max}\{\bar{c}_j | \bar{c}_j > 0\}$  Calcule  $\bar{A}_s = B^{-1}A_s$ . Se  $A_s \leq 0$ , então PARE o problema é ILIMITADO. Se não, existem  $\bar{a}_{rk} > 0$  para algum  $i = 1, \dots, m$ . Vá ao Psso(3).
- Passo(3): Escolha da variável a deixar a base através do critério da razão mínima:  $\frac{\bar{b}_r}{\bar{a}_{rs}} = \text{Min}\{\frac{\bar{b}_r}{\bar{a}_{rs}} | \bar{a}_{rs} > 0\}$ . A variável básica na linha  $r$  é substituída pela variável  $s$  gerando uma nova base  $B$ .
- Passo(4): Pivoteando em  $\bar{a}_{rs}$  encontramos: uma nova base inversa  $B^{-1}$ , um novo vetor RHS e um novo vetor de multiplicadores. Retorne ao Passo(1).

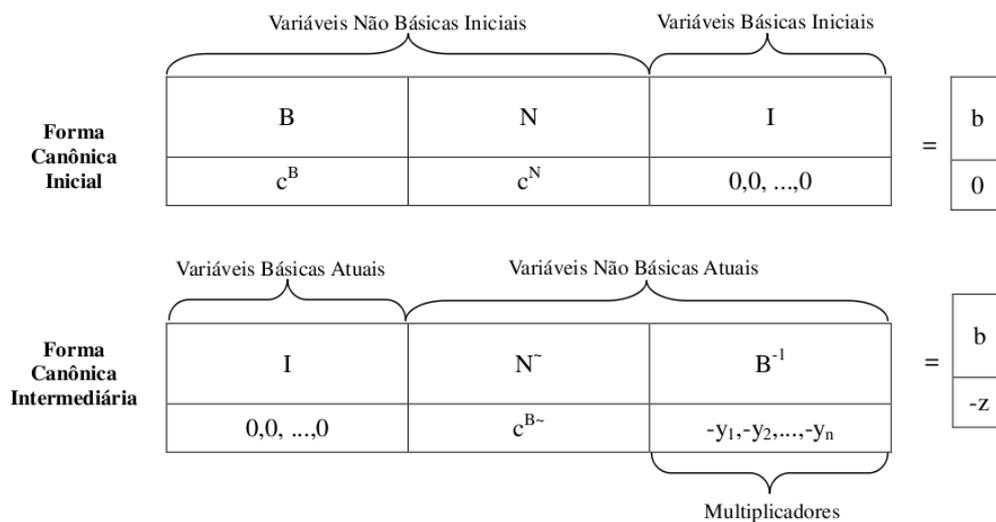


Figura 3.2: Tableaux Primal - Dual Revisado

### 3.4 Exemplo de uma Firma

Nesta seção será apresentado o exemplo de uma firma para uma melhor compreensão da teoria apresentada nas seções anteriores, este exemplo está no livro (PFAFFENBERGER; WALKER, 1975).

**Exemplo** Suponha que dois aditivos A e B devam ser usados por uma Firma para compor a qualidade de uma mistura de gasolina específica num grande tanque de distribuição, satisfazendo as seguintes condições:



OBJ COEFFICIENT RANGES			
VARIABLE	CURRENT COEF	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
X1	153.000000	47.000000	INFINITY
X2	400.000000	INFINITY	94.000000
RIGHTHAND SIDE RANGES			
ROW	CURRENT RHS	ALLOWABLE INCREASE	ALLOWABLE DECREASE
R1	0.500000	0.400000	INFINITY
R2	6.000000	4.000000	1.000000
R3	0.500000	0.100000	0.133333

### 3.4.1 Interpretando a Solução

O modelo aconselhou utilizar 0.4 toneladas do aditivo A representada por X1 e 0.1 toneladas do aditivo B representado por X2 na composição da gasolina especial desejada.

Observa-se que na coluna *slack or surplus* (folga ou desperdício) somente a restrição R1 teve folga de 0.4 enquanto que em R2 e R3 foram utilizados todos os recursos disponíveis. Pela interpretação dos multiplicadores de Lagrange Y1, Y2 e Y3 (variáveis duais), na restrição R2 por exemplo, se o valor total de octanas aumentar de 6 para 7, o custo total da mistura aumentará em até US\$24.70 e, se a quantidade total dos dois aditivos A e B da restrição R3 aumentar de uma unidade passando de 0.5 toneladas para 1.5 toneladas, o custo total da mistura decrescerá de aproximadamente US\$94.

Estas variações não podem ser adotadas de forma aleatória e sim observando os limites de variação dos coeficiente nas colunas *Allowable Increase* e *Allowable Decrease* do relatório acima. Nota-se que no caso da restrição R3, o RHS ( $b = 5$ ) só poderá variar no intervalo  $[5 - 0.13335 + 0.1000]$ . Estes resultados proporcionam ao tomador de decisão realizar simulações sobre cenários alternativos para a mistura.

A análise de sensibilidade do modelo consiste na interpretação dos dois últimos módulos que versam sobre os intervalos de confiança dos coeficientes da função objetivo e do termo independente ( $b$ ): isto é, de quanto pode variar cada coeficiente mantendo a mesma base *OBJ COEFFICIENT RANGES* intervalos de variação dos coeficientes da função objetivo:  $c_j \in [c_j - d_j, c_j + i_j]$ , onde  $d_j$  é o valor de *Allowable Decrease* e  $i_j$  é o valor do *Allowable Increase*. Por exemplo, o coeficiente do termo X2 ( $c_2 = 400$ ) na função objetivo pode variar no intervalo  $c_2 - 94 \leq c_2 \leq c_2 +$  número grande *RIGHTHAND SIDE RANGES* indicam as perturbações que podem ser feitas no vetor de termos independentes ( $b$ ) onde o raciocínio é análogo as variações do item acima.

O Problema Dual associado ao Primal do Exemplo acima, tem a seguinte modelagem:

$$\text{Maximizar } 0.5Y_1 + 6Y_2 - 0.5Y_3 \quad \text{Lucro}$$

Sujeito a:

$$2Y_1 + 10Y_2 + Y_3 \leq 153$$

$$Y_1 + 20Y_2 + Y_3 \leq 400$$

$$Y_1, Y_2 \geq 0 \text{ e } Y_3 \leq 0$$

fazendo-se  $Y_3 = -y_3$  temos o novo PPL:

$$\text{Maximizar } 0.5Y_1 + 6Y_2 - 0.5y_3 \text{ Lucro}$$

Sujeito a:

$$2Y_1 + 10Y_2 - y_3 \leq 153$$

$$Y_1 + 20Y_2 - y_3 \leq 400$$

$$Y_1, Y_2 \geq 0 \text{ e } Y_3 \geq 0$$

Substituindo os valores de  $Y_i$  na função objetivo acima, obtendo-se o mesmo valor da função objetivo R\$101.2 do Problema Primal.

### 3.4.2 Resolvendo o Exemplo da Firma pelo Método dos Multiplicadores de Lagrange

Antes de construir a função Lagrangeana associada ao problema de programação linear da Firma acima, é necessário entender que este procedimento via construção da função *Lagrange* não garante as condições necessárias e suficientes de ótimo global, restringindo somente em encontrar ótimo local. A teoria dos multiplicadores de *Lagrange* permite identificar importantes relações econômicas entre as variáveis  $X_j$  do problema primal e as variáveis  $Y_i$  do problema dual. Considerando a função *Lagrange* do Primal do PPL da Firma acima correspondente as duas restrições  $R_2$  e  $R_3$  que estão ativas, isto é, o ponto de ótimo global está na interseção destas duas retas.

Isto pode ser observado porque executou-se o modelo no LINDO onde observa-se que a coluna *Slack* ou *Surplus* correspondente a estas duas restrições são nulos, temos então a função  $L$  assume a forma:

$$L(X_1, X_2, Y_2, Y_3) = 153X_1 + 400X_2 + Y_2(6 - 10X_1 - 20X_2) + Y_3(0.5 - X_1 - X_2) \quad (3.18)$$

Pelas condições necessárias de ponto crítico, derivando  $L$  em relação a cada variável e igualando a zero tem-se:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 153 - 10Y_2 - Y_3 = 0 \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 400 - 20Y_2 - Y_3 = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_2} = 6 - 10X_1 - 20X_2 = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial L}{\partial Y_3} = 0.5 - X_1 - X_2 = 0 \quad (3.22)$$

Resolvendo o sistema de 4 equações lineares com 4 variáveis pelo método de Gauss-Saidel acima temos que a solução do Primal/Dual do PPL do exemplo da Firma via função Lagrangeana, está descrita abaixo e que são os mesmos valores obtidos através do algoritmo SIMPLEX.

$$X_1 = 0.4 \quad X_2 = 0.1 \quad Y_1 = 0.0 \quad Y_2 = -24 \quad Y_3 = 94 \quad \text{onde } L = 101.2$$

Uma outra importante característica bastante explorada na análise de sensibilidade envolvendo os multiplicadores de Lagrange reside no fato de que os valores ótimos do primal  $X^*$  e do dual  $Y^*$  dependem dos valores de  $b_i$  para  $i = 1, \dots, m$ . Para efeito de simplificação, admite-se que as  $m$  restrições do PPL sejam de igualdades (que é sempre possível através da inclusão das variáveis de folga) e consideremos a taxa de variação instantânea de  $z^* = f(X^*) = f(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$  com respeito a  $b_i$  para  $i = 1, \dots, m$ ) dada pelas equações diferenciais da regra da cadeia abaixo.

$$\frac{\partial f^*}{\partial b_i} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f}{\partial X_j^*} \frac{\partial X_j^*}{\partial b_i} \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial g_k}{\partial b_i} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial g_k}{\partial X_j^*} \frac{\partial X_j^*}{\partial b_i} \quad (3.24)$$

Para  $k = 1, \dots, m$

A partir das equações 3.23 e 3.24 em (PFAFFENBERGER; WALKER, 1975) deduz-se que:  $\frac{\partial f^*}{\partial b_i} = \lambda^*$

Se  $f(x)$  é por exemplo uma função de custo, e  $b_i$  é a quantidade de unidades físicas do recurso  $i$ , o valor de  $\lambda_i^*$  fornece uma aproximação de quanto o custo mínimo deve ser alterado por cada unidade adicional do recurso  $i$ .

### 3.4.3 Interpretando a Convergência da Solução Primal/Dual do Exemplo da Firma

Os conceitos acima sobre a teoria de máximos e mínimos em programação matemática, as condições de otimalidade de PPL, análise de sensibilidade, dualidade e interpretação econômica apresentadas neste capítulo servirão de base para interpretação dos modelos de PL de grande porte que serão tratados nos próximos capítulos sobre precificação de tarifas elétricas, considerando:

1. Caso de Um participante isoladamente.
2. Caso de  $k$  participantes em ambiente mutidivisional.

Após este entendimento, o modelo mais complexo que constitui a maior contribuição deste trabalho será descrito no próximo capítulo.

### 3.4.4 Decomposição Bloco Angular de Dantzig-Wolfe

As tomadas de decisões em organizações multidivisionais constituem cenários apropriados para o uso de metodologias de programação matemática multidivisional. Devido às características de certas estruturas de modelos bloco-angular com elevado número de variáveis e restrições, é possível tratá-los através de algoritmos que possibilitem o uso de técnicas de processamento paralelo.

Neste trabalho, é proposta a solução de um problema de precificação de tarifas de energia elétrica, considerando multi-participantes independentes entre si, que utilizam de várias geradoras para disponibilizarem um único produto cuja gestão é centralizada.

O modelo de precificação foi enquadrado dentro de uma estrutura diagonal por blocos, onde cada participante representa um bloco de restrições independentes e as restrições de acoplamento são representadas pelas restrições de estados entre os participantes.

O algoritmo de decomposição de Dantzig-Wolfe com técnicas de paralelização pode ser utilizado, para gerar a solução do problema onde as variáveis duais, de cada participante (bloco), indicam os preços de oportunidade (*shadow-price*) de compra e vendas de energia elétrica para cada participante do ACL.

A seguir, apresenta-se a solução numérica de um modelo bloco-angular via Algoritmo de Decomposição de Dantzig-Wolfe:

$$\text{Minimizar} \quad c_1X_1 + c_2X_2 + \dots c_kX_k \quad (3.25)$$

Sujeito a:

$$B_1X_1 \leq b_1 \quad (3.26)$$

$$B_2X_2 \leq b_2 \quad (3.27)$$

$$\dots \quad (3.28)$$

$$B_kX_k \leq b_k \quad (3.29)$$

$$A_1X_1 + A_2X_2 + \dots A_kX_k \leq b_0 \quad (3.30)$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots X_k \geq 0 \quad (3.31)$$

Onde:  $X_i = \{x_i / B_iX_i \leq b_i; x_i \geq 0\}$

O Algoritmo Dantzig-Wolfe (LASDON, 1970) aplica o princípio de decomposição para solução de problemas lineares de grande porte ou problemas lineares com restrições com estrutura especial. As restrições são divididas em dois conjuntos: restrições gerais e restrições com estrutura especial. Com isso, o algoritmo trabalha com dois problemas lineares: um com o

conjunto das restrições gerais (Problema Mestre), e outro com o conjunto das restrições especiais (Sub-Problema).

As informações de soluções ótimas são trocadas entre estes dois problemas até que a solução do problema original seja encontrada: o Problema Mestre passa para o Sub-Problema os coeficientes de custos e recebe a variável que deverá entrar na base. Esta técnica é chamada Geração de Colunas.

**Problema Mestre:**

Seja o problema linear (I):

$$\text{MIN}cx \quad (3.32)$$

st

$$Ax = b \quad (3.33)$$

$$x \geq 0 \quad (3.34)$$

Seja  $X$  o conjunto limitado definido por  $X = \{x \in X \text{ t.q. } Ax = b, \text{ com } x \geq 0\}$ . Então, qualquer ponto  $x \in X$  pode ser representado como uma combinação convexa do número finito de pontos extremos de  $X$ , ou seja:

$$x = \sum \lambda_j x_j \quad j = 1, \dots, t \quad (3.35)$$

$$\sum \lambda_j = 1 \quad j = 1, \dots, t \quad (3.36)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, t \quad (3.37)$$

Substituindo  $x$  no problema (I), tem-se:

$$\text{Minimize } \sum (cx_j)\lambda_j \quad (3.38)$$

**Sujeito a:**

$$\sum (Ax_j)\lambda_j = b \quad (3.39)$$

$$\sum \lambda_j = 1 \quad j = 1, \dots, t \quad (3.40)$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, t \quad (3.41)$$

Denominado **Problema Mestre**.

Sub-Problema:

Supondo que exista uma solução básica viável ( $\lambda = (\lambda_B, \lambda_N)$ ) para o problema (II), ou seja, pelo Método Simplex, a matriz inversa da base ( $B^{-1}$ ) existe. Com isso, as variáveis duais  $w$  e  $\alpha$ , correspondentes às restrições do problema (II), podem ser assim definidas:  $(w, \alpha) = c_B B^{-1}$ ,

onde  $cB$  é o custo das variáveis básicas com  $c_j = cx_j$  para cada variável básica  $\lambda_j$ .

Utilizando o Método Simplex Revisado, tem-se que o critério de entrada da base até encontrar a solução ótima é dado por  $\text{MAX } z_j - c_j = (w, \lambda)[Ax_j, I] - cx_j$ , ou seja:

$$\text{MAX}_{z_j - c_j} = \text{MAX}_{wAx_j + \alpha - cx_j}; \quad j = 1, \dots, t$$

Se para uma dada coluna  $k$ ,  $z_k - c_k \geq 0$ , então a variável  $k$  pode entrar na base. Entretanto, determinar a coluna  $k$  diretamente é computacionalmente inviável, já que  $t$  é muito grande e os pontos extremos  $x_j$  correspondentes às variáveis não-básicas  $\lambda_j$  não são explicitamente conhecidos. Para contornar esta limitação, utiliza-se a característica de  $X$  ser um conjunto limitado, de modo que está garantido que o máximo da função linear seja encontrado em um de seus pontos extremos, ou seja,  $\text{MAX}_{z_j - c_j} = \text{MAX}_{wAx_j + \alpha - cx_j}; \quad j = 1, \dots, t$  equivalente a:

$$\text{Max}(wA - c)x + \alpha \quad (3.42)$$

Sujeito a:

$$x \in X \quad (3.43)$$

Para o algoritmo de Dantzig-Wolfe, é considerado o PPL acima como uma variável  $R$ .

**Resultado:** Solução viável básica inicial para o sistema definido em (II) e as variáveis duais,  $w$  e  $\alpha$  onde  $(w, \alpha) = c_B B^{-1}$  é a matriz inversa da base e  $c_j = cx_j$ .

**repita**

Calcular:

$$\text{Max}(wA - c)x + \alpha$$

Sujeito a:  $x \in X$

Seja a solução viável básica ótima deste PPL com valor  $z_j - c_j$ .

**se**  $z_j - c_j > 0$  **então**

| A solução encontrada é a Solução Ótima.

**senão**

$$y_k \leftarrow B^{-1}[Ax_j, I]^{-1}$$

Inserir a coluna  $(z_k - c_k, y_k)$  Problema Mestre (II)

Fazer o pivoteamento em  $y_{rk}$  onde o índice  $r$  é determinado por:

$$b_r / y_{rk} \leftarrow \min\{b_r / y_{rk}; y_{rk} > 0\}$$

Retirar a coluna  $\lambda_k$  já que, com o pivoteamento, as variáveis duais, a inversa da base e o vetor  $b$  são atualizados.

**fim**

**até** Encontrar Solução Ótima;

**Algorithm 1:** Descrição do Algoritmo de Dantzig-Wolfe

## 4 ESTUDO DE CASOS

A desaceleração da economia mundial muda o estilo da gestão dos negócios, induzindo a criação de novos mecanismos de proteção baseados em tecnologias da informação, otimização, risco, desempenho e análise de decisão. O cenário logístico das decisões sobre compras e vendas de energia elétrica nos parques geradores pode ser melhor entendido de forma macro segundo a figura 4.1.

Este modelo poderá ser aplicado em parques de geração das hidrelétricas como Itaipu considerada o maior parque produtor de energia elétrica do Brasil com uma capacidade de produção instalada de 14.000MW, com 20 unidades de estações geradoras com capacidade de 700MW cada uma. As informações consideradas no modelo de precificação são custos e quantidade de energia gerada, para que tenha os custos operacionais globais minimizados sejam obtidos juntamente com o planejamento energético ótimo, como os preços de compra e venda de energia elétrica.

### 4.1 Caso de Um Participante

Os períodos considerados neste problema foram determinados pelo ONS (Operador Nacional do Sistema Elétrico), porém os horários para cada carga estão definidos de acordo com a classificação da carga de energia elétrica vista em (LIMA, 2007) que está descrita abaixo e cuja demanda nestes períodos no Brasil estão representadas no gráfico da figura 4.2.

- Carga Leve: considerada no período de 00h às 07h;
- Carga Média: considerada no período de 07h às 17h e de 22h às 24h;
- Carga Pesada: considerada no período de 17h às 22h;

#### 4.1.1 Parâmetros do Modelo de Precificação para Um Participante

Nesta subseção, serão apresentados os procedimentos para obtenção dos parâmetros do modelo de precificação referentes ao Participante 1 que servirá de guia para as demais participantes que serão tratadas na seção subsequente onde se trata o caso de multi-participantes.

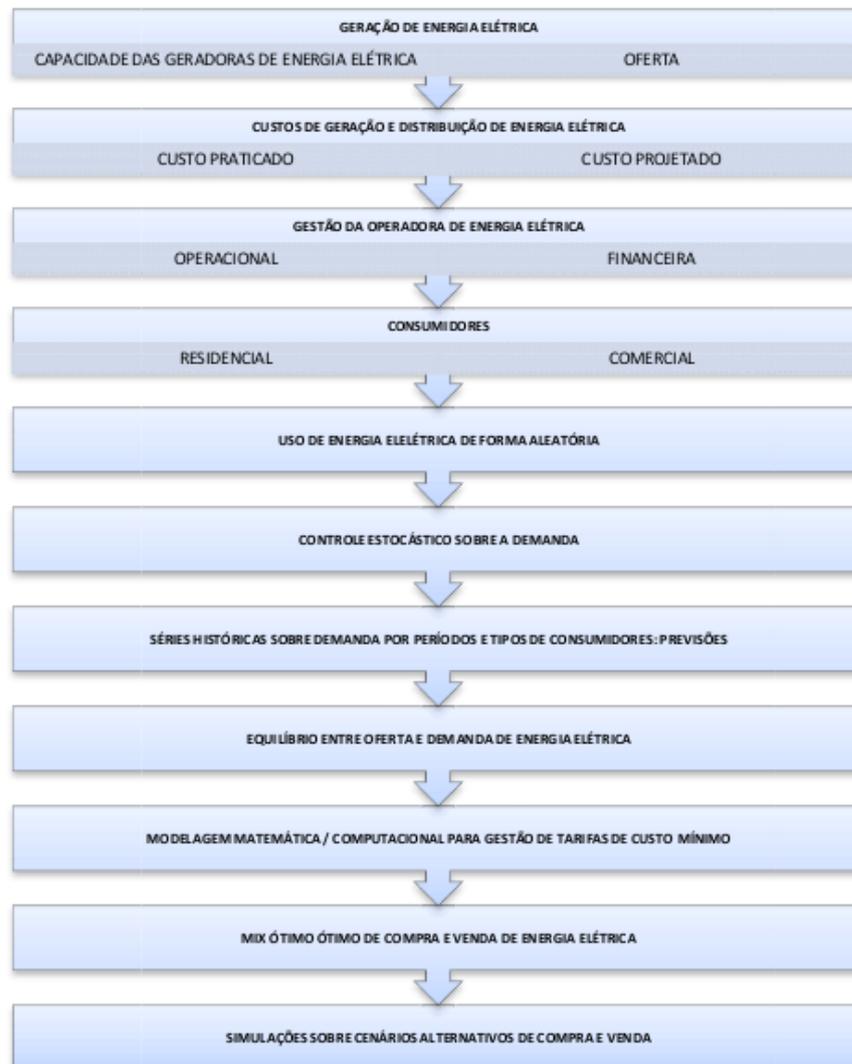


Figura 4.1: Fluxo de Compra e Venda de Energia Elétrica

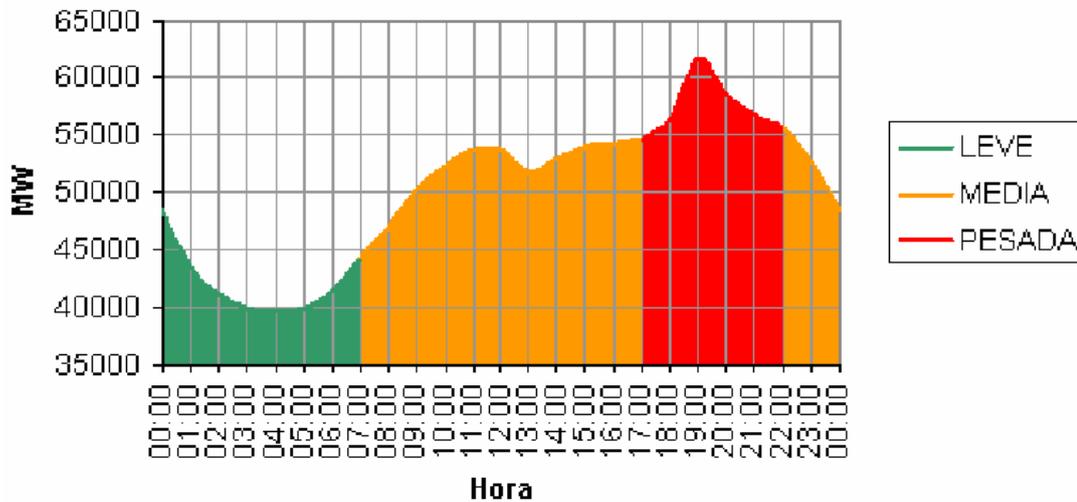


Figura 4.2: Curva de Carga de Energia Elétrica do Brasil em um dia útil. Fonte: (LIMA, 2007)

Para melhor entendimento da análise de sensibilidade econômica do modelo matemático aqui proposto, considera-se o caso do Participante 1 isoladamente e, estendem-se os procedimentos de perturbações do modelo para o caso de  $k$  participantes conjuntas, onde se procura destacar o diferencial entre otimizar pontualmente (participantes isoladas) e otimização global (envolvendo todos os participantes num só modelo).

#### 4.1.1.1 Parâmetros de Previsão de Energia Elétrica do Participante 1

A exemplo da figura 4.2 sobre a curva de carga de energia elétrica no Brasil num determinado dia útil estratificada pelas categorias: Carga Leve (00h às 07h), Carga Média (07h às 17h e de 22h às 24h) e Carga Pesada (17h às 22h), obteve-se para a cidade A um cenário equivalente, conforme a figura 4.3.

Na prática os participantes de energia elétrica costumam trabalhar com análises estatísticas das séries históricas através de técnicas como SARIMA, de métodos como Box and Jenkins como no trabalho de (CARVALHO; TATIWA, 2007), pode-se citar também trabalhos que fazem análise comparativa entre as técnicas de previsão citadas acima no trabalho de (CARVALHO; TATIWA, 2007), Redes Neurais e Neuro-Fuzzy, tendo como resultados das análises desenvolvidas que estas técnicas são eficientes para a previsão de demanda de energia, conforme (CAMPOS, 2008).

Importante ser ressaltado que as técnicas de previsão para demanda são aplicadas em horizontes de longo prazo (horizonte de anos), médio prazo (horizonte de meses ou semanas), curto prazo (horizonte de horas) e curtíssimo prazo (horizonte de minutos), conforme descrito em (ANDRADE, 2010), a partir desta classificação as demandas para este trabalho devem ser consideradas para um horizonte de curto prazo, já que o modelo considera períodos divididos nas 24 horas de um dia.

Assim, a partir da série histórica de sete anos da demanda de energia elétrica do Par-

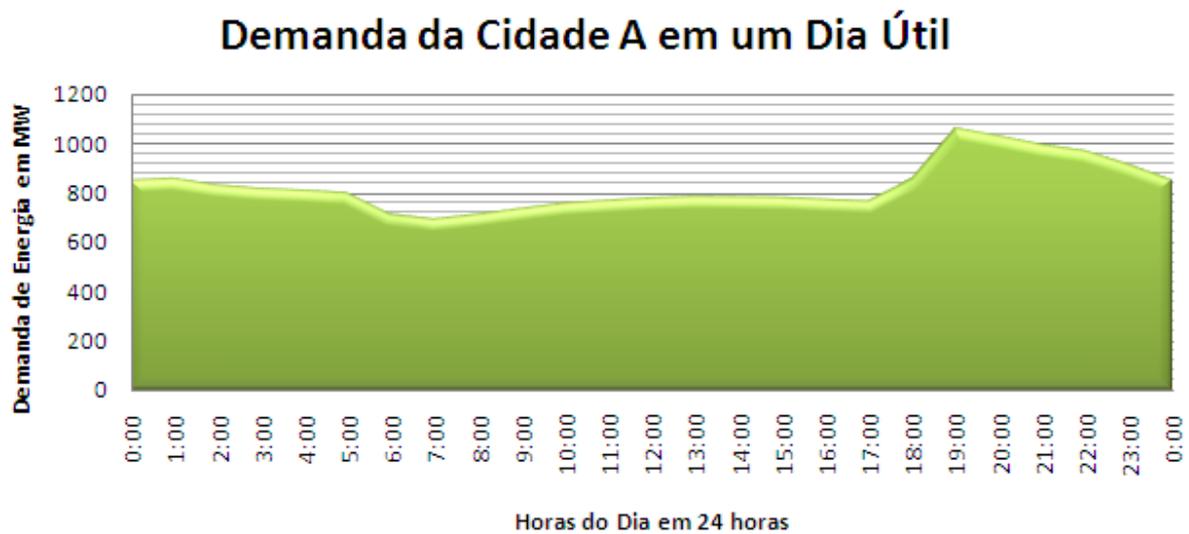


Figura 4.3: Demanda da Cidade A em MW em um Dia Útil Qualquer

participante 1 no período 1 (de 00h às 07h), obteve-se uma demanda média em torno de 4671MW de conforme os valores referentes à terceira coluna da tabela 4.1.

Semelhantemente, foi obtida uma demanda média de 8103MW de energia elétrica para o mesmo participante 1 no período 2 (07h às 17h) a partir da série histórica do gráfico 4.5.

A estimativa para a demanda média do participante 1 no período 3 (17h às 22h) foi de 4460MW obtida da série histórica dia a dia dos mesmos sete anos, conforme série histórica representada no gráfico 4.6.

Finalmente, obteve-se a média da demanda para o participante 1 no período 4 (de 22h às 24h) que foi de 1590MW, a partir da série histórica representada na figura 4.7.

A tabela 4.1, a seguir apresenta o resumo das demandas horárias do participante 1, descritas nas figuras citadas acima.

Seguindo a classificação da carga (demanda) de energia vista em (LIMA, 2007), tem-se 4 períodos de acordo com a tabela 4.1 a serem inputados no modelo de precificação apresentado na seção 1.1 (BARRETO, 2008).

Os valores de demanda referentes à terceira coluna da tabela 4.1, referem-se à média de consumo de energia elétrica nos anos de 2000 a 2006 da cidade A nos períodos 1, 2, 3 e 4 representados nos gráficos 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7. A quarta coluna representa a quantidade de horas que compõe cada período.

Períodos	Horários(hs)	Demanda Média(MW)	No. Horas
j = 1	00h às 07h	4671	7
j = 2	07h às 17h	8103	10
j = 3	17h às 22h	4460	5
j = 4	22h às 24h	1590	2

Tabela 4.1: Demanda Horária de Energia Elétrica

## Demanda de Energia Elétrica no período 1

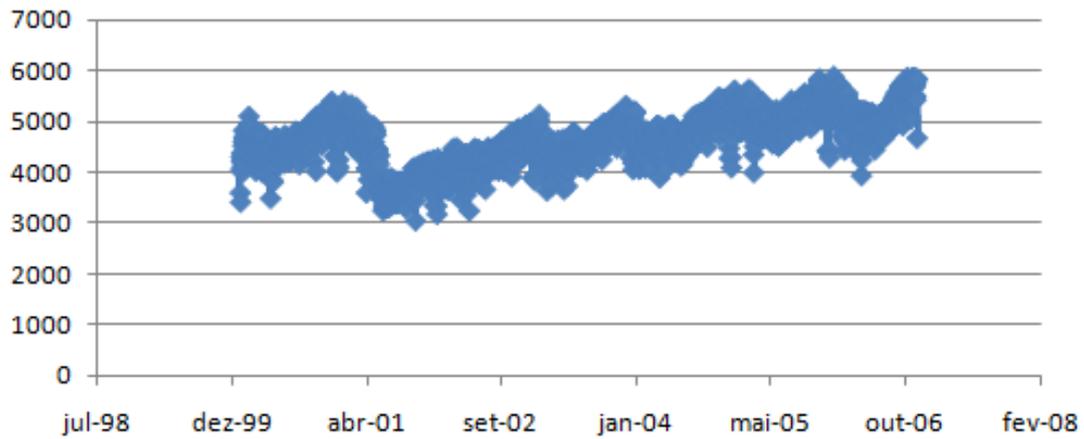


Figura 4.4: Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 1

## Demanda de Energia Elétrica no período 2

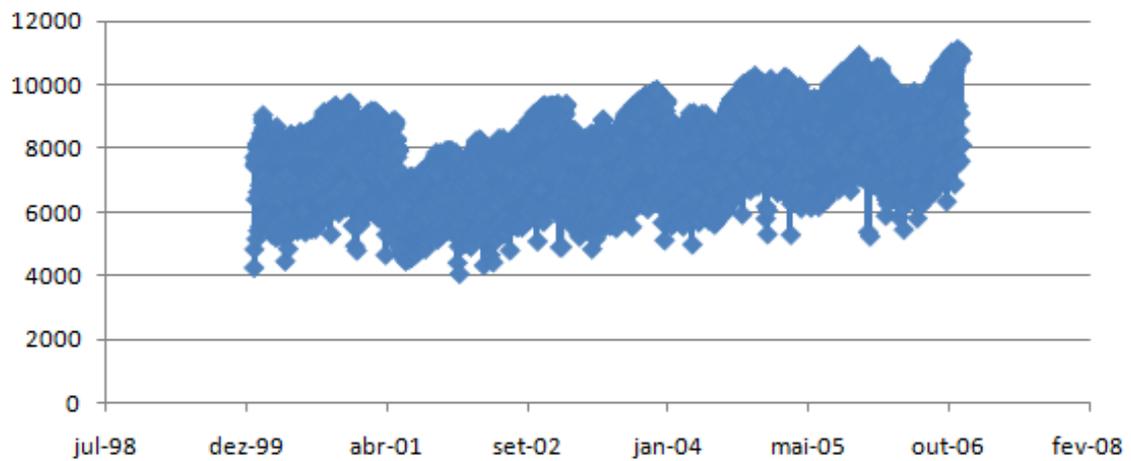


Figura 4.5: Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 2

## Demanda de Energia Elétrica no período 1

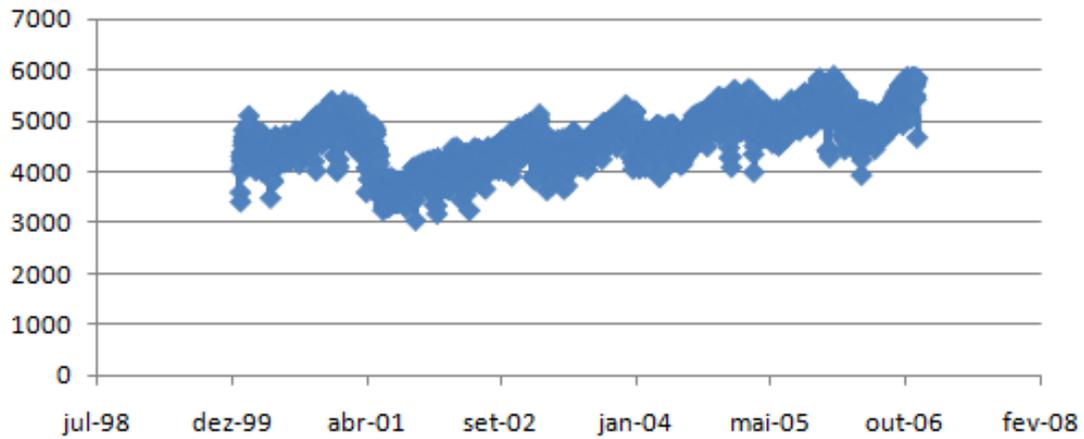


Figura 4.6: Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 3

## Demanda de Energia Elétrica no período 4

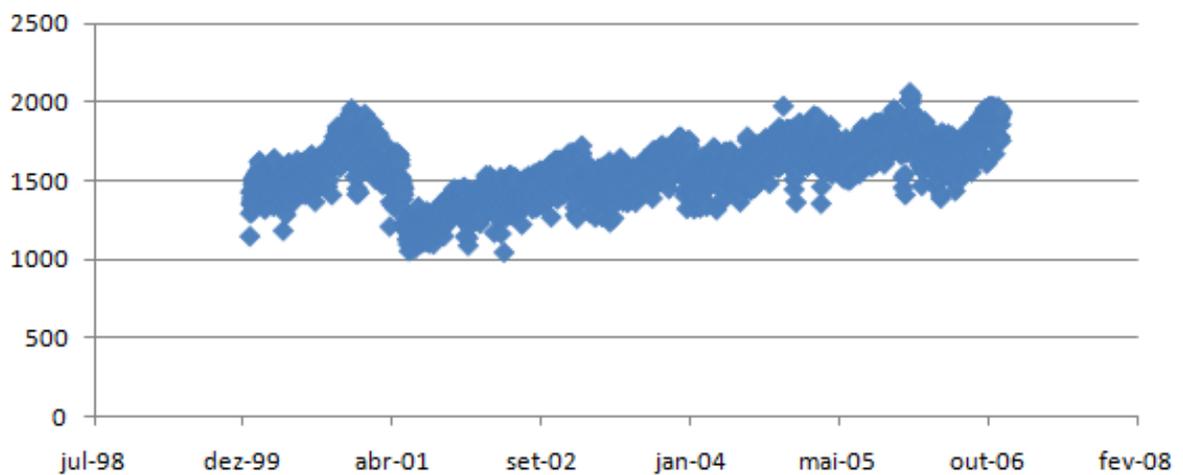


Figura 4.7: Previsão de Demanda em MW do Participante 1 no Período 4

As informações utilizadas para o modelo do participante utiliza informações da referência (WILLIAMS; MLADINEO, 1990), o qual considera três tipos de geração de energia disponíveis para um participante comercializar esta energia com as seguintes características:

- Tipo 1 com limitação máxima de 12 estações geradoras;
- Tipo 2 com limitação máxima de 10 estações geradoras
- Tipo 3 com limitação máxima de 5 estações geradoras, implicando restrições canalizadas nos limites superiores.

#### 4.1.1.2 Parâmetros de Capacidade Produtiva e Custos Operacionais das Geradoras

Cada estação geradora trabalha com níveis de abastecimentos dentro dos seus limites inferiores e superiores de capacidade. Existe um custo horário de geração de cada estação no seu nível mínimo. Ainda, temos um custo horário extra por cada megawatt para a unidade que está operando acima de seu nível mínimo estabelecido. Para o start-up de uma geradora, existe também um custo associado. As informações que compõem os coeficientes da função objetivo estão expressos na tabela 4.2.

Os indicadores de produtividade das geradoras bem como os custos de coeficientes operacionais do modelo foram tomados como referência a partir das experiências apresentadas em (WILLIAMS; MLADINEO, 1990) junto ao setor elétrico da Inglaterra.

Tipos	Nível Mínimo MW	Nível Máximo MW	Custo/hora no Mínimo R\$	Custo/hora Acima do Mínimo R\$	Custo de Start-up R\$
Tipo 1	850	2000	1000	2.00	2000
Tipo 2	1250	1750	2600	1.30	1000
Tipo 3	1500	4000	3000	3.00	500

Tabela 4.2: Tabela de Valores dos Coeficientes da Função Objetivo

A modelagem do problema envolve um total de 36 variáveis das quais 24 são inteiras generalizadas (GIN).

#### 4.1.2 Interpretação Econômica dos Resultados do Participante 1

O algoritmo simplex foi utilizado para encontrar a solução numérica do problema de Programação Linear Inteira, onde será discutida sua interpretação econômica, visando estabelecer os preços de oportunidade para compra e venda de energia.

Como valor da função objetivo, tem-se: Objective Function Value: R\$184.021,50 que representa o custo mínimo total de geração de energia elétrica.

Analisando a tabela 4.3, pode-se observar que foram alocadas pelo modelo PLI, 1 estação geradora do Tipo 1 no período 1 correspondente a variável  $N_{11}$  na terceira coluna

Variável	Valor	Reduced Cost
$N_{11}$	1	-2450
$N_{12}$	0	-5500
$N_{13}$	0	250
$N_{14}$	0	-700
$N_{21}$	2	3412.50
$N_{22}$	0	3875
$N_{23}$	3	3437
$N_{24}$	1	975
$N_{31}$	0	-4750
$N_{32}$	5	-7000
$N_{33}$	0	-3750
$N_{34}$	0	-1500
$S_{11}$	0	200
$S_{12}$	0	200
$S_{13}$	0	0
$S_{14}$	0	2000
$S_{21}$	0	1000
$S_{22}$	0	1000
$S_{23}$	3	0
$S_{24}$	0	1000
$S_{31}$	0	500
$S_{32}$	5	0
$S_{33}$	0	500
$S_{34}$	0	500

Tabela 4.3: Alocação de Estações Geradoras

desta tabela (*Reduced Cost*) indica que se for colocada uma estação do Tipo 1 a mais (de 1 para 2) neste período, pode-se ter um aumento de custo de até R\$2.450,00, enquanto que se for acrescida apenas de uma unidade da variável  $N_{32}$  que representa a geradora do Tipo 3 no período 2, ou seja de 5 para 6, poderá ter um adicional de custo de até R\$7.000,00. Pode ser observado ainda que se as estações entrassem em funcionamento (startadas)  $S_{21}$  e  $S_{22}$  (representam estações geradoras a serem startadas do tipo 2 nos períodos 1 e 2) provocariam um aumento nos custos no valor da função objetivo de até R\$1.000,00 por cada unidade a mais que se venha forçar a funcionar, no caso fosse alocada uma unidade, ou seja, seu valor passar de 0 para 1.

A tabela 4.4 representa a quantidade de energia gerada pelas estações geradoras que tiveram valor de produção 0MW, como as variáveis  $X_{12}$ ,  $X_{13}$ ,  $X_{14}$ ,  $X_{22}$ ,  $X_{31}$ ,  $X_{33}$  e  $X_{34}$  indicando que nos períodos 2, 3 e 4 não precisamos utilizar as estações geradoras do Tipo 1, no período 2 não será necessário alocação de geradoras do tipo 2. Já nos períodos 1, 3 e 4 não serão alocadas geradoras do tipo 3, conforme expresso na tabela 4.3.

As variáveis duais associadas à restrição de demanda  $D_j$  de energia do problema primal indicadas na Tabela 4.5 representam os custos marginais de produção (conhecidos na literatura também como: *shadow prices*, multiplicadores de *Lagrange*, custos de oportunidade, etc.).

Variável	Descrição da Variável	Quantidade de energia gerada (MW)
$X_{11}$	quantidade de energia gerada nas geradoras do tipo 1 no período 1	1700
$X_{21}$	quantidade de energia gerada nas geradoras do tipo 2 no período 1	2971
$X_{23}$	quantidade de energia gerada nas geradoras do tipo 2 no período 3	4460
$X_{24}$	quantidade de energia gerada nas geradoras do tipo 2 no período 4	1590
$X_{32}$	quantidade de energia gerada nas geradoras do tipo 3 no período 2	8103

Tabela 4.4: Energia produzida nas Geradoras

Portanto, os custos de oportunidade para compra de novas produções de energia podem ser interpretados da seguinte forma seguindo a teoria de programação linear inteira mista: Os custos marginais  $c_{ij}$  podem variar dentro de intervalos de confiabilidade  $[a, b]$  que permitam simulações de cenários alternativos sobre o planejamento das operações de sistemas de potência de energia elétrica, sem contudo alterar drasticamente os números de estações geradoras e cargas de energia produzida (análise de sensibilidade).

Row	Slack or Surplus	Dual Prices
Demanda 1	0.00	-11.00
Demanda 2	0.00	-10.33
Demanda 3	0.00	-7.28
Demanda 4	0.00	-3.14

Tabela 4.5: Oferta e Demanda de Energia - Preço de Oportunidade

Os custos de produção (em MW) por hora são obtidos a partir da coluna *DUAL PRICES* (preço de oportunidade) correspondentes às demandas da Tabela 4.5, divididos pelo número de horas em cada período. Tais valores estão expressos na tabela 4.6:

Períodos	Preço em R\$ por MWh
Período 1	1,57
Período 2	1,03
Período 3	1,46
Período 4	1,57

Tabela 4.6: Preços de Oportunidade

A segunda coluna da tabela 4.6 mostra o quanto o Participante está disposta a pagar por cada MWh que ela venha a comprar em cada período, já que foram atendidas todas as demandas  $D_j$  conforme a coluna SLACK OR SURPLUS da Tabela 4.5. Isto é, não existe folga em nenhuma demanda, todas estão com folga (SLACK) zero nos seus limites máximos de atendimento. A interpretação desta coluna nos leva a conclusão de que por exemplo estamos dispostos a comprar por no máximo R\$1,03 o MWh no período 3. Os valores obtidos na tabela

4.6, são resultados da divisão dos valores coluna *Dual Prices* da tabela 4.5 pelo número de horas de cada período.

No entanto, o cenário permite que a Empresa possa negociar abaixo deste valor, dependendo do volume em MW demandado por período, acarretando maiores margens de lucro. No período 2 que se acentua um maior consumo de energia Tabela 4.7 (8103MW), pode-se pensar na compra do MWh a preços bem inferiores ao de R\$1,03 indicado pelo preço de oportunidade da Tabela 4.6.

Período	Tipo de Geradora ( $N_{ij}$ e $S_{ij}$ )	Nível Ótimo de Geração de Energia ( $X_{ij}$ ) em MW
Período 1	1 do tipo 1( $N_{11}$ )	1700( $X_{11}$ )
	2 do tipo 2( $N_{21}$ )	2971( $X_{21}$ )
Total 1(Mw)	3	4671
Período 2	5 do tipo 3( $N_{32}$ )	8103( $X_{32}$ )
	5 do tipo 2( $S_{32}$ )	
Total 2(Mw)	10	8103
Período 3	3 do tipo 3( $N_{23}$ )	4460( $X_{23}$ )
	3 do tipo 3( $S_{23}$ )	
Total 3	6	4460
Período 4	1 do tipo 2( $N_{24}$ )	1590( $X_{24}$ )
Total 4 (Mw)	1	1590
Total Geral	19	18854

Tabela 4.7: Alocação de Estações Geradoras em MW por período

Por fim, a tabela 4.7 indica a alocação das estações geradoras por tipo e período, como também a sua produção de energia em MW. Observando-se que:

- No período 1: foi necessário ser alocada 1 geradora do tipo 1 ( $N_{11}$ ) e 2 do tipo 2 ( $N_{21}$ ), tendo um total de energia gerada 4671MW representado pelas variáveis  $X_{11}$  e  $X_{21}$ ;
- No período 2: foi necessário alocação de 5 geradoras do tipo 3 ( $N_{32}$ ) e 5 do tipo 2 a serem startadas ( $S_{32}$ ), tendo um total de energia gerada 8103MW representado pela variável  $X_{32}$ ;
- No período 3: foi necessário alocação de 3 geradoras do tipo 2 ( $N_{23}$ ) e 1 do tipo 2 ( $S_{23}$ ), tendo um total de energia gerada 4460MW representado pela variável  $X_{23}$ ;
- No período 4: foi necessário alocação de 1 geradora do tipo 2 ( $N_{24}$ ), tendo um total de energia gerada 1590MW representado pela variável  $X_{24}$ ;

Num total, esse planejamento necessitou de 19 estações geradoras com uma potência total de 18.824MW. Os custos totais de atendimento da demanda importaram no valor de R\$184.021,50 indicado na função objetivo.

## 4.2 Caso de K Participantes

A extensão do caso do Participante 1 se prende ao fato de que no mercado de energia elétrico brasileiro estão envolvidas inúmeros participantes, por isso, foi proposta a modelagem de otimização multidivisional baseada em estruturas bloco-angular que pode ser visualizada no esquema a seguir, onde a função objetivo é separável em variáveis por blocos representando cada participante, restrições com características locais. A solução numérica deste modelo é extremamente complexa podendo ser obtida a solução através da decomposição de Dantzig – Wolfe, conforme descrita na figura 4.8. Porém, a solução obtida neste trabalho foi através do algoritmo Simplex.

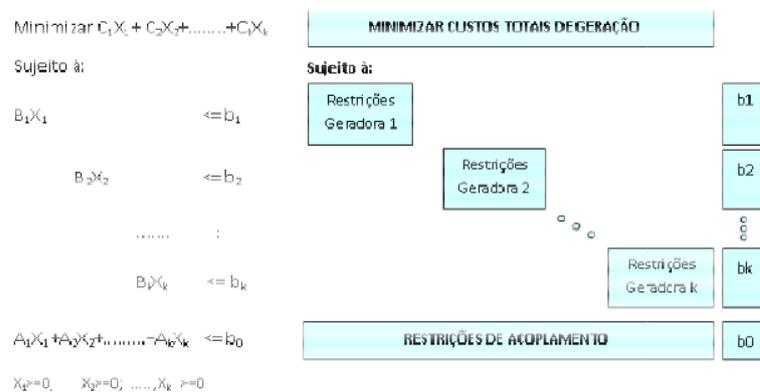


Figura 4.8: Modelo Matemático de Dantzig - Wolfe

### 4.2.1 Parâmetros do Modelo de Precificação Multi-Participantes

Considera-se o valor de  $K = 4$ , ou seja, será gerado um modelo multidivisional para 4 participantes. As informações utilizadas no modelo, apresentado neste trabalho foram geradas de forma aleatória. Foi tomado como base para a geração de cada valor de custos e demandas, uma função que gera os valores aleatórios, tomando como parâmetros os limites inferior e superior. A seguir serão exibidos os valores de custos e demandas geradas para cada participante.

O participante cujo valor de  $k = 1$  estão descritos na seção anterior, a qual tomamos como base para o modelo trabalhado e apresentados na SBPO (BARRETO et al., 2008) e (BARRETO; THOMAZ; SOUZA, 2007) e publicações em revistas científicas (BARRETO et al., 2006).

Consideramos para cada participante, que suas estações geradoras com níveis de abastecimentos dentro dos seus limites inferiores e superiores de capacidade, juntamente com custo horário de geração no seu nível mínimo, custo horário extra por cada megawatt para a unidade geradora que está operando acima de seu nível mínimo estabelecido, custo de start-up de uma geradora. Todas as informações que compõem os coeficientes da função objetivo referentes a cada participante serão mostrados a seguir.

Para o participante 2, os custos associados estão expressos na tabela 4.8 de custos do

participante 2, já os valores de demanda nos quatro períodos na tabela 4.9:

Tipos	Nível Mínimo MW	Nível Máximo MW	Custo/hora no Mínimo R\$	Custo/hora Acima do Mínimo R\$	Custo de Start-up R\$
Tipo 1	1410	3152.94	1094.12	3.95	2015.69
Tipo 2	1318.63	1750	4598.43	2.57	1450.98
Tipo 3	2800	4564.71	4435.29	5.86	919.91

Tabela 4.8: Tabela de Custos referentes ao Participante 2

Períodos	Horários(hs)	Demanda (MW) $D_j$	No. Horas
j = 1	00h às 07h	4748.60	7
j = 2	07h às 17h	4060.00	10
j = 3	17h às 22h	3104.22	5
j = 4	22h às 24h	1081.68	2

Tabela 4.9: Demanda Horária de Energia Elétrica - Participante 2

Para o participante 3, os custos associados estão expressos na tabela 4.10 de custos do participante 3, as respectivas demandas na tabela 4.11:

Tipos	Nível Mínimo MW	Nível Máximo MW	Custo/hora no Mínimo R\$	Custo/hora Acima do Mínimo R\$	Custo de Start-up R\$
Tipo 1	1549.02	4870.59	4674.51	8.67	5046.67
Tipo 2	4976.47	7935.29	7850.98	6.84	8724.71
Tipo 3	6007.84	8641.18	8582.35	13.55	11289.80

Tabela 4.10: Tabela de Custos referentes ao Participante 3

Para o participante 4, os custos associados às variáveis de decisão estão expressos na tabela 4.12 e valores de demanda na tabela 4.13:

Após obtenção dos valores de custos e demandas de cada participante, foi elaborado um modelo de precificação para cada participante, onde foram obtidas as quantidades ótimas de geradoras para suprir a geração de energia elétrica em cada participante, num total:

- Participante 2: 11 estações geradoras;
- Participante 3: 4 estações geradoras;
- Participante 4: 9 estações geradoras;

Em seguida, estas quantidades foram distribuídas em cada tipo de estação geradora, considerando três tipos conforme citado no trabalho (BARRETO; THOMAZ; SOUZA, 2007). Onde foram distribuídas aleatoriamente, resultando na seguinte distribuição para cada participante:

Períodos	Horários(hs)	Demanda (MW) $D_j$	No. Horas
$j = 1$	00h às 07h	5916.67	7
$j = 2$	07h às 17h	3313.73	10
$j = 3$	17h às 22h	6345.10	5
$j = 4$	22h às 24h	2448.18	2

Tabela 4.11: Demanda Horária de Energia Elétrica - Participante 3

Tipos	Nível Mínimo MW	Nível Máximo MW	Custo/hora no Mínimo R\$	Custo/hora Acima do Mínimo R\$	Custo de Start-up R\$
Tipo 1	1987.53	2023.53	4282.35	16.54	7466.67
Tipo 2	3113.73	4169.41	5674.51	20.14	11741.18
Tipo 3	4061.18	7327.84	6776.47	43.36	6324.71

Tabela 4.12: Tabela de Custos referentes ao Participante 4

## 1. Participante 2:

- Tipo 1 com limitação máxima de 4 estações de geração;
- Tipo 2 com limitação máxima de 5 estações geradoras
- Tipo 3 com limitação máxima de 2 estações geradoras, implicando restrições canalizadas nos limites superiores.

## 2. Participante 3:

- Tipo 1 com limitação máxima de 1 estações de geração;
- Tipo 2 com limitação máxima de 2 estações geradoras
- Tipo 3 com limitação máxima de 1 estações geradoras, implicando restrições canalizadas nos limites superiores.

## 3. Participante 4:

- Tipo 1 com limitação máxima de 3 estações de geração;
- Tipo 2 com limitação máxima de 4 estações geradoras
- Tipo 3 com limitação máxima de 2 estações geradoras, implicando restrições canalizadas nos limites superiores.

## 4.2.2 Modelo Multi-Participantes

Esta seção apresenta o modelo de precificação multi-participantes, por se tratar de um modelo bloco-angular, por isso foi necessário ser desenvolvida uma restrição especial conhecida como restrição de acoplamento, necessária para compor o modelo bloco-angular, e este possa ser resolvido através da decomposição de Dantzig-Wolfe (LOPEZ; GRANADA; MANTOVANI, 2010), e, conseqüentemente ser obtida a solução do modelo. Onde esta equação representa

Períodos	Horários(hs)	Demanda (MW) $D_j$	No. Horas
$j = 1$	00h às 07h	11200	7
$j = 2$	07h às 17h	8339.22	10
$j = 3$	17h às 22h	4892.16	5
$j = 4$	22h às 24h	3235.29	2

Tabela 4.13: Demanda Horária de Energia Elétrica - Participante 4

o somatório da quantidade de energia elétrica total necessária para atender a demanda dos 4 participantes, e foi definida em função do somatórios das variáveis de decisão  $X_{ijk}$ , em seguida, a restrição foi igualada ao somatório da demanda de energia dos quatro participantes, sendo acrescida uma margem de segurança de 5%.

Para a modelagem matemática de precificação multi-participantes foi desenvolvido o modelo representado pelas equações 4.6 a 4.11.

$$\text{Minimizar} \left[ \sum_k \sum_i \sum_j c_{ijk} (x_{ijk} - m_i n_{ijk}) + \sum_k \sum_i \sum_j E_{ijk} n_{ijk} + \sum_k \sum_i \sum_j F_{ijk} s_{ijk} \right] \quad (4.1)$$

**Sujeito a:**

$$\text{Acoplamento: } \sum_k \sum_j \sum_i X_{ijk} \geq \sum_k \sum_j (1 + \rho_k) D_{jk} \quad (4.2)$$

$$\text{Participante K: } \sum_j x_{ijk} \geq D_{jk} \quad \forall j, k \quad (4.3)$$

$$m_{ik} n_{ijk} \leq x_{ijk} \leq M_{ik} n_{ijk} \quad \forall i, j, k \quad (4.4)$$

$$\sum_j M_{ik} n_{ijk} \geq (1 + \rho_k) D_{jk} \quad \forall i, k \quad (4.5)$$

$$s_{ijk} \geq n_{ijk} - n_{i(j-1)k} \quad \forall i, j, k \quad (4.6)$$

A equação 4.6, indica a minimização dos custos totais das operações de atendimento energético. A equação 4.7 se refere à restrição de acoplamento entre todas os participantes. As equações de 4.8 a 4.10 formam os bloco de cada participante, sendo que a equação tipo 4.8 garante que a quantidade de energia não pode ser inferior à sua demanda.

As equações tipo 4.9 asseguram que as produções de energia elétrica de cada geradora em cada período fornecidas para o participante  $k$ , estão limitadas entre o mínimo e o máximo de

suas capacidades produtivas. As restrições 4.10 garantem que os níveis máximos de produção de energia elétrica de cada participante serão atendidos com uma margem técnica de segurança de  $\rho_k\%$  de energia.

Finalmente as equações tipo 4.11 estabelecem restrições para o número  $s_{ijk}$  de geradoras  $i$  a serem startadas (ativadas) em cada período  $j$  para cada participante  $k$ .

Ainda em relação ao modelo de precificação, tem-se como variáveis de decisão, custos envolvidos e limites superiores e inferiores de produção, como também a demanda, os seguintes parâmetros e variáveis:

$X_{ijk}$  = quantidade em MW fornecida pela geradora  $i$  no período  $j$  para participante  $k$ ;

$N_{ijk}$  = número de unidades geradoras do tipo  $i$  que estão operando no período  $j$  para participante  $k$ ;

$S_{ijk}$  = número de geradoras do tipo  $i$  que podem ser utilizadas no período  $j$  para participante  $k$ ;

$c_{ijk}$  = custos unitários da participante  $k$  referentes a geradora do tipo  $i$  no período  $j$ ;

$E_{ijk}$  = custo do MWh de uma geradora do tipo  $i$  para operar no seu nível de custo mínimo no período  $j$  para participante  $k$ ;

$F_{ijk}$  = custo do start-up (ou seja, custo fixo para alocar uma nova estação geradora  $i$  no período  $j$  para atender o participante  $k$ ;

$D_{jk}$  = demanda de energia elétrica no período  $i$  do participante  $k$ ;

$M_{ik}$  = nível máximo de geração de energia elétrica da geradora  $i$  para participante  $k$ ;

$m_{ik}$  = nível mínimo de geração de energia elétrica da geradora  $i$  para participante  $k$ ;

$\rho_k$  = parâmetro que indica a margem técnica de segurança recomendada acima da demanda em MW do participante  $k$ , (exp.  $\rho_k = 5\%$ );

$i$  = índice referente à geradora;

$j$  = índice do período de consumo ( $i = 1, \dots, 4$ );

$k$  = índice dos participantes ( $k = 1, \dots, \rho$ )

## 5 RESULTADOS

Este capítulo contém os resultados obtidos através da resolução do modelo multi-participantes proposto no apêndice B e com respectivas interpretações econômicas. Este modelo de pareamento multi-participantes foi resultado de um primeiro modelo, onde todas as variáveis estavam livres, porém para as variáveis do tipo  $N_{ijk}$  e  $S_{ijk}$  foram obtidos como resultado valores não inteiros.

Estes primeiros resultados não foram coerentes, já que estas variáveis representam o número de geradoras em funcionamento e o número de geradoras a serem startadas, assim devem ter valores inteiros. No segundo momento, foi necessário canalizar estas variáveis, para que seus valores fossem do tipo inteiro, criando-se um segundo modelo, através dos valores obtidos deste modelo, foi desenvolvido o modelo apresentado no apêndice B, sendo um modelo retroalimentado com os valores obtidos das variáveis do tipo  $N_{ijk}$  e  $S_{ijk}$ , para que fosse mantida a integridade destas variáveis e pudesse ser gerada uma análise coerente para solução do modelo.

Inicialmente apresenta-se a análise de sensibilidade (econômica) da solução ótima de forma individual para cada participante.

### 5.1 Interpretação Econômica da Solução Ótima K Participantes

A solução ótima do problema geral multi-participantes apresentou um custo total mínimo (valor da função objetivo) de R\$870.296,30 para a geração da energia necessária para atender a demanda dos 4 participantes. A análise da solução é apresentada por participante, juntamente com os valores do *Reduced Cost* para cada variável, e como estes valores interferem no valor da função objetivo.

#### 5.1.1 Participante 1 (Sub-Problema 1)

A tabela 5.1 apresenta os valores das variáveis, que indicam as quantidades das geradoras alocadas referentes ao abastecimento do participante 1, e seus respectivos *Reduced Cost*.

Interpretando de forma econômica, tem-se que o *Reduced Cost* representa o quanto custa alocar uma variável não básica na base, ou seja, de quanto piora o valor da função objetivo

em forçar uma outra solução (sub-ótima) diferente da ótima.

Variável	Valor	Reduced Cost	Geradoras Alocadas
$N_{111}$	1	0.00	1 estação geradora do tipo 1 no período 1
$N_{211}$	2	0.00	2 estações geradoras do tipo 2 no período 1
$N_{231}$	3	0.00	3 estações geradoras do tipo 2 no período 3
$N_{241}$	1	0.00	1 estação geradora do tipo 2 no período 4.
$N_{321}$	5	0.00	5 estações geradoras do tipo 3 no período 2.
$S_{231}$	3	0.00	3 estações geradoras startadas do tipo 2 no período 3.
$S_{321}$	5	0.00	5 estações geradoras startadas do tipo 3 no período 2

Tabela 5.1: Alocação de Estações Geradoras do Participante 1

Através da análise da tabela 5.1, tem-se as geradoras alocadas para o participante 1, indicando o tipo da geradora e o período em que estão em funcionamento ou serão startadas.

Pode-se observar que somente foi utilizada uma estação geradora do tipo 1, restando 11 estações geradoras sem alocação e nenhuma geradora do tipo 1 foi startada. Para as estações do tipo 2, foram necessárias 9 geradoras, porém 3 precisam ser startadas e 6 já estão em funcionamento. Em relação, as geradoras do tipo 3, são necessárias 10 geradoras, das quais 5 precisam ser startadas e 5 já estão em funcionamento. Conclui-se que existe folga no número de geradoras, ou seja, houve superdimensionamento nesta quantidade, como apresentado na segunda coluna da tabela 5.2.

Portanto, o parque gerador que fornece energia elétrica para o participante 1 apresenta 11 estações geradoras do tipo 1 sem alocação nos períodos 2, 3 e 4. Já as geradoras do tipo 2, 8 estão sem alocação no período 1, 10 no período 2, 7 no período 3 e 9 no período 4. Do tipo 3, temos 5 geradoras sem alocação nos períodos 1, 3 e 4.

Quando analisada a terceira coluna da tabela 5.2 indica o valor do Dual Price, que tem o valor R\$0,00 para a maioria das variáveis, exceto para as variáveis que representam as geradoras a serem startadas como  $S_{141}$  com Dual Price igual a 2000, isto significa que o valor da função objetivo poderá aumentar seu valor em até R\$2.000,00 para cada unidade da geradora do tipo 1 no período 4 que venha ser startada.

A tabela 5.3 apresenta a quantidade de energia produzida pelas estações geradoras do tipo 1, 2 e 3 para suprir a demanda do participante 1. A partir destes foi efetuada a soma da quantidade de energia fornecida em cada período pelas geradoras para o participante 1, total-

Variável	Geradoras Ociosas	Dual Price	Geradoras Ociosas
$N_{111}$	11	0.00	11 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 1
$N_{121}$	12	0.00	12 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 2
$N_{131}$	12	0.00	12 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 3
$N_{141}$	12	0.00	12 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 4.
$N_{211}$	8	0.00	8 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 1.
$N_{221}$	10	0.00	10 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 2
$N_{231}$	7	0.00	7 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 3
$N_{241}$	9	0.00	9 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 4
$N_{311}$	5	0.00	5 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 1
$N_{331}$	5	0.00	5 estações geradoras ociosas do tipo 3 no período 3
$N_{341}$	5	0.00	5 estações geradoras ociosas do tipo 3 no período 4

Tabela 5.2: Estações Geradoras não Alocadas

izando 4671MW no período 1, 8103MW no período 2 ,4460MW no período 3 e 1590MW no período 4. Comparando-se estes valores com a demanda do participante 1, apresentada na tabela 4.1, pode-se perceber que esta demanda foi completamente atendida.

### 5.1.2 Participante 2 (Sub-Problema 2)

A tabela 5.4 representa o número de geradoras dos tipos 1, 2 e 3 alocadas para o fornecimento de energia elétrica para participante 2, conforme descrito a seguir, ficando evidente que não há alocação das geradoras do tipo 2 e 3, e também não se fez necessário startar nenhuma geradora. Ainda em relação a esta tabela que apresenta na terceira coluna os valores de *reduced cost* que representam o quanto o valor da função objetivo pode variar no máximo para cada unidade de uma variável que tenha seu valor acrescido de uma unidade, ou seja, caso queira que o valor da variável  $N_{212}$  passe de 0 para 1, o valor da função objetivo poderá aumentar em até 8472.34. Assim, para as demais variáveis que possuem o valor do *reduced cost* diferente de 0.

A tabela 5.5 mostra a quantidade de geradoras ociosas, das quais somente as geradoras do tipo 1 no período 1 não apresentam superdimensionamento, pois as geradoras dos tipos 2 e 3 estão com folga, de modo que também não fornecem energia para o participante 2 como pode ser visualizado na tabela 5.6.

Variável	MW	Reduced Cost	Quantidade de Energia
$X_{111}$	1171.00	0.00	1171MW gerada pelas estações geradoras do tipo 1 no período 1
$X_{211}$	3500.00	0.00	3500MW gerada pelas estações geradoras do tipo 2 no período 1
$X_{231}$	4460.00	0.00	4460MW gerada pelas estações geradoras do tipo 2 no período 3
$X_{241}$	1590.00	0.00	1590MW gerada pelas estações geradoras do tipo 2 no período 4
$X_{321}$	8103.00	0.00	8103MW gerada pelas estações geradoras do tipo 3 no período 2

Tabela 5.3: Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 1

Variável	Valor	Reduced Cost	Geradoras
$N_{112}$	4	0.00	4 estações geradora do tipo 1 no período 1
$N_{122}$	3	0.00	3 estações geradoras do tipo 1 no período 2
$N_{132}$	3	0.00	3 estações geradoras do tipo 1 no período 3
$N_{142}$	1	0.00	1 estação geradora do tipo 1 no período 4

Tabela 5.4: Alocação de Estações Geradoras do Participante 2

A partir dos valores acima pode-se visualizar que o parque gerador que abastece o participante 2 apresenta 1 estação geradora do tipo 1 sem alocação nos períodos 2, 3 e no período 4 está com 3 geradoras sem alocação. Já as geradoras do tipo 2, 5 estão sem alocação no períodos 1, 2, 3 e 4. Do tipo 3, apresenta-se 2 geradoras sem alocação nos períodos 1, 2, 3 e 4. Isto significa que alocação das geradoras do tipo 2 e 3 são desnecessárias, pois todas as geradoras destes tipos estão ociosas em todos os períodos.

A tabela 5.6 apresenta a quantidade de energia produzida pelas estações geradoras para atender a demanda de energia do participante 2, cujas produções nos períodos 1, 2, 3 e 4 das geradoras do tipo 1 estão descritas a seguir, já que as geradoras do tipo 2 e 3 não produzem energia para participante 2.

Estes valores comparados com as demandas do participante 2 na tabela 4.9, mostram que houve um valor de fornecimento de energia superior às demandas nos 4 períodos. No período 1 foi fornecida 891,40MW a mais que demanda necessária, no período 2 sobraram 170MW, período 3 foram 1125,78 a mais que a demanda e no período 4 foram fornecidos 328,32MW a mais que a demanda necessária para este período. Permitindo que estas sobras de energia possam ser vendidas para outro participante cuja produção das geradoras não supram a demanda completamente do participante.

Variável	Geradoras Ociosas	Dual Price	Geradoras Ociosas
$N_{122}$	1	0.00	1 estação geradora ociosa do tipo 1 no período 2
$N_{132}$	1	0.00	1 estação geradora ociosa do tipo 1 no período 3
$N_{142}$	3	0.00	3 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 4
$N_{212}$	5	0.00	5 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 1
$N_{222}$	5	0.00	5 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 2
$N_{232}$	5	0.00	5 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 3
$N_{242}$	5	0.00	5 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 4
$N_{312}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 1
$N_{322}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 1
$N_{332}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 3 no período 3
$N_{342}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 3 no período 4

Tabela 5.5: Estações Geradoras não Alocadas

### 5.1.3 Participante 3 (Sub-Problema 3)

A tabela 5.7 apresenta as geradoras dos tipos 1, 2 e 3 alocadas para a geração de energia elétrica necessária para atender à demanda do participante 3, pode-se destacar que as geradoras dos tipos 2 e 3 não são alocadas para fornecimento de energia do participante e não se fez necessário startar nenhuma geradora.

Em relação a terceira coluna da tabela 5.7 referente ao valor do *reduced cost* significa que se for selecionada alguma variável que tenha o valor do *reduced cost* diferente de zero, o valor do custo acrescido na função objetivo será no valor máximo igual ao valor do *reduced cost* correspondente a cada unidade da variável selecionada, para que aumente em uma unidade a alocação desta variável, portanto se o valor variável  $S_{223}$  passar de 0 para 1, a função objetivo poderá aumentar seu valor em até 8724.71 de acordo com o seu valor de *reduced cost*.

A tabela 5.8 apresenta a quantidade de geradoras ociosas, das quais nenhuma geradora dos tipos 1 e 2 foram alocadas para geração de energia elétrica necessária para suprir as demandas dos quatro períodos do participante 3.

Pode-se visualizar que as geradoras do tipo 3 estão todas em funcionamento, pois as respectivas variáveis descritas acima não possuem valores de folga (slack), porém todas as geradoras do tipo 1 e 2 estão sem alocação, mostrando o superdimensionamento destas geradoras

Variável	MW	Reduced Cost	Quantidade de Energia
$X_{112}$	5640.00	0.00	5640MW gerada pelas estações geradoras do tipo 1 no período 1
$X_{122}$	4230.00	0.00	4230MW gerada pelas estações geradoras do tipo 1 no período 2
$X_{132}$	4230.00	0.00	4230MW gerada pelas estações geradoras do tipo 1 no período 3
$X_{142}$	1410.00	0.00	1410MW gerada pelas estações geradoras do tipo 1 no período 4.

Tabela 5.6: Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 2

Variável	Valor	Reduced Cost	Geradora
$N_{313}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 3 no período 1
$N_{323}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 3 no período 2
$N_{333}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 3 no período 3
$N_{343}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 3 no período 4

Tabela 5.7: Alocação de Estações Geradoras do Participante 3

em todos os períodos.

A quantidade de energia fornecida para participante 3 é apresentada na tabela 5.9, onde a segunda coluna apresenta a quantidade de energia fornecida em cada período e de cada tipo de geradora, valores representados pelas variáveis na primeira coluna. O fornecimento só ocorre através das geradoras do tipo 3.

Quando os valores acima são comparados com a demanda de cada período da participante 3, representados na tabela 4.11, pode-se observar que somente no período 3 a demanda foi completamente atendida, pois nos demais períodos houve excesso no fornecimento de energia, no período 1 teve excesso de 91,17MW, período 2 de 2694,11MW e período 4 de 3559,66MW. Desta forma o participante possui uma quantidade extra de energia elétrica que poderá ser comercializada para venda, com os preços descritos na tabela 5.15.

#### 5.1.4 Participante 4 (Sub-Problema 4)

A tabela 5.10 mostra o número de geradoras dos tipos 1, 2 e 3 alocadas para a geração de energia elétrica que estão em funcionamento para atender à demanda de energia do participante 4 com respectivos valores de reduced cost, cujos valores estão descritos abaixo:

A tabela 5.11 apresenta o número de geradoras não alocadas, estes valores são representados pela segunda coluna da tabela. Podendo-se perceber que somente no período 1, não houve folga no número de geradoras do tipo 3.

Variável	Geradoras Ociosas	Dual Price	Geradoras Ociosas
$N_{113}$	1	0.00	1 estação geradora ociosa do tipo 1 no período 1
$N_{123}$	1	0.00	1 estação geradora ociosa do tipo 1 no período 2
$N_{133}$	1	0.00	1 estação geradora ociosa do tipo 1 no período 3
$N_{143}$	1	0.00	1 estação geradora ociosa do tipo 1 no período 4
$N_{213}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 1
$N_{223}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 2
$N_{233}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 3
$N_{243}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 4

Tabela 5.8: Estações Geradoras não Alocadas

Variável	MW	Reduced Cost	Quantidade de Energia
$X_{313}$	6007.84	0.00	6007.84MW gerada pelas estações geradoras do tipo 3 no período 1
$X_{323}$	6007.84	0.00	6007.84MW gerada pelas estações geradoras do tipo 3 no período 2
$X_{333}$	6345.10	0.00	6345.10MW gerada pelas estações geradoras do tipo 3 no período 3
$X_{343}$	6007.84	0.00	6007.84MW gerada pelas estações geradoras do tipo 3 no período 4

Tabela 5.9: Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 3

Estes valores mostram que as geradoras do tipo 1 estavam todas ociosas nos períodos 1 e 4, três geradoras do tipo 2 ficaram ociosas nos quatro períodos, as geradoras do tipo 3 estão todas ociosas nos períodos 3 e 4, porém não houve ociosidade das geradoras do tipo 3 somente no período 1.

A quantidade de energia fornecida para participante 4 é apresentada na tabela 5.12, onde a segunda coluna apresenta a quantidade de energia fornecida em cada período e de cada tipo de geradora, onde a quantidade de energia fornecida para o participante 4.

Os valores fornecidos pelas geradoras descritos acima quando comparados com as demandas do participante 4, apresentadas na tabela 4.12, indicam que houve excesso de fornecimento de energia elétrica no período 1 com 36MW, no período 2 com 823,14MW e no período 3 228.02MW, porém no período 4 a demanda foi completamente atendida. Assim, o participante 4 poderá negociar a venda nos períodos 1, 2 e 3, e compra no período 4. Onde os valores de venda estão descritos na tabela 5.16.

Variável	Valor	Reduced Cost	Geradora
$N_{124}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 1 no período 2
$N_{134}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 1 no período 3
$N_{214}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 2 no período 1
$N_{224}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 2 no período 2
$N_{234}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 2 no período 3.
$N_{244}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 2 no período 4
$N_{314}$	2	0.00	Duas estação geradora do tipo 3 no período 1
$N_{324}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 3 no período 2
$S_{124}$	1	0.00	Uma estação geradora do tipo 3 no período 2

Tabela 5.10: Alocação de Estações Geradoras do Participante 4

## 5.2 Síntese dos Resultados

Esta seção apresenta o planejamento energético diário das quatro participantes, onde são apresentados a quantidade de geradoras de cada tipo necessárias estarem em funcionamento em cada período referente a cada participante, este planejamento indica também a quantidade de energia fornecida pelas geradoras (tipos 1, 2 e 3) para atender a demanda de energia elétrica em cada período. Estes resultados estão expressos na tabela

Em seguida, tem-se os preços de compra e venda obtidos para cada concessionária nos quatro períodos. Como o modelo apresenta um equilíbrio energético entre a demanda e geração de energia elétrica, os participantes 2, 3 e 4 apresentaram sobra de energia, isto indica que os valores apresentados são referentes aos preços de venda para estes participantes. Porém, para o participante 1 não teve sobra de energia, portanto seus valores podem ser tomados como valores de compra.

A tabela 5.17 representa o planejamento energético dos participantes 1, 2, 3 e 4, onde são apresentadas as geradoras alocadas em cada período, num total são utilizadas 54 geradoras e são gerados 87437.54MW, este valor indica que houve sobra na produção de energia elétrica, já que a demanda total era de 81384.06MW, este excesso poderá ser comercializada nos leilões de compra e venda. Porém, os preços de compra e venda dependem do participante e do período em que esta energia deverá ser comercializada.

Para esta informação do valor de compra e venda, foram analisados os valores de *Dual Price* dos quatro participantes nos períodos 1, 2, 3 e 4. Em seguida, estes valores foram divididos pelo número de horas de cada período, conseqüentemente, obteve-se o valor por MWh

Variável	Folga(slack)	Dual Price	Geradoras Ociosas
$N_{114}$	3	0.00	3 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 1
$N_{124}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 2
$N_{134}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 3
$N_{144}$	3	0.00	3 estações geradoras ociosas do tipo 1 no período 4
$N_{214}$	3	0.00	3 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 1
$N_{224}$	3	0.00	3 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 2
$N_{234}$	3	0.00	3 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 3
$N_{244}$	3	0.00	3 estações geradoras ociosas do tipo 2 no período 4
$N_{324}$	1	0.00	1 estação geradora ociosa do tipo 3 no período 2
$N_{334}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 3 no período 3
$N_{344}$	2	0.00	2 estações geradoras ociosas do tipo 3 no período 4

Tabela 5.11: Estações Geradoras não Alocadas

da energia que poderá ser comercializada.

Para o cenário apresentado na seção anterior como solução ótima para o planejamento de um dia, foram analisados os resultados de forma individual de cada participante, para que pudesse ser indicado qual ou quais participantes precisariam comprar ou vender energia, concluindo-se que os participantes 2, 3 e 4 obtiveram sobra de energia que poderá ser vendida nos leilões de energia, já o participante 1 teve sua demanda atendida, sem ocorrer sobra.

Para conclusão, tem-se os preços de cada MWh obtido nos participantes 1, 2, 3 e 4 em cada período, estes valores foram obtidos após serem analisados os valores de sobra de energia, pois nas restrições de demanda teve-se que alterar os valores RHS, simulando cenários em que a demanda não fosse completamente atendida, para que fossem indicados os valores de *Dual Price*, para cada período dos quatro participantes, por fim fossem obtidos os valores de compra e venda apresentados nas tabelas 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16, onde são apresentados os preços de oportunidade correspondentes aos preços de compra e venda.

Estes valores devem ser analisados de dois ângulos, para o comprador este é maior valor de compra para não aumentar os custos com o atendimento da demanda de energia no participante, porém pelo lado de quem vende este é o menor valor para que se obtenha o menor custo dos custos operacionais.

Variável	MW	Reduced Cost	Quantidade de Energia
$X_{124}$	1987.45	0.00	1987.45MW gerada pelas estações geradoras do tipo 1 no período 2
$X_{134}$	1987.45	0.00	1987.45MW gerada pelas estações geradoras do tipo 1 no período 3
$X_{214}$	3113.73	0.00	3113.73MW gerada pelas estações geradoras do tipo 2 no período 1
$X_{224}$	3113.73	0.00	3113.73MW gerada pelas estações geradoras do tipo 2 no período 2
$X_{234}$	3113.73	0.00	3113.73MW gerada pelas estações geradoras do tipo 2 no período 3
$X_{244}$	3235.29	0.00	3235.29MW gerada pelas estações geradoras do tipo 2 no período 4
$X_{314}$	8122.36	0.00	8122.36MW gerada pelas estações geradoras do tipo 3 no período 1
$X_{324}$	4061.18	0.00	4061.18MW gerada pelas estações geradoras do tipo 3 no período 2

Tabela 5.12: Energia Elétrica em MW gerada para abastecer o Participante 4

Período	Preço em R\$ por MWh
Período 1	2,00
Período 2	1,50
Período 3	1,12
Período 4	1,30

Tabela 5.13: Preços de Oportunidade do Participante 1

Período	Preço em R\$ por MWh
Período 1	3,95
Período 2	3,95
Período 3	3,94
Período 4	3,95

Tabela 5.14: Preços de Oportunidade do Participante 2

Período	Preço em R\$ por MWh
Período 1	13,55
Período 2	13,55
Período 3	13,40
Período 4	13,55

Tabela 5.15: Preços de Oportunidade do Participante 3

Período	Preço em R\$ por MWh
Período 1	14,10
Período 2	23,63
Período 3	16,54
Período 4	20,13

Tabela 5.16: Preços de Oportunidade do Participante 4

Participantes	Periodo	Tipos de Geradoras	Nível Ótimo de Geração em MW
1	Período 1	1 do tipo 1( $N_{111}$ )	1171.00MW( $X_{111}$ )
		2 do tipo 2( $N_{211}$ )	3500.00MW( $X_{211}$ )
2		4 do tipo 1( $N_{112}$ )	5640.00MW( $X_{112}$ )
3		1 do tipo 3( $N_{313}$ )	6007.84MW( $X_{313}$ )
4		1 do tipo 2( $N_{214}$ )	3113.73MW( $X_{214}$ )
		4 do tipo 3( $N_{314}$ )	8122.36MW( $X_{314}$ )
Total Período 1		13 Estações Geradoras	27554.93MW
1		5 do tipo 3( $N_{321}$ )	8103.00MW( $X_{321}$ )
		5 do tipo 3( $S_{321}$ )	
2		3 do tipo 1( $N_{122}$ )	4230.00MW( $X_{122}$ )
3	Período 2	1 do tipo 3( $N_{323}$ )	6007.84MW( $X_{323}$ )
4		1 do tipo 1( $N_{124}$ )	1987.45MW( $X_{124}$ )
		1 do tipo 2( $N_{224}$ )	3113.73MW( $X_{224}$ )
		1 do tipo 3( $N_{324}$ )	4061.18MW( $X_{324}$ )
		1 do tipo 1( $S_{124}$ )	
Total Período 2		18 Estações Geradoras	27503.20MW
1	Período 3	3 do tipo 2( $N_{231}$ )	4460.00MW( $X_{231}$ )
		5 do tipo 2( $S_{231}$ )	
2		3 do tipo 1( $N_{132}$ )	4230.00MW( $X_{132}$ )
3		1 do tipo 3( $N_{333}$ )	6345.10MW( $X_{333}$ )
4		1 do tipo 1( $N_{134}$ )	1987.45MW( $X_{134}$ )
		1 do tipo 2( $N_{234}$ )	3113.73MW( $X_{234}$ )
Total Período 3		16 Estações Geradoras	20136.28MW
1	Período 4	1 do tipo 2( $N_{241}$ )	1590.00MW( $X_{241}$ )
2		1 do tipo 1( $N_{142}$ )	1410.00MW( $X_{142}$ )
3		1 do tipo 3( $N_{343}$ )	6007.84MW( $X_{343}$ )
4		2 do tipo 2( $N_{244}$ )	3235.29MW( $X_{244}$ )
Total Período 4		5 Estações Geradoras	12243.13MW
Total Geral		52 Estações Geradoras	87437.54MW

Tabela 5.17: Planejamento Energético

## 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Após a realização de um conjunto de tarefas envolvendo concepção, modelagem, desenvolvimento e implementação de procedimentos matemáticos, simulação e otimização visando estabelecer aqui, uma metodologia inovadora capaz de racionalizar o processo de tomadas de decisões de como e quando comprar ou vender energia elétrica no mercado de *commodities*, passamos a discutir conclusões e recomendações surgidas neste trabalho.

Partindo-se do princípio de que o cenário de gestão do Sistema de Energia Elétrica no nosso país é de extrema complexidade, a intenção deste trabalho é contribuir, de forma modesta e responsável para possíveis melhorias neste importante sistema, chegam-se as seguintes conclusões:

- O uso do modelo de programação matemática construído aqui com estrutura bloco-angular (multi-divisional), representa uma considerável alternativa para estimar tarifas de compras e vendas de energia elétrica para vários participantes simultaneamente.
- Os resultados desta modelagem permitiram concluir que existe uma forte relação de equilíbrio entre a oferta e a demanda de energia elétrica através da interpretação das variáveis de folga (*slacks*) associadas às restrições do modelo.
- O dimensionamento economicamente viável das geradoras em operação e das geradora que poderão entrar em operação num determinado período para um determinado participante, são definidas pelos indicadores de *reduced cost* associados á solução obtida pelo algoritmo Simplex.
- Os intervalos de confiança asseguram as alterações que podem ser praticadas nas disponibilidades das geradoras de energia ou na demanda diária de energia elétrica estimada através dos indicadores de análise de sensibilidade.
- As variáveis duais (*shadow price*) ou ainda, preços unitários de oportunidade (por período), são estabelecidos como preços marginais que cada participante está disposto a pagar ou comprar por cada MWh de energia a ser comprado ou vendido.
- Tem-se observado que a maioria dos sistemas de apoio à decisões complexas, não se utilizam das ricas características das modelagens de programação matemática, onde são possível de se realizar cenários alternativos pela parametrização de seus coeficientes tecnológicos através da análise de sensibilidade.

- Finalmente, a pesquisa mostrou o quanto as técnicas de programação matemática são eficientes, precisas, robustas e confiáveis para aferir tarifas do setor de energia elétrica.

Como recomendações para aperfeiçoamento deste trabalho e estudos futuros, sugere-se:

- Incorporação de componentes aleatórias no modelo bloco-angular aqui apresentado, visando maior aproximação com os fenômenos estocásticos de oferta e demanda de energia elétrica em horizontes de planejamento de menor amplitude.
- Utilizar dados do setor de energia elétrica para que se possa realizar simulações com maior número de participantes e geradoras com seus custos operacionais visando avaliar melhor o desempenho desta metodologia aqui proposta.
- Melhorar os métodos de estimação de oferta e demanda de energia elétrica através do uso de modelos econométricos tradicionais e de métodos de redes neurais para se obter maior precisão nestas estimativas de previsão. Este passo é de fundamental importância nesta metodologia aqui apresentada, pois trabalha-se com estimativas de oferta e demanda no dia  $d$  a partir da estimativa do dia  $d - 1$ .
- Desenvolvimento de um ambiente computacional segundo à realidade do setor de energia elétrica existente, onde o seu uso seja de fácil interatividade com os gestores da área.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDRADE, L. Abordagem Neurofuzzy Para Previsão de Demanda de Energia Elétrica no Curtíssimo Prazo. Universidade de São Paulo, 2010.
- BANDEIRA, F. Análise das Alterações Propostas para o Modelo do Setor Elétrico Brasileiro. *Brasília, DF: Câmara dos Deputados, Consultoria Legislativa*, 2003.
- BARRETO, F. Proposta para Desenvolvimento de um Framework de Apoio a Decisão em Mercados de Commodities: Estudo de Caso no Setor de Energia Elétrica. *Universidade Estadual do Ceará*, 2008.
- BARRETO, F. et al. Otimização de Preços de Tarifas elétricas. *Revista Científica da Faculdade Lourenço Filho*, v. 5, n. 1, p. 85–95, 2006.
- BARRETO, F.; THOMAZ, A.; SOUZA, R. de. Tarifas Ótimas para Compra e Venda de Energia Elétrica. *XXXIX SBPO*, 2007.
- BARRETO, F. et al. Técnicas Fuzzy e Otimização Linear na Precificação de Tarifas de Energia Elétrica. *XL SBPO*, 2008.
- CAMPELO, R.; FERRAZ, M. REGULAÇÃO DE MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA: ESTUDO DOS CASOS BRITÂNICO, NORUEGUÊS E BRASILEIRO. 2006.
- CAMPOS, R. J. Previsão de séries temporais com aplicações a séries de consumo de energia elétrica. Universidade Federal de Minas Gerais, 2008.
- CARVALHO, J.; TATIWA, R. Previsão de Demanda de Energia Elétrica da COELCE. 2007.
- CCEE. 2011. <http://www.ccee.org.br/>. Acessado em Junho de 2011.
- CCEE. Visão Geral das Operações na CCEE. 2011.
- CORREIA, T. et al. Trajetória das Reformas Institucionais da Indústria Elétrica Brasileira e Novas Perspectivas de Mercado. *Revista de Economia*, v. 7, n. 3, p. 607–627, 2006.
- CORREIA, T.; MELO, E.; COSTA, A. da. Análise e Avaliação Teórica dos Leilões de Compra de Energia Elétrica proveniente de Empreendimentos existentes no Brasil. *Revista Economia*, 2006.
- DANTZIG, G. Linear Programming and Extensions. *Princeton University, Princeton, NJ*, 1963.
- DECRETO 5.163. 2004. [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/Decreto/D5163.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/Decreto/D5163.htm). Acessado em Junho de 2011.
- ELÉTRICO, P. do S. Brasileiro. *Relatório Consolidado Etapa VII, Coopers & Lybrand, MME, Eletrobrás, Brasília, Brazil*, 1997.

ESTATUTO Social da Camara de Comercializacao de Energia Eletrica. 2009. <http://www.ccee.gov.br>. Acessado em Junho de 2011.

FILHO, J. M.; OLIVEIRA, C. O Processo de Privatização das Empresas Brasileiras. *Texto para Discussão*, 1996.

HADLEY, G. Nonlinear and Dinamic Programming. Addison-Wesley. Massachusetts (United States), 1964.

LASDON, L. *Optimization Theory for Large Systems*. [S.l.]: Collier Macmilln Publishers, 1970.

LEI 10.438. 2002. [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/2002/L10438.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/2002/L10438.htm). Acessado em Junho de 2011.

LEI 10.847. 2004. [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/lei/110.847.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/110.847.htm). Acessado em Junho de 2011.

LEI 10.848. 2004. [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/lei/110.848.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/110.848.htm). Acessado em Junho de 2011.

LEI 8.987. 1995. [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L8987.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L8987.htm). Acessado em Junho de 2011.

LEI 9.074. 1995. [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9074cons.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9074cons.htm). Acessado em Junho de 2011.

LEI 9.427. 1996. [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/Leis/L9427cons.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9427cons.htm). Acessado em Junho de 2011.

LIMA, R. T. Redes Neuras Artificiais Aplicadas no Controle de Tensão de Sistemas Elétricos de Potência. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro-PUC-RIO, 2007.

LOPEZ, J.; GRANADA, M.; MANTOVANI, J. Algoritmo de Wolfe Aplicado ao Problema de Planejamento de REativos em Sistemas de Potência de Multi-Áreas. XVIII Congresso Brasileiro de Automática, 2010.

MEDEIROS, L. *Previsão do Preço Spot no Mercado de Energia Elétrica*. Tese (Doutorado) — Tesis para optar al grado de doctor. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. [Links], 2004.

NASCIMENTO, W. J. D. Conversão de Termelétricas para Bi-Combustível em Ambiente de Incerteza: Uma Abordagem por Opções Reais. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro PUC-RIO, 2008.

PFaffenberger, R.; WALKER, D. *Mathematical Programming for Economics and Business*. The Iowa State University Press. Ames, IA, USA, 1975.

PIRES, J.; ECONÔMICO, B. N. de Desenvolvimento Econômico e S. B. D. *Desafios da Reestruturação do Setor Elétrico Brasileiro*. [S.l.]: BNDES, Area de Planejamento, Departamento Econômico-DEPEC, 2000.

PIRES, J. et al. *O Cenário Macroeconômico e as Condições de Oferta de Energia Elétrica no Brasil*. [S.l.]: BNDES, Area de Planejamento, Departamento Econômico-DEPEC, 2001.

SANTANA, E.; OLIVEIRA, C. A Economia dos Custos de Transação e a Reforma na Indústria de Energia Elétrica do Brasil. *Estudos Econômicos*, v. 29, n. 3.

SAUER, I. et al. Um Novo Modelo para o Setor Elétrico Brasileiro. *Relatório técnico, Universidade de São Paulo–IEE*, 2002.

SCHMIDT, C.; LIMA, M. A Demanda por Energia Elétrica no Brasil. *Revista brasileira de economia*, Scielo Brasil, v. 58, p. 68–98, 2004. ISSN 0034-7140.

THOMAZ, A. C. F.; MAHEY, P. Um Logiciel d'Aide à La Planification de La Production Textile. Université Joseph Fourier, Grenoble France, 1994.

WILLIAMS, H.; MLADINEO, R. *Model Building in Mathematical Programming*. [S.l.]: Wiley, 1990. ISBN 0471925802.

## APÊNDICE A – MODELO PARA K-PARTICIPANTES

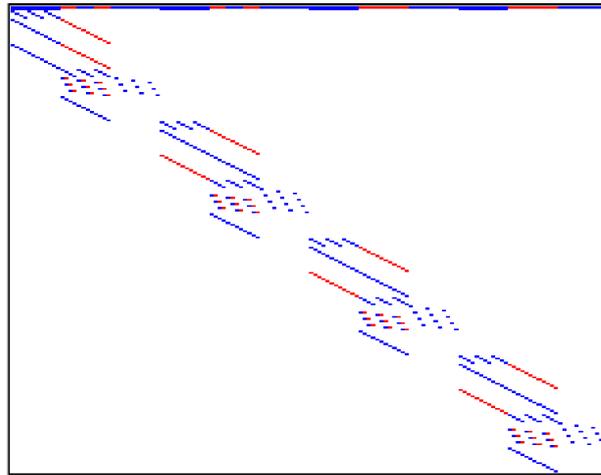


Figura A.1: Visualização do Modelo Bloco Angular (picture - LINDO)

MINIMIZE

$$\begin{aligned}
 &14 X_{1_1_1} + 20 X_{1_2_1} + 10X_{1_3_1} + 4 X_{1_4_1} + 9.1 X_{2_1_1} + 13 X_{2_2_1} + \\
 &6.6 X_{2_3_1} + 2.6X_{2_4_1} + 21 X_{3_1_1} + 15X_{3_2_1} + 30 X_{3_3_1} + 6 X_{3_4_1} - \\
 &2450 N_{1_1_1} - 3500 N_{1_2_1} - 1750 N_{1_3_1} - 700 N_{1_4_1} + 3412.5 N_{2_1_1} + \\
 &4875 N_{2_2_1} + 2437.5 N_{2_3_1} + 975 N_{2_4_1} - 4250 N_{3_1_1} - 7500 N_{3_2_1} - \\
 &3750 N_{3_3_1} - 1500 N_{3_4_1} + 2000 S_{1_1_1} + 2000 S_{1_2_1} + 2000 S_{1_3_1} + \\
 &2000 S_{1_4_1} + 1000 S_{2_1_1} + 1000 S_{2_2_1} + 1000 S_{2_3_1} + 1000 S_{2_4_1} + \\
 &500 S_{3_1_1} + 500 S_{3_2_1} + 500 S_{3_3_1} + 500 S_{3_4_1} + 27.67 X_{1_1_2} + \\
 &39.53 X_{1_2_2} + 19.76 X_{1_3_2} + 7.91 X_{1_4_2} + 17.99 X_{2_1_2} + 25.69 X_{2_2_2} + \\
 &12.85 X_{2_3_2} + 5.14 X_{2_4_2} + 41.01 X_{3_1_2} + 58.59 X_{3_2_2} + 29.29 X_{3_3_2} + \\
 &11.72 X_{3_4_2} - 31356.71 N_{1_1_2} - 44795.29 N_{1_2_2} - 22397.65 N_{1_3_2} - \\
 &8959.06 N_{1_4_2} + 8472.34 N_{2_1_2} + 12103.34 N_{2_2_2} + 6051.67 N_{2_3_2} + \\
 &2420.67 N_{2_4_2} - 83785.88 N_{3_1_2} - 119694.11 N_{3_2_2} - 59847.05 N_{3_3_2} - \\
 &23938.82 N_{3_4_2} + 2015.69 S_{1_1_2} + 2015.69 S_{1_2_2} + 2015.69 S_{1_3_2} + \\
 &2015.69 S_{1_4_2} + 1450.98 S_{2_1_2} + 1450.98 S_{2_2_2} + 1450.98 S_{2_3_2} + \\
 &1450.98 S_{2_4_2} + 919.61 S_{3_1_2} + 919.61 S_{3_2_2} + 919.61 S_{3_3_2} + \\
 &919.61 S_{3_4_2} + 60.67 X_{1_1_3} + 86.67 X_{1_2_3} + 43.33 X_{1_3_3} + \\
 &17.33 X_{1_4_3} + 47.87 X_{2_1_3} + 68.39 X_{2_2_3} + 34.20 X_{2_3_3} + 13.68 X_{2_4_3} +
 \end{aligned}$$

$94.87 X_{3_1_3} + 135.53 X_{3_2_3} + 67.76 X_{3_3_3} + 27.11 X_{3_4_3} -$   
 $61252.29 N_{1_1_3} - 87503.27 N_{1_2_3} - 43751.64 N_{1_3_3} - 17500.66 N_{1_4_3} -$   
 $183289.23 N_{2_1_3} - 261841.77 N_{2_2_3} - 130920.88 N_{2_3_3} - 52368.35 N_{2_4_3} -$   
 $509891.16 N_{3_1_3} - 728415.94 N_{3_2_3} - 364207.97 N_{3_3_3} - 145683.19 N_{3_4_3} +$   
 $5046.67 S_{1_1_3} + 5046.67 S_{1_2_3} + 5046.67 S_{1_3_3} + 5046.67 S_{1_4_3} +$   
 $8724.71 S_{2_1_3} + 8724.71 S_{2_2_3} + 8724.71 S_{2_3_3} + 8724.71 S_{2_4_3} +$   
 $11289.80 S_{3_1_3} + 11289.80 S_{3_2_3} + 11289.80 S_{3_3_3} + 11289.80 S_{3_4_3} +$   
 $115.79 X_{1_1_4} + 165.41 X_{1_2_4} + 82.71 X_{1_3_4} + 33.08 X_{1_4_4} +$   
 $140.96 X_{2_1_4} + 201.37 X_{2_2_4} + 100.69 X_{2_3_4} + 40.27 X_{2_4_4} +$   
 $303.55 X_{3_1_4} + 433.65 X_{3_2_4} + 216.82 X_{3_3_4} + 86.73 X_{3_4_4} -$   
 $200146.95 N_{1_1_4} - 285924.22 N_{1_2_4} - 142962.11 N_{1_3_4} -$   
 $57184.84 N_{1_4_4} - 399191.62 N_{2_1_4} - 570273.75 N_{2_2_4} -$   
 $285136.88 N_{2_3_4} - 114054.75 N_{2_4_4} - 1185346.75 N_{3_1_4} - 1693352.50 N_{3_2_4} -$   
 $846676.25 N_{3_3_4} - 338670.50 N_{3_4_4} + 7466.67 S_{1_1_4} + 7466.67 S_{1_2_4} +$   
 $7466.67 S_{1_3_4} + 7466.67 S_{1_4_4} + 11741.18 S_{2_1_4} + 11741.18 S_{2_2_4} +$   
 $11741.18 S_{2_3_4} + 11741.18 S_{2_4_4} + 6324.71 S_{3_1_4} + 6324.71 S_{3_2_4} +$   
 $6324.71 S_{3_3_4} + 6324.71 S_{3_4_4}$

ST

!Restrições de Acoplamento

$1) X_{1_1_1} + X_{2_1_1} + X_{3_1_1} + X_{1_2_1} + X_{2_2_1} + X_{3_2_1} + X_{1_3_1} +$   
 $X_{2_3_1} + X_{3_3_1} + X_{1_4_1} + X_{2_4_1} + X_{3_4_1} + X_{1_1_2} + X_{2_1_2} +$   
 $X_{3_1_2} + X_{1_2_2} + X_{2_2_2} + X_{3_2_2} + X_{1_3_2} + X_{2_3_2} + X_{3_3_2} +$   
 $X_{1_4_2} + X_{2_4_2} + X_{3_4_2} + X_{1_1_3} + X_{2_1_3} + X_{3_1_3} + X_{1_2_3} +$   
 $X_{2_2_3} + X_{3_2_3} + X_{1_3_3} + X_{2_3_3} + X_{3_3_3} + X_{1_4_3} + X_{2_4_3} +$   
 $X_{3_4_3} + X_{1_1_4} + X_{2_1_4} + X_{3_1_4} + X_{1_2_4} + X_{2_2_4} + X_{3_2_4} +$   
 $X_{1_3_4} + X_{2_3_4} + X_{3_3_4} + X_{1_4_4} + X_{2_4_4} + X_{3_4_4} \geq 81384.06$

!Dados do Participante 1:

$2) X_{1_1_1} + X_{2_1_1} + X_{3_1_1} \geq 4671$   
 $3) X_{1_2_1} + X_{2_2_1} + X_{3_2_1} \geq 8103$   
 $4) X_{1_3_1} + X_{2_3_1} + X_{3_3_1} \geq 4460$   
 $5) X_{1_4_1} + X_{2_4_1} + X_{3_4_1} \geq 1590$   
 $6) X_{1_1_1} - 850N_{1_1_1} \geq 0$   
 $7) X_{1_2_1} - 850N_{1_2_1} \geq 0$   
 $8) X_{1_3_1} - 850N_{1_3_1} \geq 0$   
 $9) X_{1_4_1} - 850N_{1_4_1} \geq 0$   
 $10) X_{2_1_1} - 1250N_{2_1_1} \geq 0$

- 11)  $X_{2_2_1} - 1250N_{2_2_1} \geq 0$   
 12)  $X_{2_3_1} - 1250N_{2_3_1} \geq 0$   
 13)  $X_{2_4_1} - 1250N_{2_4_1} \geq 0$
- 14)  $X_{3_1_1} - 1500N_{3_1_1} \geq 0$   
 15)  $X_{3_2_1} - 1500N_{3_2_1} \geq 0$   
 16)  $X_{3_3_1} - 1500N_{3_3_1} \geq 0$   
 17)  $X_{3_4_1} - 1500N_{3_4_1} \geq 0$
- 18)  $X_{1_1_1} - 2000N_{1_1_1} \leq 0$   
 19)  $X_{1_2_1} - 2000N_{1_2_1} \leq 0$   
 20)  $X_{1_3_1} - 2000N_{1_3_1} \leq 0$   
 21)  $X_{1_4_1} - 2000N_{1_4_1} \leq 0$
- 21)  $X_{2_1_1} - 1750N_{2_1_1} \leq 0$   
 22)  $X_{2_2_1} - 1750N_{2_2_1} \leq 0$   
 23)  $X_{2_3_1} - 1750N_{2_3_1} \leq 0$   
 24)  $X_{2_4_1} - 1750N_{2_4_1} \leq 0$
- 25)  $X_{3_1_1} - 4000N_{3_1_1} \leq 0$   
 26)  $X_{3_2_1} - 4000N_{3_2_1} \leq 0$   
 27)  $X_{3_3_1} - 4000N_{3_3_1} \leq 0$   
 28)  $X_{3_4_1} - 4000N_{3_4_1} \leq 0$
- 29)  $2000N_{1_1_1} + 1750N_{2_1_1} + 4000N_{3_1_1} \geq 4904$   
 30)  $2000N_{1_2_1} + 1750N_{2_2_1} + 4000N_{3_2_1} \geq 8508$   
 31)  $2000N_{1_3_1} + 1750N_{2_3_1} + 4000N_{3_3_1} \geq 4683$   
 32)  $2000N_{1_4_1} + 1750N_{2_4_1} + 4000N_{3_4_1} \geq 1670$
- 33)  $S_{1_2_1} - N_{1_2_1} + N_{1_1_1} \geq 0$   
 34)  $S_{2_2_1} - N_{2_2_1} + N_{2_1_1} \geq 0$   
 35)  $S_{3_2_1} - N_{3_2_1} + N_{3_1_1} \geq 0$   
 36)  $S_{1_3_1} - N_{1_3_1} + N_{1_2_1} \geq 0$   
 37)  $S_{2_3_1} - N_{2_3_1} + N_{2_2_1} \geq 0$   
 38)  $S_{3_3_1} - N_{3_3_1} + N_{3_2_1} \geq 0$   
 39)  $S_{1_4_1} - N_{1_4_1} + N_{1_3_1} \geq 0$   
 40)  $S_{2_4_1} - N_{2_4_1} + N_{2_3_1} \geq 0$   
 41)  $S_{3_4_1} - N_{3_4_1} + N_{3_3_1} \geq 0$
- 42)  $N_{1_1_1} \leq 12$   
 43)  $N_{1_2_1} \leq 12$   
 44)  $N_{1_3_1} \leq 12$   
 45)  $N_{1_4_1} \leq 12$

- 46)  $N_{2_1_1} \leq 10$
- 47)  $N_{2_2_1} \leq 10$
- 48)  $N_{2_3_1} \leq 10$
- 49)  $N_{2_4_1} \leq 10$
- 50)  $N_{3_1_1} \leq 5$
- 51)  $N_{3_2_1} \leq 5$
- 52)  $N_{3_3_1} \leq 5$
- 53)  $N_{3_4_1} \leq 5$

!Dados do Participante 2:

!Restricoes de Demanda

- 54)  $X_{1_1_2} + X_{2_1_2} + X_{3_1_2} \geq 4748.60$
- 55)  $X_{1_2_2} + X_{2_2_2} + X_{3_2_2} \geq 4060.00$
- 56)  $X_{1_3_2} + X_{2_3_2} + X_{3_3_2} \geq 3104.22$
- 57)  $X_{1_4_2} + X_{2_4_2} + X_{3_4_2} \geq 1081.68$

!Limite Inferior

- 58)  $X_{1_1_2} - 1410.00 N_{1_1_2} \geq 0$
- 59)  $X_{1_2_2} - 1410.00 N_{1_2_2} \geq 0$
- 60)  $X_{1_3_2} - 1410.00 N_{1_3_2} \geq 0$
- 61)  $X_{1_4_2} - 1410.00 N_{1_4_2} \geq 0$
- 62)  $X_{2_1_2} - 1318.63 N_{2_1_2} \geq 0$
- 63)  $X_{2_2_2} - 1318.63 N_{2_2_2} \geq 0$
- 64)  $X_{2_3_2} - 1318.63 N_{2_3_2} \geq 0$
- 65)  $X_{2_4_2} - 1318.63 N_{2_4_2} \geq 0$
- 66)  $X_{3_1_2} - 2800.00 N_{3_1_2} \geq 0$
- 67)  $X_{3_2_2} - 2800.00 N_{3_2_2} \geq 0$
- 68)  $X_{3_3_2} - 2800.00 N_{3_3_2} \geq 0$
- 69)  $X_{3_4_2} - 2800.00 N_{3_4_2} \geq 0$

!Limite Superior

- 70)  $3152.94 N_{1_1_2} - X_{1_1_2} \geq 0$
- 71)  $3152.94 N_{1_2_2} - X_{1_2_2} \geq 0$
- 72)  $3152.94 N_{1_3_2} - X_{1_3_2} \geq 0$
- 73)  $3152.94 N_{1_4_2} - X_{1_4_2} \geq 0$
- 74)  $1750.00 N_{2_1_2} - X_{2_1_2} \geq 0$
- 75)  $1750.00 N_{2_2_2} - X_{2_2_2} \geq 0$
- 76)  $1750.00 N_{2_3_2} - X_{2_3_2} \geq 0$
- 77)  $1750.00 N_{2_4_2} - X_{2_4_2} \geq 0$
- 78)  $4564.71 N_{3_1_2} - X_{3_1_2} \geq 0$
- 79)  $4564.71 N_{3_2_2} - X_{3_2_2} \geq 0$
- 80)  $4564.71 N_{3_3_2} - X_{3_3_2} \geq 0$

$$81) 4564.71 N_{3_4_2} - X_{3_4_2} \geq 0$$

!Carga Extra

$$82) 3152.94 N_{1_1_2} + 1750.00 N_{2_1_2} + 4564.71 N_{3_1_2} \geq 4986.03$$

$$83) 3152.94 N_{1_2_2} + 1750.00 N_{2_2_2} + 4564.71 N_{3_2_2} \geq 4263.00$$

$$84) 3152.94 N_{1_3_2} + 1750.00 N_{2_3_2} + 4564.71 N_{3_3_2} \geq 3259.43$$

$$85) 3152.94 N_{1_4_2} + 1750.00 N_{2_4_2} + 4564.71 N_{3_4_2} \geq 1135.77$$

!Estacoes Geradoras Startadas

$$84) S_{1_2_2} - N_{1_2_2} + N_{1_1_2} \geq 0$$

$$85) S_{2_2_2} - N_{2_2_2} + N_{2_1_2} \geq 0$$

$$86) S_{3_2_2} - N_{3_2_2} + N_{3_1_2} \geq 0$$

$$87) S_{1_2_2} - N_{1_2_2} + N_{1_1_2} \geq 0$$

$$88) S_{2_2_2} - N_{2_2_2} + N_{2_1_2} \geq 0$$

$$89) S_{3_2_2} - N_{3_2_2} + N_{3_1_2} \geq 0$$

$$90) S_{1_3_2} - N_{1_3_2} + N_{1_2_2} \geq 0$$

$$91) S_{2_3_2} - N_{2_3_2} + N_{2_2_2} \geq 0$$

$$92) S_{3_3_2} - N_{3_3_2} + N_{3_2_2} \geq 0$$

$$93) S_{1_4_2} - N_{1_4_2} + N_{1_3_2} \geq 0$$

$$95) S_{2_4_2} - N_{2_4_2} + N_{2_3_2} \geq 0$$

$$96) S_{3_4_2} - N_{3_4_2} + N_{3_3_2} \geq 0$$

$$97) N_{1_1_2} \leq 4$$

$$98) N_{1_2_2} \leq 4$$

$$99) N_{1_3_2} \leq 4$$

$$100) N_{1_4_2} \leq 4$$

$$101) N_{2_1_2} \leq 5$$

$$102) N_{2_2_2} \leq 5$$

$$103) N_{2_3_2} \leq 5$$

$$104) N_{2_4_2} \leq 5$$

$$105) N_{3_1_2} \leq 2$$

$$106) N_{3_2_2} \leq 2$$

$$107) N_{3_3_2} \leq 2$$

$$108) N_{3_4_2} \leq 2$$

!Dados do Participante 3:

!Restricoes de Demanda

$$109) X_{1_1_3} + X_{2_1_3} + X_{3_1_3} \geq 5916.67$$

$$110) X_{1_2_3} + X_{2_2_3} + X_{3_2_3} \geq 3313.73$$

$$111) X_{1_3_3} + X_{2_3_3} + X_{3_3_3} \geq 6345.10$$

$$112) X_{1_4_3} + X_{2_4_3} + X_{3_4_3} \geq 2448.18$$

## !Limite Inferior

- 113)  $X_{1_1_3} - 1549.02 N_{1_1_3} \geq 0$   
 114)  $X_{1_2_3} - 1549.02 N_{1_2_3} \geq 0$   
 115)  $X_{1_3_3} - 1549.02 N_{1_3_3} \geq 0$   
 116)  $X_{1_4_3} - 1549.02 N_{1_4_3} \geq 0$   
 117)  $X_{2_1_3} - 4976.47 N_{2_1_3} \geq 0$   
 118)  $X_{2_2_3} - 4976.47 N_{2_2_3} \geq 0$   
 119)  $X_{2_3_3} - 4976.47 N_{2_3_3} \geq 0$   
 120)  $X_{2_4_3} - 4976.47 N_{2_4_3} \geq 0$   
 121)  $X_{3_1_3} - 6007.84 N_{3_1_3} \geq 0$   
 122)  $X_{3_2_3} - 6007.84 N_{3_2_3} \geq 0$   
 123)  $X_{3_3_3} - 6007.84 N_{3_3_3} \geq 0$   
 124)  $X_{3_4_3} - 6007.84 N_{3_4_3} \geq 0$

## !Limite Superior

- 125)  $4870.59 N_{1_1_3} - X_{1_1_3} \geq 0$   
 126)  $4870.59 N_{1_2_3} - X_{1_2_3} \geq 0$   
 127)  $4870.59 N_{1_3_3} - X_{1_3_3} \geq 0$   
 128)  $4870.59 N_{1_4_3} - X_{1_4_3} \geq 0$   
 129)  $7935.29 N_{2_1_3} - X_{2_1_3} \geq 0$   
 130)  $7935.29 N_{2_2_3} - X_{2_2_3} \geq 0$   
 131)  $7935.29 N_{2_3_3} - X_{2_3_3} \geq 0$   
 132)  $7935.29 N_{2_4_3} - X_{2_4_3} \geq 0$   
 133)  $8641.18 N_{3_1_3} - X_{3_1_3} \geq 0$   
 134)  $8641.18 N_{3_2_3} - X_{3_2_3} \geq 0$   
 135)  $8641.18 N_{3_3_3} - X_{3_3_3} \geq 0$   
 136)  $8641.18 N_{3_4_3} - X_{3_4_3} \geq 0$

## !Carga Extra

- 137)  $4870.59 N_{1_1_3} + 7935.29 N_{2_1_3} + 8641.18 N_{3_1_3} \geq 6212.50$   
 139)  $4870.59 N_{1_2_3} + 7935.29 N_{2_2_3} + 8641.18 N_{3_2_3} \geq 3479.41$   
 140)  $4870.59 N_{1_3_3} + 7935.29 N_{2_3_3} + 8641.18 N_{3_3_3} \geq 6662.35$   
 141)  $4870.59 N_{1_4_3} + 7935.29 N_{2_4_3} + 8641.18 N_{3_4_3} \geq 2570.59$

## !Estacoes Geradoras Startadas

- 142)  $S_{1_2_3} - N_{1_2_3} + N_{1_1_3} \geq 0$   
 143)  $S_{2_2_3} - N_{2_2_3} + N_{2_1_3} \geq 0$   
 144)  $S_{3_2_3} - N_{3_2_3} + N_{3_1_3} \geq 0$   
 145)  $S_{1_2_3} - N_{1_2_3} + N_{1_1_3} \geq 0$   
 146)  $S_{2_2_3} - N_{2_2_3} + N_{2_1_3} \geq 0$   
 146)  $S_{3_2_3} - N_{3_2_3} + N_{3_1_3} \geq 0$

- 147)  $S_{1_3_3} - N_{1_3_3} + N_{1_2_3} \geq 0$   
 148)  $S_{2_3_3} - N_{2_3_3} + N_{2_2_3} \geq 0$   
 149)  $S_{3_3_3} - N_{3_3_3} + N_{3_2_3} \geq 0$   
 150)  $S_{1_4_3} - N_{1_4_3} + N_{1_3_3} \geq 0$   
 151)  $S_{2_4_3} - N_{2_4_3} + N_{2_3_3} \geq 0$   
 152)  $S_{3_4_3} - N_{3_4_3} + N_{3_3_3} \geq 0$

- 153)  $N_{1_1_3} \leq 1$   
 154)  $N_{1_2_3} \leq 1$   
 155)  $N_{1_3_3} \leq 1$   
 156)  $N_{1_4_3} \leq 1$   
 157)  $N_{2_1_3} \leq 2$   
 158)  $N_{2_2_3} \leq 2$   
 159)  $N_{2_3_3} \leq 2$   
 160)  $N_{2_4_3} \leq 2$   
 161)  $N_{3_1_3} \leq 1$   
 162)  $N_{3_2_3} \leq 1$   
 163)  $N_{3_3_3} \leq 1$   
 164)  $N_{3_4_3} \leq 1$

!Dados do Participante 4:

!Restricoes de Demanda

- 165)  $X_{1_1_4} + X_{2_1_4} + X_{3_1_4} \geq 11200.00$   
 166)  $X_{1_2_4} + X_{2_2_4} + X_{3_2_4} \geq 8339.22$   
 167)  $X_{1_3_4} + X_{2_3_4} + X_{3_3_4} \geq 4892.16$   
 168)  $X_{1_4_4} + X_{2_4_4} + X_{3_4_4} \geq 3235.29$

!Limite Inferior

- 169)  $X_{1_1_4} - 1987.45 N_{1_1_4} \geq 0$   
 170)  $X_{1_2_4} - 1987.45 N_{1_2_4} \geq 0$   
 171)  $X_{1_3_4} - 1987.45 N_{1_3_4} \geq 0$   
 172)  $X_{1_4_4} - 1987.45 N_{1_4_4} \geq 0$   
 173)  $X_{2_1_4} - 3113.73 N_{2_1_4} \geq 0$   
 174)  $X_{2_2_4} - 3113.73 N_{2_2_4} \geq 0$   
 175)  $X_{2_3_4} - 3113.73 N_{2_3_4} \geq 0$   
 176)  $X_{2_4_4} - 3113.73 N_{2_4_4} \geq 0$   
 177)  $X_{3_1_4} - 4061.18 N_{3_1_4} \geq 0$   
 178)  $X_{3_2_4} - 4061.18 N_{3_2_4} \geq 0$   
 179)  $X_{3_3_4} - 4061.18 N_{3_3_4} \geq 0$   
 180)  $X_{3_4_4} - 4061.18 N_{3_4_4} \geq 0$

!Limite Superior

- 181)  $2023.53 N_{1_1_4} - X_{1_1_4} \geq 0$   
 182)  $2023.53 N_{1_2_4} - X_{1_2_4} \geq 0$   
 183)  $2023.53 N_{1_3_4} - X_{1_3_4} \geq 0$   
 184)  $2023.53 N_{1_4_4} - X_{1_4_4} \geq 0$   
 185)  $4169.41 N_{2_1_4} - X_{2_1_4} \geq 0$   
 186)  $4169.41 N_{2_2_4} - X_{2_2_4} \geq 0$   
 187)  $4169.41 N_{2_3_4} - X_{2_3_4} \geq 0$   
 188)  $4169.41 N_{2_4_4} - X_{2_4_4} \geq 0$   
 189)  $7327.84 N_{3_1_4} - X_{3_1_4} \geq 0$   
 190)  $7327.84 N_{3_2_4} - X_{3_2_4} \geq 0$   
 191)  $7327.84 N_{3_3_4} - X_{3_3_4} \geq 0$   
 192)  $7327.84 N_{3_4_4} - X_{3_4_4} \geq 0$

!Carga Extra

- 193)  $2023.53N_{1_1_4} + 4169.41N_{2_1_4} + 7327.84 N_{3_1_4} \geq 11760.00$   
 194)  $2023.53N_{1_2_4} + 4169.41N_{2_2_4} + 7327.84 N_{3_2_4} \geq 8756.18$   
 195)  $2023.53N_{1_3_4} + 4169.41N_{2_3_4} + 7327.84 N_{3_3_4} \geq 5136.76$   
 196)  $2023.53N_{1_4_4} + 4169.41N_{2_4_4} + 7327.84 N_{3_4_4} \geq 3397.06$

!Estacoes Geradoras Estartadas

- 197)  $S_{1_2_4} - N_{1_2_4} + N_{1_1_4} \geq 0$   
 198)  $S_{2_2_4} - N_{2_2_4} + N_{2_1_4} \geq 0$   
 199)  $S_{3_2_4} - N_{3_2_4} + N_{3_1_4} \geq 0$   
 200)  $S_{1_2_4} - N_{1_2_4} + N_{1_1_4} \geq 0$   
 201)  $S_{2_2_4} - N_{2_2_4} + N_{2_1_4} \geq 0$   
 202)  $S_{3_2_4} - N_{3_2_4} + N_{3_1_4} \geq 0$   
 203)  $S_{1_3_4} - N_{1_3_4} + N_{1_2_4} \geq 0$   
 204)  $S_{2_3_4} - N_{2_3_4} + N_{2_2_4} \geq 0$   
 205)  $S_{3_3_4} - N_{3_3_4} + N_{3_2_4} \geq 0$   
 206)  $S_{1_4_4} - N_{1_4_4} + N_{1_3_4} \geq 0$   
 207)  $S_{2_4_4} - N_{2_4_4} + N_{2_3_4} \geq 0$   
 208)  $S_{3_4_4} - N_{3_4_4} + N_{3_3_4} \geq 0$

- 209)  $N_{1_1_4} \leq 3$   
 210)  $N_{1_2_4} \leq 3$   
 211)  $N_{1_3_4} \leq 3$   
 212)  $N_{1_4_4} \leq 3$

- 213)  $N_{2_1_4} \leq 4$   
 214)  $N_{2_2_4} \leq 4$   
 215)  $N_{2_3_4} \leq 4$   
 216)  $N_{2_4_4} \leq 4$

217)  $N_{3_1_4} \leq 2$

218)  $N_{3_2_4} \leq 2$

219)  $N_{3_3_4} \leq 2$

220)  $N_{3_4_4} \leq 2$

221)  $N_{1_1_1} = 1$

222)  $N_{1_2_1} = 0$

223)  $N_{1_3_1} = 0$

224)  $N_{1_4_1} = 0$

225)  $N_{2_1_1} = 2$

226)  $N_{2_2_1} = 0$

227)  $N_{2_3_1} = 3$

228)  $N_{2_4_1} = 1$

229)  $N_{3_1_1} = 0$

230)  $N_{3_2_1} = 5$

231)  $N_{3_3_1} = 0$

232)  $N_{3_4_1} = 0$

233)  $N_{1_1_3} = 0$

234)  $N_{1_2_3} = 0$

235)  $N_{1_3_3} = 0$

236)  $N_{1_4_3} = 0$

237)  $N_{1_1_2} = 4$

238)  $N_{1_2_2} = 3$

239)  $N_{1_3_2} = 3$

240)  $N_{1_4_2} = 1$

241)  $N_{2_1_2} = 0$

242)  $N_{2_2_2} = 0$

243)  $N_{2_3_2} = 0$

244)  $N_{2_4_2} = 0$

245)  $N_{3_1_2} = 0$

246)  $N_{3_2_2} = 0$

247)  $N_{3_3_2} = 0$

248)  $N_{3_4_2} = 0$

249)  $N_{2_1_3} = 0$

250)  $N_{2_2_3} = 0$

251)  $N_{2_3_3} = 0$

252)  $N_{2_4_3} = 0$

253)  $N_{3_1_3} = 1$

254)  $N_{3_2_3} = 1$

255)  $N_{3_3_3} = 1$

256)  $N_{3_4_3} = 1$

257)  $N_{1_1_4} = 0$

258)  $N_{1_2_4} = 1$

259)  $N_{1_3_4} = 1$

260)  $N_{1_4_4} = 0$

261)  $N_{2_1_4} = 1$

262)  $N_{2_2_4} = 1$

263)  $N_{2_3_4} = 1$

264)  $N_{2_4_4} = 1$

265)  $N_{3_1_4} = 2$

266)  $N_{3_2_4} = 1$

267)  $N_{3_3_4} = 0$

268)  $N_{3_4_4} = 0$

269)  $S_{1_1_1} = 0$

270)  $S_{1_2_1} = 0$

271)  $S_{1_3_1} = 0$

272)  $S_{1_4_1} = 0$

273)  $S_{2_1_1} = 0$

274)  $S_{2_2_1} = 0$

275)  $S_{2_3_1} = 3$

276)  $S_{2_4_1} = 0$

277)  $S_{3_1_1} = 0$

278)  $S_{3_2_1} = 5$

279)  $S_{3_3_1} = 0$

280)  $S_{3_4_1} = 0$

281)  $S_{1_1_3} = 0$

281)  $S_{1_2_3} = 0$

283)  $S_{1_3_3} = 0$

284)  $S_{1_4_3} = 0$

285)  $S_{1_1_2} = 0$   
286)  $S_{1_2_2} = 0$   
287)  $S_{1_3_2} = 0$   
288)  $S_{1_4_2} = 0$   
  
289)  $S_{2_1_2} = 0$   
290)  $S_{2_2_2} = 0$   
291)  $S_{2_3_2} = 0$   
292)  $S_{2_4_2} = 0$   
  
293)  $S_{3_1_2} = 0$   
294)  $S_{3_2_2} = 0$   
295)  $S_{3_3_2} = 0$   
296)  $S_{3_4_2} = 0$   
  
297)  $S_{2_1_3} = 0$   
298)  $S_{2_2_3} = 0$   
299)  $S_{2_3_3} = 0$   
300)  $S_{2_4_3} = 0$   
  
301)  $S_{3_1_3} = 0$   
302)  $S_{3_2_3} = 0$   
303)  $S_{3_3_3} = 0$   
304)  $S_{3_4_3} = 0$   
  
305)  $S_{1_1_4} = 0$   
306)  $S_{1_2_4} = 1$   
307)  $S_{1_3_4} = 0$   
308)  $S_{1_4_4} = 0$   
  
309)  $S_{2_1_4} = 0$   
310)  $S_{2_2_4} = 0$   
311)  $S_{2_3_4} = 0$   
312)  $S_{2_4_4} = 0$   
  
313)  $S_{3_1_4} = 0$   
314)  $S_{3_2_4} = 0$   
315)  $S_{3_3_4} = 0$   
316)  $S_{3_4_4} = 0$   
end